UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

MECANICISMO CARTESIANO E MECÂNICA NEWTONIANA: O PROBLEMA DA GRAVITAÇÃO E A MUDANÇA TEÓRICA

EVANDRO DA ROCHA GOMES

BRASÍLIA
2026

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA

MECANICISMO CARTESIANO E MECÂNICA NEWTONIANA: O PROBLEMA DA GRAVITAÇÃO E A MUDANÇA TEÓRICA

EVANDRO DA ROCHA GOMES

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação *Strictu Sensu* em Filosofia da Universidade de Brasília para obtenção do título de Doutor em Filosofia.

Linha de pesquisa: Epistemologia, Lógica e Metafísica

Orientador: Prof. Dr. Samuel José Simon

BRASÍLIA
2026

EVANDRO DA ROCHA GOMES

MECANICISMO CARTESIANO E MECÂNICA NEWTONIANA: O PROBLEMA DA GRAVITAÇÃO E A MUDANÇA TEÓRICA

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação *Strictu Sensu* em Filosofia da Universidade de Brasília para obtenção do título de Doutor em Filosofia.

Orientador: Prof. Dr. Samuel José Simon

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Samuel José Simon
Orientador
Universidade de Brasília

Profa. Dra. Luciana Zaterka
Integrante da Banca Examinadora
Universidade Federal do ABC

Prof. Dr. Eduardo Barra
Integrante da Banca Examinadora
Universidade Federal do Paraná

Prof. Dr. Fábio Nolasco
Integrante da Banca Examinadora
Universidade de Brasília

Ficha catalográfica elaborada automaticamente,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

dG633m

da Rocha Gomes, Evandro
Mecanicismo Cartesiano e Mecânica Newtoniana: o Problema da Gravitação e a Mudança Teórica / Evandro da Rocha Gomes; orientador Samuel José Simon. Brasília, 2026.
455 p.

Tese(Doutorado em Filosofia) Universidade de Brasília, 2026.

1. Descartes. 2. Newton. 3. Gravitação . 4. Mecânica. 5. Mudança teórica . I. José Simon, Samuel , orient. II. Título.

AGRADECIMENTOS

Ao meu pai, minha mãe e minha irmã, pelo carinho e incentivo à continuação de meus estudos no doutorado. Ao meu orientador Prof. Dr. Samuel Simon, pelos esclarecimentos, paciência e incentivo na jornada de elaboração deste trabalho. Ao Prof. Dr. Eduardo Barra, ao Prof. Dr. Agnaldo Cuoco Portugal, ao Prof. Dr. Fábio Nolasco e à Professora Dra. Luciana Zaterka pelas observações, sugestões e correções no Exame de Qualificação desta Tese, na disciplina Defesa de Projeto e na Defesa desta Tese. Por fim, um agradecimento ao Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Universidade de Brasília, à Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAPDF) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro imprescindível para a realização desta Tese.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo analisar a teoria dos vórtices de René Descartes, a teoria da gravitação universal de Isaac Newton, a relação entre elas e o problema da mudança científica. A análise dessas duas teorias visa destacar os aspectos que caracterizam a cartesiana como uma tese mecanicista, no contexto de sua física, e a newtoniana como uma tese propriamente mecânica. Nesse sentido, além do contexto filosófico no qual eles estão inseridos, os elementos que caracterizam cada uma das teorias serão examinados, tais como suas concepções de espaço e matéria, suas leis da natureza e seu caráter matemático, de modo a estabelecer quais fatores tornaram possível que a teoria newtoniana se tornasse mais aceita do que a cartesiana, nas perspectivas científica e filosófica. Tendo em vista a sucessão da teoria newtoniana em relação à cartesiana, é evidente que se trata de um contexto no qual ocorre uma *mudança teórica*. Os estudos contemporâneos desses temas serão levados em consideração em todos os casos. Nesse sentido, a tese busca estabelecer quais foram os fatores da teoria newtoniana da gravidade que tiveram mais relevância para seu triunfo sobre a cartesiana, de um ponto de vista teórico, além de situá-la do ponto de vista dos fundamentos filosóficos e metodológicos a ela vinculada.

Palavras-chave: Descartes, Newton, Gravitação, Mecânica, Teoria dos Vórtices, Mudança Teórica.

ABSTRACT

This work aims to make an analysis of René Descartes' vortex theory, Isaac Newton's theory of universal gravity, their relation, and the problem of theory-change in science. The analysis of these two theories aims to emphasize the features which characterize the Cartesian one, concerning his physics, as a mechanistic view, and the Newtonian one as a mechanics properly speaking. In that regard, besides the philosophical context of their time, the elements which characterize each of their theories will be scrutinized, such as their views on space and matter, their laws of nature, and their mathematical features, in order to establish what factors made it possible to the Newtonian theory to become more successful in a scientific and philosophical perspective than the Cartesian one. Since there is a succession from the Cartesian theory to the Newtonian one, it's clearly a *theory-change* case. The contemporary studies concerning these issues will be taken into consideration in all cases. In this regard, the doctoral thesis aims to establish which features in Newtonian gravitation theory had more relevance for its triumph over the Cartesian theory from a theoretical point of view, besides pointing out the context in which it is embedded concerning its philosophical and methodological foundations.

Keywords: Descartes, Newton, Gravity, Mechanics, Vortex Theory, Theory-Change.

LISTA DE ABREVIATURAS

Princípios	DESCARTES, R. *Oeuvres de Descartes*. *Tome IX-2: Meditations et Principes*. ADAM, C.; TANNERY, P. (ed.). Paris: Vrin, 1978.	Citado por 'AT', seguido de volume, Parte, artigo e página; ou *Preface* e página.
CSM	DESCARTES, R. *The Philosophical Writings of Descartes*. Vol. 1. Translated by COTTINGHAM, J.; STOOTHOFF, R.; MURDOCH, D. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.	Citado por volume e página.
CSM	DESCARTES, R. *The Philosophical Writings of Descartes*. Vol. 2. Translated by COTTINGHAM, J.; STOOTHOFF, R.; MURDOCH, D. Cambridge: Cambridge University Press, 1984.	Citado por volume e página.
CSMK	DESCARTES, R. *The Philosophical Writings of Descartes*. Vol. 3. Translated by COTTINGHAM, J.; STOOTHOFF, R.; MURDOCH, D; KENNY, A. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.	Citado por volume e página.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....8

CAPÍTULO 1: FILOSOFIA NATURAL E O PROBLEMA DA GRAVITAÇÃO NO INÍCIO DO SÉCULO XVII.....15
1.1. Filosofias naturais escolásticas e mecanicistas.....15
1.2. Cosmos e teoria da matéria.....28
1.3. Leis da natureza.....40
1.4. Matemática.....44
1.5. Gravitação.....54

CAPÍTULO 2: O MECANICISMO DE DESCARTES E A TEORIA DOS VÓRTICES.....73
2.1. Espaço, matéria, movimento e leis da natureza.....73
2.2. A teoria dos vórtices.....113
2.3. O mecanicismo e a matemática.....153

CAPÍTULO 3: A MECÂNICA DE NEWTON E A TEORIA DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL.....174
3.1. Definições e leis do movimento.....174
3.2. Matemática e mecânica.....198
3.3. A teoria da gravitação universal.....273

CAPÍTULO 4: DESCARTES, NEWTON, GRAVITAÇÃO E MUDANÇA TEÓRICA.....350
4.1. Conceitos físicos de Descartes e Newton.....350
4.2. As leis da natureza de Descartes e Newton.....365
4.3. Mecanicismo cartesiano e mecânica newtoniana.....378
4.4. Críticas à teoria dos vórtices.....392
4.5. Recepção da teoria newtoniana.....412

CONCLUSÃO.....434

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....444

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo analisar a teoria dos vórtices de Descartes e a teoria da gravitação universal de Isaac Newton. A análise dessas duas teorias visa destacar os aspectos que caracterizam a cartesiana como uma tese mecanicista, no contexto de sua física, e a newtoniana como uma tese propriamente mecânica, também no contexto dessa física. Nesse sentido, os elementos que caracterizam cada uma das teorias serão examinados, de modo a estabelecer quais fatores tornaram possível que a teoria newtoniana se tornasse mais aceita do que a cartesiana, nas perspectivas científica, filosófica e metodológica. Tendo em vista a sucessão da teoria newtoniana em relação à cartesiana, é evidente que se trata de um contexto em que ocorre uma *mudança teórica*. Dessa maneira, os termos teóricos que compõem ambas as teorias, bem como os princípios que as definem, serão decisivos para a compreensão do *status* ontológico de cada uma, bem como os elementos filosóficos gerais que as fundamentam. Ao final de nosso empreendimento, estabeleceremos quais foram os fatores da teoria newtoniana da gravitação que tiveram mais relevância para seu triunfo sobre a cartesiana, de um ponto de vista teórico.

Como é bem conhecido, o século XVII foi importantíssimo para a Filosofia e especialmente para a Ciência. Os filósofos do começo desse século eram formados segundo os fundamentos da tradição peripatética. Ariew e Gabbey (1998, p. 425) destacam que "o peripatetismo, em qualquer forma propedêutica, era o primeiro contato que eles [os filósofos do século XVII] tinham enquanto indivíduos com questões filosóficas e científicas sérias"[1]. Tratava-se de um conjunto rigoroso de doutrinas que apresentava de forma sistemática uma série de explicações para os fenômenos da natureza. Não se deve supor, porém, que havia um conjunto de doutrinas homogêneas. Como apontam esses autores, "[...] alguns filósofos peripatéticos mostravam grande inventividade e flexibilidade em reinterpretar Aristóteles de modo a acomodar elementos da nova filosofia ou os achados da nova ciência"[2] (Ibid., p. 426).

Não obstante, a filosofia peripatética recebeu várias críticas no decorrer do século XVII, assim como já vinha recebendo, especialmente na física, desde o século XIV, com autores como Thomas Bradwardine, Richard Swineshead, dentre outros (Cf. CROMBIE, 1995, vol. 2, pp. 69-71). As explicações escolásticas, que recorriam a noções como qualidades e formas, eram

[1] "Peripateticism, in whatever propaedeutic form, was the earliest contact they had as individuals with serious philosophical and scientific concerns".
[2] "[…] some Peripatetic philosophers showed great inventiveness and flexibility in re-interpreting Aristotle to accommodate elements of the new philosophy or the findings of the new science".

criticadas por serem imprecisas, ou até mesmo vazias. Um dos aspectos que explicam essas críticas foi o surgimento, durante a Renascença, de novas abordagens para o estudo da natureza (Cf. ARIEW; GABBEY, 1998, p. 425). Nesse mesmo contexto no qual o aristotelismo desfrutava de certa primazia, havia também outras formas de filosofia natural que também impactaram a filosofia e a ciência do século XVII, apesar de elas não terem o mesmo *status* institucional. Como notam Ariew e Gabbey (1998, p. 426), os filósofos da natureza de outras vertentes[3] discordavam das explicações aristotélicas para os fenômenos da natureza, pois acreditavam que esta era mais complexa do que supunham. Nesse sentido, eles defendiam que novos recursos deveriam ser empregados para estudá-los, tanto no campo conceitual quanto no experimental. Via-se ainda a necessidade de uma nova concepção cosmológica, posto que desde as últimas décadas do século XVI fenômenos foram observados que contradiziam as teses aristotélicas, como a supernova de 1572 e o cometa de 1577[4].

É nesse contexto que surgem novas formas de fazer filosofia. Um movimento que se destacou foi o que denominaremos aqui de *mecanicismo*, que defendia ser possível explicar as propriedades dos objetos, suas interações e fenômenos da natureza considerando apenas propriedades como o tamanho, o formato e o movimento de partículas que seríamos incapazes de acessar por meio de nossos sentidos[5]. Essas novas filosofias levaram a novas concepções acerca do mundo físico e, além disso, propunham que noções como *corpo* e *espaço*, por exemplo, fossem revisitadas. Os adeptos dessas novas filosofias, embora tivessem diferentes concepções, concordavam que tais noções, como tinham sido apresentadas pelos escolásticos, precisavam ser superadas, mas não havia um consenso sobre como deviam ser redefinidas[6] (Cf. GARBER et al., 1998, p 553).

Umas das questões que era fruto de grande debate nesse contexto era a queda dos corpos. Os escolásticos, seguindo Aristóteles, de modo geral, explicavam esse fenômeno por meio das noções de *levitas* (leveza) e *gravitas* (peso). Segundo essa concepção, um corpo pesado cai em direção ao centro do mundo devido à sua *gravitas*, a causa eficiente para tal movimento[7] (Cf. NADLER, 1998, pp. 517-518 e GUICCIARDINI, 2013, p. 232).

Entre os críticos dessa explicação estava René Descartes. Ele criticava as explicações dos escolásticos, que apelam para noções como qualidades reais e formas substanciais nos

[3] Para citar alguns nomes, aqui estão incluídos, por exemplo, Ficino, Cardano e Telesio. Outros nomes de membros desse grupo podem ser encontrados em ARIEW; GABBEY, 1998, p. 426.
[4] Esses casos são analisados em HILL, 2017, pp. 378-379.
[5] Abordaremos o mecanicismo em mais detalhes no Capítulo 1.
[6] Todo esse contexto de debates filosóficos entre os aristotélicos e os adeptos das novas formas de fazer filosofia será abordado em mais detalhes no Capítulo 1.
[7] Retornaremos a analisar em mais detalhes a explicação da queda dos corpos dos escolásticos no Capítulo 1.

corpos, por serem ineficientes para compreender os fenômenos naturais, como afirma na sua obra *Principia Philosophiae*[8] (Cf. AT, IX-2, Parte IV, art. 198, p. 317)[9]. Descartes não utiliza o termo *gravidade*, mas busca explicar uma série de fenômenos naturais que hoje são associados a ela, como a órbita dos planetas, a órbita da Lua em torno da Terra, a queda dos corpos, dentre outros.

No que diz respeito à explicação dos escolásticos para a queda dos corpos, nas obras onde apresenta sua teoria dos vórtices, Descartes a considera insatisfatória, como se lê na seguinte passagem dos *Princípios*:

> [...] [E]les todos supuseram como Princípio uma coisa que eles não conheceram perfeitamente. Por exemplo, eu não conheço ninguém que não tenha suposto o peso nos corpos terrestres, mas ainda que a experiência nos mostre bem claramente que os corpos que nós chamamos de pesados descem em direção ao centro da terra, nós não conhecemos por ela qual é a natureza disso que chamamos de peso, isto é, a causa ou o Princípio que os fazem descer assim [...][10] (AT, IX-2, Preface, p. 8).

A crítica de Descartes é que dizer que um corpo pesado cai em direção ao centro da Terra porque ele tem a qualidade de ser pesado, no fundo, não explica o fenômeno em questão, posto que é preciso explicitar o que é essa qualidade. Ele também faz observação semelhante na obra *Le Monde*: "[...] Calor, Frieza, Humidade e Secura [...] essas Qualidades me parecem necessitar elas mesmas de explicação; e que, se não me engano, não somente essas quatro Qualidades, mas também todas as outras, e mesmo todas as Formas dos corpos inanimados [...]"[11] (AT, XI, pp. 25-26).

A explicação alternativa apresentada por Descartes é assim resumida por Nadler (1998, p. 524):

---

[8] Doravante, referir-nos-emos a essa obra apenas como *Princípios*.

[9] Para as citações das obras de Descartes, utilizamos a citação padrão 'AT', seguido de volume e página. As passagens dos *Princípios* apresentadas ao longo da tese são traduções da edição francesa da obra. A tradução inglesa dos *Princípios* de V. Miller e R. Miller (DESCARTES, 1982) também é levada em consideração nas nossas traduções das passagens desta obra de Descartes. No caso de outros escritos de Descartes originalmente escritos em latim, utilizamos: a tradução inglesa de John Cottingham, Robert Stoothoff e Dugald Murdoch na obra *The Philosophical Writings of Descartes*, citada como 'CSM', seguido de volume e página; ou o volume três desta mesma obra, que também recebeu a colaboração de Anthony Kenny, citado como 'CSMK', seguido de volume e página.

[10] "[…] ils ont tous supposé pour Principe quelque chose qu'ils n'ont point parfaitement connuë. Par exemple, je n'en sçache aucun qui n'ait supposé la pesanteur dans les corps terrestres; mais encore que l'expérience nous monstre bien clairement que les corps qu'on nomme pesans descendent vers le centre de la terre, nous ne connoissons point pour cela quelle est la nature de ce qu'on nomme pesanteur, c'est à dire de la cause ou du Principe qui les fait ainsi descendre [...]".

[11] "[...] Chaleur, Froideur, Humidité, & Sécheresse [...] ces Qualitez me semblent avoir elles-mesmes besoin d'explication; & que, si je ne me trompe, non seulement ces quatre Qualitez, mais aussi toutes les autres, & mesme toutes les Formes des corps inanimez […]".

> O peso e a gravidade[12] são explicados por meio da ação das partículas que compõem a matéria celestial que envolve a Terra. Os glóbulos desta matéria, na medida em que eles conduzem a Terra em torno de seu centro, sempre se movem para cima e se afastando do centro da Terra. Ao fazê-lo, eles forçam as partículas da matéria terrestre, que têm uma propensão menor de se afastar da Terra, para baixo. Assim, a gravidade de qualquer corpo terrestre é simplesmente aquele ser empurrado para baixo do corpo pela matéria celeste ascendendo imediatamente deslocando-o[13].

A teoria dos vórtices de Descartes[14] teve grande repercussão em sua época. De fato, segundo Charalampous (2019, p. 327), "[...] antes da publicação dos *Principia* de Newton, sua teoria do vórtice dominou a cosmologia contemporânea. No continente, as teorias cartesianas permaneceram fortes por muitos anos depois"[15]. A teoria de Descartes atraiu simpatizantes, mas também sofreu críticas, posto que ela enfrentava certas dificuldades, como a de apresentar uma explicação para as diferenças entre os pesos dos objetos (Cf. CHARALAMPOUS, 2019, p. 327). Muitos de seus defensores tentaram resolver as principais dificuldades, como foi o caso de Christiaan Huygens, Joseph Saurin e Nicolas Malebranche (Cf. AITON, 1959, pp. 31-48 e FERLIN; CHABOT, 2022, pp. 2166-2169), mas era difícil apresentar repostas satisfatórias para alguns argumentos contra a teoria.

Um dos críticos de Descartes foi Isaac Newton[16], que apresentou explicações alternativas para os fenômenos abordados por Descartes, que, posteriormente, seriam relacionados à gravidade, na sua obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*[17]. A concepção de Newton acerca da gravidade nem sempre foi aquela apresentada nos *Principia*. Nadler (1998, p. 542) aponta, por exemplo, que, em 1675, Newton "[...] ofereceu uma explicação de vários efeitos ópticos e outros fenômenos (incluindo o peso) em termos de um éter extremamente rarefeito, mas material, composto de pequenas partículas e que se estendiam ao longo de todo o espaço"[18]. Nos *Principia*, Newton substitui essa concepção pela de uma

---

[12] Como já foi enfatizado, Descartes não utiliza o termo *gravidade.*

[13] "Heaviness and the force of gravity are explained by means of the action of the particles composing the celestial matter that surrounds the earth. The globules of this matter, as they drive the earth around on its centre, always move upwards and away from the centre of the earth. In doing so, they force the particles of the terrestrial matter, which have less of a propensity to move away from the earth, downwards. Thus, the gravity of any terrestrial body is simply that body's being pushed down by the ascending celestial matter immediately displacing it".

[14] Aqui a teoria foi apresentada apenas superficialmente. Existem vários outros fatores envolvidos nela, além de abarcar um conjunto de fenômenos muito maior. Discutiremos esses e outros pormenores no Capítulo 2.

[15] "[…] before the publication of Newton's Principia, his vortex theory dominated contemporary cosmology. On the continent, Cartesian theories stood strong for many years afterwards".

[16] É importante destacar que, apesar de ser crítico de Descartes, Newton é em alguma medida herdeiro dele, sobretudo no que diz respeito aos estudos de dinâmica, apesar de nunca ter reconhecido isso (Cf. HERIVEL, 1962, p. 108). Abordaremos esse ponto mais detidamente no Capítulo 4.

[17] Doravante, referir-nos-emos à obra apenas como *Principia*. As citações desta obra apresentadas ao longo da tese são traduções de passagens da edição inglesa de I. B. Cohen (NEWTON, 1999). Nossas traduções também se amparam na edição portuguesa de J. Resina Rodrigues da mesma obra (NEWTON, 2017).

[18] "[…] offered an explanation of various optical effects and other phenomena (including heaviness) by means of an extremely rarefied but material aether, composed of tiny particles and extended throughout all of space".

força. No *Escólio Geral* dos *Principia*, Newton (1999, p. 943, ênfase do autor) faz as seguintes considerações acerca da gravidade:

> [...] [E]sta força surge de alguma causa que penetra até os centros do Sol e dos planetas sem qualquer diminuição de seu poder de agir, e ela atua não na proporção da quantidade das *superfícies* das partículas sobre as quais atua (como as causas mecânicas costumam fazer), mas na proporção da quantidade da matéria *sólida*, e cuja ação propaga-se para todos os lados até distâncias imensas, sempre diminuindo na razão do quadrado das distâncias[19].

Curiosamente, Newton admite que não foi capaz de deduzir dos fenômenos aquilo que explicaria essas propriedades da gravidade (Ibid., p. 943), como alega ter feito com suas outras descobertas no campo da filosofia experimental. Ele não considera, entretanto, que isso seja um problema. Na sua concepção, "[...] basta que a gravidade exista realmente e atue de acordo com as leis que expusemos e seja suficiente para explicar todos os movimentos dos corpos celestes e de nosso mar"[20] (Ibid., p. 943)[21].

Trata-se, então, de duas concepções distintas que buscam explicar fenômenos da natureza semelhantes. Apesar de ter havido tentativas de conciliá-las (Cf. AITON, 1959, pp. 48-49), o sistema newtoniano desfrutou de maior aceitação em meados do século XVIII (Cf. FERLIN; CHABOT, 2022, p. 2169). Todavia, isso não implica que houve uma rejeição completa da postura cartesiana. Apesar de o modelo cartesiano não ter sido bem-sucedido em sua empreitada, ele inspirou uma nova geração de físicos, como Laplace, a buscar um modelo semelhante, isto é, que acreditavam na possibilidade de explicar a gravidade em termos de uma ação por parte de um éter fluido (Cf. AITON, 1959, p. 49).

Entre os séculos XVII e XVIII ocorreu esse fenômeno de grande interesse para a filosofia da ciência, isto é, uma mudança teórica da proposta cartesiana dos vórtices para a formulação newtoniana da gravitação universal. Enquanto na teoria cartesiana nos deparamos com modelos desprovidos de equações, na teoria newtoniana encontramos uma abordagem quantitativa, destacando-se por ter como fundamento uma matemática sofisticada. Nesse sentido, o caso se destaca também por refletir uma mudança na forma de interpretar os fenômenos da natureza.

---

[19] "[…] this force arises from some cause that penetrates as far as the centers of the sun and planets without any diminution of its power to act, and that acts not in proportion to the quantity of the *surfaces* of the particles on which it acts (as mechanical causes are wont to do) but in proportion to the quantity of *solid* matter, and whose action is extended everywhere to immense distances, always decreasing as the squares of the distances".

[20] "[…] it is enough that gravity really exists and acts according to the laws that we have set forth and is sufficient to explain all the motions of the heavenly bodies and of our sea".

[21] Toda a teoria da gravitação universal de Newton será analisada em mais detalhes no Capítulo 3.

Tendo em vista todo esse contexto, nosso principal objetivo com esta pesquisa é avaliar como ocorreu essa mudança teórica da teoria cartesiana para a teoria da gravitação newtoniana, tendo como pano de fundo essa passagem do mecanicismo para a mecânica nos séculos XVII e XVIII. Nesse sentido, pretendemos enfatizar as dificuldades enfrentadas pela teoria cartesiana e como Newton tentou solucioná-las com a sua. Portanto, almejamos estabelecer quais fatores tiveram maior relevância nesse processo, isto é, em que medida noções como espaço, matéria, massa, leis do movimento, métodos matemáticos etc. contribuíram nesse sentido. Nisso consistirá a contribuição desta tese: o estabelecimento da relevância desses fatores para o processo de mudança teórica. Não temos, porém, o intuito de estudar todos os autores que contribuíram para esse processo, o que está muito além do escopo de nosso trabalho[22]. Antes, restringir-nos-emos a analisar as obras de Descartes e de Newton concernentes à teoria dos vórtices e à teoria da gravitação universal.

De modo a realizar adequadamente essa pesquisa, decidimos dividi-la em quatro capítulos. O Capítulo 1 tem o objetivo de apresentar o contexto filosófico no qual os dois autores estavam inseridos. Nesse sentido, trataremos sobre as diferentes formas de filosofia natural que ganharam proeminência no final do século XVI e no começo do século XVII, destacando principalmente a escolástica aristotélica e o mecanicismo. A forma como esses movimentos filosóficos abordaram problemas relativos ao peso dos corpos, à queda livre e aos sistemas de mundo será o foco principal do capítulo, mas também será necessário discutir outras noções importantes para esse problema, como as relativas ao cosmos e as teorias da matéria. Além disso, o surgimento da noção de leis da natureza será apontado, posto que se trata de um elemento de grande importância tanto no sistema cartesiano quanto no newtoniano. Por fim, o desenvolvimento e a proeminência da matemática neste período serão abordados, tendo em vista que foram fatores marcantes do período e que estão presentes, em maior ou menor medida, nas obras de Descartes e de Newton.

O Capítulo 2 será dedicado à teoria dos vórtices de Descartes. Para analisá-la, será necessário explicitar antes certas noções importantes de sua filosofia, a saber, as de espaço e de matéria, assim como a relação entre ambas. Isso será importante para enquadrar seu mecanicismo. Suas leis da natureza também desempenham papel importante, posto que elas especificam que tipos de movimento são possíveis no Universo, bem como o resultado dos impactos que ocorrem entre as partículas que o constituem. Abordados esses fatores, estaremos em condições de analisar sua teoria e como Descartes a utiliza para explicar uma série de

[22] Para uma discussão detalhada desse processo, confira BORGHERO, 2011 e SHANK, 2008.

fenômenos, com a queda dos corpos, as órbitas dos planetas e de seus satélites e mesmo as marés. Finalmente, o papel da matemática em sua obra será esclarecido, de modo a tornar mais preciso em que medida suas explicações são matemáticas. Mais que isso, buscaremos esclarecer também em que sentido Descartes é um mecanicista.

O Capítulo 3 examinará a teoria da gravitação universal de Newton. Mas para isso será necessário, antes, explicitar certas definições que são apresentadas no início dos *Principia*. Dentre elas, podemos destacar, por exemplo, a noção de *quantidade de matéria*, ou *massa*, central para o sistema newtoniano. Suas leis da natureza também serão apresentadas e analisadas. Um ponto que será bastante enfatizado é o caráter matemático do sistema newtoniano, uma de suas características definidoras, contrastando consideravelmente em relação ao cartesiano. Relacionado a esse ponto, também apontaremos os fatores que caracterizam o sistema newtoniano como propriamente uma mecânica.

No Capítulo 4, realizar-se-á uma comparação dos principais elementos que foram apresentados nos Capítulos 2 e 3. Os conceitos físicos dos dois autores, tais como espaço, quantidade de matéria e movimento, serão comparados no intuito de estabelecer suas distinções, apresentando também as críticas de Newton aos conceitos cartesianos. Distinguiremos os fundamentos das leis da natureza de cada autor, buscando apontar indícios de que as concepções cartesianas contribuíram de alguma forma para Newton elaborar as suas. A comparação do mecanicismo cartesiano com a mecânica newtoniana também será realizada, visando diferenciar tanto os pressupostos metafísicos quanto matemáticos das duas teorias. As críticas de Newton à teoria dos vórtices serão apresentadas, mas também destacaremos em que medida as explicações de sua teoria da gravitação universal estão de acordo com os correspondentes fenômenos físicos. Por fim, uma breve exposição da recepção da teoria newtoniana na Europa, mas especialmente na França, será realizada, enfatizando algumas das principais críticas dos mecanicistas a ela.

Na Conclusão, retomaremos os principais pontos destacados nos Capítulo 4 para podermos, enfim, estabelecer quais foram os principais fatores que fizeram a maioria dos filósofos naturais da segunda metade do século XVIII em diante considerarem a teoria newtoniana como superior à teoria dos vórtices. Em outras palavras, estabeleceremos os principais fatores que fundamentaram a *mudança teórica* da teoria dos vórtices para a teoria da gravitação universal.

CAPÍTULO 1
FILOSOFIA NATURAL E O PROBLEMA DA GRAVITAÇÃO NO INÍCIO DO SÉCULO XVII

1.1. Filosofias naturais escolásticas e mecanicistas

Segundo Nadler (1998, p. 516), várias tradições filosóficas medievais foram influentes na escolástica dos séculos XVI e XVII, mas havia uma maior inclinação para o aristotelismo. Constata-se isso tendo em vista, por exemplo, que "[...] as categorias e o aparato conceitual do sistema peripatético informam profundamente a metafísica, a lógica e a ciência física escolástica"[23] (Ibid., p. 516). De fato, quase todos os filósofos mais conhecidos do século XVII tiveram sua formação intelectual baseada no aristotelismo escolástico[24] (Cf. PYLE, 2018, pp. 410-411).

Para Clemenson (2018, p. 3), o treinamento de filosofia escolástica que os filósofos do século XVII recebiam consistia "[...] na leitura de livros-texto, que geralmente tomavam a forma de comentários das principais obras de Aristóteles. Alguns desses mais influentes livros-texto foram compostos nos séculos XVI e XVII por jesuítas ou por protestantes em débito com suas obras"[25]. Além disso, os peripatéticos dividiam a filosofia em dois grandes grupos: a filosofia especulativa e a filosofia prática. A filosofia especulativa era dividida em outros três ramos, a saber, metafísica, ciências matemáticas e filosofia natural (esta ainda sendo dividida em geral e particular)[26] (Cf. ARIEW; GABBEY, 1998, p. 427).

A filosofia natural tinha como objetivo o estudo do mundo natural. Tratava-se de uma disciplina que teria surgido no período medieval e moderno (Cf. JANIAK, 2018, p. 385). Janiak destaca que ela não era um movimento intelectual, no sentido de que não havia consenso sobre quais eram as técnicas ou os métodos que o filósofo natural deveria empregar. Não obstante, uma concepção bastante comum nesse período era de que a filosofia natural consistia na busca pelas causas do movimento e do repouso na natureza. Como destacam Ariew e Gabbey (1998, p. 428):

---

[23] "[…] the categories and conceptual apparatus of the Peripatetic system deeply inform later scholastic metaphysics, logic, and physical science".
[24] Pyle (2018, p. 440) aponta Spinoza como sendo uma exceção.
[25] "[…] on the reading of textbooks, which usually took the form of commentaries on Aristotle's major works. Some of the most influential of these textbooks were composed in the sixteenth and seventeenth centuries by Jesuits or by Protestants indebted to their works".
[26] Ariew e Gabbey (1998, pp. 426-428) apresentam um bom estudo sobre a divisão da filosofia na tradição peripatética.

> A concepção básica da filosofia natural como a busca pelas causas da mudança, como quer que seja interpretada por filósofos individuais ou escolas, era compartilhada por todos, de qualquer selo filosófico, e não mudou significativamente durante o começo do período moderno[27].

Nesse sentido, os filósofos da natureza, e mesmo aqueles que não estavam propriamente circunscritos na tradição peripatética (Cf. ARIEW; GABBEY, 1998, p. 428), concordavam em relação ao domínio de tópicos de interesse a serem estudados.

Ariew e Gabbey (1998, p. 427) alegam que a filosofia natural também poderia ser definida como "[...] a ciência das coisas naturais, lidando com as capacidades dos corpos naturais de exercer uma ação e de sofrer uma ação, e com suas ações, qualidades e propriedades associadas"[28]. Contudo, é importante observar que, apesar de seu objeto de estudo ser direcionado ao mundo natural, a filosofia natural não poderia ser classificada como uma *ciência natural*, como definimos essa expressão atualmente, posto que ela também fazia uso da metafísica, epistemologia e teologia, no sentido de apontar Deus como a causa de certos fenômenos (Cf. JANIAK, 2018, p. 386). Por outro lado, também não se pode atribuir à filosofia natural o *status* de uma metafísica ou de uma teologia, como alguns de seus adeptos defendiam (Cf. Ibid., p. 386). No que diz respeito à diferença entre teologia e filosofia natural, Janiak (2018, p. 386) faz a seguinte distinção: "a discussão do teólogo acerca do divino é frequentemente guiada pela fé e é sempre guiada por uma interpretação da Escritura, especialmente a Bíblia. Em contraste, a discussão do filósofo natural acerca do divino é centrada no livro da natureza [...]"[29]. Além disso, é preciso ter em mente que a teologia era concebida de outra forma no século XVII, como Janiak (Ibid., p. 400) aponta:

> [U]m texto [...] era teológico se seu tratamento do divino fosse amplamente, ou completamente, baseado em uma leitura de certos textos específicos, especialmente a Bíblia e os escritos dos profetas. Ou poderia ser teológico em virtude de se fazer referência específica à fé ou às crenças expressas no que nós podemos agora chamar de uma tradição particular de fé[30].

---

[27] "The basic conception of natural philosophy as the search for the causes of change, however interpreted by individual philosophers or schools, was shared by everyone, of whatever philosophical stamp, and did not change significantly during the early modern period".

[28] "[...] the science of natural things, dealing with the capacities of natural bodies to act and be acted on, and with their associated actions, qualities, and properties".

[29] "The theologian's discussion of the divine is often guided by faith, and is always guided by an interpretation of Scripture, especially the Bible. In contrast, the natural philosopher's discussion of the divine is centered on the book of nature […]".

[30] "a text […] was theological if its treatment of the divine was largely, or entirely, based on a reading of certain specific texts, especially the Bible and the writings of the prophets. Or it could be theological by virtue of making specific reference to faith, or to the beliefs expressed in what we might now call a particular faith tradition".

Um texto de filosofia natural se distinguia de um teológico ao abordar questões relativas ao divino ao estudar a natureza como obra de Deus ou abordando Deus como uma causa primeira, mas sem abordar temas relacionados à fé ou às escrituras sagradas (Cf. Ibid, p. 400). Em todo caso, a distinção entre teologia e filosofia natural foi um tema bastante debatido no decorrer do século XVII[31].

No que diz respeito à distinção da filosofia natural em relação à metafísica, apesar de esta ter sido entendida de várias maneiras durante o século XVII, em qualquer uma dessas concepções, a filosofia natural se distingue dela ao restringir seu objeto de estudo unicamente à natureza e aos seres naturais, como pedras, animais e astros.

Na escolástica dos séculos XVI e XVII, uma das doutrinas aristotélicas que mais tem força entre seus adeptos é aquela referente à noção de substância. De forma sucinta, essa doutrina estabelece que todo objeto individual ou ser vivo é composto de uma matéria e de uma forma substancial. É a partir da forma substancial que se adquire suas características essenciais, ou seja, a forma substancial é a fonte para todas as propriedades e poderes de um corpo natural.

A doutrina aristotélica dos quatro elementos e suas qualidades primárias correspondentes também tinha bastante força entre os escolásticos. Eles, porém, fizeram alguns acréscimos à doutrina.

> Eles foram explícitos [...] em adicionar às quatro qualidades sensíveis primárias de Aristóteles (calor, frieza, umidade, secura) duas qualidades motrizes primárias (*qualitates motrices*): peso (*gravitas*) e leveza (*levitas*). Mais que isso, eles concederam maior importância a tais qualidades nas explicações dos fenômenos naturais e expandiram seu número além das primárias originais. Todas foram transformadas no que passou a ser conhecido como ‘qualidades reais’ e ‘virtudes’ (ou, por vezes, ‘formas acidentais’)[32] (NADLER, 1998, pp. 516-517).

Com essas mudanças, a posse de certa qualidade passou a ser considerada um componente determinante nas explicações para certas propriedades de um corpo. Consequentemente, as ditas “qualidades reais”, isto é, a propriedade observável para qual deveria se apresentar uma explicação, pertenciam ou derivavam da forma substancial do corpo em questão. Mais que isso, essas qualidades podiam ser separadas e até transferidas de um corpo para outro.

---

[31] Janiak (2018, pp. 400-404) discute em mais detalhes esse ponto.

[32] “They were explicit […] in adding to Aristotle's four primary sensible qualities (heat, coldness, moisture, dryness) two primary motive qualities *(qualitates motrices):* heaviness *(gravitas)* and lightness *(levitas)*. Moreover, they accorded increased importance to such qualities in explanations of natural phenomena and expanded their number beyond the original primary ones. All were transformed into what became known as 'real qualities' and 'virtues' (or, sometimes, 'accidental forms')”.

> Em geral, uma distinção é defendida entre a forma substancial responsável pela unidade e pelas propriedades essenciais ou 'espécies características' gerais do objeto e as qualidades reais imediatamente responsáveis por suas propriedades não essenciais particulares ou individualizantes acidentais [...][33] (Ibid., p. 517).

As qualidades reais são as causas eficientes de seus respectivos efeitos. Por exemplo, a qualidade real *calor* gera a sensação de aquecimento em um corpo. Sendo assim, uma explicação precisaria apontar, por um lado, para a forma ou a essência do corpo em questão e, por outro lado, para as qualidades reais dele. As qualidades reais, por sua vez, eram irredutíveis, ou seja, não podiam ser analisadas.

Apesar de a filosofia peripatética desfrutar de certa primazia, ela recebeu várias críticas no decorrer do século XVII, sobretudo no que diz respeito às suas explicações em termos de formas e qualidades. Nas palavras de Nadler (1998, p. 518), "[...] filósofos e cientistas acusavam os partidários da filosofia natural peripatética de oferecer explicações triviais, vagas e vazias"[34]. Alguns deles apontavam que o próprio princípio utilizado nas explicações apresentadas pelos peripatéticos precisava de explicação (Cf. Ibid., pp. 518-519).

Para seus críticos, a filosofia natural peripatética era incapaz de proporcionar esquemas explanatórios adequados para o estudo dos fenômenos naturais. Como aponta Nadler (1998, p. 519), os peripatéticos tinham uma grande variedade de categorias para descrever os fenômenos da natureza[35], mas, para seus críticos, elas eram excessivamente complexas, além de não terem utilidade para explicar os fenômenos em questão. Essa percepção de que a filosofia natural peripatética era excessivamente complexa e não era capaz de apresentar explicações satisfatórias para os fenômenos da natureza motivou certos filósofos a buscarem outro tipo de explicação para esses fenômenos.

Um dos aspectos que explicam essas críticas foi o surgimento, durante a Renascença, de novas abordagens para o estudo da natureza (Cf. ARIEW; GABBEY, 1998, p. 425). Ou seja, havia, nesse período, outras formas de filosofia natural que também impactaram a filosofia e a ciência do século XVII, apesar de elas não terem o mesmo *status* institucional. Além da grande influência do naturalismo da Renascença, também foram influentes no período o

---

[33] "In general, a distinction is maintained between the substantial form responsible for the unity and essential properties or general 'species characteristics' of the object and the real qualities immediately responsible for its particular non-essential or accidental individualising properties […]".

[34] "[...] philosophers and scientists accused the partisans of Peripatetic natural philosophy of offering trivial, vague, and empty explanations".

[35] Exemplos dessas categorias são mencionados em NADLER, 1998, p. 519.

platonismo e o ocultismo, devendo-se destacar ainda o forte interesse pelo atomismo no final do século XVI e começo do XVII.

Como as obras de Aristóteles estavam na base curricular daqueles que se interessavam por filosofia na Europa durante a Idade Média, o atomismo de Demócrito nunca foi totalmente esquecido, posto que em suas obras, como a *Física* ou a *Da Geração e da Corrupção*, Aristóteles faz objeções a essa doutrina. Não obstante, o conhecimento acerca do atomismo durante esse período era fragmentário. Esse cenário começou a mudar no século XV, com a publicação em latim de obras de Diôgenes Laêrtios e de Lucrécio (Cf. PYLE, 2018, p. 424). A publicação da obra *De Rerum Natura* de Lucrécio foi especialmente importante por ter apresentado aos filósofos do século XV um sistema de filosofia natural que servia de alternativa ao de Aristóteles. Assim, alguns filósofos, tais como Giordano Bruno (1548–1600) e Thomas Hariot (1560-1621), passaram a defender alguma versão de atomismo, de modo que, por volta de 1600, o atomismo, seja de inspiração epicurista ou aquele associado a Demócrito, passou a ser considerado uma opção viável de filosofia natural[36] (Cf. Ibid., p. 424).

Essas diferentes vertentes acarretaram novas concepções acerca do mundo físico, de modo que noções como corpo, espaço e lugar passaram a ser revistas. Os filósofos da natureza de outras vertentes[37] que discordavam (ao menos em parte) das explicações aristotélicas para os fenômenos da natureza, acreditavam que essas noções como tinham sido apresentadas precisavam ser superadas, além de defenderem que novos recursos deveriam ser empregados para estudar os fenômenos da natureza, tanto no campo conceitual quanto no experimental. Não obstante, não havia um consenso sobre como aquelas noções deviam ser redefinidas (Cf. GARBER et al., 1998, p 553). Os atomistas, por exemplo, não tinham uma alternativa unificada (Cf. Ibid., p. 554).

As críticas tornavam clara a necessidade de um novo tipo de explicação. Esta deveria ser causal e simples, porém não trivial, de modo que, ao estudar um determinado fenômeno, dever-se-ia especificar não apenas o *porquê* de ele ocorrer daquele modo, mas também *como*. Alguns filósofos acreditavam que esse tipo de explicação deveria se apoiar nas noções de matéria e movimento, de tal maneira que fenômenos tão diversos como as cores, a solidez e

[36] Entretanto, a doutrina enfrentava o obstáculo de ser associada ao ateísmo, tendo em vista certas crenças defendidas pela vertente epicurista, como, por exemplo, a negação de que deuses tivessem criado nosso mundo ou a negação da imortalidade da alma. Essas questões foram abordadas por Pierre Gassendi, no intuito de desvencilhar o atomismo das alegações de ateísmo. Pyle (2018, pp. 424-427) proporciona mais informações dobre o atomismo de Gassendi e como ele o defende.

[37] Para citar alguns nomes, aqui estão incluídos, por exemplo, Marsílio Ficino (1433-1499), Girolamo Cardano (1501-1576) e Bernardino Telesio (1509-1588). Outros nomes de membros desse grupo podem ser encontrados em ARIEW; GABBEY, 1998, p. 426.

mesmo a gravidade poderiam ser explicados nesses termos. Os filósofos que defendiam tal concepção ficaram conhecidos como *mecanicistas*.

A expressão "filosofia mecanicista" (*mechanical philosophy*, em inglês) já havia sido utilizada anteriormente, mas foi Robert Boyle o primeiro a utilizar essa expressão para indicar o programa que tinha o objetivo de explicar todos os fenômenos da natureza fazendo uso somente das noções de matéria e de movimento (Cf. ROUX, 2018, p. 26). Boyle tinha cunhado essa expressão para fazer referência ao programa que tanto Descartes quanto Gassendi compartilhavam[38]. Apesar de suas diferenças, Boyle defendia que ambos os filósofos estavam comprometidos com a crença de que todos os fenômenos da natureza poderiam ser deduzidos a partir da matéria e do movimento local e com a defesa da religião cristã (Cf. Ibid., p. 27). Roux aponta que Boyle considerou várias expressões que pudessem designar esse programa de Descartes e Gassendi.

> Mas seus termos mais comuns são "a filosofia (ou hipótese) corpuscular (ou corpuscullariana)" e "a filosofia (ou hipótese) mecanicista", o primeiro enfatizando o tipo de entidades que aparecem nas explicações (corpúsculos), o segundo, o tipo de atividades nas quais essas entidades estão engajadas (movimentos)[39] (Ibid., p. 27).

Essas duas expressões também foram as mais aceitas entre os filósofos do século XVII. Embora eles indicassem o novo programa ontológico por "filosofia mecanicista" e "filosofia corpuscular", nem sempre essas expressões tinham as mesmas conotações. De fato, a variedade de conotações foi tal que a expressão "filosofia mecanicista" passou a se referir não apenas ao programa ontológico, mas também a vários outros programas associados à busca por desbancar a filosofia natural aristotélica e ao desenvolvimento das novas ciências (Cf. Ibid., p. 30).

De fato, Roux (2018, p. 34) observa que:

> A filosofia mecanicista era uma reação contra a filosofia natural aristotélica e várias filosofias naturais da Renascença traçando uma distinção expressiva entre seres artificiais e naturais; contra elas, a filosofia mecanicista insistia na homogeneidade da natureza e na universalidade de suas leis[40].

---

[38] É importante deixar claro que não estamos estabelecendo aqui uma equivalência entre os programas desses filósofos. Existem diferenças importantes tanto entre seus mecanicismos quanto entre seus corpuscularismos. Por exemplo, embora tanto Descartes quanto Boyle rejeitem as formas substanciais aristotélicas, eles divergem significativamente em relação à aceitação (ou não) do vazio, ao estatuto das leis da natureza, ao papel da teologia natural e à concepção da matéria.

[39] "But his most common terms are 'the corpuscular (or corpuscularian) philosophy (or hypothesis)' and 'the mechanical philosophy (or hypothesis),' the first emphasizing the kind of entities that appear in explanations (corpuscles), the second the kind of activities that these entities are engaged in (motions)".

[40] "The mechanical philosophy was a reaction against Aristotelian natural philosophy and various Renaissance natural philosophies drawing a sharp distinction between artificial and natural beings; against them, the mechanical philosophy insisted on the homogeneity of nature and on the universality of its laws".

Boyle chegou a identificar oito princípios constitutivos do programa mecanicista (Cf. Ibid., pp. 27-28). Não obstante, Roux (2018, p. 29) defende que a rejeição da ontologia aristotélica era o único desses princípios estabelecidos que todos os filósofos mecanicistas do período seguiam. Boyle não criou esse programa ontológico, mas ele foi um dos primeiros autores a propor um programa comum para seus simpatizantes, desconsiderando as diferenças entre Descartes e Gassendi (Cf. Ibid., p. 29).

Roux (2018, pp. 29-30) distingue três tipos de explicação mecanicista, tendo em vista o aspecto da explicação que tem mais importância: as explicações "corpusculares", nas quais as propriedades dos corpúsculos são mais importantes; as explicações "nomológicas", nas quais leis da natureza desempenham papel mais importante; e as explicações "estruturais", nas quais o mais importante era apresentar as interações causais das partes de estruturas complexas.

Ao se discutir o mecanicismo, é importante fazer uma distinção entre sua ontologia e suas explicações, dado que elas tiveram relevâncias distintas.

> A ontologia mecanicista era crucial para as primeiras ciências modernas porque ela preliminarmente excluía as doutrinas aristotélica e renascentistas que pareciam ser incompatíveis com a decomposição e a localização. Mas, quando o assunto em questão era a explicação de fenômenos específicos, mesmo Descartes, o arquimecanicista, fez da busca por mecanismos particulares o foco primário; e, depois dele, os filósofos naturais ou físicos não hesitaram em procurar por mecanismos sem estarem comprometidos com a ontologia mecanicista[41] (Ibid., pp. 41-42).

Mas o que exatamente defendiam os mecanicistas? Uma maneira de apresentar a visão de mundo dos mecanicistas é a seguinte:

> Os mecanicistas tendiam a ver o mundo como uma grande máquina, em analogia com um relógio, por exemplo, e tentavam explicar as propriedades manifestas das coisas em termos de tamanho, formato e movimento das partículas insensíveis que eram assumidas como as compondo[42] (GARBER et al., 1998, p. 553).

Nadler (1998, p. 520), por sua vez, define da seguinte forma a concepção dos mecanicistas:

---

[41] "The mechanical ontology was crucial to the early modern sciences because it preliminarily excluded Aristotelian and Renaissance doctrines that seemed to be incompatible with decomposition and localization. But, when the matter at hand was the explanation of specific phenomena, even Descartes the arch-mechanist made the search for particular mechanisms the primary focus; and, after him, natural philosophers or physicians did not hesitate to search for mechanisms without being committed to a mechanical ontology".

[42] "Mechanists tended to see the world as a great machine, on an analogy with a clock, for example, and tried to explain the manifest properties of things in terms of the size, shape, and motion of the insensible particles that were taken to compose them".

> O programa mecanicista tinha como premissa a alegação de que todos os fenômenos naturais, não importa o quão complexos, todas as propriedades sensíveis e insensíveis e os comportamentos dos corpos podem ser causalmente explicados em termos do arranjo e do movimento (ou repouso) de partículas insensíveis minúsculas de matéria (corpúsculos), cada uma das quais sendo caracterizada exclusivamente por certas propriedades fundamentais e irredutíveis – formato, tamanho e impenetrabilidade[43].

As explicações mecanicistas, então, tinham um destacado caráter causal e estrutural, no sentido de que os fenômenos eram explicados através dos corpúsculos que os constituíam (isto é, sua estrutura), que, por sua vez, *causavam* as propriedades ou o comportamento do fenômeno em questão, sendo ainda comum explicar essa ligação entre os corpúsculos e o fenômeno por meio de leis da natureza. Um ponto que talvez pudesse tornar as explicações mecanicistas menos atraentes é a alegação de que as partículas das quais os fenômenos são compostos serem inobserváveis.

> A não observabilidade *de facto* do próprio mecanismo causal e a em princípio não observabilidade de sua eficácia causal significavam que o melhor que alguém pode fazer é postular sua existência e composição, demonstrar sua plausibilidade inicial e então mostrar por que ela é preferível a (isto é, mais provável do que) qualquer outra explicação possível[44] (Ibid., pp. 520-521).

Nadler (1998, p. 521) também aponta que há duas pressuposições sobre a natureza que as explicações mecanicistas assumem: que, no que diz respeito ao âmbito material, ela é homogênea; e que ela é uniforme em suas operações. A primeira pressuposição é uma decorrência da alegação de que as partículas às quais não temos acesso não são materialmente diferentes dos objetos e corpos que elas compõem. A segunda pressuposição decorre da crença de que as mesmas leis que governam os corpúsculos também governam os corpos ou os objetos que eles compõem.

Ao defender uma uniformidade no âmbito microscópico e no âmbito macroscópico, os mecanicistas podiam apresentar explicações cujos modelos empregados no âmbito macroscópico também poderiam ser empregados para os fenômenos do âmbito microscópico. Como comenta Nadler (1998, pp. 521-522), "tal representação, ou mesmo reprodução, de estrutura explanatória invisível e conexão causal no nível observacional permitiu maior

---

[43] "The mechanistic programme was premised on the claim that all natural phenomena, no matter how complex, all the sensible and insensible properties and behaviours of bodies, can be causally explained in terms of the arrangement and motion (or rest) of minute, insensible particles of matter (corpuscles), each of which is characterised exclusively by certain fundamental and irreducible properties — shape, size, and impenetrability".

[44] "The *de facto* unobservability of the causal mechanism itself and the in principle unobservability of its causal efficacy mean that the best one can do is postulate its existence and composition, demonstrate its initial plausibility, and then show why it is preferable to (i.e., more likely than) any other possible explanation".

perspicuidade na explicação, posto que apelo era geralmente feito a noções e mecanismos familiares e bem-conhecidos”[45].

Nadler (1998, p. 522) também observa que se acreditava que essa abordagem “[...] permitia maior poder preditivo e conjecturas mais frutíferas em relação a causas imperceptíveis”[46]. Como se tratava de apresentar uma explicação para um mecanismo ao qual não se podia ter acesso pelos sentidos, não se podia negar o caráter hipotético de tal empreendimento. Entretanto, como se tinha um conhecimento acerca das máquinas, isto é, dos mecanismos que as faziam funcionar, e esse conhecimento era adquirido através dos sentidos, tal analogia tinha certo grau de confiabilidade.

Dado o caráter hipotético das explicações mecanicistas, os mecanismos e operações que não eram passíveis de observação, aos quais se fazia alusão nas explicações, só poderiam ser considerados como hipóteses amparadas em observações e em conformidade com certos princípios e leis da natureza (Cf. Ibid., p. 525). No século XVII, com avanços no estudo da probabilidade, os mecanicistas passam a ter em mãos um meio de expressar o grau de certeza de suas hipóteses.

Não obstante, mesmo suas explicações tendo um caráter claramente hipotético, eles ainda defendiam que suas explicações eram corretas (Cf. Ibid., p. 526). Nadler (1998, p. 526) aponta para dois fatores que poderiam explicar essa alegação. O primeiro deles seria a possibilidade de os mecanicistas cartesianos terem escolhido seguir o ideal de que suas declarações são certas e demonstráveis, apesar de não ser claro se Descartes realmente acreditava que esse ideal poderia ser alcançado na prática. O segundo fator seria a necessidade inerente de um caráter hipotético para o mecanicismo, dadas sua ontologia e sua metodologia. Nadler (1998, p. 526) considera ainda uma terceira possibilidade que explicaria por que os cartesianos defendem que suas explicações eram certas. Segundo ela, eles faziam isso para não serem acusados de oferecerem apenas conjecturas arbitrárias sobre causas às quais não podemos ter acesso.

Um ponto de divergência entre os mecanicistas era o apelo às causas finais em suas explicações. Existiam aqueles que o defendiam (como era o caso de Boyle) e aqueles que o rejeitavam (como era o caso de Descartes)[47]. Existiam diferentes motivos para alguns mecanicistas defenderem o recurso às causas finais. Boyle, por exemplo, acreditava, segundo

[45] “Such representation, or even reproduction, of invisible explanatory structure and causal connexion at the observable level allowed for greater perspicuity in explanation, since appeal was generally made to familiar and well-understood notions and mechanisms”.
[46] “[…] allowed for greater predictive power and more fruitful conjectures regarding imperceptible causes”.
[47] Nadler (1998, pp. 529-531) discute sobre o debate acerca das causas finais entre os mecanicistas.

Nadler (1998, p. 530), que o entendimento completo das estruturas e das operações dos seres, sejam eles animados ou inanimados, exigia a consideração da finalidade de tais estruturas que teria sido estabelecida por Deus. Leibniz, por sua vez, ressalta a importância de considerar os propósitos de Deus na investigação de fenômenos da natureza, que fundamentam as leis da natureza (Cf. Ibid., pp. 530-531).

Certas características associadas ao mecanicismo já estavam presentes em doutrinas anteriores àquelas do século XVII. Na verdade, já com os atomistas gregos percebe-se algumas delas. Popa (2018, p. 15), por exemplo, destaca o entendimento que os atomistas tinham acerca da causalidade, que era "[...] baseado em suposições sobre a natureza de partículas sólidas, suas colisões (*plēgai*) e vibração (*palmos*) e seus entrelaçamentos [...]"[48]. Mais que isso, Popa (2018, p. 15) chega a sugerir que, "[...] mesmo no período clássico, as explicações de Demócrito eram consideradas 'mecanicistas', no sentido de uma congregação de partes (de átomos e de coleções estruturadas de átomos) e suas atividades poderiam produzir um fenômeno observável"[49].

A influência do atomismo de Demócrito para a posteridade, tenha sido ela direta ou indireta, foi notável, especialmente sobre os epicuristas e Gassendi. No caso dos epicuristas, eles fizeram algumas contribuições para uma interpretação atomista do cosmos. Semelhanças com as teses mecanicistas do século XVII também são encontradas entre os epicuristas, que defendiam que "[...] todos os fenômenos [...] são explicáveis através das relações causais entre e dentro dos vastos domínios da natureza, e são redutíveis a interações entre indivisíveis e às 'leis' que governam seu comportamento"[50] (Ibid., pp. 16-17).

Popa defende que mesmo no caso de Aristóteles, que era crítico ao atomismo, são encontrados em suas obras alguns aspectos semelhantes ao do mecanicismo. Por exemplo, na sua obra *Meteorologia*, ele explica certos fenômenos, como a chuva, o arco-íris e a formação de minerais, através da natureza inerente e interação de duas exalações (*anathumiaseis*) presentes na região sublunar[51]. O comportamento dessas exalações é descrito em termos mecânicos.

> O comportamento dos dois tipos de exalação constitui um mecanicismo não apenas por causa da natureza de suas analogias com vários artefatos, mas também e

[48] "[…] based on assumptions about the nature of solid particles, their collisions (*plēgai*) and vibration (*palmos*), and their entanglements […]".
[49] "[…] even in classical times Democritean explanations were deemed 'mechanistic' in the sense that an organized assemblage of parts (of atoms and of structured collections of atoms) and its activities could produce an observable phenomenon".
[50] "[...] all phenomena […] are explainable through the causal relations between and within the vast realms of nature, and are reducible to interactions between indivisibles and to the 'laws' that govern their behavior".
[51] Segundo Pellegrin (2010, p. 62 apud SIMON; REZENDE, 2018, p. 243), "os termos 'supralunar' e 'sublunar' são uma criação dos comentadores: Aristóteles fala da região 'de cima' e da região 'daqui'".

> principalmente por causa de sua explícita e consistente confiança no que mais tarde tornar-se-ão elementos centrais da mecânica, incluindo a balística e a pneumática [...][52] (Ibid., p. 18).

No âmbito da biologia, Aristóteles faz uma série de analogias dos movimentos dos animais com mecanismos, entretanto Popa destaca a ambivalência delas.

> Elas podem chamar atenção para a relação entre um ímpeto original e o automovimento e para as funções e interações entre as partes de um organismo, mas elas também podem ser enganadoras na medida em que modelos baseados em processos mecânicos só comunicam parte da história [...][53] (Ibid., p. 20).

Um caso curioso é o da obra *Mēchanika*[54] (em grego; na versão latina, *Mechanica*, ou ainda *Quaestiones Mechanicae*). Segundo Hattab (2005, p. 99), nos séculos XVI e XVII, atribuía-se a autoria desta obra a Aristóteles, mas hoje acredita-se que se trata de uma obra dos séculos IV e III AEC[55], proveniente do *Liceu*, mas não de Aristóteles. A autoria dela é incerta, apesar de estar incluída no *corpus* aristotélico. Não obstante, ela é compatível com a filosofia natural aristotélica. Ela merece destaque, dentre outros motivos[56], porque nela se encontram explicações geométricas para fenômenos físicos, além de ser uma tentativa prematura de explicar teoricamente o que é essencialmente um mecanismo particular, a saber, a alavanca (Cf. POPA, 2018, p. 20). Ela também assume que a mecânica seja dependente da matemática.

No que diz respeito a referências antigas envolvendo analogias com tecnologias, Popa (2018, p. 21) aponta que as mais comuns eram aquelas relacionadas com a natureza do cosmos e com organismos vivos, no tocante às suas funções, estruturas, geração etc. Além disso, ele destaca que tais analogias se tornaram mais frequentes nos períodos helenístico e romano, com os progressos tecnológicos que neles ocorreram (Ibid., p. 21).

Um exemplo de obra que faz analogias com tecnologias é a *Sobre o Cosmos*, atribuída a Aristóteles[57], que trata sobre a estrutura dos céus, das regiões da Terra e da relação desta com aquele que a mantém. Nela, encontra-se uma analogia do Universo com um pedaço de maquinaria e outra analogia também do universo com uma marionete (Cf. Ibid., p. 22). Também

---

[52] "The behavior of the two sorts of exhalation constitutes a mechanism not just because of the nature of his analogies with various artifacts, but also and principally because of his explicit and consistent reliance on what will later become core elements of mechanics, including ballistics and pneumatics […]".

[53] "They can call attention to the relation between an original impetus and self-motion and to the functions of and interactions between the parts of an organism, but they can also be misleading in so far as models based on mechanical processes only convey part of the story […]".

[54] Doravante, referir-nos-emos a essa obra como *Mecânica*.

[55] Isto é, Antes da Era Comum.

[56] Voltaremos a tratar da importância da *Mecânica* no Capítulo 2.

[57] Popa (2018, p. 21) aponta que é improvável que Aristóteles seja seu autor, posto que se estima que ela foi escrita provavelmente em algum momento do século I EC.

vale notar que essa obra apresenta "[...] o quadro de um mundo que, enquanto imbuído com racionalidade divina, é capaz de produzir seus próprios fenômenos, mesmo se as longas e complexas correntes causais por trás deles levem, em última instância, para além da própria natureza"[58] (Ibid., p. 22).

Esses casos aqui apresentados não podem ser considerados como mecanicismos nos mesmos termos do século XVII, mas neles são encontradas tentativas de explicar causalmente eventos naturais por meio da interação das partes de um sistema natural e suas atividades inerentes (Cf. Ibid., p. 22). Popa (2018, p. 23) destaca três pontos em comum que as explicações desses autores mencionados visavam esclarecer:

> (1) [A] relação entre um impulso original e uma atividade genuína ou aparentemente autônoma, seja no caso de organismos individuais ou de autômatos ou mesmo do cosmos inteiro (cuja ordem é assegurada remotamente por uma divindade transcendente); (2) implicitamente, a transmissão e persistência da força impressa por aquele ímpeto com um grau maior ou menor de precisão; e (3) a interação entre as partes: partículas materiais mínimas e agregados de partículas, massas contínuas de exalação, esferas celestiais e os constituintes materiais do mundo sublunar – tudo isso sob condições que dependem de processos mecânicos (prenunciando ou seguindo princípios centrais na balística e na pneumática)[59].

Voltando para o século XVII, apesar de ser uma doutrina influente, o mecanicismo também sofreu críticas. Nadler (1998, pp. 531-536) aponta para dois aspectos principais para os quais as críticas eram direcionadas. O primeiro diz respeito ao limite do mecanicismo, isto é, o que a doutrina poderia explicar. Enquanto os mecanicistas acreditavam que todos os fenômenos poderiam ser explicados segundo os princípios já mencionados dessa doutrina, seus críticos alegavam que havia fenômenos que não podem ser explicados somente nesses termos.

Exemplos desses fenômenos são os fenômenos mentais. Como as explicações mecanicistas eram apresentadas em termos de matéria e movimento, o contato era um elemento importante nelas. Daí surge o seguinte problema apontado por Nadler (1998, 532, ênfase do autor): "como a mente é imaterial e não extensa, ela não pode vir a ter contato local com um corpo material extenso. Isso pareceria descartar qualquer tipo de interação causal de uma

---

[58] "[…] the picture of a world that, while imbued with divine rationality, is capable of producing its own phenomena, even if the long and complex causal chains behind them lead ultimately beyond nature itself".

[59] "(1) The relation between some original impulse and genuinely or apparently autonomous activity either in the case of individual organisms or of automata or even of the entire cosmos (whose order is ensured remotely by a transcendent divinity); (2) implicitly, the transmission and persistence of the force impressed by that impetus with a higher or lower degree of accuracy; and (3) the interaction between parts: minimal material particles and aggregates of particles, continuous masses of exhalations, celestial spheres and the material constituents of the sublunary world — all this under conditions that hinge on mechanical processes (foreshadowing or following central tenets in ballistics and pneumatics)".

natureza *mecânica* entre a mente e o corpo [...]"[60]. Além disso, o mecanicismo também enfrentava uma série de dificuldades no âmbito da biologia, como é caso de explicar a origem da vida ou mesmo da concepção dela.

Os princípios do mecanicismo também eram criticados, por alguns, por não serem capazes sequer de apresentar explicações satisfatórias para fenômenos que envolviam somente corpos inanimados (Cf. Ibid., pp. 533-536). Para esses críticos, era necessário existir algum princípio imaterial ativo para guiar de alguma forma os movimentos da matéria, pois, se a natureza seguisse apenas os princípios do mecanicismo como tinham sido estabelecidos, então seus fenômenos não ocorreriam como ocorrem (Cf. Ibid., p. 534).

É preciso deixar claro também que o que se convencionou a chamar de *mecanicismo* não era um movimento intelectual unificado. Segundo Roux (2018, p. 31), a partir dos anos 1990, a categoria da filosofia mecanicista foi desmistificada de um ponto de vista histórico. Há uma série de razões para isso, segundo a autora. O ambiente intelectual do século XVII, por assim dizer, era muito mais complexo do que a interpretação do programa de filosofia mecanicista como principal alternativa para o aristotelismo vigente. Muitos dos grandes filósofos ditos mecanicistas tinham um grande débito para com os escolásticos, embora os criticassem. De fato, as doutrinas dos escolásticos foram importantes para proporcionar um ponto de partida. Nas palavras de Pyle (2018, p. 411), "[...] os escolásticos proporcionaram um enquadramento de termos técnicos, conjunto de questões e estoque de argumentos que poderiam ser reimplantados pelos novos filósofos"[61]. Pyle (2018, p. 411) aponta, por exemplo, para a importância das noções escolásticas de *potencialidade* e *atualidade* no debate acerca da preexistência (ou não) de partes de algo material. Além disso, alguns filósofos defendiam teses complexas ao ponto de ser difícil estabelecer se elas eram mecanicistas ou não (Cf. ROUX, 2018, p. 31). Havia ainda a influência de filosofias herméticas, mágicas e da própria alquimia. Mais que isso, Roux (2018, pp. 31-32) destaca que "[...] a primeira geração dos assim chamados filósofos mecanicistas não se identificavam como pertencendo a um programa comum, mas antes como competidores na busca por novas filosofias com o objetivo de substituir a filosofia das escolas"[62].

---

[60] "Since the mind is immaterial and unextended, it cannot come into local contact with an extended material body. This would seem to rule out any kind of causal interaction of a *mechanical* nature between mind and body […]".
[61] "[…] the Scholastics provided a framework of technical terms, of set questions, and of stock arguments that could be redeployed by the new philosophers".
[62] "[…] the first generation of the so-called mechanical philosophers did not identify themselves as belonging to a common program, but rather as competitors in the search for new philosophies intended to replace the philosophy of the schools".

Em todo caso, era em meio a essas várias discussões que Descartes estava inserido. E, de modo a podermos compreender sua teoria dos vórtices, é preciso focar especificamente alguns pontos que estavam sendo discutidos nesse período. Sendo assim, passaremos agora a voltar nossa atenção para as discussões relativas ao *cosmos*, às teorias da matéria e à noção de leis da natureza, assim como destacar a importância que a matemática passou a ter no século XVII, além de apresentar as explicações deste período para o fenômeno da gravidade. Começamos pela noção de *cosmos* e pelas teorias da matéria.

1.2. Cosmos e teoria da matéria

Concepções acerca do *cosmos* foram bastante discutidas ao longo dos séculos XVI e XVII. No século XVI, elas estiveram frequentemente associadas com o debate acerca da possibilidade de o Universo ser infinito, sobretudo com o ressurgimento das versões helenísticas que o concebiam de tal maneira. Elas contrastavam com a concepção aristotélico-ptolomaica do cosmos, que, naquele período, era vigente.

A versão aristotélico-ptolomaica do cosmos é assim apresentada por Hill (2017, pp. 376-377): o cosmos está contido em uma esfera de estrelas fixas. No centro dessa esfera, está a nossa região mundana, isto é, a região sublunar, onde é possível ocorrer mudanças e que é dividida em quatro esferas, uma para cada elemento (água, terra, ar e fogo). A ordem das esferas, da mais interna à mais externa, é: a terrestre, a aquosa, a aérea e a empírea.

> A esfera terrestre tinha que ser grumosa e irregular de modo que a zona mista que habitamos pudesse sobressair acima das águas da esfera aquosa, é claro, mas, por outro lado, essas esferas concêntricas dividiam o campo mundano e determinavam para onde os elementos e os objetos compostos de várias proporções deles tendiam[63] (Ibid., p. 376).

Já a região supralunar, o campo celeste, é composto pela Lua, o Sol, os planetas e as estrelas, que giram circularmente em torno da Terra (que não era considerada um planeta) e que são compostos de um quinto elemento (o éter), posto que nenhum dos elementos da região sublunar poderia alcançar a região supralunar. Acreditava-se que os planetas se moviam por meio de esferas cristalinas, que estavam dispostas em uma hierarquia concêntrica, sendo a última delas a Esfera das Estrelas Fixas. Em relação às estrelas, Hill (2017, p. 377) observa que

[63] "The terrestrial sphere had to be lumpy and irregular so that the mixed zone that we inhabit could protrude above the waters of the aqueous sphere, of course, but otherwise these concentric spheres divided the mundane realm and determined where elements and the objects composed of various ratios of them tended".

elas "[...] eram todas equidistantes da Terra e tipicamente pensadas como buracos de tamanhos variados no domo que constitui o invólucro mais externo da criação"[64].

O advento do heliocentrismo copernicano[65] trouxe consigo algumas implicações que proporcionaram outra forma de se olhar para o cosmos. Hill (2017, pp. 377-378) destaca três delas. A primeira é que a Terra passava a ter um comportamento semelhante ao de um planeta. A segunda é que o heliocentrismo copernicano jogava luz sobre a questão da perspectiva. "O movimento planetário era apresentado em termos de movimento aparente, e as diferenças que diferentes perspectivas transmitem a um movimento uniforme eram problematizadas pelos filósofos naturais do século XVI"[66] (Ibid., p. 377). A terceira era o problema da paralaxe ausente. Assim Hill (2017, p. 377) apresenta o problema: "se a Terra gira em torno do Sol, deveria haver uma paralaxe detectável no curso de um ano para as estrelas fixas, mas nenhuma é detectável, então onde está a paralaxe ausente?"[67]. Essa pergunta poderia ter duas respostas: a ausência de paralaxe poderia ser um indício de que a teoria copernicana era falsa ou poderia ser um indício de que a distância da Esfera das Estrelas Fixa fosse tão grande que a paralaxe chega a ser indetectável.

Hill (2017, p. 378) aponta para dois eventos astronômicos que ocorreram na década de 1570 que foram importantes para o despontar do heliocentrismo e acarretaram questionamentos acerca da concepção aristotélico-ptolomaica do cosmos. Trata-se da supernova de 1572, que despareceu em 1574, e o cometa de 1577. Da perspectiva aristotélico-ptolomaica, a supernova de 1572 era interpretada como sendo um novo buraco que tinha surgido na Esfera das estrelas Fixas. Segundo a concepção aristotélico-ptolomaica, esse acontecimento não deveria ser possível, ainda mais o desaparecimento repentino do *buraco*. Hill (2017, p. 378) afirma que duas explicações possíveis poderiam ser apresentadas para esse evento.

> Pensadores conservadores poderiam proteger a ortodoxia ao rotular o aparecimento, e o subsequente desaparecimento, como miraculoso e um presságio de Deus. Isso aceita que o campo celestial é em algum sentido e de algum modo mutável, mas apenas pelo poder absoluto de Deus, um poder que é raramente exercido[68] (Ibid., p. 378).

---

[64] "[...] were all equidistant from the Earth and typically thought of as variously sized holes in the dome that constitutes the outermost shell of creation". Mais informações sobre a cosmologia aristotélica podem ser encontradas em ARIEW; GABBEY, 1998, pp. 442-443 e HILL, 2017, pp. 376-377.

[65] É preciso observar que o heliocentrismo copernicano não foi aceito imediatamente (Cf. HILL, 2017, p. 377).

[66] "Planetary motion was presented in terms of apparent motion, and the differences that different perspectives impart to a uniform motion was problematized for sixteenth century natural philosophers".

[67] "If the Earth revolves around the Sun, there should be a detectable parallax over the course of a year to the fixed stars, but none is detectable; so where is the absent parallax?".

[68] "Conservative thinkers could protect the orthodoxy by labeling the appearance, and subsequent disappearance, as miraculous and a portent from God. This accepts that the celestial realm is in some sense and in some way changeable, but only by the absolute power of God, a power that is rarely exercised".

Outros pensadores poderiam admitir apenas que o âmbito celeste era mutável, mas que mudanças como aquela raramente ocorriam nele.

Embora a supernova tenha afetado em alguma medida a hegemonia da concepção aristotélico-ptolomaica, ela não representou uma ameaça significativa, ou ao menos não tanto quanto o cometa de 1577. Segundo Hill (2017, p. 378), o cometa ficou visível de novembro a janeiro. Cometas já tinham sido observados em outras ocasiões. Como explica Hill (2017, p. 378), "eles eram vistos, entretanto, como mundanos ou sublunares. Pensava-se que eles eram causados por algum tipo de miasma ou exalação irrompendo da Terra e incendiando no campo empíreo"[69]. O que deu destaque ao cometa de 1577 não foi alguma característica inerente a ele, mas o fato de que, diferente dos anteriores, os astrônomos foram capazes de medir sua paralaxe, no intuito de determinar o quão distante ele estava na esfera empírea. Ao fazê-lo, os astrônomos descobriram que o cometa estava para além da órbita da Lua. Portanto, mais uma vez a tese da concepção aristotélico-ptolomaica, segundo a qual a região supralunar era imutável, foi contestada. Como Hill (2017, p. 378) observa, o fato de a observação de cometas ser relativamente comum fez com que a alegação de que mudanças no âmbito celeste eram fruto de milagres não pudesse mais ser sustentada.

Mas a observação do cometa não acarretou apenas essa dificuldade para a concepção aristotélico-ptolomaica. Segundo Hill (2017, p. 378), a observação do cometa permitiu estabelecer que ele atravessou as órbitas planetárias, o que constituiu um golpe à crença na existência de esferas cristalinas através das quais os planetas se moviam. Isso teve duas consequências. Por um lado, era preciso apresentar uma nova explicação para o movimento dos planetas. Nesse sentido:

> Filósofos naturais e astrônomos responderam considerando os planetas como sendo destroços à deriva e apanhados em uma corrente ou como folhas carregadas pelo vento, ao invés de se moverem ao longo de uma rota ou anexados a um cabo, como anteriormente conceitualizados[70] (Ibid., p. 378).

Por outro lado, a divisão do campo celeste, que até então era demarcada pelas esferas cristalinas, não parecia mais ser robusta, posto que, aparentemente, cometas passavam por elas sem resistência. Isso sugeria que as divisões do campo celeste eram, na verdade, apenas

[69] "They were seen, however, as mundane or sublunar. It was thought that they were caused by some kind of miasma or exhalation erupting from the Earth and igniting in the empyrean realm".
[70] "Natural philosophers and astronomers responded by considering planets to be like flotsam adrift and caught in a current or like leaves carried about by the wind, rather than moving along a track or attached to a cord, as previously conceptualized".

demarcações convencionais. Tal concepção parecia cada vez mais se aplicar também para as esferas da região sublunar.

No caso da Esfera das Estrelas Fixas, começou-se a considerar que talvez as estrelas nela estivessem, na verdade, suspensas em um orbe semelhante ao da Lua. Essa concepção era condizente com a proposta de Thomas Digges (1546–1595) – um defensor do copernicanismo –, segundo a qual o cosmos era "aberto" e infinito, que ele estava elaborando em meados da década de 1570 (Cf. Ibid., p. 379). Segundo ele:

> A extensão espacial do universo é infinita e há corpos – estrelas – espalhados por aquela vastidão espacial infinita. Em certo sentido, há até mesmo [...] mundos de anjos [...]. Mas não há mundos no sentido de que nosso globo aqua-terrestre, e talvez mesmo cada um dos outros cinco planetas e o Sol, constitui um mundo (ou sete mundos)[71] (Ibid., p. 380).

Giordano Bruno, outro defensor do sistema copernicano, também defendia que o Universo era infinito. Mais que isso, ele defendia que cada estrela era semelhante ao Sol, cada uma delas sendo orbitada por planetas, semelhante ao nosso sistema solar. Segundo Hill (2017, p. 380), "foi esse movimento de reconhecer as naturezas análogas entre o Sol e as estrelas, e nosso sistema de seis planetas orbitando ao redor dele com sistemas de planetas orbitando ao redor de cada estrela, que explode a concepção do universo em um enfaticamente infinito"[72].

A noção de um universo infinito teve repercussões no âmbito da filosofia natural. Hill (2017, pp. 380-381) destaca três consequências advindas dessa nova noção. Primeiro, novas análises e explicações de fenômenos da natureza podiam ser realizadas pressupondo a existência de mundos alternativos com características semelhantes à Terra, como Descartes pressupôs. Segundo, embora experimentos mentais já fossem um recurso utilizado anteriormente, seu uso foi intensificado no século XVII em decorrência de especulações sobre a natureza (e mesmo sobre a possibilidade de vida) em outros mundos. Terceiro, a noção de modalidade deixou de ser restringida ao discurso sobre Deus, no sentido de que não era preciso mais se limitar a pensar sobre o que é possível ou necessário recorrendo aos poderes de Deus. Agora era possível pensar essas noções considerando a possibilidade da existência de outros mundos diferentes do nosso, ao invés de conceber como o nosso poderia ter sido.

---

[71] "The spatial extent of the universe is infinite, and there are bodies — stars —scattered across that infinite spatial expanse. In some sense, there are even […] worlds of angels […]. But there are not worlds in the sense in which our aqua-terrestrial globe, and perhaps even each of the other five planets and the Sun, constitute a world (or seven worlds)".

[72] "It was this move in recognizing the analogous natures between the Sun and the stars, and our system of six planets orbiting around it with systems of planets orbiting around each star, that explodes the conception of the universe into a strongly infinite one".

No século XVI, também houve discussões acerca da teoria da matéria. A expressão *teoria da matéria* pode denotar tanto a busca por respostas para questões de cunho metafísico em relação à matéria, como acerca de sua identidade e sua mudança, quanto a busca por respostas para questões de cunho empírico em relação à mesma, como acerca da constituição dos corpos. Hill (2017, p. 381) aponta que não parecia haver uma tendência clara das discussões sobre esse tópico nesse período. Contudo, ele destaca que "uma explicação coerente do corpuscularismo parece estar emergindo dos debates aristotélicos sobre os *minima naturalis*[73] (os mínimos da natureza) e desenvolvimentos dentro da ciência (quase-)empírica da *química*[74]"[75] (Ibid., p. 381, ênfase minha). Hill (2017, p. 381) enfatiza, porém, que esse aspecto do século XVI ainda foi pouco estudado pelos pesquisadores desse período.

Apesar de se tratar de um terreno ainda pouco explorado, Hill (2017, p. 381) aponta que as discussões acerca da teoria da matéria tinham duas frentes que se interconectavam: uma tinha como foco os elementos, enquanto a outra focava no *corpuscularismo* (*corpuscularianism*). No que concerne aos elementos, eles eram tomados como os tipos de matéria que constituíam todos os corpos. Partindo desse pressuposto, os debates do século XVI visavam descobrir quais e quantos eram os elementos, quais eram suas características e qual era o papel deles ao se explicar um determinado fenômeno. Em relação ao corpuscularismo, as discussões no âmbito dessa doutrina partiam do pressuposto de que os corpos tinham uma estrutura atômica (Cf. Ibid. p. 382).

As discussões do século XVI acerca dos elementos tinham raízes aristotélicas. Para compreendê-las, é preciso ter em mente que a filosofia natural aristotélica é hilemórfica, ou seja, ela defendia a tese segundo a qual substâncias individuais, como corpos, eram compostas por três princípios: matéria, forma e privação. Em termos gerais, ela estabelece que a matéria de um determinado corpo não possui uma tendência natural para assumir determinada forma. A matéria possui apenas a potência de adquirir alguma forma, ou seja, no melhor dos casos, a matéria é uma condição necessária para que uma forma se torne em ato. Nesse sentido, é a forma que possibilita a inteligibilidade das coisas[76].

---

[73] Voltaremos a abordar a teoria dos *minima naturalis* mais adiante.

[74] O termo utilizado por Hill nessa passagem é '*chymistry*'. Ele explica que esse termo designa "[...] o desenvolvimento no começo do período moderno da ciência da química a partir da alquimia e é caracterizada por práticas e ideias que abrangem ambas" (HILL, 2017, p. 391, tradução nossa).

[75] "A coherent account of corpuscularianism does seem to be emerging from the Aristotelian debates about *minima naturalis* (the minimums of nature) and developments within the (quasi)empirical science of chymistry".

[76] Aqui não há espaço para abordar todos os aspectos do hilemorfismo aristotélico. Mais informações sobre essa doutrina podem ser encontradas em ARIEW; GABBEY, 1998, pp. 429-432.

Para Aristóteles, como já foi mencionado, existem quatro elementos (e mais um quinto, que se restringe ao campo celeste): terra, água, ar e fogo. Eles eram constituídos por certas qualidades: frio, quente, seco ou úmido. Como os elementos eram os constituintes dos corpos, havia uma distinção, do ponto de vista elementar, entre corpos puros e impuros. Os corpos puros eram aqueles cujas partes eram compostas dos mesmos elementos. Os corpos impuros eram constituídos de elementos diferentes. Nos corpos impuros, as proporções dos elementos transformam estes em matéria corporal. Esse processo é assim descrito por Hill (2017, p. 382):

> Amplamente (e, em grande medida, tomisticamente) falando, essas proporções de elementos fazem surgir uma proporção de calor em relação à umidade que é a causa *sine qua non* (isto é, uma condição necessária) para a edução daquela forma substancial que torna o corpo o tipo de corpo que ele é. A forma substancial eduzida, então, transforma os elementos na matéria corporal[77].

A matéria corporal adquire certas propriedades dos elementos, de modo que estes passam a estar *virtualmente* contidos nos corpos, e não *realmente* contidos. Por exemplo, a água que é bebida por uma pessoa está *realmente* em seu corpo somente até o momento em que aquela for absorvida por este, quando suas propriedades são transferidas para a matéria corporal, passando então a estar *virtualmente* contida no corpo.

Sobre a composição química, Pyle (2018, p. 416) destaca a tese aristotélica encontrada na obra *Da Geração e da Corrupção*:

> Em seu tratado influente *Da Geração e da Corrupção,* Aristóteles tinha argumentado que a composição química não é meramente uma questão de agregação mecânica de partículas inalteradas (como uma mistura de grãos de trigo e cevada), mas envolve a interação entre os elementos FAWE [fogo, ar, água e terra], produzindo uma nova forma. Uma verdadeira combinação (*mixis*) dos elementos apenas ocorre, ele insiste, quando o produto resultante é um *homoeomer*, isto é, quando cada parte é da mesma natureza que o todo[78].

Assim, um novo composto resultante da mistura dos quatro elementos presentes na região sublunar produz uma nova forma específica. Nesse composto não é possível discernir partes dos elementos da região sublunar, apesar de eles terem produzido a nova forma

---

[77] "Broadly (and largely Thomistically) speaking, these ratios of elements give rise to a ratio of heat to moisture that is the cause *sine qua non* (i.e., a necessary condition) for the eduction of the one substantial form that makes the body the type of body that it is. The educed substantial form then transforms the elements into the bodily matter".

[78] "In his influential treatise *On Coming-to-Be and Passing-Away* Aristotle had argued that chemical composition is not merely a matter of the mechanical aggregation of unaltered particles (like a mixture of grains of wheat and barley) but involves interaction between the elements FAWE, producing a new form. A true combination (*mixis*) of the elements only occurs, he insists, when the resulting product is a *homoeomer*, that is when every part is of the same nature as the whole".

específica. Consequentemente, cada parte do composto é da mesma natureza do composto. Por exemplo, se a mistura dos elementos resultou no composto madeira de pau-brasil, cada parte da madeira de pau-brasil é madeira de pau-brasil, e não algum dos elementos fogo, água, ar ou terra.

É fácil de se perceber a dificuldade que essa doutrina levanta: ao se produzir a nova forma, os quatro elementos originais parecem deixar de existir. Consequentemente, além de não se ter mais uma explicação para combinações químicas, por assim dizer, também não se pode mais alegar que todos os corpos da região sublunar são compostos pelos quatro elementos. Diante dessa dificuldade, Aristóteles, na obra *Da Geração e da Corrupção*, recorre à noção de *potência*:

> Como, entretanto, algumas coisas *são potencialmente* enquanto outras *são em ato*, os constituintes podem ser em um sentido e, no entanto, não-serem. O composto pode *ser em ato* outro do que os constituintes dos quais ele resultou. Não obstante, cada um deles pode ainda *ser potencialmente* o que era antes de eles terem sido combinados, e ambos podem sobreviver sem serem destruídos[79] (ARISTOTLE, 1991, *On Generation and Corruption*, p. 31; 327b23–27, ênfase do autor).

Pyle (2018, p. 416) elucida a concepção aristotélica da seguinte forma: "os elementos sobrevivem potencialmente no composto em dois sentidos: eles podem ser extraídos dele e alguns dos seus poderes permanecem, embora em formas atenuadas e enfraquecidas"[80]. As noções aristotélicas de *ato* e *potência* desempenhavam papel importante nos debates acerca da natureza da matéria. Não só no debate acerca do *status* dos elementos em um composto, mas também no debate acerca do *status* das partes de um corpo[81] – ou seja, se as partes de um corpo são em ato ou em potência.

No que diz respeito à distinção entre forma e matéria, ela é complexa. Aquilo que em certo nível pode ser considerado matéria, em outro nível pode ser considerado um composto de matéria e forma. Para utilizar um exemplo de Pyle (2018, p. 411), consideremos uma cadeira de madeira faia. A forma é a cadeira, enquanto a matéria é a madeira faia. Entretanto, a madeira faia já é um composto. Segundo a concepção aristotélica, "a madeira faia é produzida no curso

[79] "Since, however, some things *are potentially* while others *are actually*, the constituents can be in a sense and yet not-be. The compound may *be actually* other than the constituents from which it has resulted; nevertheless each of them may still *be potentially* what it was before they were combined, and both of them may survive undestroyed".

[80] "The elements survive potentially in the compound in two senses: they can be extracted from it, and some of their powers remain, albeit in tempered or weakened forms".

[81] Aqui não há espaço para abordar mais aspectos desse debate. Mais informações acerca dele podem ser encontradas em PYLE, 2018, pp. 414-416.

da natureza, na medida em que a alma vegetal da faia toma os elementos fogo, ar, água e terra [...], mistura-os e impõe à mistura resultante sua forma específica ou natureza"[82] (Ibid., p. 411).

Essa explicação poderia nos fazer concluir que os elementos água, ar, terra e fogo são a própria matéria, isto é, eles são o substrato último de todos os seres e objetos na região sublunar. Contudo, esse não é caso, posto que até esses elementos resultam da combinação em pares das qualidades primárias: quente, frio, seco e úmido. Mais que isso, os próprios elementos podem se transformar uns nos outros. Portanto, deve haver um substrato comum que seja materialmente anterior a eles. Esse substrato foi chamado pela tradição escolástica de "matéria primária" (*prime matter*) (Cf. Ibid., p. 412). Ela seria uma espécie de estofo, por assim dizer, que permaneceria inalterada nos processos de mudança. Essa noção apresenta um problema:

> O problema é que parece que somos incapazes – por profundas razões de princípio – de dizer qualquer coisa de positivo acerca desse suposto estofo. Para a mente apreender e caracterizá-lo de alguma maneira pressuporia forma, mas a matéria primária é, *ex hypotesi*¸ anterior a todas as formas[83] (Ibid., p. 412).

A quantificação da *matéria primária* também é um ponto a ser levado em consideração. Pyle (2018, p. 412) observa que a matéria deve seguir um princípio de conservação, posto que, segundo a concepção aristotélica, se uma quantidade X de água produz uma quantidade Y de ar, o caminho inverso também deve ocorrer, ou seja, uma quantidade Y de ar deve poder produzir uma quantidade X de água. Não obstante, Aristóteles, na *Metafísica*, destaca que a matéria primária não pode ser caracterizada em aspectos positivos nem em negativos.

> Chamo matéria aquilo que, por si, não é nem algo determinado, nem uma quantidade nem qualquer outra das determinações do ser. [...] Assim, este termo, por si, não é nem algo determinado, nem quantidade nem qualquer outra categoria: e não é nem sequer as negações destas, porque as negações só existem de modo acidental (ARISTÓTELES, 2015, 1029a20-26, p. 293)[84].

O conceito de matéria primária, portanto, era de difícil abordagem para um filósofo natural. Pyle (2018, p. 412, ênfase do autor) explica que:

> Para servir como substrato último para a mudança natural, a matéria deve ser quantificada e capaz de preencher o espaço. Mas a insistência absoluta de Aristóteles

[82] "Beech wood is produced in the course of nature, as the vegetable soul of the beech tree takes in the elements fire, air, water, and earth […], mixes them, and imposes on the resulting mixture its specific form or nature".
[83] "The problem is that we seem to be unable – for deep reasons of principle – to say anything positive about this supposed stuff. For the mind to grasp it and characterize it in any way would presuppose form, but prime matter is, *ex hypothesi*, prior to all forms".
[84] Pyle (2018, p. 412) também indica uma passagem da obra *Da Geração e da Corrupção* na qual Aristóteles faz uma observação semelhante.

> de que as outras categorias (quantidade, qualidade, relação etc.) são sempre dependentes da *substância* (que sempre envolve forma) exclui a própria inteligibilidade de perguntar quanta matéria primária está presente em um dado corpo, ou se a matéria primária é mais densamente compactada no chumbo do que na água[85].

Assim, a noção de *matéria primária* aristotélica acarretava problemas para o estabelecimento de termos definitivos para a quantificação. Por exemplo, Pyle (2018, p. 413) aponta que a matéria não poderia ser quantificada em termos de volume nem de peso. Além disso, um filósofo natural teria dificuldade de defender uma noção como a de *quantidade de matéria*, posto que "[...] esta noção permanecia em um nível rudimentar e intuitivo, sem estar caracterizada com qualquer precisão em termos filosóficos nem dado qualquer sentido empírico mensurável"[86] (Ibid., p. 413). Diante desse cenário, alguns escolásticos estavam dispostos a se afastarem em alguma medida da tese aristotélica como originalmente estabelecida, no sentido de admitir algum grau mínimo de *atualidade*, e não somente de *potencialidade*, para a matéria[87].

Em todo caso, apesar de ter raízes aristotélicas, os debates que ocorreram no século XVI acerca dos elementos não estavam centrados na definição aristotélica de elemento, mas em duas outras questões: uma de ordem ontológica e outra de ordem física (Cf. HILL, 2017, p. 383). A questão de ordem ontológica é: "[...] os elementos que constituem um corpo são *archai* (ou *rationes*) ou são partes próprias (isto é, corpúsculos)"[88]? (Ibid., p. 383). Caso sejam *archai*¸ disso se segue que eles são princípios metafísicos e não coisas. A outra questão é: seria possível constituir corpos ao misturar corpos impuros do ponto de vista elementar? Ou ainda: as formas substanciais poderiam ser extraídas por outros meios que não fossem os elementos?

Vale a pena destacar, de forma sucinta, alguns dos intelectuais que estavam inseridos nesses debates, a começar por Paracelso (1493–1541). Ele defendia que os elementos eram princípios, sendo que buscou ampliar a teoria clássica dos elementos ao incorporar sal, mercúrio e enxofre a esse grupo. Deve-se destacar que o sal, o mercúrio e o enxofre incorporados à classificação dos elementos não deveriam ser entendidos como aqueles utilizados, por exemplo, em laboratórios, mas sim como as essências dessas substâncias, ou "espíritos". "Esses espíritos animados eram o que explicava as características daquelas substâncias e dirigia as

---

[85] "To serve as the ultimate substratum for natural change, matter must be quantified and space filling. But Aristotle's flat insistence that the other categories (quantity, quality, relation, etc.) are always dependent on *substance* (which always involves form) rules out the very intelligibility of asking how much prime matter is present in a given body, or whether prime matter is more densely packed in lead than in water".

[86] "[…] this notion remained at a rudimentary and intuitive level, neither characterised with any precision in philosophical terms nor given any measurable empirical sense".

[87] Entre esses escolásticos estavam John Duns Scotus (c. 1266-1308) e Guilherme de Ockham (c. 1285-1347) (Cf. PYLE, 2018, p. 413).

[88] "[…] the elements constituting a body are archai (or rationes) or are proper parts (i.e., corpuscules)".

transformações descobertas nos experimentos"[89] (Ibid., p. 384). Paracelso não apelava para formas substanciais para explicar as mudanças de substâncias.

Já para Telesio, a matéria e suas propriedades eram determinadas pela proporção das qualidades dos elementos, que ele distinguia somente em calor e frio. A depender das proporções, um corpo seria mais ou menos corpóreo. Ele também concebia o calor e o frio como princípios da matéria, e não como partes dela, e não apelava para formas substanciais em suas explicações. Assim, o calor e o frio substituem a noção de forma, posto que a proporção deles é o que faz um corpo ser do tipo que ele é.

Francesco Patrizi (1529–1597), por sua vez, defendia que a luz fosse o elemento primário dos corpos, sendo que ele também não fazia referência às formas substanciais. Tommaso Campanella (1568–1639) destaca-se por defender a matéria como uma entidade propriamente física, não como um substrato metafísico.

> Campanella argumentava que, por possuir quantidade em si mesma e que todas as propriedades que se seguem da quantidade são aplicáveis a ela, independentemente de qualquer proporção de calor e frio, ela [a matéria] tinha que ser um corpo ou uma entidade física de algum tipo[90] (Ibid., p. 385).

Como um discípulo de Telesio, Campanella insere essa concepção da matéria em uma explicação aos moldes da apresentada por Telesio. "[...] [O]s próprios corpúsculos materiais refletiriam as proporções de calor em relação ao frio e, na medida em que os corpúsculos se acumulam e se juntam, aquela proporção poderia ser pensada como dominando a natureza do corpo que eles constituem"[91] (Ibid., p. 386). Giordano Bruno também defendia uma explicação física e corpuscular para a matéria, mas ele não foi capaz de desenvolvê-la, devido ao seu aprisionamento e julgamento[92] (Cf. Ibid., p. 386).

O atomismo, como já foi mencionado, ganhou destaque no século XVII, servindo como uma alternativa de filosofia natural. Além da teoria da matéria proveniente do atomismo, havia outra teoria da matéria que também ganhou destaque nesse debate, a saber, a teoria dos *minima naturalis*. Central para essa teoria era a crença de que havia um limite físico em que parte da

---

[89] "These animate spirits were what explained the characteristics of those substances and drove the transformations discovered in the experiments".

[90] "Campanella argued that, because it possessed quantity in itself and that all the properties following from quantity are applicable to it, regardless of any ratio of warmth to cold, it had to be a body or physical entity of some kind".

[91] "[…] the material corpuscules themselves would reflect the ratios of warmth to cold, and, as the corpuscules collect and bind together, that ratio could be thought to dominate the nature of the body they constitute".

[92] Mais informações sobre os debates acerca da teoria da matéria no século XVI podem ser encontradas em HILL, 2017, pp. 381-388.

matéria poderia conter sua forma substancial[93]. A teoria estabelecia que "[...] há um limite para o tamanho natural abaixo do qual um dado tipo de estofo não pode existir como tal, mas sofrerá corrupção, sua matéria assumindo a forma de algum corpo ao redor"[94] (PYLE, 2018, p. 427). No que diz respeito ao *status* ontológico dos *minima naturalis*, não há consenso se "[...] são eles mesmos moléculas de substâncias elementares atômicas realmente presentes nelas ou são o resultado de *archai* elementares combinando para metafisicamente formá-las"[95] (Cf. HILL, 2017, p. 386). Quanto ao surgimento de um composto, Pyle (2018, p. 427) apresenta a seguinte explicação: "o vir a ser de um composto não é uma mera agregação mecânica de átomos duradouros e imutáveis; ele envolve, caracteristicamente, uma nova forma dominante, à qual as formas dos elementos FAWE [fogo, ar, água e ar] são subordinados"[96].

A noção dos *minima naturalis* se transformou com o passar dos séculos, mas ela sempre se caracterizou como uma teoria qualitativa. Ela foi uma teoria bastante desenvolvida na Idade Média, cuja fonte estava em obras de Aristóteles como a *Física* e a *Meteorologia* (Cf. Ibid., p. 427). Na Idade Média, segundo Pyle (2018, p. 427), a teoria se interligou com doutrinas alquimistas relativas à constituição de metais. Assim, no final do século XIII, com a obra *Summa Perfectionis* de pseudo-Geber, começa a surgir uma teoria da matéria que combina os elementos de Aristóteles, a teoria mercúrio-enxofre dos alquimistas e a tese da agregação e desagregação do atomismo (Cf. Ibid, p. 428). Essa teoria implicitamente nega que um composto deva ser totalmente homogêneo, posto que, segundo ela, enquanto em um determinado nível um objeto é cobre, em um nível inferior, encontra-se os mínimos dos elementos. Entre 1590 e 1620, houve alguns que concebiam os *minima naturalis* como átomos físicos que serviam como elementos da matéria, outros desenvolveram teorias corpusculares da matéria, o que representou um estágio de transição entre as concepções aristotélicas para as concepções corpusculares mecanicistas da matéria (Cf. HILL, 2017, pp. 386-387).

Em todo caso, a teoria dos *minima naturalis*, com os desdobramentos mencionados ocorridos a partir do final do século XIII, se transformou em um tipo de atomismo químico que atraiu seguidores no século XVII. Dentre eles, destaca-se Daniel Sennert (1572–1637). Ele defendia que compostos de átomos formavam os corpos. Os próprios elementos seriam átomos,

[93] Se fosse possível dividir fisicamente a parte da matéria que representa esse limite, especulava-se três cenários diferentes para o que poderia ocorrer em seguida (Cf. HILL, 2017, p. 386).
[94] "[…] there is a natural size limit beneath which a given type of stuff cannot exist as such but will undergo corruption, its matter being taken over the form of some surrounding body".
[95] "[…] are themselves molecules of atomic elemental substances really present in them, or are the result of elemental *archai* combining to metaphysically form them".
[96] "The coming to be of a compound is no mere mechanical aggregation of abiding and unchanging atoms; it involves, characteristically, a new dominant form, to which the forms of the elements FAWE are subordinated".

como explica Hill (2017, p. 387): "[...] os quatro elementos são certos tipos de átomo, e seu tipo é determinado pelas qualidades antagonistas elementais tradicionais que informam a matéria primária enquanto formas substanciais"[97]. Eles seriam fisicamente indivisíveis, retendo a forma e as qualidades do elemento em questão[98]. Sennert retoma a noção de formas substanciais, que aparentemente estava ausente nos autores mencionados anteriormente. Ao mesmo tempo, ele atribui uma natureza física para os átomos e, consequentemente, aos elementos. Portanto, os elementos não são *archai*, mas partes próprias dos corpos. Por outro lado, as qualidades que informam a matéria primária, as formas substanciais dos elementos, adquirem o *status* de *archai*.

A teoria das formas substanciais tinha grande prestígio entre os escolásticos. De acordo com Pyle (2018, p. 414), a tese das formas substanciais era defendida por eles para explicar uma série de características e fenômenos da natureza que envolviam noções como especificidade, unidade das essências, limites e estados naturais. Mesmo eles não sendo capazes de explicar o que exatamente elas eram, acreditavam que pelos fenômenos da natureza era possível inferir a existência delas.

Os escolásticos que defendiam a existência de formas substanciais sofreram críticas de vários filósofos no século XVII, incluindo de Descartes (Cf. Ibid., pp. 413-414). Tendo em vista as teses defendidas pelos escolásticos, seus críticos precisavam negar os fenômenos dos quais se inferia a existência das formas substanciais ou apresentar outra explicação para esses fenômenos. Pyle (2018, p. 414) afirma que eles adotavam uma estratégia mista, "[...] negando diretamente alguns dos supostos fenômenos a serem explicados e buscando explicar outros em termos que requerem somente formas acidentais (arranjos de partes que existem independentemente)"[99].

Para nossos fins, basta observar que no século XVII surgiram filósofos naturais que acreditavam haver evidências empíricas para a existência dos elementos nos compostos, o que permitiria forjar uma nova teoria da matéria. De fato, no século XVII, argumentos empíricos parecem ganhar mais peso nas elaborações de teorias da matéria:

> Nas explicações do século XVII para a matéria, tais como aquelas de Descartes e Gassendi, Boyle e Newton, encontramos uma rica mistura de argumentos metafísicos

[97] "[…] the four elements are certain types of atom, and their type is determined by the traditional elemental antagonistic qualities informing prime matter as substantial forms".
[98] É curioso notar que Sennert concebia os *minima naturalis* como átomos, identificando-os com os de Demócrito, mas, na verdade, eles não tinham características semelhantes. Por exemplo, os átomos de Sennert não são homogêneos nem destituídos de qualidades (Cf. PYLE, 2018, p. 428).
[99] "[…] denying outright some of the supposed phenomena to be explained, and seeking to account for others in terms that require only accidental forms (arrangements of independently existing parts)".

> com empíricos. Os primeiros filósofos modernos procuravam uma explicação da matéria que satisfaria tanto a razão quanto a experiência[100] (Ibid., p. 410).

Sennert, por exemplo, amparou sua alegação da natureza física dos átomos em experimentos químicos.

> Ele usou a reversibilidade de processos químicos para argumentar a favor da presença real, em oposição à virtual, de elementos nos corpos. Então, ele usou isso para alavancar um entendimento molecular de substâncias compostas e uma concepção mais propriamente corpuscular dos elementos que compõem esses corpos moleculares[101] (HILL, 2017, p. 387).

Pyle (2018, p. 429) aponta que esse tipo de atomismo químico foi mais persuasivo para os *químicos* do século XVII do que a teoria aristotélica, porque havia experiências de laboratório para as quais a explicação do atomismo químico parecia ser mais satisfatória, ou ter mais "poder explanatório", do que aquela proporcionada pela teoria aristotélica. É importante notar, porém, que esses filósofos foram muito influenciados pelas teses escolásticas. Nas palavras de Pyle (2018, p. 417), "[...] os escolásticos proporcionaram o enquadramento conceitual, a terminologia essencial e as questões-chave que direcionariam os desenvolvimentos do século XVII na teoria da matéria"[102].

1.3. Leis da natureza

A crença de que o filósofo natural tinha como um de seus objetivos principais descobrir quais são as leis da natureza que regem o mundo surgiu no século XVII, segundo Milton (1998, p. 680). Em comparação, Milton (1998, p. 680) destaca que a noção de lei da natureza foi usada poucas vezes pelos gregos do período clássico, e, quando a usavam, parecia indicar algo paradoxal. Um fator que poderia elucidar isso é a oposição entre *nómos* (lei) e *phýsis* (natureza) que era amplamente aceita no que Milton (1998, p. 680) chama de "período pós-sofístico". Todavia, esse fator por si só não é suficiente, posto que a noção também não passou a ser mais utilizada quando a antítese *nómos-phýsis* perdeu sua força. Para Milton (1998, p. 680), isso se

[100] "In seventeenth century accounts of matter such as those of Descartes and Gassendi, Boyle and Newton we encounter a rich mixture of metaphysical arguments with empirical ones. Early modern philosophers sought an account of matter that would satisfy both reason and experience".
[101] "He used the reversibility of chymical processes to argue for the real, as opposed to the virtual, presence of elements in bodies. Then, he used this to leverage for a molecular understanding of compound substances and a more properly corpuscularian conception of the elements composing those molecular bodies".
[102] "[…] the Scholastics provided the conceptual framework, the essential terminology, and the key questions that would drive seventeenth century developments in matter theory".

explica porque "a teoria da explicação científica estabelecida por Aristóteles e aceita por tais cientistas como Ptolomeu e Galeno não tinha espaço para um tal conceito"[103].

Posteriormente, os estoicos cunharam a noção de lei moral da natureza. No século XIII, uma teoria acerca da moralidade foi desenvolvida que teve influência das teses estoicas e também das romanas e bíblicas. A versão mais influente dessa teoria foi apresentada por Tomás de Aquino, e essa forma de pensar acerca da moralidade se fez presente até o final do século XVII (Cf. Ibid., p. 681).

Um problema com o qual se deparavam os filósofos que entendiam a lei da natureza nesses termos era o caso dos seres irracionais, posto que eles não seriam capazes de compreender, tampouco obedecer, uma lei que os governava. Em 1593, Richard Hooker (1554-1600), em sua obra *Laws of Ecclesiastical Polity*, apresenta uma definição de *lei* que abrange também os seres irracionais: "'aquilo que faz atribuir a cada coisa o tipo, aquilo que faz moderar a força e o poder, aquilo que faz designar a forma e a medida da operação, o mesmo denominamos uma *Lei*'"[104] (Ibid., p. 681, ênfase do autor). Para Hooker, é possível apresentar explicações em termos de leis e em termos de formas. Assim Hooker apresentada sua concepção de forma:

> 'Forma nas outras criaturas é uma coisa proporcionável para a alma nas criaturas vivas. Sensível ela não é, nem de outro modo discernível, então apenas pelos efeitos. De acordo com a diversidade das formas interiores, as coisas do mundo são distinguidas em seus tipos'[105] (Ibid., pp. 681-682).

As explicações em termos de forma e em termos de lei não eram equivalentes, correspondendo, antes, a dois níveis distintos de descrição. Contudo, é curiosa a observação de Milton (1998, p. 682) segundo a qual, se seguíssemos as teses defendidas por Hooker, seria possível elaborar "[...] uma teoria da ciência na qual leis descrevem regularidades observáveis que surgem elas mesmas de formas ocultas"[106]. Como se sabe, não foi esse o desfecho do século XVII. A noção de leis da natureza e a de formas substanciais eram consideradas inconciliáveis

[103] "The theory of scientific explanation set out by Aristotle and accepted by such scientists as Ptolemy and Galen had no room for any such concept".
[104] "'That which doth assigne unto each thing the kinde, that which doth moderate the force and power, that which doth appoint the forme and measure of working, the same we tearme a *Lawe*'".
[105] "'Forme in other creatures is a thing proportionable unto the soule in living creatures. Sensible it is not, nor otherwise discernible, then only by effects. According to the diversitie of inward formes, things of the world are distinguished into their kindes'".
[106] "[…] a theory of science in which laws describe observable regularities which themselves arise from occult forms".

por vários filósofos naturais no início do século XVII, devido às críticas deles à segunda noção, como já foi destacado anteriormente.

Uma característica notável na teoria de Hooker é a combinação dos âmbitos físico e moral de tal modo que não parece ser possível estabelecer uma separação. Os agentes naturais seguem uma lei que visa alcançar sua própria perfeição, mas também seguem uma lei que visa dar preferência ao bem do todo, do qual eles são parte (Cf. Ibid., p. 682). Essa combinação dos âmbitos físico e moral pode ser encontrada tanto nas teses de filósofos do século XVII quanto do XVIII (Cf. Ibid., p. 682), mas, do ponto de vista do desenvolvimento das ciências naturais, não foi um aspecto de grande relevância. Nesse sentido, Milton (1998, p. 682) observa que, ao menos desde a época de Cícero:

> [...] [A] referência às leis da natureza não humana era sempre feita visando recomendar ou desaprovar algum modo de comportamento humano, nunca para jogar qualquer luz sobre o funcionamento da própria natureza. O conteúdo das leis não morais poderia, portanto, ser deixado completamente vago [...][107].

A orientação moral inerente a essa concepção mais antiga de lei natural tornava difícil modificá-la no intuito de atribuir um papel relevante para ela no âmbito das ciências naturais. Nas palavras de Milton (1998, pp. 682-683), "suas origens e orientação moral asseguravam que os conceitos de lei que ela engendrava tenderiam a ser ou muito gerais ou muito particulares para ser de qualquer uso real na construção de explicações científicas"[108]. Mesmo que se apelasse para uma lei da natureza, era difícil de se apresentar uma formulação precisa dela. E, ao se aplicar a lei, indivíduos ou espécies eram visados. Em ambos os casos dificuldades eram encontradas.

> Leis completamente individualizadas [...] necessariamente faltariam o tipo de generalidade exigida para uma explicação científica. Leis que governam espécies, por outro lado, seriam gerais de forma errada: não há leis científicas que se aplicam a homens enquanto homens, ou à ovelha enquanto ovelha. Uma teoria desse tipo seria tão estéril heuristicamente quanto a antiga teoria das formas substanciais [...][109] (Ibid., p. 683).

---

[107] "[…] The reference to the laws of non-human nature was always made in order to recommend or discountenance some mode of human behaviour, never to throw any light on the workings of nature itself. The content of the non-moral laws could therefore be left utterly vague […]".

[108] "Its origins and moral orientation ensured that the concepts of law which it engendered would tend to be either too general or too particular to be of any real use in constructing scientific explanations".

[109] "Completely individualised laws […] would necessarily lack the kind of generality required for scientific explanation. Laws governing species, on the other hand, would be general in the wrong kind of way: there are no scientific laws that apply to men *qua* men, or sheep *qua* sheep. A theory of this kind would be quite as heuristically sterile as the old theory of substantial forms […]".

Além da tradição que recorria à noção de lei para enfatizar questões morais, da qual Hooker fazia parte, também havia outra tradição, na qual estava inserido Roger Bacon (c. 1214-1292), por exemplo, que usava a palavra *lex* (lei, em latim) ao abordar questões relacionadas à óptica, sendo que vários outros que o sucederam utilizaram esse termo nesse campo de estudo e no âmbito da astronomia (Cf. Ibid., p. 683).

Milton (1998, p. 683) aponta que "a evidência disponível dos escritores do século XVI mostra que a palavra *lex* e seus cognatos eram amplamente (porém não particularmente com frequência) usados em conexão com o mundo natural"[110]. Não obstante, não se pode declarar que já havia uma definição bem estabelecida de lei científica. Milton (1998, p. 683) destaca, por exemplo, que as observações sobre as leis eram vagas, que não havia um consenso em relação a que tipos de leis existiam e que não era claro o papel que elas exerciam nas explicações. O caso de Copérnico é representativo. Apesar de haver vários momentos em que a palavra *lex* aparece no *De Revolutionibus* de Copérnico, a obra poderia ser reescrita de modo a excluir as menções às leis, mantendo seu conteúdo, em linhas gerais, inalterado (Cf. Ibid., p. 684).

Segundo Milton (1998, p. 684), o principal motivo para não ter surgido uma noção bem definida de lei da natureza no século XVI foi porque não havia espaço para tal noção na física aristotélica e na astronomia dos epiciclos, que eram os sistemas dominantes nesse período. Milton (1998, p. 684) indica que vários fatores que possibilitariam o estabelecimento dessa noção já estavam presentes nesse período, como a difusão e a aceitação da terminologia, a crença em um legislador divino, por assim dizer, e até a crença na antítese *nómos-phýsis* já não tinha a mesma força que outrora. O que faltava era algo que pudesse substituir a doutrina defendida pelo aristotelismo escolástico, ou seja, uma nova filosofia da natureza. "Era acerca do caráter positivo da nova ciência que surgia descordo"[111] (Ibid., p. 684).

Ao final do século XVI, a crença de que Deus estabeleceu leis para governar a natureza era amplamente aceita. Apesar disso, de uma perspectiva que visa um estudo minucioso dos fenômenos da natureza, ela tinha pouca utilidade, posto que a noção de lei da natureza ainda era tomada de forma muito geral. Já no início século XVII, a noção de que havia leis que regiam a natureza se tornou amplamente aceita, mas ainda não havia consenso em relação ao papel que elas exerciam nas explicações para os fenômenos da natureza (Cf. Ibid., p. 684). Descartes exerce papel importante para mudar esse cenário. "Foi Descartes que mais do que qualquer

[110] "The evidence available from the sixteenth-century writers shows that the word *lex* and its cognates were widely (though not particularly frequently) used in connexion with the natural world".
[111] "It was about the positive character of the new science that disagreement arose".

outro criou a ideia moderna de lei da natureza, ao conceber as leis da natureza especificamente como leis do movimento e ao fazer dessas leis os princípios explicativos últimos de sua física"[112] (Ibid., p. 699).

No final do século XVII, a crença de que a filosofia natural tinha como objetivo principal a descoberta das leis da natureza se tornou dominante. Não obstante, Milton (1998, p. 692) enfatiza que "ainda não havia um acordo geral em relação à formulação correta dessas leis, mas um consenso tinha sido alcançado em várias áreas e havia todos os motivos para supor que essa tendência continuaria"[113]. Entretanto, esse novo cenário levantou novas questões:

> 1) De que maneira, se é que há uma, deveriam as leis da natureza ser consideradas como necessárias? 2) Qual é a parte de Deus no ordenamento das leis e na governação do mundo? 3) É possível que as leis da natureza sejam descobertas de outra forma que não seja pela observação e pelo experimento?[114] (Ibid., p. 693).

1.4. Matemática

Como é bem conhecido, no século XVII, os filósofos naturais tinham grande interesse pela relação da matemática com o mundo físico. Em períodos anteriores é possível encontrar casos em que se fazia uso da matemática para compreender melhor fenômenos físicos. Por exemplo, na Grécia Antiga, a aplicação da matemática foi mais bem-sucedida nos campos da astronomia, da óptica e da estática, ao passo que na Idade Média ocorreram avanços no campo da dinâmica (Cf. CROMBIE, 1995, vol. 2, pp. 134-135). A partir do século XIII, ocorreu um interesse crescente por métodos matemáticos (Cf. Ibid., vol. 2, p. 132).

> Debates no século XIV sobre a realidade dos epiciclos e os argumentos correspondentes no século XVI sobre a natureza real ou hipotética do novo sistema de Copérnico mostram que essas questões eram correntes antes da extensão do domínio da matemática durante o século XVII[115] (MAHONEY, 1998, p. 705).

---

[112] "It was Descartes who more than anyone else created the modern idea of a law of nature, by conceiving the laws of nature specifically as laws of motion, and by making these laws the ultimate explanatory principles of his physics".

[113] "There was as yet no general agreement as to the correct formulation of those laws, but a consensus had been reached in several areas, and there was every reason to suppose that this trend would continue".

[114] "1. In what way, if any, should the laws of nature be regarded as necessary? 2. What part does God play in ordaining laws and governing the world? 3. Is it possible for the laws of nature to be discovered otherwise than through observation and experiment?".

[115] "Debates in the fourteenth century over the reality of epicycles and corresponding arguments in the sixteenth century over the real or hypothetical nature of Copernicus's new system show that these questions were current before the extension of the domain of mathematics during the seventeenth century".

No início do século XVI, poucos eram aqueles que acreditavam na possibilidade de uma redução da física à matemática, mas ocorreram grandes mudanças no âmbito das ciências matemáticas no período entre meados do século XVI até o final do século XVII que possibilitaram uma série de desenvolvimentos nesse âmbito. Certos fenômenos da natureza passaram a ser matematizados, algo que filósofos da natureza anteriores a Galileu não acreditavam ser possível (Cf. GUICCIARDINI, 2013, pp. 226-227). Durante esse período, passou-se cada vez mais a se estudar aspectos do mundo físico que pudessem ser descritos em termos matemáticos. Nesses termos, eles poderiam ser comparados, seja em um sistema geométrico, algébrico ou aritmético. Assim, o uso da abstração matemática tornou possível uma nova forma de classificar a experiência.

No final da Renascença, a matemática ganhou mais prestígio. Diferentes pesquisadores atribuem diferentes razões para esse fato. Alguns defendem que essa mudança de percepção se deveu à crise pela qual o aristotelismo estava passando, assim como pelo maior interesse que o platonismo ganhava; outros defendem o impacto econômico proporcionado pelas novas tecnologias da época, o que levou a estimular novas pesquisas no âmbito da matemática, assim como o surgimento de novos empregos (Cf. Ibid., p. 228).

No que diz respeito à crise pela qual o aristotelismo estava passando e o maior interesse pelo platonismo, deve-se destacar também a redescoberta de tratados de matemática helenísticos. No século XVI, houve um grande interesse por textos gregos de caráter mais científico, como foi o caso das obras de Arquimedes[116], das quais o conhecimento até então era escasso (Cf. CROMBIE, 1995, vol. 2, p. 132).

> O século XV e o começo do século XVI viram a redescoberta de obras matemáticas de Arquimedes, Apolônio, Papo, Ptolomeu e Heron (para nomear alguns), e isso levou a uma revitalização da disciplina da matemática e uma reorientação dela dentro da cultura da universidade e do campo intelectual[117] (HILL, 2017, p. 388).

Na segunda metade do século XVI, os humanistas produziram uma série de traduções e edições desses textos matemáticos. Federico Commandino (1509–1575), por exemplo,

[116] Merzbach e Boyer (2011, pp. 235-236) apontam que a maior parte das obras de Arquimedes era desconhecida no Ocidente durante a maior parte da Idade Média, sendo que uma tradução dos seus principias tratados matemáticos e "científicos" do grego para o latim só foi realizada em 1269 por Guilherme de Moerbeke (William of Moerbeke) (1215-1286). Entretanto, o conhecimento matemático de Moerbeke era limitado, o que refletiu na sua tradução ser excessivamente literal. Não obstante, foi a tradução Moerbeke à qual Leonardo da Vinci e outros estudioso da Renascença tiveram acesso, além de ter sido a versão que foi impressa primeiro no século XVI.

[117] "The fifteenth and early sixteenth centuries saw the rediscovery of mathematical works by Archimedes, Apollonius, Pappus, Ptolemy, and Hero (to name a few), and this led to a revival of the discipline of mathematics and a reorientation of it within university culture and the intellectual realm".

produziu várias edições comentadas de vários desses autores, como Apolônio, Arquimedes e Euclides (Cf. GUICCIARDINI, 2013, p. 230). Com essas edições e traduções, foram redescobertos textos gregos nos quais havia um emprego da matemática aos fenômenos da natureza no âmbito da estática e do equilíbrio dos fluídos[118], como as obras de Arquimedes e a *Mathematicae Collectiones* de Papo de Alexandria (c. 290 – c. 350) (Ibid., p. 230). A redescoberta das obras matemáticas helenísticas também foi importante para que a noção de movimento fosse revista no século XVI. Destaca-se o caso de Galileu, que foi introduzido a textos que correspondiam a uma tradição arquimediana pela influência de Ostilio Ricci (1540-1603) e Guidobaldo del Monte (1545-1607). De fato, Galileu e del Monte realizaram um experimento que indicava ser possível estudar matematicamente o movimento.

> Por volta de 1590, Galileu e del Monte conduziram um experimento conjunto sobre o movimento de projéteis ao arremessar uma bola manchada de tinta sobre um plano inclinado. Guidobaldo concluiu que a trajetória descrita pela bola rolando sobre o plano era aquela de uma corrente suspensa, 'similar a uma parábola ou hipérbole'[119] (Ibid., p. 230).

As mudanças ocorridas no âmbito da filosofia da natureza proporcionadas pelos desenvolvimentos matemáticos foram recebidas com resistência ou crítica por alguns filósofos na época, como por Robert Boyle e Francis Bacon (Ibid., p. 227). No âmbito das universidades, prevalecia a noção aristotélica segundo a qual as ciências matemáticas eram subordinadas à filosofia natural, sendo, portanto, disciplinas distintas (Cf. JANIAK, 2018, p. 387). Na concepção dos aristotélicos, a matemática não era capaz de captar a natureza essencial de objetos ou de eventos físicos, além de ser uma abstração na qual não é possível considerar diferenças qualitativas irredutíveis que existiam nos objetos. A filosofia natural aristotélica tinha como objetivo explicar as causas das mudanças na natureza através do raciocínio silogístico (Cf. GUICCIARDINI, 2013, p. 228).

Um exemplo pode tornar mais clara essa concepção de subordinação das ciências matemáticas em relação à filosofia natural. No que diz respeito às ciências matemáticas, os aristotélicos as dividiam em mistas (como a astronomia, a mecânica ou a óptica) e puras (como a aritmética e a geometria) (Cf. Ibid., p. 228). Tomemos o caso da astronomia e da cosmologia. Segundo Guicciardini (2013, p. 228), a astronomia era considerada uma ciência matemática e

---

[118] Destaca-se que a determinação do centro de gravidade dos sólidos era uma característica importante nesses campos.

[119] "Around 1590, Galileo and dal Monte carried out a joint experiment on projectile motion by throwing an ink-stained ball over an inclined plane. Guidobaldo concluded that the trajectory described by the ball rolling over the plane was that of a suspended chain, 'similar to a parabola or hyperbola'".

a cosmologia era uma parte da filosofia natural. A astronomia tinha como objetivo prever a posição dos corpos celestes por meio de modelos matemáticos, mas não explicar as causas de seus movimentos. Portanto, a astronomia era subordinada à cosmologia.

A questão da subordinação das ciências matemáticas à filosofia natural ganhou destaque em 1547, após a publicação de comentários à já mencionada obra *Mecânica* por parte de Alessandro Piccolomini (1508–1579) (Cf. Ibid., p. 229). A *Mecânica* atraiu a atenção tanto de professores de matemática quanto de engenheiros, aumentando o interesse por aplicações da matemática à mecânica. Em seus comentários, Piccolomini destacava a ausência na matemática da pureza dedutiva da lógica silogística, além de sua incapacidade de revelar relações causais (Cf. Ibid., p. 229). Ele não foi o único a apontar características da matemática que indicassem sua inferioridade perante a filosofia natural. Assim Guicciardini (2013, p. 229) apresenta a postura dos aristotélicos em relação à matemática:

> Arbitrariedade nas definições, pluralidade de métodos e figuras auxiliares e lemas caracterizam a prática matemática – um sinal claro, para os aristotélicos, do *status* científico mais baixo da matemática comparado à filosofia natural, uma disciplina que, antes, revela relações causais únicas ao focar nas propriedades essenciais dos objetos examinados[120].

Apesar das críticas, os novos desenvolvimentos exerceram grande impacto em diversas disciplinas, alterando seus métodos. Tal processo, é importante destacar, não foi fruto apenas dos trabalhos de professores universitários que estudavam questões relativas ao âmbito da matemática, mas também teve a contribuição de outros atores de diferentes contextos intelectuais e sociais, como engenheiros.

Fora do âmbito das universidades, os engenheiros e polímatas faziam uso da matemática, mas seus métodos tinham fins de ordem prática. Mahoney (1998, p. 706) aponta que no final da Renascença o papel do engenheiro ganhou mais destaque ao passar a ser encarregado "[...] do *design* e da execução de grandes estruturas e das máquinas necessárias para construí-las"[121]. Guicciardini, por sua vez, observa que eles ganharam destaque com as inovações tecnológicas, como as de utilidade bélica e as que facilitaram viagens de longa distância (Cf. GUICCIARDINI, 2013, p. 229). Os engenheiros criaram uma série de manuais de engenharia, e com eles, o estabelecimento de algumas máximas (ou regras) comuns seguidas

[120] "Arbitrariness in definitions, plurality of methods, and auxiliary figures and lemmas characterize mathematical practice — a clear sign, for Aristotelians, of the lower scientific status of mathematics compared to natural philosophy, a discipline that instead reveals unique causal relationships by focusing on the essential properties of the objects examined".
[121] "[...] of the design and execution of large structures and of the machines necessary to build them".

pelos profissionais do ramo (Cf. MAHONEY, 1998, pp. 706-707). Elas, por sua vez, foram importantes para o estabelecimento da mecânica:

> [...] [E]ngenheiros aspirantes à filosofia natural transformaram essas máximas nos princípios da mecânica ao traduzi-las em forma matemática. Frequentemente, essa tradução envolvia inventar um modelo matemático abstrato do mecanismo físico que incorporava a máxima[122] (Ibid., p. 707).

Os feitos dos engenheiros chamaram a atenção de filósofos. Mahoney (1998, p. 705) chega a afirmar que os novos *insights* metafísicos não foram o fator determinante para o destaque que as questões sobre a relação entre a matemática e o mundo físico ganharam no século XVII, mas sim os vários casos bem-sucedidos nos quais há a aplicação da matemática à filosofia natural no modelo de máquinas. Mais que isso, Mahoney (1998, p. 742) afirma que "[...] discussões filosóficas de matemática que não estavam enraizadas na experiência prática tiveram pouca relevância nos desenvolvimentos que se provariam de importância filosófica"[123].

No que diz respeito às máquinas, a influência delas sobre os matemáticos não pode ser negligenciada. Como observa Mahoney (1998, p. 725), "[...] as máquinas estimularam o interesse dos matemáticos em sistemas mecânicos e as curvas traçadas pelo movimento de suas partes"[124]. Os matemáticos consideravam as máquinas como corpos cujos movimentos eram restringidos, sendo possível estabelecer relações matemáticas entre as restrições e os movimentos (Cf. Ibid., p. 706). Compartilhava-se a crença de que o funcionamento de qualquer sistema mecânico poderia ser explicado por um modelo matemático. Assim, a matemática se tornou o meio pelo qual era possível expressar e compreender mecanismos, como alavancas e balanças, e noções associadas a eles, como velocidade e força.

Ao mesmo tempo, ganhou força a concepção da natureza como uma máquina. "[...] [A] matematização da natureza e a mecanização da natureza, em última análise, caminharam de mãos dadas, cada uma dando suporte à outra em sua alegação de proporcionar uma explicação verdadeiramente inteligível do mundo físico"[125] (Ibid., p. 703). Isso fica mais claro ao se estabelecer uma conexão entre a mecânica e a análise. As máquinas são, por assim dizer,

---

[122] "[…] engineers aspiring to natural philosophy transformed these maxims into the principles of mechanics by translating them into mathematical form. Often, that translation involved devising an abstract mathematical model of the physical mechanism that embodied the maxim".

[123] "[...] philosophical discussions of mathematics that were not rooted in practical experience had little bearing on the developments that would prove of philosophical importance".

[124] "[...] machines stimulated mathematicians' interest in mechanical systems and the curves traced by the motion of their parts".

[125] "[…] the mathematisation of nature and the mechanisation of nature ultimately went hand in hand, each supporting the other in its claim to provide a truly intelligible account of the physical world".

analíticas. O funcionamento delas é entendido através de suas partes, ou seja, ao entender quais são elas, quais são suas funções e quais são suas disposições. Nesse sentindo, as máquinas nada mais são do que a soma de seus componentes. Portanto, ao interpretar o mundo como uma máquina, isto é, ao mecanizá-lo, infere-se que ele possui uma estrutura tal que é possível destrinchá-lo em seus componentes. Uma vez entendido seus componentes individualmente, é possível apresentar uma explicação para o todo, ou seja, para o mundo.

Já no começo do século XVI alguns escolásticos passaram a se interessar consideravelmente pelo estudo de processos técnicos de manufatura (Cf. CROMBIE, 1995, vol. 2, pp. 132-133). O interesse por questões de ordem técnica teve reflexos em problemas fundamentais para a tradição filosófica. No século XVII, havia vários campos em que a interação entre matemáticos e aqueles que utilizavam a matemática para fins práticos, como nos casos da balística, da fortificação, da navegação, entre outros. Como exemplos, Guicciardini (2013, p. 243) menciona:

> [...] [Q]ue a expertise dos astrônomos era procurada para a determinação da longitude; que o estudo do movimento de corpos em queda não era apenas um assunto acadêmico, mas que também despertou o interesse de engenheiros balísticos; e que teorias mecânicas sobre o corpuscularismo e a coesão abordavam questões vitais para os alquimistas, arquitetos e construtores de navios[126].

Um tópico de grande interesse tanto para matemáticos quanto para aqueles que faziam uso da matemática para fins práticos era a geração mecânica de curvas. Guicciardini (2013, p. 243) observa que a geração mecânica de cônicas, espirais, quadratrizes, entre outros, já estava presente em tratados gregos e islâmicos[127], mas com propósitos teóricos. Já para os que faziam uso da matemática para fins práticos, mecanismos traçadores de curvas eram importantes para a criação de peças e mecanismos nas oficinas. Descartes, como vários outros, também se interessou por questões relativas à geração mecânica de curvas. De fato, a sua obra *Géométrie* trata justamente sobre a construção de curvas mecânicas e não mecânicas[128]. Aqui não há

[126] "[…] that astronomers' expertise was sought for the determination of longitude; that the study of the motion of falling bodies was not only an academic subject, but one which also aroused the interest of ballistic engineers; and that mechanical theories on corpuscolarism and cohesion addressed issues vital for alchemist, architects and ship-builders".

[127] Nos séculos XVI e XVII, a construção mecânica de cônicas recebeu bastante atenção – como de relojoeiros, cartógrafos e arquitetos –, provavelmente por influência de matemáticos islâmicos, tendo em vista que a construção de compassos e tresmalhos era importante na cultura deles (Cf. GUICCIARDINI, 2013, p. 243).

[128] Retornaremos a tratar das curvas mecânicas de Descartes no capítulo 2.

espaço para abordarmos em detalhes esta obra[129], mas é importante destacar que Descartes exerceu influência sobre seus colegas holandeses (Cf. Ibid., pp. 244-245)[130].

Voltando à questão da subordinação das ciências matemáticas em relação à filosofia natural, um dos intelectuais mais importantes que colocou em dúvida essa subordinação foi Copérnico. Para ele, era através da matemática que poderíamos compreender o sistema planetário. De fato, ele considerava que a superioridade matemática do modelo heliocêntrico em comparação com o modelo geocêntrico era um indício de sua veracidade, posto que tanto ele quanto seus seguidores acreditavam que a natureza tinha uma estrutura matemática (Cf. Ibid., p. 228). Assim, Copérnico e seus seguidores assumiam uma postura em relação à matemática antagônica à aristotélica, o que suscitou um debate acerca do *status* das ciências matemáticas. Giovanni Battista Benedetti (1530-1590) e Simon Stevin (1548-1620) também foram dois nomes importantes. Eles colaboraram para a implementação de métodos matemáticos no campo da física, mas foi Galileu o principal responsável nesse quesito.

Galileu acreditava que a natureza tinha um caráter matemático, isto é, "[...] que o mundo físico real, na verdade, consistia em entidades matemáticas e suas leis, e que essas leis eram detectáveis em detalhe com certeza absoluta"[131] (CROMBIE, 1995, vol. 2, p. 152). Tal concepção era fruto, ao menos em parte, da forte influência que o platonismo pitagórico exerceu na Itália desde o século XV, sendo que um elemento essencial deste platonismo era a crença de que o comportamento das coisas resultava de sua estrutura geométrica (Cf. Ibid., vol. 2, p. 150).

Os primeiros trabalhos de Galileu visavam desenvolver uma ciência matemática para os movimentos dos corpos. Mais especificamente, ele buscou aprimorar o tratado de Arquimedes sobre corpos que flutuam, assim como se dedicou ao estudo dos centros de gravidade (Cf. GUICCIARDINI, 2013, p. 231). Já tinha havido tentativas de matematizar o movimento de projéteis, como a de Tartaglia (c. 1500-57), mas os resultados não alcançavam o mesmo rigor ou exatidão dos helenistas. De fato, "o projeto de matematizar o movimento dos corpos era considerado por muitos arquimedianos como estando para além do âmbito da matemática"[132] (Ibid., p. 231).

---

[129] Uma exposição geral da geometria cartesiana pode ser encontrada em MERZBACH; BOYER, 2011, pp. 310-320.

[130] Newton também se interessou por questões relativas à geração mecânica de curvas, assim como vários outros grandes nomes do século XVII (Cf. GUICCIARDINI, 2013, pp. 241-249).

[131] "[…] that the real physical world actually consisted of the mathematical entities and their laws, and that these laws were discoverable in detail with absolute certainty"

[132] "the project of mathematizing the motion of bodies was considered by many Archimedeans as lying beyond the scope of mathematics".

Tentativas de matematizar noções como tempo, distância e velocidade – caracterizadas como magnitudes contínuas – ocorriam desde a antiguidade, como declara Guicciardini (2013, pp. 232-233):

> Desde a antiguidade, magnitudes contínuas tinham sido abordadas através da teoria das proporções, codificada no Livro 5 dos *Elementos* de Euclides. A teoria euclidiana das proporções era a principal ferramenta matemática empregada na matematização dos fenômenos da natureza na primeira metade do século XVII[133].

Vale destacar alguns conceitos importantes para se compreender a teoria das proporções:

> [U]ma magnitude é um conceito geral que abrange todos os casos nos quais operações de adição e comparação têm significado. [...] Razões podem ser formadas entre duas magnitudes do mesmo 'tipo' (por exemplo, entre duas áreas e dois volumes), enquanto que uma proporção é uma 'similitude' (uma *analogia*) entre duas razões ('Uma *razão* é um tipo de relação no que diz respeito ao tamanho entre duas magnitudes do mesmo tipo')[134] (Ibid., p. 233, ênfase do autor).

A teoria das proporções só permite que uma razão seja formada entre magnitudes homogêneas. Guicciardini (2013, p. 233) destaca que na tradição euclidiana não se interpretava as razões como números, nem as proporções como equações, tendo em vista que "a descoberta de razões incomensuráveis [...] foi interpretada como implicando que o conceito de número era incapaz de cobrir a extensão do conceito de razão"[135]. Não obstante, era possível realizar operações com razões, como era o caso da *composição*[136].

Em 1592, surgiu uma nova ciência do movimento com a matematização da queda vertical uniformemente acelerada por Galileu. Nessa época, Galileu defendia que os corpos que caem verticalmente aceleram continuamente[137]. Essa concepção levou Galileu a buscar uma forma de matematizar uma velocidade variável. A matematização da velocidade constante era importante para Galileu, por dois motivos:

---

[133] "Since antiquity, continuous magnitudes had been approached through the theory of proportions, codified in Book 5 of Euclid's Elements. The Euclidean theory of proportions was the main mathematical tool employed in the mathematization of natural phenomena in the first half of the seventeenth century".

[134] "[…] a general concept covering all instances in which operations of adding and comparing have meaning. […] Ratios can be formed between two magnitudes of the same 'kind' (for example, between two areas or volumes), while a proportion is a 'similitude' (an *analogy*) between two ratios ('A *ratio* is a sort of relation in respect of size between two magnitudes of the same kind')".

[135] "The discovery of incommensurable ratios […] was interpreted as implying that the concept of number was unable to cover the extension of the concept of ratio".

[136] Guicciardini (2013, pp. 233-234) proporciona mais informações sobre essa operação.

[137] Retornaremos ao estudo de Galileu da queda dos corpos na próxima seção.

> […] [N]ão apenas porque – como ele mesmo percebeu – o movimento equável [ou uniforme] é um estado no qual um corpo persevera até que alguma causa externa, tal como um impacto ou a gravitação, mude seu estado, mas também porque o estudo do movimento acelerado era reduzido por Galileu ao movimento equável[138] (Ibid., p. 235).

Os teoremas sobre o movimento equável que são apresentados por Galileu são enquadrados dentro da teoria das proporções, o que lhe impõe uma série de restrições ao tratamento do movimento naturalmente acelerado (Cf. Ibid., pp. 235-237). Não obstante, ele foi capaz de "[...] associar um movimento equável a um movimento acelerado, e, portanto, matematizar o movimento uniformemente variável em termos de movimento equável"[139] (Ibid., p. 237).

É curioso notar que na obra de Galileu as noções de infinito e infinitesimal "espreitam", nas palavras de Guicciardini (2013, p. 238):

> O infinito e o infinitesimal espreitam por trás da demonstração de Galileu, no entanto seu autor estava preocupado em relação aos perigos inerentes ao raciocinar com o infinito, e enquadrou suas demonstrações uma polegada dentro (ou depois?) dos 'limites', por assim dizer, do que tem sido chamado de mecânica 'pré-clássica' [...][140].

De qualquer forma, Galileu demonstrou ser possível descrever o movimento dos corpos em termos matemáticos. "[...] [A]o compor o movimento equável inercial na direção (horizontal) de projeção com o movimento naturalmente acelerado vertical, ele provou que o movimento sem fricção de projéteis toma lugar ao longo de uma parábola"[141] (Ibid., p. 238). Embora fosse um feito notável, a teoria das proporções ainda proporcionava restrições para maiores desenvolvimentos no que diz respeito à matematização dos movimentos dos corpos. De fato, a teoria das proporções carecia da flexibilidade necessária para resolver problemas no âmbito da filosofia natural do começo do século XVII.

No que concerne aos desdobramentos nos diferentes campos da matemática, Crombie (1995, vol. 2, p. 138) aponta que os primeiros avanços que ocorreram no século XVII em termos de técnica matemática se deram no âmbito da álgebra. Dentre esses avanços, destacam-se os

---

[138] "[…] not only because—as he himself realized—equable motion is a state in which a body perseveres until some external cause, such as an impact or gravitation, changes its state, but also because the study of accelerated motion was reduced by Galileo to equable motion".

[139] "[…] associate an equable motion to an accelerated motion, and therefore to mathematize uniformly accelerated motion in terms of equable motion".

[140] "the infinite and infinitesimal lurk behind Galileo's demonstration, yet its author was anxious about the dangers inherent in reasoning with the infinite, and framed his demonstrations one inch within (or beyond?) the 'limits', so to speak, of what has been termed 'pre-classical' mechanics […]".

[141] "[…] by compounding inertial equable motion in the (horizontal) direction of projection with vertical naturally accelerated motion, he proves that frictionless motion of projectiles takes place along a parabola".

aprimoramentos no seu simbolismo. Dentre eles, estavam o uso de letras para representar constantes e o uso de símbolos tais como "+", "-", "=", dentre outros para representar operações que outrora eram escritas por extenso, ou seja, "mais", "menos", "igual". Na verdade, Crombie (1995, vol. 2, pp. 138-139) observa que esses símbolos "[...] tinham sido introduzidos gradualmente a partir do final do século XV, de modo que, nas primeiras décadas do século XVII, a álgebra e a aritmética tinham sido padronizadas em algo como a forma atual delas"[142].

Segundo Mahoney (1998, p. 743), "a álgebra era chamada de análise inicialmente porque incorporava a descrição de Papo [de Alexandria] do processo de sair de um problema para a sua solução"[143]. Posteriormente, François Viète (1540-1603) introduziu a noção de estrutura (ou constituição) de equações (*constitutio aequationum*, em latim). Para Mahoney (1998, p. 743), essa noção transformou a álgebra em um "[...] corpo de técnicas pelas quais aquela estrutura é analisada em suas partes básicas ou transformadas em estruturas equivalentes"[144].

Quanto à análise, o seu surgimento no século XVII se deve, em parte, a dois matemáticos: Viète e Descartes.

> Persuadido de que a "bárbara" arte da álgebra, herdada dos árabes, continha traços do método de análise que os geômetras gregos usavam para encontrar soluções para problemas e provas de teoremas e então mascaravam em suas demonstrações, Viète criou um novo simbolismo e elevou a álgebra à "arte da análise". Descartes procedeu de maneira semelhante, redefinindo "geometria" como a classe de problemas sujeita ao tratamento e expressão algébricos e desenvolvimentos subsequentes nos métodos de séries e infinitesimais estenderam aquela classe[145] (Ibid., pp. 739-740).

À medida que a análise passava por novos desdobramentos, ela se afastava da síntese, ou seja, da demonstração a partir de princípios primeiros ou de teoremas derivados destes. Mahoney (1998, p. 740) aponta que a análise tinha como vantagem seu poder heurístico, mas, por outro lado, carecia de força demonstrativa. "Na ausência de prova de que cada um dos passos de uma análise poderia ser invertido, a análise não conseguia compelir assentimento"[146]

---

[142] "[…] had been gradually introduced from the end of the 15th century, so that by the first decades of the 17th century algebra and arithmetic had been standardized into something like their present form".
[143] "Algebra was called analysis initially because it embodied Pappus's description of the process of moving from a problem to its solution".
[144] "[…] body of techniques by which that structure is analysed into its basic parts or transformed into equivalent structures".
[145] "Persuaded that the 'barbarous' art of algebra, inherited from the Arabs, contained traces of the method of analysis the Greek geometers used to find solutions to problems and proofs of theorems and then masked in their demonstrations, Viète created a new symbolism and elevated algebra to the 'art of analysis'. Descartes followed suit, redefining 'geometry' as the class of problems subject to algebraic expression and treatment, and subsequent developments in the methods of series and infinitesimals extended that class".
[146] "In the absence of proof that each of the steps of an analysis could be inverted, analysis could not compel assent".

(Ibid., p. 740). Ela também permitia estabelecer uma relação entre a álgebra e a mecânica (Cf. Ibid., p. 743).

No campo da geometria, houve dois avanços de maior destaque, a saber, a introdução da geometria analítica e o surgimento do cálculo infinitesimal. No que diz respeito à geometria analítica, Nicolau de Oresme (c. 1320-1382) já tinha feito contribuições importantes nesse sentido (Cf. MERZBACH; BOYER, 2011, pp. 239-240), Crombie (1995, vol. 2, p. 139), porém, alega que Descartes foi seu principal desenvolvedor, acrescentando ainda que "se seus predecessores inventaram o método, foi Descartes que, em sua *Géométrie* (1637), primeiro desenvolveu seu poder pleno"[147]. Merzbach e Boyer (2011, p. 320-322), por sua vez, atribuem a Fermat sua descoberta, antes do surgimento da *Géométrie* de Descartes, em um tratado chamado *Ad Locos Planos et Solidos Isagoge*.

> A *Introdução aos Loci* [isto é, o *Ad Locos Planos et Solidos Isagoge*] de Fermat não foi publicada durante a vida do autor, logo a geometria analítica na mente de muitos foi considerada como a invenção única de Descartes. É agora claro que Fermat tinha descoberto essencialmente o mesmo método bem antes do aparecimento de *La géométrie* e que sua obra circulou em forma de manuscrito até sua publicação em 1679 nas *Varia opera mathematica*. [...] [S]ua exposição era muito mais sistemática e didática do que aquela de Descartes[148] (MERZBACH; BOYER, 2011, p. 322).

1.5. Gravitação

Diferentes explicações para a queda dos corpos e para outros fenômenos associados à gravidade ocorreram ao longo da história da filosofia. Nesta seção, faremos apenas uma breve exposição das principais delas, focando sobretudo naquelas do século XVI e início do século XVII. Como já foi dito, quando são abordadas questões relativas à filosofia natural deste século, é importante ter em mente as teses aristotélicas, que tinham bastante influência no período. O caso da gravidade não é diferente. Assim Guicciardini (2013, p. 232) sintetiza a concepção dos aristotélicos sobre ela:

> Os aristotélicos assumiam que os corpos se movem para cima ou para baixo dependendo de sua *levitas* ('leveza') ou *gravitas* ('peso'). Aqueles que se movem para baixo (corpos pesados compostos majoritariamente de terra) o fazem com uma velocidade que é proporcional ao seu peso e inversamente proporcional à densidade

[147] "If his predecessors invented the method, it was Descartes who, in his *Géométrie* (1637), first developed its full power".
[148] "Fermat's *Introduction to Loci* was not published during the author's lifetime; hence, analytic geometry in the minds of many was regarded as the unique invention of Descartes. It is now clear that Fermat had discovered essentially the same method well before the appearance of *La géométrie* and that his work circulated in manuscript form until its publication in 1679 in *Varia opera mathematica*. […] his exposition was much more systematic and didactic than that of Descartes".

> do meio através do qual eles se movem. O vazio perfeito não pode existir[149], segundo essa concepção, posto que a densidade igual a zero implicaria uma velocidade infinita para os corpos em queda[150].

Nadler (1998, pp. 517-518), por sua vez, apresenta a concepção dos escolásticos da seguinte maneira:

> [...] [C]orpos pesados caem e corpos leves (por exemplo, o fogo) naturalmente sobem por causa da presença inata nos primeiros do peso e nos últimos da leveza. A qualidade ou 'virtude motriz' (*virtus motrix seu potentia*) *gravitas* serve como a causa eficiente primária do movimento de um corpo pesado em direção ao centro do mundo[151].

Na obra *Do Céu*, ou *De Caelo*, Aristóteles defende que "[...] cada lugar tem uma certa potência (*dynamis*) específica capaz de produzir efeitos distintos tal que corpos pesados movem-se, naturalmente, 'para baixo', seu lugar natural; e corpos leves 'para cima'" (ÉVORA, 2005, p. 136). Averróis também adotou uma explicação semelhante[152].

A concepção de Aristóteles e Averróis foi bastante influente desde o século XIII, mas já neste século houve filósofos que acreditavam que se deveria fazer acréscimos nela. Para alguns, a tendência intrínseca à forma do corpo para seu lugar natural não bastava para explicar a gravidade, isto é, não bastava recorrer apenas a uma causa final, mas era preciso recorrer também a uma causa eficiente. Nesse sentido, alguns defendiam que essa causalidade eficiente era exercida por uma causa externa. Dentre aqueles que defendiam tal solução, estavam Boaventura (*Bonaventura*) (1217-1274), Ricardo de Mediavilla (Richard of Middleton) (1249-1308) e Roger Bacon (Cf. CROMBIE, vol. 2, p. 57).

No século XIV, alguns autores defendiam o lugar natural como uma causa eficiente total da gravidade, ao passo que outros negavam que o lugar natural pudesse exercer algum tipo de força sobre o corpo que estivesse se movendo em sua direção (Cf. Ibid., vol. 2, p. 58). Segundo Crombie (1995, vol. 2, p. 58), o que esses autores tinham em comum era a rejeição da

---

[149] Retornaremos à questão da impossibilidade da existência do vazio para Aristóteles ainda nesta seção.

[150] "Aristotelians assumed that bodies move upwards or downwards depending on their *levitas* ('lightness') or *gravitas* ('heaviness'). Those moving downwards (heavy bodies mostly composed of earth) do so with a speed that is proportional to their heaviness and inversely proportional to the density of the medium through which they move. Perfect void cannot exist, according to this view, since density equal to zero would imply an infinite speed for falling bodies".

[151] "[…] heavy bodies fall and light bodies (e.g., fire) naturally rise upwards because of the innate presence in the former of heaviness and in the latter of lightness. The quality or 'motive virtue' *(virtus motrix seu potentia) gravitas* serves as the primary efficient cause of the motion of a heavy body towards the centre of the world".

[152] Averróis ainda dividia o movimento natural em dois tipos: o movimento por causa da alma e o movimento por *inclinação*. "Inclinação" aqui é uma tradução do termo "*leaning*" utilizado por Montada (2024) no segundo parágrafo na seção 15 de seu texto, que ainda é seguido por uma observação, em parênteses, de que se trata da tradução do termo *declinatio*, ou ainda *mail*, em árabe. A gravidade e a leveza seriam exemplos de movimento por *inclinação*. Sobre esse ponto, confira o segundo parágrafo na seção 15 em MONTADA, 2024.

possibilidade de haver ação à distância[153]. Alguns explicavam a ação à distância fazendo uma analogia com o magnetismo como concebido por Averróis, ou seja, "[...] a força que movia o ferro era uma qualidade induzida nele pelas *species magnetica* que saiam do magneto através do meio e alteravam o ferro, assim dando a ele o poder *para se mover*"[154] (Ibid., vol. 2, p. 59, ênfase do autor). De modo geral, no que diz respeito à explicação para a gravidade nos séculos XIII e XIV, a ação à distância e a existência de forças externas eram rejeitadas, prevalecendo a concepção de Aristóteles e Averróis sobre a existência de uma tendência intrínseca (Cf. Ibid., vol. 2, p. 59).

Um filósofo importante do século XIV, no que concerne ao estudo da queda dos corpos, foi Jean Buridan (1301-1358). Ele discordava da explicação segundo a qual a aceleração dos corpos em queda livre se devia à atração deles pelo seu lugar natural. Antes, ele explicava esse fenômeno através de sua teoria do *impetus*. A teoria do *impetus* surge como uma resposta para as tentativas malsucedidas de explicar a persistência do movimento de um corpo após sua separação de seu movente original. Ela estabelece que o movente deve de algum modo transferir um *impetus*, ou seja, um poder motriz, fazendo com que o corpo movido, e que já não está mais em contato com o movente original, continue a se mover até ser afetado por uma ação externa[155].

Buridan defendia que o *impetus* se tratava de uma "coisa de natureza permanente" (*res naturae permanentis*), caso não houvesse resistência do meio e a gravidade, distinta do movimento local e uma qualidade designada pela natureza para mover o corpo no qual ela é impressa (Cf. SIMON; REZENDE, 2018, p. 257). O *impetus* move um objeto na medida em que ele permanece mais forte do que a resistência proporcionada por um fator externo. Essa característica pode nos levar a pensar que, na ausência desse fator externo, como uma força oposta, o *impetus* duraria para sempre, mas isso só ocorreria no caso dos corpos celestes[156].

A teoria do *impetus* de Buridan teve adeptos, como Alberto da Saxônia (1316-1390) e Nicolau de Oresme. Alguns deles fizeram adaptações à teoria, mas, seja apresentada de uma

---

[153] Duas exceções foram Guilherme de Ockham e João Baconthorpe (1290-1346) (Cf. CROMBIE, 1995, vol. 2, p. 59).

[154] "[...] the force that moved the iron was a quality induced in it by the *species magnetica* that went out from the magnet through the medium and altered the iron, thus giving it the power *to move itself*".

[155] A teoria de Buridan não era sem precedentes. Simon e Rezende (2018, p. 255) apontam que a ideia segundo a qual um motor transmitia algo ao movente já tinha sido desenvolvida por Hiparco (190 AEC – 120 AEC) e aprimorada por João Filopono (ou Philoponos) (490-570). Entretanto, como afirmam Simon e Rezende (2018, p. 255), não há evidências de que Buridan tenha tido contato com os escritos de Filopono.

[156] Ariew e Gabbey (1998, p. 444) destacam que, na concepção de Buridan, um *impetus* teria sido transmitido às esferas celestes na Criação, o que teria assegurado seu movimento perpétuo.

maneira ou de outra, ela teve grande aceitação em vários países da Europa entre os séculos XIV e XVI (Cf. CROMBIE, vol. 2, p. 86).

Alberto da Saxônia adaptou a teoria do *impetus* de Buridan, apresentando o princípio do *impetus* composto para defender que a trajetória de um projétil poderia ser dividida em três períodos, explicação que foi aceita até o século XVI (Cf. Ibid., vol. 2, p. 87):

> (1) [U]m período inicial de movimento puramente violento durante o qual o *impetus* impresso aniquilava a gravidade natural; (2) um período intermediário do *impetus* composto durante o qual o movimento era tanto violento quanto natural; (3) um período final de movimento puramente natural verticalmente para baixo após a gravidade natural e a resistência do ar tivessem superado o *impetus* impresso[157] (Ibid., vol. 2, pp. 86-87).

Nicolau de Oresme, um discípulo de Buridan, também apresenta uma nova concepção sobre a queda dos corpos ao redefinir os termos aristotélicos *cima*, *baixo*, *pesado* e *leve*. Grant (2002, p. 496) a apresenta da seguinte forma:

> Para Oresme, um corpo é dito ser "pesado" e ir para "baixo" quando corpos leves o envolvem. Os corpos leves que o envolvem são ditos como estando em "cima". Dessa forma, corpos leves e pesados e as direções cima e baixo poderiam ser interpretados independentemente dos lugares naturais dos corpos. Oresme conclui que, se Deus criasse um pedaço de terra nos céus, este pedaço de terra não teria a tendência para se mover em direção ao centro de nosso mundo. Assim, todos os mundos seriam sistemas fechados, bem independentes um do outro[158].

No que concerne ao século XV, destacamos apenas que o ressurgimento do platonismo nas discussões acerca da possível existência de outros mundos faz com que a concepção de Platão e dos pitagóricos fosse retomada, segundo a qual o movimento natural de um corpo consistia em reintegrar o elemento ao qual pertencia, ao passo que o movimento violento realizava o efeito oposto (Cf. CROMBIE, vol. 2, p. 60).

Na passagem do século XV para o XVI, Leonardo da Vinci também contribuiu para as discussões acerca da gravidade através de seus estudos no campo da mecânica. Ele observou,

---

[157] "(1) an initial period of purely violent motion during which the impressed *impetus* annihilated natural gravity; (2) an intermediate period of compound *impetus* during which movement was both violent and natural; and (3) a final period of purely natural movement vertically downwards after natural gravity and air resistance had overcome the impressed *impetus*".

[158] "For Oresme, a body is said to be 'heavy' and 'down' when light bodies surround it. The surrounding light bodies are said to be 'up.' In this way, heavy and light bodies and the directions up and down could be interpreted independently of the natural places of bodies. Oresme concludes that if God created a piece of earth in the heavens, that piece of earth would have no tendency to move towards the center of our world. Thus all worlds would be closed systems, quite independent of one another".

por exemplo, que "[...] uma esfera em um plano inclinado se movia até alcançar um ponto onde seu centro de gravidade estivesse verticalmente acima de seu ponto de contato [...]"[159] (Ibid., vol. 2, p. 136) e que:

> [...] [A] velocidade de uma bola rolando para baixo em um plano inclinado era uniformemente acelerada e mostrou que a velocidade de um corpo em queda aumentava na mesma proporção em uma dada queda vertical, seja se ele descendesse verticalmente ou descesse um declive[160] (Ibid., vol. 2, p. 136).

Leonardo da Vinci defendia a teoria do *impetus*. Ele concordava com a divisão em três períodos para a trajetória de um projétil estabelecida por Alberto da Saxônia, mas ressaltava que o movimento de um corpo poderia resultar de duas ou mais forças distintas. Além disso, o *impetus* só poderia produzir movimento em linha reta (Cf. Ibid., vol. 2, p. 137).

Nos séculos XVI e XVII, o conceito de movimento foi bastante abordado nas discussões no âmbito da filosofia natural. Janiak (2018, p. 392) aponta que havia várias razões para tanto. A questão sobre se a Terra se movimentava em uma órbita similar aos dos outros planetas e a questão sobre como entender o movimento curvilíneo de projéteis, ou mesmo de corpos celestes, são alguns exemplos. Essas discussões tiveram implicações para a noção de gravidade. Hill (2017, pp. 388-389) aponta para três pontos do entendimento tradicional acerca do movimento que passaram a ser questionados no século XVI: a divisão entre movimento natural e violento, a noção de força motriz e a tese segundo a qual a velocidade de um objeto em queda livre é proporcional ao seu peso.

Em relação à distinção aristotélica entre movimento natural e violento, é preciso lembrar que, para Aristóteles, cada elemento, por sua própria natureza, tem uma inclinação a voltar para sua esfera, isto é, para seu lugar natural. Aristóteles chama essa inclinação de movimento natural. Quando um corpo com um elemento primário preponderante é movido numa direção diferente à sua tendência natural, diz-se que ele está sofrendo um movimento violento. Os movimentos violentos eram produzidos por algo *extrínseco* ou por um princípio de movimento, contrário à inclinação natural do corpo em movimento, operando através do contato com este[161].

A distinção entre movimento natural e violento foi posta em dúvida com os estudos de Tartaglia. Ele defendia a teoria do *impetus*, mas a modificou ao estudar a trajetória de projéteis.

---

[159] "[…] a sphere on an inclined plane moved until it reached a point where its centre of gravity was vertically above its point of contact […]".

[160] "[…] the velocity of a ball rolling down an inclined plane was uniformly accelerated, and showed that the velocity of a falling body increased by the same amount for a given vertical fall whether it descended vertically or down an incline".

[161] Simon e Rezende (2018, pp. 243-248) apresentam mais informações sobre a distinção entre movimento violento e natural.

Seus estudos o levaram a representar o movimento violento de uma bola de canhão como parabólico, e não angular, como era o entendimento da tradição acerca do movimento. Segundo a teoria do *impetus* defendida até então, a bola deveria percorrer uma trajetória em linha reta e, quando o *impetus* proporcionado pela explosão do canhão cessasse, ela deveria cair em linha reta em direção à esfera terrestre. Esses dois momentos atribuídos ao percurso eram fundamentados na distinção entre movimento natural e violento, que estabelecia que nenhum movimento natural poderia ser imposto à bola de canhão enquanto ela tivesse um movimento violento. Tartaglia, em um primeiro momento, defendeu que não era possível um corpo uniformemente pesado ter um movimento violento e natural simultaneamente. Cardano criticou Tartaglia nesta questão, o que o levou posteriormente a considerar a possibilidade de que houvesse alguma interação entre os movimentos natural e violento (Cf. Ibid., p. 389).

Acerca da noção de força motriz, a concepção aristotélica estabelecia que, para que um determinado objeto entrasse em movimento, era necessário haver uma força motriz externa a esse objeto para movê-lo. Essa noção se deparava com algumas dificuldades quando se considerava casos em que o motor extrínseco deixa de ter contato com o móvel. Um exemplo bastante conhecido é o de uma pessoa que arremessa uma pedra. No momento em que a pedra já não está mais em contato com a pessoa, ou seja, com o motor extrínseco, ela continua em movimento, mas como isso é possível? Como apontam Ariew e Gabbey, havia uma solução para esse problema conhecida como o argumento "*antiperistasis*". Os autores apresentam o argumento da seguinte forma:

> [...] [A]o deixar a mão do arremessador, a pedra empurra o ar em frente, que por sua vez move outro ar ao redor para trás da pedra, de modo a impedir a formação de um vácuo, que por sua vez empurra a pedra por trás. Aristóteles, aparentemente, rejeitou esse argumento, preferindo identificar o próprio ar atrás da pedra como o transmissor direto da força original da mão[162] (ARIEW; GABBEY, 1998, p. 443).

Segundo Fátima Évora, a explicação que Aristóteles preferia dar para esse movimento retilíneo violento era a seguinte: "[...] o ar que foi empurrado, no instante em que o projétil é inicialmente disparado, move-se com um movimento mais rápido do que a locomoção natural, para baixo do projétil, empurrando assim o projétil adiante" (ÉVORA, 1993, p. 86 apud SIMON; REZENDE, 2018, p. 250). Não obstante, as duas explicações sofreram críticas ao

[162] "[…] on leaving the hand of the thrower the stone pushes the air in front, which in turn moves other air round to the back of the stone, to prevent the formation of a vacuum, which in turn pushes the stone from behind. Aristotle seems to have rejected this argument, preferring to identify the air itself behind the stone as the direct transmitter of the hand's original force".

longo da história da filosofia, como as de Filopono[163] (Cf. SIMON; REZENDE, 2018, pp. 250-251) e de Buridan (Cf. Ibid., p. 256).

Sobre a queda dos corpos, Tartaglia e Benedetti conjecturavam que "[...] a velocidade dos corpos em queda é proporcional à diferença entre a gravidade específica deles e aquela do meio no qual eles se encontram"[164] (GUICCIARDINI, 2013, p. 232). Benedetti, especificamente, acreditava que corpos do mesmo material, mas de diferentes tamanhos, cairiam com a mesma velocidade.

> Ele imaginou um grupo de corpos do mesmo material e peso caindo lado a lado, primeiro conectados e depois separados, e concluiu que eles estando em conexão não poderia alterar sua velocidade. Um corpo do tamanho de todo o grupo, portanto, cairia com a mesma velocidade que cada um de seus componentes. Ele, portanto, concluiu que todos os corpos do mesmo material (ou 'natureza'), qualquer que seja o tamanho deles, cairiam com a mesma velocidade [...][165] (CROMBIE, 1995, vol. 2, p. 142).

Crombie (vol. 2, p. 142) destaca outros pontos importantes defendidos por Benedetti: o peso ser proporcional à densidade relativa em um determinado meio; a velocidade de um corpo não ser infinita no vácuo; no caso de um projétil, a gravidade natural não ser completamente eliminada pelo *impetus* do voo; e o *impetus* produzir movimento somente em linha reta, sendo que um corpo poderia ser desviado desse curso por outra força.

Simon Stevin realizou um experimento semelhante ao de Benedetti, que consistia em soltar simultaneamente duas bolas de chumbo, uma sendo dez vezes mais pesada do que a outra, de uma altura de trinta pés sobre uma tábua (Cf. Ibid., vol. 2, p. 142). Ao constatar que as duas bolas atingiam a tábua no mesmo instante, ele inferiu que o mesmo deveria acontecer com outros corpos de tamanhos iguais e de pesos ou materiais diferentes. Crombie (1995, vol. 2, p. 144) observa que experimentos semelhantes já haviam sido realizados por antigos críticos de Aristóteles, mas os resultados obtidos nem sempre eram os mesmos, tendo em vista a dificuldade de avaliar os efeitos da resistência do ar sobre os corpos mais leves. Em todo caso, as observações de Stevin eram incompatíveis com a concepção aristotélica do movimento.

---

[163] É interessante notar que Filopono realizou críticas a Aristóteles em uma série de questões, como, por exemplo, à noção de movimento natural, de movimento violento, à tese segundo a qual o movimento em um meio sem resistência é impossível e à dicotomia entre as regiões sub e supralunar (Cf. ÉVORA, 2000, pp. 59-60). Filopono também critica o conceito aristotélico de *matéria prima*, mas não há espaço aqui para abordar essa questão (Cf. ÉVORA, 2000).

[164] "[…] the speed of falling bodies is proportional to the difference between their specific gravity and that of the medium in which they find themselves".

[165] "He imagined a group of bodies of the same material and weight falling beside each other, first connected and then separately, and he concluded that their being in connexion could not alter their velocity. A body the size of the whole group would, therefore, fall with the same velocity as each of its components. He therefore concluded that all bodies of the same material (or 'nature'), whatever their size, would fall with the same velocity […]".

A possibilidade da existência do vazio também foi abordada no século XVI. Como já mencionado anteriormente, Aristóteles negava sua existência. Assim Simon e Rezende (2018, p. 252) resumem a concepção dele: "[...] o Estagirita rechaça a hipótese do vazio porque este implicaria a inexistência do movimento violento (como o vazio não é um meio, ele não pode conservar o movimento) e do movimento natural (a velocidade deste seria infinita, algo absurdo)"[166]. Em contraste, Tartaglia e Benedetti indicavam que a existência do vazio poderia ser possível, tendo em vista a concepção deles, já apresentada, de que a velocidade dos corpos em queda era proporcional à diferença entre sua gravidade específica e aquela do meio no qual eles se encontravam (Cf. GUICCIARDINI, 2013, p. 232). Relacionado a essa questão, alguns filósofos desse período se perguntavam, por exemplo, qual seria o movimento natural de um determinado objeto no vazio. Como a maioria dos peripatéticos não acreditava na existência dele, essa questão não fazia sentido para eles. Já para aqueles que acreditavam na sua existência, muitos defendiam que o movimento descrito seria retilíneo e uniforme, mas também havia aqueles que defendiam que o movimento seria circular[167].

Galileu abordou essas questões. Em sua obra *De Motu*[168], ele critica três teses da física aristotélica: que não é possível haver movimento no vazio, a explicação para o movimento de projéteis e aquela para a queda livre. Em relação à queda dos corpos, ele negava que aqueles constituídos do mesmo material e estando no mesmo meio caíssem com velocidades proporcionais ao tamanho e ao peso deles. Swerdlow (2013, p. 26) apresenta o argumento de Galileu para o caso em que duas pedras, uma tendo o dobro do tamanho da outra, caem ao mesmo tempo do alto de uma torre:

> Ele [Galileu] argumentava, antes, que elas caem com a mesma velocidade a partir da contradição de que, se um corpo maior e outro menor estão unidos, o composto, por esse raciocínio, cairia mais devagar do que o corpo maior, mas o composto está agora maior do que o corpo maior, contradizendo o princípio de que o corpo maior cai mais rápido[169].

De acordo com Swerdlow (2013, pp. 26-27), Galileu, no *De Motu*, defende que o movimento natural ocorre através do peso (*heaviness*) ou leveza essencial de um corpo. Esse peso ou leveza essencial nada mais é do que seu peso (*weight*) específico, ou seja, o peso (*weight*) por unidade de volume, sendo que tudo possui algum peso (*weight*). Embora a causa

---

[166] Simon e Rezende (2018, pp. 251-252) tratam em mais detalhes da concepção aristotélica sobre o vazio.
[167] Esses posicionamentos são discutidos em GABBEY, 1998, pp. 660-664.
[168] Hill (2017, p. 389) aponta que o *De Motu* foi escrito entre o final da década de 1580 e começo da de 1590.
[169] "He argued instead that they fall with the same speed from the contradiction that if a larger and smaller body are joined together the composite would, by this reasoning, fall slower than the larger body; but the composite is now larger than the larger body, contradicting the principle that the larger body falls faster".

do movimento natural seja o peso (*heaviness*) e a leveza essencial do objeto, é preciso considerar também o meio através do qual ele se move, posto que um objeto: mover-se-á para baixo, caso ele esteja em um meio mais leve; mover-se-á para cima, caso esteja em um meio mais pesado; e não se moverá, caso esteja em um meio que tenha o mesmo peso específico. É a diferença entre o peso específico de um corpo e o do meio que fará com que ele tenha uma velocidade maior ou menor. Assim, duas pedras caem com a mesma velocidade no mesmo meio, mas uma pedra e um pedaço de madeira caem com diferentes velocidades no mesmo meio. Essa concepção de Galileu tem como implicação que a tese aristotélica da não existência do vazio não se sustenta, como explica Swerdlow (2013, p. 27):

> Quanto à proporcionalidade inversa à densidade do meio, Aristóteles chega à conclusão de que o vazio não pode existir, posto que o movimento em um vazio seria instantâneo, o que é impossível. Mas se a velocidade é proporcional à diferença de peso específico do corpo e do meio, a velocidade em um meio de peso específico zero, um vazio, ainda seria finito, dependendo do peso específico do corpo somente não reduzido pelo peso específico de um meio, o que também refuta a impossibilidade de um vazio[170].

Para além do movimento natural, no *De Motu*, Galileu também apresenta algumas considerações acerca do movimento de projéteis (Cf. SWERDLOW, 2013, pp. 27-29). Na sua concepção, a causa do movimento de um projétil difere se este é impelido para cima ou para baixo. Em termos gerais, quando o projétil é impelido para cima, ocorre a remoção de seu peso (*heaviness*); ao passo que, quando o projétil é impelido para baixo, ocorre a remoção de sua leveza.

> A ideia aqui é que a força motriz, inerente no móvel [*moveable*] (*mobili inhaerens*), reduz o peso [*heaviness*] natural ou intrínseco do corpo, de modo que ele é leve, movendo-se para cima, de modo preternatural ou por acidente ou por força (*preternaturaliter aut per accidens aut vi*); e quando livre da força que impele, o projétil mostra seu peso [*heaviness*] verdadeiro e intrínseco por meio de sua descida. A diferença entre a leveza intrínseca e a leveza acidental, removendo o peso [*heaviness*] através de uma força impressa, é que o efeito da força é temporário[171] (SWERDLOW, 2013, pp. 27-28).

---

[170] "As for the inverse proportionality to the density of the medium, Aristotle draws the conclusion that a void cannot exist, since motion in a void would be instantaneous, which is impossible. But if speed is proportional to the difference of specific weight of the body and the medium, the speed in a medium of zero specific weight, a void, would still be finite, depending upon the specific weight of the body alone unreduced by the specific weight of a medium, which also refutes the impossibility of a void".

[171] "The idea here is that the motive force, inhering in the moveable (*mobili inhaerens*), reduces the body's natural or intrinsic heaviness, so that it is light, moving upwards, preternaturally or by accident or by force (*preternaturaliter aut per accidens aut vi*); and when freed from the impelling force, the projectile shows its true and intrinsic heaviness by descending. The difference between intrinsic lightness and accidental lightness, removing heaviness through an impressed force, is that the effect of the force is temporary".

Galileu também explica por que um corpo que é arremessado para cima tende a diminuir sua velocidade a cada instante transcorrido e, quando ele passa a cair, tende a se mover cada vez mais rápido (Cf. SWERDLOW, 2013, pp. 28-29). A velocidade de um corpo arremessado para cima diminui a cada instante porque a força que reduz o seu peso (*heaviness*) gradualmente diminui até o momento em que ela se torna igual ao peso (*weight*) do corpo. Quando isso ocorre, a força não é mais capaz de mover o corpo para cima, momento em que o corpo pode ser considerado como não sendo pesado nem leve. A força, no entanto, continua a diminuir, ao passo que o peso (*heaviness*) passa a predominar, levando o corpo a começar a cair. Neste início da queda, ainda está presente aquela força que impeliu o corpo inicialmente para cima, que é a leveza. É esta leveza que diminui o peso (*heaviness*) do corpo no início da queda. À medida que a leveza vai diminuindo, o peso (*heaviness*) aumenta, fazendo com que o corpo caia cada vez mais rápido. Galileu ainda destaca a importância de se considerar o ângulo em que projétil é arremessado ou disparado, como no caso do disparo de um canhão.

> [...] [Q]uando o canhão é apontado para a vertical, a bola, pressionada para baixo com o seu peso, resiste à força da carga por mais tempo e assim recebe mais da força da carga do que em um canhão apontado para a horizontal, onde a bola oferece menos resistência e assim é disparada antes que a força total da carga seja recebida[172]. (SWERDLOW, 2013, p. 29).

Sobre a concepção de Galileu acerca da queda dos corpos no *De Motu*, Guicciardini (2013, p. 232) destaca o seguinte aspecto:

> [...] Galileu assume que um corpo caindo do repouso, após um período inicial no qual ele acelera, alcança um estado no qual cai com velocidade constante. A aceleração é aqui concebida como um acidente irregular transiente [...]. A velocidade constante era considerada por Galileu como o estado natural de movimento dos corpos em queda[173].

Posteriormente, Galileu mudou essa sua concepção, passando a defender que os corpos que caem verticalmente aceleram continuamente.

> Galileu, inicialmente, defendia que, em queda vertical, a velocidade varia diretamente com o comprimento do espaço percorrido pelo corpo em queda do repouso. Somente

[172] "[…] when the cannon is turned toward the vertical, the ball, pressing downward with its weight, resists the force of the charge longer and so takes on more of the force of the charge than in a cannon turned toward the horizontal, where the ball offers less resistance and so is fired before the full force of the charge is received".
[173] "[…] Galileo assumes that a body falling from rest, after an initial period in which it accelerates, reaches a state in which it falls with constant speed. Acceleration is here conceived of as a transient irregular accident […]. Constant velocity Galileo regarded as the natural state of motion of falling bodies".

> após 1604 ele percebeu que a velocidade varia linearmente com o tempo, ao invés da distância[174] (Ibid., p. 235).

Na sua obra *Discurso sobre as Duas Novas Ciências*, Galileu apresenta sua definição de movimento uniformemente acelerado, que seria aquele movimento no qual, em tempos iguais, ocorrem sucessivas adições iguais de velocidade, ou, nas palavras de Swerdlow (2013, p. 40), "[...] aquele movimento igualmente ou uniformemente acelerado que, partindo do repouso, em tempos iguais, adiciona a si mesmo momentos (graus) iguais de rapidez [*swiftness*] em sucessão (*temporibus aequalibus aequalia celeritatis momenta sibi superaddit*)"[175]. Ele também demonstra que, em um movimento natural acelerado de um corpo em queda, as distâncias percorridas são proporcionais aos quadrados dos tempos. "Se algum móvel [*moveable*] cai do repouso com um movimento uniformemente acelerado, os espaços percorridos por ele em quaisquer tempos iguais estão um em relação ao outro na razão duplicada dos mesmos tempos, a saber, na razão dos quadrados dos mesmos tempos"[176] (SWERDLOW, 2013, p. 42).

Ele também aborda a questão do movimento dos corpos em um plano inclinado. Ele aponta que "[...] os graus de velocidade adquiridos pelo mesmo móvel [*moveable*] (na queda) em diferentes inclinações de planos são iguais quando as alturas (*elevationes*) dos planos são iguais"[177] (SWERDLOW, 2013, p. 41). Ele também estabelece que se um corpo é colocado em um plano inclinado partindo do repouso e o mesmo corpo é colocado em uma perpendicular da mesma altitude, então os tempos dos movimentos estarão um para o outro na razão do comprimento do plano e da perpendicular (Cf. SWERDLOW, 2013, p. 44). Ele ainda acrescenta que: os tempos de descida em planos iguais, mas inclinados desigualmente, são um em relação ao outro inversamente proporcionais às raízes quadradas das alturas dos planos; a razão dos tempos de descida em planos que diferem em inclinação e altura é composta da razão dos comprimentos dos planos diretamente e das raízes quadradas de suas alturas inversamente; os tempos de descida ao longo de todas as cordas – ou seja, os segmentos de reta que unem dois pontos de uma circunferência – de um círculo vertical são iguais (Cf. SWERDLOW, 2013, p. 45).

---

[174] "Galileo initially maintained that in vertical fall speed varies directly with the length of the space covered by the falling body from rest. Only after 1604 did he realize that speed varies linearly with time rather than distance".
[175] "[...] that motion equably or uniformly accelerated which, departing from rest, in equal times adds to itself equal moments (degrees) of swiftness in succession (*temporibus aequalibus aequalia celeritatis momenta sibi superaddit*)".
[176] "If some moveable descends from rest with a uniformly accelerated motion, the spaces passed by it in any equal times are to each other in the duplicate ratio of the same times: namely, as the squares of the same times".
[177] "[…] the degrees of speed acquired by the same moveable (in descending) over different inclinations of planes are equal when the heights (*elevationes*) of the planes are equal".

No *Discurso sobre as Duas Novas Ciências*, Galileu também trata do movimento de projéteis em trajetória parabólica. Swerdlow (2013, p. 47) apresenta a explicação de Galileu para o movimento de um projétil, nesta obra, nos seguintes termos:

> Se um móvel [*moveable*] é projetado em um plano horizontal com todos os impedimentos removidos, seu movimento seria uniforme e perpétuo. Mas se o plano termina, o móvel adiciona a seu movimento uniforme prévio uma tendência para baixo de seu próprio peso, e daí emerge um tipo de movimento composto do movimento horizontal uniforme e do movimento naturalmente acelerado para baixo que eu chamo de projeção[178].

Segundo Galileu, se o movimento descrito por um projétil resulta do composto de um movimento horizontal uniforme e um movimento naturalmente acelerado para baixo, então seu movimento descrito corresponde a uma semiparábola (Cf. SWERDLOW, 2013, p. 47). O teorema no qual Galileu ilustra este ponto é seguido pela discussão de outros três aspectos:

> (1) O eixo da parábola é direcionado ao centro da Terra, mas como a parábola aumenta a partir do eixo, o projétil nunca terminaria no centro da Terra, ou se terminasse, descreveria uma linha diferente da parabólica. (2) Como o movimento horizontal parte mais distante do centro da Terra, ele está ascendendo, e assim o movimento não pode ser perpétuo e uniforme, mas se tornaria mais lento. (3) A resistência do meio, que não pode ser removida, perturbará a uniformidade do movimento transverso e a regra de aceleração para corpos pesados[179] (SWERDLOW, 2013, p. 48).

A resistência do meio também depende das características físicas do corpo com o qual está interagindo. Consideremos alguns casos nos quais corpos interagem com o ar. Quanto maior for a velocidade de um corpo, maior será a obstrução do ar. A altura que um corpo cai é outro fator a ser considerado, posto que, caso o corpo caia de uma altura muito grande, o ar eventualmente retirará a capacidade de aumentar sua velocidade. Em relação ao efeito do ar na queda de corpos pesados, a diferença de velocidade seria mínima, caso os corpos em queda tivessem o mesmo tamanho, mas diferentes pesos (Cf. SWERDLOW, 2013, pp. 48-49).

A contribuição de Galileu para a compreensão dos fenômenos associados à gravidade não pode ser menosprezada. Hill (2017, p. 389) chega a declarar que "o desenvolvimento de

---

[178] "If a moveable is projected on a horizontal plane with all impediments removed, its motion would be uniform and perpetual. But if the plane ends, the moveable adds to its previous uniform motion a downward tendency from its own weight, and there emerges a kind of motion compounded from uniform horizontal and naturally accelerated downward motion which I call projection".

[179] "(1) The axis of the parabola is directed to the centre of the Earth, but since the parabola widens from the axis, the projectile would never end at the centre of the Earth, or if it did, it would describe some line different from the parabolic. (2) Since the horizontal motion departs farther from the centre of the Earth, it is ascending, and thus the motion cannot be perpetual and uniform but would become slower. (3) The resistance of the medium, which cannot be removed will disturb the uniformity of the transverse motion and the rule of acceleration for heavy bodies".

Galileu da lei de queda livre e o reconhecimento de que a gravidade proporcionava um valor constante de aceleração formaram um momento divisor de águas na história da dinâmica"[180]. Hill (2017, p. 390) também enfatiza que Galileu também contribuiu para o surgimento da noção de inércia, com seus experimentos com corpos em queda livre, a partir dos quais ele inferiu que os corpos são "indiferentes" em relação ao movimento ou ao repouso. Sobre essa questão, Janiak (2018, p. 393) aponta para três ideias que levaram ao surgimento do princípio de inércia[181]:

> Primeiro, um corpo permanece em qualquer estado de movimento, a não ser que seja impingido por alguma causa externa; segundo, um corpo permanece em repouso, a não ser que seja impingido por alguma causal externa; e terceiro, um corpo em movimento se moverá retilineamente, a não ser que seja impingido por alguma causa externa[182].

Janiak (2018, p. 393) afirma que Galileu trabalhou nas duas primeiras ideias, mas não está claro se ele endossava completamente a terceira. Meli (2006, p. 656), por exemplo, sugere que Galileu talvez concebesse o movimento circular como natural:

> Na obra de Galileu, o movimento horizontal frequentemente é o limite de um movimento ao longo de um plano inclinado com inclinação zero e é verdadeiramente horizontal, no sentido de que ele coincide com o horizonte. Assim, em uma distância curta, ele pode parecer reto, mas em uma mais longa, ele é circular, por causa da curvatura da Terra. Galileu parece estender concepções similares para os movimentos orbitais, implicando que o movimento circular é natural[183].

Outros autores posteriores também contribuíram para as discussões acerca da gravidade, como Bonaventura Cavalieri (1598-1647) e Evangelista Torricelli (1608-1647). "Cavalieri se livrou da gravidade como uma propriedade física inata e disse que como qualquer outra força ela se devia a uma ação externa. Evangelista Torricelli [...] tomava a gravidade como uma dimensão dos corpos similar às suas dimensões geométricas"[184] (CROMBIE, vol. 2, p. 167).

---

[180] "Galileo's development of the law of free fall and the recognition that gravity provided a constant rate of acceleration formed a watershed moment in the history of dynamics".

[181] Simon e Rezende (2018) expõem brevemente o desenvolvimento do conceito de inércia de Aristóteles a Copérnico.

[182] "First, a body remains in any state of motion unless impinged upon by some external cause; second, a body remains at rest unless impinged upon by some external cause; and third, a body in motion will move rectilinearly unless impinged upon by some external cause".

[183] "In the work of Galileo, horizontal motion often is the limit of a motion along an inclined plane with zero inclination and is truly horizontal in the sense that it coincides with the horizon. Thus, over a short distance it may appear straight, but over a longer one it is circular because of the earth's curvature. Galileo seemed to extend similar views to orbital motions, implying that circular motion is natural".

[184] "Cavalieri got rid of gravity as an innate physical property, and said that like any other force it was due to external action. Evangelista Torricelli […] regarded gravity as a dimension of bodies similar to their geometrical dimensions".

Gassendi, que foi bastante influenciado por Galileu, acreditava que a gravidade podia ser explicada pelo comportamento dos átomos[185]. Ele aborda a questão da queda livre em duas obras, a saber, no *De Motu* (1642) e no *De proportione qua gravia decidentia accelerantur* (1646). Fisher (2024)[186] faz as seguintes observações sobre as considerações de Gassendi nessas obras:

> Na obra mais antiga [*De Motu*], Gassendi foca nas forças que compelem o corpo em queda, que ele assume compreender a força atrativa do magnetismo e a força propelente do ar por trás do corpo em queda. Essa combinação de forças, ele sugere, leva em consideração a lei galileana de que a distância percorrida por corpos em queda livre é proporcional ao tempo da queda ao quadrado. Contudo, Gassendi assume erroneamente aumentos na velocidade e nas distâncias como equivalentes, levando-o a manufaturar uma falsa necessidade para maior velocidade atingida do que o que seria produzido pelas forças atrativas somente. No *De Proportione*, ele reconhece seu erro, emenda seus cálculos e recua para uma explicação causal que se baseia na única força da atração magnética terrestre[187].

Vale destacar também que Gassendi, ao realizar, no *De Motu*, o teste de Galileu de soltar uma pedra do mastro de um navio em movimento, mostrou que a pedra, ao ser solta, conserva sua velocidade horizontal, de modo que seu movimento descreve uma parábola. Através deste teste, ele conseguiu apresentar um princípio de inércia, como comenta Fisher (2024)[188]:

> Gassendi viu que o movimento da pedra solta a uma velocidade constante – na ausência de qualquer força contrária ou obstáculo – é um caso de movimento inercial, embora um onde o movimento é composicional (descrevendo a parábola). De fato, nem a composicionalidade nem a direcionalidade tinham qualquer impacto no movimento inercial, Gassendi concluiu: qualquer corpo colocado em movimento em qualquer direção continua, a não ser que seja impedido, em trajeto retilíneo[189].

Além da influência indireta das discussões acerca do movimento para as discussões acerca da gravidade, também as discussões acerca do magnetismo exerceram influência. Nesse

---

[185] Fisher (2024) afirma isso no penúltimo parágrafo da seção 5 de seu texto.
[186] A seguinte passagem encontra-se no oitavo parágrafo da seção 10 do texto de Fisher.
[187] "In the earlier work, Gassendi focuses on forces compelling the falling body, which he takes to comprise the attractive force of magnetism and the propelling force of air behind the falling body. This combination of forces, he suggests, allows for the Galilean law that the distance traveled by bodies in free-fall is proportional to the time of fall squared. However, Gassendi mistakenly takes increases in velocity and in distances to be equivalent, leading him to manufacture a false need for greater velocity attained than what would be produced by the attractive forces alone. In *De Proportione*, he acknowledges this error, amends his calculations, and retreats to a causal account that rests on the single force of the terrestrial magnetic attraction".
[188] A seguinte passagem encontra-se no penúltimo parágrafo da seção 10 do texto de Fisher.
[189] "Gassendi saw that the motion of the dropped stone at a sustained speed—in the absence of any contrary force or obstacle—is an instance of inertial motion, albeit one where the motion is compositional (describing the parabola). Indeed, neither compositionality nor directionality had any impact on inertial motion, Gassendi concluded: any body set in motion in any direction continues, unless impeded, in rectilinear path".

sentido, destacam-se as investigações de William Gilbert (1544-1603). Ele defendia que existiam dois tipos de interações entre os corpos cósmicos:

> [...] [I]nterações materiais nas quais corpos elétricos puxam partículas de outros corpos em direção a eles mesmos através da emanação de eflúvios e interações imateriais entre "órbitas de virtude" de corpos magnéticos. Estas últimas provocam todos os fenômenos magnéticos, que são classificados sob cinco movimentos magnéticos: atração (ou, na terminologia de Gilbert, "coição" [*coition*]), direção, variação, declinação e rotação[190] (GEORGESCU, 2022, p. 758).

Um astrônomo que contribuiu consideravelmente para a compreensão da gravidade foi Johannes Kepler. Ele foi um dos primeiros copernicanos e acreditava que não bastava apenas apresentar uma descrição matemática dos fenômenos celestes, mas era necessário também apontar suas causas. Isso fica claro na sua concepção acerca da relação entre o Sol e os planetas.

> Ele defendia o Sol como a fonte da força que movia os planetas, e invocava tanto a luz e o magnetismo como analogias físicas que pudessem explicar o funcionamento de tal força. Ao fazê-lo, ele também sugeriu que o movimento celeste era similar ao movimento terrestre [...][191] (ROTHMAN, 2022, p. 1027).

Di Liscia (2021)[192] aponta que são dois os componentes que explicam, segundo a concepção kepleriana, os movimentos dos planetas.

> Por um lado, os planetas se movem ao redor do Sol – nesse estado da discussão – circularmente. Por outro lado, eles apresentam uma libração no vetor Sol-planeta. A rotação do Sol é responsável pelo movimento dos planetas. Irradiando do Sol em rotação, está um poder que se espalha no plano eclíptico. Este poder diminui com a distância da fonte do poder, isto é, do Sol[193].

Os planetas são movidos de forma irregular, de modo que quanto mais devagar eles se movem, maior a distância deles do Sol[194]. Em outras palavras, a velocidade de um planeta em sua órbita varia inversamente à distância do Sol. Não está claro nos textos de Kepler que tipo

---

[190] "[…] material interactions in which electric bodies pull particles of other bodies towards themselves through the emanation of effluvia, and immaterial interactions between the 'orbs of virtue' of magnetic bodies. The latter bring about all magnetic phenomena, which are classified under five magnetic movements: attraction (or, in Gilbert's terminology, 'coition'), direction, variation, declination, and rotation".

[191] "He argued for the sun as the source of the force that moved the planets, and invoked both light and magnetism as physical analogies that might explain the workings of such a force. In so doing, he also suggested that celestial motion was similar to terrestrial motion […]".

[192] A seguinte passagem encontra-se no antepenúltimo parágrafo da seção 4.2 do texto de Di Liscia (2021).

[193] "On the one hand, the planets move around the Sun—at this state of the discussion—circularly. On the other hand, they exhibit a libration on the Sun-planet vector. The rotation of the Sun is responsible for the motion of the planets. Irradiating from the rotating Sun is a power which spreads at the ecliptic plain. This power diminishes with distance to the source of the power, that is, to the Sun".

[194] Kepler acreditava que os corpos tinham uma tendência inata ao repouso, o que ele chamava de *inércia* (Cf. MELI, 2006, p. 656).

de poder o Sol exercia, ou mesmo como ele atuava, sobre os planetas, mas Di Liscia (2021) aponta que Kepler aparenta estar mais inclinado à ideia de um poder magnético[195], mas ele também menciona a luz e, indiretamente, a gravidade[196]. Em todo caso, um poder motriz parte do Sol, que envia seus raios de luz, e seu poder, em todas as direções, que são capturados pelos planetas.

Kepler defendia que havia uma alma no Sol, que o fazia girar em torno de seu próprio eixo. Os planetas também giravam em torno de seu próprio eixo, possuindo também o que Di Liscia (2021) classifica[197] como "um tipo de alma" ou um princípio semelhante que produz a rotação deles. É o movimento de rotação do Sol, por meio da conexão de suas fibras aos planetas, que causaria o movimento deles, o que explicaria por que os planetas se movem na mesma direção. Essa conexão era possível porque os planetas seriam polarizados, sendo que um dos polos era atraído pelo Sol e o outro era repelido. Portanto, a depender das regiões de suas órbitas, os planetas são atraídos ou são repelidos, o que explicaria a órbita elíptica deles.

Kepler é mais conhecido pelas suas três leis dos movimentos planetários. Elas tiveram como base os dados coletados por Tycho Brahe sobre os corpos celestes, sobretudo acerca da órbita de Marte. A partir desta, Kepler fez duas descobertas que esclareceram a relação do Sol com os outros planetas (Cf. VOELKEL, 1999, p. 51). A primeira delas era que para estabelecer a órbita de Marte era necessário levar em consideração a posição real do Sol. A segunda era que o movimento da Terra em torno do Sol não era uniforme, aumentando a sua velocidade ao se aproximar da estrela e a diminuindo ao se afastar dela.

Kepler tinha considerado a hipótese da força responsável por mover os planetas na sua obra *Mysterium Cosmographicum*, mas percebeu que sua formulação inicial era falha. Apenas posteriormente ele partiu do princípio de que a velocidade de um planeta ao redor do Sol era inversamente proporcional à sua distância. Tal princípio, no entanto, era acompanhado por uma tarefa desafiadora, a saber, descrever esse movimento matematicamente.

Segundo Voelkel (1999, p. 64), Kepler procedeu da seguinte forma para alcançar seu objetivo: "ele calculou a distância do Sol a Marte em cada grau ao redor de uma órbita circular excêntrica e usou a soma daquelas distâncias como uma medida do tempo que levou para ir de um lugar para outro"[198]. Assim, Kepler chegou à sua "segunda" lei do movimento planetário,

---

[195] Vale destacar que é muito provável que Kepler tenha sido influenciado pela obra *De Magnete* de William Gilbert.
[196] Di Liscia (2021) faz essa observação no antepenúltimo parágrafo da seção 4.2 de seu texto.
[197] Di Liscia (2021) faz essa observação no penúltimo parágrafo da seção 4.2 de seu texto.
[198] "He calculated the distance from the sun to Mars at each and every degree around an eccentric circular orbit and used the sum of those distances as a measure of the time it took to get from one place to another".

que estabelece que a área descrita por um planeta na medida em que ele se desloca em torno de sua órbita será igual em intervalos de tempo iguais, ou, em outros termos, o raio vetor do Sol a um planeta percorre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.

Kepler tentou aplicar sua lei da área em uma órbita circular ligeiramente excêntrica, o Sol estando um pouco afastado do centro, estabelecendo as posições em que Marte estaria mais próximo ou mais distante dele. Ao fazê-lo, Kepler percebeu que Marte estava passando muito tempo nas regiões da órbita mais afastadas do eixo, ou seja, nelas Marte precisaria aumentar sua velocidade. Sendo assim, a órbita precisaria ser alterada para redistribuir aquela área, o que levou Kepler a concluir que a órbita descrita por Marte teria um formato oval, ao invés de ser um círculo perfeito[199].

Restava, então, determinar que tipo de oval a órbita de Marte descrevia. Após várias tentativas, ele optou por usar uma elipse como uma aproximação da correta órbita oval, devido a certas propriedades matemáticas das elipses que são mais fáceis de serem abordadas. Segundo Voelkel (1999, p. 66), "com essa órbita elíptica aproximada e a lei da área, a inexatidão era quase precisamente oposta àquela com uma órbita circular"[200]. A órbita correta, então, deveria ter um formato intermediário entre a elipse e a órbita circular.

A nova elipse intermediária, que Kepler encontrou em seguida, tinha o Sol ocupando um de seus *focos*. Sobre o processo de encontrar essa nova órbita, Voelkel (1999, p. 66) faz o seguinte comentário:

> De fato, o interesse de Kepler nessa nova órbita tinha sido originalmente estimulado ao considerar exatamente o quão distante dentro de um círculo Marte tinha vindo no ponto de um quarto do caminho em torno de sua órbita. Ele sabia que ele precisaria vir por volta da metade da distância de sua tentativa anterior, e então de repente percebeu que, medido a partir do Sol, havia um modo trigonométrico conciso de descrever aquela distância, e isso acarretava uma órbita elíptica[201].

Assim ele entendeu com precisão como a distância entre Marte e o Sol mudava à medida que o planeta percorria sua órbita. Desse movimento de Marte, Kepler inferiu que as órbitas dos outros planetas em torno do Sol seguiam padrão semelhante, o que o levou a elaborar sua

[199] Rothman (2022, pp. 1025 e 1027) trata sobre a rejeição de Kepler da possibilidade da órbita de Marte ser um círculo perfeito.
[200] "With this approximating elliptical orbit and the area law, the error was almost precisely opposite what it had been with a circular orbit".
[201] "Indeed, Kepler's interest in this new orbit had originally been spurred by considering exactly how far in from a circle Mars had come at the point one quarter of the way around its orbit. He knew that it should come in about half as far as his previous attempt, and then suddenly realized that, measured from the sun, there was a concise trigonometrical way to describe that distance, and it entailed an elliptical orbit".

"primeira" lei dos movimentos planetários, a saber, que as órbitas dos planetas são elipses, estando o Sol localizado em um dos *focos*[202].

Quanto à terceira lei dos movimentos planetários, ela foi fruto da crença de Kepler de que haveria uma harmonia entre os planetas e o Sol.

> Ao atualizar sua teoria dos sólidos geométricos na *Harmonia do Mundo* (1619), Kepler argumentou que os períodos das órbitas planetárias eram explicados por razões harmônicas, com as velocidades angulares de cada planeta no periélio e no afélio demarcando uma extensão harmônica para cada planeta, e permitindo aos planetas orquestrar harmonias polifônicas na medida em que eles se moviam em torno do Sol[203] (ROTHMAN, 2022, p. 1027).

Mais especificamente, a terceira lei foi uma consequência da busca pelas causas de dois fenômenos: o tamanho das excentricidades dos planetas, ou o quão distante o Sol está do centro das órbitas de cada planeta; e qual era a relação matemática entre a distância média dos planetas em relação ao Sol e seus períodos orbitais.

A princípio, Kepler acreditava que havia relações harmônicas entre as diferentes distâncias dos planetas em relação ao Sol, mas ele não as encontrou ao compará-las. Posteriormente, ele passou a buscar por tais relações nas velocidades angulares dos planetas tomando o Sol como ponto de partida. Assim Voelkel (1999, p. 90) apresenta o intuito desse procedimento:

> Essas poderiam estar dentro da órbita de um planeta, entre sua velocidade mais devagar no afélio e sua velocidade mais rápida no periélio. Se tal relação harmônica existia, ela explicaria por que o planeta tinha a excentricidade que tinha. Ou a relação poderia existir entre dois planetas, como entre a velocidade no afélio de um e a velocidade no periélio do próximo. Tal relação seria relativa ao espaçamento dos planetas um em relação ao outro[204].

Por fim, Kepler encontrou a relação entre os períodos dos planetas e suas distâncias do Sol. Todos os planetas obtinham o mesmo valor no que diz respeito à razão do período orbital ao quadrado sobre a distância relativa ao Sol ao cubo. Sendo assim, ele formulou sua terceira

---

[202] Mais informações sobre o processo que levou Kepler às suas duas primeiras leis dos movimentos planetários podem ser encontradas em VOELKEL, 1999, pp. 63-66.

[203] "In updating his theory of the geometrical solids in the *Harmony of the World* (1619), Kepler argued that the periods of the planetary orbits were explained by harmonic ratios, with the angular velocities of each planet at perihelion and aphelion demarcating a harmonic range for each planet, and allowing the planets to orchestrate polyphonic harmonies as they moved around the sun".

[204] "These could be within one planet's orbit, between its slowest speed at aphelion and its fastest speed at perihelion. If such a harmonious relationship existed, it would explain why the planet had the eccentricity it did. Or the relationship could exist between two planets, say between the aphelial speed of one and the perihelial speed of the next. Such a relationship would bear on the spacing of the planets with respect to one another".

lei dos movimentos planetários: a razão dos períodos de dois planetas quaisquer é diretamente proporcional à razão dos cubos das suas distâncias médias do Sol[205].

É nesse cenário que Descartes estava inserido. Em todos os temas que foram aqui discutidos, ele contribuiu de alguma forma. Seja para o conceito de espaço, para uma teoria da matéria, para o estabelecimento de leis da natureza ou para uma abordagem matemática do estudo da natureza. Explicar esses pontos da filosofia cartesiana será fundamental para compreendermos a relevância que sua teoria dos vórtices teve no século XVII. Passemos, então, a expor suas teses e conceitos no próximo capítulo.

[205] Mais informações sobre o processo que levou Kepler à terceira lei dos movimentos planetários estão disponíveis em VOELKEL, 1999, pp. 89-93.

CAPÍTULO 2
O MECANICISMO DE DESCARTES E A TEORIA DOS VÓRTICES

2.1. Espaço, matéria, movimento e leis da natureza

Como foi descrito no capítulo anterior, Descartes estava inserido numa época em que, apesar de ainda ser bastante influente, a filosofia natural aristotélica sofria cada vez mais críticas. Dentre os que a criticavam, estavam adeptos do platonismo, do hermetismo, do atomismo e de outros movimentos filosóficos (Cf. GARBER, 1992, p. 287). Como é bem conhecido, Descartes foi um de seus críticos. Um dos aspectos da filosofia natural aristotélica que mais incomodava Descartes era a doutrina das formas substanciais, através da qual os aristotélicos explicavam uma série de fenômenos, inclusive a queda dos corpos.

Descartes ofereceu vários motivos para recusar as formas substanciais. Dentre eles, sua alegação de que não há necessidade de recorrer a elas porque já conseguimos apresentar explicações para os fenômenos em termos de tamanho, formato e movimento de partículas. Tal alegação está presente no *Le Monde*:

> Quando ele [o fogo] queima a madeira, ou alguma outra matéria semelhante, nós podemos ver com os olhos que ele mexe as partes dessa madeira e as separa uma da outra, transformando assim as mais sutis em fogo, em ar e em fumaça, e deixando as mais grossas como cinzas. Que um outro, então, imagine, se quiser, nessa madeira a Forma do fogo, a Qualidade do calor e a Ação que a queima como coisas completamente diferentes. Para mim, que acredito estar me enganando se supor alguma coisa a mais do que aquilo que eu considere necessariamente dever existir, contento-me em conceber somente o movimento de suas partes[206] (AT, XI, p. 7).

Há uma passagem, em uma carta para Morin, datada de 12 de setembro de 1638, em que Descartes declara ter dificuldade de entender o que deveria ser uma forma substancial (Cf. AT, II, p. 364). Segundo Garber (1992, p. 302), Descartes acreditava que as formas substanciais não eram algo que pudesse ser atribuído à matéria, mas, antes, era algo que provinha da nossa mente, algo que impomos à matéria.

> Quando aprendemos, através da filosofia dele [de Descartes], que a mente e o corpo são distintos, descobrimos que todas as ideias que pensávamos ter das formas

[206] "Lors qu'elle brûle du bois, ou quelqu'autre semblable matiere, nous pouvons voir à l'oeil, qu'elle remuë les petites parties de ce bois, & les separe l'vne de l'autre, transformant ainsi les plus subtiles en feu, en air, & en fumée, & laissant les plus grossieres pour les cendres. Qu'vn autre donc imagine, s'il veut, en ce bois, la Forme du feu, la Qualité de la chaleur, & l'Action qui le brûle, comme des choses toutes diverses; pour moy, qui crains de me tromper si j'y suppose quelque chose de plus que ce que je vois necessairement y devoir estre, je me contente d'y concevoir le mouvement de ses parties".

> substanciais e de noções semelhantes derivam das ideias que temos de nossas próprias mentes, e que elas não pertencem de modo algum ao corpo como tal, que contém extensão e apenas extensão[207] (Ibid., p. 302).

Descartes teve contato com a filosofia natural aristotélica ainda quando era estudante em *La Flèche*. Além dela, ele também recebeu uma educação em matemática. Esse aspecto é importante para sua jornada como um filósofo natural. Ainda jovem, Descartes tinha interesse por questões relativas aos fenômenos físicos. Para além do que teve contato em *La Flèche,* os primórdios de seus estudos acerca dessas questões podem ser datados por volta de 1618, quando conheceu Isaac Beeckman. Segundo Schuster (2013a, p. 57), Descartes trabalhou com Beeckman por dois meses no ano de 1618. Ele foi importante para o interesse que Descartes viria a adquirir pela relação entre a matemática e a física.

> Beeckman era um dos primeiros defensores de uma abordagem mecânico-corpuscular para a filosofia natural. Entretanto, não foi simplesmente o mecanicismo corpuscular que Beeckman advogou para Descartes. Ele também interessou Descartes no que eles chamavam de 'matemática-física'[208] (Ibid., p. 57).

O programa de *matemática-física* de Beeckman e Descartes propunha que "[...] resultados geométricos confiáveis nas ciências mistas matemáticas eram para ser explicados invocando uma teoria da matéria mecânico-corpuscular embrionária e um discurso causal relativo a forças e tendências ao movimento"[209] (Ibid., p. 58). Dentre as questões que se sabe que Descartes abordou, enquanto trabalhou com Beeckman, no âmbito da *matemática-física*, estão a busca por proporcionar uma explicação mecânico-corpuscular para o paradoxo hidrostático (Cf. AT, X, pp. 67–74), seus estudos sobre a queda livre (Cf. AT, X, pp. 58–61, 74–8, 219–22) e a busca pela lei matemática da refração da luz (Cf. AT, X, pp. 242–3)[210].

Além de trabalhar com questões relacionadas à *matemática-física*, entre os anos de 1618 e 1620, ele vislumbrou dois grandes projetos, a saber, uma matemática universal e um método universal.

---

[207] "When we learn, through his philosophy, that mind and body are distinct, we discover that all of the ideas we thought we had of substantial forms and the like derive from the ideas we have of our own minds, and that they do not in any way pertain to body as such, which contains extension and extension alone".

[208] "Beeckman was one of the first supporters of a corpuscular–mechanical approach to natural philosophy. However, it was not simply corpuscular mechanism that Beeckman advocated to Descartes. He also interested Descartes in what they called 'physico-mathematics'".

[209] "[…] reliable geometrical results in the mixed mathematical sciences were to be explained by invoking an embryonic corpuscular-mechanical matter theory and a causal discourse concerning forces and tendencies to motion".

[210] Aqui não há espaço para abordar cada uma dessas questões. Cada uma delas é comentada em SCHUSTER, 2013a, pp. 58-61. Informações sobre a relação entre os dois autores podem ser encontradas em GARBER, 1992, p. 288. Retornaremos aos estudos sobre a queda livre de Descartes na próxima seção.

> Primeiro, ele imaginou sua matemática universal encapsulando e transcendendo a 'mera' matemática-física. Depois, em um pico de empolgação, mais para o final de 1619, por volta da época de seus famosos sonhos na Véspera de São Martinho, ele vislumbrou seu método universal, que absorveria a matemática universal e chegaria muito mais longe[211] (SCHUSTER, 2013a, p. 69).

No que diz respeito às suas obras mais conhecidas, seu interesse em filosofia natural se apresenta em várias delas. Nas *Regras para a Direção do Espírito*[212], por exemplo, é possível encontrar evidências de teses que posteriormente serão fundamentais para a sua física, como sua doutrina das naturezas simples – que pode ser interpretada como um primeiro passo para sua concepção de que os fenômenos podem ser explicados em termos de tamanho, formato e movimento – e também há uma sugestão da concepção do corpo como nada mais do que extensão, que será desenvolvida posteriormente (Cf. GARBER, 1992, p. 289).

Embora se perceba esse interesse ainda em sua juventude, a filosofia natural madura de Descartes só se desenvolverá no final da década de 1620 e no começo da década de 1630. Nesse período, Descartes abandona o projeto de matemática-física, passando a buscar uma filosofia natural corpuscular, com fundamento metafísico, mas ainda com resíduos da matemática-física (Cf. SCHUSTER, 2013a, p. 70). Sua correspondência atesta isso, como argumenta Garber (1992, p. 289):

> Cartas de 1629 e 1630 mostram que ele estava trabalhando na teoria do movimento, espaço e corpo, na óptica[213] e luz, na explicação mecanicista das propriedades físicas dos corpos, na explicação dos particulares fenômenos atmosféricos e c[e]lestes e anatomia. Essa obra culminou em 1633, com a realização do *O Mundo* [*Le Monde*[214], em francês][215].

---

[211] "First, he imagined his universal mathematics encapsulating and transcending 'mere' physico-mathematics. Then, in a peak of excitement later in 1619, around the time of his famous dreams on St Martin's Eve, he envisioned his universal method, which was to absorb universal mathematics and move on much further".

[212] Schuster (2013a, p. 69) observa que traços da sua matemática e do seu método universais podem ser encontrados em passagens das *Regras*.

[213] Segundo Schuster (2013a, p. 84), os estudos de Descartes sobre óptica, realizados quando ele ainda estava envolvido com o projeto de *matemática-física*, proporcionaram a motivação inicial para ele estabelecer a primeira e a terceira lei da natureza no *Le Monde*. Aqui não há espaço para nos aprofundarmos nessa questão, que é discutida em mais detalhes em SCHUSTER, 2013a, pp. 61-68.

[214] É fato conhecido que o *Le Monde* não foi publicado enquanto Descartes estava vivo, devido ao seu receio das possíveis repercussões que a obra pudesse vir a acarretar, tendo em vista a condenação de Galileu em 1633 (Cf. GARBER, 1992, p. 290).

[215] "Letters from 1629 and 1930 show that he was working on the theory of motion, space, and body, on optics and light, on the mechanist explanation of the physical properties of bodies, on the explanation of the particular atmospheric and clestial phenomena, and anatomy. This work culminated in 1633 with the completion of *The World".*

O *Le Monde* é composto de duas partes: o *Traité de la Lumiere*, que aborda questões relativas à física propriamente dita, e o *Traité de l'Homme*, que aborda questões relativas à biologia humana. Portanto, deter-nos-emos à primeira parte da obra. Nela, Descartes imagina um caso em que Deus cria um novo *mundo* nos "espaços imaginários" dos escolásticos (Cf. AT, XI, pp. 31-32). Esse mundo seria composto por corpos puramente extensos. Estabelecendo as leis do movimento que eles obedeceriam, Descartes defende que o Universo como o conhecemos seria formado, apontando inclusive como certos fenômenos, como a queda dos corpos, surgiriam. Ao proceder dessa maneira, Descartes busca mostrar que é possível explicar os fenômenos físicos sem precisar recorrer às formas substanciais.

Nas obras *Discurso do Método* e as *Meditações Metafísicas* também são encontrados momentos onde seu interesse por filosofia natural é evidente. No que diz respeito ao *Discurso do Método*, destacam-se as obras que o sucedem, isto é, a *Geometria*, a *Óptica* e a *Meteorologia*. Elas abordavam questões físicas importantes, como as leis da refração, uma discussão sobre o funcionamento da visão e uma análise do arco-íris. Nas *Meditações*, por sua vez, são encontrados elementos fundamentais para a física cartesiana, como a prova da existência de Deus, que é essencial para se fundamentar as leis da natureza, e a discussão sobre a existência e a natureza dos corpos. O fato de os fundamentos da física cartesiana estarem presentes nas *Meditações* é atestado pelo próprio Descartes em uma carta para Mersenne, datada de 28 de janeiro de 1641: "[...] eu te direi, entre nós, que essas seis Meditações contêm todos os fundamentos de minha Física"[216] (AT, III, pp. 297-298).

Aqui cabe comentar que, para Descartes, existe uma relação de dependência entre a física e a metafísica. É bastante conhecida a passagem dos *Princípios* em que Descartes concebe a "verdadeira Filosofia" como uma árvore, em que as raízes constituiriam a metafísica e o tronco, a física (Cf. AT, IX-2, *Preface,* p. 14). Sua física, assim, seria derivável de sua metafísica. Porém, McLaughlin (2000, p. 82) observa que, "historicamente, sabemos que a física veio primeiro e a metafísica depois, e tendemos a pensar que Descartes atacou Aristóteles na física primeiro e, como uma medida para flanquear, também desenvolveu uma alternativa para a metafísica de Aristóteles"[217].

A física cartesiana tem sua melhor formulação nos *Princípios*. Nesta obra, Descartes revisita e torna mais claro o conteúdo que é apresentado no *Le Monde*. É nessas duas obras que

[216] "[...] ie vous diray, entre nous, que ces six Meditations contiennent tous les fondemens de ma Physique".
[217] "Historically, we know the physics came first and the metaphysics later, and we tend to think that Descartes attacked Aristotle in physics first and, as a flanking measure, developed an alternative to Aristotle's metaphysics as well".

Descartes defende sua teoria dos vórtices. Deve-se enfatizar, é claro, que se trata de duas obras distintas. Enquanto sistemas de física, as duas obras possuem duas diferenças importantes, segundo Schuster (2013a, p. 79). A primeira é que nos *Princípios* Descartes aborda um número maior de fenômenos do que no *Le Monde*.

> Descartes presta atenção continuada e detalhada aos fenômenos do magnetismo, manchas solares, novas e estrelas variáveis. Ele coopta e rescreve em termos mecanicistas o arquivo experimental do *De Magnete* (1600) de William Gilbert, que ele ignorou no *Le Monde.* Ele assume a existência e as propriedades conhecidas das manchas solares, um tópico que ele evitou no *Le Monde*, e ele lida extensivamente com as estrelas variáveis, descobertas apenas recentemente, e as relaciona teoricamente com as novas, que, também, não apareceram no *Le Monde*[218] (Ibid., p. 79).

A segunda é que a estratégia que Descartes utiliza nos *Princípios* para lidar com essa série de fenômenos não é a mesma que aquela utilizada no *Le Monde*. Por exemplo, a lei de colisão é muito mais elaborada nos *Princípios*[219].

Além disso, os *Princípios* se diferenciam do *Le Monde* estruturalmente. Os *Princípios* são divididos em quatro partes. Na primeira, é apresentada a metafísica cartesiana, enquanto que nas outras partes são abordadas as questões propriamente físicas. A Parte II, dedicada aos "princípios das coisas materiais", aborda as noções de corpo, movimento e apresenta as leis do movimento. Em geral, pode-se dizer que a Parte II dos *Princípios* corresponde aos capítulos 6 e 7 do *Le Monde*. A Parte III, dedicada ao "mundo visível", apresenta os diferentes tipos de partículas e a cosmologia cartesiana. A Parte IV, dedicada à "Terra", explica o comportamento dos corpos no nosso planeta e fenômenos associados a eles, como o peso, o magnetismo, o fogo, entre outros. Em geral, as Partes III e IV dos *Princípios* correspondem aos capítulos 8 a 15 do *Le Monde*.

É sobretudo na física cartesiana apresentada nessas duas obras que nos deteremos, posto que é nela que são encontrados os fundamentos para sua teoria dos vórtices.

Um conceito fundamental para a física cartesiana é o de corpo. É conhecido que Descartes faz uma distinção entre a substância corpórea e a pensante. Tais substâncias só podem ser conhecidas pelos seus atributos. Dentre estes, existe um que constitui a essência da substância em questão.

---

[218] "Descartes' pays sustained and detailed attention to the phenomena of magnetism, sunspots, novae, and variable stars. He co-opts and rewrites into mechanistic terms the experimental archive of William Gilbert's *De Magnete* (1600), which he ignored in *Le Monde*. He takes on board the existence and known properties of sunspots, a topic he avoided in *Le Monde*, and he deals extensively with variable stars, only recently discovered, and relates them theoretically to novae which, also, did not appear in *Le Monde*".

[219] Voltaremos a abordar este ponto ainda nesta seção.

> Mas, ainda que cada atributo seja suficiente para conhecer a substância, existe, entretanto, um em cada uma que consiste em sua natureza e sua essência, e do qual todos os outros dependem. A saber, a extensão em altura, largura e profundidade constitui a natureza da substância corpórea; e o pensamento constitui a natureza da substância que pensa[220] (AT, IX-2, Parte I, art. 53, p. 48).

No caso da substância corpórea, todos os outros atributos dependem da extensão, porque todos eles a pressupõem. De fato, Descartes acredita ser impossível compreender a noção de substância corpórea sem a de extensão.

> Pois quando eles distinguem a substância da extensão e da magnitude, ou eles não entendem nada pela palavra substância, ou eles *formam* somente em sua mente uma ideia confusa da substância imaterial, que eles atribuem falsamente à substância material, e deixam à extensão a verdadeira ideia dessa substância material, que eles chamam de acidente, *tão inadequadamente que é fácil de saber* que suas palavras não têm relação com seus pensamentos[221] (AT, IX-2, Parte II, art. 9, p. 68, ênfase do autor).

Enquanto a extensão é considerada o atributo essencial de uma substância corpórea, suas outras características particulares, tais como o tamanho, o formato e o estado de movimento (o repouso ou o movimento), são chamados por Descartes de *modos*[222], que só podem ser compreendidos por meio da extensão. Já qualidades como as cores, os odores, o calor e outras semelhantes não são consideradas como modos da extensão, pois não estão nos corpos, mas somente nas nossas mentes (Cf. AT, IX-2, Parte I, art. 48, p. 45).

Ao que tudo indica, a concepção do corpo como extensão ocorreu a Descartes ainda na década de 1620, mas ela só foi elaborada com mais cuidado na década de 1640, como comenta Garber (1992, p. 294):

> Embora haja todos os motivos para acreditar que Descartes defendeu a concepção do corpo como extensão a partir do final dos anos 1620, ele proporciona pouco em termos de uma argumentação séria para a declaração antes, ou por volta, de 1640. Mas a

[220] "Mais, encore que chaque attribut soit suffisant pour faire connoistre la substance, il y en a toutesfois vn... en chacune, qui constituë sa nature & son essence, & de qui tous les autres dépendent. A sçauoir l'estenduë en longueur, largeur & profondeur, constituë la nature de la substance corporelle ; & la pensée constituë la nature de la substance qui pense".

[221] "Car lors qu'ils distinguent la substance d'auec l'extension & la grandeur, ou ils n'entendent rien par le mot de substance, ou ils *forment* seulement en leur esprit vne idée confuse de la substance immatérielle, qu'ils attribuent faussement à la fubftance materielle, & laissent à l'extension la veritable idée de cette substance materielle, qu'ils nomment accident, *si improprement qu'il est aisé de connoistre* que leurs paroles n'ont point de rapport auec leurs pensées".

[222] Retomaremos a discutir quais são esses *modos* ainda nesta seção.

> questão é tomada em profundidade nos escritos que se seguem, principalmente nas *Meditações* (junto com as *Objeções e as Réplicas*) e nos *Princípios de Filosofia*[223].

Importante para defender a concepção do corpo como extensão é a prova de que o mundo externo realmente existe. Existem diferentes versões para o argumento, a depender da obra em que ele é apresentado, mas todas elas estabelecem que estamos justificados em acreditar que as ideias dos corpos que adquirimos através dos sentidos derivam dos próprios corpos. Para nossos fins, basta levarmos em consideração a versão apresentada nos *Princípios*. Nela, Descartes destaca como nos parece que a ideia dos corpos parece vir dos próprios corpos: "[...] pois nós concebemos essa matéria como uma coisa diferente de Deus e de nosso pensamento, e nos parece que a ideia que nós temos dela *se forma em nós por ocasião* dos corpos externos, aos quais ela é inteiramente semelhante"[224] (AT, IX-2, Parte II, art. 1, p. 64, ênfase do autor). Em seguida, Descartes argumenta que não há motivos para duvidarmos disso, como em um suposto caso em que Deus estaria a nos enganar, já que isso seria contrário à Sua própria natureza.

> Ora, posto que Deus não nos engana, porque isso é repulsivo à sua natureza, como já foi destacado, nós devemos concluir que há uma certa *substância* extensa em altura, largura e profundidade que existe *presentemente no mundo* com todas as propriedades que nós sabemos manifestamente a ela pertencer. E essa *substância* extensa é o que chamamos propriamente de corpo, *ou a substância das coisas materiais*[225] (AT, IX-2, Parte II, art. 1, p. 64, ênfase do autor).

Segundo Garber (1992, pp. 294-295), o corpo que supostamente o argumento de Descartes prova não é aquele com o qual temos experiência no dia a dia, pois ao analisarmos a ideia que temos dele percebemos que se trata, na verdade, da ideia de um objeto geométrico. Na versão do argumento presente nas *Meditações,* esse ponto fica mais claro:

> Segue-se que coisas corpóreas existem. Elas podem não todas existir de maneira que corresponda exatamente com minha captação sensória delas, pois em muitos casos a captação dos sentidos é muito obscura e confusa. Mas, de fato, tudo o que entendemos

---

[223] "Though there is every reason to believe that Descartes held the conception of body as extension from the late 1620s on, he offers little in the way of serious argument for the claim before 1640 or so. But the question is taken up in depth in the writings that follow, mainly the *Meditations* (along with the *Objections and Replies)* and the *Principles of Philosophy*".

[224] "[...] car nous conceuons... cette matiere comme une chose... differente de Dieu &... de nostre pensée, & il nous semble... que l'idée que nous en auons *se forme en nous à l'occasion* des corps de dehors, ausquels elle est entierement semblable".

[225] "Or, puisque Dieu ne nous trompe point, pource que cela repugne à sa nature, comme il a esté des-ja remarqué, nous deuons conclure qu'il y a vne certaine *substance* estenduë en longueur, largeur & profondeur, qui existe à *present dans le monde* auec toutes les proprietez que nous connoissons manifestement luy appartenir. Et cette *substance* estenduë est ce qu'on nomme proprement le corps, *ou la substance des choses materielles*".

> clara e distintamente está nelas, isto é, tudo, falando de forma geral, que está incluído no objeto da matemática pura[226] (CSM, vol. 2, p. 55).

Desse modo, Descartes consegue apresentar uma resposta para eventuais objeções céticas em relação à existência do mundo, assim como livrar sua física de questões relativas fenômeno sensórios, como cores ou sons, dando destaque às características geométricas do mundo.

Garber (1992, p. 295) destaca que o argumento de Descartes depende da concepção de que nossa ideia de corpo é a de algo que tem propriedades geométricas somente, sendo que essa conclusão se sustenta sobre três argumentos chamados por ele de argumento da eliminação, argumento da realidade objetiva e argumento do conceito completo. Como nosso objeto de estudo se restringe às obras *Le Monde* e *Princípios*, limitar-nos-emos a analisar o chamado "argumento da eliminação", que aparece explicitamente nos *Princípios*[227].

O argumento da eliminação é utilizado nos *Princípios* para defender que a natureza da matéria não consiste em características como o peso, a dureza ou a cor de um corpo, mas somente na extensão.

> [...] [A] natureza deles [dos corpos] não consiste na dureza *que nós sentimos às vezes*, nem também no peso, no calor e noutras qualidades desse gênero. Pois *se nós examinamos* algum corpo que seja, *podemos pensar que não há* nele nenhuma dessas qualidades, e, entretanto, *nós conhecemos clara e distintamente que ele* tem tudo o que o faz corpo, *contanto que ele tenha a extensão em altura, largura e profundidade*. De onde se segue também que, *para ser*, não há necessidade delas de maneira alguma, *e que sua natureza consiste somente em uma substância que tem extensão*[228] (AT, IX-2, Parte II, art. 4, p. 65, ênfase do autor).

Portanto, o argumento conclui que o único atributo que não pode ser *eliminado* de um corpo, sem que ele deixe de ser um corpo, é a extensão. Em outras palavras, sem extensão, não há corpo, logo ela é a essência deste. Garber aponta que esse argumento não se sustenta:

> Descartes precisa estabelecer que nossa ideia de corpo é a ideia de uma coisa cujas únicas propriedades genuínas são geométricas, uma coisa que *exclui* todas as outras

---

[226] "It follows that corporeal things exist. They may not all exist in a way that exactly corresponds with my sensory grasp of them, for in many cases the grasp of the senses is very obscure and confused; but indeed, everything we clearly and distinctly understand is in them, that is, everything, generally speaking, which is included in the object of pure mathematics". A passagem original, em latim, encontra-se em AT, VII, p. 80.

[227] Informações sobre os outros dois argumentos podem ser encontradas em GARBER, 1992, pp. 296-298.

[228] "[...] leur nature ne consiste pas en la dureté *que nous sentons quelquesfois à leur occasion*, ni aussi en la pesanteur, chaleur & autres qualitez de ce genre; car *si nous examinons* quelque corps que ce soit, *nous pouuons penser qu'il* n'a en soy aucune de ces qualitez, & cependant *nous connoissons clairement & distinctement qu'il* a tout ce qui le fait corps, *pourueu qu'il ait de l'extension en Iongueur, largeur & profondeur*: d'où il suit aussi que, *pour estre*, il n'a besoin d'elles en aucune façon, *& que sa nature consiste en cela seul qu'il est vne substance qui a de l'extension*".

> propriedades. Mas o que a estratégia nesse argumento estabelece é que nossa ideia de corpo é a ideia de uma coisa cuja ao menos *algumas* propriedades devem ser geométricas[229] (GARBER, 1992, p. 296, ênfase do autor).

O fato de podermos conceber um corpo sem determinada propriedade não implica que nenhum corpo possua essa propriedade.

A defesa de que os corpos são essencialmente extensão traz consigo algumas consequências para as noções de vazio (ou vácuo) e de átomo. No que diz respeito ao vazio, Descartes rejeita a possibilidade de sua existência. Este é o argumento que ele apresenta nos *Princípios*[230] para defender seu posicionamento:

> No que concerne ao vazio, no sentido que os Filósofos tomam essa palavra, a saber, por um espaço onde não há substância, é evidente que não há espaço *no universo* que seja tal, porque a extensão do espaço, ou do lugar interior, não é diferente da extensão do corpo. E considerando somente que um corpo é extensão em altura, largura e profundida, nós temos razão em concluir que ele é uma substância, posto que nós concebemos que não seja possível que aquilo que não seja nada tenha extensão, nós devemos concluir o mesmo do espaço que se supõe vazio. A saber, que, posto que há nele extensão, há necessariamente também substância[231] (AT, IX-2, Parte II, art. 16, pp. 71-72, ênfase do autor).

O que Descartes acaba inferindo com sua explicação é que não é possível existir extensão que não seja de algo. Toda extensão é extensão de um corpo. Logo, todo o espaço é preenchido por algum corpo, ou seja, por alguma substância corpórea. Consequentemente, aquilo não tem extensão, como o vazio, não tem substância corpórea e, nesse sentido, não existe fisicamente.

A alegação de Descartes de que não existe vazio tem algumas consequências para o comportamento das partículas, como explica Schuster (2013a, p. 72):

> A impossibilidade de quaisquer espaços vazios significa que se uma partícula se mover, o 'espaço' que passará a ficar vacante deverá ser preenchido simultaneamente por outra partícula de volume equivalente. Isso implica ainda que qualquer tipo de

---

[229] "Descartes needs to establish that our idea of body is the idea of a thing whose only genuine properties are geometrical, a thing that *excludes* all other properties. But what the strategy in this argument establishes is that our idea of body is the idea of a thing at least *some* of whose properties must be geometrical".

[230] Garber (1992, p. 299) aponta que há bons motivos para acreditar que desde a década de 1620 Descartes já negava a existência do vazio.

[231] "Pour ce qui est du vuide, au sens que les Philosophes prennent ce mot, à sçauoir pour vn espace où il n'y a point de substance, il est éuident qu'il n'y a point d'espace *en l'vniuers* qui soit tel, pource que l'extension de l'espace ou du lieu intérieur n'est point différente de l'extension du corps. Et comme, de cela seul qu'vn corps est estendu en longueur, largeur & profondeur, nous auons raison de conclure qu'il est vne substance, à cause que nous conceuons qu'il n'est pas possible que ce qui n'est rien ait de l'extension, nous deuons conclure le mesme de l'espace qu'on suppose vuide : à sçauoir que, puis qu'il y a en luy de l'extension, il y a necessairement aussi de la substance".

> movimento acarreta um circuito instantâneo de deslocamento, levando ao preenchimento do espaço prestes-a-ficar-vazio[232].

Curiosamente, no *Le Monde*, Descartes faz a seguinte declaração:

> De resto, eu não quero certificar com isso que não existe vazio de forma alguma na Natureza. Eu teria medo que meu Discurso se tornasse demasiadamente longo se eu empreendesse explicar isso. E as experiências das quais eu falei não são suficientes para o provar, embora elas sejam o bastante para persuadir de que os espaços onde não sentimos nada são preenchidos pela mesma matéria, e contêm pelo menos tanto desta matéria, quanto aqueles que são ocupados pelos corpos que nós sentimos[233] (AT, XI, pp. 20-21).

Charalampous (2019, p. 326) observa que Descartes não voltou a abordar esse vazio em trabalhos posteriores.

A existência do vazio é uma tese conhecida do atomismo, e não é a única deste movimento filosófico a ser rejeitada por Descartes. Ele também negava que pudessem existir partículas de matéria indivisíveis. Nos *Princípios*[234] (Cf. AT, IX-2, Parte II, art. 20, p. 74), ele defende que por menor que seja a parte (ou partícula) de um corpo, ela precisa ser extensa e, como tal, pode ser dividida em duas ou mais partes menores. Esse raciocínio se sustenta, segundo Descartes, porque sabemos clara e distintamente que uma coisa pode ser dividida, de modo que julgar a questão de outra maneira seria contrário ao conhecimento que temos da coisa. Ele considera, inclusive, um caso em que Deus tivesse reduzido uma parte da matéria a uma pequenez tão extrema que não pudesse ser dividida em outras menores. Nesse caso, ele argumenta que, embora nenhuma criatura inferior a Deus pudesse de fato dividi-la, Ele mesmo, Deus, no máximo poderia se privar de fazê-lo, posto que é impossível que Ele diminua sua onipotência. O que leva Descartes à conclusão de que por menor que seja uma parte extensa, ela sempre poderá ser dividida.

Apesar de Descartes ser crítico aos atomistas nesses aspectos, é curioso notar que em outros eles se assemelham. Tomemos, por exemplo, a tese de que todos os corpos nada mais

---

[232] "The impossibility of any void spaces means that if a particle is to move, the 'space' it is about to vacate must be filled simultaneously by another particle of equivalent volume. This further implies that any motion at all entrains an instantaneous circuit of displacement, leading to the filling of the about-to-be-voided space".

[233] "Au reste, je ne veux pas assurer pour cela qu'il n'y a point du tout de vuide en la Nature : j'aurois peur que mon Discours ne devinst trop long, si j'entreprenois d'expliquer ce qui en est ; & les experiences dont j'ay parlé, ne sont point suffisantes pour le prouver, quoy qu'elles le soient assez, pour persuader que les espaces où nous ne sentons rien, sont remplis de la mesme matiere, & contiennent autant pour le moins de cette matiere, que ceux qui sont occupez par les corps que nous sentons".

[234] Garber (1992, p. 300) afirma que aparentemente Descartes já rejeitava a existência dos átomos no final da década de 1620.

são do que extensão, o que implica que toda matéria do Universo nada mais é do que extensão. Consequentemente:

> [...] [T]odas as propriedades que nós percebemos *distintamente* nela [na matéria do Universo] se relacionam, no sentido de que ela pode ser dividida e movida segundo suas partes, e que ela pode receber todas as diversas disposições que notamos poder ocorrer pelo movimento de suas partes[235] (AT, IX-2, Parte II, art. 23, p. 75, ênfase do autor).

Logo, tudo passa a poder ser explicado em termos de tamanho, formato e movimento.

> Pois eu admito francamente aqui que eu não conheço outra matéria das coisas corporais que aquela que pode ser dividida, passível de ter certo formato e movida em todos os tipos de maneira, a saber, aquela que os geômetras chamam de quantidade e que eles tomam como objeto de suas demonstrações. E que eu considero, nesse sentido, somente suas divisões, seus formatos e seus movimentos [...][236] (AT, IX-2, Parte II, art. 64, p. 102).

Outra consequência é a de que a matéria que compõe o Universo não tem limites.

> [...] [Q]ualquer parte onde desejemos imaginá-los [os limites], nós podemos ainda imaginar ali espaços indefinidamente extensos [...]. De modo que eles contêm *um corpo* indefinidamente extenso, pois a ideia de extensão que concebemos em qualquer espaço que seja é a ideia verdadeira que devemos ter *de corpo*[237] (AT, IX-2, Parte II, art. 21, p. 74, ênfase do autor).

Assim Descartes explica a relação entre o espaço e o corpo: "o espaço, ou o lugar interior, e o corpo que está inserido nesse espaço também só são diferentes pelo nosso pensamento. Pois, de fato, a mesma extensão em altura, largura e profundidade, que constitui o espaço, constitui o corpo"[238] (AT, IX-2, Parte II, art. 10, p. 68). Dessa alegação se levanta a questão sobre a individuação dos corpos: se um determinado corpo é composto pela mesma extensão que aquela que constitui um determinado espaço onde ele está inserido, como é

---

[235] "[...] toutes les proprietez que nous apperceuons *distinctement* en elle, se raportent à ce qu'elle peut estre diuisée & meuë sélon ses parties, & qu'elle peut receuoir toutes les diuerses dispositions que nous remarquons pouuoir arriuer par le mouuement de ses parties".

[236] "Car j'aduouë franchement icy que je ne connoy point d'autre matiere des choses corporelles, que celle qui peut estre diuisée, figurée & meuë en toutes sortes de façons, c'est à dire celle que les Geometres nomment la quantité, & qu'ils prennent pour l'objet de leurs demonstrations; & que je ne considere, en cette matiere, que ses diuisions, ses figures & ses mouuemens [...]".

[237] "[...] quelque part où nous en vueillions feindre, nous pouuons encore imaginer au delà des espaces indefiniment estendus [...] de sorte qu'ils contiennent *vn corps* indefiniment estendu, car... l'idée de l'estenduë que nous conceuons en quelque espace que ce soit, est la vraye idée que nous deuons auoir *du corps*".

[238] "L'espace, ou le lieu interieur, & le corps qui est compris en cet espace, ne sont differens aussi... que par nostre pensée. Car, en effet, la mesme estenduë en longueur, largeur & profondeur, qui constituë l'espace, constituë le corps".

possível distingui-los? Segundo Descartes, as partes contíguas da substância extensa são consideradas unidas ou separadas em corpos distintos pelos seus estados de movimento: se elas tiverem em movimento relativo, então serão consideradas pertencentes a corpos distintos; se, por outro lado, ambas estiverem em repouso relativo, serão consideradas como pertencentes ao mesmo corpo.

Percebe-se, assim, a importância do conceito de *movimento*. Todavia, é curioso notar que em vários momentos Descartes evita apresentar uma definição dele. Nas *Regras*, inclusive, ele alega que não deveríamos explicar certas noções – dentre elas, a de *movimento* – por meio de definições (Cf. CSM, vol. 1, p. 49). Não obstante, mesmo sem apresentar explicitamente uma definição em certas obras, há passagens que nos permitem compreender o que ele entende por tal conceito, como em uma do *Le Monde* onde ele afirma que o único movimento que ele reconhece é aquele "[...] que faz com que os corpos passem de um lugar a outro, e ocupem sucessivamente todos os espaços que estão entre dois"[239] (AT, XI, p. 40). Tomando exclusivamente essa passagem, pode-se inferir que, no *Le Monde*, ele restringe a noção de movimento ao *movimento local*.

Nos *Princípios*, ele apresenta duas definições de movimento: uma de "uso comum" (ou vulgar) e outra "segundo a verdade"[240]. Assim ele apresenta a primeira: "[...] o movimento, então, como o tomam comumente, não é outra coisa senão a AÇÃO PELA QUAL UM CORPO PASSA DE UM LUGAR A OUTRO"[241] (AT, IX-2, Parte II, art. 24, p. 75, ênfase do autor). Já o movimento segundo a *definição apropriada* é: "O TRANSPORTE[242] DE UMA PARTE DA MATÉRIA, OU DE UM CORPO, DO ENTORNO DAQUELES QUE O TOCAM IMEDIATAMENTE, E QUE NÓS CONSIDERAMOS COMO EM REPOUSO, NO ENTORNO DE ALGUNS OUTROS"[243] (AT, IX-2, Parte II, art. 25, p. 76, ênfase do autor).

Garber (1992, pp. 305-310) apresenta alguns motivos pelos quais Descartes fez essa distinção entre a definição *vulgar* e a *apropriada*. A primeira delas está relacionada à *atividade*. Enquanto na definição *vulgar* o movimento é considerado uma ação, na definição *apropriada* o movimento é considerado uma *translatio*. Por um lado, essa distinção é apresentada porque,

---

[239] "[...] qui fait que les corps passent d'vn lieu en vn autre, & occupent successivement tous les espaces qui sont entre-deux".
[240] Chamaremos esta segunda definição de *definição apropriada*.
[241] "[...] le mouuement donc, selon qu'on le prend d'ordinaire, n'est autre chose que l'ACTION PAR LAQUELLE VN CORPS PASSE D'VN LIEU EN VN AUTRE".
[242] O termo aqui utilizado no texto original em latim é "*translationem*" (*translatio*, no nominativo) (Cf. AT, VIII, Parte II, art. 25, p. 53).
[243] "LE TRANSPORT D'VNE PARTIE DE LA MATIERE, OU D'VN CORPS, DU VOISINAGE DE CEUX QUI LE TOUCHENT IMMEDIATEMENT, ET QUE NOUS CONSIDERONS COMME EN REPOS, DANS LE VOISINAGE DE QUELQUES AUTRES".

se tomarmos o movimento como uma ação, daí poder-se-ia inferir que o repouso seria a ausência de ação. Isso, na concepção de Descartes, seria um erro, porque "[...] não é preciso mais ação para o movimento do que para o repouso"[244] (AT, IX-2, Parte II, art. 26, p. 77). Ou seja, assim como é exigida uma ação para colocar em repouso um corpo em movimento, também é exigida uma ação para colocar em movimento um corpo em repouso.

Por outro lado, Descartes acredita ser necessário fazer uma distinção entre o movimento e sua causa. Na sua concepção, o movimento nada mais é do que um modo (ou propriedade) do corpo.

> E eu digo que ele [o movimento] é o TRANSPORTE e não a força ou a ação que transporta, a fim de mostrar que o movimento está sempre no móvel, e não naquele que move. Pois me parece que não temos o costume de distinguir essas duas coisas com o devido cuidado. Além do mais, eu concebo que ele seja uma *propriedade* do móvel, e não uma substância. Assim como o formato é uma *propriedade* da coisa com formato, e o repouso, [uma propriedade] da coisa que está em repouso[245] (AT, IX-2, Parte II, art. 25, p. 76, ênfase do autor).

Enquanto a definição vulgar é apresentada em termos de mudança de lugar, a definição apropriada toma um corpo como passando de uma região, considerada em repouso, delimitada por outros corpos que o tocam, para outra região. Garber (1992, p. 306) comenta que essa diferença está relacionada com o fato de que a designação de um lugar nada mais é do que uma escolha arbitrária de um quadro de referência, e, portanto, é apenas relativamente a esse quadro que se pode dizer que um corpo está mudando de lugar ou não. Descartes faz a seguinte observação sobre esse ponto:

> Assim como nós destacamos anteriormente, que uma mesma coisa em um mesmo tempo muda de lugar e não muda, da mesma forma podemos dizer que em um mesmo tempo ela se move e não se move. Pois aquele, por exemplo, que está sentado na popa de um barco, que o vento faz partir, acredita se mover quando ele presta atenção somente na margem da qual partiu e a considera como imóvel, e não acredita se mover quando presta atenção somente no barco no qual ele está, porque ele não muda de estado em relação às suas partes[246] (AT, IX-2, Parte II, art. 24, pp. 75-76).

---

[244] "[...] il n'est pas requis plus d'action pour le mouuement que pour le repos".

[245] "Et je dy qu'il est le TRANSPORT & non pas la force ou l'action qui transporte, afin de monstrer que le mouuement est tous-jours dans le mobile', & non pas en celuy qui meut ; car il me semble qu'on n'a pas coustume de distinguer ces deux choses assez soigneusement. De plus, j'entends qu'il est vne *proprieté* du mobile, & non pas vne substance : de mesme que la figure est vne *proprieté* de la chose qui est figurée, & le repos, de la chose qui est en repos".

[246] "Et tout ainsi que nous auons remarqué cy-dessus, qu'vne mesme chose en mesme temps change de lieu & n'en change point, de mesme nous pouuons dire qu'en mesme temps elle se meut & ne le meut point. Car celuy, par exemple, qui est assis à la pouppe d'vn vaisseau que le vent fait aller, croit se mouuoir, quand il ne prend garde qu'au riuage duquel il est party & le considere comme immobile, & ne croit pas se mouuoir, quand il ne prend garde qu'au vaisseau sur lequel il est, pource qu'il ne change point de situation au regard de ses parties".

Na definição vulgar, um corpo está em movimento ou em repouso a depender de uma escolha arbitrária do ponto de referência. Na definição *apropriada*, Descartes busca eliminar esse aspecto.

> Eu acrescentei ainda que O TRANSPORTE DO CORPO SE FAZ DO ENTORNO DAQUELES QUE O TOCAM, NO ENTORNO DE ALGUNS OUTROS, e não de um lugar a outro, porque o lugar pode ser tomado de várias maneiras, que dependem de nosso pensamento, como foi destacado anteriormente. Mas quando nós tomamos o movimento pelo transporte de um corpo que sai do entorno daqueles que ele toca, é certo que não saberemos atribuir a um mesmo móvel mais de um movimento, posto que só há uma certa quantidade de corpos que o possam tocar ao mesmo tempo[247] (AT, IX-2, Parte II, art. 28, p. 78, ênfase do autor).

Garber (1992, p. 307) observa que, como o repouso e o movimento são opostos, Descartes acredita que na sua definição *apropriada* não pode estar presente a arbitrariedade que se encontra na definição *vulgar*. Ele precisa de uma definição que consiga estabelecer claramente a oposição entre movimento e repouso. No entanto, não está totalmente claro em que sentido ele acredita que sua definição supostamente o faz. Consideremos, por exemplo, a seguinte passagem:

> Por exemplo, se *um marinheiro*, passeando no seu barco, está com um relógio, ainda que as rodas de seu relógio tenham somente um movimento único que lhes é próprio, é certo que elas participam também daquele do marinheiro que passeia, porque elas compõem com ele *um corpo que é transportado todo junto*. É certo que elas participam também daquele do barco, e mesmo daquele do mar, *porque elas seguem seu curso*. E daquele da Terra, se se supõe que a Terra gira sobre seu eixo, *porque elas compõem um corpo com ela*. E embora seja verdade que todos esses movimentos estejam nas rodas desse relógio, [...] bastará que nós consideremos em cada corpo aquele que é único, *e do qual podemos ter um conhecimento certo*[248] (AT, IX-2, Parte II, art. 31, p. 80, ênfase do autor).

Garber (1992, pp. 307-308) alega que aqui um problema surge, se considerarmos a definição *apropriada*, porque, como um corpo tem apenas um entorno imediatamente contíguo,

---

[247] "J'ay aussi adjousté que LE TRANSPORT DU CORPS SE FAIT DU VOISINAGE DE CEUX QU'IL TOUCHE, DANS LE VOISINAGE DE QUELQUES AUTRES, & non pas d'vn lieu en vn autre, pource que le lieu peut estre pris en plusieurs façons, qui dependent de nostre pensée, comme il a esté remarqué cy-dessus. Mais quand nous prenons le mouuement pour le transport d'vn corps qui quitte le voisinage de ceux qu'il touche, il est certain que nous ne sçaurions attribuer à vn mesme mobile plus d'vn mouuement, à cause qu'il n'y a qu'vne certaine quantité de corps qui le puissent toucher en mesme temps".

[248] "Par exemple, si *vn marinier*, se promenant dans son vaisseau, porte sur soy vne montre, bien que les roues de sa montre n'ayent qu'vn mouuement vnique qui leur est propre, il est certain qu'elles participent aussi à celuy du marinier qui se promeine, pource qu'elles composent auec luy *vn corps qui est transporté tout ensemble*; il est certain qu'elles participent aussi à celuy du vaisseau..., & mesme à celuy de la mer, *pource qu'elles suiuent son cours* ; & à celuy de la terre, si on suppose que la terre tourne sur son essieu, *pource qu'elles composent vn corps auec elle*. Et bien qu'il soit vray que tous ces mouuemens sont dans les roues de cette montre, [...] il suffira que nous considerions en chaque corps celuy qui est vnique, *& duquel nous pouuons auoir vne connoissance certaine*".

então ele tem somente um movimento *próprio*. O próprio Descartes afirma que "[...] cada corpo em particular tem só um único movimento que lhe é próprio, posto que só há uma certa quantidade de corpos que o tocam e que estão em repouso em relação a ele [...]"[249] (AT, IX-2, Parte II, art. 31, p. 80). Apesar de essa afirmação eliminar parte da arbitrariedade da noção de movimento, ainda resta a dificuldade de especificar o que exatamente é o entorno contíguo de um corpo.

Garber ainda aponta para um problema com a noção de *translatio* – que ele traduz em inglês como "*transference*" –, que Descartes considera como sendo recíproca.

> Enfim, eu disse que o transporte não se faz do entorno de todos os tipos de corpo, mas somente daqueles QUE CONSIDERAMOS COMO EM REPOUSO. Pois é recíproco. E nós só sabemos conceber que o corpo AB seja transportado do entorno do corpo CD, que nós só sabemos também que o corpo CD é transportado do entorno do corpo AB e que é preciso a mesma quantidade de ação para um quanto para o outro[250] (AT, IX-2, Parte II, art. 29, p. 78, ênfase do autor).

No Artigo seguinte dos *Princípios*, Descartes ainda declara que "[...] tudo o que há de real nos corpos que se movem, em virtude do que dizemos que eles se movem, encontra-se paralelamente naqueles que os tocam, embora os consideremos como em repouso"[251] (AT, IX-2, Parte II, art. 30, p. 79). Tendo em vista essas passagens, Garber (1992, p. 308) argumenta que mesmo que assumamos que um dado corpo tem apenas um movimento próprio, ainda assim parece uma decisão arbitrária dizer que o corpo AB está em movimento e seu entorno CD está em repouso ou que CD está em movimento e AB está em repouso.

Garber (1992, p. 308) ainda comenta que esse aspecto da reciprocidade na concepção de movimento de Descartes fez muitos concluírem que nela não é possível estabelecer uma distinção genuína entre movimento e repouso. Garber discorda desse diagnóstico, tendo em vista uma nota marginal que Descartes escreveu na cópia que ele possuía dos seus *Princípios* em meados da década de 1640. Essa nota é a seguinte[252]:

> Nada é absoluto no movimento, exceto a separação mútua de dois corpos em movimento. Mais que isso, que um dos corpos é dito se mover e o outro estar em

[249] "[...] chaque corps en particulier n'ait qu'vn seul mouuement qui luy est propre, à cause qu'il n'y a qu'vne certaine quantité de corps... qui le touchent & que soient en repos à son égard [...]".
[250] "Enfin, j'ay dit que le transport ne se fait pas du voisinage de toutes sortes de corps, mais seulement de ceux QUE NOUS CONSIDERONS COMME EN REPOS. Car il est reciproque ; & nous ne sçaurions conceuoir que le corps AB soit transporté du voisinage du corps CD, que nous ne sçachions aussi que le corps CD est transporté du voisinage du corps AB, & qu'il faut tout autant... d'action pour l'vn que pour l'autre".
[251] "[...] tout ce qu'il y a de réel... dans les corps qui se meuuent, en vertu de quoy nous disons qu'ils se meuuent, se trouve pareillement en ceux qui les touchent, quoy que nous les considerions comme en repos".
[252] Aqui apresentamos uma tradução da tradução de Garber da nota em questão, posto que ela está escrita originalmente em latim. O texto original encontra-se em AT, XI, pp. 656-657.

> repouso é relativo, e depende da nossa concepção, como no caso em relação ao movimento chamado local. Assim, quando eu ando sobre a Terra, o que quer que seja absoluto, ou real, e positivo naquele movimento consiste na separação da superfície do meu pé da superfície da Terra, que não está menos na Terra do que em mim. Era nesse sentido que eu disse que não há nada de real e positivo no movimento que não esteja no repouso. Quando, porém, eu disse que o movimento e o repouso são contrários, eu entendi isso em relação a um único corpo, que está em modos contrários quando sua superfície é separada de outro corpo e quando não é... Movimento e repouso diferem verdadeira e modalmente [*modaliter*], se por movimento é entendido a separação mútua dos corpos e por repouso a ausência [*negatio*] dessa separação. Entretanto, quando um dos dois corpos que estão se separando mutuamente é dito se mover, e o outro estar em repouso, nesse sentido o movimento e o repouso diferem apenas em razão [*ratione*][253] (GARBER, 1992, pp. 308-309).

Essa passagem indica que, em certo sentido, a distinção entre movimento e repouso é, de fato, arbitrária, como se percebe pelo exemplo da superfície do pé e a superfície da Terra. Por outro lado, há outro sentido em que a distinção entre movimento e repouso não é arbitrária. É o caso em que o movimento é concebido como a separação mútua de um corpo e de seu entorno. Como explica Garber (1992, p. 309):

> [...] [S]e um corpo e seu entorno estão em transferência[254] mútua, nenhum mero ato de pensamento pode mudar isso e colocá-los em repouso. Por causa da doutrina da reciprocidade de transferência, quando quer que um corpo esteja em movimento, devemos dizer que seu entorno também está, propriamente falando [...][255].

Descartes afirma que:

> [...] [S]e nós queremos atribuir ao movimento uma natureza que possa ser considerada isoladamente, e sem que necessite relacioná-la a alguma outra coisa, quando *nós vermos que* dois corpos que se tocam imediatamente serão transportados, um de um lado e o outro de um outro, e serão reciprocamente separados, nós não teremos dificuldade de dizer que há tanto de movimento em um quanto no outro[256] (AT, IX-2, Parte II, art. 29, pp. 78-79, ênfase do autor).

---

[253] "Nothing is absolute in motion except the mutual separation of two moving bodies. Moreover, that one of the bodies is said to move, and the other to be at rest is relative, and depends on our conception, as is the case with respect to the motion called local. Thus when I walk on the Earth, whatever is absolute or real and positive in that motion consists in the separation of the surface of my foot from the surface of the Earth, which is no less in the Earth than in me. It was in this sense that I said that there is nothing real and positive in motion which is not in rest. When, however, I said that motion and rest are contrary, I understood this with respect to a single body, which is in contrary modes when its surface is separated from another body and when it is not. . . . Motion and rest differ truly and modally *[modaliter]* if by motion is understood the mutual separation of bodies and by rest the lack *[negatio]* of this separation. However, when one of two bodies which are separating mutually is said to move, and the other to be at rest, in this sense motion and rest differ only in reason [*ratione*]".

[254] Isto é, *translatio*.

[255] "[…] if a body and its neighborhood are in mutual transference, no mere act of thought can change that and put them at rest. Because of the doctrine of the reciprocity of transference, whenever a body is in motion, we must say that its neighborhood is as well, properly speaking […]".

[256] "[...] si nous voulons attribuer au mouuement vne nature qui puisse estre considerée toute seule, & sans qu'il soit besoin de la raporter à quelque autre chose, lors que nous verrons que deux corps qui le touchent immediatement seront tranfportez, l'vn d'vn costé & l'autre d'vn autre, & seront reciproquement separez, nous ne ferons point difficulté de dire qu'il y a tout autant de mouuement en l'vn comme en l'autre".

Assim, a doutrina da reciprocidade da *translatio* tem o objetivo de enfatizar que o movimento não se restringe ao corpo, mas também envolve seu entorno contíguo. Nesse sentido, a distinção entre movimento e repouso enquanto modos de um corpo é preservada. Como explica Garber (1992, pp. 309-310):

> Se o movimento é entendido como a separação mútua de um corpo e seu entorno, então é impossível para um corpo estar tanto em movimento e em repouso ao mesmo tempo, na medida que é impossível para um corpo tanto estar e não estar em transferência em relação ao mesmo entorno contíguo[257].

A definição apropriada de Descartes, portanto, tem a vantagem de se poder estabelecer uma distinção não arbitrária entre movimento e repouso. Por outro lado, ela apresenta uma desvantagem: "na medida em que um corpo se move no *plenum*, seu entorno de corpos contíguos mudará a cada momento, e sem um quadro de referência comum, não está claro qual sentido se pode atribuir a noções de direção e de velocidade [...]"[258] (Ibid., p. 310).

Ainda no que tange ao movimento, destacamos a questão das maneiras específicas que os corpos aparentam se mover. Para os escolásticos, o comportamento de cada tipo diferente de substância era explicado pelas suas formas substanciais. Descartes, por sua vez, acreditava que a explicação para os corpos se comportarem da maneira como os percebemos estava relacionada com Deus. Deus é a causa de todo o movimento no Universo. Entretanto, a quantidade de movimento em cada corpo pode variar, ou seja, aumentar ou diminuir. Sendo assim, deve haver uma regularidade no modo como os corpos conservam ou alteram sua quantidade de movimento. Isso se explica por meio de certas leis da natureza que Deus estabeleceu, que regem os movimentos dos corpos, assim como suas colisões. Como as mudanças que ocorrem no Universo podem ser explicadas em termos de movimento local, as leis que regem os corpos podem ser consideradas como leis do movimento.

Segundo Garber (1992, pp. 310-311), já nos primeiros escritos de Descartes é possível encontrar vários indícios de seu interesse por leis da natureza. Não obstante, sua primeira tentativa de apresentá-las de forma coerente só ocorre no *Le Monde*. "E é fácil de acreditar que Deus, que, como cada um deve saber, é imutável, age sempre da mesma maneira. [...] [E]u

---

[257] "If motion is understood as the mutual separation of a body and its neighborhood, then it is impossible for a body to be both in motion and at rest at the same time insofar as it is impossible for that body both to be in transference and not in transference with respect to the same contiguous neighborhood".

[258] "As a body moves in the plenum, its neighborhood of contiguous bodies will change from moment to moment, and without a common frame of reference, it is not clear what sense can be made of the notions of direction and speed […]".

exporei aqui duas ou três das principais regras, segundo as quais se deve pensar que Deus faz agir a Natureza desse novo Mundo [...]"[259] (AT, XI, p. 38).

A primeira lei, ou "regra", é a seguinte:

> Que cada parte da matéria, em particular, continue sempre a estar em um mesmo estado, na medida em que o encontro com outras não a pressione a mudá-lo. [...] [S]e ela começou uma vez a se mover, ela continuará sempre com uma força igual até que as outras a parem ou a retardem[260] (AT, XI, p. 38).

A segunda lei estabelece "que quando um corpo empurra um outro, ele não pode lhe dar nenhum movimento a não ser que ele perca ao mesmo tempo a mesma quantidade do seu; nem lhe tirar, a não ser que o seu aumente na mesma proporção"[261] (AT, XI, p. 41).

Por fim, a terceira lei estabelece:

> Que quando um corpo se move, ainda que seu movimento se realize com maior frequência em linha curva, e que ele jamais possa realizar algum que não seja de alguma forma circular, [...] não obstante, cada uma de suas partes em particular tende sempre a continuar seu movimento em linha reta[262] (AT, XI, pp. 43-44).

É importante destacar também que há ainda um princípio importante que Descartes apresenta após expor a segunda lei, a saber, seu princípio de conservação:

> Ora, é que essas duas Regras [a primeira e segunda leis] se seguem manifestamente do mero fato de que Deus é imutável e que, agindo sempre do mesmo modo, Ele produz sempre o mesmo efeito. Pois, supondo que Ele colocou, de modo geral, certa quantidade de movimentos em toda matéria, desde o primeiro instante que Ele a criou, é preciso admitir que Ele a conserva sempre ou não acreditar que Ele age sempre do mesmo modo[263] (AT, XI, p. 43).

---

[259] "Et il est facile à croire que Dieu, qui, comme chacun doit sçavoir, est immuable, agit toujours de mesme façon. [...] je mettray icy deux ou trois des principales regles, suivant lesquelles il faut penser que Dieu fait agir la Nature de ce nouveau Monde [...]".

[260] "Que chaque partie de la matiere, en particulier, continuë toujours d'estre en vn mesme estat, pendant que la rencontre des autres ne la contraint point de le changer. [...] si elle a vne fois commencé à se mouvoir, elle continuera toujours avec vne égale force, jusques à ce que les autres l'arrestent ou la retardent".

[261] "Que, quand vn corps en pousse vn autre, il ne sçauroit luy donner aucun mouvement, qu'il n'en perde en mesme temps autant du sien; ny luy en oster, que le sien ne s'augmente d'autant".

[262] "Que, lors qu'vn corps se meut, encore que son mouvement se fasse le plus souvent en ligne courbe, & qu'il ne s'en puisse jamais faire aucun, qui ne soit en quelque façon circulaire, [...] toutesfois chacune de ses parties en particulier tend toujours à continuer le sien en ligne droite".

[263] "Or est-il que ces deux Règles suivent manifestement de cela seul, que Dieu est immuable, & qu'agissant toujours en mesme sorte, il produit toujours le mesme effet. Car, supposant qu'il a mis certaine quantité de mouvemens dans toute la matiere en general, dés le premier instant qu'il l'a creée, il faut avoüer qu'il y en conserve toujours autant, ou ne pas croire qu'il agisse toujours en mesme sorte".

Os aspectos essenciais dessas leis formuladas no *Le Monde*, assim como o apelo a Deus para fundamentá-las, retornaram nos *Princípios*. Entretanto, nesta última obra, elas são reapresentadas em outros termos. Nesta obra, Descartes afirma que a causa para o movimento pode ser tomada de duas maneiras.

> Após ter examinado a natureza do movimento, é preciso que nós consideremos sua causa, e posto que ela pode ser tomada de duas maneiras, começaremos pela primeira e mais universal, que produz geralmente todos os movimentos que existem no mundo; nós consideraremos depois a outra, que faz com que cada parte da matéria adquira o movimento que não tinha inicialmente[264] (AT, IX-2, Parte II, art. 36, p. 83).

A primeira causa, a mais universal, é Deus, "[...] que *de sua Onipotência* criou a matéria com o movimento e o repouso, e que conserva agora no universo, pelo seu concurso ordinário, a mesma quantidade de movimento e de repouso que colocou nele ao criá-lo"[265] (AT, IX-2, Parte II, art. 36, p. 83, ênfase do autor). Nesse mesmo sentido, Descartes também apresenta o mesmo princípio de conservação do *Le Monde*, mas em outros termos:

> De onde se segue que, posto que Ele moveu de várias maneiras diferentes as partes da matéria quando Ele as criou e que Ele as mantém todas do mesmo modo e com *as mesmas leis* que *Ele as fez observar* em sua criação, Ele conserva incessantemente nessa matéria uma quantidade igual de movimento[266] (AT, IX-2, Parte II, art. 36, p. 84, ênfase do autor).

No que diz respeito ao outro tipo de causa para o movimento, ela nada mais é do que as leis da natureza. Aqui, assim como no *Le Monde*, a imutabilidade de Deus é fundamental para estabelecê-las.

> Disso também que Deus não está sujeito a mudar, *e que Ele age sempre do mesmo modo*, podemos chegar ao conhecimento de certas regras, *que eu chamo de* leis da natureza, e que são as causas segundas dos diversos movimentos que nós percebemos em todos os corpos [...][267] (AT, IX-2, Parte II, art. 37, p. 84, ênfase do autor).

---

[264] "Apres auoir examiné la nature du mouuement, il faut que nous en considerions la cause, & pource qu'elle peut estre prise en deux façons, nous commencerons par la premiere & plus vniuerselle, qui produit generalement tous les mouuemens qui sont au monde; nous considererons par apres l'autre..., qui fait que chaque partie de la matiere en acquert, qu'elle n'auoit pas auparauant".

[265] "[...] qui *de sa Toute-puissance* a creé la matiere auec le mouuement & le repos, & qui conserue maintenant en l'vniuers, par fon concours ordinaire, autant de mouuement & de repos qu'il y en a mis en le créant".

[266] "D'où il suit que..., puis qu'il a meu en plusieurs façons différentes les parties de la matiere, lors qu'il les creées, & qu'il les maintient toutes en la mesme façon & auec *les mesmes loix* qu'*il leur a fait obseruer* en leur creation, il conserue incessamment en cette matiere vne égale quantité de mouuement".

[267] "De cela aussi que Dieu n'est point sujet à changer, *& qu'il agit touf-jours de mesme sorte*, nous pouuons paruenir à la connoissance de certaines regles, *que je nomme* les loix de la nature, & qui sont les causes secondes... des diuers mouuemens que nous remarquons en tous les corps [...]".

As leis da natureza dos *Princípios*, embora correspondam àquelas apresentadas no *Le Monde*, são expostas em outra ordem. A primeira lei dos *Princípios* corresponde à primeira do *Le Monde*; a segunda dos *Princípios* corresponde à terceira do *Le Monde*; e a terceira dos *Princípios* corresponde à segunda do *Le Monde*. A primeira lei dos *Princípios* estabelece "[...] que cada coisa em particular continua a estar no mesmo estado, na medida em que se possa, e que ela jamais o muda, a não ser *pelo encontro com outras*"[268] (AT, IX-2, Parte II, art. 37, p. 84, ênfase do autor). A segunda lei é "[...] que cada parte da matéria, tomada em particular, jamais tende a continuar a se mover seguindo linhas curvas, mas seguindo linhas retas [...]"[269] (AT, IX-2, Parte II, art. 39, p. 85). Por fim, a terceira lei declara que:

> [...] [S]e um corpo que se move e que encontra um outro tem menos força para continuar a se mover em linha reta do que este outro tem de lhe resistir, ele perde sua determinação[270] sem nada perder de seu movimento; e que, se ele tem mais força, ele move consigo esse outro corpo, e perde tanto de seu movimento quanto lhe dá[271] (AT, IX-2, Parte II, art. 40, pp. 86-87).

A terceira lei dos *Princípios* é acompanhada ainda por sete regras que visam proporcionar meios para determinar os diferentes resultados possíveis da colisão de dois corpos com diferentes características (Cf. AT, IX-2, Parte II, art. 46-52, pp. 89-93). Essas *regras do impacto* são as seguintes[272].

A primeira:

> [...] [S]e dois corpos, por exemplo B e C, fossem exatamente iguais e se movessem com igual velocidade em linha reta um em direção ao outro, quando eles viessem a se encontrar, eles repeliriam todos dois igualmente, e retornariam cada um para o lado de onde vieram, sem perder nada de sua velocidade[273] (AT, IX-2, Parte II, art. 46, p. 89).

A segunda: "[...] se B fosse maior do que C, por pouco que fosse, *e que eles se encontrassem com a mesma velocidade*, apenas C seria repelido *em direção ao lado do qual*

---

[268] "[...] que chaque chose en particulier... continuë d'estre en mesme estat autant qu'il se peut, & que jamais elle ne le change que par *la rencontre des autres".*

[269] "[...] que chaque partie de la matiere,en fon particulier, ne tend jamais à continuer de fe mouuoir fuiuant des lignes courbes, mais fuiuant des lignes droites [...]".

[270] Abordaremos o conceito de *determinação* ainda nesta seção.

[271] "[...] si vn corps qui se meut & qui en rencontre vn autre, a moins de force, pour continuer de se mouuoir en ligne droite, que cét autre pour luy resister, il perd l'a determination... sans rien perdre de son mouuement; & que, s'il a plus de force, il meut auec soy cét autre corps, & perd autant de son mouuement qu'il luy en donne".

[272] McLaughlin (2000, p. 100) apresenta uma ilustração das seguintes regras do impacto.

[273] "[...] si ces deux corps, par exemple B & C, estoient exactement égaux, & se mouuoient d'égale vitesse en ligne droite l'vn vers l'autre..., lors qu'ils viendroient à se rencontrer, ils rejalliroient tous deux également, & retourneroient chacun vers le costé d'où il seroit venu, sans perdre rien de leur vitesse".

tivesse vindo, e eles continuariam depois o movimento deles, todos dois juntos em direção ao mesmo lado"[274] (AT, IX-2, Parte II, art. 47, p. 90, ênfase do autor).

A terceira:

> [...] [S]e esses dois corpos tivessem o mesmo tamanho, mas B tivesse mais velocidade, por pouco que fosse, do que C, não somente, *após se encontrarem, só C seria repelido*, e eles iriam todos dois juntos, como defronte, em direção ao lado de onde C tinha vindo; mas também seria necessário que B lhe transferisse a metade do que tinha a mais de velocidade, *posto que, tendo-o diante de si, ele não poderia ir mais rápido do que ele*[275] (AT, IX-2, Parte II, art. 48, p. 90, ênfase do autor).

A quarta:

> [...] [S]e o corpo C fosse maior, por pouco que fosse, do que B, e ele estivesse completamente em repouso, *isto é, que não somente ele não tivesse movimento aparente, mas também que ele não estivesse envolvido por ar, nem de outros corpos líquidos, os quais, como direi mais à frente, dispõem os corpos duros que eles envolvem, a poderem ser movidos com facilidade*, de qual velocidade B possa vir na direção dele, jamais teria a força de o movimentar; mas seria forçado a ser impelido em direção ao mesmo lado de onde teria vindo[276] (AT, IX-2, Parte II, art. 49, p. 90, ênfase do autor).

A quinta:

> [...] [S]e, *ao contrário*, o corpo C fosse menor do que o B, *por pouco que fosse*, este não seria capaz de ir tão lentamente em direção ao outro, *o qual eu suponho ainda perfeitamente em repouso*, que não tivesse a força de o empurrar e lhe transferir a parte do seu movimento que seria exigida para fazer que eles seguissem, em seguida, com a mesma velocidade[277] (AT, IX-2, Parte II, art. 50, p. 91, ênfase do autor).

A sexta:

> [...] [S]e o corpo C estivesse em repouso, e [fosse] perfeitamente igual em tamanho ao corpo B, que se move em sua direção, *precisaria necessariamente que* ele fosse

---

[274] "[...] si B estoit tant soit peu plus grand que C, *& qu'ils se recontrassent avec mesme vitesse*, il n'y auroit que C qui rejallit *vers le costé d'où il seroit venu*, & ils continueroient par apres leur mouuement tous deux ensemble vers ce mesme costé".

[275] "[...] si ces deux corps estoient de mesme grandeur, mais que B eust tant soit peu plus de vitesse que C, non seulement, *apres s'estre rencontrez, C seul rejalliroit*, & ils iroient tous deux ensemble, comme deuant, vers le costé d'où C seroit venu ; mais aussi il seroit necessaire que B luy transferast la moitié de ce qu'il auroit de plus de vitesse, *à caufe que, l'ayant deuant soy, il ne pourrait aller plus vite que luy*".

[276] "[...] si le corps C estoit tant soit peu plus grand que B, & qu'il fust entierement en repos, *c'est à dire que non seulement il n'eust point de mouuement apparent, mais aussi qu'il ne fust point enuironné d'air, ni d'aucuns autres corps liquides, lesquels, comme je diray cy apres, disposent les corps durs qu'ils enuirovnent, à pouuoir estre meus fort aisement*, de quelle vitesse que B pust venir vers luy, jamais il n'auroit la force de le mouuoir; mais il seroit contraint de rejallir vers le mesme costé d'où il seroit venu".

[277] "[...] si, *au contraire*, le corps C estoit *tant soit peu* moindre que B, cetuy-cy ne sçauroit aller si lentement vers l'autre, *lequel je suppose encore parfaitement en repos*, qu'il n'eust la force de le pousser & luy transferer la partie de son mouuement qui seroit requise pour faire qu'ils allassent par apres de mesme vitesse".

> em parte empurrado por B, e *que* em parte ele o fizesse repelir, de modo que, se B viesse em direção a C com quatro graus de velocidade, *ele precisaria que* ele lhe transferisse um, e *que* com os três outros ele retornasse em direção ao lado de onde tinha vindo[278] (AT, IX-2, Parte II, art. 51, p. 92, ênfase do autor).

A sétima:

> [...] [S]e B e C vão em direção a um mesmo lado, e C precede, mas vai mais lentamente do que B, de modo que seja enfim atingido por ele, pode ocorrer que B transferirá uma parte de sua velocidade a C, *por o impelir por trás*; *e pode ocorrer também de ele não lhe transferir nada, mas repelirá, com todo seu movimento, em direção ao lado de onde terá vindo. A saber, não somente quando C é menor do que B, mas também* quando ele é maior, contanto que aquilo no que o tamanho de C supere o de B seja menor do que aquilo em que a velocidade de B supere a de C, jamais B deve repelir, mas impelir C, ao lhe transferir uma parte de sua velocidade. E, ao contrário, quando aquilo em que o tamanho de C supere o de B é maior do que aquilo em que a velocidade B supera a de C, é preciso que B seja repelido, sem nada comunicar a C de seu movimento; *e, enfim, quando o excesso de tamanho que há em C é perfeitamente igual ao excesso de velocidade que há em B, este deve transmitir uma parte de seu movimento ao outro e se repelir com o resto*[279] (AT, IX-2, Parte II, art. 52, pp. 92-93, ênfase do autor).

Apresentados, então, os princípios de conservação e as leis da natureza em ambas as obras, resta agora comparar e analisá-los. Comecemos pelo princípio de conservação do *Le Monde*. Para além do fato de ele ser apresentado logo após a segunda lei, que trata da colisão dos corpos, destaca-se também a alegação de que Deus conserva a matéria e colocou nela certa "quantidade de movimentos" ("*quantité de mouvemens*", no original). O plural de *movimento* nessa expressão é curioso, e pode apontar para diferentes caminhos. Segundo Garber (1992, p. 313), a expressão:

> [...] [P]ode ser um erro tipográfico, mas ela pode indicar que o que o Deus de Descartes está preservando é, literalmente, um certo número de movimentos, talvez o fato de que tal-e-tal número de corpos está se movendo. Contudo, também é bem

---

[278] "[...] si le corps C estoit en repos, & parfaitement égal en grandeur au corps B, qui se meut vers luy, *il faudrait necessairement qu*'il fust en partie poussé par B, & *qu*'en partie il le fit rejallir ; en sorte que, si B estoit venu vers C auec quatre degrez de vitesse, *il faudrait qu*'il luy en transferast vn, & *qu*'auec les trois autres il retournast vers le costé d'où il seroit venu".

[279] "[...] si B & C vont vers vn mesme costé, & que C precede, mais aille plus lentement que B, en sorte qu'il soit enfin atteint par luy..., il peut arriuer que B transferera vne partie de sa vitesse à C, *pour le pousser deuant soy ; & il peut arriuer aussi qu'il ne luy en transferera rien du tout, mais rejallira, auec tout son mouuement, vers le costé d'où il sera venu. A sçauoir, non seulement lors que C est plus petit que B, mais aussi* lors qu'il est plus grand, pourueu que ce en quoy la grandeur de C surpasse celle de B, soit moindre que ce en quoy la vitesse de B surpasse celle de C, jamais B ne doit rejallir, mais pousser C, en luy transferant vne partie de sa vitesse. Et au contraire, lors que ce en quoy la grandeur de C surpasse celle de B, est plus grand que ce en quoy la vitesse de B surpasse celle de C, il faut que B rejallisse, sans rien communiquer à C de son mouuement; *& enfin, lors que l'excez de grandeur qui est en C, est parfaitement égal à l'excez de vitesse qui est en B, cetuy-cy doit transferer vne partie de son mouuement à l'autre, & rejallir auec le reste*".

> possível que Descartes estivesse simplesmente incerto sobre o que precisamente Deus estava conservando nesse momento[280].

A imutabilidade de Deus, isto é, Sua constância, é importante para que Descartes seja capaz de defender que seu sistema de mundo se mantém o mesmo com passar do tempo. Porém, como McLaughlin (2000, p. 83) observa, a constância de Deus só determina que há um conteúdo físico da quantidade de conservação, e não qual é ele.

Nos *Princípios*, o princípio de conservação apresenta uma característica que está ausente naquele apresentado no *Le Monde*, a saber, uma medida numérica. Isso fica mais claro na seguinte passagem:

> Pois, ainda que o movimento só seja um *modo* da matéria que é movida, ela tem, porém, uma certa quantidade que jamais aumenta ou diminui, ainda que haja ora mais e ora menos em algumas de suas partes. Eis o porquê, quando uma parte da matéria se move duas vezes mais rápido que outra, e esta é duas vezes maior do que a primeira, nós devemos pensar que há a mesma quantidade de movimento na menor quanto na maior [...][281] (AT, IX-2, Parte II, art. 36, pp. 83-84, ênfase do autor).

Nos *Princípios*, assim como no *Le Monde*, Descartes também apela para a imutabilidade de Deus, enfatizando que Deus não apenas criou o mundo, mas o mantém a cada momento.

> Nós entendemos também que é uma perfeição em Deus, não somente que ele é imutável em sua natureza, mas ainda que ele age de uma maneira que jamais muda. Tanto é o caso que, exceto as mudanças que vemos *no mundo*, e aquelas nas quais acreditamos porque Deus as revelou, e que nós sabemos acontecer *ou terem acontecido na natureza* sem nenhuma mudança da parte do Criador, nós não devemos supor outras em suas obras, por receio de lhe atribuir inconstância. De onde se segue que, posto que ele moveu de várias maneiras diferentes as partes da matéria quando ele as criou, e que ele as preserva todas da mesma maneira e com *as mesmas leis que ele as fez observar* em sua criação, ele conserva incessantemente nessa matéria uma igual quantidade de movimento[282] (AT, IX-2, Parte II, art. 36, p. 84, ênfase do autor).

---

[280] "[…] may be a typographical error, but it may indicate that what Descartes' God is preserving is, quite literally, a certain number of motions, perhaps the fact that such-and-such a number of bodies is moving. However, it is also quite possible that Descartes was simply unclear about what precisely it was that God was conserving at this point".

[281] "Car, bien que le mouuement ne soit qu'vne *façon* en la matiere qui est meuë, elle en a pourtant vne certaine quantité... qui n'augmente & ne diminuë jamais..., encore qu'il y en ait tantost plus & tantost moins en quelques vnes de ses parties. C'est pourquoy, lors qu'vne partie de la matiere se meut deux fois plus vite qu'vne autre, & que cette autre est deux fois plus grande que la premiere, nous deuons penser qu'il y a tout autant de mouuement dans la plus petite que dans la plus grande [...]".

[282] "Nous connoissons aussi que c'est vne perfection en Dieu, non seulement de ce qu'il est immuable en sa nature, mais encore de ce qu'il agit d'vne façon qu'il ne change jamais : tellement qu'outre les changemens que nous voyons. . . *dans le monde*, & ceux que nous croyons, parce que Dieu les a reuelez, & que nous sçauons...arriuer *ou estre arrivez en la nature*, sans aucun changement de la part du Createur, nous ne deuons point en supposer d'autres en ses ouurages, de peur de luy attribuer de l'inconstance. D'où il suit que..., puis qu'il a meu en plusieurs façons differentes les parties de la matiere, lors qu'il les creées, & qu'il les maintient toutes en la mesme façon & auec *les mesmes loix qu'il leur a fait obseruer* en leur creation, il conserue incessamment en cette matiere vne égale quantité de mouuement".

Garber (1992, p. 313) observa que Descartes sugere que aquilo que é conservado por Deus nada mais é do que o tamanho vezes a velocidade. Em outras palavras, a quantidade de movimento é o produto da quantidade de matéria (medida pelo volume) e da velocidade (que é a variável). Deve-se destacar, porém, que não se encontra no princípio de conservação de Descartes a noção de *momentum*. "[...] Descartes e seus contemporâneos não tinham uma noção de massa independente do tamanho; em um mundo em que todo corpo é feito do mesmo tipo de material, não faz sentido igualar volumes (sem poros etc.) contendo diferentes quantidades de matéria"[283] (Ibid., pp. 313-314). Também é curioso que Descartes não apresenta qualquer consideração acerca das direções para o movimento no seu princípio de conservação, embora ele provavelmente tivesse ciência da importância delas.

Garber (1992, p. 314) avalia que, apesar de o princípio de conservação de Descartes ter sido bastante influente, caso verdadeiro, levaria a vários "absurdos"[284]. Além disso, por si só, o princípio de conservação não é capaz de explicar o movimento ou o repouso de corpos particulares. Este aspecto é explicado pelas leis da natureza. Enquanto o princípio de conservação proporciona uma explicação para a conservação dos movimentos no Universo como um todo, as leis da natureza proporcionam explicações para a causa dos movimentos nos corpos particulares contidos no Universo.

Retornemos agora para as leis da natureza. Em um sistema como o cartesiano, leis exercem um papel fundamental, como comenta McLaughlin (2000, p. 84):

> [...] [E]m um sistema mecanicista – isto é, um sistema concebido como determinado pelas propriedades e interações de suas partes – deve haver uma regra física governando o comportamento dos elementos-do-sistema em interações simples e na ausência de interações[285].

Schuster (2013a, p. 71) observa que, no Universo proposto pelo *Le Monde*, apenas o impacto e a pressão podem ser considerados as causas das mudanças naturais. "Tal universo de partículas perfeitamente duras excluiu a consideração da qualidade problemática da

[283] "[…] Descartes and his contemporaries did not have a notion of mass independent of size; in a world in which all body is made up of the same kind of stuff, there is no sense to equal volumes (without pores, etc.) containing different quantities of matter".

[284] McLaughlin (2000, p. 84), realizando uma avaliação semelhante, aponta que, se o princípio de conservação de Descartes fosse verdadeiro, então seria possível a construção de uma máquina de movimento perpétuo. Gostaríamos de enfatizar que estamos aqui apenas repercutindo as avaliações de Garber e de McLaughlin. Não temos o intuito de diminuir ou menosprezar a filosofia de Descartes.

[285] "[…] in a mechanistic system – that is, a system conceived as determined by the properties and interactions of its parts – there must be a physical rule governing the behavior of the system-elements in simple interactions and in the absence of interactions".

‘elasticidade’, mas, pela mesma razão, em tal universo o impacto e a pressão se tornaram inexplicáveis por causas naturais”[286] (Ibid., p. 71). Assim, de modo a proporcionar uma justificativa para as leis da natureza, e para explicar a interação dos corpos no momento da colisão, o recurso a Deus se torna necessário[287]. A interação como nós a percebemos é apenas o efeito da forma como Deus, através de suas leis, mantém ou altera a cada momento as forças e as determinações dos corpos (Cf. Ibid., p. 71). Portanto, é notório o papel de Deus para justificar os princípios da *dinâmica*. Nesse sentido, Schuster (2013a, pp. 71-72) comenta que, com sua discussão das leis da natureza, Descartes buscou dar suporte teológico para sua “espécie de dinâmica”.

Garber (1992, p. 314) comenta que é possível classificar as leis dos *Princípios* em dois grupos: a primeira e a segunda seriam “princípios de persistência”, enquanto a terceira lei seria um “princípio de reconciliação”. Enquanto a primeira e a segunda lei ditam como os corpos tendem a persistir – em seu estado, de acordo com a primeira, e retilineamente, de acordo com a segunda –, a terceira dita como movimentos conflitantes de diferentes corpos são reconciliados.

A primeira lei apresentada nos *Princípios* aborda o que acontece com um corpo na ausência de interações com outros. Na ausência de interações, o corpo mantém seus *modos*, ou seja, seu tamanho, seu formato e seu estado de movimento (o movimento ou o repouso). A lei especifica o que significa um corpo *permanecer o mesmo* em termos físicos (Cf. MCLAUGHLIN, 2000, p. 85).

Tanto na versão da lei do *Le Monde* quanto na dos *Princípios* Deus tem um papel fundamental.

> Deus deve continuamente manter (ou re-criar) os corpos e seus atributos de momento em momento. Isso implica que, em última análise, um corpo em translação fenomenal, em movimento, está realmente sendo recriado ou continuamente mantido em pontos espaciais sucessivos durante instantes temporais sucessivos. Ademais, em cada um daqueles instantes de re-criação, ele é caracterizado pela injeção divina de uma certa quantidade de ‘força de movimento’[288] (SCHUSTER, 2013a, pp. 70-71).

[286] “Such a universe of perfectly hard particles foreclosed consideration of the problematical quality of ‘elasticity’; but, by the same token, in such a universe impact and pressure were rendered inexplicable by natural causes”.

[287] Em conversa privada, Samuel Simon apresentou outro posicionamento. Ele destacou que, apesar de o argumento ser estritamente teológico, seria possível, do ponto de vista cartesiano, a matéria se mover e exibir certos princípios de conservação por si mesma. Segundo sua interpretação, Deus colocou a matéria movimento, mas sua ação ocorreu apenas no início, de modo que Ele não interferiu depois. Deus também conserva o movimento, mas esse *conservar* é dúbio: pode significar tanto *não alterar*, como *manter a cada instante*. Assim, Descartes teria permitido essas duas possibilidades.

[288] “God must continually support (or re-create) bodies and their attributes from moment to moment. This implies that in the final analysis a body in phenomenal translation, in motion, is really being recreated or continually supported at successive spatial points during successive temporal instants. In addition, in each of those instants of re-creation, it is characterized by the divine injection of a certain quantity of ‘force of motion’”.

Destaca-se também o fato de Descartes considerar o movimento como um estado que persiste. Enquanto que na concepção aristotélica, que estabelecia que um corpo em movimento tendia ao repouso, seus defensores tinham que lidar com a questão de por que um dado projétil continua a se mover após deixar de estar em contato com aquilo que o impulsionou inicialmente, na concepção cartesiana não era preciso lidar com ela, como ele mesmo observa:

> Pois não há outra razão para elas [as coisas arremessadas] continuarem a se mover, quando elas estão fora da mão daquele as impulsionou, senão que, *seguindo as leis da natureza*, todos os corpos que se movem continuam a se mover até que o movimento deles seja *detido* por alguns outros corpos[289] (AT, IX-2, Parte II, art. 38, p. 85, ênfase do autor).

No que diz respeito à crença das pessoas de que os corpos em movimento param por si mesmos, isto é, tendem ao repouso, Descartes defende que ela resulta de um julgamento precipitado que surge desde o começo de nossas vidas. De fato, trata-se de algo contrário à própria natureza: "E, no entanto, é apenas *um falso juízo* que afronta manifestamente as leis da natureza. Pois o repouso é contrário ao movimento, e nada tende pelo *instinto de* sua natureza ao seu contrário, ou à destruição de si mesmo"[290] (AT, IX-2, Parte II, art. 37, p. 85, ênfase do autor).

Essa concepção de Descartes acerca do movimento foi de grande importância. Garber (1992, p. 315) chega a classificar a observação de que o movimento persiste por si mesmo como um dos *insights* mais importantes da física no século XVII. Contudo, é preciso salientar que Descartes não foi o único, nem o primeiro, a apresentá-la. Garber (1992, p. 315) indica que Galileu, Gassendi[291] e Isaac Beeckman também apresentaram versões dela, inclusive a de Beeckman seria anterior à de Descartes. A que ficou mais conhecida foi a de Newton, presente na sua obra *Principia*[292].

No tocante à segunda lei da natureza dos *Princípios*, ela trata da conservação da *determinação*[293] do movimento de um corpo isolado, isto é, sem interagir com outros. Assim

---

[289] "Car il n'y a point d'autre raison pourquoy elles continuent... de se mouuoir, lors qu'elles sont hors de la main de celuy qui les a poussées, sinon que, *suiuaut les loix de la nalure*, tous les corps qui se meuuent continuent de se mouuoir jusques à ce que leur mouuement soit *arresté* par quelques autres corps...".

[290] "Et toutefois ce n'est qu'*vn faux prejugé*, qui repugne manifestement aux loix de la nature; car le repos est contraire au mouuement, & rien ne se porte par *l'instinct de* sa nature à son contraire, ou à la destruction de soy-mesme".

[291] Smith (2008) – no primeiro parágrafo da Seção 5 de seu texto – observa que Gassendi tinha apresentado um princípio de inércia, em 1641, na sua obra *De motu impresso a motore translato*.

[292] Retornaremos a abordar esse ponto nos capítulos 3 e 4.

[293] MacLaughlin (2000, p. 109) observa que o termo *determinação* também é utilizado por Descartes no *Le Monde*, mas em sentido diferente e "não-técnico".

como um corpo não altera seu estado de movimento sem uma causa, suas *determinações* não mudam sem uma causa. Segundo McLaughlin (2000, pp. 85-86), existe uma distinção entre as propriedades de um corpo, podendo classificá-las naquelas de primeira ordem e nas de segunda ordem. As propriedades de primeira ordem, como já foi mencionado anteriormente, seriam seus *modos*, ou seja, seu tamanho, seu formato e seu estado de movimento; ao passo que as de segunda ordem seriam os modos dos modos. McLaughlin (2000, p. 86) aponta que Descartes menciona apenas um modo dessa segunda ordem, a saber, a determinação do movimento. Porém, poderíamos conceber também a superfície como o modo do formato.

Em um primeiro momento, a segunda lei aparenta estabelecer que apenas o aspecto direcional da determinação é conservado, mas não se trata apenas disso. McLaughlin (2000, p. 86, ênfase do autor) faz o seguinte comentário, destacando a importância dessa lei:

> Sem uma declaração explícita de que a *quantidade* da determinação (que não interage) é conservada, não estaria claro no caso de interação que a quantidade daquela *parte* de uma determinação que não está envolvida na interação é de fato conservada, mesmo se a determinação agregada e a quantidade de movimento mudem[294].

Um corpo, quando não está interagindo com outros, mantém seu movimento e sua determinação retilínea inalterados. Agora, no caso em que ele interage com outros corpos, embora seu estado de movimento possa ser alterado, a parte da determinação do movimento que não está envolvida na interação permanece inalterada.

Mas o que exatamente Descartes entende por *determinação*? A primeira vez que ele abordou essa noção foi na sua obra *Dióptrica* (Cf. Ibid., p. 87), sendo caracterizada como uma quantidade física direcional. Mclaughlin (2000, p. 87) interpreta o conceito de *determinação* como tendo dois constituintes: uma representação matemática[295] e uma representação linguística. Para nossos fins, restringir-nos-emos à sua representação linguística. Porém, um fator importante sobre a representação matemática a se destacar é a relação da determinação com a *regra do paralelogramo*, que era utilizada para *resolver* e *compor* movimentos (Cf. Ibid., pp. 87-88). Apesar de Descartes não aplicar essa regra para os movimentos, a determinação teria uma relação com ela.

> Movimentos, enquanto quantidades 'escalares', não são resolvidos ou compostos por essa regra tradicional – apenas suas determinações são assim resolvidas e compostas.

[294] "Without an explicit statement that the quantity of (non-interacting) determination is conserved, it would not be clear in the case of interaction that the quantity of that part of a determination that is not involved in the interaction is in fact conserved, even if the aggregate determination and the quantity of motion change".
[295] Aqui não há espaço para abordá-la. Uma discussão desse aspecto do conceito está presente em MCLAUGHLIN, 2000, pp. 87-90.

> Assim, o primeiro constituinte do significado do termo 'determinação' é que é aquela quantidade física resolvida e composta de acordo com a regra do paralelogramo geométrico[296] (Ibid., p. 88).

Mas nos voltemos para a representação linguística. A determinação está relacionada ao seu movimento assim como um sujeito está relacionado ao seu predicado, daí o motivo de McLaughlin se referir a uma representação linguística. "Uma determinação é quantitativa e dimensionalmente equivalente à força ou ao movimento que ela determina, porque é ela mesma apenas um modo daquela força"[297] (MCLAUGHLIN, 2000, p. 90).

Como já mencionamos, o movimento é o modo de um corpo e a determinação é um modo do movimento. Em uma carta em resposta a Hobbes, datada de 21 de abril de 1641, Descartes defende que uma determinação pode ser dividida em partes (ver AT, III, p. 356). Disso se infere que a determinação é uma *quantidade*, não sendo meramente a direção do movimento. E não se deve pensar que a determinação é o próprio movimento, como Descartes deixa claro nessa mesma carta: "[...] a determinação é outra coisa que o movimento"[298] (AT, III, p. 355). Como enfatiza Mclaughlin (2000, p. 91, ênfase do autor), a determinação "[…] não é ela mesma um *movimento*, nem é ela uma parte de um *movimento*; e uma parte de uma determinação também não é uma parte de um movimento, nem mesmo a determinação de uma parte de um movimento"[299].

Assim McLaughlin (2000, p. 92) resume a noção cartesiana de determinação:

> A determinação cartesiana é um híbrido de direcionalidade e o valor absoluto de um movimento. É uma quantidade direcionada com o mesmo valor absoluto do movimento que ela modifica [...]. Sua direção pode variar independentemente do movimento que ela modifica, mas sua quantidade não pode variar: é sempre dada pela quantidade de movimento[300].

McLaughlin (2000, p. 93) relata que por muito tempo os leitores de Descartes tomaram a determinação como movimentos reais ou direções, mas ambas as alternativas são

---

[296] "Motions, as 'scalar' quantities, are not resolved and compounded by this traditional rule – only their determinations are so resolved and compounded. Thus, the first constituent of the meaning of the term 'determination' is that it is that physical quantity resolved and compounded according to the geometrical parallelogram rule".

[297] "A determination is quantitatively and dimensionally equivalent to the force or motion it determines because it is itself just a mode of that force".

[298] "[...] la determination est autre chose que le mouuement".

[299] "[…] is not itself a *motion*, nor is it a part of a *motion*; and a part of a determination is also neither a part of a motion nor even the determination of a part of a motion".

[300] "Cartesian determination is a hybrid of directionality and the absolute value of a motion. It is a directed quantity with the same absolute value as the motion which it modifies […]. Its direction can vary independently of the motion it modifies, but its quantity cannot vary: it is always given by the quantity of motion".

inconsistentes com projeto de Descartes no âmbito da filosofia natural. Se as determinações forem tomadas somente como direções, elas não poderão ser consideradas como tendo papel relevante numa explicação causal. Em relação à outra alternativa, McLaughlin (2000, p. 93) comenta que "se, por outro lado, as determinações são governadas pelo paralelogramo dos movimentos, seria razoável tomá-las como movimentos reais e partes de movimentos. Nesse caso, haveria um conflito imediato com a conservação de movimento escalar"[301].

Existe uma passagem em uma carta para Mersenne, datada de 3 de dezembro de 1640, onde críticas de Pierre Bourdin são debatidas, em que Descartes afirma que "[...] no lugar em que se fala da determinação em direção à direita, eu entendo toda a parte do movimento que é determinada em direção à direita [...]"[302] (AT, III, p. 251). McLaughlin (2000, p. 94) acredita que essa passagem é provavelmente um deslize por parte de Descartes, posto que ela entra em contradição com a conservação do movimento. "Se a entidade resolvida e composta pela regra do paralelogramo é um movimento, então a quantidade de movimento escalar aumenta e diminui todo o tempo"[303] (Ibid., p. 94).

Há ainda duas passagens em cartas de Descartes, relativas a críticas à sua obra *Dióptrica*, que levaram alguns comentadores a considerar a determinação somente como direção e a tratar os movimentos e as determinações como magnitudes independentes (Cf. Ibid., p. 94). Em uma delas, para Mydorge, datada de 1 de março de 1638, Descartes afirma que "[...] bem que uma mesma velocidade possa ter diversas determinações, e que uma mesma determinação esteja junta a diversas velocidades"[304] (AT, II, p. 18); enquanto em outra, para Bourdin (via Mersenne), datada de 29 de julho de 1640, ele declara que "[...] *a mesma determinação pode estar unida a uma força maior ou menor e a mesma força pode permanecer embora a determinação mude de alguma maneira"*[305] (AT, III, p. 113 apud MCLAUGHLIN, 2000, p. 94, ênfase do autor).

Em ambas as declarações são defendidos dois pontos: o primeiro, que determinações diferentes podem ser modos da mesma velocidade; e, segundo, que a mesma determinação pode estar ligada a diferentes velocidades. No que diz respeito ao primeiro ponto, McLaughlin (2000,

---

[301] "If, on the other hand, determinations are governed by the parallelogram of motions, it would be reasonable to take them as actual motions and parts of motions. In this case there would be an immediate conflict with the conservation of scalar motion".

[302] "[...] au lieu qu'en parlant de la determination vers la droite, i'entens toute la partie du mouuement qui est déterminée vers la droite [...]".

[303] "If the entity resolved and compounded by the parallelogram rule is a motion, then the quantity of scalar motion is going up and down all the time".

[304] "[...] bien qu'vne mesme vitesse puisse auoir diuerses determinations, & que vne mesme determination estre jointe à diuerses vitesses".

[305] "[…] *the same determination can be joined to a greater or lesser force and the same force can remain though the determination changes in whatever manner*".

p. 95, ênfase do autor) destaca que ele não é problemático, posto que duas determinações são consideradas diferentes se elas diferem em quantidade ou em direção. O segundo ponto, porém, apresenta uma dificuldade, segundo McLaughlin (2000, p. 95). Duas determinações só podem ser consideradas as mesmas se elas tiverem a mesma quantidade e a mesma direção, e aí está o problema. A única forma de dois movimentos com diferentes velocidades terem a mesma determinação seria se entendêssemos *determinação* apenas como direção. Se o conceito de *determinação* abranger tanto a quantidade quanto a direção, então ela não pode estar ligada a duas velocidades diferentes. Qualquer mudança na quantidade de movimento de um corpo implica necessariamente em uma mudança na quantidade de determinação. "[...] [A]penas o aspecto direcional da determinação pode mudar sem qualquer mudança na velocidade ou permanecer a mesma para diferentes velocidades"[306] (Ibid., p. 95).

Portanto, em um primeiro momento, Descartes parece estar se contradizendo. McLaughlin aponta, porém, que Descartes tem em mente nessas passagens o caso do movimento de uma bola de tênis apresentado na *Dióptrica*.

> Em cada um dos dois casos citados, Descartes está extrapolando de um exemplo particular (refração), em que uma mudança na velocidade ocorre, a determinação horizontal é conservada e uma mudança correspondente na determinação agregada é considerada. Isto é, a questão concreta sendo posta é se a 'mesma' determinação (horizontal) do movimento de uma bola de tênis pode estar 'ligada' à sua velocidade alterada após a refração[307] (Ibid., p. 95).

Após uma série de considerações sobre a forma como Descartes aborda o exemplo da *Dióptrica* (Cf. Ibid., pp. 95-96), McLaughlin conclui que o que Descartes está querendo dizer ao afirmar que "a mesma determinação pode estar ligada a diferentes velocidades" é, na verdade, "[...] que uma determinação-componente que não está envolvida em uma interação particular (e, assim, é conservada de acordo com a Segunda Lei da Natureza) será parte do modo de qualquer novo movimento que ocorra após a interação"[308] (Ibid., p. 96).

A segunda lei dos *Princípios* é consequência da primeira lei. A segunda lei especifica qual é o tipo de movimento que Descartes está se referindo na primeira lei, a saber, o retilíneo.

---

[306] "[…] only the directional aspect of determination can change without any change in speed or remain the same for different speeds".

[307] "In each of the two cases cited Descartes is extrapolating from a particular example (refraction), in which a change in speed occurs, horizontal determination is conserved, and an accompanying change in aggregate determination is considered. That is, the concrete question being asked is whether the 'same' (horizontal) determination of a tennis ball's motion can be 'joined' to its changed speed after refraction".

[308] "[…] that a component–determination that is not involved in a particular interaction (and thus is conserved according to the Second Law of Nature) will be part of the mode of whatever new motion ensues after the interaction".

Dela se infere que "[...] todo corpo que se move em círculo tende, sem cessar, a se afastar do círculo que ele descreve"[309] (AT, IX-2, Parte II, art. 39, p. 86). Para ilustrar esse ponto, Descartes toma como exemplo o caso em que uma pedra é colocada em uma funda, girando-a em seguida[310]. Ao considerar todas as causas envolvidas nesse movimento, a pedra realizará um movimento circular. Porém, se for levado em consideração apenas "a força do movimento e a agitação" da pedra (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 57, p. 131), ela tende a se mover em linha reta. Mais precisamente, a pedra se moveria em linha reta ao longo da tangente do círculo que estava descrevendo, caso a funda desaparecesse. Trata-se do que posteriormente veio a se chamar de *força centrífuga* (Cf. GARBER, 1992, p. 316). Como observa Schuster (2013a, p. 86), Descartes nunca buscou quantificar essa tendência centrífuga.

Sobre a terceira lei dos *Princípios*, Descartes especifica o que ocorre com dois corpos quando eles interagem um com o outro, ou seja, especifica o que ocorre com os modos dos corpos e com os modos desses modos. McLaughlin (2000, p. 86) observa que, como a física de Descartes vislumbra apenas o impacto como tipo básico de interação, ele proporciona apenas uma lei que governa esse tipo de interação. A colisão[311], na concepção cartesiana, é o único tipo de interação que a matéria é capaz de realizar: "as causas particulares das mudanças que ocorrem nos corpos estão todas compreendidas nessa regra, ao menos aquelas que são corporais"[312] (AT, IX-2, Parte II, art. 40, p. 87). Todas as outras formas de interação material derivam de colisões.

Vale dizer que, em um sistema como o cartesiano, é preciso de algo que garanta que todos os fenômenos estudados possam ser derivados de interações simples. Em outros termos, são necessárias regras que possibilitem reduzir interações complexas a interações simples. Nesse sentido, McLaughlin (2000, p. 87) destaca que Descartes concebe, em última análise, que colisões envolvendo vários corpos podem ser consideradas como consistindo em colisões que envolvem apenas dois corpos, de modo que interações tridimensionais podem ser decompostas em interações unidimensionais.

Esta lei também apresenta uma relação com a concepção voluntarista de Descartes, posto que a conservação da quantidade total da força de movimento na colisão entre os corpos é realizada por Deus, que redistribui essa quantidade entre os corpos envolvidos. A

---

309 "[...] tout corps qui est meu en rond, tend sans cesse à s'esloigner du cercle qu'il décrit".

310 Nos *Princípios*, Descartes trata desse caso em dois momentos: em AT, IX-2, Parte II, art. 39, p. 86; e em AT, IX-2, Parte III, art. 57, p. 131. No *Le Monde,* o caso é abordado em AT, XI, pp.45-46 e 85-86.

311 O termo que Descartes utiliza em latim é *occurrere* (*occursus*), ao passo que em francês o termo utilizado é *rencontrer* (*rencontre*).

312 "Les causes particulieres des changemens qui arriuent aux corps, sont toutes comprises en cette... regle, au moins celles qui sont corporelles".

correspondente lei que Descartes apresenta no *Le Monde*, segundo Garber, falha em ser uma genuína lei do impacto. "[...] [E]la não diz quando o movimento é para ser transferido, nem, quando ele é, exatamente quanto um corpo dá para o outro. E assim, desta lei é impossível determinar o real resultado de uma colisão real"[313] (GARBER, 1992, p. 317).

Nos *Princípios*, Descartes apresenta dois casos para elucidar a lei. Como já foi apresentada anteriormente, ela defende que se um corpo A está se movendo e colide com um corpo B, e a força que o corpo A tem para se mover é menor do que a força do corpo B de resistir, o corpo B continuará em seu estado. Já no cenário em que o corpo A tem uma força maior para se mover do que o corpo B tem de resistir, o corpo A move consigo o corpo B, perdendo a mesma quantidade de seu movimento que aquela que dá para o corpo B.

Embora a lei dos *Princípios* seja mais específica do que a sua corresponde no *Le Monde*, ainda assim ela pode ser criticada por não deixar claro de que modo deve ser aplicada, posta a dificuldade de especificar certos valores. Garber (1992, p. 317), por exemplo, aponta que "[...] não está claro de forma alguma, partindo somente da lei, como a força de proceder e a força de resistir devem ser calculadas, e quanto movimento é para ser transferido do vencedor para o perdedor da disputa [...]"[314].

O conceito de *força* tem papel central na terceira lei da natureza. Deve-se ter em mente que não se pode equiparar a noção atual de *força* à noção cartesiana, por uma série de razões (Cf. MCLAUGHLIN, 2000, p. 84). McLaughlin (2000, p. 84) propõe que a melhor maneira de se conceber a *força* cartesiana seria "[...] como 'algo parecido' com nossa energia (medida incorretamente), posto que, ao menos na física clássica, é a conservação da massa e da energia que define a identidade do sistema de matéria"[315]. Assim Descartes explicita esse conceito nos *Princípios*:

> *Além disso*, é preciso destacar que a força com a qual um corpo age contra um outro corpo, ou resiste à sua ação, consiste somente em que cada coisa persiste, na medida em que ela possa, no estado em que ela se encontra, conforme a primeira lei que foi exposta acima. De modo que um corpo que está unido a um outro corpo tem alguma força para impedir que ele seja separado dele; e que, quando ele é separado de outro, *há uma força para impedir que ele se una ao outro*; e também que, quando ele está em repouso, *há a força* para permanecer nesse repouso e para resistir a tudo aquilo que o poderia fazer mudar. Assim como, quando ele se move, *há a força* para

[313] "[…] it does not say when motion is to be transfered, and when it is, exactly how much one body gives to another. And so, from this law it is impossible to determine the actual outcome of an actual collision".
[314] "[…] it is by no means clear from the bare law just how force for proceeding and force of resisting are to be calculated, and how much motion is to be transferred from the winner to the loser of the contest […]".
[315] "[…] as 'something like' our energy (measured wrongly), since at least in classical physics it is the conservation of mass and energy that define the identity of the system of matter".

> continuar a se mover com a mesma velocidade e em direção ao mesmo lado[316] (AT, IX-2, Parte II, art. 43, p. 88, ênfase do autor).

Descartes ainda apresenta os fatores relevantes a serem levados em consideração ao estimar a quantidade de força que um corpo pode passar para outro em uma colisão:

> Mas se deve julgar a quantidade dessa força[317] pelo tamanho desse corpo onde ele está e a superfície segundo a qual esse corpo está separado de um outro, e também pela velocidade do movimento e os modos contrários nos quais os vários diferentes corpos se encontram[318] (AT, IX-2, Parte II, art. 43, p. 88).

A alegação de que corpos exercem forças para se manterem em seus estados levanta a questão de como eles têm essa tendência. A resposta está relacionada com Deus, posto que, como foi mencionado anteriormente, Deus mantém o mundo a cada momento. O princípio de conservação e as leis da natureza, resultantes da imutabilidade de Deus, justificam a persistência do movimento e a troca de movimento em colisões. O que sugere que a *força* da qual Descartes está tratando na terceira lei dos *Princípios* deriva de Deus. Em uma carta para Henry More, de agosto de 1649, Descartes responde nesse sentido:

> Eu concordo que, 'se a matéria é deixada por si mesma e não recebe impulso de lugar nenhum', ela permanecerá completamente parada. Mas ela recebe um impulso de Deus, que preserva a mesma quantidade de movimento ou transfere nela na medida em que Ele colocou nela no começo[319] (CSMK, vol. 3, p. 381).

Além de Deus, há outras causas para o movimento dos corpos, como Descartes comenta nessa mesma carta:

> A transferência [*translatio*] que eu chamo de 'movimento' não é algo menos existente do que o formato: é um modo em um corpo. O poder [*vis*] que causa o movimento pode ser o poder do próprio Deus preservando a mesma quantidade de transferência

---

316 "*Outre cela* il faut remarquer... que la force dont vn corps agit contre vn autre corps ou resiste à son adion, consiste en cela seul, que chaque chose persiste autant qu'elle peut à demeurer au mesme estat où elle se trouue, conformement à la premiere loy qui a esté exposée cy-dessus. De façon qu'vn corps qui est joint à vn autre corps, a quelque force pour empescher qu'il n'en soit separé; & que, lors qu'il en est separé, *il a quelque force pour empescher qu'il ne luy soit joint*; & aussi que, lors qu'il est en repos, *il a de la force* pour demeurer en ce repos &... pour resister à tout ce qui pourroit le faire changer. De mesme que, lors qu'il se meut, *il a de la force* pour continuer de se mouuoir auec la mesme vitesse & vers le mesme costé".

317 É interessante notar que, apesar de Descartes falar de *quantidade de força*, ele não consegue exprimi-la numericamente.

318 "Mais on doit juger de la quantité de cette force par la grandeur du corps où elle est, & de la superficie selon laquelle ce corps est separé d'vn autre, & aussi par la vitesse du mouuement..., & les façons contraires dont plusieurs diuers corps se rencontrent".

319 "I agree that 'if matter is left to itself and receives no impulse from anywhere' it will remain entirely still. But it receives an impulse from God, who preserves the same amount of motion or transfer in it as he placed in it at the beginning". O texto original, em latim, encontra-se em AT, V, p. 404.

> na matéria que ele coloca nela no primeiro momento da criação; ou pode ser o poder de uma substância criada, como nossa mente, ou de qualquer outra tal coisa à qual Ele deu o poder [*vis*] de mover um corpo[320] (CSMK, vol. 3, p. 381).

No final dessa passagem, Descartes usa a expressão "qualquer outra tal coisa", mas não está claro o que exatamente seria admitido nesse caso. Enquanto anjos, por exemplo, seriam provavelmente admitidos (Cf. AT, IX-2, Parte II, art. 40, p. 87), é dúbia a situação dos corpos inanimados. Garber (1992, p. 321, ênfase do autor) não acredita que eles seriam:

> Se Descartes realmente pensava que os corpos poderiam ser causas do movimento, como Deus, nós e provavelmente os anjos, eu suspeito que ele os teria incluído *explicitamente* na reposta para More. Se os corpos pudessem ser causas genuínas do movimento, isso seria um fato importante demais para não ser mencionado[321].

No *Le Monde*, Descartes não demonstra grande empenho em articular uma teoria para a colisão dos corpos. Nessa obra, ele aborda a questão quase exclusivamente na segunda lei da natureza. No sistema de mundo concebido nessa obra, Schuster (2013a, p. 85) observa que "seus corpúsculos podem ser inelásticos, mas a força de movimento [...] é conservada, e nenhuma diminuição da força cósmica poderia ocorrer"[322].

Nos *Princípios*, Descartes se detém mais nessa questão com as sete regras do impacto que ele adiciona à terceira lei dos *Princípios*. Ao se tomar a terceira lei da natureza, percebe-se que há dois aspectos importantes que devem ser levados em consideração na descrição de um corpo em casos onde ocorre a colisão entre dois corpos, a saber, a determinação e o movimento. Também deve-se levar em consideração se um corpo tem mais ou menos força do que o outro no qual colide. Por outro lado, McLaughlin (2000, p. 97) defende que, levando em consideração as regras do impacto, "[...] não apenas um terceiro tipo de oposição é introduzido, mas também uma terceira relação entre as forças dos dois corpos"[323].

Nos *Princípios*, Descartes afirma que há contrariedade somente de duas maneiras:

---

[320] "The transfer which I call 'motion' is no less something existent than shape is: it is a mode in a body. The power causing motion may be the power of God himself preserving the same amount of transfer in matter as he put in it in the first moment of creation; or it may be the power of a created substance, like our mind, or of any other such thing to which he gave the power to move a body". O texto original, em latim, encontra-se em AT, V, pp. 403-404.

[321] "If Descartes really thought that bodies could be causes of motion like God, us, and probably angels, I suspect that he would have included them *explicitly* in the answer to More; if bodies could be genuine causes of motion, this would be too important a fact to pass unmentioned".

[322] "His corpuscles might be inelastic, but the force of motion […] is conserved, and no run down of cosmic force could occur".

[323] "[…] not only is a third kind of opposition introduced, but also a third relation between the strengths of the two bodies".

> [...] [H]á contrariedade somente de duas maneiras. A saber, entre o movimento e o repouso, ou bem entre a rapidez e a lentidão do movimento, na medida em que essa lentidão participe da natureza do repouso; e entre a determinação que um corpo tem de se mover em direção a um lado e a resistência dos outros corpos que ele encontra em seu caminho, seja que esses outros corpos se repousem ou que eles se movam de outra forma que a dele, ou que aquele que se move encontre diversamente suas partes; pois, *conforme esses corpos se encontrem dispostos*, essa contrariedade é maior ou menor[324] (AT, IX-2, Parte II, art. 44, pp. 88-89, ênfase do autor).

Apesar dessa declaração de Descartes, McLaughlin acredita haver mais do que apenas duas maneiras de contrariedade.

> [...] [C]ada um dos pares básicos de contrários podem ou envolver opostos polares ou admitir graus, de modo que há, na verdade, quatro possibilidades relevantes. Entre os contrários polares movimento e repouso pode haver também intermediários, tais como movimentos mais devagar e mais rápido [...]. E, além da oposição direta de duas determinações em uma linha, pode haver muitos graus de oposição oblíqua entre duas determinações em um plano ou em um espaço[325] (MCLAUGHLIN, 2000, p. 98).

Enquanto que Descartes analisa o caso dos dois contrários "*básicos*", ele não o faz com os outros. McLaughlin (2000, p. 98) sugere que isso se deve ao fato de os dois contrários básicos se tratarem de oposições que ocorrem em uma dimensão, ao passo que, no caso da oposição oblíqua das determinações, seria necessário considerar casos que ocorrem em duas ou três dimensões, o que estaria para além do alcance do "núcleo dedutivo" dos *Princípios*[326]. Seguindo a interpretação de McLaughlin, haveria, então, no caso da colisão entre dois corpos que ocorre em apenas uma dimensão, três aspectos a serem levados em consideração: a oposição das determinações, a oposição dos estados de movimento e o grau de oposição no que diz respeito à rapidez e à lentidão dos movimentos dos corpos.

Ainda no que diz respeito às regras do impacto, McLaughlin defende que ao invés de serem sete, elas são, na verdade, nove. Ele justifica essa concepção apontando que "um sistema com três tipos de conflito modal e três tipos de relações de poder entre as partes conflitantes

---

[324] "[...] il n'y a... de la contrarieté qu'en deux façons seulement. A sçauoir, entre le mouuement & le repos, ou bien entre la vitesse & la tardiueté du mouuement, en tant que cette tardiueté participe de la nature du repos ; & entre la determination qu'a vn corps à se mouuoir vers quelque costé, & la resistance des autres corps qu'il rencontre en son chemin, soit que ces autres corps se reposent, ou qu'ils se meuuent autrement que luy, ou que celuy qui se meut rencontre diuersement leurs parties; car, *selon que ces corps se trouuent disposez*, cette contrarieté est plus ou moins grande".

[325] "[…] each of the basic pairs of contraries may either involve polar opposites or admit of degrees, so that there are actually four relevant possibilities. Between the polar contraries motion and rest there might also be intermediates such as slower and faster motions […]. And besides the direct opposition of two determinations in one line there may be many degrees of oblique opposition between two determinations in a plane or a space".

[326] McLaughlin (2000, p. 111) ainda aponta que há uma carta para Mersenne, datada de 26 de abril de 1643, onde Descartes apresenta um caso de colisão oblíqua compatível com suas regras do impacto (Cf. AT, III, pp. 648–652).

gera nove casos a serem considerados [...]"[327] (Ibid., p. 98). A tese de McLaughlin se sustenta, se levarmos em consideração que a sétima regra do impacto analisa três casos distintos, contando, nesse sentido, como três, ao invés de uma.

Nessas regras, o conceito de *força* ganha destaque. McLauhlin (2000, p. 98) assim comenta sobre como, no século XVII, se fazia para decidir quando um corpo tem mais *força* do que outro:

> Como a força depende do tamanho e da alavancagem, o modo tradicional de se decidir qual de dois corpos é o 'mais forte' era colocá-los em uma escala, e a maior parte das discussões do século XVII sobre o impacto são fortemente influenciadas pela estática e pela lei da alavanca[328].

McLaughlin parece sugerir que esse *background* no campo da estática teve papel importante para Descartes elaborar suas regras da colisão dos corpos. Se McLaughlin estiver correto, então há duas consequências para a compreensão da colisão dos corpos:

> Primeiro de tudo, na estática, em uma situação simétrica, nada acontece, mas uma pequena mudança de equilíbrio pode levar a um desequilíbrio desproporcional: há uma descontinuidade de efeitos. Segundo, na aplicação prática da estática no uso de máquinas simples, há uma diferença intuitivamente plausível entre a *força* aplicada e a *carga* movida [...][329] (Ibid., p. 98, ênfase do autor).

Essa segunda consequência, segundo McLaughlin (2000, p. 98), estaria refletida na força do corpo que colide e a do corpo colidido.

Nos casos das regras do impacto de Descartes em que os corpos estão em movimento, mas suas determinações são opostas, não são encontradas dificuldades, posto que neles o tamanho e a velocidade de um corpo são tratados como o peso e o braço de uma balança (Cf. Ibid., pp. 98-99). Por outro lado, dificuldades surgem ao se considerar os casos em que um corpo está em movimento e o outro em repouso, dada a questão de como representar a quantidade de repouso de um corpo. A solução de Descartes é propor uma simetria entre o movimento e o repouso. McLaughlin (2000, p. 99) faz a seguinte analogia: "[...] se a velocidade de um corpo é representada pelo comprimento de uma alavanca, então a quantidade de repouso

---

[327] "A system with three kinds of modal conflict and three kinds of power relations between the conflicting parties generates nine cases to be considered [...]".

[328] "Since strength depends on size and leverage, the traditional way of deciding which of two bodies is 'stronger' was to put them on a scale, and most seventeenth-century discussions of impact take their cue from statics and the law of the lever".

[329] "First of all, in statics in a symmetrical situation nothing happens, but a small change from equilibrium can lead to a disproportionate disequilibrium: there is a discontinuity of effects. Second, in the practical application of statics in the use of the simple machines there is an intuitively plausible difference between the *force* applied and the *load* moved […]".

do outro corpo é representada por uma alavanca do mesmo comprimento"[330]. Para corpos iguais, a quantidade de repouso de um é semelhante à de movimento do outro; no caso de corpos desiguais, um estando em repouso e o outro em movimento, o maior será considerado o mais forte.

Além da noção de simetria, McLaughlin (2000, p. 99) defende que Descartes também faz uso de outro princípio: "esse princípio estipula que a mudança que ocorre de modo a reconciliar os modos incompatíveis dos corpos é a menor quantidade que basta para remover o conflito"[331]. Esse princípio não aparece explicitamente nos *Princípios*, mas está presente numa carta escrita para Clerselier, datada de 17 de fevereiro de 1645:

> [...] *[Q]uando dois corpos*[332] *se encontram, que têm neles modos incompatíveis, deve-se verdadeiramente realizar alguma mudança nesses modos, para os tornar compatíveis, mas essa mudança é sempre a menor que se possa ser*, isto é, *se, [caso] certa quantidade desses modos for alterada, eles podem se tornar compatíveis, não se mudará uma quantidade maior.* E é preciso considerar no movimento dois modos diferentes: um é o movimento somente, ou a velocidade, e o outro é a determinação desse movimento em direção a certo lado. Os dois modos os quais mudam com a mesma dificuldade, tanto um quanto o outro[333] (AT, IV, p. 185, ênfase do autor).

As três primeiras regras do impacto, que tratam dos casos em que os dois corpos que colidem estão em movimento, ilustrariam esse modelo estático. Garber (1992, pp. 317-318) observa que podemos delas inferir que, através da quantidade de movimento dos corpos, ou seja, do produto do tamanho e da velocidade deles, podemos medir suas forças (a de resistir e a de continuar a se mover).

> Mais que isso, […] podemos também inferir que quando um corpo B ganha a disputa do impacto, ele impõe apenas o movimento suficiente em C para permitir que B continue na mesma direção em que estava se movimentando, isto é, só o movimento suficiente para B e C serem capazes de partir na mesma direção com a mesma velocidade[334] (Ibid., pp. 317-318).

---

330 "[…] if the velocity of one body is represented by the length of a lever then the quantity of rest of the other body is represented by a lever of the same length".

331 "This principle stipulates that the change that occurs so as to reconcile the incompatible modes of bodies is the least amount that suffices to remove the conflict".

332 O termo utilizado por Descartes na carta é "*cors*", mas provavelmente se trata de um erro tipográfico. Dado o contexto da carta, acreditamos que o termo correto deveria ser "*corps*".

333 "[...] *lors que deux cors se rencontrent, qui ont en eux des modes incompatibles, il se doit veritablement faire quelque changement en ces modes, pour les rendre compatibles, mais que ce changement est tousiours le moindre qui puisse estre*, c'est à dire que, *si, certaine quantité de ces modes estant changée, ils peuuent deuenir compatibles, il ne s'en changera point vne plus grande quantité.* Et il faut considerer dans le mouuement deux diuers modes : l'vn est la motion seule ou la vitesse, & l'autre est la determination de cette motion vers certain costé, lesquels deux modes se changent aussi difficilement l'vn que l'autre".

334 "Furthermore, […] we can also infer that when a body B wins the impact contest, it imposes just enough motion on C to enable B to continue in the same direction in which it was moving, that is, just enough motion for B and C to be able to move off in the same direction with the same speed".

Mais especificamente sobre a primeira e a segunda regra, McLaughlin (2000, p. 101) observa que: "de acordo com a definição oficial de Descartes de força ou movimento como tamanho X velocidade, os casos abordados nas Regras 2 e 3 deveriam ser os mesmos: o corpo B (a força) é mais forte do que o corpo C (a carga)"[335].

No caso da quarta, quinta e sexta regras, que abordam casos em que um dos corpos em colisão está em repouso, enquanto que a força de continuar a se movimentar do corpo B em cada um dos casos pode ser medida da mesma forma (tamanho vezes velocidade), o mesmo não parece poder ser dito sobre a força de resistir do corpo C, que fica em repouso nos três casos. A quarta regra, por exemplo, declara que a força que um corpo em repouso tem de resistir é proporcional ao seu tamanho, o que implica que um corpo em repouso não pode ser movido por um corpo menor em movimento, não importando a velocidade deste. Nesse caso, apenas a *determinação* do corpo em movimento seria alterada[336] (Cf. AT, IX-2, Parte II, art. 49, pp. 90-91).

Em um primeiro momento, essa alegação soa estranha, não parecendo ter amparo na realidade, mas é preciso levar em consideração que Descartes está considerando aqui um cenário com condições específicas. Ele aponta que existem certos fatores no mundo que fazem com que observemos os corpos se comportarem de outra maneira que não a estabelecida pelas regras do impacto[337]. Garber (1992, p. 332), por exemplo, observa que:

> [...] [A]s regras omitem explicitamente quaisquer efeitos que possam surgir do fato de que os corpos em questão estão envolvidos por fluido. Este fluido pode mudar o resultado drasticamente e permitir que um corpo menor coloque em movimento um corpo maior em repouso[338].

Schuster (2013a, p. 85), por sua vez, defende que a terceira lei da natureza dos *Princípios* e suas regras do impacto não devem ser aplicadas para os casos de corpos macroscópicos, mas somente para os casos de partículas. A teoria da luz de Descartes seria um exemplo.

---

[335] "According to Descartes' official definition of force or motion as size X speed, the cases dealt with in Rules 2 and 3 should be the same: body B (the force) is stronger than body C (the load)".

[336] Schuster (2013a, p. 95, tradução nossa) destaca que Descartes, posteriormente, numa carta para Clerselier de 17 de fevereiro de 1645, passa a defender que, "[...] na regra 4, apenas a determinação de B muda, e não a quantidade de força de movimento de B, ou a força de repouso de C" (Cf. AT, IV, p. 185).

[337] Exemplos desses fatores são apresentados nos artigos 50 e 53 da Parte II dos *Princípios.*

[338] "[…] the rules explicity omit any effects that might arise from the fact that the bodies in question are surrounded with fluid. This fluid can change the outcome drastically and allow a smaller body to set a larger resting body into motion".

> A lei de reflexão não se sustentaria na física cartesiana, a não ser que a lei três e sua seguinte regra quatro fossem verdadeiras: o ângulo de reflexão não seria exatamente igual ao ângulo de incidência de um raio de luz, se a superfície refletora (inelástica) dos objetos corpusculares devessem absorver qualquer força de movimento do raio (lembrando que na óptica de Descartes a transmissão é instantânea, mas a força do raio pode variar, sendo sua quantidade de força de movimento instantaneamente manifestada)[339] (Ibid., p. 85).

Também é importante notar sobre as regras quatro, cinco e seis que, se entendermos a colisão entre os dois corpos como uma disputa, ganhar ou perdê-la pode decorrer de uma pequena diferença entre eles, porém os resultados podem ser bastante distintos. Em outras palavras, a *vitória* de um corpo pode gerar um resultado muito diferente daquele que ocorreria no caso de uma *perda*, mesmo que a diferença entre os corpos seja mínima. Como nota McLaughlin (2000, p. 101, ênfase do autor), "não há proporcionalidade entre o tamanho da *diferença* da força e o tamanho da vitória: uma diferença muito pequena na força pode pender a balança"[340].

Um último ponto a se destacar sobre essas três regras do impacto, é que elas por vezes são criticadas por suas descontinuidades. Sobre essas críticas, McLaughlin defende que essas descontinuidades são inevitáveis, tendo em vista o modelo estático.

> As regras do impacto contêm descontinuidades porque o modelo de força usado é aquele de um desvio do equilíbrio. Enquanto a força aplicada for menor do que o peso da carga, não haverá mudança de posição, mas assim que ela for o mínimo maior, haverá uma grande mudança[341] (Ibid., p. 102).

Sobre a última regra do impacto, ela dita o que ocorre nos casos em que um corpo menor e mais rápido supera um corpo mais devagar, mas maior. Como dito anteriormente, nessa regra são analisados três casos. No primeiro deles, o excesso de velocidade de B é maior do que o excesso de tamanho de C, fazendo com que B empurre C, transferindo-lhe parte de seu movimento e de sua determinação. No segundo caso, no qual o excesso de velocidade de B é menor do que o tamanho de C, B é repelido, sua determinação é revertida e não comunica nada

---

[339] "The law of reflection would not hold in Cartesian physics unless law three and its following rule four were true: the angle of reflection would not exactly equal the angle of incidence of a ray of light if the (inelastic) reflecting surface of corpuscular objects were to absorb any force of motion from the ray (remembering that in Descartes' optics, transmission is instantaneous, but the strength of a ray can vary, being its instantaneously manifested quantity of force of motion)".

[340] "There is no proportionality between the size of the force *difference* and the size of the victory: a very small difference in strength can tip the scales".

[341] "The impact rules contain discontinuities because the model of force used is that of a deviation from equilibrium. As long as the force applied is smaller than the weight of the load, there will be no change in position, but as soon as it is the least bit larger there will be a great change".

de seu movimento a C. No último caso, em que os dois corpos estão em equilíbrio, ou seja, o excesso de tamanho de C é exatamente igual ao excesso de velocidade de B, B transferirá uma parte de seu movimento para C e será repelido com o resto.

As regras do impacto de Descartes foram consideradas problemáticas para seus contemporâneos. De fato, Garber (1992, p. 318) destaca que as seções das regras do impacto, da edição francesa dos *Princípios*, que abordavam os casos em que um dos corpos se encontrava em repouso sofreram mais alterações do que qualquer outra da obra. Curiosamente, elas não são aplicadas aos problemas apresentados pela física cartesiana. Há, inclusive, uma carta para Chanut, de 16 de fevereiro de 1649, onde Descartes parece sugerir que elas não desempenham papel relevante nas Partes seguintes dos *Princípios*: "[...] não há mais necessidade de se deter a examinar as regras do movimento, que estão no artigo 46 da segunda Parte e os seguintes, posto que elas não são necessárias para entender o resto"[342] (AT, V, p. 291).

Apesar de seus problemas, Garber (1992, pp. 318-319) defende que as regras do impacto de Descartes podem revelar aspectos importantes do pensamento dele. Tomemos a quinta e a sexta regra, por exemplo. No caso da quinta regra, o corpo menor atinge o maior, que está em repouso, e é repelido. No caso da sexta regra, o corpo maior atinge o menor, que está em repouso, acontecendo de os dois se moverem na mesma direção e com a mesma velocidade, em seguida. Considerando esses dois casos, a distinção que Descartes postula entre movimento e repouso não pode ser considerada arbitrária, posto que há uma diferença significativa se o corpo em repouso é maior ou menor do que aquele que o atinge. Nesse sentido, nas regras do impacto de Descartes, encontra-se um indício de que a distinção entre movimento e repouso não é, de fato, arbitrária. Por outro lado, não se encontra nessas regras a definição de movimento que permitiria fazer tal distinção. Nas palavras de Garber (1992, p. 319), "nas regras do impacto, não há referência às vizinhanças presumivelmente separadas dos corpos assumidos em repouso em termos dos quais os movimentos próprios dos corpos B e C são definidos"[343].

Tendo sido apresentadas e analisadas as noções de espaço, matéria e as leis da natureza de Descartes, agora podemos passar a considerar sua teoria dos vórtices, e como ela explica uma série de fenômenos, tais como as órbitas dos planetas e a queda dos corpos.

---

[342] "[...] il n'est pas besoin non plus de s'arrester à examiner les regles du mouuement, qui sont en l'article 46 de la seconde Partie & aux suiuans, à cause qu'elles ne sont pas necessaires pour l'intelligence du reste".

[343] "In the rules of impact, there is no reference to the presumably separate neighborhoods of bodies assumed at rest in terms of which the proper motions of bodies B and C are defined".

2.2. A teoria dos vórtices

Como já mencionado anteriormente, Descartes apresenta sua teoria dos vórtices no *Le Monde* e nos *Princípios*. Como observa Dear (2005, p. 89), enquanto que no *Le Monde* Descartes deduz a existência dos vórtices a partir de primeiros princípios, nos *Princípios*, ele os postula. Como bem afirma Schuster (2005, p. 41), Descartes não consegue ser claro nas seções do *Le Monde* relativas à teoria dos vórtices. Trata-se de uma obra que não foi publicada enquanto seu autor ainda estava vivo e que, provavelmente, não passou por uma revisão, o que poderia justificar em parte essa falta de clareza. Schuster (2005, pp. 41-42) ainda aponta para outros motivos mais pertinentes:

> Seu apelo a analogias e observações comumente experimentadas – sem explicar suas limitações ou os modos precisos de articulação para seus conceitos e teorias subjacentes – tende a sobrecarregar e a confundir sua mensagem. Mas, e esse é o ponto-chave, Descartes discutivelmente possuía uma teoria dos vórtices coerente e bem pensada, da qual o texto sobrevivente do *Le Monde* é, antes, uma pobre representação[344].

De modo a apresentar uma primeira definição mais geral da teoria dos vórtices de Descartes, para depois destrinchá-la em seus pormenores, podemos dizer que ela defende que o Universo é composto de vórtices, ou redemoinhos. Esses vórtices são compostos por um mesmo tipo de matéria. De fato, o Universo inteiro é composto pelo mesmo tipo de matéria, porém esta pode ser distinguida em três tipos diferentes de partículas. Os vórtices giram tendo em seu centro uma estrela[345]. À medida que gira, o vórtice carrega os planetas que orbitam a estrela localizada no centro dele.

Para compreendermos a importância dessa distinção entre três tipos diferentes de partículas, é preciso apresentar sua concepção da origem do Universo. No *Le Monde*, Descartes descreve dois momentos: um anterior e outro posterior à formação dos três tipos diferentes de partículas. Ele não deixa claro qual era o estado das partículas da matéria antes de Deus fazê-las se mover, mas ele aponta que, seguindo as leis que Ele impôs à natureza, essas partículas foram "[...] reduzidas quase todas a um tamanho e a um movimento medíocre, e assim, que elas

---

[344] "His appeal to commonly experienced analogies and observations—without explicating their limitations or precise modes of articulation to his underlying concepts and theories tends to swamp and confuse his message. But, and this is the key point, Descartes arguably did possess a coherent and well thought out theory of vortices, of which the surviving text of *Le Monde* is a rather poor representation".

[345] Aqui estamos tratando de vórtices que possuem em seu centro uma estrela, mas é preciso apontar que também há vórtices pequenos que contêm em seu centro um planeta, como é o caso da Terra e de Júpiter. Portanto, pode-se estabelecer uma distinção entre vórtices estelares e vórtices planetários. Voltaremos a abordar esse ponto ainda nesta seção.

tomaram a forma do segundo Elemento [...]"[346] (AT, XI, p. 48). Além disso, Descartes alega que, antes de Deus tê-la movido, a matéria podia ser imaginada "[...] como o corpo mais duro e o mais sólido que havia no mundo"[347] (AT, XI, p. 49). Ao se mover algumas partículas de tal corpo, consequentemente todas as outras também foram movidas. Porém, as partículas não se moveram neste início todas da mesma forma. Assim ele descreve esse momento inicial:

> [...] [F]oi impossível todas as partes da Matéria serem movidas em linha reta. Mas sendo aproximadamente iguais, e podendo quase tão facilmente serem desviadas tanto umas quanto outras, elas devem ter todas juntas se conciliado em alguns movimentos circulares. E, no entanto, posto que supomos que Deus as moveu inicialmente de diferentes formas, nós não devemos pensar que elas estivessem todas conciliadas a girar em torno de um único centro, mas em torno de vários diferentes, e que podemos imaginar diversamente situados uns em relação aos outros[348] (AT, XI, p. 49).

Essas partículas, nesse momento inicial, tinham diferentes tamanhos e formatos, assim como disposições diferentes relativas aos seus movimentos, posto que "[...] Deus colocou inicialmente todo tipo de desigualdade entre as partes dessa Matéria [...]"[349] (AT, XI, p. 50). Sobre esse ponto, Schuster (2013b, p. 443) comenta que:

> O movimento local, que será o princípio de toda mudança natural, deve ser injetado nesse universo de bloco morto por um segundo – mas ainda assim simultâneo – ato criativo de Deus. Ao transmitir movimentos diversos às porções do bloco, Deus assim constitui partículas de diferentes tamanhos e formatos"[350].

No que diz respeito ao movimento circular das partículas após Deus tê-las colocado em movimento, Schuster (2013b, p. 447) esclarece que:

> Ele [Descartes] está sugerindo que as leis da natureza e as propriedades da matéria são tais que só podem ser formados enormes vórtices circulantes. [...] Qualquer corpo para o qual movimento é transmitido tenderá a se mover em uma linha reta (terceira

---

[346] "[...] reduites presque toutes à vne grosseur & à vn mouvement mediocre, & ainsi, qu'elles ayent pris la forme du second Element [...]".
[347] "[...] comme le corps le plus dur & le plus solide qui soit au monde".
[348] "[...] il a esté impossible que toutes les parties de la Matiere se soient muës en ligne droite; mais estant égales à peu prés, & pouvant presque aussi facilement estre détournées les vnes que les autres, elles ont dû s'accorder toutes ensemble à quelques mouvemens circulaires. Et toutesfois, à cause que nous supposons que Dieu les a muës d'abord diversement, nous ne devons pas penser qu'elles se soient toutes accordées à tourner autour d'vn seul centre, mais autour de plusieurs differens, & que nous pouvons imaginer diversement situez les vns à l'égard des autres".
[349] "[...] Dieu a mis au commencement toute sorte d'inégalité entre les parties de cette Matiere [...]".
[350] "Local motion, which will be the principle of all natural change, must be injected into this dead block-universe by a second—but none the less simultaneous—creative act of God. By imparting diverse motions to portions of the block God thereby constitutes particles of different sizes and shapes".

> lei[351]), mas a onipresença de partículas que resistem e defletem restringe todo movimento em curvas[352].

À medida que as partículas comunicaram movimento umas para as outras, rompendo e se dividindo, eventualmente aquelas que adquiriram características semelhantes passaram a se encontrar a distâncias semelhantes do centro do qual circundavam. Em outras palavras, a depender das características das partículas, elas se localizariam a diferentes distâncias deste centro.

> [...] E assim elas foram arranjadas em pouco tempo por ordem. De modo que cada uma se encontrou mais ou menos afastada do centro em torno do qual ela tomou seu curso, tendo em vista ela ser maior ou menor e mais ou menos agitada em comparação com as outras. De fato, na medida em que o tamanho repugna sempre a velocidade do movimento, deve-se pensar que as mais afastadas de cada centro foram aquelas que, sendo um pouco menores do que as mais próximas, eram assim muito mais agitadas[353] (AT, XI, pp. 50-51).

À medida que as partículas diminuíam, a velocidade delas aumentava. Schuster (2013b, p. 448) interpreta o raciocínio de Descartes da seguinte maneira: "a ideia parece ser que, dada a dificuldade cada vez maior de transmitir velocidade para partículas grandes, serão as partículas relativamente menores que primeiro assumirão os níveis mais altos de força devido a uma sobrecompensação de aquisição de velocidade"[354]. Com o aumento da velocidade delas, também aumentou a força de movimento. A relação da força de movimento, do tamanho e da velocidade das partículas nos vórtices nesse estágio é assim resumida por Schuster (2005, p. 45)[355]: "[...] a força de movimento constantemente aumenta, assim como a velocidade, enquanto que o tamanho diminui proporcionalmente menos do que a velocidade"[356].

Já nos *Princípios*, Descartes apresenta a seguinte descrição desse momento inicial do Universo:

---

[351] Isto é, do *Le Monde*.

[352] "He is suggesting that the laws of nature and properties of matter are such that huge circulating vortices cannot but be formed. […] Any body to which motion is imparted will tend to move in a straight line (third law), but the omnipresence of resisting, deflecting particles constrains all motion into curves".

[353] "[...] & ainsi elles se sont arrangées en peu de temps toutes par ordre : en telle sorte que chacune s'est trouvée plus ou moins éloignée du centre autour duquel elle a pris son cours, sélon qu'elle a esté plus ou moins grosse & agitée, à comparaison des autres. Et mesmes, d'autant que la grosseur repugne toujours à la vitesse du mouvement, on doit penser que les plus éloignées de chaque centre ont esté celles qui, estant vn peu plus petites que les plus proches, ont esté avec cela de beaucoup plus agitées".

[354] "The idea seems to be that, given the increasing difficulty of imparting velocity to large particles, it will be the relatively smaller particles which will first assume the higher levels of force due to an overcompensating acquisition of speed".

[355] Schuster (2005, p. 46) também apresenta uma representação gráfica dessas relações. Em outro texto, Schuster (2013b, p. 448, nota 63) também trata sobre a força de movimento, a distribuição de partículas e a estabilidade de um vórtice.

[356] "[…] force of motion constantly rises, as does speed, while size decreases proportionately less than speed".

> Suponhamos[357], então, por favor, que Deus dividiu, no começo, toda a matéria da qual Ele compôs esse mundo visível em partes tão iguais entre elas quanto elas possam ser, e cujo tamanho era medíocre, isto é, o médio entre todos os diversos tamanhos daquelas que compõem agora os Céus e os Astros; e, enfim, que Ele fez com que elas todas começassem a se mover com igual força *de duas maneiras diferentes*, a saber, cada uma à parte em torno de seu próprio centro, por meio do qual elas compuseram um corpo líquido, tal como julgo ser o Céu; e, com isso, várias juntas em torno de alguns centros dispostos da mesma maneira pelo universo que nós vemos que são, no presente, os centros das Estrelas fixas, mas cujo número foi maior, de modo que Ele igualou *o delas junto* ao dos Planetas *e dos Cometas*; *e que a velocidade com a qual Ele as assim moveu era medíocre, isto é*, que ele colocou nelas todas tanto de movimento quanto ainda há, no presente, no mundo[358] (AT, IX-2, Parte III, art. 46, p. 125, ênfase do autor).

Assim como no *Le Monde*, Descartes não especifica qual era a disposição da matéria nesse início do Universo, mas alega que, qualquer que ela tenha sido, as leis da natureza eventualmente a disporia como a percebemos no presente.

> [...] [E]u supus[359] aqui que todas as partes da matéria eram, no começo, iguais entre elas, tanto em tamanho quanto em movimento, e não quis supor outra desigualdade no universo a não ser aquela concernente à posição das Estrelas fixas [...]. De resto, pouco importa de qual maneira eu suponha aqui como a matéria foi disposta no começo, posto que sua disposição deve ser alterada seguindo as leis da natureza, [...] por essas leis, *ela deve continuamente mudar até enfim compor um mundo completamente parecido com este aqui* [...]; pois essas leis sendo a causa pela qual a matéria deva tomar sucessivamente todas as formas da qual ela é capaz, se se considera por ordem todas essas formas, pode-se enfim chegar àquela que se encontra este mundo no presente[360] (AT, IX-2, Parte III, art. 47, p. 126, ênfase do autor).

---

[357] O termo utilizado nesta passagem no original em latim é "*supponemus*" (AT, VIII, Parte III, art. 46, p. 101).

[358] "Supposons donc, s'il vous plaist, que Dieu a diuisé au commencement toute la matiere dont il a composé ce monde visible, en des parties aussi égales entr'elles qu'elles ont pû estre, & dont la grandeur estoit mediocre, c'est à dire moyenne entre toutes les diuerses grandeurs de celles qui composent maintenant les Cieux & les Astres; & enfin, qu'il a fait qu'elles ont toutes commencé à se mouuoir d'égale force *en deux diuerses façons*, à sçauoir chacune à part autour de son propre centre, au moyen de quoy elles ont composé vn corps liquide, tel que je juge estre le Ciel; & auec cela, plusieurs ensemble autour de quelques centres... disposez en mesme façon dans l'vniuers, que nous voyons que sont à present les centres des Estoiles fixes, mais dont le nombre a esté plus grand, en sorte qu'il a égalé *le leur joint* à celuy des Planetes *& des Cometes; & que la vitesse dont il les a ainsi meuës estoit mediocre, c'est à dire*, qu'il a mis en elles toutes autant de mouuement qu'il y en a encore à present dans le monde".

[359] O termo utilizado nesta passagem no original em latim é "*suppono*" (AT, VIII, Parte III, art. 47, p. 103).

[360] "[...] j'ay supposé icy que toutes les parties de la matiere ont au commencement esté égales entr'elles, tant en grandeur qu'en mouuement, & n'ay voulu conceuoir aucune autre inégalité en l'vniuers, que celle qui est en la situation des Estoiles fixes [...]. Au reste, il importe fort peu de quelle façon je suppose icy que la matiere ait esté disposée au commencement, puis que sa disposition doit par apres estre changée suiuant les loix de la nature, [...] par ces loix, *elle doit continuellement se changer, jusques à ce qu'enfin elle compose vn monde entierement semblable à celuy-cy* [...] ; car ces loix estant cause que la matiere doit prendre successiuement toutes les formes dont elle est capable, si on considere par ordre toutes ces formes, on pourra enfin paruenir à celle qui se trouue à present en ce monde".

Assim, todas as partículas da matéria, inicialmente, eram iguais tanto em tamanho quanto em movimento. Não obstante, Descartes destaca que, no começo, as partículas do *Céu*[361] não eram todas redondas, mas adquiriram esse formato com o passar do tempo, posto que, graças aos seus movimentos circulares diversos, na medida em que elas colidiam umas contra as outras, suas pontas se separavam delas até adquirirem o formato esférico (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 48, pp. 126-127).

Dado o formato que essas partículas adquiriram, é fácil perceber que, caso unidas, ainda restaria espaços não preenchidos entre elas. De modo a impedir a existência de um vazio entre elas, Descartes defende que aqueles pedaços restantes dos impactos que tornaram as partículas esféricas eram tão pequenos e adquirem uma velocidade tal que foram capazes de se dividir em várias outras partículas sem nenhum tamanho ou formato determinado, podendo assim preencher aqueles espaços em que as partículas maiores não são capazes de preencher (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 49, p. 127).

Todo esse processo, então, faz com que a matéria assuma três formas distintas, que chamaremos de três elementos[362] (Cf. AT, XI, pp. 24-27 e AT, IX-2, Parte III, art. 52, pp. 128-129). As partículas do primeiro elemento são as menores, as mais sutis, as mais penetrantes e as mais rápidas dentre as três. São aqueles pedaços que sobraram das colisões entre as partículas no começo do Universo. Elas podem ser divididas de infinitas maneiras, mudam de formato a todo momento, sendo capazes de preencher todos os espaços que possam existir, de modo que nenhum corpo é capaz de detê-las. As partículas do segundo elemento, por sua vez, são aquelas que se tornaram esféricas após as colisões no início do Universo. Elas são maiores do que as do primeiro elemento, mas são menores do que as do terceiro. Estas últimas são as maiores dentre os três tipos, além de serem as mais lentas. Elas se distinguem das outras duas também por não poderem ser movidas com a mesma facilidade. Elas "[...] são tão grandes, ou de tal maneira juntas, que elas têm a força de resistir sempre aos movimentos dos outros corpos"[363] (AT, XI, p. 27). Esses três tipos de partículas compõem todos os corpos do Universo: as do primeiro elemento compõem as estrelas (incluindo o Sol); as do segundo elemento compõem os *Céus*[364]; e as do terceiro elemento compõem os planetas e os cometas.

---

[361] Descartes chama o espaço no qual estão as estrelas, os planetas e os cometas de "*Céus*". Esses *Céus*, assim como as estrelas, são compostos por uma matéria líquida (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 24, p. 112).

[362] Descartes apresenta duas explicações distintas para o surgimento das partículas do terceiro elemento no *Le Monde* e nos *Princípios*. Abordaremos esse tópico mais adiante, ainda nesta seção.

[363] "[...] sont si grosses, ou tellement jointes ensemble, qu'elles ont la force de resister toujours aux mouvemens des autres corps".

[364] É preciso sempre lembrar que os *Céus* não são compostos exclusivamente das partículas do segundo elemento, mas também das partículas do primeiro elemento, que preenchem os espaços entre aquelas, como foi mencionado.

Deve-se destacar que a genealogia das partículas dos elementos nos *Princípios* é diferente daquela apresentada no *Le Monde*. Assim Schuster (2013b, p. 551) destaca esse ponto:

> Descartes se afasta da presunção da simples quebra cosmológica do bloco infinito de matéria-extensão pela injeção de movimento de Deus, assim produzindo uma variedade de micropartículas, com os vórtices evoluindo do estado caótico manifestado naquele inicial instante produtor de corpúsculo. Nos *Princípios*, as partículas-ur [ou seja, as partículas antes de serem distinguidas nos três elementos] são agora alegadas serem iguais em tamanho e movimento: sendo "medianas" nesses aspectos comparadas às partículas (primeira matéria [ou seja, as partículas do primeiro elemento]) que posteriormente constituirão as estrelas e as partículas (terceira matéria [ou seja, as partículas do terceiro elemento]) que posteriormente constituirão a maior parte dos planetas, cometas e satélites[365].

Apresentadas as principais características de cada tipo de partícula, analisemos agora a relação delas com os corpos celestes e o meio no qual estão inseridos. Comecemos pelas partículas do primeiro elemento. Nos *Princípios*, Descartes defende que elas saem continuamente dos vórtices através dos pontos mais afastados de seus polos, adentrando nos outros vórtices adjacentes em direção ao centro deles (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 69, p. 139). Isso é possível devido ao alto grau de agitação delas e pela facilidade que têm de passar pelas brechas entre as partículas do segundo elemento, o que indica que as partículas do segundo elemento não podem, por si só, serem transferidas para outros vórtices como as do primeiro elemento (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 70, p. 140). É preciso destacar também que, nos *Princípios*, uma estrela também recebe um influxo de partículas do primeiro elemento provenientes das áreas equatoriais dos vórtices vizinhos, que rumam em direção ao centro do vórtice (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 72, pp. 141-142).

Tanto no *Le Monde* quanto nos *Princípios* (Cf. AT, XI, pp. 52-53 e AT, IX-2, Parte III, art. 54, p. 130) é explicado que as partículas do primeiro elemento se aglomeram no centro dos vórtices porque, no início do Universo, à medida que as partículas colidiam umas contra as outras, mais partículas do primeiro elemento eram formadas, até que chegou um momento em que havia mais partículas do primeiro elemento do que era necessário para preencher os espaços entre as partículas do segundo elemento. Isso fez com que esse excesso de partículas do primeiro elemento se aglomerasse no centro dos vórtices, formando as estrelas, "os corpos redondos, perfeitamente líquidos e sutis" (AT, XI, p. 53).

---

[365] "Descartes steps away from the conceit of the simple cosmogonical cracking of the infinite block of matter-extension by God's injection of motion, thus producing a variety of micro particles, with the vortices evolving out of the chaotic state manifested at that initial corpuscle producing instant. In the *Principles* the ur-particles are now claimed to be equal in size and motion: being 'average' in these respects compared to the (first matter) particles that will later constitute stars, and the (third matter) particles that will later constitute the bulk of planets, comets and satellites".

Isso ocorre devido ao comportamento das partículas do segundo elemento, que tendem a se distanciar do centro do vórtice no qual elas se encontram, fazendo as partículas do primeiro elemento preencherem esse espaço. "[...] [A]s leis da natureza são tais que todos os corpos que se movem em círculo devem continuamente fazer algum esforço para se afastar dos centros em torno dos quais eles se movem"[366] (AT, IX-2, Parte III, art. 54, p. 130). Além disso:

> [...] [C]ada uma dessas partes [as partículas do segundo elemento] emprega uma força muito considerável para se afastar do centro do Céu em torno do qual ela gira, mas que ela é impedida pelas outras que estão arranjadas sobre ela [...]. Além do mais, destaca-se que a força dessas pequenas bolas é muito aumentada devido a elas serem continuamente impelidas por aquelas de suas semelhantes *que estão entre elas e pelo astro que ocupa o centro do vórtice que elas compõem*, e ainda pela matéria *deste astro*[367] (AT, IX-2, Parte III, art. 60, p. 133).

Schuster (2013b, p. 552) também destaca que as partículas do primeiro elemento têm diferentes características entre elas:

> Da maneira pela qual as partículas do primeiro elemento são geradas, segue-se que algumas se movem mais rápido e algumas, mais devagar; algumas são maiores e algumas são ínfimas. Descartes nos diz que as menores e mais agitadas formam os corpos das estrelas[368].

A estrela – no nosso caso, o Sol – altera a distribuição do tamanho e da velocidade das partículas do vórtice. Schuster (2005, p. 47) enfatiza a importância desse evento:

> Isso é absolutamente crucial para a teoria final, pois o efeito perturbador da estrela na distribuição original do tamanho/velocidade produz uma segunda distribuição estável de tamanho e velocidade das partículas do vórtice bem diferente, e é essa segunda distribuição que permite os planetas manterem órbitas estáveis[369].

Como o Sol é composto das partículas com o maior grau de agitação, elas comunicam movimento para as esferas de partículas do segundo elemento mais próximas da superfície da

---

366 "[...] les loix de la nature sont telles que tous les corps qui se meuuent en rond, doiuent continuellement faire quelque effort pour s'éloigner des centres autour desquels ils se meuuent".

367 "[...] chacune de ces parties employé vne force assez considerable pour s'éloigner du centre du Ciel autour duquel elle tourne, mais qu'elle est arrestée par les autres qui sont arrengées au dessus d'elle [...]. De plus il est à remarquer que la force de ces petites boules est beaucoup augmentée de ce qu'elles sont continuellement poussées par celles de leurs semblables *qui sont entr'elles & l'astre qui occupe le centre du tourbillon qu'elles composent*, & encore par la matiere *de cét astre"*.

368 "From the manner first element particles are generated it follows that some move faster and some slower, some are larger and some are minute. Descartes tells us that the smaller and more agitated ones form the bodies of the stars".

369 "This is absolutely crucial to the final theory, for the star's disturbing effect on the original size/speed distribution produces a second, quite different stable distribution of size and speed of the vortex particles, and it is this second distribution that allows the planets to maintain stable orbits".

estrela (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 21, p. 111). O incremento na agitação das partículas vai diminuindo à medida que a distância da superfície do Sol aumenta, até que esse incremento cesse completamente. Esse ponto no qual cessa o incremento da agitação das partículas é chamado por Descartes, no *Le Monde*, de "Esfera K"[370], como é representada na seguinte ilustração da obra (Cf. AT, XI, pp. 54-55).

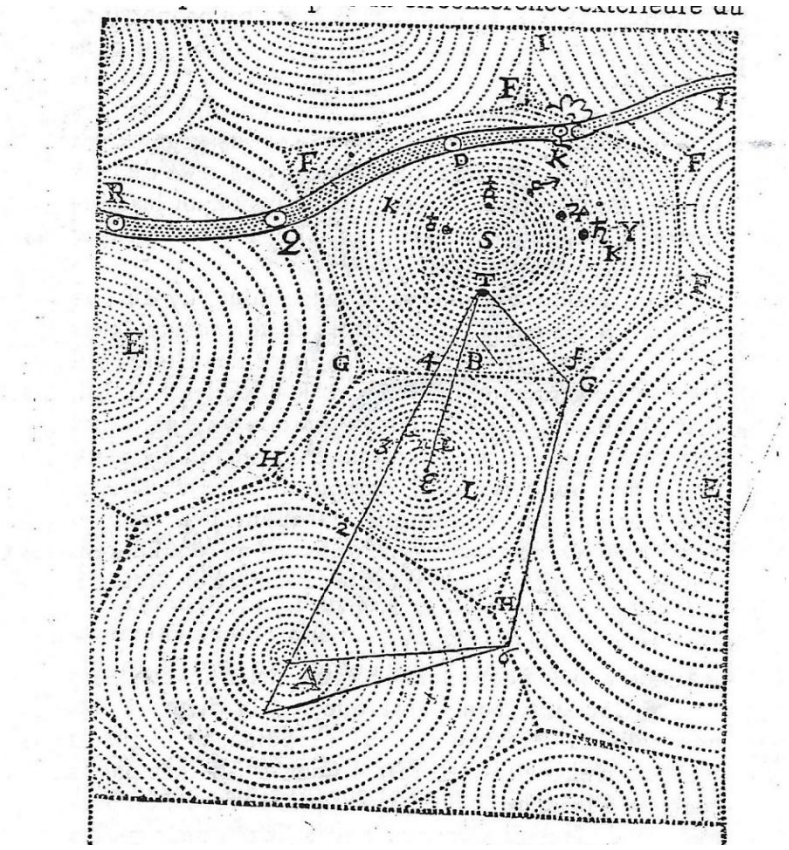

Figura 1: Vórtices *Apud* AT, XI, p. 55.

Assim, o Sol exerce um efeito sobre as esferas de partículas do segundo elemento até a Circunferência K, alterando a distribuição do tamanho e da velocidade das partículas contidas nessa região.

Descartes defende que as partículas do segundo elemento têm diferentes características a depender do local que elas ocupam no vórtice (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 82, p. 148). As partículas próximas à superfície do Sol sofrem um aumento de velocidade com a presença deste, mas Schuster (2005, p. 48) observa que, como ainda há um princípio de estabilidade atuando, a distribuição de tamanho e velocidade das partículas na região entre o Sol e a Circunferência

[370] Doravante, chamá-la-emos de "Circunferência K".

K deve ser alterada. Essa alteração é assim descrita por Descartes no *Le Monde* (AT, XI, pp. 54-56):

> Pensem também que as partes do segundo Elemento que estão em direção a F, ou em direção a G, são mais agitadas do que aquelas que estão em direção a K, ou em direção a L; de modo que a velocidade delas diminui pouco a pouco, a partir da circunferência exterior de cada Céu, até um certo lugar, como, por exemplo, até a Esfera K, K, em torno do Sol, e até a Esfera L, L, em torno da Estrela ε; depois, que ela aumente pouco a pouco de lá até os centros dos Céus, por causa da agitação dos Astros que ali se encontram. [...] [O]s planetas que estão mais elevados devem se mover mais devagar do que aqueles que estão mais baixos, ou mais próximos do Sol; e tudo junto mais devagar do que os Cometas, que estão, porém, mais afastados.
>
> Quanto ao tamanho de cada uma das partes do segundo Elemento, pode-se pensar que ele é igual em todas aquelas que estão a partir da circunferência exterior do Céu FGGF, até o círculo KK; ou mesmo que as mais elevadas dentre elas são um pouco menores do que as mais baixas, contanto que não se suponha a diferença do tamanho delas proporcionalmente maior do que aquela da velocidade delas. Mas é preciso pensar, ao contrário, que, do círculo K até o Sol, são as mais baixas que são as menores, e mesmo que a diferença do tamanho delas é maior, ou ao menos proporcionalmente tão grande quanto, do que aquela da velocidade delas. Pois, de outra forma, essas mais baixas sendo as mais fortes, por causa de sua agitação, ocupariam o lugar das mais elevadas[371].

Schuster (2005, p. 49) faz a seguinte representação gráfica da descrição de Descartes:

[371] "Pensez aussi que les parties du second Element qui sont vers F, ou vers G, sont plus agitées que celles qui sont vers K, ou vers L ; en sorte que leur vitesse diminue peu à peu, depuis la circonference exterieure de chaque Ciel, jusques à vn certain endroit, comme par exemple jusques à la Sphere K, K, autour du Soleil, & jusques à la Sphere L, L, autour de l'Etoile ε; puis, qu'elle augmente de là peu à peu jusques aux centres de ces Cieux, à cause de l'agitation des Astres qui s'y trouvent. [...] les Planetes qui sont les plus hautes, se doivent mouvoir plus lentement que celles qui sont plus basses, ou plus proches du Soleil; & tout ensemble plus lentement que les Cometes, qui en sont toutesfois plus éloignées.

Pour la groffeur de chacune des parties du sécond Element, on peut penser qu'elle est égale en toutes celles qui sont depuis la circonference exterieure du Ciel FGGF, jusques au cercle KK ; ou mesmes, que les plus hautes d'entr'elles sont quelque peu plus petites que les plus basses, pourveu qu'on ne suppose point la difference de leur grosseur, plus grande à proportion, que celle de leur vitesse. Mais il faut penser, au contraire, que, depuis le cercle K jusques au Soleil, ce sont les plus basses qui sont les plus petites, & mesmes que la difference de leur grosseur est plus grande, ou du moins aussi grande à proportion, que celle de leur vitesse. Car, autrement, ces plus basses estant les plus fortes, à cause de leur agitation, elles iroient occuper la place des plus hautes".

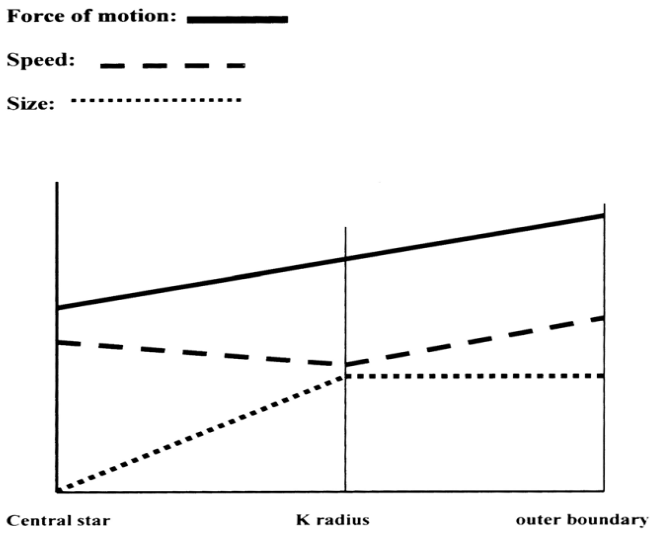

Figura 2: Distribuição das partículas do segundo elemento por tamanho (*size*), velocidade (*speed*) e força de movimento (*force of motion*) em um vórtice estelar *Apud* SCHUSTER, 2005, p. 49.

A partir dessa ilustração, fica fácil perceber que podemos dividir o vórtice estelar em duas partes: uma mais próxima ao centro do vórtice, outra mais afastada deste. No que diz respeito a essa parte mais interna do vórtice, isto é, que contém sua estrela, as partículas do segundo elemento, à medida que se afastam dela, diminuem seu grau de agitação cada vez mais. O ponto onde essas partículas alcançam o grau mínimo de agitação corresponde à localização da Circunferência K, a fronteira entre as duas partes do vórtice. Nos *Princípios*, Descartes explica a agitação maior daquelas mais próximas do Sol, em relação às mais afastadas nesta parte do vórtice, da seguinte forma:

> [...] [E]ntre as partes do segundo elemento que estão dentro do círculo HQ [o que contém o centro do vórtice], aquelas que estão mais próximas do centro S [do Sol], devem realizar sua revolução em menos tempo do que aquelas que estão mais afastadas, posto que o movimento que tem o Sol em torno do mesmo centro deve aumentar a velocidade delas. Pois, na medida em que ele se move mais rápido do que elas, e que sai continuamente dele algumas partes de sua matéria que fluem entre aquelas do segundo elemento em direção à Eclíptica, enquanto ele recebe outras em direção aos polos, é evidente que ele deve conduzir consigo toda a matéria do Céu que está em torno dele até uma certa distância[372] (AT, IX-2, Parte III, art. 84, p. 150).

[372] "[...] entre les parties du second element qui sont au dedans du cercle HQ, celles qui sont les plus proches du centre S, doiuent faire leur tour en moins de temps que celles qui en sont plus éloignées, à cause que le mouuement qu'a le Soleil autour du mesme centre, doit augmenter leur vitesse. Car d'autant qu'il se meut plus vite qu'elles, & qu'il sort continuellement de luy quelques parties de sa matiere qui coulent entre celles du second element vers l'Eclyptique, pendant qu'il en reçoit d'autres vers les poles, il est éuident qu'il doit entrainer auec soy toute la matiere du Ciel qui est autour de luy, jusques à vne certaine distance". A "certa distância" à qual Descartes se refere no final desta passagem corresponde à Circunferência K do *Le Monde*.

Em relação ao tamanho das partículas do segundo elemento nesta parte do vórtice, à medida que o tamanho delas aumenta quanto mais se afastam do Sol, a agitação delas diminui. Nos *Princípios*, Descartes explica que:

> Ora, como as partes do segundo elemento que estão muito próximas do Sol se movem mais rápido do que aquelas que estão um pouco mais afastadas, até o lugar do céu marcado HNQR [o limite entre as duas partes do vórtice], *pode-se provar que* elas devem também ser menores; pois se elas fossem maiores ou iguais, elas iriam ficar acima das outras, posto que o que elas têm a mais de velocidade do que essas outras as fariam ter mais força. Mas quando ocorre de alguma de suas partes se torne tão pequena, à proporção daquelas que estão acima dela, que a velocidade com a qual ela as supera, *posto que ela está mais próxima do Sol, não aumenta tanto sua força*, como o tamanho com o qual essas outras a superam *aumenta a delas*, é evidente que ela deve sempre permanecer abaixo delas *em direção ao Sol, ainda que ela se mova mais rápido*[373] (AT, IX-2, Parte III, art. 85, pp. 150-151, ênfase do autor).

Da Circunferência K até a fronteira do vórtice – isto é, onde seu domínio termina e começa o de outro –, o tamanho das partículas é o mesmo ou ocorre uma pequena diminuição das mais afastadas em relação à Circunferência K. No que diz respeito à velocidade delas, aquelas partículas que estão mais "altas" nessa região do vórtice são mais rápidas do que aquelas que estão mais "baixas". Nos *Princípios*, Descartes apresenta a seguinte explicação para tanto:

> Pois daquilo que eu supus que elas eram no começo do mundo todas iguais (o que eu acredito ter tido razão de supor, posto que não tinha nada que me obrigasse a estimá-las como desiguais) e que o Céu que as contém e que as conduz consigo circularmente, assim como um vórtice, não é exatamente redondo, posto que os outros vórtices que o tocam não são iguais entre si, e também posto que ele deve ser mais estreito face aos centros desses vórtices do que aos outros lugares, é preciso necessariamente que algumas de suas partes se movam às vezes mais rápido do que as outras, a saber, quando elas devem mudar de ordem para passar de um caminho mais largo para um mais estreito[374] (AT, IX-2, Parte III, art. 83, p. 149).

---

[373] "Or, de ce que les parties du second element qui sont fort proches du Soleil, se meuuent plus vite que celles qui en sont vn peu plus éloignées, jusques à l'endroit du ciel marqué HNQR, *on peut prouuer qu*'elles doiuent aussi estre plus petites ; car si elles estoient plus grosses ou égales, elles iroient au dessus des autres, à cause que ce qu'elles ont de vitesse plus que ces autres, leur seroit auoir plus de force. Mais lors qu'il arriue que quelqu'vne de ces parties deuient si petite, à proportion de celles qui sont au dessus d'elle, que la vitesse dont elle les surpasse, *à cause qu'elle est plus proche du Soleil, n'augmente pas sa force de tant*, comme la grandeur dont ces autres la surpassent *augmente la leur*, il est éuident qu'elle doit tous-jours demeurer au dessous d'elles *vers le Soleil, encore qu'elle se meuue plus vite*".

[374] "Car de ce que j'ay supposé qu'elles ont esté au commencement du monde toutes égales (ce que je pense auoir eu raison de supposer, pendant que je n'en auois point qui m'obligeast de les estimer inégales), & de ce que le Ciel qui les contient & qui les emporte auec soy circulairement, ainsi qu'vn tourbillon, n'est pas exactement rond, à cause que les autres tourbillons qui le touchent ne sont pas égaux entr'eux, & aussi à cause qu'il doit estre plus serré vis à vis des centres' de ces tourbillons, qu'aux autres endroits, il faut necessairement que quelques vnes de ses parties se meuuent quelquefois plus vite que les autres, à sçauoir lors qu'elles doiuent changer leur rang pour passer d'vn chemin plus large en vn plus estroit".

Como as partículas do segundo elemento tendem a se afastar de seu centro, a partir do momento em que uma delas se move mais rápido do que as outras em seu entorno, essa velocidade lhe dá mais força, permitindo-lhe "subir", isto é, ir para além das outras, de modo que as partículas mais distantes do centro do vórtice são aquelas com maior velocidade (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 83, p. 149). A partir dessas informações, Schuster (2005, p. 49) acredita que "[...] podemos desenhar uma linha de inclinação positiva representando a força de movimento das *boules* (agitação X tamanho) a cada distância do Sol"[375].

É evidente, portanto, o papel que o Sol (ou qualquer outra estrela) desempenha na alteração da distribuição das partículas do segundo elemento, afetando tanto a agitação delas quanto seu tamanho. Schuster (2005, p. 50) aponta que "isso se deve à exigência teórica de que quando a velocidade da curva muda, a distribuição do tamanho deve mudar em conformidade, de modo que a condição da força sobre a estabilidade do vórtice seja mantida"[376].

Embora na parte interna e na parte externa do círculo K haja duas distribuições diferentes de tamanho e de velocidade de partículas do segundo elemento, a força de movimento cresce continuamente nas duas regiões, o que Schuster (2005, p. 50) acredita se explicar pelo tamanho das partículas do segundo elemento aumentar mais rapidamente do que a velocidade delas diminuir. Além disso, a nova distribuição proporcionada pelo Sol tem papel fundamental para explicar os movimentos celestes, como explica Schuster (2005, p. 50, ênfase do autor):

> Essa nova distribuição permite que os movimentos celestes observados ocorram. De fato, ela transforma o vórtice em um tipo especial de máquina – uma máquina que *fixa* os planetas em suas órbitas apropriadas abaixo de K e que os *extrude* de distâncias orbitais inapropriadas[377].

O fato de os *Céus* serem líquidos também é um fator importante para explicar os movimentos dos planetas e dos cometas. Segundo Descartes (AT, IX-2, Parte III, art. 25, p. 112), os líquidos não resistem aos movimentos de outros corpos, posto o maior grau de agitação de suas partículas e o fato destas poderem se mover para qualquer lado.

> [...] E quando ocorre de elas serem determinadas a se mover *todas juntas* em direção a um mesmo lado, isso faz com que elas devam necessariamente transportar consigo todos os corpos que elas abrangem e envolvem de todos os lados, e que não são

[375] "[…] we can draw a line of positive slope representing the force of motion of the *boules* (agitation X size) at each distance from the sun".
[376] "This is due to the theoretical requirement that when the speed curve shifts, the size distribution must change accordingly so that the force condition on the stability of the vortex is maintained".
[377] "This new distribution permits the observed celestial motions to occur. In effect it turns the vortex into a special kind of machine—a machine that *locks* planets into their appropriate orbits below K and that *extrudes* them from inappropriate orbital distances".

> impedidas de os seguir por nenhuma causa exterior, embora esses corpos estejam inteiramente em repouso e sejam duros e sólidos [...][378] (AT, IX-2, Parte III, art. 25, p. 112, ênfase do autor).

Descartes assim aponta para a relação entre os planetas e o vórtice onde eles se encontram:

> [...] [A] matéria do Céu onde estão os Planetas gira sem cessar em círculo, assim como um vórtice que tivesse o Sol em seu centro, e que suas partes que estão próximas ao Sol se movem mais rápido do que aquelas que estão afastadas dele *até uma certa distância*, e que todos os Planetas (ao número dos quais incluiremos de agora em diante a Terra) permanecem sempre suspensos entre as mesmas partes dessa matéria do Céu. Pois somente através disso, e sem empregar outras máquinas, faremos facilmente entender todas as coisas que se destaque nelas[379] (AT, IX-2, Parte III, art. 30, p. 115, ênfase do autor).

Ao explicar o funcionamento dos vórtices, Descartes emprega o exemplo de uma palha em um vórtice de água para fazer uma analogia com os planetas no nosso vórtice, enfatizando ao final do artigo que "[...] todas as mesmas coisas acontecem com os Planetas; e só é preciso isso para explicar todos os seus fenômenos"[380] (AT, IX-2, Parte III, art. 30, p. 116). Ele acredita que, assim como a palha gira mais rápido quanto mais próxima do centro do vórtice estiver, o mesmo ocorre em relação aos planetas e o Sol. É importante destacar que Descartes aponta que isso ocorre "*até uma certa distância*", ou seja, até o que ele chama no *Le Monde* de "Esfera K". Ele também destaca que os vórtices de água nunca são perfeitos, apesar de girarem sempre em círculos. De maneira semelhante, as partículas de uma determinada circunferência de um *Céu* não estão igualmente distantes do centro do vórtice planetário (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 30, p. 116).

Também é importante destacar que Descartes acredita que a maneira como a matéria foi movida no começo do Universo explica por que cada vórtice gira para o lado que seja mais fácil para ele continuar a se mover (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 65, p. 136). No que diz respeito à disposição dos vórtices, Descartes declara não ser capaz de determinar como todos eles estão

---

[378] "[...] & lors qu'il arriue qu'elles sont determinées à se mouuoir toutes ensemble vers vn mesme costé, cela fait qu'elles doiuent necessairement emporter auec elles tous les corps qu'elles embrassent & enuironnent de tous costez, & qui ne sont point empeschez de les suiure par aucune cause exterieure, quoy que ces corps soient entierement en repos, & durs & solides [...]".

[379] "[...] la matiere du Ciel où sont les Planetes, tourne sans cesse en rond, ainsi qu'vn tourbillon qui auroit le Soleil à son centre, & que ses parties qui sont proches du Soleil se meuuent plus vite que celles qui en sont éloignées *jusques à vne certaine distance*, & que toutes les Planetes (au nombre desquelles nous mettrons desormais la Terre) demeurent tous-jours suspenduës entre les mesmes parties de cette matiere du Ciel. Car par cela seul & sans y employer d'autres machines, nous ferons aisement entendre toutes les choses qu'on remarque en elles".

[380] "[...] toutes les mesmes choses arriuent aux Planetes; & il ne faut que cela seul pour expliquer tous leurs phainomenes".

situados nem como eles se movem. Todavia, ele acredita poder determinar "[...] que cada vórtice tem seus polos mais afastados dos polos daqueles que estão mais próximos dele [...]"[381] (AT, IX-2, Parte III, art. 67, p. 138) e que os vórtices têm tamanhos diferentes (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 68, p. 138).

Como foi mencionado anteriormente, além do vórtice maior no qual o Sol se encontra no centro, Descartes defende que existem outros menores, que seguem o mesmo curso do maior[382] (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 33, pp. 116-117). Em alguns desses vórtices menores, além de um planeta em seu centro, também há outros "*planetas*"[383]. É o caso da Terra e da Lua, que estão no mesmo vórtice. Destaca-se também que os movimentos dos *Céus* não são perfeitamente circulares, de modo que "[...] os centros dos Planetas não estão todos exatamente em um mesmo plano, e que os círculos que eles descrevem não são perfeitamente redondos"[384] (AT, IX-2, Parte III, art. 34, p. 117).

Antes de apresentarmos a explicação para os movimentos dos planetas e dos cometas, é preciso lembrar que eles, diferentemente das estrelas e dos *Céus*, são compostos pelas partículas do terceiro elemento. Como observado anteriormente, essas partículas surgem de diferentes maneiras no *Le Monde* e nos *Princípios*. No caso do *Le Monde*, tomemos a seguinte passagem:

> Ora, a fim de começar a vos falar dos Planetas e dos Cometas, considere que, tendo em vista a diversidade das partes da Matéria que eu supus, embora a maior parte dentre elas, ao se quebrarem e se dividirem pelo encontro de uma com a outra, tendo tomado a forma do primeiro e do segundo Elemento, não se deixa, porém, de serem encontrados ainda dois tipos que deveram reter a forma do terceiro [...][385] (AT, XI, pp. 56-57).

Algumas páginas depois, Descartes, ao descrever a formação dos cometas e dos planetas, também comenta que "[...] em qualquer lugar que fossem encontradas, no começo, as partes da Matéria que não podiam tomar a forma do segundo Elemento nem do primeiro [...]"[386] (AT, XI, p. 60). Dado essas duas passagens, Schuster (2013b, p. 449) observa que se pode

---

[381] "[...] que chaque tourbillon a ses poles plus éloignez des poles de ceux qui sont les plus proches de luy [...]".
[382] Retornaremos a essa questão ainda nessa seção.
[383] O que hoje chamamos de satélites naturais dos planetas.
[384] "[...] les centres des Planetes ne sont point tous exactement em vn mesme plan, & que les cercles qu'elles décriuent ne sont point parfaitement ronds [...]".
[385] "Or afin que je commence à vous parler des Planetes & des Cometes, considerez que, vû la diversité des parties de la Matiere que j'ay supposée, bien que la pluspart d'entr'elles, en se froissant & divisant par la rencontre l'vne de l'autre, ayent pris la forme du premier ou du second Element, il ne laisse pas neantmoins de s'en estre encore trouvé de deux sortes, qui ont dû retenir la forme du troisiéme [...]".
[386] "[...] en quelque endroit que se soient trouvées, au commencement, les parties de la Matiere qui ne pouvoient prendre la forme du second Element ny du premier [...]".

inferir que as partículas do terceiro elemento existiam antes da formação das dos outros elementos.

Portanto, no período inicial do Universo, havia dois tipos de partículas, diferentes daquelas do primeiro e do segundo elemento, que adquiriram a forma do terceiro elemento:

> [...] [A]quelas cujos formatos foram tão estendidos e tão tolhidos que, quando elas se encontram uma com a outra, foi-lhes mais fácil de unir várias juntas, e por esse meio se tornar grandes, do que se romperem e diminuírem; e aquelas que, sendo desde o começo as maiores e as mais massivas de todas, puderam bem romper e quebrar as outras ao colidi-las, mas não reciprocamente serem trincadas e quebradas[387] (AT, XI, p. 57).

Descartes também observa que, independentemente do grau de agitação das partículas do terceiro elemento inicialmente, posteriormente elas precisariam ser movidas com a mesma agitação da matéria do Céu que as continha. Ele justifica essa concepção da seguinte maneira:

> Pois, se inicialmente elas [as partículas do terceiro elemento] são movidas mais rapidamente do que essa Matéria [do Céu], não podendo evitar de a impelir ao encontrá-la em seu caminho, elas devem em pouco tempo lhe transferir uma parte de sua agitação; e se, ao contrário, elas não tivessem em si mesmas nenhuma inclinação para se mover, entretanto, sendo envolvidas por todas as partes por essa matéria do Céu, elas devem necessariamente seguir seu curso [...][388] (AT, XI, p. 57)[389].

Já nos *Princípios*, as partículas da matéria do terceiro elemento surgem através do processo de formação das manchas solares[390]. Assim Descartes descreve esse processo:

> Mas quando a matéria do primeiro elemento *compõe* o corpo do Sol ou de alguma Estrela, tudo o que há nela *de mais sutil*, não sendo desviado pelo encontro das *partes* do segundo elemento, concilia-se a se mover tudo junto muito rapidamente. Isso é o que faz as partículas com canaletas, e mais outras um pouco menores que, devido à *irregularidade* de seus formatos, não possam receber um movimento tão rápido, sejam repelidas pelas mais sutis *fora do astro que elas compõem*, e se ligando facilmente umas às outras, *elas nadam sobre sua superfície, onde, perdendo a forma do primeiro elemento, elas adquirem aquela do terceiro. E quando ali estão em grande quantidade*, elas ali impedem a ação de sua luz, e assim compõem manchas parecidas

---

[387] "[...] celles dont les figures ont esté fi étenduës & si empeschantes, que, lors qu'elles se sont rencontrées l'vne l'autre, il leur a esté plus aisé de se joindre plusieurs ensemble, & par ce moyen de devenir grosses, que de se rompre & s'amoindrir; & celles qui, ayant esté dés le commencement les plus grosses & les plus massives de toutes, ont bien pu rompre & froisser les autres en les heurtant, mais non pas reciproquement en estre brisées & froissées".

[388] "Car si d'abord elles se sont muës plus vite que cette Matiere, n'ayant pû manquer de la pousser en la rencontrant en leur chemin, elles ont dû en peu de temps luy transferer vne partie de leur agitation; & si, au contraire, elles n'ont eu en elles-mesmes aucune inclination à se mouvoir, neantmoins, estant environnées de toutes parts de cette matiere du Ciel, elles ont dû necessairement suivre son cours [...]".

[389] Vale notar que, após essa passagem, Descartes faz uma analogia com barcos que são carregados pelo curso de um rio (Cf. AT, XI, pp. 57-58).

[390] Em AT, IX-2, Parte III, art. 94-102, pp. 156-161, Descartes trata do processo de formação das manchas e como elas podem vir a cobrir a superfície de um astro.

> com aquelas que são observadas sobre o Sol[391] (AT, IX-2, Parte III, art. 94, pp. 156-157, ênfase do autor).

Schuster (2013b, p. 555) resume esse processo nos seguintes termos:

> Ele [o terceiro elemento] vem a existir por meio de partículas do primeiro elemento que se juntam, e é manifestado como o material opaco, bloqueador de luz das manchas solares – a terceira matéria, em outras palavras – que definitivamente estão na superfície do Sol. Às vezes, tal corpo de terceira matéria se forma na superfície estelar apenas para ser metaforicamente 'fervido' novamente pelas turbulentas partículas do primeiro elemento menores que o envolvem. Assim, de acordo com os *Princípios*, o terceiro elemento origina de conglomerações de certos tipos de partículas do primeiro elemento[392] nas superfícies das estrelas como manchas solares, e ele também pode mudar para o primeiro elemento novamente[393].

No que diz respeito ao desaparecimento das manchas solares, nos *Princípios*, Descartes destaca que "[...] como há vários líquidos que, ao continuarem a ferver, *dissipam* a espuma que eles inicialmente produziram, assim se deve pensar que as manchas que estão sobre a superfície do Sol ali se destroem com a mesma facilidade que elas ali se engendram"[394] (AT, IX-2, Parte III, art. 96, p. 157, ênfase do autor)[395].

Um ponto a se destacar é que, no *Le Monde*, após a formação das partículas dos elementos, não é possível ocorrer a transmutação de uma partícula de um elemento para outro. Como o próprio Descartes afirma: "[...] cada parte da matéria tende sempre a se reduzir a alguma de suas formas, e tendo uma vez sido reduzida, ela jamais tende a abandoná-la [...]"[396] (AT, XI, p. 28). Já nos *Princípios*, apenas as partículas do primeiro e do segundo elemento

---

[391] "Mais lors que la matiere du premier element *compose* le corps du Soleil ou de quelque Estoile, tout ce qu'il y a en elle *de plus subtil*, n'estant point destourné par la rencontre des *parties* du second element, s'accorde à se mouuoir tout ensemble fort vite : ce qui fait que les parties canelées, & plusieurs autres vn peu moins grosses qui, à cause de *l'irregularité* de leurs figures..., ne peuuent receuoir vn mouuement si prompt, sont rejettées par les plus subtiles *hors de l'astre qu'elles composent*, & s'attachant facilement les vnes aux autres..., *elles nagent sur sa fuperficie, où, perdant la forme du premier element, elles acquerent celle du troisiéme; & lors qu'elles y sont en fort grande quantité*, elles y empeschent l'action de sa lumiere, & ainsi composent des taches semblables à celles qu'on a obseruées sur le Soleil".

[392] Descartes trata dos diferentes tipos de partículas do primeiro elemento em AT, IX-2, Parte III, art. 87-93, pp. 152-156.

[393] "It comes into being by particles of the first element sticking together, and is manifested as the opaque, light–blocking material of sunspots—third matter in other words—which definitely lie on the surface of the sun. Sometimes such a body of third matter forms on the stellar surface only to be metaphorically 'boiled' away again by the roiling smaller first element particles which surround it. Hence, according to the *Principles*, third element originates from conglomerations of certain types of particles of first element on the surfaces of stars as sunspots, and it can also be changed back into first element again".

[394] "[...] comme il y a beaucoup de liqueurs qui, en continuant de boüillir, *dissipent* l'écume qu'elles ont auparauant produite : ainsi doit on penser que les taches qui sont sur la superficie du Soleil, s'y destruisent. . . auec la mesme facilité qu'elles s'y engendrent...".

[395] Schuster (2013b, p. 567) apresenta uma explicação breve, porém mais detalhada, sobre o desaparecimento das manchas solares na concepção de Descartes.

[396] "[...] chaque partie de la matiere tend toujours à se reduire à quelques-vnes de leurs formes, & qu'y estant vne fois reduite elle ne tend jamais à la quitter [...]".

emergem desse processo inicial. As partículas do terceiro elemento surgem das partículas do primeiro elemento, em condições específicas, sendo, portanto, possível a transmutação de uma partícula de um elemento para outro. Schuster (2013b, p. 555) sugere que Descartes deve ter começado a mudar sua teoria da matéria por volta de 1639, tendo em vista uma carta para Mersenne, datada de 9 de janeiro de 1639, na qual ele declara que:

> [...] [E]u acredito que há continuamente algumas partes terrestres que ao se chocarem assumem a forma da matéria sutil, e algumas partes dessa matéria sutil que se juntam aos corpos terrestres, de modo que não há matéria em todo o Universo que não possa receber sucessivamente todas as formas[397] (AT, II, p. 485).

Além das diferentes gêneses das partículas do terceiro elemento nas duas obras, também se percebe duas concepções distintas para o surgimento dos planetas e dos cometas. No *Le Monde*, Descartes apresenta a seguinte explicação:

> [...] [E]m qualquer lugar que fossem encontradas, no começo, as partes da Matéria que não podiam tomar a forma do segundo Elemento nem do primeiro, todas as maiores e mais massivas dentre elas deveram, em pouco tempo, tomar seu curso em direção à circunferência exterior dos Céus que as continham e passar, em seguida, de um desses Céus para os outros, sem se deter jamais muito tempo no mesmo Céu; e que, ao contrário, todos os menos massivos deveram ser impelidos, cada um em direção ao centro do Céu que os continha pelo curso da matéria deste Céu. E que, tendo em vista os formatos que eu lhes atribuí, elas deveram, ao se encontrarem uma com a outra, se unir várias juntas e compor bolas grandes, que, girando nos Céus, ali tendo um movimento temperado de todos aqueles que puderam ter suas partes sendo separadas. De modo que, umas vão tender em direção às circunferências desses Céus e as outras em direção aos seus centros[398] (AT, XI, p. 60).

Os corpos maiores e mais massivos, mencionados nessa passagem, correspondem aos cometas, ao passo que os corpos menos massivos correspondem aos planetas.

Nos *Princípios*, Descartes passa a defender que uma estrela se transforma em um cometa ou em um planeta. A depender das condições, uma estrela pode se transformar em uma esfera opaca devido ao acumulo de manchas. Quando isso ocorre, ela passa a ser transportada por um

---

[397] "[...] ie croy qu'il y a continuellement quelques parties terrestres qui en se froissant prenent la forme de la matiere subtile, & quelques parties de cete matiere subtile qui se ioignent aux cors terrestres, en sorte qu'il n'y a point de matiere en tout l'vniuers qui ne puisse receuoir successiuement toutes les formes".

[398] "[...] en quelque endroit que se soient trouvées, au commencement, les parties de la Matiere qui ne pouvoient prendre la forme du second Element ny du premier, toutes les plus grosses & plus massives d'entr'elles ont dû, en peu de temps, prendre leur cours vers la circonference exterieure des Cieux qui les contenoient, & passer aprés continuellement des vns de ces Cieux dans les autres, sans s'arrester jamais beaucoup de temps de suite dans le mesme Ciel; & qu'au contraire, toutes les moins massives ont dû estre poussées, chacunes vers le centre du Ciel qui les contenoit, par le cours de la matiere de ce Ciel. Et que, vû les figures que je leur ay attribuées, elles ont dû, en se rencontrant l'vne l'autre, se joindre plusieurs ensemble, & composer de grosses boules, qui, tournoyant dans les Cieux, y ont vn mouvement temperé de tous ceux que pourroient avoir leurs parties estant separées : en sorte que les vnes se vont rendre vers les circonferences de ces Cieux, & les autres vers leurs centres".

dos vórtices adjacentes ao seu. Ao ser capturada por um dos vórtices, ela passa a seguir o curso da matéria dele. Como mencionado anteriormente, as partículas do segundo elemento que compõem o vórtice não são todas iguais, seja em tamanho ou em velocidade. Assim, a depender do local que a estrela – agora uma esfera opaca – alcançar no vórtice, ela se tronará um cometa ou um planeta.

> [...] [S]e esse astro é tão sólido que, antes de descer ao local onde estão as partículas do vórtice que de todas se movem mais lentamente, ele adquire tanta agitação quanto aquelas entre as quais ele se encontrará, ele não descerá ainda mais *em direção ao centro desse vórtice*, mas, *ao contrário, ele subirá em direção à sua circunferência, depois* passará de lá para um outro, e assim terá mudado para um Cometa. Ao passo que, se ele não é sólido suficiente *para adquirir tanta agitação,* e assim descende para mais baixo do que o lugar *onde as partes do vórtice se movem menos rapidamente*, ele chegará até algum outro lugar entre este e o centro, onde tendo chegado não fará mais que seguir o curso da matéria que gira em torno desse centro, *sem subir nem descer mais*, e assim terá mudado para um Planeta[399] (AT, IX-2, Parte III, art. 119, p. 173, ênfase do autor).

Schuster (2013b, p. 575) apresenta esse processo nos seguintes termos:

> Quando as manchas solares encrustaram completamente a superfície de uma estrela, ela é incapaz de manter a tendência centrífuga geral de seu vórtice, e ao invés de levar a uma estrela variável, como acabou de ser descrito, o vórtice inteiro pode antes colapsar, com a própria estrela morta encrustada sendo sugada para um vórtice vizinho, para ali se tornar um planeta ou cometa, de acordo com seu grau de 'solidez' ou 'massividade' e os funcionamentos usuais da mecânica do vórtice[400].

Dois conceitos se destacam: o de solidez e o de agitação. No caso de um astro, Descartes define sua solidez como sua "quantidade de matéria do terceiro elemento", assim como de seu formato (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 121-122, pp. 174-175); ao passo que sua agitação é a força que ele adquire para continuar a ser transportado circularmente em torno do centro do vórtice pela matéria do Céu no qual está contido (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 121, p. 174). Ainda em relação à solidez, Schuster (2013b, p. 482) observa que:

---

[399] "[...] si cét astre est si solide que, deuant que d'estre descendu jusques à l'endroit où sont les parties du tourbillon qui se meuuent le plus lentement de toutes, il ait acquis autant d'agitation qu'en ont celles entre lesquelles il se trouuera, il ne descendra point plus bas *vers le centre de ce tourbillon*, mais, *au contraire, il montera vers sa circonference, puis* passera de là en vn autre, & ainsi sera changé en vne Comete. Au lieu que, s'il n'est pas assez solide *pour acquerir tant d'agitation*, & que pour ce sujet il descende plus bas que l'endroit *où les parties du tourbillon se meuuent le moins vite*, il arriuera jusques à quelque autre endroit entre cettuy-cy & le centre, où estant paruenu il ne fera plus que suiure le cours de la matiere qui tourne autour de ce centre, *sans monter ny descendre dauantage*, & alors il sera changé en vne Planete".

[400] "When the sun spots have completely encrusted the surface of a star, it is unable to help to maintain the overall centrifugal tendency of its vortex, and rather than a variable star eventuating, as just described, the entire vortex might instead collapse, with the dead, encrusted star itself being sucked into a neighboring vortex, there to become a planet or comet, according to its degree of 'solidity' or 'massiveness', and the usual workings of the vortex mechanics".

> Quanto maior a solidez de um corpo, seja se esteja em um vórtice solar ou planetário, mais difícil será para a segunda matéria circundante transmitir movimento para ele e menos primeira e segunda matéria será dispersada em seus poros para agitá-lo em outras direções que não seja para baixo[401].

No *Le Monde*[402], Descartes explica as órbitas dos planetas a partir de seu exemplo da pedra que gira em uma funda (Cf. AT, XI, pp.45-46, 71 e 85-86). Em sua análise, ele alega que, enquanto ela se move em uma curva, em qualquer momento em que descreve o percurso em questão, ela tem uma força de movimento direcionada para a tangente. Devido à funda, a pedra é restringida a realizar um percurso curvo. Assim, parte de sua tendência para tangente se manifesta como uma tendência centrífuga, ou seja, como uma busca para escapar da curva em cada ponto do percurso. Todos os corpos em condições semelhantes apresentam efeitos similares. Nas palavras de Schuster (2005, p. 50), "[...] todos os corpos que se movem ao longo de uma curva geram uma tendência centrífuga para o movimento proporcional ao tamanho deles, quantidade de matéria e força de movimento tangencial instantaneamente manifesta"[403]. No caso do vórtice, o que desempenha o papel da funda, ou seja, o que restringe os planetas a realizarem percursos curvos, gerando a tendência centrífuga, são as sobrejacentes partículas do segundo elemento que os circundam. "[...] [E]las envolvem e penetram os poros de cada pedaço da terceira matéria que compõe um planeta"[404] (Ibid., p. 50).

Descartes declara que "os principais planetas" do nosso vórtice – aqueles que hoje consideramos os seis planetas mais próximos do Sol – estão localizados a diferentes distâncias deste por causa dos seus diferentes graus de solidez, sendo que os menos sólidos são aqueles que estão mais próximos dele (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 147, p. 195). Segundo a interpretação de Schuster (2005, pp. 50-51), as diferentes distâncias das órbitas dos planetas em relação ao Sol se devem à quantidade de resistência que as partículas do segundo elemento sobrejacentes aos planetas podem exercer. Essa resistência, por sua vez, é proporcional à quantidade de partículas do segundo elemento que podem circundar e "envelopar" o planeta. Quanto mais

---

[401] "The greater the solidity of a body, whether in a solar or planetary vortex, the more difficult it will be for the surrounding second matter to impart motion to it and the less first and second matter will be dispersed in its pores to agitate it in directions other than downward".

[402] Os primeiros empreendimentos de Descartes no que diz respeito à elaboração de uma mecânica celeste dos vórtices têm início antes do *Le Monde*, em 1619, quando ele realizou estudos no âmbito da hidrostática e da óptica, com a supervisão de Isaac Beeckman. Esses estudos e a importância deles para desenvolver a teoria dos vórtices de Descartes é uma questão que está para além do escopo deste trabalho. Mais informações sobre esse período da vida de Descartes podem ser encontradas em SCHUSTER, 2005, pp. 55-72.

[403] "[…] all bodies moving along a curve generate a centrifugal tendency to motion proportional to their size, quantity of matter, and instantaneously manifested tangential force of motion".

[404] "they surround and penetrate the pores of every piece of third matter making up a planet".

partículas do segundo elemento *envelopar* o planeta, mais resistência essa camada de partículas terá, o que impedirá que elas sejam impelidas pela tendência do planeta de escapar de sua órbita.

O que especificará o quão grande poderá ser essa camada na superfície do planeta será a distribuição do tamanho das partículas do segundo elemento devido à distância que elas estão do Sol. De acordo com Schuster (2005, p. 51), o tamanho de uma camada na superfície de um planeta dependerá da proporção do volume pela superfície das partículas do segundo elemento. "Essa proporção é a função de seus raios. Quanto maior o raio de uma esfera, maior a proporção V/S [volume pela superfície]"[405] (Ibid., p. 51).

Tomando o gráfico apresentado anteriormente na *Figura 2*, em que é exposta a distribuição do tamanho das partículas do segundo elemento, Schuster (2005, p. 52) elabora outro gráfico apresentando uma curva da proporção volume por superfície, indicando a magnitude das camadas nas superfícies feitas das partículas do segundo elemento, em corpos compostos por partículas do terceiro elemento, a diferentes distâncias. Esse gráfico é o seguinte:

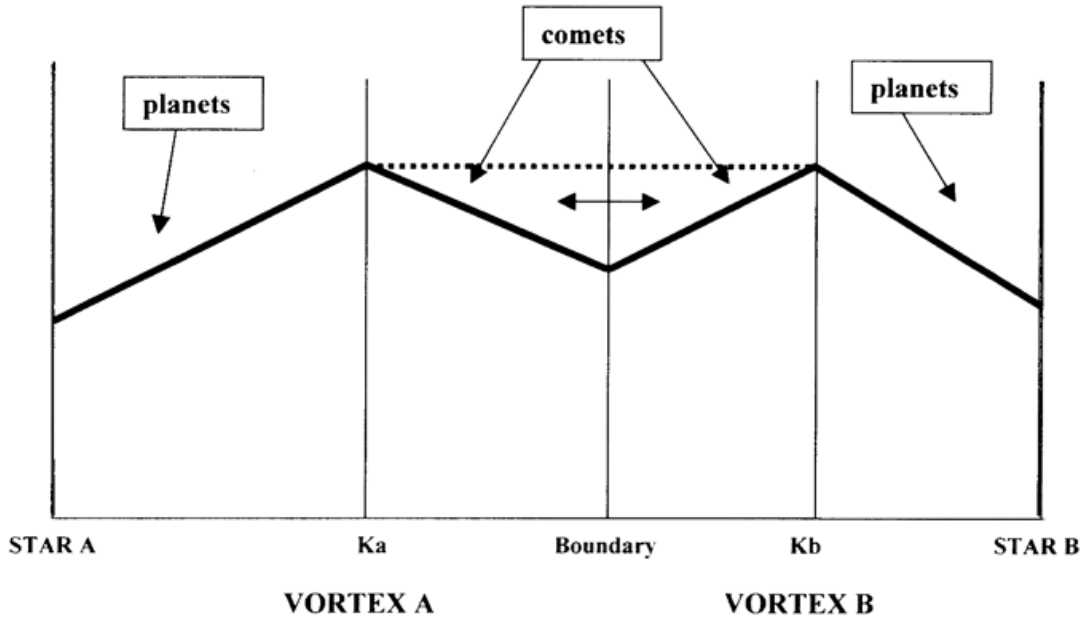

Figura 3: "Curva de Resistência" derivada das proporções do volume pela superfície das partículas do segundo elemento *Apud* SCHUSTER, 2005, p. 52.

Na *Figura 3*, são apresentados dois vórtices vizinhos. Nela, percebe-se que a Circunferência K dos dois vórtices demarca o ponto onde as partículas do segundo elemento tendem a permanecer do mesmo tamanho ou a se tornarem menores. Consequentemente, da

[405] "that ratio is function of their radii. The greater the radius of a sphere, the greater the V/S ratio".

Circunferência K até o limite do vórtice, as camadas de partículas do segundo elemento naqueles corpos compostos pelas partículas do terceiro elemento se tornam cada vez menos capazes de *resistirem* à tendência centrífuga dos corpos compostos pelas partículas do terceiro elemento.

Os planetas sempre percorrerão suas órbitas em algum ponto abaixo da Circunferência K. Nos *Princípios*, a explicação que Descartes apresenta para o início do movimento dos planetas é a seguinte (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 140, pp. 191-192). Quando um astro é menos sólido, ou tem menos força para continuar seu movimento em linha reta do que as partículas do segundo elemento próximas à circunferência de nosso *Céu*, mas tem mais solidez do que aquelas que estão próximas do centro onde está a estrela, assim que esse astro for levado pelo curso desse *Céu*, ele deve descer em direção ao centro até alcançar o ponto onde estão localizadas as partículas que têm a mesma força que a dele para continuar seu movimento.

Segundo Schuster (2005, p. 52), nessa região do vórtice que o planeta alcança, as partículas do segundo elemento têm uma proporção de volume por superfície tal que é suficiente para fazer uma camada na superfície do planeta que possa resistir a qualquer translação centrífuga adicional. Schuster (2005, pp. 52-53) observa que, no *Le Monde*, "em sua discussão dessa parte da teoria, Descartes falou da 'massividade' ou 'solidez' de um planeta, querendo dizer sua proporção agregada de volume por superfície"[406]. A fixação de um planeta em uma órbita ocorre, portanto, quando sua tendência centrífuga é balanceada pela resistência da camada que se forma na superfície do planeta pelas partículas do segundo elemento daquela região do vórtice. Sendo assim, "quanto maior a proporção V/S [volume por superfície], ou a massividade de um planeta, mais distante a órbita daquele planeta estará do Sol"[407] (Ibid., p. 53). Nesse ponto, o planeta não se aproximará nem se afastará mais da estrela – a não ser um pouco, através de outras causas[408] –, mas continuará a girar em torno dela junto com as partículas do *Céu* que tenham igual força.

No caso de um eventual deslocamento do planeta em direção à estrela ou um afastamento dela, Descartes afirma que:

> Pois se ele *descesse mais baixo* em direção ao Sol, ele se encontraria ali envolvido de *partes* do Céu um pouco menores e, consequentemente, o cederiam em força, além de que, sendo mais agitadas, elas aumentariam também sua agitação e, junto, sua força, a qual o faria também logo *subir*. E, ao contrário, se ele *ascendesse*, ele ali reencontraria as *partes* do Céu um pouco menos agitadas, mediante as quais

[406] "In his discussion of this part of the theory Descartes spoke of the 'massiveness' or 'solidity' of a planet, meaning its aggregate volume to surface ratio".
[407] "The greater a planet's V/S ratio or massiveness, the more distant that planet's orbit will be from the sun".
[408] Descartes discute cinco possíveis causas em AT, IX-2, Parte III, art. 141-145, pp. 192-194.

> diminuiriam seu movimento; e um pouco *maiores*, as quais teriam a força de o empurrar em direção ao Sol[409] (AT, IX-2, Parte III, art. 140, p. 192, ênfase do autor).

Se um planeta, dado seu grau de solidez, se encontrasse em uma região do vórtice mais distante do que seria sua órbita apropriada, ele não conseguiria desenvolver uma tendência centrífuga em grau adequado para se manter ali. Sendo assim, as partículas do segundo elemento fariam com que o planeta mudasse de local, levando-o para uma região mais próxima do Sol. De acordo com Schuster (2005, p. 53), o planeta pararia de se aproximar da estrela quando alcançasse uma região onde encontrasse um equilíbrio entre dois fatores: a força centrífuga das partículas do segundo elemento subjacentes da nova região do vórtice e a resistência do planeta, proporcionada pela sua solidez; e a tendência centrífuga do planeta resultante de um balanceamento entre sua solidez e a resistência da camada de partículas do segundo elemento formada em sua superfície sobrejacente na nova região do vórtice. Schuster apresenta, inclusive, uma fórmula que expressa as condições para que uma determinada quantidade de partículas do terceiro elemento se mantenha em uma órbita estável do vórtice. Essa fórmula é a seguinte:

> [...] $\mathbf{F^m_b < R_{mu}}$ **e** $\mathbf{F^m_{ml} < R_b}$ Onde $\mathbf{F^m_b}$ significa a Força de movimento do corpo que orbita; $\mathbf{R_{mu}}$ significa a resistência da camada sobrejacente das *boules* (meio superior) a ser extrudida para baixo pelo corpo; $\mathbf{F^m_{ml}}$ significa a Força de movimento da camada subjacente das *boules* (meio inferior) e $\mathbf{R_b}$ significa a resistência do corpo que orbita a ser extrudido para baixo pela camada subjacente das *boules*[410] (Ibid., p. 53, ênfase do autor).

É importante destacar que Descartes nega que a Terra se mova (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 19, pp. 109-110). Ela está em repouso e envolvida por todos lados por um *Céu* líquido. Seu estado de movimento, porém, não impede que ela seja transportada pelo curso do *Céu* no qual está, seguindo o movimento deste, embora ela mesma não se mova (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 26, p. 113). O movimento dos outros planetas que observamos tem a mesma explicação: eles estão em repouso, mas a matéria do *Céu* no qual eles se encontram os deslocam (Cf. AT, IX-2,

---

[409] "Car s'il *descendoit plus bas* vers le Soleil, il s'y trouueroit enuironné de *parties* du Ciel vn peu plus petites, & qui par consequent luy cederoient en force..., outre qu'estant plus agitées, elles augmenteroient aussi son agitation & ensemble sa force, laquelle le feroit aussi tost *remonter*. Et au contraire, s'il *alloit plus haut*, il y rencontreroit des *parties* du Ciel vn peu moins agitées, au moyen de quoy elles diminueroient son mouuement; & vn peu plus *grosses*, au moyen de quoy elles auroient la force de le repousser vers le Soleil".

[410] "[…] $\mathbf{F^m_b < R_{mu}}$ **e** $\mathbf{F^m_{ml} < R_b}$ Where $\mathbf{F^m_b}$ means Force of motion of the orbiting body; $\mathbf{R_{mu}}$ means resistance of superjacent layer of boules (upper medium) to being extruded downward by body; $\mathbf{F^m_{ml}}$ means Force of motion of subjacent layer of boules (lower medium) and $\mathbf{R_b}$ means resistance of orbiting body to being extruded downward by subjacent layer of boules".

Parte III, art. 27, p. 113). Portanto, não devemos atribuir movimento aos planetas, mas sim à matéria do *Céu* que os envolve (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 28, p. 114).

O movimento que a Terra realiza em torno do Sol – assim como o dos demais planetas – ocorre como consequência da matéria do *Céu* pela qual nosso planeta está envolvido. No *Le Monde*, Descartes explica que, como cada planeta se move mais devagar do que as partículas do segundo elemento que o envolvem, um pequeno vórtice se forma em torno dele, devido à tendência das partículas seguirem em linha reta, que contornarão o planeta.

> [...] [A] matéria do Céu não deve somente fazer girar os Planetas em torno do Sol, mas também entorno de seu próprio centro (exceto quando há alguma causa particular que os impeça); e, em seguida, que ela deve compor pequenos Céus em torno deles, que se movem no mesmo sentido que o maior[411] (AT, XI, p. 69).

Sobre esse ponto, Schuster (2013b, p. 479) observa que "a circulação das *boules* em torno do planeta lhe transmite uma rotação axial. Por outro lado, a rotação do planeta ajuda a determinar o circuito completo das *boules*"[412].

Já nos *Princípios*, Descartes explica esse processo da seguinte maneira (Cf. AT, IX-2, Parte IV, art. 22, p. 211)[413]. A matéria do *Céu*, que envolve a Terra e penetra seus poros, transporta nosso planeta através de seu curso. Dessa forma, elas transportam nosso planeta, que só é possível devido ao alto grau de agitação delas. Como elas têm mais agitação do que é necessário para mover a Terra, elas usam esse excesso para girarem mais rápido do que ela, além de realizar outros movimentos. As partículas que compõem o *Céu* tendem a continuar em linha reta, mas nosso planeta as impedem. Como não podem realizar seu movimento em linhas tão retas quanto se a Terra não existisse, elas buscam torná-la esférica.

Além dos planetas, Descartes também discute as características dos cometas. Eles não têm a estabilidade característica das estrelas nem realizam um circuito regular em torno Sol característico dos planetas (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 41, p. 122). Seu movimento inicial

---

411 "[...] la matiere du Ciel ne doit pas seulement faire tourner les Planetes autour du Soleil, mais aussi autour de leur propre centre (excepté lors qu'il y a quelque cause particuliere qui les en empesche) ; & ensuite, qu'elle doit composer de petits Cieux autour d'elles, qui se meuvent en mesme sens que le plus grand".

412 "The circulation of the *boules* about the planet imparts to it an axial rotation. Conversely the rotation of the planet helps determine the complete circuit of the *boules*".

413 Na sua tradução inglesa dos *Princípios*, Valentine Miller e Reese Miller destacam numa nota de rodapé que na versão francesa dos *Princípios* há uma declaração explícita de que o movimento da Terra ao qual Descartes se refere no artigo 22 da Parte IV – onde se encontra a explicação apresentada nesse parágrafo – é aquele de sua rotação diária, e não sua revolução anual (Cf. nota 11 em DESCARTES, 1982, p. 190). O problema com essa declaração, segundo esses tradutores, é que ela não está de acordo com o que foi estabelecido no artigo 144 da Parte III da mesma obra – referente a uma das possíveis causas para um planeta se afastar ou se aproximar um pouco de uma estrela –, nem com a versão original em latim do artigo 22 da Parte IV. Sendo assim, optamos por reproduzir a explicação de Descartes para a revolução da Terra em torno do Sol, mesmo que as alterações neste artigo da versão francesa sugiram se tratar do movimento diário da Terra em torno de seu próprio eixo.

dependerá tanto da sua solidez quanto da sua agitação. Descartes descreve esse movimento inicial da seguinte maneira (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 126, pp. 177-178). Se um astro tiver mais solidez do que as partículas do segundo elemento mais distantes do Sol, entre as quais ele se encontra, e tendo elas o mesmo tamanho, ele poderá ser transportado em várias direções a depender do arranjo dos vórtices, posto que eles podem restringi-lo ou impulsioná-lo. Sua solidez será importante para determinar seu movimento porque, quanto maior ela for, maior será sua resistência a outras causas que possam vir a tentar desviá-lo de seu percurso original. Inicialmente, ele não é capaz de se mover em uma direção contrária à do curso do vórtice no qual está. Ele continuará a se mover até chegar a um ponto onde a linha descrita pelo seu movimento "tocará" uma das linhas circulares descritas pelas partículas do segundo elemento em torno do centro do vórtice. Daí, ele seguirá seu curso de modo a se afastar cada vez mais do centro do vórtice.

Schuster (2005, p. 54) observa que enquanto esse astro está realizando esse percurso no seu vórtice original, ele adquire uma tendência centrífuga capaz de superar qualquer camada de partículas do segundo elemento que se forme em sua superfície. Sem encontrar obstáculos com resistência suficiente para impedir seu deslocamento, e adquirindo um grau de agitação cada vez maior, eventualmente ele sairá do próprio vórtice, adentrando o domínio de outro. Quando um cometa adentra um vórtice vizinho, ele encontra resistência para se manter na sua trajetória. Sua velocidade é alterada, aumentando até voltar a gerar tendência centrífuga que o fará ser arremessado para fora do presente vórtice. Esse padrão se mantém, de modo que os cometas ficam oscilando entre os vórtices, sem nunca adentrar a parte interna da Circunferência K deles.

Nesse processo de adentrar outros vórtices, Descartes destaca dois aspectos (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 127, pp. 178-179). O primeiro deles é que, quando esse astro passa de um vórtice para outro, ele traz consigo parte da matéria do vórtice que acabou de deixar, perdendo essa porção de matéria do vórtice anterior apenas quando adentra bastante nos limites do novo vórtice. O segundo é que o percurso que ele descreve em cada vórtice dependerá dos movimentos dos vórtices pelos quais ele passa. Assim, ele pode descrever uma determinada curvatura ao cruzar um vórtice e descrever uma oposta ao cruzar outro, a depender do curso das partículas do segundo elemento de cada um, além do próprio eixo de rotação do vórtice.

Dentre todos os astros que existem no Universo, vale destacar um caso específico: a Lua. No *Le Monde,* Descartes assim explica o movimento dela em torno da Terra:

> [...] [S]e se encontram dois Planetas desiguais em tamanho, mas dispostos a tomar o curso deles no Céu a uma mesma distância do Sol, de modo que um seja exatamente tão mais massivo do que o outro será maior, o menor desses dois, tendo um

> movimento mais rápido do que o maior, deverá se juntar ao pequeno Céu que estará em torno desse maior, e girar continuamente consigo[414] (AT, XI, pp. 69-70).

Descartes ainda enfatiza que a Lua busca se afastar o máximo possível da Terra, mas ela não tem tanta força quanto a matéria do Céu que a envolve, que a restringe a orbitar a Terra (Cf. AT, XI, pp. 71-72).

Schuster (2013b, p. 496) aponta que existem três demandas da teoria lunar de Descartes:

> (1) [A] velocidade orbital da Lua ser maior do que aquela da Terra; (2) a Terra ser maior do que a Lua, isto é, ter um volume bruto maior, incluindo os interstícios preenchidos por primeira e segunda matéria; e (3) a Lua ser 'exatamente' mais massiva do que a Terra na mesma proporção que a Terra é maior, onde 'massivo', como de costume, denota a solidez geral ou (v/s) dependendo do tamanho e do formato das partículas de terceira matéria constituintes[415].

Schuster (2013b, pp. 496-497) apresenta dois problemas em relação ao terceiro ponto. O primeiro é que, se tomarmos o termo "*massivo*" como *denso*, no sentido de proporção de volume das partículas do terceiro elemento em relação ao volume total, "[...] então a Terra e a Lua teriam a mesma quantidade de matéria total, e esse resultado, combinado com a maior densidade de Lua, exigiria que sua velocidade fosse menor do que aquela da Terra, de modo a produzir uma força igual de movimento"[416] (Ibid., p. 496). O segundo ponto diz respeito às solidezes dos astros. A solidez é fator determinante para o estabelecimento de sua distância orbital em relação ao centro do vórtice estelar. Considerando que a Terra e a Lua estão a distâncias semelhantes em relação ao centro do vórtice, suas solidezes devem ser equivalentes. Não obstante:

> [...] [E]le [Descartes] suprimiu a consideração da solidez (v/s) em favor de um foco em 'forças de movimento' iguais. A teoria lunar, assim, sofre de dois pontos relacionados de obscuridade: a suposta exata proporção inversa de solidez e tamanho, e a atribuição à Terra e à Lua de solidezes diferentes[417] (Ibid., pp. 496-497).

---

[414] "[...] s'il se rencontre deux Planetes inégales en grosseur, mais disposées à prendre leur cours dans le Ciel à vne mesme distance du Soleil, en sorte que l'vne soit justement d'autant plus massive, que l'autre sera plus grosse : la plus petite de ces deux, ayant un mouvement plus vite que la plus grosse, devra se joindre au petit Ciel qui sera autour de cette plus grosse, tournoyer continuellement avec luy".

[415] "(1) the orbital velocity of the moon be greater than that of the Earth; (2) the Earth be larger than the moon, that is, have a larger gross volume including interstices filled by first and second matter; and (3) the moon be 'exactly' more massive than the Earth in the same proportion as the Earth is larger, where 'massive' as usual denotes the overall solidity or (v/s) depending upon the size and shape of the constituent particles of third matter".

[416] "[…] then the Earth and moon would have the same total quantity of matter, and this result, combined with the greater density of the moon, would require that its velocity be less than that of the Earth in order to give rise to an equal force of motion".

[417] "[…] he suppressed consideration of solidity (v/s) in favor of a focus upon equal 'forces of motion'. The lunar theory thus suffers from two related points of obscurity: The supposedly exact inverse ratio of solidity and size, and the attribution to the Earth and moon of differential solidities".

Schuster (2013b, p. 497) acredita que algumas dessas dificuldades podem ser superadas se considerarmos sua teoria planetária e se a compararmos com o argumento presente nos *Princípios*. Nesta obra, Descartes apresenta a seguinte explicação para a distância da Lua:

> [...] [N]ós julgaremos que isso pode acontecer porque ela [a Lua] *desceu no vórtice que tinha a Terra em seu centro,* antes que a Terra *tivesse descido em direção* ao Sol, assim como os *quatro* outros Planetas[418] *desceram* em direção a Júpiter; ou melhor, que *não sendo menos sólida* do que a Terra, *e, contudo, sendo menor, sua solidez é a causa pela qual ela deve tomar seu curso à mesma distância do Sol*, e sua pequenez, que *ela deve se mover mais rápido, o que ela não consegue senão girando também em torno da Terra*[419] (AT, IX-2, Parte III, art. 149, p. 196, ênfase do autor).

Como Schuster (2013b, p. 498) observa, "essa explicação deixa de lado a curiosa proporção inversa de tamanho e qualidade massiva citada no *Le Monde*"[420]. Além disso, a passagem deixa claro que a Lua e a Terra têm solidezes equivalentes.

Em relação à explicação para o movimento da Lua, ela é a seguinte (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 149, p. 196). Chamemos a órbita da Terra em torno do Sol de circunferência NTZ. A Lua percorre essa mesma circunferência. Ela se move na mesma direção que a Terra, mas o faz com uma velocidade maior, por ela ser menor (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 151, p. 197). Em determinado momento, a Lua alcança o ponto de maior aproximação com a Terra. Devido à resistência proporcionada pela parte do *Céu* que circunda a Terra e ao ar que a envolve, a Lua não é capaz de continuar seu percurso em linha reta. De modo a continuá-lo, a Lua tomará outro curso, isto é, em torno da Terra, mas através daquele caminho que menos desviará de uma linha reta. Chamemos toda a região contida na órbita da Lua em torno da Terra de ABCD. Quando a Lua realiza seu movimento em torno da Terra, ela faz com que a matéria celeste contida na região ABCD gire junto com o ar e a Terra em torno do centro desta região. Isso produz um vórtice que gira desde a primeira vez que a Lua precisou mudar seu curso para contornar a Terra. Ao mesmo tempo que tudo isso ocorre, A Lua, a Terra e toda a região ABCD são transportados em torno do Sol através da circunferência NTZ.

Não se deve pensar, porém, que esse movimento da Lua é a única causa para a Terra girar em torno de seu próprio eixo. Como já foi mencionado anteriormente, Descartes acredita

---

[418] Isto é, o que hoje chamamos de satélites naturais.

[419] "[...] nous jugerons que cela peut estre arriué de ce qu'elle *est descenduë dans le tourbillon qui auoit la Terre en son centre*, auparauant que la Terre *fut descenduë vers* le Soleil, ainsi que *quatre* autres Planetes *sont descenduës* vers Iupiter; ou plustost, de ce que *n'estant pas moins solide* que la Terre, *& toutesfois estant plus petite, sa solidité est cause qu'elle doit prendre son cours à mesme distance du Soleil,* & sa petitesse, qu*'elle s'y doit mouuoir plus vite, ce qu'elle ne peut, sinon en tournant aussi autour de la Terre"*.

[420] "This account leaves out the curious inverse ratio of size and massiveness cited in *Le Monde*".

que a Terra foi uma Estrela Fixa que ocupava o centro de um vórtice particular[421] (Cf. AT, IX-2, Parte III, art. 150, pp. 196-197), o que significa que quando ainda era uma estrela ela já girava. Sendo assim, as partículas do primeiro elemento, que permaneceram em seu centro desde quando ela ainda era uma estrela, continuam a movê-la assim. Curiosamente, um pouco mais adiante nos *Princípios*, Descartes afirma que a Terra, por si mesma, não tem a força necessária para girar em torno de seu próprio eixo no intervalo de tempo que ela o faz (Cf. AT, IX-2, Parte IV, art. 22, p. 211).

Passemos, agora, a apresentar a explicação de Descartes para a queda dos corpos e para as marés. No que diz respeito ao primeiro tópico, podemos encontrar escritos do final da década de 1620 que apontam para um interesse de Descartes por essa questão, como na seguinte passagem de uma carta para Mersenne, datada de 13 de novembro de 1629[422]:

> Assim, suponha que um peso no ponto A seja impelido pelo seu próprio peso em direção ao ponto C[423]. Eu digo que, uma vez que ele tenha começado a se mover, se perder seu peso, ele continuará a se mover com a mesma velocidade até alcançar C, caindo de A para B com a mesma velocidade que ele cai de B para C. É claro que ele não perde seu peso; ele retém seu peso e este empurra-o para baixo, dando-lhe a cada momento uma nova força que o faz cair. Consequentemente, ele cobre a distância BC muito mais rapidamente do que a distância AB, posto que no primeiro caso ele retém todo o ímpeto que tinha quando cobriu a distância AB, e adquire um ímpeto adicional por causa de seu peso, que o impele novamente a cada momento. [...] [S]egue-se que a velocidade do peso quando ele cai de B para C é três vezes maior do que a de A para B[424] (CSMK, vol. 3, pp. 8-9).

É no *Le Monde*, porém, que Descartes apresenta sua própria explicação para a queda dos corpos na Terra:

> Mas eu desejo agora que você considere qual é o peso desta Terra, isto é, a força que une todas suas partes e que faz com que elas tendam todas em direção a seu centro, cada uma mais ou menos, conforme elas sejam maiores ou menores e sólidas; a qual não é outra e só consiste nas partes do pequeno Céu que a envolve, girando muito mais rápido do que as suas em torno de seu centro, tendendo também com mais força

[421] Descartes apresenta sua concepção para a formação dos planetas em AT, IX-2, Parte III, art. 146, pp. 194-195.
[422] Segundo os tradutores da versão inglesa dessa passagem, apesar de a carta ser de 1629, essa passagem específica foi escrita, provavelmente, no período entre os anos 1617 e 1619 (Cf. CSMK, vol. 3, p. 8).
[423] Nesta passagem, Descartes apresenta uma série de linhas, uma ao lado da outra, da maior para a menor, de modo que elas formam a imagem de um triângulo. Para nossos fins, basta observar que a primeira delas está marcada no topo com a letra 'A' e na base com a letra 'C'. No centro desta linha, está a letra 'B'.
[424] "Thus suppose that a weight at point A is impelled by its own heaviness towards point C: I say that once it begins to move, if it loses its heaviness, it will continue to move at the same speed till it reaches C, falling from A to B at the same speed as it falls from B to C. Of course it does not lose its heaviness; it retains its heaviness, and this pushes it downwards, giving it at each moment a new force which makes it fall. Consequently it covers the distance BC much more quickly than the distance A B, since in the former case it retains all the impetus it had when it covered the distance A B, and acquires an additional impetus on account of its heaviness, which impels it afresh at each moment. […] it follows that the speed of the weight as it falls from B to C is three times as great as what it was from A to B". A passagem original, em latim, encontra-se em AT, I, pp. 72-73.

> a se afastar do seu centro e, consequentemente, para ali as empurrar[425] (AT, XI, pp. 72-73).

Assim, o peso dos corpos é explicado a partir dos dois tipos diferentes de partículas de matéria (a do *Céu* e a da Terra) e da velocidade deles. As partículas do *Céu*, por girarem mais rápido e terem mais força do que as da Terra, se afastam do centro do planeta ao mesmo tempo que repelem as partículas da Terra para o centro dele. Em outras palavras, a queda dos corpos em direção ao centro dos vórtices planetários se deve a eles possuírem uma tendência centrífuga menor do que as partículas do segundo elemento que envolvem o planeta.

Em um primeiro momento, a explicação de Descartes para a queda dos corpos parece contradizer sua explicação para o movimento dos planetas e dos cometas, aspecto que o próprio autor destaca no *Le Monde*. Porém, ele logo faz o seguinte esclarecimento:

> [...] [R]epare que quando eu disse que os corpos mais sólidos e os mais massivos tendiam a se afastar do centro de algum Céu, eu supus que eles se moviam já inicialmente com a mesma agitação que a matéria desse Céu. Pois é certo que, se eles não começaram ainda a se mover, ou se eles se movem, contanto que seja menos rápido do que o requisitado para seguir o curso dessa matéria, eles devem de início ser expulsos por ela em direção ao centro em torno do qual ela gira, e até mesmo é certo que, na medida em que eles serão maiores e mais sólidos, eles serão impelidos com mais força e velocidade. E, todavia, isso não impede que, se eles o são o bastante para compor Cometas, eles tendam a encaminhar-se pouco depois em direção às circunferências exteriores dos Céus, na medida em que a agitação que eles terão adquirido, ao descer em direção a algum de seus centros, dá-los-ão infalivelmente a força de ir além e de ascender novamente em direção à sua circunferência[426] (AT, XI, pp. 73-74).

Schuster (2005, p. 75) observa que Descartes está dando destaque a dois fatores nessa passagem: "[...] (a) a distância orbital potencial de um corpo em um vórtice enquanto

---

[425] "Mais je desire maintenant, que vous consideriez quelle esl la pesanteur de cette Terre, c'est à dire la force qui vnit toutes ses parties, & qui fait qu'elles tendent toutes vers son centre, chacunes plus ou moins, selon qu'elles sont plus ou moins grosses & solides ; laquelle n'est autre, & ne consiste qu'en ce que les parties du petit Ciel qui l'environne, tournant beaucoup plus vite que les siennes autour de son centre, tendent aussi avec plus de force à s'en éloigner, & par consequent les y repoussent".

[426] "[...] remarquez que, lors que j'ay dit que les corps les plus solides & les plus massifs tendoient à s'éloigner du centre de quelque Ciel, j'ay supposé qu'ils se mouvoient déja auparavant de mefme branle que la matiere de ce Ciel. Car il est certain que, s'ils n'ont point encore commencé à se mouvoir, ou s'ils se meuvent, pourveu que ce soit moins vite qu'il n'est requis pour suivre le cours de cette matiere, ils doivent d'abord estre chassez par elle vers le centre autour duquel elle tourne, et mesme il est certain que, d'autant qu'ils seront plus gros & plus solides, ils y seront poussez avec plus de force & de vitesse. Et toutesfois cela n'empesche pas que, s'ils le sont assez pour composer des Cometes, ils ne s'aillent rendre peu après vers les circonferences exterieures des Cieux : d'autant que l'agitation qu'ils auront acquise, en descendant vers quelqu'vn de leurs centres, leur donnera infailliblement la force de passer outre, & de remonter vers sa circonference".

determinada pela sua proporção volume-por-superfície ou solidez, e (b) a quantidade de força de movimento que o corpo possui em um dado momento e no lugar radial no vórtice"[427].

Em relação à defesa de que a queda de um corpo terrestre é seguida pelo preenchimento de semelhante quantidade de ar no local que antes era ocupado pelo corpo em questão (Cf. AT, XI, pp. 75-77), Schuster (2013b, pp. 487-488) destaca três dimensões dela. A primeira é que "[...] todo o empreendimento é baseado em um apelo à estática clássica e à hidrostática, no estilo rigoroso de Arquimedes e, mais recentemente, de Stevin: a ascensão e a queda têm a ver com o peso relativo, gravidade específica"[428] (Ibid., pp. 487-488). Descartes se diferencia de Arquimedes e Stevin, porém, pelo que ele entende pela densidade, isto é, ela é a proporção de partículas do terceiro elemento em relação às partículas do segundo e do primeiro elemento em um dado volume[429].

A segunda dimensão diz respeito à sua teoria da queda estar baseada em uma interpretação dinâmica de conceitos hidrostáticos. Percebe-se esse aspecto pela analogia que se faz com uma balança: "[...] assim como os dois lados de uma balança o são um em relação ao outro. Isto é, como um dos lados da balança não pode levantar nem abaixar sem que o outro faça ao mesmo instante todo o contrário, e que sempre o mais pesado conduza o outro [...]"[430] (AT, XI, p. 76).

Por fim, a terceira dimensão consiste na tentativa de apresentar uma explicação da queda, com uma base hidrostática, através de uma teoria dos vórtices corpuscular. Isso é percebido, por um lado, através da comparação da tendência centrífuga de volumes iguais do corpo terrestre e do ar e, por outro lado, pela indicação implícita de que o que realmente importa são as partículas do segundo elemento na superfície das partículas do terceiro elemento que compõem o corpo.

Schuster (2013b, pp. 488-489) também destaca que Descartes apresenta duas formas diferentes de se compreender o peso: "ele surge da densidade relativa (quantidade da terceira matéria em um dado volume), mas também da ausência relativa de agitação derivada de

[427] "[…] (a) the potential orbital distance of a body in a vortex as determined by its volume-to-surface ratio or solidity, and (b) the amount of force of motion the body possesses at any given time and radial place in the vortex".
[428] "[…] the entire enterprise rests on an appeal to classical statics and hydrostatics in the rigorous style of Archimedes and more recently Stevin: rise and fall have to do with relative weight, specific gravity".
[429] Voltaremos a abordar a questão da densidade dos corpos ainda nesta seção.
[430] "[...] ainsi que les deux costez d'vne balance le sont l'vn à l'autre. C'est à dire que, comme l'vn des costez de la balance ne peut se hausser ny se baisser, que l'autre ne fasse au mesme instant tout le contraire, & que toujours le plus pesant emporte l'autre [...]".

impactos etéreos"[431]. Esta segunda forma encontra-se na seguinte passagem, onde Descartes analisa o caso de uma pedra que é arremessada:

> Ora, é evidente que essa pedra, contendo em si muito mais a matéria da Terra, e em recompensa contendo tanto menos daquela do Céu, do que uma quantidade de ar de igual extensão, e mesmo suas partes terrestres sendo menos agitadas pela matéria do Céu do que aquelas desse ar, ela [a pedra] não deve ter a força para subir acima dela [da quantidade de ar], mas bem esta, ao contrário, deve ter a força de a fazer descer para baixo [...][432] (AT, XI, pp. 76-77).

Schuster (2013b, p. 489) aponta que, apesar de Descartes indicar que a segunda forma explica a primeira, não se pode estabelecer uma redução simples ou necessária de uma a outra.

Um dos problemas que a teoria de Descartes enfrenta é explicar por que os corpos não realizam um percurso circular através da superfície da Terra na medida em que eles caem. Segundo Descartes:

> [...] [E]sse pequeno Céu ABCD [que contém a Lua e a Terra] gira mais rápido do que essa Terra, mas que aquelas de suas partes, que estão aderidas nos poros dos corpos terrestres, não podem girar notavelmente mais rápido do que esses corpos entorno do centro T [centro da Terra], ainda que elas se movam muito mais rápido em diversos outros sentidos, segundo a disposição desses poros[433] (AT, XI, p. 78).

Entretanto, Schuster (2013b, pp. 492-493) aponta que, se esse é o caso, tal argumento também deveria ser aplicado para o movimento circular dos planetas no vórtice estelar. Schuster (2013b, pp. 492-493) também indica uma falha do argumento de Descartes para o caso em que uma pedra é arremessada horizontalmente. Esse argumento é o seguinte:

> [...] [A]inda que essa matéria do Céu tenha mais força para fazer descer essa pedra R em direção a T [o centro da Terra] do que fazer descer o ar que a envolve, ela não deve ainda assim ter mais [força] para a impelir adiante de si do Ocidente em direção ao Oriente, nem, consequentemente, fazê-la se mover mais rápido do que o ar nesse sentido. Considere que haja justamente tanto dessa matéria do Céu que atua contra ela para a fazer descer em direção a T, e que emprega toda sua força, quanto há entre aquela da Terra na composição de seu corpo, e que, na medida em que há muito mais matéria da Terra na pedra do que em uma quantidade de ar que tenha extensão parecida, ela deve ser pressionada com muito mais força em direção a T do que esse ar. Mas que, para fazê-la voltar-se para o Oriente, é toda a matéria do Céu, contida no

[431] "It arises from relative density (quantity of third matter in a given volume) but also from relative lack of agitation derived from aetherial impacts".
[432] "Or il est évident que, cette pierre contenant en soy beaucoup plus de la matiere de la Terre, & en recompense en contenant d'autant moins de celle du Ciel, qu'vne quantité d'air d'égale eftenduë, & mesme ses parties terrestres estant moins agitées par la matiere du Ciel que celle de cét air : elle ne doit pas avoir la force de monter au dessus de luy, mais bien luy, au contraire, doit avoir la force de la faire descendre au dessous [...]".
[433] "[...] ce petit Ciel ABCD tourne beaucoup plus vite que cette Terre ; mais que celles de ses parties, qui sont engagées dans les pores des corps terrestres, ne peuvent pas tourner notablement plus vite que ces corps autour du centre T, encore qu'elles se meuvent beaucoup plus vite en divers autres sens, selon la disposition de ces pores".

> círculo R, que atua contra ela, e conjuntamente contra todas as partes terrestres do ar contido nesse mesmo círculo. De modo que, não havendo nada mais atuando contra ela do que contra esse ar, ela [a pedra] não deve se voltar mais rápido do que o ar nesse sentido[434] (AT, XI, p. 79).

Tendo em vista essa passagem, Schuster (2013b, p. 493) faz a seguinte crítica:

> Em termos micromecânicos, translações tanto laterais quanto centrípetas (ou centrífugas) surgem do impacto corpuscular e devem ambas serem avaliadas nesses termos. Se a pedra é impelida com mais força na queda do que o volume relevante de ar, então por que ela não é também impelida com mais força pelo impulso lateral do meio?[435]

Em termos gerais, Schuster (2005, p. 74) apresenta três críticas para a explicação de Descartes para a queda dos corpos apresentada no *Le Monde*. A primeira delas é: "[...] porque o vórtice local gira em um eixo coincidente com aquele da Terra, a queda na ou próxima à Terra deveria ser em direção normal ao eixo de rotação, não radialmente em direção ao centro da Terra"[436] (Ibid., p. 74). A segunda diz respeito à aparente forma como os corpos caem, isto é, em linha reta. Se a explicação de Descartes fosse correta, os corpos deveriam cair de forma espiral em direção ao centro do planeta, de acordo com o movimento do vórtice[437]. A terceira crítica concerne à genealogia da teoria dos vórtices. A questão principal dessa crítica é: "[...] como poderia Descartes, em detalhes, explicar ou reduzir consistentemente a hidrostática rigorosa, geométrica e macrodescritiva de Stevin e de Arquimedes a uma completa teoria dos vórtices da queda e do peso?"[438] (Ibid., p. 74). Como se trata de uma questão referente aos

---

[434] "[...] encore que cette matiere du Ciel ait plus de force à faire descendre cette pierre R vers T, qu'à y faire descendre l'air qui l'environne, elle ne doit pas tout de mesme en avoir plus à la pousser devant soy de l'Occident vers l'Orient, ny par consequent la faire mouvoir plus vite que l'air en ce sens là : considerez qu'il y a justement autant de cette matiere du Ciel, qui agit contre elle pour la faire descendre vers T, & qui y employe toute sa force, qu'il en entre de celle de la Terre en la composition de son corps; & que, d'autant qu'il y en entre beaucoup davantage, qu'en vne quantité d'air de pareille eflenduë, elle doit estre pressée beaucoup plus fort vers T, que n'est cét air; mais que, pour la faire tourner vers l'Orient, c'est toute la matiere du Ciel, contenuë dans le cercle R, qui agit contre elle, & conjointement contre toutes les parties terrestres de l'air contenu en ce mesme cercle : en sorte que, n'y en ayant point davantage qui agisse contre elle que contre cét air, elle ne doit point tourner plus viste que luy en ce sens là".

[435] "In micro-mechanical terms, both lateral and centripetal (or centrifugal) translations arise from corpuscular impact and must both be evaluated in these terms. If the stone is pushed more strongly in fall than the relevant volume of air, then why is it not also pushed more strongly by the lateral thrust of the medium?".

[436] "[…] because the local vortex spins on an axis coincident with that of the earth, fall on or near the earth should be in direction normal to the axis of rotation, not radially toward the centre of the earth".

[437] Uma crítica semelhante é feita pelos tradutores da edição inglesa dos *Princípios*, Valentine Miller e Reese Miller, à mesma concepção de Descartes apresentada nesta obra mais tardia: "[...] a concepção de que o peso resulta de uma circulação da matéria celeste que gira a Terra pareceria implicar que os objetos deveriam cair em direção ao eixo da Terra, ao invés de em direção ao seu centro" (nota de rodapé 11 em DESCARTES, 1982, p. 190, tradução nossa).

[438] "How in detail could Descartes consistently explain or reduce Stevin and Archimedes' rigorous, geometrical, and macro-descriptive hydrostatics to a full vortex theory of fall and weight?".

primeiros estudos de Descartes sobre hidrostática, ela está para além do escopo desta pesquisa. Todavia, esta crítica de Schuster busca jogar luz para o fato de que Descartes não tinha uma teoria dos vórtices completa ao ponto de conseguir proporcionar uma explicação para todos os fenômenos relevantes.

No período entre a composição do *Le Monde* e dos *Princípios*, Descartes também abordou a questão da queda dos corpos em algumas cartas. Por exemplo, em uma carta datada de 30 de julho de 1640, Descartes tenta explicar para Mersenne sua concepção acerca do *peso*:

> [...] [A]quilo que eu tomo pelo Peso, que eu digo vir daquilo que a Matéria sutil, girando muito rápido em torno da Terra, expulsa os Corpos Terrestres em direção ao Centro de seu Movimento, assim como você pode experimentar ao fazer a água girar em círculo em algum vaso grande e colocando dentro pequenos pedaços de madeira. Você verá que essas pequenas madeiras irão se juntar em direção ao meio do círculo que faz a água, e ali se sustentarão como faz a Terra no meio da Matéria sutil [...][439] (AT, III, pp. 134-135).

Descartes também apresenta uma explicação em uma carta para Regius, datada de novembro de 1641[440]:

> A causa por que os corpos colocados em redemoinhos são carregados em direção ao centro eu defendo ser porque a própria água, enquanto é movida circularmente em um redemoinho, tende em direção à parte exterior, então, portanto, os outros corpos que não têm tal movimento circular rápido se empurram rumo ao centro[441].

Dear (2005, p. 87) observa que, enquanto na carta para Mersenne Descartes apela para uma experiência, na carta para Regius, ele apresenta uma explicação interpretativa. Há ainda outra carta anterior para Mersenne, datada de 16 de outubro de 1639, na qual Descartes já tinha tentado explicar o mesmo fenômeno:

> Para entender como a matéria sutil que gira em torno da Terra expulsa os corpos pesados em direção ao centro, preencha algum vaso redondo com pequenas drágeas de chumbo e misture em meio a esse chumbo alguns pedaços de madeira, ou outra matéria mais leve do que esse chumbo, que sejam maiores do que essas drágeas. Depois, fazendo girar esse vaso muito rapidamente, você provará que essas pequenas drágeas banirão todos esses pedaços de madeira, ou outro tal material, em direção ao

[439] "[...] Ce que ie prens pour la Pesanteur, que ie dis venir de ce que la Matiere subtile, tournant fort viste autour de la Terre, chasse les Cors Terrestres vers le Centre de son Mouuement, ainsi que vous pourrez experimenter en faisant tourner de l'eau en rond en quelque grand vaisseau, & iettant dedans de petits morceaux de bois; vous verrez que ces petits bois iront s'assembler vers le milieu du cercle que fait l'eau, & s'y soustiendront comme fait la Terre au milieu de la Matiere subtile [...]".

[440] A tradução a seguir é uma tradução de Dear (2005, p. 87) da passagem original da carta de Descartes, em latim, que se encontra em AT, III, pp. 443-444.

[441] "The cause why bodies put into whirlpools are carried towards the centre I hold to be because the water itself, while it's moved circularly in a whirlpool, tends towards the outside, so therefore other bodies that do not have such rapid circular motion push themselves into the centre".

> centro do vaso, assim como a matéria sutil expulsa os corpos terrestres etc.[442] (AT, II, pp. 593-594).

A explicação que Descartes apresenta nos *Princípios* para a queda dos corpos é essencialmente a mesma que a apresentada no *Le Monde*. Nos *Princípios*, ele afirma que o que torna os corpos pesados é a ação da matéria sutil – isto é, a matéria dos *Céus* – que "[...] impele igualmente todas as partes de sua superfície em direção ao seu centro, e *que, devido somente a ela se mover em torno da Terra*, impele também em direção a *ela* todos os corpos que chamamos de pesados [...]"[443] (AT, IX-2, Parte IV, art. 20, p. 210, ênfase do autor). As partículas do *Céu* têm mais força para se afastar do centro da Terra, em torno do qual giram, do que as partículas da própria Terra, isto é, as do terceiro elemento.

> E é preciso destacar que a força com a qual a matéria do Céu tende a se afastar *do centro*[444] da Terra não pode ter seu efeito, se só *aquelas de suas partes que se afastam* sobem no lugar de algumas partes terrestres que *descem* ao mesmo tempo no delas. Pois, na medida em que não há espaço em torno da Terra que não seja preenchido por sua matéria ou bem pela aquela do Céu, e que todas as *partes do segundo elemento* que compõem aquele do Céu têm força semelhante, elas não banem uma à outra fora de seus lugares. Mas porque a mesma força não está na Terra, *quando se encontra alguma de suas partes mais afastada de seu centro que não sejam as partículas do Céu que podem subir em seu lugar, é certo que elas devem para lá subir, e, consequentemente, a fazer descer no seu*. Assim, cada um dos corpos que chamamos de pesados não é *impelido em direção ao centro da Terra* por toda a matéria do Céu que o envolve, mas somente pelas partes desta matéria que sobem em seu lugar quando ele desce, e que, consequentemente, são todas juntas exatamente tão grandes quanto ele[445] (AT, IX-2, Parte IV, art. 23, pp. 211-212, ênfase do autor).

A força que a matéria do *Céu* tem de se afastar do centro da Terra só existe porque suas partículas que assim se afastam "sobem", isto é, ocupam o lugar que era ocupado por partículas

---

[442] "Pour entendre comment la matière subtile qui tourne autour de la terre chasse les cors pesans vers le centre, remplissez quelque vaisseau rond de menues dragées de plomb, & meslez parmi ce plomb quelques pieces de bois, ou autre matiere plus legere que ce plomb, qui soient plus grosses que ces dragées ; puis, faisant tourner ce vaisseau fort promptement, vous esprouuerez que ces petites dragées chasseront toutes ces pieces de bois, ou autre telle matiere, vers le centre du vaisseau, ainsy que la matiere subtile chasse les cors terrestres, &c.".

[443] "[...] pousse également toutes les parties de sa superficie vers son centre..., & qui, par cela seul qu'elle se meut autour de la Terre..., pousse aussi vers elle tous les corps qu'on nomme pesans [...]".

[444] Dear (2005, p. 90) destaca que a expressão "*du centre*" foi adicionada na edição francesa de 1647 dos *Princípios.*

[445] "Et il faut remarquer que la force dont la matiere du Ciel tend à s'éloigner *du centre* de la Terre, ne peut auoir son effet, si ce n'est que *celles de ses parties qui s'en éloignent* montent en la place de quelques parties terrestres qui descendent au mesme temps en la leur. Car, d'autant qu'il n'y a aucun espace autour de la Terre qui ne soit remply de sa matiere ou bien de celle du Ciel, & que toutes les *parties du second element* qui composent celle du Ciel ont pareille force..., elles ne se chassent point l'vne l'autre hors de leurs places; mais pource que la mesme force n'est pas en la Terre, *lors qu'il se trouue quelqu'vne de ses parties plus éloignée de son centre que ne sont des parties du Ciel qui peuuent monter en sa place, il est certain qu'elles y doiuent monter, & par consequent la faire descendre en la leur*. Ainsi chacun des corps qu'on nomme pesans, n'est pas *poussé vers le centre de la Terre* par toute la matiere du Ciel qui l'enuironne, mais seulement par les parties de cette matiere qui montent en sa place lors qu'il descend, & qui par consequent sont toutes enfemble justement aussi grosses que luy".

terrestres que "descem"; em outras palavras, ocorre uma troca simultânea de lugar dessas partículas. No caso de um espaço onde só há partículas de matéria do *Céu*, não é possível essas partículas retirarem umas às outras de seus lugares, posto que todas elas têm a mesma força. Por outro lado, o espaço ao redor da Terra é ocupado tanto por partículas da matéria da Terra quanto por partículas da matéria do *Céu*. Se tomarmos um caso onde algumas partículas da matéria terrestre, que não têm a mesma força que as partículas do *Céu*, se encontram afastadas da Terra, entre as partículas do *Céu*, estas subirão sobre as da matéria terrestre, fazendo com que desçam.

Uma dificuldade com a qual a física de Descartes se depara é explicar a diferença de peso entre os objetos. Como observa Charalampous (2019, p. 327), "[…] se o cosmos é preenchido por uma única substância, tanto dentro quanto fora dos objetos, é muito difícil explicar a diferença entre os pesos dos objetos porque a teoria exclui variações entre as densidades da matéria"[446]. Além disso, volume e tamanho, na concepção cartesiana, são idênticos, o que, consequentemente, torna irrelevante "[...] diferenciar quantidades de matéria independentemente do tamanho delas. A matéria no cosmos cartesiano é identificada com a extensão espacial, o que parece descartar um conceito de densidade que considera a matéria por si"[447] (Ibid., pp. 327-328).

Mas Charalampous (2019, p. 331) também observa que "em um mundo no qual todo corpo é composto do mesmo tipo de material, faz sentido dizer que volumes iguais contêm quantidades de diferentes tipos de matéria, mesmo que esses diferentes tipos de matéria compartilhem a mesma substância em comum"[448]. De fato, Descartes aponta em uma carta para Mersenne, datada de 15 de novembro de 1638, que os corpos terrestres podem ser mais ou menos duros dependendo dos tipos de partículas das quais eles são compostos: "[...] quanto àquelas [partes] dos corpos terrestres, pode-se imaginá-las mais ou menos duras do que as outras, posto que elas podem novamente ser compostas de várias outras partes [...]"[449] (AT, II, p. 444).

Essa característica dos corpos decorre de seus poros. Os corpos compostos por partículas do terceiro elemento apresentam lacunas devido ao arranjo das partículas com diferentes

---

[446] "[…] if the cosmos is filled with a single substance both within and outside objects, it is very difficult to account for the difference between objects' weights because the theory excludes variations between matter densities".
[447] "[…] differentiating between matter quantities independently of their size. Matter in the Cartesian cosmos is identified with spatial extension, which appears to rule out a concept of density as regards matter per se".
[448] "In a world in which all body is made up of the same kind of stuff, it makes sense to say that equal volumes contain quantities of different types of matter, even as these different types of matter share the same substance in common".
[449] "[...] pour celles des cors terrestres, on les peut imaginer plus ou moins dures les vnes que les autres, à cause qu'elles peuuent derechef estre composées de plusieurs autres parties [...]".

formatos. Essas lacunas são seus poros, que são preenchidos pelas partículas do primeiro e do segundo elemento (Cf. AT, IX-2, Parte IV, art. 24-25, pp. 212-213). No que diz respeito ao ar, ele "[...] não é outra coisa que um amontoado de partes do terceiro elemento, que estão tão soltas e desconectadas umas das outras de tal modo que elas obedecem a todos os movimentos *da matéria* do Céu *que está entre elas* [...]"[450] (AT, IX-2, Parte IV, art. 45, p. 226, ênfase do autor). Em todo caso, Charalampous (2019, p. 333) aponta que "a postulação de poros dentro dos objetos [...] sugere variações nos tipos e quantidades de matéria nas quais um objeto possa consistir"[451]. É importante enfatizar que, na concepção de Descartes, todos os corpos possuem poros.

Na mesma carta para Mersenne de 15 de novembro de 1638, Descartes afirma que "[...] há menos poros no ouro e no chumbo do que no ferro [...]"[452] (AT, II, p. 444). Por terem menos poros, o ouro e o chumbo contêm menos partículas do segundo e do primeiro elemento, o que explicaria eles serem mais duros e mais pesados do que o ferro. Nos *Princípios*, Descartes compara os metais com pedaços de madeiras e pedras com o mesmo tamanho e formato, indicando as partículas do terceiro elemento e a quantidade menor de poros como o motivo para julgarmos os primeiros como sendo mais sólidos:

> Assim, nós vemos sobre essa terra que pedaços de ouro, de chumbo ou de outro metal conservam bem mais a agitação deles e têm muito mais força para continuar seu movimento quando eles são uma vez agitados do que pedaços de madeira ou de pedras do mesmo tamanho e de mesmo formato, o que faz com que julguemos que eles sejam mais sólidos, isto é, que esses metais têm neles mais matéria do terceiro elemento e menos poros que sejam preenchidos pela do primeiro ou do segundo[453] (AT, IX-2, Parte III, art. 122, p. 175).

Charalampous (2019, p. 334) resume a concepção de Descartes da relação entre os poros de um corpo e seu peso e densidade da seguinte maneira:

> Quanto mais matéria grossa [isto é, partículas do terceiro elemento] esteja incluída nessa densidade e quanto menos poros ela conter, mais duro e pesado um objeto será.

---

[450] "[...] n'est autre chose q'vn amas des parties du troisiéme element, qui sont deliées & tellement destachées les vnes des autres, qu'elles obeïssent à tous les mouuemens *de la matiere* du Ciel *qui est parmy elles* [...]".

[451] "The postulation of pores within objects […] suggests variations in the types and quantities of matter in which an object may consist".

[452] "[...] il y a moins de pores, dans l'or & le plomb, que dans le fer [...]".

[453] "Ainsi nous voyons sur cette terre, que des pieces d'or, de plomb, ou d'autre metal, conseruent bien plus leur agitation, & ont beaucoup plus de force à continuer leur mouuement, lors qu'elles sont vne fois ébranlées, que n'ont des pieces de bois ou des pierres de mesme grandeur & de mesme figure, ce qui fait que nous jugeons qu'elles sont plus solides : c'est à dire, que ces metaux ont en eux plus de la matiere du troisiéme element, & moins de pores qui soient remplis de celle du premier ou du second".

> Por outro lado, quanto mais matéria sutil [isto é, partículas do segundo elemento] no qual um corpo consistir, mais macio e leve ele será[454].

Tendo em vista, então, que um objeto pode ter diferentes proporções de partículas do primeiro, do segundo e do terceiro elemento, pode-se atribuir a esse fator a explicação para os diferentes pesos dos corpos, como afirma Charalampous (2019, p. 337):

> Para Descartes, um objeto tem a mesma densidade de matéria quanto qualquer outro objeto, de fato, mas essa densidade pode ser composta de um número de diferentes tipos de matéria. A proporção entre essas quantidades determina o peso do objeto, porque determina tanto sua solidez e elasticidade quanto sua força de resistência a ser colocado em movimento ou a ser parado, levando-o ao repouso[455].

É preciso enfatizar, porém, que o peso não é uma propriedade que está presente nos corpos tomados isoladamente. Inclusive, Descartes acredita que se são houvesse matéria sutil em torno da Terra, isto é, se a Terra fosse envolvida, na verdade, por um corpo que não impedisse nem "ajudasse" os movimentos de outros corpos – além de continuar a girar em torno de seu próprio eixo –, todas as partículas da Terra que não estivessem firmemente ligadas a ela se separariam e se distanciariam dela, rumando em direção ao céu (Cf. AT, IX-2, Parte IV, art. 21, pp. 210-211). Em outro momento nos *Princípios*, ele também destaca esse ponto ao apresentar objeções às teses de Demócrito:

> [...] [P]osto que ele [Demócrito] lhes [aos pequenos corpos dos quais todos os corpos sensíveis são compostos] atribuía peso, e eu nego que haja isso em qualquer corpo, na medida em que ele é considerado sozinho, porque é uma qualidade que depende da *relação mútua* que vários corpos têm uns com os outros [...][456] (AT, IX-2, Parte IV, art. 202, p. 320, ênfase do autor).

O mesmo vale para os planetas, como ele aponta em uma carta para Mersenne datada de 13 de julho de 1638:

> [...] [O]s Planetas que não têm por si mesmos luz, como a Lua, Vênus, Mercúrio etc., sendo, como é provável, corpos com a mesma matéria da Terra, e os céus sendo líquidos, assim como julgam quase todos os Astrônomos desse século, parece que

---

[454] "The more coarse matter that is included in this density and the fewer pores it contains, the harder and heavier an object will be. Conversely, the more subtle matter in which a body consists, the softer and lighter it will be".
[455] "For Descartes, an object has the same density of matter as any other object indeed, but this density can be composed of a number of different types of matter. The ratio between these quantities determines the object's weight because it determines both its solidity and elasticity, and its strength of resistance to being set in motion or to being halted to a rest".
[456] "[...] à cause qu'il leur attribuoit de la pesanteur, & moy je nie qu'il y en ait en aucun corps, en tant qu'il est consideré seul, pource que c'est vne qualité qui depend du *mutuel rapport* que plusieurs corps ont les vns aux autres [...]".

> esses planetas deveriam ser pesados e cair em direção à Terra, se a grande distância deles não lhes tivesse retirado completamente essa inclinação[457] (AT, II, pp. 225-226).

No que diz respeito ao comportamento das marés[458], Descartes o relaciona com a órbita da Lua. Para tornar sua explicação a mais clara possível, ele faz uso da seguinte ilustração:

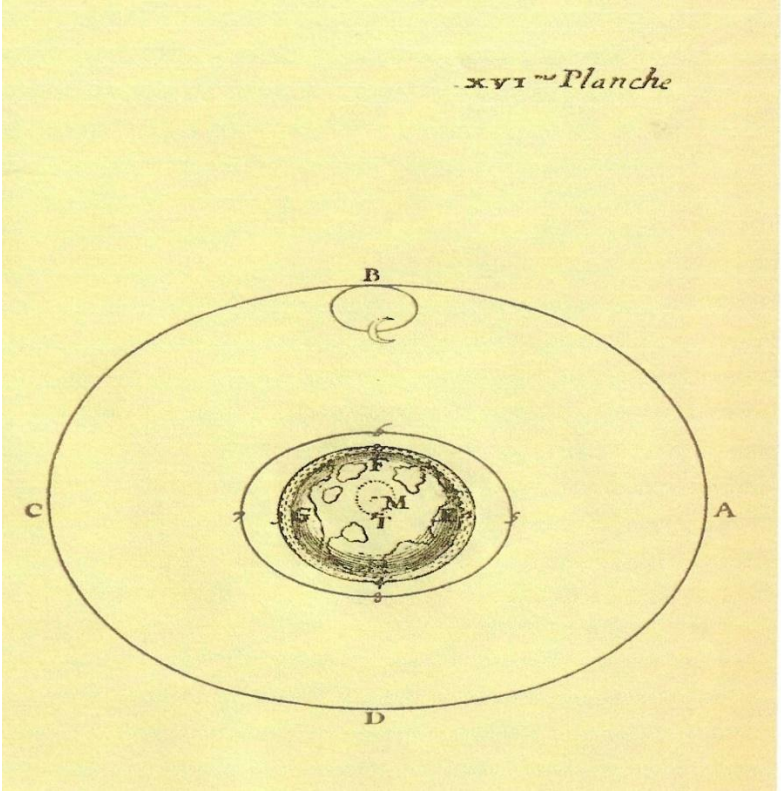

Figura 4: *Planche* XVI *Apud* AT, IX-2

Nessa ilustração, o círculo ABCD representa o vórtice no qual estão localizadas a Terra e a Lua. O pequeno círculo abaixo da letra B representa a Lua. O círculo ABCD gira em torno do Sol, transportando a Terra e a Lua consigo. A superfície da Terra é representada pelo círculo EFGH, enquanto que o círculo 1234 representa o mar cobrindo toda essa superfície – Descartes representa a Terra dessa forma para tornar sua explicação mais fácil de ser compreendida, ao invés de tentar apresentar uma ilustração mais fiel do planeta. O círculo 5678, por sua vez, representa a camada de ar que envolve a Terra e seus mares. O ponto T indica o centro da Terra

[457] "[...] les Planetes qui n'ont point en soy de lumiere, comme la Lune, Venus, Mercure, &c., estant, comme il est probable, des cors de mesme matiere que la terre, & les cieux estant liquides, ainsy que iugent presque tous les Astronomes de ce siecle, il semble que ces planetes deuroient estre pesantes & tomber vers la terre, si ce n'estoit que leur grand éloignement leur en oste entierement l'inclination".

[458] Apresentamos aqui a explicação de Descartes presente nos *Princípios*. A explicação presente no *Le Monde* (Cf. AT, XI, pp. 80-83) é, de modo geral, a mesma, de modo que optamos por destacar suas poucas diferenças em notas de rodapé.

e o ponto M, o centro do vórtice. A pequena elipse pontilhada próxima a M representa o percurso do centro da Terra durante um mês sinódico.

Esclarecidos os diferentes símbolos contidos nessa ilustração, podemos agora nos voltar propriamente para a explicação de Descartes da influência da Lua sobre os mares da Terra (Cf. AT, IX-2, Parte IV, art. 49, p. 228). Em sua concepção, a Lua é responsável por o centro da Terra (T) não coincidir com o centro do vórtice (M). Digamos que a Lua esteja localizada próxima ao ponto B. Nesse caso, o centro da Terra (T) deve se situar entre o ponto D e o centro do vórtice (M). Aqui é preciso ter em mente que a matéria celeste, que transporta a Terra e a Lua, se move mais rápido do que elas. A Lua estando localizada próxima ao ponto B, se o centro da Terra (T) não ficasse mais distante do ponto B do que do ponto D, então a presença da Lua no ponto B impediria a matéria celeste de fluir "tão livremente" entre os pontos B e T quanto entre os pontos D e T. Além disso, considerando que a localização da Terra no vórtice é determinada pela "igualdade de forças" que atuam sobre todos os seus lados, então infere-se que a Terra deve ser deslocada de modo a se aproximar um pouco mais do ponto D quando a Lua está no ponto B, evitando que a matéria celeste do vórtice não exerça uma pressão maior sobre o ponto F do que sobre o ponto H. O mesmo vale para os outros pontos. Por exemplo, se a Lua estiver no ponto C, a Terra deve se afastar um pouco em direção ao ponto A, localizando-se entre este e o ponto M. A Terra sempre se afastará um pouco da Lua. Ainda considerando o caso em que a Lua se localize no ponto B, Descartes defende que também se segue daí que o espaço entre os pontos B e T – assim como o espaço entre os pontos D e T – se tornará mais estreito para a matéria celeste fluir. Consequentemente, a Lua estando no diâmetro BD, a matéria celeste fluirá com mais rapidez nesses espaços (BT e DT), produzindo mais pressão sobre as superfícies de água e ar que estivessem na mesma linha deste diâmetro. Em outras palavras, se a Lua está no diâmetro BD, os pontos 6, 2, 4 e 8 sofrem mais pressão do que se a Lua estivesse no diâmetro CA. Agora, posto que tanto o ar quanto a água são considerados corpos líquidos, eles cedem quando são pressionados e fluem para outros lugares. Logo, se a Lua estiver no ponto B, as águas (assim como o ar acima delas) localizadas nos pontos 2 e 4, sobre os pontos F e H, devem ser menos profundas; assim como devem ser mais profundas as localizadas nos pontos 1 e 3, sobre os pontos G e E. Schuster (2013b, p. 484) explica que "o motivo para a depressão no lado oposto da Terra em relação à Lua é que o deslocamento da Terra estreita o vórtice no lado oposto, levando ao mesmo incremento de velocidade vorticosa na região acima de H"[459].

[459] "the reason for the depression on the opposite side of the Earth from the moon is that the displacement of the Earth narrows the vortex on the opposite side, leading to the same increased vortical speed in the region above H".

Considerando que a Terra gira em torno de seu próprio eixo a cada vinte e quatro horas, estaríamos inclinados a inferir que, em seis horas, o ponto F passará a estar localizado onde agora está o ponto G e, depois de mais seis horas, estará no ponto H e assim por diante. Descartes observa, entretanto, que a Lua também se move do ponto B ao ponto C, por exemplo (Cf. AT, IX-2, Parte IV, art. 50, p. 229). Ela demora, porém, um mês para realizar a órbita ABCD. Tendo isso em vista, Descartes afirma que:

> [...] [A] Lua, que também realiza uma volta em um mês *no vórtice* BCDA, avança um pouco de B para C *durante as seis horas que o ponto da Terra marcado como F toma para ser transportado até o lugar onde está agora G*, de modo que esse ponto marcado como F não deve só tomar seis horas, mas também em torno de doze minutos[460] a mais para chegar ao local onde o mar tem sua maior altura, que será, então, um pouco depois de G, devido à Lua *ter avançado* [...][461] (AT, IX-2, Parte IV, art. 50, p. 229, ênfase do autor).

Esse mesmo processo ocorreria em relação aos outros pontos da circunferência, o que leva Descartes a concluir que "[...] o mar deve tomar por volta de doze horas e vinte e quatro minutos para subir e descer em cada lugar"[462] (AT, IX-2, Parte IV, art. 50, p. 229). Também é preciso notar que o vórtice ABCD não é exatamente redondo, de modo que:

> [...] [A]quele de seus diâmetros [do vórtice] no qual a Lua se encontra, sendo cheia ou nova, é o menor de todos; e aquele que o intersecta em ângulos retos é o maior [...]. De onde se segue que *a presença da Lua comprime mais as águas do mar*, e as faz aumentar ou diminuir mais, quando ela está cheia ou nova do que quando somente está na fase intermediária[463] (AT, IX-2, Parte IV, art. 51, p. 229, ênfase do autor).

Descartes ainda aponta que, como o plano da Lua é próximo ao da Eclíptica, e que a Terra gira em torno do seu próprio eixo no plano do Equador, esses dois planos se interseccionam nos equinócios e ficam mais afastados um do outro nos solstícios. A partir disso, Descartes infere que "[...] é [...] *no período dos equinócios* que *a Lua age mais diretamente*

---

[460] No *Le Monde*, Descartes utiliza a expressão "a quinta parte de uma hora" (Cf. AT, XI, p. 82).

[461] "[...] la Lune, qui fait aussi vn tour en vn mois *dans le tourbillon* BCDA s'auance quelque peu de B vers C, *pendant les six heures que l'endroit de la Terre marqué F employe à estre transporté jusques au lieu où est maintenant G*, en sorte que ce point marqué F... ne doit pas seulement employer six heures, mais aussi enuiron douze minutes de plus, pour paruenir jusques au lieu de la plus grande hauteur de la mer, qui sera pour lors vn peu au delà de G, à cause de ce que la Lune *se sera cependant auancée*...; [...]".

[462] "[...] la mer doit employer enuiron douze heures & vingt-quatre minutes à monter & descendre en chaque lieu".

[463] "[...] celuy de ses diametres dans lequel la Lune se trouue, estant pleine ou nouuelle, est le plus petit de tous ; & celuy qui le coupe à angles droits est le plus grand [...]. D'où il suit que *la presence de la Lune presse davantage les eaux de la mer*, & les fait hausser & baisser dauantage, lors qu'elle est pleine ou nouuelle, que lors qu'elle n'est qu'à demy pleine".

contra a Terra, e que assim torna as marés maiores"[464] (AT, IX-2, Parte IV, art. 52, p. 229, ênfase do autor).

Essa capacidade da Lua de mover as águas dos oceanos e dos mares não está presente nas dos lagos e das lagoas, posto que suas superfícies na Terra não são grandes o suficiente de modo a ter uma determinada região que seja mais pressionada do que a outra (Cf. AT, IX-2, Parte IV, art. 55, p. 231). No que diz respeito ao fluxo e refluxo das águas dos oceanos nas praias e nas costas, Descartes alega que eles são diferentes daqueles das águas que se encontram "no meio" dos oceanos por causa de suas irregularidades (Cf. AT, IX-2, Parte IV, art. 55, p. 231). Nesse sentido, existem uma série de fatores que influenciam o fluxo e refluxo das águas nessas regiões, como o tipo de percurso que as águas que se encontram "no meio" dos oceanos terão que realizar até chegar à costa, o próprio contorno da costa e os ventos que podem alterar o curso dessas águas[465] (Cf. AT, IX-2, Parte IV, art. 56, p. 231).

Schuster (2013b, p. 485) aponta para duas peculiaridades da teoria de Descartes. A primeira delas é o fato de Descartes estabelecer que as águas opostas e diretamente abaixo da Lua ficam mais rasas, diferenciando-se nesse aspecto de outras teorias de seus contemporâneos. A segunda se trata de uma implicação da teoria que Descartes não aborda.

> [...] [O] peso dos corpos, que surge da tendência centrífuga das *boules* do vórtice [ou seja, das partículas do segundo elemento que envolvem a Terra], deveria aumentar notavelmente sob a Lua. Afinal, se a velocidade aumentada das *boules* pode deslocar a Terra e causar as marés, ele deveria exercer algum efeito sobre os fenômenos do peso. Seja por omissão ou por desígnio, Descartes ignora essa questão[466] (Ibid., p. 485).

Após ter apresentado a teoria dos vórtices de Descartes e suas explicações para uma série de fenômenos que posteriormente seriam atribuídos à gravidade, resta fazer uma avaliação do mecanicismo de Descartes como um todo e em que medida se pode atribuir uma importância da matemática para suas explicações dos fenômenos da natureza.

---

[464] "[...] c'est [...] *au temps des equinoxes*, que *la Lune agit le plus directement contre la Terre, & ainsi* rend les marées plus grandes".

[465] No *Le Monde*, Descartes considera apenas a disposição (*situation*, em francês) das costas do mar e os ventos (Cf. AT, XI, p. 83).

[466] "[…] the weight of bodies, which arises from the centrifugal tendency of the *boules* of the vortex, should increase markedly under the moon. After all, if the increased speed of the *boules* can displace the Earth and cause the tides, it should have some effect on the phenomena of weight. Whether by omission or design, Descartes ignores this issue".

2.3. O mecanicismo e a matemática

Antes de especificarmos em que sentido a física cartesiana é mecanicista, vale fazer alguns breves comentários acerca da *Géométrie* de Descartes, obra que exerceu uma grande influência no século XVII, inclusive no próprio Newton.

A *Géométrie* foi primeiro publicada em 1637. Em 1649, a obra foi traduzida do francês para o latim por van Schooten, com notas de F. de Beaune. Posteriormente, em 1659-1661, houve uma segunda edição latina que acrescentava contribuições de De Witt, Hudde, Van Heuraet, Bartholinus e van Schooten. Segundo Mancosu (1996, pp. 65-66), a obra é dividida em três partes: uma sobre problemas de construção que exigem apenas linhas retas e círculos, outra sobre a natureza de linhas curvas e a última trata sobre a construção de problemas "sólidos e supersólidos". O primeiro livro da obra contém uma interpretação geométrica do cálculo aritmético e uma solução do problema das quatro linhas de Papo de Alexandria[467]. Sobre o segundo livro, destacamos apenas que, além de apresentar uma nova classificação das curvas, também é introduzido o método de tangentes[468]. O terceiro livro contém a análise algébrica de raízes de equações.

Guicciardini (2009, p. 32-33), por sua vez, destaca os seguintes aspectos da obra:

> [...] [N]a *Géométrie* não se encontra os eixos de coordenada cartesianos nem novas curvas traçadas a partir de suas equações. Antes, coordenadas (oblíquas) são introduzidas ao escolher certas direções integradas na dada figura, e as curvas são mais frequentemente postuladas por definições geométricas (por exemplo, quando uma elipse é definida como uma seção de um plano com um cone) ou introduzidas como traçadas pelo movimento. Equações são subsequentemente derivadas da dada figura e servem como mecanismos simbólicos úteis para abreviar relações geométricas[469].

O destaque da *Géométrie* estava em parte relacionado com outra obra matemática bastante discutida à época, a *Colletio Mathematica* de Papo de Alexandria. Segundo Guicciardini (2009, p. 33), essa obra foi redescoberta em 1588. Seu sétimo livro, consistia em uma apresentação incompleta de obras que, segundo Papo, tratavam de um método seguido pelos antigos geômetras, o método de análise. No início deste livro, havia uma passagem

---

[467] Sobre a solução de Descartes para esse problema, confira MANCOSU, 1996, pp. 68-71.
[468] Sobre o método de tangentes, confira MANCOSU, 1996, pp. 79-81.
[469] "[…] in the *Géométrie* one can find neither Cartesian coordinate axes nor new curves plotted from their equations. Rather (oblique) coordinates are introduced by choosing certain directions embedded in the given figure, and curves are most often posited by geometrical definitions (e.g., when an ellipse is defined as a section of a plane with a cone) or introduced as traced by motion. Equations are subsequently derived from the given figure and serve as symbolic devices useful for abbreviating geometrical relations".

obscura na qual matemáticos do século XVII acreditavam estar oculta a chave para o método de descoberta dos antigos[470]. Nela, Papo faz uma distinção entre a análise e a síntese, sendo que sua descrição desses métodos contém uma série de ambiguidades (Cf. GUICCIARDINI, 2009, pp. 34-35).

> A análise (*resolutio*) era frequentemente concebida como um método de descoberta ou problema de solução que, trabalhando de passo a passo retroativamente daquilo que é procurado como se já tivesse sido alcançado, eventualmente se chega ao que é conhecido. A síntese (*compositio*) segue outra via: ela começa a partir do que é conhecido e, trabalhando através das consequências, chega-se ao que é procurado[471] (GUICCIARDINI, 2009, p. 34).

Descartes defende a superioridade dos métodos analíticos, como explica Mancosu (1996, p. 84):

> Descartes alega que os métodos analíticos, ao mostrarem como um resultado é obtido, também mostram por que o resultado se sustenta e, portanto, a análise merece ser considerada como a forma paradigmática de uma forma *a priori*. Mais que isso, Descartes alega que a superioridade do método analítico vem do fato de que as provas obtidas ao se aplicá-lo são causais ostensivas e, portanto, superiores às provas por contradição[472].

Calazans (2023, pp. 188-189) destaca que a análise é caracterizada como uma etapa inventiva, que aponta o caminho a ser percorrido na resolução de um problema, ao passo que a síntese é considerada uma etapa demonstrativa, que parte do que foi alcançado na análise. Nesse sentido, a análise permite realizar um exame das relações entre elementos procurados e fornecidos. Ao encontrar uma relação, é possível determinar os elementos desconhecidos a partir daqueles conhecidos.

Segundo Guicciardini (2009, p. 37), no início do século XVII, havia uma crença amplamente compartilhada de que a álgebra simbólica moderna capturava alguns aspectos da análise dos gregos antigos. No caso de Descartes, ele associava a álgebra com a análise, concebendo a primeira como modelada no método de análise descrito por Papo (Cf. GUICCIARDINI, pp. 39-40).

---

[470] Essa passagem é apresentada em GUICCIARDINI, 2009, pp. 33-34.

[471] "Analysis (*resolutio*) was often conceived of as a method of discovery or problem solving that, working step by step backward from what is sought as if it had already been achieved, eventually arrives at what is known. Synthesis (*compositio*) goes the other way round: it starts from what is known and, working through the consequences, arrives at what is sought".

[472] "Descartes claims that analytic methods, by showing how a result is obtained, also show why the result holds, and therefore analysis deserves to be considered as the paradigmatic form of a priori proof. Moreover, Descartes claims the superiority of the analytic method comes from the fact that the proofs obtained by applying it are causal, ostensive, and therefore superior to proofs by contradiction".

Na *Géométrie*, Descartes propõe que os problemas geométricos podem ser traduzidos para a álgebra, de modo que, na análise desses problemas, deveríamos aplicar o simbolismo algébrico e a formulação de equações. Assim, Descartes propunha que um problema geométrico fosse traduzido em uma equação, sendo que ele interpretava as operações algébricas como operações fechadas em segmentos. Guicciardini (2009, p. 38) observa que a interpretação de Descartes das operações algébricas foi inovadora, tendo prosseguido de acordo com o método de Papo de análise e síntese.

Descartes alega que qualquer problema de geometria pode ser reduzido em termos que basta o conhecimento dos comprimentos de certas linhas retas para realizar sua construção, de modo que todos os problemas da geometria podem ser construídos, sendo a construção de tais problemas equivalentes à construção da raiz de uma equação de segundo grau (Cf. MANCOSU, 1996, p. 66). Para justificar essa concepção, Descartes explica como o cálculo aritmético está relacionado com as operações da geometria, mostrando como é possível realizar a adição, subtração, multiplicação, divisão e extração de raízes através de segmentos (Cf. MANCOSU, 1996, pp. 66-67).

Descartes defende que através de sua estratégia é possível resolver todos os problemas da geometria. Mancosu (1996, pp. 67-68) a divide em três etapas. Na primeira delas, assume-se que o problema já foi solucionado e nomes são dados a todas as linhas que aparentam ser necessárias para solucioná-lo. Na segunda etapa, analisa-se o problema descobrindo a relação que existe entre as linhas, ignorando a diferença entre as conhecidas e não conhecidas, chegando-se a uma ou mais equações. Na última etapa, constrói-se a equação, sendo que suas raízes devem ser encontradas geometricamente.

No que diz respeito à etapa de reduzir o problema a uma equação, Guicciardini (2009, pp. 40-41) destaca que ela é algébrica. Aqui vale destacar que Descartes fazia uma distinção entre os problemas geométricos determinados e os indeterminados. Caso a equação tivesse uma variável, então o problema era considerado determinado, sendo que "as raízes reais da equação corresponderiam às finitamente muitas soluções do problema"[473] (GUICCIARDINI, 2009, p. 41). Na etapa de construção da equação, a construção era realizada pela intersecção de curvas. Escolhe-se duas curvas cujas intersecções determinam os segmentos, de modo que os comprimentos dos segmentos representam as "finitamente muitas raízes reais da equação" (Cf. GUICCARDINI, 2009, p. 41). A construção pela intersecção de curvas geralmente também era seguida por uma prova geométrica.

[473] "The equation's real roots would correspond to the finitely many solutions of the problem".

Papo fazia uma distinção dos problemas geométricos em planos, sólidos e lineares. Os problemas planos são aqueles que podem ser construídos através de linhas retas e círculos; os problemas sólidos são aqueles que podem ser construídos através do uso de cônicas; e os problemas lineares são aqueles que exigem linhas mais complexas, como as espirais, as quadratrizes, as conchoides e as cissoides. Descartes era crítico a essa distinção. Como aponta Mancosu (1996, p. 72), na concepção de Descartes, deveríamos assumir como geométrico somente aquilo que é preciso e exato. A mecânica, por sua vez, não poderia ser classificada dessa forma, como fica claro na seguinte passagem da *Géométrie*:

> Não obstante, parece-me muito claro que se fizermos a suposição usual de que a geometria é precisa e exata, enquanto que a mecânica não é, e se pensarmos a geometria como a ciência que fornece um conhecimento geral das medidas de todos os corpos, então não temos mais direito de excluir as curvas mais complexas do que as mais simples, posto que elas podem ser concebidas como descritas por um movimento contínuo ou por vários movimentos sucessivos, cada movimento sendo completamente determinado por aqueles que precedem, pois, dessa forma, um conhecimento exato da magnitude de cada é sempre obtenível[474] (DESCARTES, 1952, p. 316 *apud* MANCOSU, 1996, p. 72).

Isso tem implicações para a questão de quais curvas[475] podem ser admitidas na geometria. Para Descartes, as curvas geométricas[476] deveriam ser aceitas. Guicciardini (2009, p. 47) observa que, na concepção de Descartes, uma curva geométrica "[...] pode ser concebida como descrita por dois movimentos cuja relação é medida exatamente [...]"[477]. Mancosu (1996, p. 73) aponta que Descartes defende que todas as curvas geométricas são expressas por uma equação algébrica finita. O grau da equação algébrica é o que permite definir a simplicidade de uma dada curva geométrica. Esse aspecto é importante porque, para Descartes, obtém-se uma solução aceitável para um problema apenas quando se emprega a curva mais simples possível, sendo que "a complexidade da curva é medida pelo grau da equação pela qual elas podem ser expressadas"[478] (MANCOSU, 1996, p. 81). Nas palavras de Guicciardini (2009, p. 47), quando se trata de problemas determinados, "[...] ao construir a equação, deve-se escolher entre as

---

[474] "Nevertheless, it seems very clear to me that if we make the usual assumption that geometry is precise and exact, while mechanics is not; and if we think of geometry as the science which furnishes a general knowledge of the measurements of all bodies, then we have no more right to exclude the more complex curves than the simpler ones, provided they can be conceived of as described by a continuous motion or by several successive motions, each motion being completely determined by those which precede; for in this way an exact knowledge of the magnitude of each is always obtainable".

[475] A classificação de Descartes dos diferentes tipos de curva é discutida em GUICCIARDINI, 2009, p. 43 e MANCOSU, 1996, pp. 71-79.

[476] As curvas geométricas são chamadas por nós hoje de algébricas, ao passo que as curvas mecânicas são o que hoje chamamos de curvas transcendentais (Cf. GUICCIARDINI, 2009, p. 42).

[477] "[...] can be conceived of as described by two motions whose relation is measured exactly […]".

[478] "The complexity of the curve is measured by the degree of the equation by which they can be expressed".

curvas admissíveis (isto é, geométricas) aquelas que são *loci* de equações polinomiais do menor grau"[479].

No caso das curvas mecânicas, Descartes as excluía do âmbito da geometria. Guicciardini (2009, p. 44) observa que as passagens na *Géométrie* nas quais Descartes caracteriza as curvas mecânicas não são claras, mas ele afirma que "[...] curvas mecânicas são geradas por dois movimentos separados que não têm relação exata mensurável"[480]. Em outras palavras, as curvas mecânicas são descritas através de dois movimentos cuja relação não pode ser medida com exatidão. Nesse mesmo sentido, Mancosu (1996, pp. 82-83) aponta que, na concepção de Descartes, a construção das curvas mecânicas envolve processos infinitos de aproximação que não podem ser exatos. Assim, Descartes teria buscado excluir construções que gerassem curvas mecânicas. Mancosu (1996, p. 77) ainda destaca outros fatores que Descartes apresenta para essa rejeição: por um lado, apenas pontos especiais podem ser construídos em curvas mecânicas; por outro, na geometria, não podemos admitir linhas que às vezes são retas e às vezes curvas, porque a proporção entre esses dois tipos de linha não é conhecida, de modo que não é possível inferir nada de exato e certo sobre elas[481].

Guicciardini (2009, pp. 45-46) explica que, embora a álgebra proporcionasse a Descartes um método para a construção de curvas, seus resultados não eram exatos. A álgebra permite realizar a representação de uma curva como o conjunto de pontos em um plano, mas isso se torna um problema caso se queira trabalhar com a intersecção de curvas. Para definir curvas, Descartes faz uso de mecanismos de traço[482], que geram curvas pelo movimento contínuo, o que permite conceber os pontos de intersecção como exatamente determinados. Assim, essas descrições orgânicas de curvas geométricas permitiam determinar suas intersecções com exatidão. No entanto, cabe ressaltar que, embora faça uso de pontos para a construção de curvas, Descartes defende que não são todas as construções realizadas por esses meios que devem ser permitidas na geometria. Por exemplo, a quadratriz e a espiral[483] são

---

[479] "[…] in constructing the equation one must choose from among the admissible (i.e., geometrical) curves those that are loci of polynomial equations of lowest degree".

[480] "[…] mechanical curves are generated by two separate motions that have no exact measurable relation".

[481] Mancosu (1996, pp. 78-79) também defende que um dos critérios que Descartes leva em consideração para excluir as curvas mecânicas é que elas podem ser utilizadas para quadrar o círculo, apontando que, em uma carta de 31 de março de 1638, Descartes afirma que a quadratura do círculo é um problema impossível. Mancosu ainda observa que a quadratura do círculo era um tópico bastante discutido no século XVII, sendo que só em 1882 provou-se que não há quadratura algébrica do círculo. Tendo em vista nossos objetivos, não cabe aqui discutir esta tese, que é elaborada em MANCOSU, 1996, p. 79.

[482] Guicciardini (2009, p. 46) aponta que o uso de instrumentos para traçar curvas é conhecido como "descrição orgânica de curvas".

[483] Mancosu (1996, p. 77) destaca que, na *Géométrie*, Descartes menciona explicitamente apenas a quadratriz e a espiral como exemplos de curvas mecânicas.

rejeitadas por ele, curvas mecânicas que, como observamos anteriormente, são geradas por dois movimentos diferentes que não têm entre eles uma relação que possa ser medida com exatidão (Cf. MANCOSU, 1996, p. 73).

Em relação aos problemas geométricos indeterminados, eles são aqueles nos quais a análise algébrica leva a uma equação com duas ou mais variáveis, admitindo, portanto, uma infinidade de soluções. Segundo Guicciardini (2009, pp. 47-48), Descartes costumava considerar os assim chamados "problemas de *locus*" (*locus problems*), que eram os problemas reduzidos a equações polinomiais com duas variáveis, sendo que suas infinitas soluções formavam um *locus* unidimensional em um plano, ou seja, uma curva ou uma linha reta. A álgebra seria a ferramenta utilizada nos problemas de *locus* para reduzi-los a equações para, em seguida, realizar a construção geométrica.

Descartes defende que a construção de uma curva nesses casos deveria ocorrer por meio de pontos, através da escolha de valores arbitrários para uma variável, permitindo obter uma sucessão de vários pontos arbitrários na curva (Cf. GUICCIARDINI, 2009, p. 48). Como não era permitido através desse procedimento usar curvas como meio de construção, não era possível através dele determinar a intersecção de duas curvas com exatidão. É importante apontar que há outras abordagens para a construção de curvas ao longo da *Géométrie*, como baseada na teoria das cônicas ou na geração de curvas por movimento (Cf. GUICCIARDINI, 2009, pp. 48-49).

Voltando a tratar do mecanicismo, Hattab (2019, pp. 125-127) identifica cinco diferentes sentidos que permitem classificar a física cartesiana como tal. O primeiro sentido está relacionado à metodologia que Descartes alega seguir, como ele afirma na Regra 8 das *Regras*: "Nosso método, de fato, imita os procedimentos das artes mecânicas, que não precisam de outros métodos além dos seus próprios, e que fornecem suas próprias instruções para fazer suas próprias ferramentas"[484] (CSM, vol. 1, p. 31).

Encontra-se outro sentido no *Discurso do Método*, onde Descartes identifica as regras da mecânica com as regras da natureza[485]: "[...] conforme as regras da Mecânica, que são as mesmas que aquelas da natureza [...]"[486] (AT, VI, p. 54). No terceiro sentido, a física cartesiana é mecanicista porque ele faz deduções a partir de princípios da geometria. Hattab (2019, p. 126)

[484] "our method in fact resembles the procedures in the mechanical arts, which have no need of methods other than their own, and which supply their own instructions for making their own tools". O texto original, em latim, encontra-se em AT, X, p. 397.
[485] Hattab (2019, p. 126) também indica outra passagem, numa carta de Descartes para Debeaune, onde Descartes alega que toda sua física é mecânica.
[486] "[...] selon les regles des Mechaniques, qui sont les mesmes que celles de la nature [...]".

destaca que o comprometimento de Descartes com essa concepção é perceptível desde o período da publicação do *Discurso* até os *Princípios*. Essa concepção fica clara na seguinte passagem desta última obra:

> Mas eu também desejo destacar que, embora eu tenha aqui tentado explicar todas as coisas materiais, eu não me servi, porém, de nenhum princípio que não tivesse sido recebido e *aprovado* por Aristóteles e por todos os outros filósofos que estiveram no mundo. De modo que essa filosofia não é nova, mas a mais antiga e a mais vulgar que se possa existir. Pois eu *somente* considerei o formato, o movimento e o tamanho de cada corpo, nem examinei outra coisa senão o que as leis da mecânica, da qual a verdade pode ser provada por uma infinidade de experiências, ensinam dever se seguir do encontro mútuo dos corpos *que têm diversos tamanhos ou formatos ou movimentos*[487] (AT, IX-2, Parte IV, art. 200, p. 318, ênfase do autor).

O quarto sentido em que a física cartesiana é mecanicista diz respeito a ela ser tanto matemática quanto prática, como se percebe em uma carta para Regius, datada de janeiro de 1642: "formas essenciais explicadas à nossa maneira, por outro lado, dão razões manifestas e matemáticas para as ações naturais, como pode ser visto em relação à forma comum do sal na minha *Meteorologia*"[488] (CSMK, vol. 3, p. 209).

Por fim, a física cartesiana é mecanicista no sentido de que Descartes, em suas obras mais tardias, defende uma identificação ontológica entre as coisas da natureza e os artefatos do ser humano, de modo a tentar indicar que as explicações proporcionadas pela física não diferem das explicações do funcionamento das máquinas. Vale notar que, nos *Princípios*, ele adota a estratégia de descrever o Universo como se fosse uma máquina, como ele declara na seguinte passagem: "pois até aqui eu descrevi essa Terra, e, *de modo geral*, todo o mundo visível, como se fosse somente uma máquina na qual só há de se considerar os formatos e os movimentos *de suas partes* [...]"[489] (AT, IX-2, Parte IV, art. 188, p. 310, ênfase do autor). Ele defende essa abordagem alegando que é melhor tomar como modelo o que acontece nos corpos perceptíveis para explicar o que ocorre no campo imperceptível do que inventar noções que não têm relação

---

[487] "Mais je desire aussi qu'on remarque que, bien que j'aye icy tasché de rendre raison de... toutes les chofes materielles, je ne m'y suis neantmoins seruy d'aucun principe qui n'ait esté reçeu & *approuué* par Aristote & par tous les autres Philosophes qui ont jamais esté au monde; en forte que cette Philosophie n'est point nouuelle, mais la plus ancienne & la plus vulgaire qui puisse estre. Car je *n'ay rien du tout* consideré *que* la figure, le mouuement & la grandeur de chaque corps, ny examiné aucune autre chose que ce que les loix des mechaniques, dont la vérité peut estre prouuée par vne infinité d'expériences..., enseignent deuoir suiure de ce que des corps *qui ont diuerfes grandeurs, ou figures, ou mouuemens*, se rencontrent ensemble".

[488] "Essential forms explained in our fashion, on the other hand, give manifest and mathematical reasons for natural actions, as can be seen with regard to the common form of salt in my *Meteorology*". A passagem original, em latim, encontra-se em AT, III, p. 507.

[489] "Car jusques icy j'ay décrit cette Terre, & *generalement* tout le monde visible, comme si c'estoit seulement vne machine en laquelle il n'y eust rien du tout à considerer que les figures & les mouuemens *de ses parties* [...]".

alguma com o que sentimos, como é o caso das noções de matéria primeira, formas substanciais etc. (Cf. AT, IX-2, Parte IV, art. 201 pp. 319-320).

De fato, Descartes admite que o estudo das máquinas teve papel importante para elaborar suas explicações do que ocorre no nível microscópico. Mais que isso, ele alega que as regras da mecânica pertencem à física.

> O que o exemplo de vários corpos, produzidos pelos artifícios dos homens, muito me serviram, pois eu não reconheço nenhuma diferença entre as *máquinas que fazem os artesãos* e os diversos corpos *que a natureza sozinha produz*, senão que os efeitos das máquinas só dependem do *agenciamento de* certos *canos, ou molas, ou outros* instrumentos, que, *devendo ter alguma proporção das mãos daqueles que os fazem*, são sempre tão grandes que *seus formatos e movimentos* se possam ver, ao passo que *os canos ou molas* que causam os efeitos dos corpos naturais são comumente muito pequenos para serem percebidos pelos nossos sentidos. E é certo que todas as *regras* da Mecânica pertencem à Física, *de modo que todas as coisas que são artificiais, são com isso naturais.* Pois, *por exemplo*, quando um relógio marca as horas por meio das rodas das quais ele é feito, isso não lhe é menos natural do que é a uma árvore de produzir seus frutos. Eis por que do mesmo modo que *um relojoeiro*, ao ver *um relógio que ele não fez*, pode comumente julgar, de algumas de suas partes que ele examina, que elas são todas as outras que ele não vê. Assim, ao considerar os efeitos e as partes sensíveis dos corpos naturais, eu busquei saber quais devem ser aquelas de suas partes que são insensíveis[490] (AT, IX-2, Parte IV, art. 203, pp. 321-322, ênfase do autor).

Assim, a mecânica é entendida como uma parte da física, posto que é derivada e faz o uso dos princípios da física. Essa concepção acarreta que "a divisão aristotélica estrita entre artefato e corpo natural desapareceu para Descartes, com o resultado de que a mecânica foi absorvida pela física"[491] (HATTAB, 2005, p. 104).

Essas diferentes caracterizações da física de Descartes como mecanicista levaram a três principais confusões, segundo Hattab (2019, pp. 127-128). A primeira delas, seria a interpretação do núcleo da física mecanicista de Descartes como sendo a redução da matéria às propriedades da extensão e o apelo aos arranjos de partículas microscópicas materiais. Hattab

---

[490] "A quoy l'exemple de plufieurs corps, composez par l'artirice des hommes, m'a beaucoup feruy : car je ne reconnois aucune difference entre les *machines que font les artisans* & les diuers corps *que la nature feule compose*, finon que les effets des machines ne dependent que de l'*agencement de* certains *tuyaux, ou ressorts, ou autres* instrumens, qui, *deuant auoir quelque proportion auec les mains de ceux qui les font*, sont tousjours si grands que *leurs figures & mouuemens* se peuuent voir, au lieu que *les tuyaux ou ressorts* qui causent les effets des corps naturels sont ordinairement trop petits pour estre apperceus de nos fens. Et il eft certain que toutes les *regles* des Mechaniques appartiennent à la Phyfique..., *en sorte que toutes les chofes qui font artificielles, font auec cela naturelles*. Car, *par exemple*, lors qu'vne montre marque les heures par le moyen des roües dont elle eft faite, cela ne lui eft pas moins naturel qu'il eft à vn arbre... de produire ses fruits. C'est pourquoy, en mesme façon q*'vn horologier...*, en voyant *vne montre qu'il n'a point faite*, peut ordinairement juger, de quelques vnes de fes parties qu'il regarde, quelles sont toutes les autres qu'il ne voit pas : ainfi, en considerant les effets & les parties senfibles des corps naturels, j'ay tasché de connoistre quelles doiuent estre celles de leurs parties qui sont insensibles".

[491] "The strict Aristotelian division between artefact and natural body has disappeared for Descartes with the result that mechanics has been absorbed into physics".

(2019, p. 128) aponta que as alegações que destacam essa característica de sua física não são mais frequentes do que aquelas onde os outros quatro sentidos aparecem, o que não justificaria seu maior destaque. Além disso, o foque excessivo sobre esse aspecto pode ter o efeito indesejável de alinhar o programa da física de Descartes com o dos atomistas.

A segunda fonte de confusão diz respeito às leis da natureza. Assim Hattab (2019, p. 128) apresenta a questão: "como os fundamentos da física de Descartes incluem as três leis universais da natureza que de alguma forma se assemelham às leis do movimento de Newton, elas são facilmente confundidas como centrais para as explicações cartesianas"[492]. No entanto, Descartes não se ampara nessas leis para calcular ou fazer previsões relativas a fenômenos físicos, nem são elas rigorosas do ponto de vista quantitativo[493]. Sendo assim, Hattab (2019, p. 128) sugere que é mais plausível interpretar certas passagens, como a que Descartes afirma que "[...] as regras da Mecânica [...] são as mesmas que aquelas da natureza [...]", como se referindo a princípios geométricos e regras do movimento utilizados em explicações mecânicas "*aristotélicas*" de certos fenômenos da natureza. Aqui, Hattab tem em mente a obra *Mecânica*, na época atribuída a Aristóteles, como já mencionamos. Esta obra "[...] inclui demonstrações geométricas (mas não matemáticas no sentido que utilizamos) de fenômenos como vórtices de água que são paralelas às explicações de Descartes dos movimentos celestes"[494] (HATTAB, 2019, p. 128)[495].

A terceira fonte de confusão está relacionada a uma má compreensão do que se entende por "demonstração geométrica ou matemática" no período de Descartes. Sobre esse ponto, Hattab (2019, p. 128) faz o seguinte esclarecimento:

> Descartes desenvolve as formas geométricas da demonstração discutidas na mecânica aristotélica e, valendo-se das tendências platônicas nesta tradição, atribui apenas propriedades geométricas à matéria para proporcionar um fundamento metafísico para essas demonstrações dos fenômenos naturais[496].

Para além de compreender o mecanicismo de Descartes, é preciso enfatizar também a relevância da matemática para sua física. Como é bem conhecido, Descartes tinha um grande

---

[492] "Since the foundations of Descartes's physics include three universal laws of nature that somewhat resemble Newton's laws of motion, these are easily mistaken as central to Cartesian explanations".
[493] Retornaremos a esse ponto ainda nesta seção.
[494] "[…] includes geometrical (but not mathematical in our sense) demonstrations of phenomena like water vortices that parallel Descartes's explanations of celestial motions".
[495] Retornaremos a abordar a relação do mecanicismo de Descartes com a *Mecânica* atribuída a Aristóteles ainda nesta seção.
[496] "Descartes develops the geometrical forms of demonstration discussed in Aristotelian mechanics and, drawing on Platonic tendencies in this tradition, attributes only geometrical properties to matter to provide a metaphysical grounding for these demonstrations of natural phenomena".

interesse pela matematização da natureza. Várias podem ser as fontes de inspiração para essa busca. Hattab (2005, p. 103) menciona, por exemplo, "[...] o ressurgimento do platonismo, do pitagorismo, do atomismo antigo e os desenvolvimentos contemporâneos em outras ciências matemáticas mistas, tais como a astronomia e a óptica [...]"[497]. A autora, porém, dá mais destaque à obra *Mecânica*, embora enfatize que "[...] a mecânica aristotélica não é a única influência ou mesmo a primária sobre o mecanicismo de Descartes"[498] (Ibid., p. 102). Mais do que uma matematização da natureza, Garber defende que Descartes almejava uma física que fosse capaz de apontar as causas subjacentes aos fenômenos. "O que Descartes queria era uma matemática-física, tanto física quanto é matemática: uma ciência matemática do movimento que envolve conhecimento da causa real dos efeitos"[499] (GARBER, 2000, p. 124).

Há escritos de Descartes nos quais ele afirma que os princípios de sua física também são admitidos na matemática, como nesta passagem dos *Princípios*:

> Que eu não admito princípios na física que não sejam também admitidos na matemática[500], a fim de poder provar por demonstração tudo o que eu entenda daí deduzir; e que esses princípios são suficientes, na medida em que todos os fenômenos da natureza possam ser explicados por meio deles[501] (AT, IX-2, Parte II, art. 64, p. 101).

Alegação semelhante se encontra em uma carta para Mersenne datada de 11 de março de 1640:

> No caso da Física, eu acreditaria nada saber, se eu só soubesse dizer como as coisas podem ser, sem demonstrar que elas não podem ser de outra forma. Pois tendo-a reduzido às leis da Matemática, é algo possível, e eu acredito o poder com todo o pouco que creio saber [...][502] (AT, III, p. 39).

---

[497] "[…] the revival of Platonism, Pythagoreanism, ancient atomism, and contemporaneous developments in other mixed mathematical sciences, such as astronomy and optics […]".

[498] "[…] Aristotelian mechanics is the only or even the primary influence on Descartes' mechanism".

[499] "What Descartes wanted was a genuine physico-mathematics, as much physics as it is mathematics: a mathematical science of motion that involves knowledge of the real cause of the effects".

[500] No texto original, em latim, Descartes escreve "[...] in Geometriâ, vel in Mathesi abstractâ […]" (AT, VIII, Parte II, art. 64, p. 78), que podemos traduzir como "na geometria, ou na aprendizagem abstrata", mas também poderia ser traduzido como "na geometria, ou na matemática abstrata". Na tradução inglesa, a expressão utilizada é "[...] geometry and pure mathematics [...]" (CSM, vol. 1, p. 247), isto é, "geometria e matemática pura".

[501] "Que je ne reçois point de principes en Physique, qui ne soient aussi receus en Mathematique, afin de pouuoir prouuer par demonstration tout ce que j'en entends deduiray ; & que ces principes suffisent, d'autant que tous les Phainomenes de la nature peuuent estre expliquer par leur moyen".

[502] "Pour la Physique, ie croyrois n'y rien sçauoir, si ie ne sçauois que dire comment les choses peuuent estre, sans demonstrer qu'elles ne peuuent estre autrement; car l'ayant reduite aux lois des Mathematiques, c'est chose possible, & ie croy le pouuoir en tout ce peu que ie croy sçauoir [...]".

No entanto, a física de Descartes é quase completamente constituída de modelos desprovidos de equações. Existem, como já mencionamos, obras de Descartes em que se faz uso da matemática para resolver questões relacionadas à física, como ocorre nas obras os *Meteoros* e a *Dióptrica*. Também se percebe esse uso da matemática em questões relativas à física em outros escritos de Descartes, sobretudo naqueles do período em que estava envolvido com os projetos de Isaac Beeckman. Isso também é perceptível em algumas de suas cartas. Garber (2000, p. 114), inclusive, afirma que "em sua correspondência, particularmente sua correspondência com Mersenne, encontra-se um físico bem capaz de participar no programa para uma física matemática"[503]. Garber (2000, p. 117) faz referência às cartas trocadas entre os dois nas décadas de 1630 e 1640, onde são abordadas questões relativas à nova física matemática de Galileu. Ele destaca, inclusive, que, ao se comparar essas cartas com o conteúdo da obra *Cogitata physico mathematica* de Mersenne, pode-se atribuir uma colaboração de Descartes.

> Essas cartas são, em certo sentido, esboços para os escritos publicados de Mersenne, e é apenas um pequeno exagero dizer que Descartes é um colaborador deles, um silencioso coautor. Desse modo, pode-se ver a *Cogitata* de Mersenne como uma das publicações anônimas de Descartes, a física matemática que ele nunca publicou sob seu próprio nome[504] (Ibid., p. 122).

Curiosamente, apesar de Mersenne ter recebido a permissão de Descartes para publicar suas soluções propostas, ele não quis que elas lhe fossem atribuídas (Cf. Ibid., p. 122).

Por outro lado, se tomarmos as obras em que ele expõe os fundamentos da sua física, suas leis da natureza etc., não encontramos equações ou demonstrações geométricas, como se percebe nos *Princípios* e no *Le Monde*. A lei de conservação apresentada nos *Princípios*, por exemplo, apesar de ter um caráter quantitativo, não é aplicada dessa maneira. Como observa Garber (2000, p. 114): "a lei de conservação básica de Descartes é, em sua raiz, quantitativa: conservação do tamanho X velocidade. Mas ela não é dada quantitativamente no texto, nem é invocada explicitamente de qualquer forma quantitativa na passagem que se segue"[505].

Mais que isso, enquanto na Parte II dos *Princípios* ele apresenta suas leis da natureza, das quais supostamente ele seria capaz de deduzir com certeza matemática todos os diferentes

---

[503] "In his correspondence, particularly his correspondence with Mersenne, one finds a physicist quite capable of participating in the programme for a mathematical physics".
[504] "These letters are, in a sense, sketches for Mersenne's published writings, and it is only a slight exaggeration to say that Descartes is a collaborator on them, a silent co-author. In this way, one can see Mersenne's *Cogitata* as one of Descartes' anonymous publications, the mathematical physics that he never published under his own name".
[505] "Descartes' basic conservation law is, at root, quantitative: conservation of size X speed. But it is not given quantitatively in the text, nor is it explicitly invoked in any kind of quantitative way in the passages that follow".

tipos de movimento que ocorrem ou podem vir a ocorrer no Universo, nas partes III e IV, onde ele apresenta suas explicações para uma série de fenômenos, suas leis não aparecem nas explicações. Antes, estas consistem em hipóteses e analogias de fenômenos do dia a dia. Nas palavras de Hattab (2005, p. 103):

> [...] [E]xceto pelas suas leis do movimento e as regras de colisão, não há nada particularmente matemático nas explicações mecanicistas de Descartes. Antes, ele, de modo geral, depende fortemente de analogias de simples mecanismos mecânicos para inferir princípios mecânicos similares em funcionamento no *cosmos*[506].

Todavia, Hattab vê nessa forma de exposição de Descartes, fazendo uso de analogias de fenômenos do dia a dia, uma vantagem retórica.

> A vantagem retórica de se apropriar de explicações mecanicistas de tais coisas mundanas é clara, porque [...] a mecânica tinha a essa altura obtido a reputação de combinar a clareza e a certeza da demonstração matemática, que apenas lidava com abstrações, e a física, que explicava os movimentos das substâncias materiais existentes[507] (Ibid., p. 117).

Descartes era incapaz de proporcionar um tratamento matematizado formal para certos fenômenos, como o movimento circular (Cf. DEAR, 2005, p. 81). Sendo assim, ele recorre a analogias com fenômenos naturais com os quais nos deparamos regularmente, nos quais tal movimento se faz presente, no intuito de convencer seus leitores da plausibilidade de sua teoria. Dear (2005, p. 81) faz a seguinte observação sobre essa estratégia de Descartes:

> [...] [O]s tipos de exemplos do dia a dia que Descartes gostava de empregar nunca eram realmente analogias simples; antes, eles sempre funcionaram como apelos a tipos de experiência que ele tomou como sendo diretamente relevantes para os fenômenos a serem explicados. Assim, suas explicações analógicas menos tomam a forma de similitudes de processos já conhecidos, e mais envolvem declarações implícitas de que elas são verdadeiras no mesmo sentido de que as comparações invocadas já são conhecidas como verdadeiras[508].

---

[506] "[…] setting aside his laws of motion and the rules of collision, there is nothing particularly mathematical about Descartes' mechanistic explanations. Rather he relies heavily on analogies to simple mechanical devices to infer similar mechanical principles at work in the *cosmos* at large".

[507] "The rhetorical advantage of appropriating mechanical explanations of such mundane things is clear because […] mechanics had by this time obtained the reputation of combining the clarity and certainty of mathematical demonstration, which only dealt with abstractions, and physics, which explained the motions of existing material substances".

[508] "[…] the kinds of everyday examples that Descartes liked to employ were never really simple analogies; instead, they always functioned as appeals to kinds of experience that he took to be directly relevant to the phenomena to be explained. Thus his analogized explanations less take the form of similitudes to already-known processes, and more involve implicit claims that they are true in the same sense that the invoked comparisons are already known to be true".

As analogias desempenham um papel importante na teoria dos vórtices de Descartes. Em vários momentos Descartes faz uso delas para defender seus argumentos. Seja comparando as partículas do segundo elemento com uma funda que impede os planetas de "subirem" para regiões mais elevadas no vórtice, seja comparando a interação entre as partículas do segundo e do terceiro elemento no *Céu* da Terra com um vórtice de água com palhas. Nesse sentido, Dear (2005, p. 89) destaca que:

> […] [A] falta de dogmatismo em sua apresentação do sistema solar vorticoso deve ser entendida, portanto, como parte de um reconhecimento de seu *status* metodológico, um inferior, por exemplo, àquele de suas regras do movimento e da colisão. Analogias com a experiência do dia a dia têm um papel irredutível[509].

Um modelo bastante conhecido na época de Descartes para explicar o movimento dos corpos em vórtices era o apresentado na obra *Mecânica*. Tanto Hattab (2005) quanto Dear (2005) apontam para várias características dessa obra que jogam luz sobre vários procedimentos adotados por Descartes. Tomemos a seguinte passagem da *Mecânica*:

> Por que um objeto que é carregado em torno de um redemoinho de água sempre é eventualmente carregado para o meio? É porque o objeto tem magnitude, de modo que tem posição em dois círculos, uma de suas extremidades revolvendo em um maior e a outra em um círculo menor?[510] (ARISTOTLE, 1991, *Mechanics*, pp. 23-24; 858b5-858b31).

Dear (2005, p. 82) aponta que o diagrama apresentado por Descartes no *Le Monde* representando a órbita da Lua (Cf. AT, XI, p. 70) faz recordar essa passagem da *Mecânica*. Mas também é curioso notar nessa passagem da *Mecânica* a forma como a questão é posta pelo autor da obra. Dear (2005, p. 84) faz o seguinte comentário sobre a estratégia do autor ao proceder dessa maneira:

> O ponto dessas questões claramente retóricas é que elas tomam como pressuposto que todos concordarão sem problema com a premissa na qual elas são baseadas. [...] [T]odos são tomados como sabendo que objetos carregados em torno da água rodopiante tendem a se mover em direção ao centro do redemoinho[511].

---

[509] "[…] the lack of dogmatism in his presentation of the vortical solar system must be understood, therefore, as part of a recognition of its methodological status, one inferior to that of, for example, his rules of motion and collision. Analogies with everyday experience play an irreducible role".

[510] "Why is it that an object which is carried round in whirling water is always eventually carried into the middle? Is it because the object has magnitude, so that it has position in two circles, one of its extremities revolving in a greater and the other in a lesser circle?".

[511] "The point about these clearly rhetorical questions is that they take for granted that everyone will unproblematically agree with the premise on which they are based. […] everyone is taken to know that objects carried around in whirling water tend to move towards the whirlpool's centre".

Dear (2005, p. 84) aponta que esse tipo de abordagem, em que se começa estabelecendo verdades experienciais a que todos têm acesso para depois apresentar uma explicação para elas, era comum entre os aristotélicos, sobretudo no que diz respeito aos comentários das obras de Aristóteles que lidavam com questões físicas.

A *Mecânica* teve grande notoriedade nas décadas por volta de 1600, sendo bastante debatida por vários autores durante os séculos XVI e XVII, incluindo Mersenne, o que se constata pelos vários comentários escritos sobre a mesma nesse período (Ibid., p. 84). O comportamento dos corpos em vórtices de água foi um dos tópicos da obra que foi bastante debatido. Dentre os autores que discutiram esta questão da forma como foi apresentada na *Mecânica* estavam, por exemplo, Benedetti e Giuseppe Biancani (1566-1624) (Cf. Ibid., p. 85). Isaac Beeckman também abordou esse tópico[512]. De fato, Dear (2005, p. 86) defende que "[...] Beeckman proporciona o precedente mais direto para as ideias de Descartes sobre os vórtices e a gravidade"[513].

Portanto, como comenta Hattab (2005, pp. 102-103), é seguro dizer que Descartes tinha familiaridade com ao menos algumas questões da *Mecânica*. Mais que isso, é bem provável que Descartes tenha tido contato com a questão do comportamento dos corpos em vórtices de água como apresentada nesta obra. De fato, Dear chega a defender que "[...] o uso preparado de Descartes do movimento circular ao se fazer uma física era provavelmente uma consequência de sua familiaridade devido às *Questões de Mecânica* [ou a obra *Mecânica*] e aos comentários contemporâneos sobre esse texto"[514] (DEAR, 2005, p. 90).

Tendo em vista esse amparo na obra aristotélica, vale a pena apontar alguns pontos de convergência e divergência entre a física escolástica aristotélica e a cartesiana, de modo a tornar mais claras as inovações de Descartes. Sendo assim, destaca-se que, tendo em vista os problemas que eram enfrentados pela metafísica e pelas demonstrações aristotélicas, Descartes percorre uma via alternativa, no intuito de alcançar certezas em questões relativas à física.

> Ele adota uma forma de demonstração matemática encontrada na mecânica da Renascença para cumprir esse objetivo [...]. De modo a universalizar esse tipo de demonstração e aplicá-lo a todos os fenômenos naturais, Descartes posteriormente

[512] Dear (2005, pp. 85-87) trata sobre a explicação proporcionada por Beeckman.
[513] "[…] Beeckman provides the most direct precedent for Descartes' ideas about vortices and gravity".
[514] "[…] Descartes' ready use of circular motion in making a physics was likely a consequence of its familiarity due to the *Questions in Mechanics* and contemporary commentaries upon that text".

> desenvolve uma explicação metafísica da matéria que reifica os objetos formais da geometria[515] (HATTAB, 2019, p. 125).

Ao fazer isso, Descartes consegue justificar a aplicação das regras e dos princípios geométricos, que já eram utilizados para estudar os movimentos no âmbito da mecânica, em todos os fenômenos físicos. Nesse sentido, a importância da obra *Mecânica* não pode ser menosprezada. Como observa Hattab (2019, p. 125):

> Lá [na *Mecânica*], encontram-se demonstrações "geométricas" dos funcionamentos de máquinas simples e seletos fenômenos naturais, como vórtices de água. Essas demonstrações inspiram Descartes a estender as explicações matemáticas da mecânica para toda a física[516].

É conhecida a busca de Descartes por um conhecimento certo e evidente. Como modelos de tal conhecimento, Descartes tem em mente a aritmética e a geometria. Ele justifica essa concepção nas *Regras* afirmando que:

> Essas considerações tornam óbvio por que a aritmética e a geometria provam ser muito mais certas do que outras disciplinas: apenas elas lidam com um objeto tão puro e simples que elas não supõem que a experiência possa tornar incerto; elas consistem inteiramente em deduzir[517] conclusões por meio de argumentos racionais[518] (CSM, vol. 1, p. 12).

Na já citada passagem da Regra 8, de modo a desenvolver um método para resolver problemas tanto no âmbito da matemática quanto da física, Descartes toma as *artes mecânicas* como modelo, tendo em vista que elas fazem suas próprias ferramentas. Aqui é importante destacar que, nas primeiras décadas do século XVII, a *mecânica* e as *artes mecânicas* são consideradas dois campos distintos. *Scientia* (o que poderíamos chamar de conhecimento científico) e *arte* possuem dois sentidos diferentes nesse período. Enquanto a *scientia* busca apresentar a causa para algo acontecer, a *arte* consiste na experiência da qual um certo efeito

---

[515] "He adopts a form of mathematical demonstration found in Renaissance mechanics to accomplish this aim […]. In order to universalize this type of demonstration and apply it to all natural phenomena, Descartes eventually develops a metaphysical account of matter that reifies the formal objects of geometry".

[516] "There, one finds 'geometrical' demonstrations of the workings of simple machines and select natural phenomena, like water vortices. These demonstrations inspire Descartes to extend the mathematical explanations of mechanics to all of physics".

[517] Descartes utiliza o termo *deduzir* de diferentes maneiras a depender da obra, mas Hattab (2019, p. 129) destaca que, nas *Regras*, ele entende por *dedução* uma inferência que se segue necessariamente de proposições conhecidas com certeza.

[518] "These considerations make it obvious why arithmetic and geometry prove to be much more certain than other disciplines: they alone are concerned with an object so pure and simple that they make no assumptions that experience might render uncertain; they consist entirely in deducing conclusions by means of rational arguments". A passagem original, em latim, encontra-se em AT, X, p. 365.

se segue em determinadas condições. A mecânica, que até meados do século XVI era considerada uma *arte mecânica*, foi reclassificada como uma ciência matemática mista, tal qual a astronomia ou a óptica, por Alessandro Piccolomini (Cf. HATTAB, 2019, p. 130).

A *scientia* aristotélica consistia em demonstrações que, apesar de envolver algumas observações, não exigia conhecimento experimental (Cf. Ibid., p. 131). Apesar de ter uma concepção diferente da *scientia* aristotélica, Descartes aceita alguns critérios estabelecidos por Aristóteles para que um conhecimento seja considerado *científico*, como ser dedutivo. Na *Analítica Posterior*, Aristóteles assim define demonstração: "por demonstração, eu quero dizer uma dedução científica; e por científica, eu quero dizer uma em virtude da qual, ao tê-la, entendemos algo"[519] (ARISTOTLE, 1991, *Posterior Analytics*, p. 4; 70b17-70b19). Em outras palavras, uma dedução "científica" nos apresenta o motivo pelo qual uma coisa é ou ocorre de tal maneira. Ainda na *Analítica Posterior*, Aristóteles acrescenta que:

> [...] [É] necessário para o entendimento demonstrativo, em particular, depender de coisas que são verdadeiras e primitivas e imediatas e mais familiares do que, e anterior a e explanatórias da conclusão (pois deste modo os princípios também serão apropriados ao que está sendo provado)[520] (ARISTOTLE, 1991, *Posterior Analytics*, p. 4; 70b20-70b24).

Essas coisas primitivas são, na concepção de Aristóteles, princípios, sendo que "um princípio de uma demonstração é uma proposição imediata, e uma proposição imediata é uma à qual não há outra anterior"[521] (ARISTOTLE, 1991, *Posterior Analytics*, p. 4; 72a6-72a14). Aristóteles distingue duas maneiras pelas quais as coisas são anteriores: anterior em relação a nós ou anterior por natureza (Cf. ARISTOTLE, 1991, *Posterior Analytics*, p. 4; 70b34-72a5). A *scientia* aristotélica teria como objeto de estudo as coisas que são anteriores por natureza. Estas, embora sejam mais inteligíveis, são menos conhecidas por nós. Para se ter conhecimento delas, é preciso ter conhecimento dos universais, mesmo que para isso seja preciso particulares para abstraí-los. Segundo Hattab (2019, p. 131), essas concepções de Aristóteles:

> [...] [F]oram lidas implicando que ele(a) [o(a) físico(a) praticante] deve começar com os princípios mais inteligíveis e universais e proceder, gradualmente, descendo a

[519] "By demonstration I mean a scientific deduction; and by scientific I mean one in virtue of which, by having it, we understand something".
[520] "[...] it is necessary for demonstrative understanding in particular to depend on things which are true and primitive and immediate and more familiar than and prior to and explanatory of the conclusion (for in this way the principles will also be appropriate to what is being proved)".
[521] "A principle of a demonstration is an immediate proposition, and an immediate proposition is one to which there is no other prior".

> árvore porfiriana, via conceitos universais cada vez menos gerais, para deduzir efeitos particulares [...][522].

No início do século XVII havia críticas à noção de *scientia* aristotélica. A crítica de Bacon à lógica silogística aristotélica é um exemplo. Hattab (2019, p. 132) apresenta essa crítica assim: "ela [a lógica silogística aristotélica] falha em descobrir novas verdades, na medida em que ela procede muito precipitadamente de alguns poucos particulares para as proposições mais gerais de modo a derivar proposições intermediárias"[523]. Essa crítica também poderia ser direcionada a Descartes, posto que em sua tentativa de deduzir todas as causas naturais dos princípios de sua física ele toma certos princípios como evidentes, de modo a deduzir conclusões mais particulares a partir deles, como se nota na seguinte passagem dos *Princípios*:

> [...] [E]u creio ter aqui dado razões bastante *claras*, sem as deduzir de outros princípios senão daqueles que são geralmente admitidos e conhecidos por todo mundo, a saber, do tamanho, formato, posição e movimento das *diversas* partes da matéria. Parece-me que terá motivo de se persuadir que não se percebem *qualidades* que sejam tão ocultas, [...] nem enfim qualquer outra coisa *tão rara* na natureza (provado que ela só procede das causas puramente materiais e destituídas de pensamento *ou de livre arbítrio*), cujo o motivo não se pode ser apresentado por meio dos mesmos princípios. *O que me faz concluir aqui que todos* os outros princípios que nunca foram adicionados a esses, *sem que se tenha qualquer razão para os acrescentar, senão que não se acreditou que, sem eles, alguns efeitos naturais pudessem ser explicados*, são completamente supérfluos[524] (AT, IX-2, Parte IV, art. 187, p. 309, ênfase do autor).

O papel da observação também era um problema com o qual os adeptos da *scientia* aristotélica se deparavam. Segundo essa *scientia*, a observação de vários particulares não é exigida para se alcançar entendimento demonstrativo. Descartes se depara com problema semelhante, posto que, embora os sentidos desempenhem seu papel na aquisição de conhecimento, eles não podem ser considerados a fonte para os princípios da natureza sobre os quais as demonstrações *científicas* são realizadas.

Ainda havia a questão da confiabilidade dos universais nas demonstrações, isto é, se eles de fato nos permitem apreender as essências das coisas. Nas *Regras*, Descartes defende

---

[522] "[…] were read to imply that s/he must begin with the most intelligible and universal principles and proceed, gradually, down the Porphyrian tree, via less and less general universal concepts, to deduce particular effects […]".
[523] "it fails to discover new truths as it moves too hastily from a few particulars to the most general propositions so as to derive intermediate ones".
[524] "[...] je croy auoir icy donné des raisons assez *claires*, sans les déduire d'aucuns autres principes que de ceux qui sont generalement receus & connus de tout le monde, à sçauoir, de la grandeur, figure, situation & mouuement des *diuerses* parties de la matiere : il me semble qu'il aura sujet de le persuader qu'on ne remarque aucunes *qualitez*... qui soient si ocultes, [...] ny enfin aucune autre chose *si rare* en la nature (pourueu qu'elle ne procède que des causes purement materielles & destituées de pensée... *ou de libre arbitre*), que la raison n'en puisse estre donnée par le moyen de ces mesmes principes. *Ce qui me fait icy conclure que tous* les autres principes qui ont jamais esté adjoustez à ceux-cy, *sans qu'on ait eu aucune autre raison pour les adjouster, sinon qu'on n'a pas creu que, fans eux, quelques effets naturels pussent estre expliquez*, sont entierement superflus".

que alcançamos um conhecimento certo quando a dedução *científica* utilizada para o alcançar emula aquela da matemática. Na Regra 3, Descartes define uma dedução como "[...] a inferência de uma coisa enquanto se seguindo necessariamente de algumas outras proposições que são conhecidas com certeza"[525] (CSM, vol. 1, p. 15). Nesse sentido, a aritmética e a geometria se destacam, como já observamos anteriormente. Como os objetos de estudo da aritmética e da geometria são totalmente inteligíveis, isto é, não dependem dos sentidos, as deduções realizadas pelos matemáticos fazem uso de definições que não correm o risco de não capturar adequadamente a essência dos objetos matemáticos.

Na Regra 12, Descartes recorre à noção de "coisas simples" ou "naturezas simples". Assim ele apresenta o que entende por essa noção:

> [...] [N]ós chamamos de "simples" apenas aquelas coisas que conhecemos tão clara e distintamente que elas não podem ser divididas pela mente em outras que são mais distintamente conhecidas. Formato, extensão e movimento, etc. são desse tipo; todas as outras concebemos serem, em certo sentido, compostas destas[526] (CSM, vol. 1, p. 44).

Em outras palavras, essas "naturezas simples" são entidades inteligíveis que podem ser utilizadas em deduções de modo a alcançar conclusões necessárias. A vantagem das "naturezas simples" é que elas podem ser abordadas como objetos matemáticos. Dessa forma, Descartes pode utilizar essas noções em deduções para produzir suas demonstrações, evitando a eventual crítica de que as noções utilizadas são vagas ou mal definidas. Contudo, essa abordagem expõe Descartes à crítica de que "[...] essas naturezas simples, como os objetos matemáticos, são acidentais às naturezas reais das substâncias corpóreas [...]"[527] (HATTAB, 2019, p. 133).

Uma característica da *scientia* aristotélica que Descartes compartilha é a crença na possibilidade de se deduzir necessariamente efeitos naturais de suas causas. Isso exige, porém, que se possam realizar deduções partindo de definições que sejam capazes de capturar as propriedades essenciais das coisas. Como se sabe, Descartes desenvolve os fundamentos metafísicos que o permitirão estabelecer a extensão como a essência da substância material e,

---

[525] "[...] the inference of something as following necessarily from some other propositions which are known with certainty". A passagem original, em latim, encontra-se em AT, X, p. 369.

[526] "[...] we term 'simple' only those things which we know so clearly and distinctly that they cannot be divided by the mind into others which are more distinctly known. Shape, extension and motion, etc. are of this sort; all the rest we conceive to be in a sense composed out of these". A passagem original, em latim, encontra-se em AT, X, p. 418.

[527] "[…] these simple natures, like mathematical objects, are accidental to the real natures of corporeal substances […]".

a partir disso, derivar as propriedades matemáticas dos corpos, nas *Meditações*. Contudo, Hattab (2019, p. 136) faz a seguinte observação:

> Apesar de as *Meditações,* posteriormente, argumentarem que a matéria é essencialmente extensão, Descartes nunca especificou os passos dedutivos pelos quais as essências geométricas de tipos específicos de corpos, como o sal, podem ser derivadas *a priori* dessa premissa metafísica universal de modo que princípios geométricos se apliquem às propriedades essenciais dos objetos materiais da física[528].

No que diz respeito às demonstrações de Descartes, Hattab (2019, p. 130) observa que elas buscavam emular as demonstrações das ciências matemáticas mistas, no intuito de convencer o leitor de que elas compartilhavam semelhante nível de precisão no âmbito da física. Como afirma Hattab (2019, pp. 130-131), "[...] isso explica por que Descartes tomou suas explicações dos fenômenos físicos como sendo tanto mecanicistas e com o mesmo nível de certeza que as demonstrações matemáticas"[529]. Outras características da física de Descartes, como sua teoria da matéria, resultam da tentativa de Descartes de convencer seus contemporâneos de que suas demonstrações tinham tal nível de certeza, o que dava à sua física uma vantagem sobre a aristotélica, à qual não podia se fazer semelhante atribuição.

Nas *Regras*, Descartes busca realizar inferências dedutivas necessárias a partir de noções com características semelhantes ao de conceitos matemáticos, como simplicidade, clareza e precisão. Segundo Hattab (2019, p. 134), no período em que Descartes escreve o *Discurso*, sua física busca emular a mecânica enquanto uma ciência matemática mista. "[...] [S]uas explicações dos fenômenos naturais, como as demonstrações da mecânica, dependem de princípios geométricos e [...] sua explicação para as essências dos corpos dá razões *matemáticas* para suas ações"[530] (Ibid., p. 134, ênfase da autora). Ao tratar a quantidade e a extensão como características *essenciais*, Descartes consegue aplicar "[...] princípios geométricos às naturezas dos objetos sensíveis e deduzir propriedades reais daqueles objetos"[531] (Ibid., p. 134).

Assim, a física cartesiana toma princípios geométricos como fundamentais, aplicando-os aos objetos sensíveis. Nesse sentido, Hattab (2019, p. 135) associa a física cartesiana à mecânica aristotélica:

---

[528] "Although the Meditations later argue that matter is essentially extended, Descartes never spells out the deductive steps by which the geometrical essences of specific kinds of bodies, like salt, might be derived a priori from this universal metaphysical premise such that geometrical principles apply to essential properties of the material objects of physics".

[529] "[...] it explains why Descartes took his explanations of physical phenomena to be both mechanical and of the same level of certainty as mathematical demonstrations".

[530] "[…] his explanations of natural phenomena, like the demonstrations of mechanics, rely on geometrical principles and […] his account of the essences of bodies gives *mathematical* reasons for their actions".

[531] "[…] geometrical principles to the natures of sensible objects and deduce real properties of those objects".

> Descartes, assim, concebe sua física como a mecânica aristotélica, que, enquanto uma ciência matemática mista, toma como axiomáticas proposições emprestadas da ciência mais elevada da geometria e então as aplica aos formatos e aos movimentos de máquinas simples para deduzir os efeitos que devem se seguir[532].

Ao adotar essa abordagem, a física de Descartes passa a poder abordar os corpos na medida em que eles apresentem propriedades geométricas, o que, consequentemente, a impossibilita de considerar outras propriedades às quais não se podem aplicar princípios geométricos, como as cores.

Podemos concluir, portanto, que a física cartesiana pode ser considerada mecanicista em vários sentidos: ela tem inspiração nas *artes mecânicas*, suas regras são consideradas regras da natureza, faz uso de princípios da geometria para realizar deduções, tem um caráter matemático e estabelece uma identificação ontológica entre os objetos da natureza e os artefatos.

No que diz respeito ao seu caráter matemático, é notório o interesse de Descartes pela matematização da natureza, ao ponto de ele declarar que sua física pode ser reduzida à matemática. Porém, como vimos, sua física é constituída de modelos desprovidos de equações. Ao invés de apresentar cálculos ou equações matemáticas para explicar uma série de fenômenos da natureza, ele recorre a analogias com fenômenos do dia a dia, de modo a convencer o leitor de que tais explicações são verdadeiras no mesmo sentido que os fenômenos utilizados nas analogias o são. Tal abordagem se justifica se considerarmos que Descartes era incapaz de proporcionar um tratamento matematizado formal para esses fenômenos.

É possível dizer, porém, que sua física tem um caráter matemático, apesar da ausência de cálculos e equações matemáticas. Ela é matemática no sentido de que suas demonstrações buscam emular as demonstrações das ciências matemáticas mistas, no intuito de convencer o leitor de que elas compartilhavam semelhante nível de precisão. Ele aplica princípios geométricos, que são assumidos como fundamentais, às naturezas dos objetos, deduzindo propriedades reais deles. Isso o permite abordar tais corpos na medida em que eles apresentem propriedades geométricas e também leva à identificação ontológica entre objetos naturais e artificiais.

Todas essas características estão presentes em sua teoria dos vórtices. Embora em um primeiro momento essa teoria, aos nossos olhos, pareça deficiente em alguns aspectos, ela teve

---

[532] "Descartes thus conceives of his physics like Aristotelian mechanics, which as a mixed mathematical science takes as axiomatic propositions borrowed from the higher science of geometry and then applies them to the shapes and motions of simple machines to deduce the effects that must follow".

uma considerável aceitação na época em que foi proposta. De fato, ela angariou adeptos de renome, como Nicolas Malebranche, Christiaan Huygens, Régis, Regius e Jacques Rohault, que inclusive buscaram aperfeiçoá-la[533]. Todavia, ela também teve seus opositores, entre os quais estava Isaac Newton. Sua teoria da gravitação universal será objeto de estudo do próximo capítulo.

[533] AITON, 1959, pp. 31-48, DEAR, 2005, pp. 91-96 e FERLIN; CHABOT, 2022, pp. 2166-2169 tratam sobre os trabalhos desses e de outros adeptos da teoria dos vórtices de Descartes.

CAPÍTULO 3
A MECÂNICA DE NEWTON E A TEORIA DA GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

3.1. Definições e leis do movimento

Considerações acerca da gravidade aparecem em diversos momentos nas obras de Newton. Entretanto, é nos *Principia* que é apresentada sua Teoria da Gravitação Universal. Esta depende de alguns conceitos importantes, tais como os de espaço absoluto, massa e força (e suas diferentes classificações). Além disso, suas leis da natureza também desempenham papel fundamental. Mais que isso, talvez o aspecto mais inovador seja as ferramentas matemáticas utilizadas para desenvolver sua mecânica. Todos esses elementos são basilares para a teoria newtoniana, e serão discutidos para em seguida podermos abordá-la em seus pormenores.

Tendo em vista esse objetivo, é importante ter em mente alguns aspectos preliminares sobre os *Principia*[534]. Esta obra foi publicada em 1687, sendo que teve outras duas edições nos anos 1713 e 1726. Como observa Guicciardini (1999, p. 99), a estrutura, o número e a ordem das proposições e os métodos de prova da primeira edição quase não sofreram alterações nas edições seguintes. Entretanto, hoje sabemos que da década de 1690 até a de 1710 Newton desejava realizar algumas alterações mais significativas (Cf. GUICCIARDINI, 1999, pp. 99-100).

Os *Principia* são divididos da seguinte forma: *Definições, Axiomas, ou as Leis do Movimento, Livro 1, Livro 2, Livro 3* e *Escólio Geral*[535]. Na seção *Definições,* como o próprio nome sugere, são apresentadas uma série de definições, tais como quantidade de matéria, *vis insita* (ou "força de inércia"), outros diferentes tipos de *força* e um escólio onde o autor faz algumas considerações acerca das noções de tempo, espaço, movimento e lugar. Na seção *Axiomas, ou as Leis do Movimento*, são apresentas suas leis, assim como alguns corolários acerca delas e um escólio. O *Livro 1* é composto de 14 seções sobre o movimento dos corpos em um espaço sem resistência de qualquer fluido. O *Livro 2* contém 9 seções sobre o movimento dos corpos em meios com alguma resistência. Por fim, o *Livro 3*, embora não seja dividido como os dois Livros precedentes, exceto pelas seções *Regras para o estudo da filosofia natural* e *Fenômenos*, pode ser dividido em quatro partes, como observa Smith (2008):

[534] Aqui não temos a intenção de fazer uma apresentação exaustiva da obra de Newton, mas apenas destacar os pontos estruturais da obra que consideramos ser mais importantes em um primeiro momento. No decorrer do texto, destacaremos outros. Maiores detalhes desta obra podem ser encontrados em SMITH, 2008 e SMEENK; SCHLISSER, 2013.

[535] O *Escólio Geral* não aparece na primeira edição da obra, mas somente na segunda e terceira edições.

> (1) [A] derivação da lei da gravidade (Props. [Proposições] 1-8); (2) implicações dessa lei para os corpos em órbita em rotação (dos corolários da Prop. 8 até a Prop. 24); (3) uma derivação quantitativa de desigualdades lunares selecionadas e a precessão dos equinócios da lei da gravidade (Props. 25-39); e (4) uma solução para as trajetórias dos cometas, com exemplos e comentários (Props. 40-42)[536].

As demonstrações do *Livro 3* estão fundamentadas nos resultados alcançados no *Livro 1*, mas o conceito central do *Livro 3* é o de força de gravitação universal.

No que diz respeito ao *Escólio Geral*, destacamos quatro pontos[537]: nele, Newton reitera sua crítica à teoria dos vórtices; adota um argumento do desígnio para explicar a "elegância" do sistema planetário; atribui um papel à filosofia natural para o conhecimento de Deus; e apresenta sua metodologia.

Cohen observa que os *Principia*, embora tenham uma estrutura clássica, ou seja, é composto de axiomas e definições, distingue-se de um tratado clássico de geometria em dois aspectos. "Primeiro, há um apelo constante ao método dos limites – as 'primeiras e últimas razões' de Newton[538], como apresentadas no Livro 1, Seção 1. Segundo, a validade das proposições está ligada à evidência do experimento e da observação crítica"[539] (COHEN, 2016, p. 61).

Apresentada essa visão geral dos *Principia*, podemos agora nos voltar para a primeira seção da obra, as *Definições*. A primeira das definições é a seguinte: "*quantidade de matéria é uma medida da matéria que surge de*[540] *sua densidade e volume conjuntamente*"[541] (NEWTON, 1999, p. 403, ênfase do autor). Newton (1999, p. 404) ainda aponta que, ao longo de sua obra, ele referir-se-á a essa quantidade pelos termos "corpo" e "massa", e que ela pode ser conhecida através do peso dos corpos, posto que ela é proporcional a este[542]. Assim Cohen (2016, p. 63) destaca a importância desse conceito:

> Newton introduziu o conceito de massa porque sua física demandava uma medida de matéria que não é o resultado de um corpo que por acaso está em um lugar ao invés

---

[536] "(1) the derivation of the law of gravity (Props. 1-8); (2) implications of this law for orbital and rotating bodies (from the corollaries to Prop. 8 through Prop. 24); (3) a quantitative derivation of select lunar inequalities and the precession of the equinoxes from the law of gravity (Props. 25-39); and (4) a solution for comet trajectories, with examples and comments (Props. 40-42)".

[537] Seguimos aqui SMEENK; SCHLISSER, 2013, p. 144.

[538] Voltaremos a tratar desse método na próxima seção.

[539] "First, there is a constant appeal to the method of limits – Newton's 'first and ultimate ratios,' as set forth in Book 1, Section 1. Second, the validity of propositions is tied to evidence of experiment and critical observation".

[540] Cohen (2016, p. 63) destaca que a expressão "*arises from*" (que traduzimos como "surge de") é uma tradução da expressão latina "*orta est*".

[541] "*Quantity of matter is a measure of matter that arises from its density and volume jointly*".

[542] Newton defende que é possível estabelecer esse elo a partir de experimentos com pêndulos, que ele relata na Proposição 6 do *Livro 3* dos *Principia*.

> de outro ou está sujeito a alguma circunstância física particular, tal como uma pressão externa[543].

Acrescentamos ainda que a medida da massa é importante também porque aparece nas equações da força e permite realizar previsões. O conceito de massa contrasta com as formas de medida da matéria predecessoras, a saber, a extensão e o peso. Estas não serviam para Newton. O peso, por exemplo, por si só não serve, embora a massa lhe seja proporcional, porque Newton tinha conhecimento de experimentos que indicavam que o peso de um corpo variava dependendo da latitude onde estivesse localizado (Cf. COHEN, 2016, p. 63 e COHEN, 1999, p. 87). Em contraste, a quantidade de matéria de um corpo permanece a mesma independentemente da sua localização, esteja ele na latitude X ou Y, esteja na Terra ou na Lua. No que diz respeito à densidade, Cohen (2016, p. 64) sugere que "aparentemente, [...] ele [Newton] estava pensando a densidade como uma medida do grau de concentração do número de partículas fundamentais das quais toda matéria é composta. Como tal, a densidade não dependeria da massa e do volume"[544] (COHEN, 2016, p. 64).

Embora o conceito de massa seja fundamental para a física newtoniana, Cohen (1999, p. 86) alega que Newton só terminou de refiná-lo quando já estava nos últimos estágios de escrita dos *Principia*[545]. Um indício disso seria que "a massa não ocorre nas várias versões do '*De motu*'[546], o tratado que Newton escreveu pouco antes de compor os *Principia*, um tratado que ele expandiu nos *Principia*"[547] (COHEN, 2016, p. 64). Além disso, Cohen (1999, pp. 86-87) alega que a primeira vez em que a definição de quantidade de matéria aparece foi em um manuscrito inacabado do *Livro 1* dos *Principia*, escrito em algum momento após o *De Motu*. Nesse manuscrito, Newton apresenta 18 definições, sendo que a definição 7 diz respeito ao conceito de *pondus* (*peso*). Este *peso* não corresponde ao que chamamos por esse nome, o que fica claro pela definição apresenta no manuscrito: "por 'peso', ele [Newton] escreve, 'eu quero dizer a quantidade ou a quantia de matéria sendo movida, aparte de considerações da gravidade,

---

[543] "Newton introduced the concept of mass because his physics demanded a measure of matter that is not the result of a body happening to be at one place rather than another or being subject to some particular physical circumstance such as an external pressure".

[544] "Apparently, […] he was thinking of density as a measure of the degree of concentration of the number of fundamental particles of which all matter is composed. As such, density would not depend on mass and volume".

[545] Segundo Smeenk e Schlisser (2013, p. 120), Huygens, em 1669, tinha introduzido um conceito próximo ao de *massa* de Newton. Entretanto, o conceito de Huygens não tinha o mesmo nível de generalidade que o newtoniano, embora fosse equivalente em alguns casos.

[546] O nome completo desse manuscrito é *De Motu Corporum in Gyrum*. Referir-nos-emos a esse manuscrito apenas como "*De Motu*". Uma breve exposição de seu conteúdo encontra-se em SMEENK; SCHLISSER, 2013, pp. 115-119.

[547] "Mass does not occur in the several versions of 'De motu,' the tract that Newton wrote just before composing the *Principia*, a tract which he expanded into the *Principia*".

na medida em que não há questão de corpos que gravitam'"[548] (Ibid., p. 87). Trata-se de um termo inadequado, e Newton estava ciente disso. De fato, ele declara que usa tal termo por falta de uma palavra adequada, que posteriormente ele substitui por "quantidade de matéria" (Cf. Ibid., pp. 87-88)[549]. Vale destacar também que no *De Gravitatione* Newton (1962, pp. 146-147) relata que seus experimentos com pêndulos mostraram que a resistência exercida sobre corpos em oscilação é desprezível, sugerindo que corpos em oscilação descrevem espaços iguais em tempos iguais. Ducheyne (2011, p. 158) observa que o fato de ele apontar que as gravidades dos corpos em oscilação "estão em proporção às suas densidades, ou em proporção às quantidades de matéria", implica que ele já fazia nesse texto uma distinção conceitual entre peso e massa.

A segunda definição que Newton apresenta nas *Definições* é a de *quantidade de movimento*. "*A quantidade de movimento é uma medida de movimento que surge da velocidade e da quantidade de matéria conjuntamente*"[550] (NEWTON, 1999, p. 404, ênfase do autor). Com essa definição, Newton (1999, p. 404) deseja indicar que "o movimento de um todo é a soma dos movimentos das partes individuais [...]"[551]. Ela corresponde ao que hoje chamamos de *momentum* (Cf. COHEN, 2016, p. 64). Trata-se de uma manobra impressionante de Newton, que aprimorou o enunciado de Descartes, percebendo que precisava substituir a noção de volume (isto é, extensão) pela de massa.

O conceito de massa é fundamental para a física newtoniana. Igualmente é o de *força*. Newton considera diferentes tipos de força e analisa suas propriedades. A primeira delas, a terceira *Definição*, é a "*força inerente*", ou *vis insita*. "*A força inerente da matéria é o poder de resistir pelo qual todo corpo, na medida em que é capaz, persevera em seu estado, seja de repouso ou de movimento uniforme segundo uma reta*"[552] (NEWTON, 1999, p. 404, ênfase do autor). Newton considera que um nome mais significativo para essa força seja "força de inércia"[553]. Newton (1999, p. 404) alega que ela é sempre proporcional à massa do corpo[554] na

[548] "By 'weight', he writes, 'I mean the quantity or amount of matter being moved, apart from considerations of gravity, so long as there is no question of gravitating bodies.'"
[549] Uma discussão mais aprofundada sobre o conceito de massa de Newton está presente em COHEN, 1999, pp. 86-94.
[550] "*Quantity of motion is a measure of motion that arises from the velocity and quantity of matter jointly*".
[551] "The motion of a whole is the sum of the motions of the individual parts […]".
[552] "*Inherent force of matter is the power of resisting by which every body, so far as it is able, perseveres in its state either of resting or of moving uniformly straight forward*".
[553] Cohen (2016, p. 61 e 66) observa que, propriamente falando, no contexto da dinâmica, ela não seria uma força, e também que Newton nunca explicou o motivo de utilizar a expressão *força* de inércia, ao invés de *propriedade* de inércia.
[554] Na verdade, Newton afirma que seja "proporcional ao corpo" (Cf. NEWTON, 1999, p. 404), mas na *Definição* 1, como já destacamos, ele declara que, no decorrer dos *Principia*, ele se refere à quantidade de matéria como "massa" ou "corpo", o que justifica essa nossa afirmação.

qual existe e que um corpo, devido à natureza da matéria, só pode ser retirado de seu estado (de repouso ou de movimento) "com dificuldade".

> [...] [U]m corpo exerce essa força apenas durante uma alteração de seu estado, causada por outra força impressa sobre ele, e esse exercício de força é, dependendo do ponto de vista, tanto resistência quanto ímpeto: resistência na medida em que o corpo, de modo a manter seu estado, luta contra a força impressa; e ímpeto na medida em que o mesmo corpo, triunfando apenas com dificuldade sobre a força de um obstáculo em repouso, esforça-se para alterar o estado daquele obstáculo[555] (Ibid., p. 404).

Cohen (2016, pp. 64-65) observa que o termo *vis insita* não foi uma invenção de Newton, mas já tinha sido utilizado por outros autores antes dele. Vale destacar o caso de Kepler, que defendia que a matéria tinha como uma de suas qualidades primárias sua incapacidade de se mover por conta própria. Assim Cohen (2016, p. 65) apresenta a concepção kepleriana: "[...] se uma força externamente aplicada produzindo um movimento tivesse de cessar, então – segundo Kepler – o corpo viria ao repouso e o faria em qualquer lugar onde se encontrasse"[556]. Cohen (2016, p. 65) também aponta que Newton teve contato com essa concepção de Kepler a partir de uma edição latina da correspondência de Descartes, mais especificamente, de cartas deste trocadas com Mersenne. A princípio, Newton não sabia quem tinha introduzido o termo *inércia*, posto que nas cartas nem Descartes nem Mersenne faziam referência a Kepler (Cf. COHEN, 1999, p. 101). Em todo caso, enquanto Kepler defende que um corpo viria ao repouso quando não mais houvesse uma força externa sendo exercida sobre ele, Newton defende que, se a força externa não atuasse mais sobre o corpo, este seria preservado em seu estado, seja de repouso ou de movimento[557].

Um último fator a se destacar sobre a concepção de Newton dessa *força*, é que, como observa Cohen (2016, p. 66), ele parece fazer uma identificação entre massa e inércia, tendo em vista sua afirmação de que "essa força [de inércia] é sempre proporcional ao corpo e não difere de maneira alguma da inércia da massa, exceto na maneira da qual é concebida"[558] (NEWTON, 1999, p. 404).

---

[555] "[…] a body exerts this force only during a change of its state, caused by another force impressed upon it, and this exercise of force is, depending on the viewpoint, both resistance and impetus: resistance insofar as the body, in order to maintain its state, strives against the impressed force, and impetus insofar as the same body, yielding only with difficulty to the force of a resisting obstacle, endeavors to change the state of that obstacle".

[556] "[…] if an externally applied force producing motion were to cease, then – according to Kepler – the body would come to rest and do so wherever it happened to be".

[557] Também é possível perceber aqui a influência de Descartes, mas este é um ponto que abordaremos apenas no próximo capítulo.

[558] "This force is always proportional to the body and does not differ in any way from the inertia of the mass except in the manner in which it is conceived".

Outra força que Newton define, a quarta *Definição*, é a *força impressa*. "*Força impressa é a ação exercida em um corpo para alterar seu estado, seja de repouso ou de movimento retilíneo uniforme*"[559] (Ibid., p. 405, ênfase do autor). Newton (1999, p. 405) destaca que essa força consiste apenas na ação, de modo que quando esta cessa, a força desaparece do corpo. Há diferentes fontes de força impressa, a saber, a percussão, a pressão e a força centrípeta, sendo que Newton emprega razões de quantidades evanescentes para caracterizar esses diferentes tipos de forças impressas[560]. Vale destacar ainda que "na mecânica de Newton, uma dada força impressa (intuitivamente, um dado 'impulso' ou 'atração') e seu efeito observado são vistos como conceitualmente distintos"[561] (POURCIAU, 2016, p. 107).

A quinta *Definição* que Newton apresenta é a de força centrípeta. "*A força centrípeta é a força pela qual os corpos são atraídos de todos os lados, são impelidos, ou de algum modo tendem, em direção a algum ponto como para um centro*"[562] (NEWTON, 1999, p. 405, ênfase do autor). Como exemplos dessa força, Newton indica a gravidade e a força magnética[563]. Trata-se de um novo termo que foi introduzido na mecânica e na dinâmica celeste nos *Principia* (Cf. COHEN, 2016, p. 67).

Um ponto interessante que Cohen (2016, p. 67) constata é que não conseguimos saber que existe uma força centrípeta simplesmente ao ver uma ação sendo exercida, ao contrário das duas outras fontes de força impressa. É necessário haver o contato de uma matéria com outra para ocorrer a produção ou alteração de movimento em casos de percussão e pressão, ou seja, ocorre uma ação física observável. Por outro lado, "[...] a única evidência de que uma força centrípeta está atuando é que há uma contínua alteração no estado de um corpo, um contínuo desvio de um movimento retilíneo uniforme"[564] (Ibid., p. 67).

Newton (1999, p. 405) utiliza o mesmo exemplo de Descartes de uma pedra numa funda (*sling*), declarando que "[...] a força pela qual a funda continuamente atrai a pedra em direção à mão e a mantém em uma órbita, eu chamo de centrípeta, posto que é direcionada à mão como

---

[559] "*Impressed force is the action exerted on a body to change its state either of resting or of moving uniformly straight forward*".
[560] Voltaremos a tratar das razões de quantidades evanescentes na próxima seção.
[561] "In Newton's mechanics, a given impressed force (intuitively, a given 'thrust' or 'pull') and its observed effect are seen as conceptually distinct".
[562] "*Centripetal force is the force by which bodies are drawn from all sides, are impelled, or in any way tend, toward some point as to a center*".
[563] Cohen (2016, p. 68) observa que Newton aparenta fazer uma distinção entre duas gravidades, posto que ele menciona a "gravidade" – o que ele provavelmente queria dizer pela queda dos corpos no âmbito da Terra – e a força que faz com que os planetas sejam constantemente retirados de seus movimentos retilíneos e sejam compelidos a percorrerem trajetórias curvilíneas (Cf. NEWTON, 1999, p. 405).
[564] "[…] The only evidence that a centripetal force is acting is that there is a continuous change in a body's state, a continuing departure from a uniform rectilinear motion".

ao centro de uma órbita"[565]. A mesma explicação valeria para todos os corpos que têm movimento orbital.

> Todos eles tentam se afastar dos centros de suas órbitas, e a não ser que alguma força oposta a essa tentativa esteja presente, restringindo-os e mantendo-os em órbita, e por isso chamados por mim de centrípetos, eles procederão em linhas retas com movimento uniforme[566] (Ibid., p. 405).

Newton ainda divide a quantidade de força centrípeta em três tipos: absoluta, aceleradora e motora. A quantidade absoluta de força centrípeta é definida como "[...] *a medida dessa força que é maior ou menor em proporção à eficácia da causa que a propaga de um centro através das regiões envolta*"[567] (NEWTON, 1999, p. 406, ênfase do autor). A quantidade aceleradora é "[...] *a medida dessa força que é proporcional à velocidade que ela gera em um dado tempo*"[568] (Ibid., p. 407, ênfase do autor). Cohen (2016, p. 69) aponta que esta medida da força centrípeta é o que hoje chamamos de aceleração. E, por fim, a quantidade motora é "[...] *a medida dessa força que é proporcional ao movimento que é gerado em um dado tempo*"[569] (NEWTON, 1999, p. 407, ênfase do autor). Smeenk e Schlisser (2013, p. 120) observam que as três medidas de força centrípeta quantificam diferentes aspectos de uma força. A medida absoluta caracteriza a força geral; a aceleradora caracteriza a intensidade da força enquanto uma função de distância radial; e a motora caracteriza a força impressa em um corpo de uma dada massa.

Dada essa breve apresentação das definições das forças, é fácil perceber que a palavra *força* pode ter significados diferentes a depender do contexto no qual ela se insere. Ela pode se referir:

> [...] [A] uma *origem* ou *mecanismo* (gravidade ou magnetismo, digamos), a uma *ação* (intuitivamente, um específico "impulso" ou "atração") produzida por aquele mecanismo na presença de um dado corpo, ou ao *efeito observado* (uma deflexão em movimento ou em repouso, por exemplo) gerado pela ação em um dado corpo[570] (POURCIAU, 2016, p. 123, ênfase do autor).

---

[565] "[...] The force by which the sling continually draws the stone back toward the hand and keeps it in an orbit, I call centripetal, since it is directed toward the hand as toward the center of an orbit".

[566] "They all endeavor to recede from the centers of their orbits, and unless some force opposed to that endeavor is present, restraining them and keeping them in orbits and hence called by me centripetal, they will go off in straight lines with uniform motion".

[567] "[...] *the measure of this force that is greater or less in proportion to the efficacy of the cause propagating it from a center through the surrounding regions*".

[568] "[...] *the measure of this force that is proportional to the velocity which it generates in a given time*".

[569] "[...] the measure of this force that is proportional to the motion which it generates in a given time".

[570] "[…] to an *origin* or *mechanism* (gravity or magnetism, say), to an *action* (intuitively, a specific "thrust" or "pull") produced by that mechanism in the presence of a given body, or to the *observed effect* (a moving or resting deflection, for example) generated by that action on a given body".

É importante nos atentarmos para a advertência de Newton de que ele está considerando as forças centrípetas e suas propriedades de modo *matemático* somente (Cf. NEWTON, 1999, p. 407). Sobre esse aspecto, Barra (2010, p. 554) observa que:

> Com esse estratagema, a teoria matemática de Newton passa a incorporar tais forças como uma classe particular de objetos matemáticos que [...] dispensa [...] qualquer pretensão ou mesmo qualquer dúvida sobre a sua realidade. Em outras palavras, o adjetivo "matemático" [...] passa a ser sinônimo [...] da mais completa nulidade ou vacuidade ontológica.

Mais que isso, Barra (2010, p. 554) aponta que Newton, de modo a escapar das dificuldades metafísicas acarretas pelo uso de termos como *força, impulso* e *atração*, alega que eles são postulados apenas como quantidades hipotéticas ou abstratas. "Assim, 'força' e seus cognatos seriam nomes de meras entidades matemáticas, e o adjetivo 'matemático' significaria aqui que [...] os nomes aos quais se ligam convertem-se em termos referencialmente vazios" (BARRA, 2010, p. 554)[571].

Para além das definições de quantidade de matéria e das diferentes forças, no *Escólio* das *Definições*, Newton aborda quatro noções mais detidamente: tempo, espaço, lugar e movimento. Ele começa afirmando que, embora sejam bem conhecidas por todos, tais "quantidades" são conhecidas somente pelas suas relações com os objetos sensíveis, de modo que "[...] isso é a fonte de certas preconcepções[572]; para eliminá-las, é útil distinguir essas quantidades em absolutas e relativas, verdadeiras e aparentes, matemáticas e comuns"[573] (NEWTON, 1999, p. 408).

Sendo assim, Newton passa a definir cada uma das *quantidades*, começando pelo *tempo absoluto*. "Tempo absoluto, verdadeiro e matemático, em e de si mesmo e por sua própria natureza, sem referência a nada externo, flui uniformemente e, por outro nome, chama-se duração"[574] (Ibid., p. 408). Essa definição implica que existe um *tempo* independente de qualquer forma como o medimos, independente do movimento de qualquer corpo ou objeto. Dessa forma, é possível estabelecer de maneira objetiva se dois eventos ocorrem no mesmo

[571] Retornaremos a abordar a relação entre as forças, a mecânica e seu caráter matemático na próxima seção.
[572] DiSalle (2016, p. 38) observa, remetendo-se a Howard Stein, que as preconcepções às quais Newton se refere nessa passagem são as de Descartes e seus seguidores. As críticas de Newton a Descartes não serão abordadas neste capítulo, mas somente no próximo.
[573] "[...] this is the source of certain preconceptions; to eliminate them it is useful to distinguish these quantities into absolute and relative, true and apparent, mathematical and common".
[574] "Absolute, true, and mathematical time, in and of itself and of its own nature, without reference to anything external, flows uniformly and by another name is called duration".

momento, isto é, se são realmente simultâneos, além de poder estabelecer se ocorrem no mesmo intervalo de tempo. Portanto, o tempo absoluto se distingue do *relativo*, que nada mais é do uma medida sensível da duração por meio do movimento (Ibid., p. 408).

Ao tratar do movimento absoluto, Newton (1999, p. 410) afirma que, "na astronomia, o tempo absoluto é distinguido do tempo relativo pela equação do tempo comum"[575]. Logo em seguida, ele aponta para o fato de os dias serem desiguais, embora a maioria das pessoas acreditem ser uniformes[576], sendo que os astrônomos corrigem a desigualdade para medir os movimentos celestes tomando como base um "tempo mais verdadeiro". A necessidade de uma "equação do tempo comum" é justificada pelo fato de que "todos os movimentos podem ser acelerados e retardados, mas o fluir do tempo absoluto não pode ser alterado"[577] (Ibid., p. 410).

Consequentemente, a ordem das partes do tempo não pode ser alterada. Esse aspecto é crucial para o projeto newtoniano. Como afirma DiSalle (2016, p. 41, ênfase do autor), "a característica definidora do tempo absoluto não é a individualidade distinta de seus momentos, mas a *estrutura* do tempo, isto é, o fato de que ele flui igualmente e que intervalos de tempo iguais são objetivamente definidos"[578]. Essa característica é fundamental para as leis do movimento, que estabelecem uma distinção entre o movimento inercial e aquele que sofre a aceleração de uma força impressa. Vale destacar também que o tempo, tanto no âmbito da física quanto no da matemática, é uma variável independente primária, sendo que todas as quantidades dependem dela (Cf. COHEN, 2016, p. 79).

A segunda *quantidade* que Newton define é o *espaço absoluto*. Ele faz-lhe a seguinte atribuição: "[...] de sua própria natureza sem referência a nada externo, permanece sempre homogêneo e imóvel"[579] (NEWTON, 1999, p. 408). Por sua vez, o *espaço relativo* é definido como "[...] qualquer medida móvel ou dimensão desse espaço absoluto [...]"[580] (Ibid., pp. 408-409). Como as características definidoras do espaço absoluto são sua homogeneidade e sua imobilidade, podemos estabelecer que suas partes estão *realmente* em repouso.

---

[575] "In astronomy, absolute time is distinguished from relative time by the equation of common time".
[576] Rynasiewicz (2014), no primeiro parágrafo da Seção 5.1 de seu texto, aponta que um dia solar, isto é, o período de tempo que leva para o Sol retornar ao zênite, varia por volta de 20 minutos no decurso de um ano. Ele também destaca, no mesmo parágrafo, que o padrão de correção na equação do tempo usado na astronomia ptolomaica era baseado na suposição de que o dia sideral – o período de tempo que leva para uma estrela fixa retornar ao zênite – era constante. No entanto, com o declínio do sistema ptolomaico, alguns astrônomos, incluindo Kepler, passaram a questionar se de fato a rotação da Terra permanecia constante no decorrer de um ano.
[577] "All motions can be accelerated and retarded, but the flow of absolute time cannot be changed".
[578] "The defining characteristic of absolute time is not the distinct individuality of its moments, but the *structure* of time, that is, the fact that it flows equably and that equal intervals of time are objectively defined".
[579] "[...] of its own nature without reference to anything external, always remains homogeneous and immovable".
[580] "[...] any movable measure or dimension of this absolute space [...]".

> Isso significa que há uma diferença real entre o movimento e o repouso *no mesmo* lugar absoluto no decorrer do tempo; mas isso não implica diferença real alguma entre um universo e outro no qual tudo mudou para um lugar absoluto *diferente*; o estado de movimento de um corpo depende de se ele permanece *no mesmo* lugar absoluto, mas não em *que* lugar absoluto ele ocupa[581] (DISALLE, 2016, p. 42, ênfase do autor).

Newton faz uma comparação entre as partes do tempo e as partes do espaço. "Assim como a ordem das partes do tempo é imutável, assim, também, é a ordem das partes do espaço"[582] (NEWTON, 1999, p. 410). Portanto, Newton continua, dizer que as partes do espaço mudam de lugar seria absurdo, pois seria o mesmo que dizer que elas se moveram para fora de si mesmas. As partes do espaço são seus próprios lugares. "É da essência dos espaços serem lugares, e para espaços primários se moverem é absurdo"[583] (Ibid., p. 410).

As noções de espaço e tempo, portanto, são essenciais para Newton, como ele deixa claro na seguinte passagem: "pois os tempos e os espaços são, por assim dizer, os lugares deles mesmos e de todas as coisas. Todas as coisas são localizadas no tempo com referência à ordem de sucessão e no espaço com referência à ordem de posição"[584] (Ibid., p. 410). É nesse sentido que Barra (2010, p. 553) declara que "Newton confere ao espaço e ao tempo, em primeiro lugar, o caráter de substratos da existência de todas as coisas [...]", e DiSalle (2016, p. 40), igualmente, afirma que, na concepção de Newton, "[...] o espaço e o tempo também formaram um enquadramento no qual as coisas atuam umas sobre as outras e suas relações causais se tornaram inteligíveis através de suas relações espaço-temporais [...]"[585].

Várias das considerações de Newton acerca do espaço e do tempo que são apresentadas nos *Principia* já estavam presentes anteriormente em um manuscrito que ficou conhecido como "*De Gravitatione et Aequipondio Fluidorum*"[586]. Nele, Newton defende que nem o espaço nem o tempo são substâncias. De fato, ao elencar algumas propriedades do espaço, ele afirma que:

---

581 "This means that there is a real difference between motion and rest in *the same* absolute place over time; but it does not imply any real difference between one universe, and another in which everything is shifted to a *different* absolute place; a body's state of motion depends on whether it remains in *the same* absolute place, but not on *which* absolute place it occupies".

582 "Just as the order of the parts of time is unchangeable, so, too, is the order of the parts of space".

583 "It is of the essence of spaces to be places, and for primary spaces to move is absurd".

584 "For times and spaces are, as it were, the places of themselves and of all things. All things are placed in time with reference to order of succession and in space with reference to order of position".

585 "[…] space and time also formed a framework within which things act on one another, and their causal relations became intelligible through their spatio-temporal relations [...]".

586 Em tradução livre, "Sobre a Gravidade e o Equilíbrio dos Fluidos". Doravante, referir-nos-emos a esse manuscrito apenas como *De Gravitatione*. Segundo os editores da obra *Unpublished Scientific Papers of Isaac Newton*, esse manuscrito teria sido composto provavelmente entre os anos de 1664 e 1668 ou, no mais tardar, no ano 1672 (Cf. NEWTON, 1962, p. 90). Henry (2011, p. 11) aponta que Betty Jo Dobbs estimou, em 1991, que tenha sido escrito entre dezembro e março de 1684 e 1685. Henry (2011, p. 26) discorda dessa datação, e defende que o manuscrito tenha sido produzido em algum momento anterior a 1679. Barra (2010, p. 553), por sua vez, afirma que ele foi produzido por volta de 1670.

> [...] [A]s partes do espaço derivam sua característica de suas posições, de modo que se quaisquer duas pudessem alterar suas posições, elas alterariam sua característica no mesmo tempo e cada uma se converteria numericamente na outra. As partes da duração e do espaço somente são entendidas como as mesmas como elas realmente são por causa de sua mútua ordem e posição; nem têm elas qualquer indício de individualidade aparte daquela ordem e posição que consequentemente não possam ser alteradas[587] (NEWTON, 1962, p. 136).

Nesse sentido, é interessante destacar também as seguintes considerações de Newton acerca da extensão no mesmo manuscrito:

> [...] [E]la tem sua própria maneira de existência que não se encaixa nem nas substâncias nem nos acidentes. Ela não é substância. Por um lado, porque não é absoluta em si mesma, mas é, por assim dizer, um efeito imanente de Deus, ou uma disposição de todo ser; por outro lado, porque não está entre as disposições apropriadas que denotam substância, a saber, ações, tais como os pensamentos na mente e os movimentos no corpo[588] (Ibid., p. 132).

O ponto importante é que, já no *De Gravitatione*, Newton defende que o espaço e o tempo são elementos fundamentais para todos os seres. Inclusive, Deus está localizado no espaço, como está claro na seguinte passagem:

> O espaço é uma disposição do ser enquanto ser. Nenhum ser existe ou pode existir que não esteja relacionado com o espaço de alguma forma. Deus está em todo lugar, mentes criadas estão em algum lugar e o corpo é o espaço que ele ocupa; e o que quer que não esteja em todo lugar ou em algum lugar não existe. E, por isso, segue-se que o espaço é um efeito que surge da primeira existência do ser, porque quando algum ser é postulado, o espaço é postulado. E o mesmo pode ser dito acerca da duração [...]. Então, a quantidade da existência de Deus era eterna, em relação à duração, e infinita em relação ao espaço no qual ele está presente [...][589] (Ibid., p. 136).

Janiak (2008, p. 143) comenta que "diferentemente das propriedades e dos modos, a característica da primeira entidade existente de forma alguma restringe a característica da

---

[587] "[…] the parts of space derive their character from their positions, so that if any two could change their positions, they would change their character at the same time and each would be converted numerically into the other. The parts of duration and space are only understood to be the same as they really are because of their mutual order and position; nor do they have any hint of individuality apart from that order and position which consequently cannot be altered".

[588] "[…] it has its own manner of existence which fits neither substances nor accidents. It is not substance; on the one hand, because it is not absolute in itself, but is as it were an emanent effect of God, or a disposition of all being; on the other hand, because it is not among the proper dispositions that denote substance, namely actions, such as thoughts in the mind and motions in body".

[589] "Space is a disposition of being *qua* being. No being exists or can exist which is not related to space in some way. God is everywhere, created minds are somewhere, and body is in the space that it occupies; and whatever is neither everywhere nor anywhere does not exist. And hence it follows that space is an effect arising from the first existence of being, because when any being is postulated, space is postulated. And the same may be asserted of duration […]. So the quantity of the existence of God was eternal, in relation to duration, and infinite in relation to the space in which he is present […]".

afecção, neste caso o espaço. A existência de uma afecção é dependente, mas suas características são independentes *per se*"[590]. Assim, o espaço, enquanto uma "afecção", é independente de um dado corpo. Ainda assim, o espaço é uma afecção de todas as entidades.

Mas voltemos aos *Principia*. No que diz respeito ao movimento, Newton (1999, p. 409) distingue-o em absoluto e relativo do seguinte modo: "o movimento absoluto é a mudança de posição de um corpo de um lugar absoluto para outro; o movimento relativo é a mudança de posição de um lugar relativo para o outro"[591]. Newton também apresenta uma distinção entre repouso absoluto e relativo, fazendo uso do exemplo de um corpo em um navio.

> [...] [R]epouso relativo é a permanência do corpo na mesma região do navio ou na mesma parte de seu interior. Mas o repouso verdadeiro é a permanência de um corpo na mesma parte daquele espaço imóvel no qual o próprio navio, junto com seu interior e todo seu conteúdo, está se movendo[592] (Ibid., p. 409).

Tendo em vista essas considerações, Newton (1999, p. 411) defende que "[...] repouso e movimento, absoluto e relativo, são distinguidos um do outro por suas propriedades, causas e efeitos"[593]. Sendo assim, ele apresenta uma série de argumentos que partem das propriedades, causas e efeitos[594]. Sobre esses argumentos, Rynasiewicz (2014)[595] afirma que "em questão está se o movimento (e repouso) verdadeiro[596] pode ser reduzido a algum caso especial de movimento (ou repouso) relativo em relação aos outros corpos"[597].

São apresentados três argumentos que partem das propriedades. O primeiro deles diz respeito ao repouso. "É uma propriedade do repouso que corpos verdadeiramente em repouso estão em repouso em relação um ao outro"[598] (NEWTON, 1999, p. 411). Newton defende que é possível existir um corpo em repouso absoluto em regiões remotas, mas é impossível saber a

---

[590] "Unlike properties and modes the character of the first existing entity in no way constrains the character of the affection, in this case space. An affection's existence is dependent, but its characteristics are independent *per se*".
[591] "Absolute motion is the change of position of a body from one absolute place to another; relative motion is change of position from one relative place to another".
[592] "[…] relative rest is the continuance of the body in that same region of the ship or same part of its interior. But true rest is the continuance of a body in the same part of that unmoving space in which the ship itself, along with its interior and all its contents, is moving".
[593] "[…] absolute and relative rest and motion are distinguished from each other by their properties, causes, and effects".
[594] Rynasiewicz (2014), no último parágrafo da Seção 4 de seu texto, aponta que cada um dos argumentos das propriedades, causas e efeitos do movimento apresentados no *Escólio* das *Definições* dos *Principia* tem um antecedente identificável no *De Gravitatione*.
[595] A seguinte passagem se encontra no segundo parágrafo da seção 5.3 do texto de Rynasiewicz.
[596] No mesmo parágrafo onde se encontra esta passagem, Rynasiewicz destaca que Newton utiliza as expressões "movimento verdadeiro" e "movimento absoluto" como sinônimos.
[597] "At issue is whether true motion (and rest) can be reduced to some special instance of relative motion (or rest) with respect to other bodies".
[598] "It is a property of rest that bodies truly at rest are at rest in relation to one another".

partir das posições dos corpos em nossas regiões se algum deles mantêm uma posição fixa em relação àquele corpo distante. Isso o leva a concluir que a posição que os corpos têm uns em relação aos outros não é um parâmetro adequado para se definir o repouso verdadeiro (Cf. Ibid., p. 411).

O segundo argumento diz respeito ao movimento das partes de um todo. Nele, Newton estabelece que "[...] as partes que mantêm dadas posições em relação aos todos participam nos movimentos de tais todos"[599] (Ibid., p. 411). Em outras palavras, se a parte de um corpo mantém uma posição fixa em relação ao corpo como um todo, então essa parte participa do movimento do corpo. Nesse sentido, ele observa, em seguida, que as partes de um corpo em rotação tendem a se afastar do eixo do movimento e que o ímpeto de um corpo em movimento é resultado da junção dos ímpetos de suas partes. O que o leva à seguinte conclusão:

> Portanto, quando corpos contendo outros se movem, o que quer que esteja em repouso relativamente dentro deles também se move. E, assim, o movimento absoluto e verdadeiro não pode ser determinado por meio da mudança de posição da vizinhança dos corpos que são considerados como estando em repouso[600] (Ibid., p. 411).

O terceiro argumento está relacionado ao *lugar* e ao que nele está localizado. "[...] [Q]uando um lugar se move, o que quer que esteja localizado nele se move conjuntamente, e, portanto, um corpo, que se afasta de um lugar que se move, participa também do movimento desse lugar"[601] (Ibid., p. 411). Todos os movimentos relativos a lugares em movimento são apenas partes de movimentos absolutos e "completos" (*whole*), ou seja, estes movimentos absolutos e "completos" são compostos do movimento de um corpo que se afasta de seu lugar inicial, que por sua vez possui um movimento que se afasta de sua posição inicial. O ponto que Newton está enfatizando é que não é possível estabelecer o verdadeiro estado de movimento de um corpo ou de um sistema sem que se tome como referência um espaço imóvel.

> [...] [M]ovimentos completos e absolutos podem ser determinados apenas por meio de lugares imóveis, e, portanto, no que se precedeu, eu relacionei tais movimentos a lugares imóveis e movimentos relativos a lugares móveis. Mais que isso, os únicos lugares que são imóveis são aqueles em que todos mantêm dadas posições em relação uns aos outros de infinito a infinito e, portanto, sempre permanecem imóveis e constituem o espaço que eu chamo de imóvel[602] (Ibid., p. 412).

---

[599] "[...] parts which keep given positions in relations to wholes participate in the motions of such wholes".
[600] "Therefore, when bodies containing others move, whatever is relatively at rest within them also moves. And thus true and absolute motion cannot be determined by means of change of position from the vicinity of bodies that are regarded as being at rest".
[601] "[...] when a place moves, whatever is placed in it moves along with it, and therefore a body moving away from a place that moves participates also in the motion of its place".
[602] "[...] whole and absolute motions can be determined only by means of unmoving places, and therefore in what has preceded I have referred such motions to unmoving places and relative motions to movable places. Moreover,

Sobre as causas e os efeitos que distinguem os movimentos absolutos dos relativos, Newton (1999, p. 412) afirma que "as causas que distinguem os movimentos verdadeiros dos movimentos relativos são as forças impressas sobre os corpos para gerar movimento"[603]. O movimento absoluto de um corpo é gerado (ou alterado) devido a alguma força que é impressa sobre ele; por outro lado, o movimento relativo de um corpo não precisa ser gerado (ou alterado) por uma força impressa sobre ele, posto que basta que uma força seja impressa sobre outro corpo que tenha alguma relação com o primeiro. Isso leva Newton (1999, p. 412) a inferir que "[...] todo movimento relativo pode ser alterado enquanto o movimento verdadeiro é preservado, e pode ser preservado enquanto o verdadeiro é alterado, e, assim, o movimento verdadeiro certamente não consiste em relações desse tipo"[604].

No caso dos efeitos, Newton (1999, p. 412) declara que "os efeitos que distinguem o movimento absoluto do relativo são as forças do afastamento do eixo do movimento circular"[605]. Na sua concepção, essas forças são nulas no movimento circular relativo, ao passo que no movimento circular absoluto elas terão maior ou menor intensidade na proporção da quantidade de movimento. Assim como no caso das causas, DiSalle também aponta um problema com essa consideração dos efeitos. "Tais efeitos, mesmo se assumirmos que eles distinguem uma rotação verdadeira de um movimento relativo, certamente não podem revelar se um corpo em rotação está em repouso no espaço absoluto"[606] (DISALLE, 2016, p. 44).

Em seguida, Newton (1999, pp. 412-413) descreve um experimento que ele teria realizado com um balde com água. Segundo Rynasiewicz (2014)[607], "Newton usa o experimento para estabelecer que o empreendimento centrífugo não é nem uma condição necessária nem uma condição suficiente para a existência do movimento circular relativo [da água] em relação aos seus arredores [o balde]"[608]. O experimento é descrito da seguinte forma.

---

the only places that are unmoving are those that all keep given positions in relation to one another from infinity to infinity and therefore always remain immovable and constitute the space that I call immovable".

603 "The causes which distinguish true motions from relative motions are the forces impressed upon bodies to generate motion".

604 "[...] every relative motion can be changed while the true motion is preserved, and can be preserved while the true one is changed, and thus true motion certainly does not consist in relations of this sort".

605 "The effects distinguishing absolute motion from relative motion are the forces of receding from the axis of circular motion".

606 "Such effects, even if we assume that they distinguish a true rotation from a relative motion, certainly cannot reveal whether a rotating body is at rest in absolute space".

607 A seguinte passagem se encontra no parágrafo do *Raciocínio* (*Reasoning*) sobre o *Argumento a partir dos Efeitos* (*The Argument from Effects*) da Seção 5.3.

608 "Newton uses the experiment to establish that centrifugal endeavor is neither a necessary condition nor a sufficient condition for the existence of relative circular motion [of the water] with respect to its surroundings [the bucket]".

Um balde é suspendido por uma longa corda, girando o balde ao ponto de torcê-la bastante. Após encher o balde com água, tanto esta quanto o balde, em um primeiro momento, encontrar-se-ão em repouso. Agora, fazendo girar o balde na direção oposta, a corda passará a se distorcer. Inicialmente, a superfície da água permanecerá plana, indicando que ela não tem a tendência de se afastar do eixo de rotação. Com esse aspecto do experimento, Newton está indicando, segundo Rynasiewicz (2014)[609], que:

> [...] [A] existência do empreendimento [*endeavor*] centrífugo nas partes de um corpo não é uma condição necessária para o corpo estar girando relativamente aos seus arredores. Isto é, tal rotação relativa em relação aos corpos imediatamente adjacentes não precisa produzir nenhum empreendimento [*endeavor*] centrífugo nas partes do corpo para se afastar do eixo de rotação relativa[610].

À medida que o balde continua a girar, gradualmente a água passa a girar também até ela começar a subir pelas paredes do balde. Em dado momento, a água adquire a mesma rotação que o balde em relação à estrutura que o suspende, estando a água e o balde, portanto, em repouso relativo. A água, porém, alcança sua altura máxima nas paredes do balde nesse momento, o que indica que ela alcançou seu maior nível de empreendimento centrífugo, isto é, seu maior afastamento do eixo de rotação. Daí, Newton (1999, p. 413) infere:

> Portanto, esse comportamento não depende da mudança de posição da água em relação aos corpos ao redor, e, assim, o verdadeiro movimento circular não pode ser determinado por meio de tais mudanças de posição. O verdadeiro movimento circular de cada corpo em revolução é único, correspondendo a um empreendimento único como seu efeito próprio e suficiente, enquanto que movimentos relativos são inumeráveis, de acordo com suas relações variadas com corpos externos, e, como relações, são completamente ausentes em efeitos verdadeiros, exceto na medida em que eles participam daquele movimento verdadeiro e único[611].

Aqui vemos Newton defendendo a existência de um movimento circular absoluto em relação ao espaço absoluto. Ele reconhece que é muito difícil encontrar os movimentos verdadeiros de corpos individuais e distingui-los dos movimentos aparentes. Apesar disso, ele alega que "[...] é possível extrair evidência em parte de movimentos aparentes, que são as

---

[609] A seguinte passagem se encontra no segundo parágrafo do *Raciocínio* (*Reasoning*) sobre o *Argumento a partir dos Efeitos* (*The Argument from Effects*) da Seção 5.3.

[610] "[…] the existence of centrifugal endeavor in the parts of a body is not a necessary condition for the body to be rotating relative to its surroundings. That is, such relative rotation with respect to immediately adjacent bodies need not produce any centrifugal endeavor in the parts of the body to recede from the axis of relative rotation".

[611] "Therefore, that endeavor does not depend on the change of position of the water with respect to surrounding bodies, and thus true circular motion cannot be determined by means of such changes of position. The truly circular motion of each revolving body is unique, corresponding to a unique endeavor as its proper and sufficient effect, while relative motions are innumerable in accordance with their varied relations to external bodies and, like relations, are completely lacking in true effects except insofar as they participate in that true and unique motion".

diferenças entre os movimentos verdadeiros, e em parte das forças que são as causas e os efeitos dos movimentos verdadeiros"[612] (Ibid., p. 414). Para ilustrar esse ponto, ele considera um experimento mental, a saber, duas bolas mantidas a certa distância uma da outra conectadas por uma corda, girando em torno de um centro de gravidade comum. Além disso, as bolas estariam afastadas de quaisquer outros corpos aos quais pudéssemos relacionar seus movimentos. Nessas condições, Newton (1999, p. 414) alega que "[...] a tendência [*conatus*, em latim[613]] das bolas para se afastar do eixo de movimento poderia ser conhecida a partir da tensão da corda, e assim a quantidade de movimento circular poderia ser computada"[614]. Portanto, o movimento verdadeiro de um corpo em rotação é independente dos corpos que lhe são contíguos, assim como de outros movimentos relativos.

A rotação absoluta foi definida pela maneira como ela pode ser detectada e medida tendo em vista os efeitos centrífugos nos dois experimentos. No caso do experimento do balde, é possível encontrar e medir o movimento verdadeiro da água pela forma como ela sobe nas paredes do balde; ao passo que, no experimento das bolas, a partir da tensão da corda, podemos conhecer a tendência das bolas para se afastar do eixo de movimento, de modo que é possível computar a quantidade de movimento circular. "Em ambos os casos, não estamos inferindo uma entidade teórica de um fenômeno, mas definindo um fenômeno como a medida de uma quantidade teórica"[615] (DISALLE, 2016, p. 48). Assim, esses argumentos buscam estabelecer que a definição de rotação absoluta tem um conteúdo empírico.

Após as *Definições*, segue-se os *Axiomas, ou Leis do Movimento*. A primeira lei estabelece que "*todo corpo persevera em seu estado de repouso ou de movimento uniforme segundo uma linha reta, exceto na medida em que ele é compelido a alterar seu estado por forças impressas*"[616] (NEWTON, 1999, p. 416, ênfase do autor). Esta lei é por vezes chamada de *lei de inércia*. De acordo com Cohen (2016, pp. 69-70), o principal objetivo dela é tornar clara "[...] a condição sob a qual podemos inferir a ação de uma força direcionada para o centro que atua continuamente"[617]. Note também que ao final da definição Newton fala de "forças impressas", ou seja, pode ser qualquer uma delas: força centrípeta, percussão ou pressão. Sendo

[612] "[…] it is possible to draw evidence partly from apparent motions, which are the differences between the true motions, and partly from the forces that are the causes and effects of the true motions".
[613] A passagem original em latim encontra-se em NEWTON, 1726, p. 11.
[614] "[…] the endeavor of the balls to recede from the axis of motion could be known from the tension of the cord, and thus the quantity of circular motion could be computed."
[615] "In both cases, we are not inferring a theoretical entity from a phenomenon, but defining a phenomenon as the measure of a theoretical quantity".
[616] "*Every body perseveres in its state of being at rest or of moving uniformly straight forward, except insofar as it is compelled to change its state by forces impressed*".
[617] "[…] the condition under which we can infer the action of a continuously acting, centrally directed force".

assim, "[...] a lei é igualmente válida para forças impulsivas ou instantâneas e forças contínuas"[618] (Ibid., p. 70).

Smeenk e Schlisser (2013, p. 119) apontam que uma versão da primeira lei já tinha aparecido no *De Motu*. Esta versão estabelecia que "'todo corpo, por sua força inata somente, procede uniformemente ao infinito em uma linha reta, a não ser que seja impedida por algo extrínseco'"[619] (Ibid., p. 119). Smeenk e Schlisser (2013, p. 119) também defendem que as duas formulações, tanto a do *De Motu* quanto a dos *Principia*, apresentam avanços em relação a formulações predecessoras do princípio de inércia. Por um lado, ambas estabelecem que o movimento realizado pelo corpo é uniforme; por outro, na definição dos *Principia* não se encontra a exigência de que deve haver "algo extrínseco" para fazer o corpo desviar de seu movimento inercial. "A formulação dos *Principia* exige apenas que uma força impressa atue no corpo, mas essa força é tratada abstratamente sem comprometimentos em relação ao seu modo de operação ou fonte"[620] (Ibid., p. 119).

A segunda lei, por sua vez, estabelece que "*uma mudança no movimento é proporcional à força motora impressa e faz-se na direção da linha reta na qual aquela força é impressa*"[621] (NEWTON, 1999, p. 416, ênfase do autor)[622]. Smeenk e Schlisser (2013, p. 120) esclarecem que a "mudança no movimento" é medida pela distância entre o ponto que o corpo teria alcançado se movendo inercialmente e o ponto realmente alcançado devido à ação de uma força impressa. Além disso, também é importante ter em mente que, como as expressões "força motora" e "mudança no movimento" se referem a quantidades que se realizam em linha reta, elas têm uma direção, como observa Pourciau (2016, p. 122). Nesse mesmo sentido, Pourciau (2016, pp. 123-124) também aponta que, tanto no enunciado da primeira quanto da segunda lei, a "força impressa" é para ser entendida como uma *ação*, um *impulso*, e como tal, ela tem certa magnitude e direção[623].

Como afirmam Smeenk e Schlisser (2013, p. 120), "Newton aplica a lei para os casos que envolvem forças impressas discretas, tais como impactos, e também para forças que atuam

---

[618] "[…] the law is equally valid for impulsive or instantaneous forces and continuous forces".
[619] "'Every body by its innate force alone proceeds uniformly to infinity in a straight line, unless it is impeded by something extrinsic'".
[620] "The formulation of the *Principia* requires only that an impressed force acts on the body, but this force is treated abstractly without commitments regarding its mode of operation or source".
[621] "*A change in motion is proportional to the motive force impressed and takes place along the straight line in which that force is impressed*".
[622] Smeenk e Schlisser (2013, p. 119) afirmam que a segunda lei já estava presente implicitamente no *De Motu*, embora apenas parte dela tenha sido utilizada.
[623] Pourciau (2016, p. 120) também enfatiza que o objetivo da segunda lei é excluir todo comportamento de uma dada força impressa que seja "desregrado e despropositado", isto é, que possa gerar diferentes desvios a depender da velocidade e da direção do corpo.

continuamente"[624].Cohen (2016, p. 72) também reconhece esse fato, indicando inclusive as Definições 7 e 8 e a Proposição 24 do Livro 2 como indícios disso.

Pourciau (2016, pp. 116-117) comenta que a segunda lei, como apresentada nos *Principia*, foi, por séculos, considerada controversa. Entretanto, ele destaca que existe um certo manuscrito de Newton que, caso tivesse sido publicado na segunda edição da obra, teria evitado isso. Trata-se de um manuscrito datado dos anos 1692/1693, no qual se percebe que Newton desejava realizar uma série de revisões no *Livro 1* da primeira edição dos *Principia*, sendo que a maior parte delas não ocorreu. Entre essas revisões estão oito reformulações da segunda lei, sendo que a única que não aparece riscada (*crossed out*) é a seguinte: "LEI 2. *Todo novo movimento pelo qual o estado de um corpo é alterado é proporcional à força motora impressa, e ocorre a partir do lugar que o corpo, de outra forma, ocuparia em direção ao objetivo ao qual a força impressa aponta"*[625] (Ibid., p. 117, ênfase do autor). Essa formulação é acompanhada pela seguinte passagem e figura[626].

> A INTERPRETAÇÃO DE NEWTON DE SUA SEGUNDA LEI. Se o corpo *P* precisa, em seu lugar *P* onde uma força é impressa sobre ele, ter um movimento pelo qual, quando uniformemente continuado, ele descreveria a linha reta *PL*, mas pela força impressa for desviado dessa linha para a outra *PQ* e, quando ele deveria estar localizado no lugar *L*, estar localizado no lugar *Q*, então, como o corpo, livre da força impressa, teria ocupado o lugar *L* e é lançado para fora desse lugar por aquela força e transferido daí para o lugar *Q*, a translação do corpo do lugar *L* para o lugar *Q* será, no sentido dessa Lei, proporcional a essa força e direcionada ao mesmo ponto em direção ao qual essa força é impressa[627].

[624] "Newton applies the law to cases involving discrete impressed forces, such as impacts, as well as continuously acting forces".

[625] "LAW 2. *All new motion by which the state of a body is changed is proportional to the motive force impressed, and occurs from the place which the body would otherwise occupy towards the goal at which the impressed force aims*".

[626] Pourciau (2016, pp. 117-118) altera a passagem original substituindo as letras *A, a, B, b* por *P, L, G, Q*. Além disso, a ilustração à esquerda é a original de Newton, enquanto que aquela à direita é uma cópia da primeira, mas com a substituição das letras originais. A transcrição da mesma passagem sem a alteração das letras e apenas com a ilustração de Newton é apresentada em POURCIAU, 2016, pp. 94-95.

[627] "NEWTON'S INTERPRETATION OF HIS SECOND LAW. If the body *P* should, at its place *P* where a force is impressed upon it, have a motion by which, when uniformly continued, it would describe the straight line *PL*, but by the impressed force be deflected from this line into another one *PQ* and, when it ought to be located at the place *L*, be found at the place *Q*, then, because the body, free of the impressed force, would have occupied the place *L* and is thrust out from this place by that force and transferred therefrom to the place *Q*, the translation of the body from the place *L* to the place *Q* will, in the meaning of this Law, be proportional to this force and directed to the same goal towards which this force is impressed".

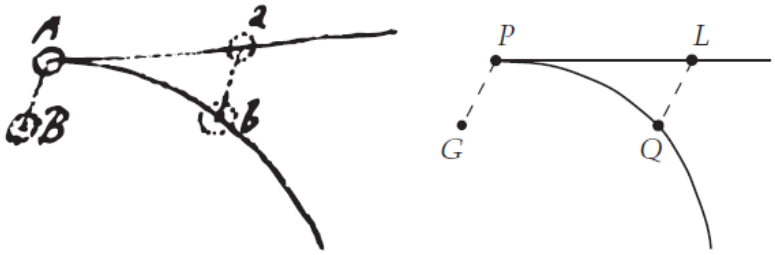

Figura 5: Desenho original de Newton à esquerda e redesenhado à direita apud POURCIAU, 2016, p. 117.

> De onde, se o mesmo corpo desprovido de todo movimento e impressionado pela mesma força com a mesma direção, pudesse no mesmo tempo ser transportado do lugar *P* ao lugar *G*, as duas linhas retas *PG* e *LQ* serão paralelas e iguais. Pois a mesma força, ao atuar com a mesma direção e no mesmo tempo no mesmo corpo, seja em repouso ou carregado por qualquer movimento, alcançará no sentido dessa Lei uma translação idêntica em direção ao mesmo ponto; e no presente caso, a translação é *PG* onde o corpo está em repouso antes da força ser impressa, e *LQ* onde estava em um estado de movimento[628] (Ibid., pp. 117-118, ênfase do autor).

Pourciau (2016, pp. 118-119) observa que a expressão "desviado dessa linha para a outra *PQ*" (*deflected from this line into another one PQ*) possibilita que a lei seja interpretada como podendo ser aplicada tanto diretamente a uma força contínua quanto diretamente a um impulso instantâneo. Em outras palavras, a força da segunda lei pode ser tanto contínua quanto impulsiva. Além disso, o fato de Newton usar duas vezes a expressão "no sentido[629] dessa Lei" seria um indício de que Newton está estabelecendo o significado real da lei, e não apenas uma implicação ou uma aplicação dela. Isso leva Pourciau a elaborar uma segunda versão da segunda lei que, na sua concepção, estaria mais de acordo com a forma que o próprio Newton a entendeu. Ele chama essa lei de "Segunda Lei Composta", e ela é apresentada da seguinte forma:

> SEGUNDA LEI COMPOSTA. (A Segunda Lei como Newton A Entendeu). *Uma dada força impressa (contínua ou impulsiva) atuando em um dado corpo gera em um dado tempo a mesma deflexão, esteja o corpo em movimento ou em repouso: se* $\vec{LQ}$ *é a deflexão gerada por uma dada força impressa atuando em um dado corpo em movimento e se* $\vec{PG}$ *é a deflexão que teria sido gerada caso aquela dada força impressa tivesse atuado no dado corpo em repouso, então* $\vec{LQ} = \vec{PG}$*. Em outras palavras, quando uma dada força impressa atua em um dado corpo, o movimento inercial do corpo compõe independentemente com a deflexão que teria sido gerada*

[628] "Whence, if the same body deprived of all motion and impressed by the same force with the same direction, could in the same time be transported from the place *P* to the place *G*, the two straight lines *PG* and *LQ* will be parallel and equal. For the same force, by acting with the same direction and in the same time on the same body whether at rest or carried on with any motion whatever, will in the meaning of this Law achieve an identical translation towards the same goal; and in the present case the translation is *PG* where the body is at rest before the force was impressed, and *LQ* where it was there in a state of motion".

[629] Pourciau (2016, p 118) destaca que o termo "*meaning*" é uma tradução da palavra "*mente*".

> *se a força impressa atuando no corpo em movimento tivesse atuado no dado corpo em repouso:* $\vec{PQ} = \vec{PL} + \vec{PG}$[630] (Ibid., pp. 119-120, ênfase do autor).

Nas proposições 1-14 do Livro 1 dos *Principia*, nas quais Newton lida com uma variedade de forças centrípetas, ele procede partindo de forças impulsivas e realiza uma transição para uma força contínua. De acordo com Cohen (2016, p. 73), "[...] do ponto de vista de Newton, a forma do impacto da segunda lei levava tão prontamente à forma contínua que ele nem sequer se importou em estabelecer a forma contínua como uma entidade separada"[631].

Cohen (2016, p. 78) também destaca que os conceitos de força contínua e impulsiva de Newton estão ligados pelo conceito de tempo. Enquanto a força contínua requer um tempo finito, a força impulsiva requer um tempo infinitesimal. Cohen (2016, p. 78) comenta que, para Newton, é fácil estabelecer uma transição de uma força para a outra. Para tanto, basta conceber uma força contínua como o limite de uma sequência de impulsos[632].

> [...] [E]le [Newton] não escreveu proporções como equações algébricas, e, assim, não estava preocupado com o fato de se a força *F* ter a mesma dimensionalidade em ambas as formas da segunda lei, então as constantes de proporcionalidade devem ter diferente dimensionalidade[633] (Ibid., p. 79).

Ainda no que concerne à segunda lei, a influência de autores anteriores para sua formulação é um fator a ser considerado. Nesse sentido, Pourciau (2016, p. 94) defende que "a segunda lei se deve muito mais a Galileu e a Huygens, pois ela é uma descendente direta, de fato, uma generalização natural, de uma suposição explícita no *Discorsi* e das Hipóteses II e III do *Horologium oscillatorium*"[634]. Na parte II desta obra, Huygens apresenta três *Hipóteses* sobre a queda dos corpos na superfície da Terra:

> HIPÓTESE I. *Se não houvesse gravidade, e se o ar não impedisse o movimento dos corpos, então qualquer corpo continuará seu dado movimento com velocidade*

---

630 "COMPOUND SECOND LAW. (The Second Law as Newton Understood It). *A given impressed force (continuous or impulsive) acting on a given body generates in a given time the same deflection, whether the body is in motion or at rest: if* $\vec{LQ}$ *is the deflection generated by a given impressed force acting on a given body in motion and if* $\vec{PG}$ *is the deflection that would have been generated had that given impressed force acted on the given body at rest, then* $\vec{LQ} = \vec{PG}$ *In other words, when a given impressed force acts on a given body, the inertial motion of the body compounds independently with the deflection that would have been generated if the impressed force acting on the moving body had acted on the given body at rest:* $\vec{PQ} = \vec{PL} + \vec{PG}$*".*

631 "[…] from Newton's point of view, the impact form of the second law led so readily into the continuous form that he did not even bother to state the continuous form as a separate entity".

632 Cohen (2016, p. 78) indica que foi isso o que Newton fez nas Proposições 1 e 4 do Livro 1.

633 "[…] he did not write proportions as algebraic equations and so was not concerned by the fact that if the force *F* has the same dimensionality in both forms of the second law, then the constants of proportionality must have different dimensionality".

634 "Law 2 owes far more to Galileo and Huygens, for it is a direct descendent, indeed a natural generalization, of an explicit assumption in the *Discorsi* and Hypotheses II and III in the *Horologium oscillatorium*".

> *uniforme em uma linha reta*. HIPÓTESE II. *Pela ação da gravidade, quaisquer que sejam suas fontes, ocorre que corpos são movidos por um movimento composto tanto de um movimento uniforme em uma direção ou outra e de um movimento para baixo devido à gravidade.* HIPÓTESE III. *Esses dois movimentos podem ser considerados separadamente, com nenhum deles sendo impedido pelo outro*[635] (Ibid., p. 125, ênfase do autor).

Newton era bem familiarizado com essas hipóteses. Dadas suas ambições de explicar os movimentos celestes, elas por si só não eram adequadas para realizá-las. Não obstante, elas podiam ser alteradas para tanto. Nesse sentido, Pourciau (2016, p. 126) sugere que as seguintes alterações sejam feitas nas *Hipóteses*, de modo fazer uma generalização delas: primeiro, substituir a "gravidade" por "qualquer força impressa", posto que a expressão "[...] 'um movimento para baixo devido à gravidade' na segunda hipótese significa o movimento que teria sido gerado se a força devido à gravidade que atua no corpo em movimento tivesse atuado, antes, no corpo *em repouso* [...]"[636] (Ibid., p. 126, ênfase do autor); retirar a restrição "para baixo" na direção da força na segunda *Hipótese*; e, tendo em vista ainda que a expressão "considerados separadamente" na terceira *Hipótese* indica dois movimentos "compostos independentemente", acrescentar essa característica. Com essas alterações, Pourciau (2016, p. 126, ênfase do autor) chega à seguinte generalização:

> *Pela ação de uma dada força impressa, quaisquer que sejam suas fontes, um corpo é movido por um movimento composto independentemente do movimento* [*velocidade e direção*] *do corpo uniformemente continuado e do movimento que teria sido gerado se a dada força impressa tivesse atuado no dado corpo em repouso*[637].

Ela corresponde à segunda lei de Newton de acordo com a definição da Segunda Lei Composta. Para corroborar seu argumento, Pourciau (2016, pp. 126-127) compara a ilustração de Newton da Segunda Lei Composta com a figura de Huygens no *Horologium Oscillatorium* utilizada para ilustrar a segunda e terceira *Hipóteses* na parte II de sua obra, defendendo que Newton desenhou essencialmente a mesma figura. Isso o leva à conclusão de que "[...] a segunda lei de Newton nos *Principia* (como Newton entendeu aquela lei, isto é, como a

---

635 "HYPOTHESIS I. *If there were no gravity, and if the air did not impede the motion of bodies, then any body will continue its given motion with uniform velocity in a straight line*. HYPOTHESIS II. *By the action of gravity, whatever its sources, it happens that bodies are moved by a motion composed both of a uniform motion in one direction or another and of a motion downward due to gravity*. HYPOTHESIS III. *These two motions can be considered separately, with neither being impeded by the other*".

636 "[…] 'a motion downward due to gravity'" in the second hypothesis means the motion that would have been generated if the force due to gravity which acts on the body in motion had acted instead on the body *at rest* […]".

637 "*By the action of any given impressed force, whatever its sources, a body is moved by a motion independently compounded of the motion* [*speed and direction*] *of the body uniformly continued and of the motion that would have been generated if the given impressed force had acted on the given body at rest"*.

Segunda Lei Composta) é a generalização natural da segunda e terceira hipóteses de Huygens no *Horologium oscillatorium*"[638] (Ibid., p. 128)[639].

É fácil perceber que a segunda lei é o que se esperaria seguir da primeira. Como a primeira lei estabelece que um corpo só altera seu estado de repouso ou de movimento uniforme segundo uma linha reta devido à ação de uma força impressa, então o desvio que um corpo sofre nesse sentido indica a existência de uma tal força, o que leva naturalmente ao próximo passo, a saber, medir a magnitude e a direção da dada força impressa através da extensão e direção do desvio observado. Como resume Pourciau (2016, p. 125), "[…] a Lei 1 garante a existência de uma força impressa, enquanto que a Lei 2 (interpretada como a Segunda Lei Composta) garante a medida daquela força impressa via a deflexão observada"[640].

Alguns autores criticam Newton por separar a primeira e a segunda lei. Sobre esse ponto, Cohen (2016, p. 74) apresenta dois motivos para o estabelecimento dessa separação. O primeiro diz respeito à crença vigente na época de Newton acerca do movimento. No século XVII, acreditava-se que todo movimento era realizado por um movente, isto é, por outra coisa que não o objeto ou corpo que está em movimento. Portanto, a apresentação da primeira lei pode ser considerada uma manobra ousada, tendo em vista o período no qual Newton estava inserido. Como comenta Cohen (2016, p. 74), "o próprio estabelecimento dessa lei como um axioma foi um passo radical, uma declaração de um importante novo princípio de movimento, importante demais para ser um caso especial de outra lei"[641].

O segundo motivo é que as primeiras duas leis de Newton refletem a forma como declarações semelhantes foram apresentadas por seus predecessores. Tomemos, por exemplo, os casos de Galileu, Huygens e Descartes. No caso de Galileu, é notório que, nos *Principia*, Newton alega que Galileu descobriu as leis dos movimentos dos projéteis utilizando suas duas primeiras leis do movimento (Cf. NEWTON, 1999, p. 424), o que seria um indício de que Galileu foi uma das fontes para Newton elaborar suas duas primeiras leis[642].

É possível também que Newton tenha decidido separar a primeira da segunda lei porque ele estava seguindo o exemplo de Huygens no *Horologium Oscillatorium*[643]. É fácil perceber a

---

[638] "[…] Newton's second law in the *Principia* (as Newton understood that law, i.e., as the Compound Second Law) is the natural generalization of Huygens's second and third hypotheses in the *Horologium oscillatorium*".

[639] Existem outras considerações que poderiam ser feitas sobre a segunda lei (Cf. POURCIAU, 2016, pp. 128-141), mas para nossos fins, o que foi aqui exposto é suficiente.

[640] "[…] Law 1 guarantees the existence of an impressed force, while Law 2 (interpreted as the Compound Second Law) guarantees the measurement of that impressed force via that observed deflection".

[641] "The very statement of this law as an axiom was a radical step, a declaration of an important new principle of motion, too important to be a special case of another law".

[642] Herivel (1962) trata da influência de Galileu sobre Newton.

[643] Cohen (2016, p. 75) alega que Huygens transformou as regras de Galileu para os movimentos dos corpos em axiomas nesta obra.

semelhança da primeira lei de Newton com a primeira *Hipótese* de Huygens. Referindo-se a essa *Hipótese*, Cohen (2016, p. 75) defende que ela pode ser interpretada como "[...] a primeira lei de Newton estabelecida para um sistema no qual as únicas forças possíveis são a gravidade e a resistência do ar (e possivelmente alguma força que faça avançar movimentos iniciados, como no disparar de um projétil)"[644]. Como já apontamos anteriormente, a segunda e a terceira *Hipótese* podem ser generalizadas de modo a corresponderem à segunda lei de Newton. Além disso, Cohen (2016, p. 75) também destaca que o modelo da segunda *Hipótese* de Huygens é estruturalmente o mesmo da segunda lei de Newton, isto é, "primeiro, um movimento inercial na ausência de forças e então um novo movimento produzido pela ação de uma força"[645]. No caso de Descartes[646], Cohen (2016, p. 74) observa que "a forma na qual Newton expressou a primeira lei, incluindo a escolha de linguagem e o estabelecimento separado da Lei 1 e Lei 2, mostra a influência dos *Principia* [*Princípios*] de Descartes [...]"[647].

Também é importante enfatizar que, embora as duas primeiras leis de Newton possuam antecedentes, suas formulações apresentam inovações. Smeenk e Schlisser (2013, p. 120) elencam duas. A primeira diz respeito à forma como Newton trata a noção de força, ou seja, "[...] como uma quantidade matemática abstrata independente de quaisquer comprometimentos em relação à suas fontes físicas"[648] (Ibid., p. 120). A segunda é a introdução do conceito de massa.

Por fim, a terceira lei estabelece que "*para qualquer ação, há sempre uma reação oposta e igual; em outras palavras, as ações de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e sempre opostas em direção*"[649] (NEWTON, 1999, p. 417, ênfase do autor). Na breve discussão dessa lei, Newton (1999, p. 417) deixa claro que ela se aplica aos casos de colisões, mas também é válida para os casos envolvendo atrações. Essa é a única de suas três leis que Newton não atribui a Galileu um conhecimento prévio. Smeenk e Schlisser (2013, p. 121) apontam que, embora a terceira lei não apareça no *De Motu,* Newton a utilizou como exemplo em palestras antes da publicação desta obra[650].

---

644 "[…] Newton's first law stated for a system in which the only possible forces are gravity and air resistance (and possibly some force that gets forward motions started, as in the firing of a projectile)".
645 "First, an inertial motion in the absence of forces and then a new motion produced by the action of a force".
646 Abordaremos a questão da influência de Descartes sobre as leis de Newton no próximo capítulo.
647 "The form in which Newton expressed the first law, including the choice of language and the separate statement of Law 1 and Law 2, shows the influence of Descartes's *Principia* […]".
648 "[...] as an abstract mathematical quantity independent of any commitments regarding its physical sources".
649 "*To any action there is always an opposite and equal reaction; in other words, the actions of two bodies upon each other are always equal and always opposite in direction*".
650 Smeenk e Schlisser (2013, p. 122) também declaram que Newton veio a considerar as implicações da terceira lei para o movimento planetário pouco após terminar a primeira versão do *De Motu*.

É importante deixar claro que a terceira lei não proporciona um equilíbrio entre as forças, isto é, entre a ação e a reação. Cohen (2016, p. 73) assim explica esse ponto: "[...] a lei, na verdade, diz que se um corpo *A* exerce uma força *Fa* no corpo *B*, então o corpo *B* exercerá uma força *Fb* igual e oposta no corpo *A*. Não há equilíbrio porque as forças *Fa* e *Fb* são exercidas em diferentes corpos, uma no corpo *A* e a outra no corpo *B*"[651]. Não obstante, as forças devem ser entendidas como interações entre os corpos. "A 'força' corresponde a uma interação mútua entre corpos que *não* é quebrada em 'ações' e 'reações' separadas, exceto em nossas descrições dela"[652] (SMEENK; SCHLISSER, 2013, p. 121, ênfase dos autores).

No *Escólio* das *Leis do Movimento*, Newton apresenta uma série de exemplos para ilustrar a conexão entre as leis. Sobre esse ponto, Smeenk e Schlisser (2013, p. 121) destacam a relação entre a primeira e a terceira lei: "para que a Primeira Lei valha para o centro de massa de um sistema fechado de corpos interagindo, a Terceira Lei deve ser mantida para as interações entre os corpos"[653]. Mas essa não é a única relação da terceira lei com as outras duas. A terceira lei também tem o papel de suplementar as outras duas ao possibilitar o estabelecimento de uma distinção entre forças reais e aparentes.

> Dado um corpo em movimento, as primeiras duas leis permitem inferir a existência de uma força produzindo o movimento que pode ser bem definido quantitativamente (dada uma magnitude definida e direção). Mas a Terceira Lei exige ainda que a força resulte de uma interação mútua[654] (Ibid., p. 121).

Sendo assim, enquanto as duas primeiras leis possibilitam tratar as forças matematicamente, a terceira estabelece uma restrição física.

Apresentadas as definições fundamentais da obra de Newton e suas leis do movimento, agora podemos nos voltar para sua matemática e sua metodologia, que serão centrais para elaborar sua mecânica.

---

[651] "[…] the law actually says that if a body *A* exerts a force *Fa* on body *B*, then body *B* will exert an equal and opposite force *Fb* on body *A*. There is no equilibrium because the forces *Fa* and *Fb* are exerted on different bodies, one on body *A* and the other on body *B*".

[652] "The 'force' corresponds to a mutual interaction between bodies that is *not* broken down into separate 'actions' and 'reactions', except in our descriptions of it".

[653] "In order for the First Law to hold for the centre of mass of a closed system of interacting bodies, the Third Law must hold for the interactions among the bodies".

[654] "Given a body in motion, the first two laws allow one to infer the existence of a force producing the motion that may be well defined quantitatively (given a definite magnitude and direction). But the Third Law further requires that the force results from a mutual interaction".

3.2. Matemática e mecânica

Guicciardini (1999, p. 17) aponta que o interesse de Newton por matemática começou em 1664, quando teve contato com as obras de Viète, a segunda edição latina da *Géométrie* de Descartes[655], a *Clavis Mathematicae* de William Oughtred e a *Arithmetica Infinitorum* de John Wallis. Guicciardini (2016, p. 385) alega que o primeiro contato de Newton com a álgebra foi através das obras de Viète e Oughtred. Newton adotou os métodos desses autores, sendo agrupados com o rótulo de "nova análise" (Cf. GUICCIARDINI, 1999, p. 18). A *nova análise* de Newton nada mais é do que aquilo que ele viria a chamar de método de séries e fluxões. A novidade que a *nova análise* apresentava era o uso de quantidades infinitas. Este aspecto contrasta com o método de Descartes de solução de problemas, que "[...] estava confinado ao uso de magnitudes finitas (tais como os segmentos finitos) expressadas por 'equações finitas' (isto é, equações polinomiais com um número finito de termos)"[656] (Id., 2016, p. 389). No intuito de apresentar de forma breve o processo de descoberta do método newtoniano, Guicciardini (2016, pp. 389-391) o divide em três passos.

O primeiro passo consistiu em generalizar os resultados contidos na obra *Arithmetica Infinitorum* de Wallis, que concebia as superfícies curvilíneas como compostas de infinitos componentes infinitesimais (Cf. GUICCIARDINI, 2016, p. 389). Guicciardini (2016, p. 389) explica da seguinte forma a estratégia de Newton neste primeiro passo:

> […] [E]le identificou uma forma geral para os coeficientes que ocorrem quando um binomial é elevado a um expoente inteiro positivo; ele tabulou os coeficientes e então, por um ato de fé na universalidade dessas formas, extrapolou e interpolou as tábulas, encontrando assim os coeficientes para expoentes negativos[657] e fracionais[658].

Foi assim que, no inverno de 1664-1665, Newton descobriu o teorema binomial, uma das técnicas de expansão de potência para quantidades fluentes.

> [...] [E]le obteve sua série binomial graças a técnicas indutivas e de interpolação. Além disso, Newton continuou séries ao infinito se baseando em analogias. Ele estabeleceu que quando uma regra surge depois da formação dos primeiros termos, essa regra pode

[655] Trataremos mais especificamente da importância da *Géométrie* de Descartes para Newton no próximo capítulo.
[656] "[…] was confined to the use of finite magnitudes (such as finite segments) expressed by "finite equations" (i.e., polynomial equations with a finite number of terms)".
[657] Guicciardini (2009, p. 153) aponta o cálculo de logaritmos como um dos resultados que Newton alcançou com a aplicação de séries binomiais a expoentes negativos.
[658] "[…] he identified a general form for the coefficients that occur when a binomial is raised to a positive integer exponent; he tabulated the coefficients, and then, by an act of faith in the universality of these forms, he extrapolated and interpolated the tables, thus finding coefficients for negative and fractional exponents".

> ser estendida para termos de ordem maior sem hesitação[659] (GUICCIARDINI, 2009, p. 166).

Como a prova do teorema binomial se fundamentava em procedimentos indutivos matemáticos, Guicciardini (2009, p. 153) observa que "[...] Newton sentiu a necessidade de verificar o acordo das séries obtidas ao aplicar a série binomial com procedimentos algébricos e numéricos"[660]. Ele percebeu que as séries de potências que eram obtidas ao aplicar o teorema binomial concordavam com aquelas séries de potências obtidas por meio de procedimentos algébricos. Ao aplicar o teorema em problemas de quadratura, ele conseguiu *quadrar* diferentes tipos de curva de forma completamente analítica[661] (Cf. GUICCIARDINI, 1999, pp. 18-19). Newton conseguia, assim, expressar relações trigonométricas e calcular a área subentendida do cicloide, uma curva mecânica, por exemplo (Id., 2009, p. 154).

Merzbach e Boyer (2011, p. 361) apontam que a abordagem de Newton o levou a perceber que era possível operar com séries infinitas de modo semelhante a como se lidava com expressões polinomiais finitas. Segundo Guicciardini (1999, p. 19), "as séries infinitas eram, de fato, entendidas por Newton e pelos seus contemporâneos como 'equações infinitas', às quais as regras da álgebra poderiam ser aplicadas. O campo da análise podia, assim, ser estendido a todas as curvas conhecidas"[662]. As séries infinitas eram importantes para quadrar curvas e integrar funções. De fato, "as séries infinitas permitiram que Newton expressasse funções transcendentes e integrar por integração de termo em termo"[663] (GUICCIARDINI, 2013, p. 252). Mais que isso, Newton percebeu que havia uma relação entre a análise por séries infinitas e a álgebra de quantidades finitas.

> [...] [E]le [Newton] descobriu que a análise por séries infinitas tinha a mesma consistência interna e estava sujeita às mesmas leis gerais que a álgebra de quantidades finitas. Séries infinitas não seriam mais consideradas apenas como

---

[659] "[…] he obtained his binomial series thanks to inductive and interpolation techniques. Further, Newton continued series at infinity relying on analogy; he stated that when a rule emerges after the formation of the first terms, this rule can be extended to higher-order terms without hesitation".

[660] "[…] Newton felt the need to verify the agreement of the series obtained by applying the binomial series with algebraic and numerical procedures".

[661] Guicciardini (1999, pp. 19-20) destaca três aspectos da obra de Newton sobre séries binomiais: ele introduziu expoentes negativos e fracionais; ele encontrou um método que possibilitou expandir vários tipos de curvas em séries de potências (incluindo infinitas), ou seja, as curvas não precisavam ser apresentadas só em expressões algébricas finitas, como Descartes fazia; e ele tinha um conceito intuitivo de convergência.

[662] "Infinite series, were indeed understood by Newton and by his contemporaries as 'infinite equations', to which the rules of algebra could be applied. The realm of analysis could thus be extended to all the known curves".

[663] "Infinite series allowed Newton to express transcendental functions and integrate by termwise integration".

> mecanismos aproximativos; elas eram formas alternativas das funções que elas representavam[664] (MERZBACH; BOYER, 2011, p. 361).

Uma prova rigorosa do teorema binomial só foi realizada no século XIX (Cf. GUICCIARDINI, 2016, pp. 389-390). Entretanto, ele publicou várias explicações de sua análise infinita, como o texto *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas*[665], escrito em 1669. Trata-se de um texto no qual são sistematizados resultados sobre a resolução de problemas de quadratura por meio de séries infinitas, empregando técnicas para calcular comprimentos de arco e áreas curvilíneas. Entre as técnicas matemáticas empregadas para tanto, Guicciardini (2016, p. 393) elenca:

> [...] [E]xpansões de séries de potência para a função logarítmica natural e funções trigonométricas (tais como seno, cosseno e arco tangente), a quadratura do cicloide e a quadratura (e a retificação) da quadratriz. Ele terminava com uma prova do teorema fundamental do cálculo e, o mais interessante, com uma tentativa de determinar o intervalo de convergência para séries de potência[666].

O segundo passo foi o desenvolvimento da notação e do algoritmo para calcular a tangente de curvas planas. Segundo Guicciardini (1999, p. 21), Newton concebia certos tipos de objetos como quantidades "infinitamente" ou "indefinidamente pequenas" que "*fluem*" no tempo. Segundo essa concepção, as linhas eram geradas pelo movimento de um ponto, ao passo que o movimento de uma linha gera uma superfície. Trata-se do que Newton chamou de *método das fluxões e dos momentos*.

Este método está baseado em três conceitos fundamentais: fluente, fluxão e momento. Os fluentes são as magnitudes geradas pelo movimento continuo, isto é, pelo fluxo; as fluxões são a taxa instantânea de fluxo dos fluentes, suas velocidades instantâneas[667]; "os 'momentos' das quantidades fluentes são 'as adições infinitamente pequenas pelas quais aquelas quantidades aumentam durante cada intervalo de tempo infinitamente pequeno'"[668]

---

[664] "[…] he had found that the analysis by infinite series had the same inner consistency and was subject to the same general laws as the algebra of finite quantities. Infinite series were no longer to be regarded only as approximating devices; they were alternative forms of the functions they represented".

[665] Doravante, referir-nos-emos a este texto apenas como *De Analysi*.

[666] "[…] power series expansions for the natural logarithm function and trigonometric functions (such as the sine, cosine, and arctangent), the quadrature of the cycloid, and the quadrature (and rectification) of the quadratrix. It ended with a proof of the fundamental theorem of the calculus and, most interestingly, with an attempt to determine the interval of convergence for power series".

[667] J. Resina Rodrigues, na nota de rodapé 19 da sua tradução portuguesa dos *Principia*, explica que "seja, por exemplo, um corpo que percorre o espaço representado pela variável **x,** ao longo do tempo **t**. Aquilo a que hoje chamamos a derivada de **x** em ordem a **t,** e Leibniz representou por $\frac{dx}{dt}$, foi chamado por Newton a **fluxão** do **fluente x** [...]" (NEWTON, 2017, p. 413, ênfase do autor).

[668] "The 'moments' of the fluent quantities are 'the infinitely small additions by which those quantities increase during each infinitely small interval of time'".

(GUICCIARDINI, 1999, p. 21), sendo que, durante um momento infinitesimal de tempo, a fluxão pode ser considerada como constante e, portanto, o momento é proporcional à fluxão (Cf. Id., 2016, p. 390). Guicciardini (2016, p. 390) ainda destaca que "[...] Newton calculou a inclinação de uma curva plana pela razão do momento da ordenada em relação ao momento da abcissa. Foi através do método e da concepção acima que a noção de magnitude infinitesimal entrou na prática matemática de Newton"[669].

No *De Methodis*, Newton utiliza uma notação de difícil compreensão na qual: as constantes empregadas eram representadas pelas letras *a, b, c, d*; os fluentes, pelas letras *v, x, y, z*; suas respectivas fluxões, pelas letras *l, m, n, r*; e o infinitamente pequeno intervalo de tempo era representado por *o* (Cf. GUICCIARDINI, 2009, p. 181). Guicciardini (1999, p. 22) aponta que "foi apenas nos anos 1690 que Newton introduziu a agora notação padrão: a fluxão de *x* é assim denotada por $\dot{x}$, e o momento de *x* por $\dot{x}o$. [...] Nos anos 1690, Newton denotou a 'segunda' fluxão de *x* com $\ddot{x}$"[670]. Com essa nova notação, as próprias fluxões podiam ser consideradas quantidades fluentes, sendo que os pontos ou números posicionados acima dos símbolos dos fluentes poderiam significar fluxões de ordem superior. Foi também nesse período que Newton empregou o traço sobre o símbolo da fluxão para indicar uma quantidade fluente. Por exemplo, a fluxão *x* e a quantidade fluente $\acute{x}$. Quanto à área da superfície sob uma curva, Newton fez uso de diferentes notações para indicá-la (Cf. GUICCIARDINI, 2009, p. 181-182).

Quanto ao algoritmo de Newton para calcular as fluxões, Guicciardini (1999, p. 22) afirma que ele é apresentado através do seguinte exemplo:

> Ele [Newton] considera a equação: $x^3 - ax^2 + axy - y^3 = 0$. Ele substitui *x* por $x + \dot{x}o$ e *y* por $y + \dot{y}o$, e desenvolve as potências. Eliminando $x^3 - ax^2 + axy - y^3$ como igual a zero e após divisão por *o*, ele obtém uma equação da qual ele cancela os termos que têm *o* como um fator. De fato, esses termos 'em nada serão equivalentes em relação aos outros', posto que '*o* supostamente seria infinitamente pequeno'. Por fim, Newton chega a $3\dot{x}x^2 - 2a\dot{x}x + a\dot{x}y + a\dot{x}y - 3\dot{y}y^2 = 0$. Este resultado é alcançado ao empregar a regra de cancelamento de infinitesimais[671].

Guicciardini (1999, p. 23) ainda destaca dois pontos sobre o algoritmo de Newton:

---

[669] "[…] Newton calculated the slope of a plane curve by the ratio of the moment of the ordinate to the moment of the abscissa. It was via the above conception and method that the notion of infinitesimal magnitude entered into Newton's mathematical practice".

[670] "It was only in the 1690s that Newton introduced the now standard notation: the fluxion of *x* is thus denoted by $\dot{x}$, and the moment of *x* by $\dot{x}o$. […] In the 1690s Newton denoted the 'second' fluxion of *x* with $\ddot{x}$".

[671] "He considers the equation: $x^3 - ax^2 + axy - y^3 = 0$. He substitutes $x + \dot{x}o$ for *x* and $y + \dot{y}o$ for *y*, and develops the powers. Deleting $x^3 - ax^2 + axy - y^3$ as equal to zero and after division by *o* he obtains an equation from which he cancels the terms which have *o* as a factor. In fact these terms 'will be equivalent to nothing in respect to the others', since '*o* is supposed to be infinitely small'. At last Newton arrives at: $3\dot{x}x^2 - 2a\dot{x}x + a\dot{x}y + a\dot{x}y - 3\dot{y}y^2 = 0$. This result is achieved by employing the rule of cancellation of infinitesimals".

> Newton assume que, durante o intervalo infinitesimal de tempo *o*, o movimento é uniforme, de modo que quando *x* flui para $x + \dot{x}o$, *y* flui para $y + \dot{y}o$. Portanto, $f(x, y) = f(x + \dot{x}o, y + \dot{y}o)$; ele aplica o princípio de cancelamento de infinitesimais, então no último passo os termos em *o* são descartados[672].

O terceiro passo foi seu teorema fundamental do cálculo. As séries de potência fracionais permitiram que Newton trabalhasse com problemas de quadratura. Porém, ele logo encontrou uma abordagem melhor, ao perceber a relação fundamental que havia entre problemas de tangente e problemas de área. De acordo com Guicciardini (1999, p. 20), Newton percebeu que os problemas de tangente e os de área correspondiam ao inverso um do outro, sendo que a solução do primeiro tipo de problema poderia ser empregada para solucionar o segundo tipo. Newton apresenta duas provas do teorema fundamental: uma em 1665 e outra em1669, no *De Analysi*[673].

Sobre o teorema fundamental, Guicciardini (2009, p. 182) ainda observa que:

> Nos dias de hoje, o teorema fundamental é entendido como uma declaração de que as duas operações centrais do cálculo, a diferenciação e a integração, são operações inversas. Uma importante consequência disso é a possibilidade de computar integrais ao utilizar uma antiderivada da função a ser integrada [...][674].

O teorema permitia que Newton alcançasse uma série de resultados.

> [...] [O] teorema fundamental permitia que Newton reduzisse problemas de quadratura à busca de 'funções primitivas'. Ele, na verdade, construiu 'catálogos de curvas', o que em termos leibnizianos chamaríamos de 'tábulas de integrais'. Ele fez uso de técnicas de substituição de variáveis de modo a reduzir uma curva com uma dada equação a uma curva cuja 'primitiva' era conhecida da tábula[675] (GUICCIARDINI, 1999, p. 20).

Através do teorema fundamental, Newton conseguiu facilitar o cálculo de áreas de superfícies curvilíneas e do comprimento dos arcos de curvas. Guicciardini (2016, p. 391) também observa que, uma vez que se dispõe de um algoritmo para calcular tangentes, ao aplicar

---

672 "Newton assumes that, during the infinitesimal interval of time *o*, the motion is uniform, such that when *x* flows to $x + \dot{x}o$, *y* flows to $y + \dot{y}o$. Therefore, $f(x, y) = f(x + \dot{x}o, y + \dot{y}o)$; he applies the principle of cancellation of infinitesimals, so in the last step the terms in *o* are dropped".

673 Para uma discussão detalhada dessas provas, confira GUICCIARDINI, 2009, pp. 183-185.

674 "Nowadays the fundamental theorem is understood as a statement that the two central operations of calculus, differentiation and integration, are inverse operations. An important consequence of this is the possibility of computing integrals by using an antiderivative of the function to be integrated […]".

675 "[...] the fundamental theorem allowed Newton to reduce quadrature problems to the search for 'primitive functions'. He actually built 'catalogues of curves', what in Leibnizian terms we would call 'tables of integrals'. He made use of techniques of substitution of variables in order to reduce a curve with a given equation to a curve whose 'primitive' was known from the table".

o algoritmo a curvas "cada vez mais difíceis", é possível construir as tábulas de integrais, o que Newton fez no período de 1665-1666, tabulando as equações de curvas e das inclinações de suas tangentes[676].

Através de sua *nova análise*, Newton foi capaz de lidar com diversos tipos de problemas. Guicciardini (2016, p. 391) especifica alguns deles:

> Newton conseguia calcular a área e o comprimento de arco de curvas importantes para a astronomia, como a elipse, ou mesmo de curvas mecânicas, como o cicloide, ao expandir, via o teorema binomial, a equação delas como uma série de potências e então integrá-la termo a termo. Ele era capaz de expressar magnitudes trigonométricas e logaritmos em termos de série de potências. Ele conseguia calcular as tangentes e os raios de curvatura para todas as curvas conhecidas. Ele conseguia sistematizar o que chamamos de integração de funções irracionais pelo uso de tábulas (de integrais)[677].

Newton agrupou esses resultados em um pequeno tratado que ficou conhecido como *Tratado de 1666 sobre Fluxões* (*1666 Tract on Fluxions*), ou ainda *Tratado de Outubro de 1666 sobre Fluxões* (*October 1666 Tract on Fluxions*), cuja finalidade era apresentar um método de resolução de problemas geométricos fazendo uso da noção de magnitudes geométricas geradas pelo movimento (Cf. GUICCIARDINI, 2016, p. 392 e GUICCIARDINI, 2009, p. 11).

Outro texto importante de Newton é um tratado, escrito em 1670-1671, mas que só foi publicado em inglês em 1736, que ficou conhecido como *De methodis serierum et fluxionum*[678]. Neste texto, Newton introduz a noção de quantidades que são infinitamente pequenas. Segundo Guicciardini (1999, p. 21), um princípio de cancelamento se aplica a essas quantidades infinitamente pequenas, isto é, seja 'A' uma quantidade finita e 'B' uma quantidade infinitamente pequena, então A + B = A.

> Em alguns lugares, Newton falou sobre essas quantidades infinitamente pequenas como se elas fossem constituintes fixos reais de quantidades finitas. Em outros lugares, ele introduziu o conceito de 'momento': um incremento infinitesimal adquirido por uma quantidade finita que varia no tempo[679] (Ibid., p. 21).

---

[676] Uma demonstração do teorema fundamental é apresentada em GUICCIARDINI, 1999, p. 26.

[677] "Newton could calculate the area and arc-length of curves important for astronomy such as the ellipse, or even of mechanical curves such as the cycloid by expanding, via the binomial theorem, their equation as a power series and then integrating it term by term. He was able to express trigonometric magnitudes and logarithms in terms of power series. He could calculate tangents and radii of curvature to all known curves. He could systematize what we call the integration of irrational functions by the use of (integral) tables".

[678] Doravante, referir-nos-emos a este texto apenas como *De Methodis*.

[679] "In some places Newton spoke about these infinitely small quantities as if they were actual fixed constituents of finite quantities. In other places he introduced the concept of 'moment': an infinitesimal increment acquired by a finite quantity which varies in time".

O *De Methodis* é uma obra na qual se aplica a análise para a resolução de problemas relativo a curvas. Embora haja construções e demonstrações da síntese, elas têm pouco espaço na obra, sendo abordadas apenas brevemente. A estrutura dos argumentos de Newton nesta obra é assim caracterizada por Guicciardini (2009, p. 180):

> Ele sempre começou pela análise: ele considerava um problema geométrico, traduzia-o para a álgebra e manipulava os símbolos até que alcançasse uma resolução do problema. Ele, então, voltava-se brevemente para a síntese, isto é, ele proporcionava uma construção geométrica e uma demonstração geométrica que esta construção é o que é exigido para alcançar uma solução do problema considerado[680].

No *De Methodis*, Newton aplica seu método analítico a quantidades geométricas geradas por um processo de fluxo contínuo no tempo. Guicciardini (2016, p. 394) apresenta o conteúdo do tratado da seguinte forma:

> Nas primeiras linhas, Newton levou à perfeição seu método de expansão de séries e o empregou para o que nós chamaríamos de integração de equações diferenciais de primeira ordem. Na segunda parte do tratado, Newton retrabalhou alguns dos resultados do "Tratado de 1666 sobre fluxões". Ele introduziu uma notação para fluentes e fluxões (mas ainda não a familiar pontilhada), apresentou seu algoritmo de Hudde[681] aprimorado, que ele aplicou ao cálculo dos máximos e mínimos, tangentes e raios de curvaturas (uma medida fluxional para o raio de curvatura de uma curva plana foi proporcionada). O tratado incluía duas longas tábulas de curvas (duas tábulas de integrais, para usar a terminologia leibniziana) que permitiam Newton resolver problemas muito avançados relacionados à retificação e à quadratura de curvas[682].

Newton aplica o método de séries e fluxões no *De Methodis* a vários problemas, como encontrar os máximos e mínimos de magnitudes variáveis, determinar tangentes e curvaturas de curvas planas e calcular áreas curvilíneas e comprimentos de arco. Guicciardini (1999, p.

---

[680] "He always began from analysis: he considered a geometrical problem, translated it into algebra, and manipulated symbols until he achieved a resolution of the problem. He then briefly turned to synthesis, that is, he provided a geometrical construction and a geometrical demonstration that this construction is what is required in order to reach a solution of the problem considered".

[681] Johann Hudde (1629-1704), aparentemente, foi o primeiro matemático a permitir que um coeficiente literal em uma equação representasse um número real qualquer, seja o número positivo ou negativo. Esse procedimento era encontrado em uma parte da edição de 1659-1661 da *Géométrie* de Descartes de Van Schooten. Hudde também descobriu duas regras que apontavam para os algoritmos do cálculo (Cf. MERZBACH; BOYER, 2011, p. 341).

[682] "In the opening lines Newton brought to perfection his method of series expansion, and employed it for what we would call the integration of first order differential equations. In the second part of the treatise Newton reworked some of the results of the '1666 Tract on fluxions.' He introduced a notation for fluents and fluxions (but not the familiar dotted one yet), presented his improved Hudde algorithm, which he applied to the calculation of maxima and minima, tangents and radii of curvature (a fluxional measure for the radius of curvature of a plane curve was provided). The treatise included two long tables of curves (two integral tables, to use Leibnizian terminology) that allowed Newton to solve very advanced problems related to the rectification and quadrature of curves".

23) explica que, graças à representação de quantidades como geradas por um fluxo contínuo, os problemas abordados no *De Methodis* podem ser reduzidos aos dois seguintes:

> 1. Dado o comprimento do espaço[683] continuamente (isto é, a cada instante), encontrar a velocidade do movimento em qualquer tempo proposto. 2. Dada a velocidade do movimento continuamente, encontrar o comprimento do espaço descrito em qualquer tempo proposto[684] (GUICCIARDINI, 1999, p. 23).

No que diz respeito ao Problema 1, Newton apresenta seu método como uma série de procedimentos algorítmicos que são explicados através de exemplos.

> Primeiro, ele [Newton] lidava com equações polinomiais. Depois, considerava equações nas quais "frações e quantidades irracionais estão presentes". Por último, considerava o caso de "quantidades que não podem ser determinadas e expressadas por qualquer razão geométrica [*nulla ratione geometrica*], tais como as áreas e os comprimentos de curvas"[685] (Id., 2009, p. 186).

Em relação ao Problema 2, Newton se referia a ele como o problema da quadratura de curvas. Em termos leibnizianos, tratava-se do problema da integração (Cf. Ibid., p. 193). Assim como o Problema 1, o Problema 2 era tratado via exemplos. Newton fazia uso de três técnicas principias: o método de quadrar curvas por meio de expansões de séries, por meio de equações finitas e por comparação com seções cônicas (Cf. Ibid., pp. 193-200).

Em resumo, as questões que podem ser reduzidas ao primeiro problema são as de encontrar tangentes, curvaturas e máximos e mínimos, enquanto que questões que podem ser reduzidas ao segundo problema são o de encontrar comprimentos de arco e áreas curvilíneas[686] (Cf. Ibid., p. 182).

Destacamos, no *De Methodis*, os catálogos de curvas que foram elaborados nesta obra. Ao aplicar o algoritmo do Problema 1 a qualquer equação que defina a relação entre a área e a abcissa, obtém-se duas equações, uma que define a curva e outra que define sua área. Dessa forma, Newton construiu seu primeiro catálogo curvas que podem ser quadradas por meio de equações finitas. O catálogo é constituído de duas colunas, sendo que a primeira tabula as equações das curvas e a segunda tabula suas áreas correspondentes (Cf. Ibid., p. 196).

---

[683] "Comprimento do espaço" significa um segmento de linha ou espaço percorrido.
[684] "1. Given the length of the space continuously (that is, at every time), to find the speed of motion at any time proposed. 2. Given the speed of motion continuously, to find the length of the space described at any time proposed".
[685] "First he dealt with polynomial equations. Then he considered equations in which 'fractions and surd quantities are present.' Last, he considered the case of 'quantities which cannot be determined and expressed by any geometrical ratio [*nulla ratione geometrica*], such as the areas and lengths of curves'".
[686] Para uma discussão mais detalhada sobre esses dois "problemas", confira GUICCIARDINI, 2009, pp. 186-202.

Guicciardini (2009, p. 196) observa que, "em termos modernos, pode-se dizer que Newton estava ciente do fato de que antiderivadas são relacionadas com integrais definidas através do teorema fundamental do cálculo e proporciona um meio conveniente para tabular as integrais de muitas funções"[687].

O segundo catálogo é assim descrito por Guicciardini (2009, p. 199):

> A terceira coluna lista as equações de seções cônicas, cuja área *s* é assumida como dada (ela deve ser calculada através de expansão de séries de potência). A segunda coluna dá uma transformação das ordenadas *x* e *z*, a quarta coluna aquela das áreas *s* e *t*. A primeira coluna lista a equação das curvas cujas áreas podem ser relacionadas às áreas de seções cônicas[688].

Newton destaca a importância de seus catálogos:

> Por meio dos catálogos precedentes [as 'tábulas de integrais', em termos leibnizianos], não meramente as áreas de curvas, mas também outras quantidades de qualquer tipo geradas a uma frequência análoga de fluxo podem ser derivadas de suas fluxões [...] se uma fluxão de qualquer tipo for expressada por uma linha ordenada [...] a quantidade gerada por aquela fluxão será expressada pela área descrita por aquela ordenada[689] (NEWTON, 1967-1981[690], vol. 3, pp. 284-285 *apud* GUICCIARDINI, 1999, p. 25).

Guicciardini (1999, p. 26) também aponta para o papel dos catálogos na estratégia de Newton para resolver as questões do segundo problema, assim como sua inovação:

> [...] [O]u ele alterava a variável para reduzir a um catálogo conhecido de fluentes (em termos leibnizianos, uma 'tábula de integrais'), ou ele implantava técnicas de expansão em série (integração de termo em termo). Sua estratégia é um grande aprimoramento de técnicas de quadratura geométrica de, por exemplo, Huygens, ou de técnicas de soma direta de, por exemplo, Wallis[691] (GUICCIARDINI, 1999, p. 26).

---

[687] "In modern terms, one might say that Newton was aware of the fact that antiderivatives are related to definite integrals through the fundamental theorem of calculus and provide a convenient means for tabulating the integrals of many functions".

[688] "The third column lists the equations of conic sections, whose area *s* is assumed as given (it must be calculated by power series expansion). The second column gives a transformation of the ordinates *x* and *z*, the fourth column that of areas *s* and *t*. The first column lists the equation of the curves whose areas can be related to the areas of conic sections".

[689] "By means of the preceding catalogues ['integral tables' in Leibnizian terms] not merely the areas of curves but also other quantities of any kind generated at an analogous rate of flow may be derived from their fluxions [. . .] if a fluxion of whatever kind be expressed by an ordinate line [. . .] the quantity generated by that fluxion will be expressed by the area described by that ordinate".

[690] A obra citada como "NEWTON, 1967-1981 [...]" é a *The mathematical papers of Isaac Newton*, editada por D. T. Whiteside.

[691] "[…] either he changed variable in order to reduce to a known catalogue of fluents (in Leibnizian terms a 'table of integrals'), or he deployed series expansion techniques (termwise integration). His strategy is a great improvement on the geometrical quadrature techniques of, for example, Huygens, or the techniques of direct summation of, for example, Wallis".

Guicciardini (1999, pp. 26-27) afirma que os resultados alcançados por Newton no que diz respeito às quadraturas no *De Methodis* tornaram possível integrar várias classes de funções, quadraturas que são expressadas nos catálogos, sendo que, na década de 1670, ele estendeu e generalizou esses resultados. Para além do *De Methodis*, os catálogos são importantes porque, como nota Guicciardini (2009, p. 290), alguns dos resultados dos *Principia* só poderiam ser obtidos através das manipulações simbólicas neles contidos. Por exemplo, Guicciardini (1999, p. 113) defende que "não há dúvida de que ele usou seus 'catálogos' (isto é, 'as tábulas de integrais') durante a composição dos *Principia* para solucionar o Corolário 3 da Proposição 41 e o Corolário 2 da Proposição 91"[692].

Em 1671, Newton acrescentou um adendo ao *De Methodis*, onde apresenta outra abordagem para o método fluxional. Ele desenvolve a síntese com definições, axiomas e postulados acerca de magnitudes geométricas que variam por um fluxo contínuo, justificando também o uso de infinitesimais.

> No *addendum*, Newton não empregou expressões algébricas, mas se referiu a figuras geométricas que fluem no tempo e às suas fluxões, ou taxas de fluxo. Ele estava interessado em determinar as fluxões de quantidades geometricamente definidas, tipicamente quatro linhas 'fluentes' tais que $A/B = C/D$. Mais notadamente, ele determinava a fluxão de um produto AB como $\mathrm{fl}(A)B + A\mathrm{fl}(B)$[693] (GUICCIARDINI, 1999, p. 32)[694].

De modo a determinar essas fluxões, Newton parte de alguns pressupostos sobre os momentos. Um deles é que, tendo em vista a uniformidade do movimento durante um momento de tempo, os momentos contemporâneos são como suas fluxões; outro pressuposto é que, dado o tamanho infinitamente pequeno dos momentos, é possível estabelecer que qualquer termo multiplicado por eles é rejeitado se compararmos com quantidades finitas (Cf. Ibid., pp. 32-33).

Guicciardini (2016, p. 405) aponta que, entre a década de 1670 e o começo da de 1690, Newton buscou uma alternativa para a análise algébrica, isto é, outra análise, mas de caráter geométrico. Os motivos que levaram Newton a se distanciar de suas primeiras pesquisas, segundo Guicciardini (1999, p. 30), são complexos, mas ele menciona três fatores com os quais estão relacionados: preocupações sobre a natureza das quantidades infinitesimais, o desejo de

---

692 "There is no doubt that he used his 'catalogues' (i.e. 'integral tables') during the composition of the *Principia* in solving Corollary 3 to Proposition 41 and Corollary 2 to Proposition 91".

693 "In the *addendum* Newton did not employ algebraic expressions, but referred to geometric figures which flow in time and to their fluxions, or rates of flow. He was interested in determining the fluxions of geometrically defined quantities, typically four 'fluent' lines such that $A/B = C/D$. Most notably he determined the fluxion of a product AB as $\mathrm{fl}(A)B + A\mathrm{fl}(B)$".

694 A expressão "$\mathrm{fl}(A)$" nesta passagem significa "fluxão de A".

encontrar na geometria princípios unificadores de técnicas que estavam proliferando nos seus primeiros escritos e a aversão a Descartes e a admiração por Huygens.

No que diz respeito à sua admiração por Huygens, Newton tinha grande apreço por sua obra *Horologium Oscillatorium*[695]. Nesta obra, Huygens faz uso de uma matemática geométrica rigorosa, sem recorrer a técnicas como equações, séries infinitas ou infinitesimais. Além disso, "no *Horologium*, as provas eram dadas de acordo com as provas *ad absurdum* de Arquimedes chamadas de método de exaustão. Ademais, a linguagem geométrica da teoria de proporção era aplicada ao estudo do movimento dos pêndulos"[696] (GUICCIARDINI, 1999, p. 30). Huygens conseguiu mostrar que era possível estudar certos fenômenos, como o movimento dos pêndulos, sem recorrer à álgebra, somente à geometria, o que certamente causou uma impressão sobre Newton. De fato, Guicciardini (1999, p. 9) chega a afirmar que "é bastante provável que Newton escreveu os *Principia* tendo o *Horologium oscillatorium* em mente como um modelo"[697], de modo que não surpreende que parte da metodologia utilizada por Huygens possa ser encontrada nos *Principia*, embora também haja diferenças nos estilos desta obra e o *Horologium* (Cf. GUICCIARDINI, 1999, p. 30).

Agora, por que a escolha pela geometria? Por um lado, temos que ter em mente o contexto histórico. No começo do século XVII, a geometria e a álgebra eram consideradas duas disciplinas distintas. Embora fosse um termo ambíguo neste período (Cf. Id., 2009, p. 254), a geometria lidava com magnitudes contínuas, ao passo que a álgebra, que era comum ser entendida como uma forma de análise antiga (Cf. Ibid., p. 310), lidava com magnitudes discretas. No século XVII, havia uma crença amplamente compartilhada de que a filosofia natural deveria se amparar em uma linguagem geométrica. Esta tinha se provado de grande utilidade, por exemplo, na cinemática, que possibilitou representar deslocamentos e velocidades (Cf. Id., 1999, p. 105).

Newton, porém, não optou pela geometria somente por esta crença predominante. Outro motivo é sua admiração pela geometria dos gregos antigos, que desponta a partir da década de 1670, assim como suas críticas aos métodos algébricos dos modernos, sendo que essa postura se manteve pelo resto de sua vida, embora ele não tenha abandonado completamente a *nova análise* (Cf. Ibid., pp. 29-30).

---

[695] Sabe-se que, em 1673, Huygens enviou uma cópia de sua obra para Newton (Cf. GUICCIARDINI, 1999, p. 30).

[696] "In the *Horologium* proofs were given in accordance with the *ad absurdum* proofs of Archimedes' so-called method of exhaustion. Furthermore, the geometrical language of proportion theory was applied to the study of the motion of pendula".

[697] "It is highly probable that Newton wrote the *Principia* having the *Horologium oscillatorium* in mind as a model".

> Newton, nos anos 1670, caracterizava a 'geometria dos antigos' como simples, elegante, concisa, adequada para o problema posto, sempre interpretável em termos de objetos existentes. Em particular, as demonstrações geométricas têm, segundo Newton, um conteúdo referencial seguro[698] (Ibid., p. 29).

O interesse de Newton pelos antigos não se restringia ao âmbito da matemática, abarcando também a alquimia (Cf. Ibid., pp. 30-31). Mais que isso, ele acreditava que era possível encontrar nos textos antigos vestígios de um conhecimento perdido que seria superior àquele dos "modernos" (Cf. Ibid., p. 32).

Segundo Guicciardini (1999, p. 101), após a publicação dos *Principia*, Newton planejava acrescentar alguns escólios defendendo que sua filosofia natural era uma redescoberta da sabedoria dos gregos antigos. Embora esses escólios não tenham aparecido na segunda edição dos *Principia*, eles apareceram na introdução de um tratado de astronomia de David Gregory de 1702 (Cf. GUICCIARDINI, 1999, p. 101). Newton chega ao ponto de atribuir aos gregos antigos um conhecimento prévio do sistema copernicano, da gravitação universal e que seus princípios matemáticos eram uma redescoberta de métodos geométricos dos antigos[699] (Cf. Ibid., pp. 101-102).

É preciso apontar, porém, que a geometria newtoniana e a geometria dos antigos são distintas. Smeenk e Schlisser (2013, p. 149) destacam esse aspecto ao caracterizar a geometria newtoniana:

> O contraste mais marcante com a geometria antiga é o tratamento das quantidades como geradas via um movimento contínuo [...]. Lidava-se com as quantidades infinitesimais inteiramente em termos de limites, cuja existência e singularidade se seguia da continuidade do movimento que gera as quantidades[700].

A partir da década de 1670, ocorre uma mudança nas obras de Newton, no que diz respeito ao seu enfoque nos métodos matemáticos. Antes deste período, a matemática de Newton era fundamentada nos métodos de sua *nova análise*, como as séries e seu algoritmo baseado em quantidades infinitesimais. Porém, na década de 1670, ele chegou à conclusão de que esses métodos não eram suficientes para abordar questões complexas relativas ao campo

---

[698] "Newton in the 1670s characterized the 'geometry of the Ancients' as simple, elegant, concise, fitting for the problem posed, always interpretable in terms of existing objects. In particular, geometrical demonstrations have, according to Newton, a safe referential content".

[699] Outras considerações sobre esses aspectos do classicismo de Newton são apresentadas em GUICCIARDINI, 1999, pp. 101-104.

[700] "The most striking contrast with ancient geometry is the treatment of quantities as generated via a continuous motion […]. Infinitesimal quantities were handled entirely in terms of limits, whose existence and uniqueness followed from the continuity of the motion generating the quantities".

da dinâmica. Ele percebeu, então, que precisaria de outra alternativa para fundamentar seus estudos. A geometria se destacou nesse sentido, porque ele acreditava que através de seu uso seria possível, por exemplo, representar as forças e os movimentos dos corpos como realmente são. Como comenta Guicciardini (2009, p. 320), "uma geometria cinemática de magnitudes fluentes é a linguagem certa na filosofia natural porque ela permite mimetizar movimentos reais, no espaço real e tempo real, e, portanto, permite a dedução de forças reais"[701]. Sendo assim, "empregar métodos geométricos não era, portanto, uma defensiva, um recuo motivado unicamente pelo classicismo, mas era antes visto por Newton como um movimento progressivo, uma escolha de um método mais poderoso e unificador"[702] (GUICCIARDINI, 1999, pp. 116-117).

Smeenk e Schilisser (2013, p. 150) apontam que, embora a abordagem geométrica "sacrifique" a generalidade, Newton a considerava como mais intuitiva e direta para lidar com as propriedades diferenciais das curvas do que a abordagem algébrica. De fato, ele tinha uma série de críticas aos métodos desta abordagem. "[...] Newton enfatizava o caráter mecânico dos métodos algébricos dos 'modernos', sua utilidade apenas como ferramentas heurísticas e não como técnicas demonstrativas, a ausência de clareza referencial dos conceitos empregados, sua redundância"[703] (GUICCIARDINI, 1999, p. 29).

Newton fazia uma distinção entre a análise algébrica e a geométrica. Ele era especificamente crítico à primeira delas. Sua principal crítica era que ela não indicava como poderia ser realizada uma composição simples, a síntese geométrica. A análise algébrica se depara com o problema da construção das raízes de uma equação. A análise geométrica, por outro lado, conduz de forma mais simples e "elegante"[704] à composição de problemas, posto que, após realizada, seria possível alcançar uma construção (a síntese) ao reverter os passos da análise (Cf. GUICCIARDINI, 2009, pp. 76 e 312; GUICCIARDINI, 2016, pp. 405-406).

---

[701] "A kinematic geometry of fluent magnitudes is the right language in natural philosophy because it enables mimicking of real motions, in real space and real time, and therefore permits the deduction of real forces".

[702] "Employing geometrical methods was not therefore a defensive, a backward move motivated uniquely by classicism, but was rather seen by Newton as a progressive move, a choice of a more powerful and unifying method".

[703] "On the other hand, Newton stressed the mechanical character of the algebraical methods of the 'Moderns', their utility only as heuristic tools and not as demonstrative techniques, the lack of referential clarity of the concepts employed, their redundance".

[704] Este aspecto da "elegância" da geometria é ressaltado em diversos momentos. Podemos mencionar, por exemplo, sua reclamação, na *Geometria Curvilinea*, da falta de rigor e elegância dos métodos seguidos pelos "homens dos tempos recentes", que abandonaram os métodos geométricos dos antigos (Cf. GUICCIARDINI, 1999, pp. 34-35) e, na sua obra *Arithmetica Universalis*, que apareceu em 1707, sua alegação de que os "modernos" perderam a "elegância" da geometria (Cf. GUICCIARDINI, 1999, p. 37).

Newton defendia que os critérios algébricos não deveriam interferir na síntese. Como explica Guicciardini (2009, p. 310):

> Ele [Newton] deixou claro que um problema é solucionado somente através da composição, e que ao compor sua solução não é preciso dar espaço para critérios algébricos. A composição sintética é perfeita apenas quando a análise é esquecida e eliminada de vista. A composição, ou síntese, deve ser executada de tal maneira que traços da análise não sejam evidentes[705].

Como, então, Newton passa a considerar a análise apenas como uma ferramenta heurística útil para a etapa de descoberta, mas que não possuía a precisão que caracterizava a geometria nem sua "elegância", ele reavalia seu método de séries e fluxões, que ele considerava um tipo de análise. Como afirma Guicciardini (1999, p. 28), "[...] ele abandonou o cálculo de fluxões em favor de uma geometria de fluxões onde quantidades infinitesimais não eram empregadas"[706]. Já no *De Methodis* Newton tinha percebido que suas técnicas infinitesimais precisavam de uma fundamentação confiável. Segundo Guicciardini (2009, p. 191), ele a encontrou em uma teoria dos limites[707] – que ele desenvolveu na década de 1680, mas que tinha raízes no adendo do *De Methodis* – que ele chamou de "método das razões primeiras e últimas" (*method of first and ultimate ratios*).

Embora haja diferenças entre o método das razões primeiras e últimas e a *nova análise*, ambos fazem uso da noção de *fluxão*. Sendo assim, é possível estabelecer uma distinção entre um método analítico[708] e outro sintético. O próprio Newton faz isso em uma passagem de um texto do final da década de 1710:

> Quantidades que aumentam em um fluxo contínuo nós chamamos de fluentes, as velocidades do fluir nós chamamos de fluxões e os incrementos momentâneos nós chamamos de momentos, e o método através do qual tratamos quantidades desse tipo nós chamamos de método das fluxões e dos momentos: este método é ou sintético ou analítico[709] (NEWTON, 1967-1981, vol. 8, pp. 454-455 *apud* GUICCIARDINI, 1999, p. 28).

---

[705] "He made it clear that a problem is solved only through composition, and that in composing its solution no space needs to be given to algebraic criteria. Synthetic composition is perfect only when the analysis is forgotten and eliminated from sight. Composition, or synthesis, must be carried out in such a way that no traces of analysis are evident".

[706] "[…] he abandoned the calculus of fluxions in favour of a geometry of fluxions where infinitesimal quantities were not employed".

[707] Guicciardini (1999, p. 96) aponta que Newton já era familiarizado com limites em suas obras de análise fluxional.

[708] De acordo com Guicciardini (1999, p. 17), Newton desenvolveu o método analítico das fluxões em 1664, mas até a década de 1690 ele elaborou diferentes versões dele.

[709] "Quantities increasing in a continuous flow we call fluents, the speeds of flowing we call fluxions and the momentary increments we call moments, and the method whereby we treat quantities of this sort we call the method of fluxions and moments: this method is either synthetic or analytical".

Portanto, o método das razões primeiras e últimas nada mais é do que o *método sintético das fluxões*. "[...] Newton concebia seu método sintético das razões primeiras e últimas como um avanço sobre os métodos dos antigos, cujos procedimentos indiretos *ad absurdum* eram frequentemente 'tediosos'"[710] (GUICCIARDINI, 1999, p. 35). Guicciardini (2013, p. 253) descreve-o nos seguintes termos:

> Este método é baseado em postulados ou lemas sobre os limites das razões e somas de 'magnitudes evanescentes', e seu propósito é permitir a determinação de tangentes para curvas e o cálculo de áreas de superfícies curvilíneas através de argumentos geométricos baseados em procedimentos de limite[711].

A noção de *razões primeiras e últimas* foi introduzida no tratado *Geometria Curvilinea*[712], mas o método foi desenvolvido sistematicamente nos *Principia* e no *De Quadratura Curvarum*[713]. No *Geometria Curvilinea*, é estabelecido que "fluxões de quantidades estão na primeira razão de suas partes nascentes ou, o que é exatamente o mesmo, na última razão daquelas partes na medida em que elas evanescem por defluxão"[714] (NEWTON, 1967-1981, vol. 4, p. 427 *apud* GUICCIARDINI, 1999, p. 33). Guicciardini (1999, p. 33) nota que Newton parece sugerir que essas quantidades, no processo de vir a existir ou no de desaparecer, passam por um estado em que não podem ser caracterizadas como finitas. Ele faz o seguinte esclarecimento sobre essa questão no prefácio da obra:

> Aqueles que tomaram a medida de figuras curvilíneas geralmente as conceberam como feitas de infinitamente muitas partes infinitamente pequenas; eu, de fato, considerá-las-ei como geradas pelo crescimento, argumentando que elas são maiores, iguais ou menores segundo elas crescem mais rapidamente, igualmente rápido ou mais devagar do início delas. E essa rapidez de crescimento eu chamarei de fluxão de uma quantidade. Então, quando uma linha é descrita pelo movimento de um ponto, a velocidade do ponto – isto é, a rapidez da geração da linha – será sua fluxão[715] (NEWTON, 1967-1981, vol. 4, p. 423 *apud* GUICCIARDINI, 1999, p. 33).

---

[710] "[…] Newton conceived his synthetic method of first and ultimate ratios as an improvement on the methods of the Ancients, whose *ad absurdum*, indirect, procedures were often 'tedious'".

[711] "This method is based on postulates or lemmas concerning the limits of ratios and sums of 'vanishing magnitudes', and its purpose is to enable the determination of tangents to curves and the calculation of areas of curvilinear surfaces by geometrical arguments based on limiting procedures".

[712] Segundo Guicciardini (1999, p. 33), Whiteside supõe que este tratado tenha sido escrito por volta de 1680.

[713] Guicciardini (1999, p. 35) aponta que esse tratado começou a ser composto em 1691-1692, mas foi publicado em 1704.

[714] "Fluxions of quantities are in the first ratio of their nascent parts or, what is exactly the same, in the ultimate ratio of those parts as they vanish by defluxion".

[715] "Those who have taken the measure of curvilinear figures have usually viewed them as made up of infinitely many infinitely small parts; I, in fact, shall consider them as generated by growing, arguing that they are greater, equal or less according as they grow more swiftly, equally swiftly or more slowly from their beginning. And this swiftness of growth I shall call the fluxion of a quantity. So when a line is described by the movement of a point, the speed of the point – that is, the swiftness of the line's generation – will be its fluxion".

No *De Quadratura Curvarum*, Newton apresenta uma versão simbólica do seu método sintético das razões primeiras e últimas[716], onde expõe sua teoria da integração, introduz sua notação de pontos para fluxões de primeira ordem ou de ordem superior, além de sistematizar suas técnicas de quadratura. Além das demonstrações nessa obra serem fundamentadas na geometria do método sintético das fluxões, o cálculo se refere apenas a quantidades finitas que *fluem* e as quantidades matemáticas são consideradas como descritas por um movimento contínuo (Cf. GUICCIARDINI, 1999, p. 35). Newton sugere que as fluxões têm conteúdo referencial na natureza ao afirmar que "essas gêneses tomam lugar na realidade da natureza física e são diariamente testemunhadas no movimento dos corpos"[717] (NEWTON, 1967-1981, vol. 8, pp. 122-123 *apud* GUICCIARDINI, 1999, p. 35). Guicciardini (1999, p. 35) comenta que "[...] eles [os conceitos de natureza e geometria] permitem que Newton defenda seu método por causa de sua continuidade com a tradição antiga, assim como seu conteúdo ontológico"[718].

É importante enfatizar que Newton não abandonou completamente a *análise* depois da mudança metodológica na década de 1670. Antes, ele passou a repensar seus métodos analíticos sob outro ponto de vista, como ocorre no próprio *De Quadratura Curvarum*.

> No *De quadratura*, ele apresentou uma nova versão do método analítico das fluxões. Mas ele evitou infinitesimais e momentos. Antes, ele recorreu a procedimentos de limite. Ele também deixou claro que os símbolos e os conceitos empregados poderiam ser exibidos na forma geométrica[719] (GUICCIARDINI, 1999, p. 36).

Mais que isso, tanto a versão analítica quanto a sintética do método de fluxões foram importantes para a composição dos *Principia*[720]. Em um manuscrito, Newton indica diferentes momentos dos *Principia* nos quais ele aplica os dois métodos:

> O método sintético das fluxões ocorre de forma abrangente no seguinte tratado [os *Principia*], e eu estabeleci seus elementos nos primeiros onze Lemas do primeiro livro e no Lema 2 do segundo. Espécimes do método analítico ocorrem na Proposição XLV e no Escólio da Proposição XCIII do Livro 1, e nas Proposições X e XIV do Livro 2.

---

[716] Um exemplo da versão simbólica do método das razões primeiras e últimas no *De Quadratura Curvarum* é apresentado em GUICCIARDINI, 1999, p. 36.

[717] "These geneses take place in the reality of physical nature and are daily witnessed in the motion of bodies".

[718] "[...] they allow Newton to defend his method because of its continuity with ancient tradition as well as its ontological content".

[719] "In the *De quadratura* he presented a new version of the analytical method of fluxions. But he avoided infinitesimals and moments. Rather, he had recourse to limit procedures. He also made it clear that the symbols and concepts employed could be exhibited in geometric form".

[720] Segundo Guicciardini (1999, p. 112), referência explícita ao método das fluxões foi inserida na segunda edição dos *Principia*, no Lema 2 da Proposição 38 do Livro 3. Sobre a questão de traduzir as proposições sintéticas em termos simbólicos ou de traduzir proposições analíticas em termos de cálculo, confira GUICCIARDINI, 1999, p. 115.

> É, além disso, descrito no escólio do lema II do Livro 2. E de suas demonstrações compostas, também, a análise pela qual as proposições foram encontradas pode ser aprendida ao retroceder[721] (NEWTON, 1967-1981, vol. 8, pp. 455-457 *apud* GUICCIARDINI, 1999, p. 114).

Então, além de seu método sintético, o método analítico também se faz presente nos *Principia*, em Proposições onde ocorrem o emprego de séries de potência e naquelas sobre problemas de quadratura, especialmente naquelas Proposições relativas ao problema inverso das forças centrais e à atração de corpos extensos.

Portanto, é preciso ter cautela ao tentar estabelecer uma divisão da matemática newtoniana em dois períodos: um analítico e outro sintético. Não somente por estes casos, mas também porque há um manuscrito de Newton anterior à década de 1670, portanto do que seria seu *período analítico*, no qual ele apresenta uma solução geométrica para um problema, a saber, a Proposição IV do *Tratado sobre Fluxões de 1666*[722].

Até aqui, apresentamos todo o desenvolvimento matemático de Newton nos seus escritos anteriores aos *Principia*. Os métodos desenvolvidos por Newton nestes escritos constituem o fundamento da sua obra na qual é apresentada sua teoria da gravitação universal. Sendo assim, agora resta-nos analisar em mais detalhes os métodos empregados no *Principia*, que é o nosso principal foco. Passaremos a analisar as Seções do Livro 1 desta obra, tratando de algumas Proposições e Corolários de maior destaque. No que diz respeito ao Livro 2, não nos cabe realizar uma análise detalhada dele, como faremos com o Livro 1[723], tendo em vista que o Livro 3, onde Newton apresenta sua teoria da gravitação universal, em geral, não depende de seus resultados. Tanto é o caso que Cohen (1999, p. 165) chega a defender que, não apenas a maior parte do Livro 2 não tem relação com o Livro 3, como nem sequer fazia parte do plano original de Newton incluí-lo nos *Principia*. Não obstante, vale destacar alguns aspectos dessa parte da obra. O Livro 3, por sua vez, será analisado apenas na próxima seção.

Na Seção 1 do Livro 1 dos *Principia*, Newton apresenta seu método das razões primeiras e últimas, isto é, sua teoria dos limites, abandonando as noções de infinitesimal e de momento. O método em questão é aplicado a quantidades geométricas geradas por fluxo contínuo. Esta Seção consiste em 11 Lemas. O Lema 1 começa estabelecendo que:

---

[721] "The synthetic method of fluxions occurs widespread in the following treatise [the *Principia*], and I have set its elements in the first eleven Lemmas of the first book and in Lemma II of the second. Specimens of the analytical method occur in Proposition XLV and the Scholium to Proposition XCIII of Book 1, and in Propositions X and XIV of Book 2. It is, furthermore, described in the scholium to lemma II of Book 2. And from their composed demonstrations, also, the analysis by which the propositions were found out can be learnt by going backwards".

[722] Aqui não há espaço para tratarmos do problema em questão. Para uma discussão dele, confira CALAZANS, 2023, pp. 196-197.

[723] Tal análise pode ser encontrada em GUICCIARDINI, 1999, pp. 81-90.

> *Quantidades, e também razões de quantidades, que em qualquer tempo finito tendem à igualdade, e que antes do fim daquele tempo aproximam-se tanto uma da outra que a diferença delas é menor do que qualquer dada quantidade, tornam-se, em última instância, iguais*[724] (NEWTON, 1999, p. 433, ênfase do autor).

Neste Lema é estabelecida a existência de quantidades e de razões de quantidades que, em um tempo finito, tendem constantemente à igualdade, de modo que, em última instância, tornam-se iguais. Essas quantidades se aproximam tanto em dado tempo finito que, antes do fim deste, haverá uma diferença ainda menor na medida em que se aproxima do limite. Newton demonstra o Lema através de uma prova *ad absurdum* (Cf. Ibid., p. 433). Vale destacar também as considerações de Calazans (2023, p. 201) sobre a expressão "antes do fim daquele tempo":

> A expressão "antes do fim daquele tempo" ilustra esse deslocamento do caráter infinitamente pequeno que, agora, é atribuído ao tempo e não ao espaço. Ela refere-se à última porção, infinitamente pequena, do tempo, no movimento considerado. O caráter fluente do tempo exclui a necessidade de pensar a composição do intervalo, a exemplo das dificuldades no caso das grandezas espaciais. A suposição de um último intervalo infinitamente pequeno é garantida por essa característica essencial do tempo: ele flui.

Nos Lemas 2, 3 e 4, Newton apresenta seus métodos de quadratura de curvas, ou seja, de encontrar a área de uma curva considerando um conjunto de paralelogramos inscritos e circunscritos, diminuindo a amplitude desses paralelogramos e aumentando o número deles indefinidamente. Nesses três Lemas, Newton se refere a paralelogramos, mas no Lema 2 ele aparenta restringir seu argumento a retângulos. Cohen (1999, p. 130) observa, porém, que a prova do Lema 2 é igualmente válida para paralelogramos.

No Lema 2, Newton faz uso da seguinte ilustração:

[724] "*Quantities, and also ratios of quantities, which in any finite time constantly tend to equality, and which before the end of that time approach so close to one another that their difference is less than any given quantity, become ultimately equal*".

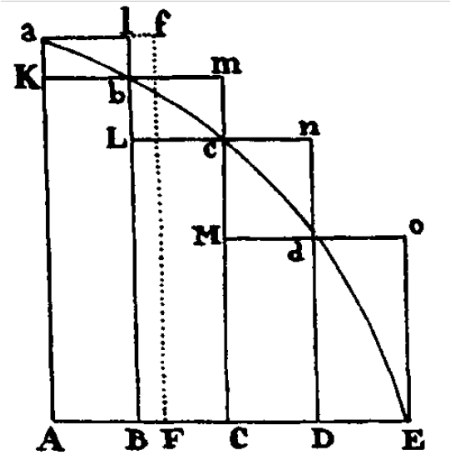

Figura 6: Ilustração do Lema 2 da Seção 1 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 433

Neste Lema, Newton busca mostrar que a área curvilínea *AabcdE* pode ser considerada como o limite das áreas retilíneas *AKbLcMdD* e *AalbmcndoE*, sendo que cada área retilínea é composta de um número finito de retângulos de bases iguais. A prova do Lema é assim resumida por Guicciardini (1999, p. 45):

> Ela consiste em mostrar que a diferença entre as áreas das figuras inscrita e circunscrita tende a zero, na medida em que o número de retângulos é 'aumentado *in infinitum*'. De fato, essa diferença é igual à área do retângulo *ABla*, que, 'porque sua largura *AB* é diminuída *in infinitum*, torna-se menor do que qualquer dado retângulo'[725].

Guicciardini (1999, p. 45) observa que era comum entre os "novos analistas" do século XVII conceberem uma curva como um polígono de lados infinitesimais e uma área curvilínea como composta de tiras infinitesimais (*infinitesimal strips*). Nos *Principia*, diferentemente, as curvas são tomadas como sendo lisas e as áreas curvilíneas não podem ser desmembradas, por assim dizer, em elementos infinitesimais. "No método sintético da fluxões, sempre se trabalha com quantidades finitas e limites de razões de quantidades finitas"[726] (GUICCIARDINI, 1999, p. 46).

Nos Lemas 6, 7 e 8 é estabelecido que um arco evanescente, sua *corda* (*chord*) e tangente são, em última instância, iguais. Cohen (1999, p. 130) especifica que:

[725] "It consists in showing that the difference between the areas of the circumscribed and the inscribed figures tends to zero, as the number of rectangles is 'increased *in infinitum*'. In fact this difference is equal to the area of rectangle *ABla* which, 'because its width *AB* is diminished *in infinitum*, becomes less than any given rectangle'".
[726] "In the synthetic method of fluxions one always works with finite quantities and limits of ratios of finite quantities".

> No lema 7, Newton está usando "tangente" em um sentido especial para indicar o segmento de uma linha tangente indefinida interceptada entre um fim A de um arco (o ponto de tangência) e uma linha traçada do outro fim B do arco à tangente indefinida, a algum ângulo finito fixado à corda[727].

O Lema 9 é acompanhado da seguinte ilustração:

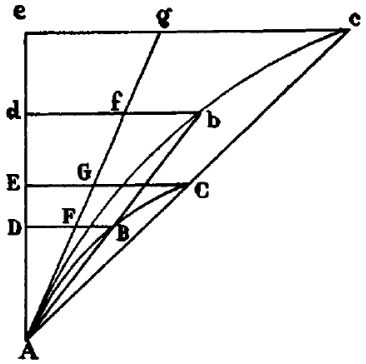

Figura 7: Ilustração do Lema 9 da Seção 1 do Livro 1 *apud* NEWTON, 1999, p. 437

O Lema 9 estabelece que:

> *Se a linha reta* AE *e a curva* ABC, *ambas dadas na posição, intersectam uma à outra em um dado ângulo* A, *e se* BD *e* CE *são traçadas como ordenadas para a linha reta* AE *em outro ângulo dado e encontra a curva em* B *e* C, *e se os pontos* B *e* C *aproximam-se simultaneamente do ponto* A, *eu digo que as áreas dos triângulos* ABD *e* ACE *estarão em última análise uma em relação à outra como o quadrado dos lados*[728] (NEWTON, 1999, p. 437, ênfase do autor).

Guicciardini (1999, p. 47) destaca que o Lema 9 tem consequências importantes que aparecem no Lema 10, que estabelece que "*os espaços que um corpo descreve quando alguma força finita atua sobre ele, seja essa força determinada e imutável ou continuamente aumentada ou continuamente diminuída, estão logo no início do movimento na razão do quadrado dos tempos"*[729] (NEWTON, 1999, pp. 437-438, ênfase do autor). Smeenk e Schlisser (2013, p. 150) descrevem a prova do Lema 10 da seguinte forma:

---

[727] "In lem. 7, Newton is using 'tangent' in a special sense to indicate the segment of an indefinite tangent line intercepted between one end A of an arc (the point of tangency) and a line drawn from the other end B of the arc to the indefinite tangent, at some fixed finite angle to the chord".

[728] "*If the straight line* AE *and the curve* ABC, *both given in position, intersect each other at a given angle* A, *and if* BD *and* CE *are drawn as ordinates to the straight line* AE *at another given angle and meet the curve in* B *and* C, *and if then points* B *and* C *simultaneously approach point* A, *I say that the areas of the triangles* ABD *and* ACE *will ultimately be to each other as the squares of the sides*".

[729] "*The spaces which a body describes when urged by any finite force, whether that force is determinate and immutable or is continually increased or continually decreased, are at the very beginning of the motion in the square ratio of the times*".

> A prova procede, grosseiramente falando, ao estabelecer igualdades entre as razões das quantidades evanescentes, que desparecem como um ponto ao longo de uma curva que flui de volta para um ponto inicial, e razões de quantidades finitas. A continuidade da geração da curva garante, Newton argumenta, que um valor limite para a razão das quantidades evanescentes existe, e é dado pela razão de quantidades finitas[730].

Guicciardini (1999, p. 47) comenta que Galileu já tinha demonstrado que, quando uma força é determinada e imutável, o espaço descrito por um corpo que parte do repouso é proporcional ao quadrado do tempo. O que Newton está demonstrando no Lema 10 é que, dado o Lema 9, podemos dizer que esse resultado também é aplicável para os casos de forças variáveis logo no início do movimento. "A razão primeira ou última do deslocamento a partir do repouso, ou, de modo geral, o deslocamento do movimento inercial, sobre o quadrado do tempo é constante: é proporcional à aceleração instantânea"[731] (GUICCIARDINI, 1999, p. 47). Newton ainda afirma no Corolário 4 do Lema 10 que "[...] as forças estão na razão direta dos espaços descritos logo no início do movimento e na razão inversa dos quadrados dos tempos"[732] (NEWTON, 1999, p. 438).

Como em vários momentos dos *Principia* Newton lidará com forças variáveis, torna-se necessário que ele apresente uma forma de representação geométrica das forças. O Lema 10 contribui nesse sentido. "O Lema 10 diz que localmente a velocidade pode ser considerada como variando linearmente com o tempo. Sob essa aproximação local, pode-se estabelecer que o deslocamento do movimento inercial é proporcional à força vezes o quadrado do tempo"[733] (GUICCIARDINI, 1999, p. 47). De forma sucinta, Cohen (1999, p. 130) explica que, no Lema 10, "essencialmente, ele [Newton] prova que durante um tempo indefinidamente pequeno, a ação da força causará um deslocamento proporcional ao quadrado do tempo"[734].

Sobre o Lema 11, basta apontar que é nele que Newton apresenta sua medida de curvatura.

---

730 "The proof proceeds, roughly speaking, by establishing equalities between ratios of evanescent quantities, which vanish as a point along a curve flows back into an initial point, and ratios of finite quantities. The continuity of the generation of the curve guarantees, Newton argues, that a limiting value for the ratio of evanescent quantities exists, and it is given by the ratio of finite quantities".

731 "The first or ultimate ratio of displacement from rest, or generally displacement from inertial motion, over the square of the time is constant: it is proportional to instantaneous acceleration".

732 "[…] the forces are as the spaces described at the very beginning of the motion directly and as the squares of the times inversely".

733 "Lemma 10 says that locally the velocity can be considered as varying linearly with time. Under this local approximation one can state that the displacement from inertial motion is proportional to the force times the square of time".

734 "Essentially, he proves that during an indefinitely small time, the action of the force will cause a displacement proportional to the square of the time".

Os 11 Lemas são seguidos por um Escólio no qual são comparados diferentes métodos, a saber, o de limites, o de exaustão e o dos indivisíveis. Em dado momento do Escólio, Newton (1999, p. 441) alega que "o que foi demonstrado sobre linhas curvas e sobre as superfícies [planas] compreendidas por elas é facilmente aplicável a superfícies curvas e seus conteúdos sólidos"[735]. Ele também explica como devem ser compreendidas as quantidades constituídas por partículas e os elementos das linhas curvas. Na sua concepção, as quantidades infinitamente pequenas, embora sejam divisíveis, devem ser consideradas em seus estados nascentes e evanescentes.

> [...] [S]empre no que se seguir eu considerar quantidades como consistindo de partículas ou sempre que eu usar elementos de linhas curvas [ou linhas curvas ínfimas] no lugar de linhas retas, eu quero que seja sempre entendido que eu tenho em mente não indivisíveis, mas divisíveis evanescentes, e não somas e razões de partes definidas, mas os limites de tais somas e razões, e que a força de tais provas sempre repousa no método dos lemas precedentes[736] (NEWTON, 1999, pp. 441-442).

Como explica Calazans (2023, p. 202), "essa 'condição especial' permite que as razões entre as quantidades sejam tomadas como iguais. Ou seja, não são as próprias quantidades que são tomadas na situação limite, mas suas razões". Logo em seguida, ele responde a uma possível objeção à noção de razão última de quantidades evanescentes:

> Pode ser objetado que não existe algo como uma proporção última de quantidades evanescentes, na medida em que antes de evanescer a proporção não é última e, após evanescer, ela não existe de forma alguma. Mas pelo mesmo argumento poderia igualmente ser alegado que não há velocidade última de um corpo alcançando um certo lugar em que o movimento cesse, pois, antes de o corpo chegar ao lugar, a velocidade não é a última velocidade, e quando ele chega ali, não existe velocidade alguma. Mas a resposta é fácil: para entender a velocidade última como aquela com a qual um corpo se move, nem antes de ele chegar ao seu lugar último e o movimento cessar, nem após ele ter chegado lá, mas no próprio instante quando ele chega, isto é, a própria velocidade com a qual o corpo chega em seu lugar último e com a qual o movimento cessa. E, de modo semelhante, a razão última das quantidades evanescentes é para ser entendida não como a razão de quantidades antes de elas evanescerem ou depois delas terem evanescido, mas a razão com a qual elas evanescem[737] (NEWTON, 1999, p. 442).

---

[735] "What has been demonstrated concerning curved lines and the [plane] surfaces comprehended by them is easily applied to curved surfaces and their solid contents".

[736] "[…] whenever in what follows I consider quantities as consisting of particles or whenever I use curved line-elements [or minute curved lines] in place of straight lines, I wish it always to be understood that I have in mind not indivisibles but evanescent divisibles, and not sums and ratios of definite parts but the limits of such sums and ratios, and that the force of such proofs always rests on the method of the preceding lemmas".

[737] "It may be objected that there is no such thing as an ultimate proportion of vanishing quantities, inasmuch as before vanishing the proportion is not ultimate, and after vanishing it does not exist at all. But by the same argument it could equally be contended that there is no ultimate velocity of a body reaching a certain place at which the motion ceases; for before the body arrives at this place, the velocity is not the ultimate velocity, and when it arrives there, there is no velocity at all. But the answer is easy: to understand the ultimate velocity as that with which a body is moving, neither before it arrives at its ultimate place and the motion ceases, nor after it has arrived there,

Respondendo ainda a outra possível objeção, Newton faz um último esclarecimento sobre as razões últimas com as quais as quantidades desaparecem.

> Aquelas razões últimas com as quais as quantidades desaparecem não são realmente razões de quantidades últimas, mas limites para os quais as razões de quantidades diminuindo sem limite estão continuamente se aproximando, e que elas podem se aproximar tanto que sua diferença é menor do que qualquer dada quantidade, mas que elas jamais podem exceder e jamais podem alcançar antes de as quantidades serem diminuídas indefinidamente. [...] Se duas quantidades cuja diferença é dada são aumentadas indefinidamente, sua razão última será dada, a saber, a razão de igualdade, e, no entanto, as quantidades últimas ou máximas das quais esta é a razão não serão dadas nesta explicação[738] (Ibid., pp. 442-443).

Assim, a Seção 1 apresenta os fundamentos para a determinação de áreas curvilíneas, tangentes e curvaturas em termos de limites. Segundo Smeenk e Schlisser (2013, p. 150), Newton considerava que sua maior inovação nos Lemas da Seção 1 foi proporcionar provas através de argumentos de limites, ao invés de apelar para o método dos indivisíveis. Os Lemas, no entanto, foram considerados controversos pelos seus contemporâneos (Cf. SMEENK; SCHLISSER, 2013, p. 150). Além disso, embora inicialmente aparente que nestes Lemas Newton está apresentado uma teoria dos limites rigorosa, de modo que no restante da obra ele constantemente referir-se-á a ela nas provas que se seguirem, Cohen (1999, p. 129) defende que os Lemas não desempenham um papel tão central assim.

Na Seção 2 até a 10, Newton trata de casos onde corpos estão em movimento devido a forças que são aplicadas neles, sendo que tais forças são concebidas como tendências aceleradoras direcionadas a um centro. Ele não considera qual é a origem das forças, sendo suficiente a medida aceleradora da força em questão. Mais especificamente, nas Seções 2, 3, 6, 7, 8 e 9, Newton considera um modelo matemático que consiste em um corpo situado em *P*, tendo massa, acelerado por uma força central com o centro de força *S*. Trata-se de uma representação de um sistema planetário, e Newton sabe que esse modelo matemático é somente uma aproximação. Guicciardini (1999, p. 41) explica que quando é considerado um sistema composto por dois corpos, sendo que tais corpos estão afastados o suficiente um do outro e de

---

but at the very instant when it arrives, that is, the very velocity with which the body arrives at its ultimate place and with which the motion ceases. And similarly the ultimate ratio of vanishing quantities is to be understood not as the ratio of quantities before they vanish or after they have vanished, but the ratio with which they vanish".

[738] "Those ultimate ratios with which quantities vanish are not actually ratios of ultimate quantities, but limits which the ratios of quantities decreasing without limit are continually approaching, and which they can approach so closely that their difference is less than any given quantity, but which they can never exceed and can never reach before the quantities are decreased indefinitely. […] If two quantities whose difference is given are increased indefinitely, their ultimate ratio will be given, namely the ratio of equality, and yet the ultimate or maximal quantities of which this is the ratio will not on this account be given".

quaisquer outros corpos que possam exercer alguma influência sobre eles, e um desses corpos tem uma massa muito maior do que o outro, então podemos assumir aquele corpo de maior massa como um centro de força imóvel, ao passo que o outro corpo é considerado um ponto de massa.

Nas seções 2 e 3, ele apresenta seu tratamento do chamado "problema direto das forças centrais". Este problema consiste em "[…] determinar a lei da força, isto é, a variação de magnitude de força como uma função da distância de seu centro, quando a trajetória (uma curva plana) e o centro de força (um ponto no plano da trajetória) são dados"[739] (GUICCIARDINI, 1999, p. 41). Em outras palavras, trata-se de determinar a trajetória de um corpo, quando este é acelerado por uma força central, dadas a posição inicial e a velocidade inicial dele. Enquanto que a Seção 2 apresenta uma série de resultados que nos permitem inferir a partir de uma dada trajetória uma lei sobre a força em questão, a Seção 3 demonstra que as trajetórias são seções cônicas se a força varia com o quadrado da distância do foco. Nessas duas Seções, constata-se a aplicação de procedimentos de limite para o tratamento do movimento de força central.

Comecemos a analisar a Seção 2. Esta começa com a exposição da Proposição 1, segundo a qual "*as áreas que corpos feitos para se moverem em órbitas descrevem por raios traçados a um centro de forças imóvel encontram-se em planos imóveis e são proporcionais aos tempos*"[740] (NEWTON, 1999, p. 444, ênfase do autor). Essa Proposição é acompanhada da seguinte ilustração:

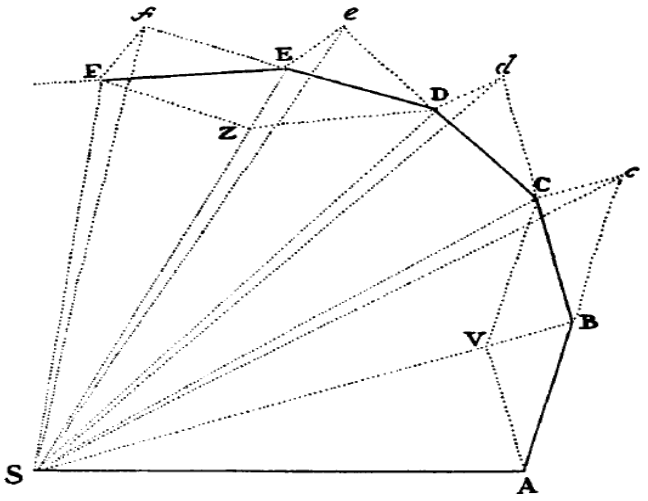

Figura 8*:* Ilustração da Proposição 1 da Seção 2 do Livro 1 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 444

[739] "[…] determining the law of force, i.e. the variation of force magnitude as a function of distance from its centre, when the trajectory (a plane curve) and the centre of force (a point lying on the plane of the trajectory) are given".
[740] "*The areas which bodies made to move in orbits describe by radii drawn to an unmoving center of forces lie in unmoving planes and are proportional to the times*".

Nessa Proposição, Newton assume que um corpo (P) parte de *A* com uma dada velocidade inicial em direção a *B*. Ele também pede para que suponhamos que o tempo seja dividido em intervalos finitos e iguais, de modo que a passagem do corpo de *A* para *B*, em movimento inercial retilíneo uniforme, ocorra em um desses intervalos. Caso o corpo não tenha seu estado de movimento alterado nem impedido, segundo a primeira lei do movimento, ele continuaria seu movimento retilíneo uniforme alcançando o ponto *c* ao final do segundo intervalo de tempo, ou seja, ele percorreria a linha *Bc*. Nessas condições, podemos afirmar que *AB* é igual a *Bc*. Posto que os raios *SA*, *SB* e *Sc* descrevem áreas iguais, então *SAB* e *SBc* têm áreas iguais. Assumamos, porém, que, ao chegar ao ponto *B*, o corpo sofra a ação de uma força centrípeta a partir de *S* através de um impulso, de modo que o corpo é desviado de sua trajetória *Bc* para a linha reta *BC*. Sendo assim, "deixe *cC* ser traçada paralelamente a *BS* e encontrar *BC* em *C*. Então, quando a segunda parte do tempo tiver sido completada, o corpo (pelo corol. 1 das leis) encontrará em *C* no mesmo plano que o triângulo *ASB*"[741] (Ibid., pp. 444-445). O Corolário 1 das Leis do Movimento estabelece que "*um corpo atuado juntamente por [duas] forças descreve a diagonal de um paralelogramo no mesmo tempo em que ele descreveria os lados se as forças atuassem separadamente*"[742] (Ibid., p. 417, ênfase do autor). Guicciardini (1999, p. 209) comenta que na passagem aqui citada da Proposição 1, tendo em vista o Corolário 1, Newton faz uso da regra do paralelogramo tomando *BcCV*, sendo que o corpo percorrerá a diagonal deste paralelogramo, ou seja, a linha *BC*. Em seguida, considerando a linha *SC*, e tendo em vista que a linha *Cc* é paralela à linha *VB*, então os triângulos *SBc* e *SBC* têm áreas iguais. Ora, como foi dito anteriormente que *SBc* e *SAB* têm áreas iguais, logo *SAB* e *SBC* também têm áreas iguais. Assumamos agora que a mesma força centrípeta que atuou no corpo em *B* também atue nos outros pontos indicados na figura, isto é, em *C, D, E* e *F*. Também assumamos que o corpo descreva as retas *CD, DE* e em intervalos de tempos iguais. Esses pontos estão todos no mesmo plano, sendo que a força centrípeta está direcionada a *S*. Aplicando as duas primeiras leis do movimento, é possível mostrar que os triângulos *SAB* e *SBC* têm a mesma área e estão no mesmo plano. O mesmo raciocínio pode ser aplicado às outras áreas triangulares – *BSC, CSD, DSE* e *ESF*. Sendo assim, pode-se inferir que todas as áreas atravessadas pelo raio vetor – aquele que liga o ponto *S* ao corpo que passa pelos pontos indicados na figura – em tempos

[741] "Let *c*C be drawn parallel to BS and meet BC at C; then, when the second part of the time has been completed, the body (by corol. 1 of the laws) will be found at C in the same plane as triangle ASB".
[742] "*A body acted on by [two] forces acting jointly describes the diagonal of a parallelogram in the same time in which it would describe the sides if the forces were acting separately".*

iguais são iguais e estão no mesmo plano. O corpo, portanto, descreve uma trajetória poligonal que está em um plano, sendo que o raio vetor varre áreas iguais (*SAB*, *SBC*, *SCD* etc.) em tempos iguais. Por fim, Newton transforma a trajetória poligonal em curva com um argumento de limite baseado no método das razões primeiras e últimas.

> Agora deixe o número de triângulos aumentar e seu tamanho diminuir indefinidamente[743], e seu perímetro último ADF (pelo lema 3, corolário 4[744]) será uma linha curva; e, assim, a força centrípeta pela qual o corpo é continuamente desviado da tangente dessa curva atuará ininterruptamente, enquanto quaisquer áreas descritas, SADS e SAFS, que sempre são proporcionais aos tempos de descrição, serão proporcionais àqueles tempos nesse caso[745] (NEWTON, 1999, p. 445).

Sobre essa última manobra de Newton, Guicciardini (1999, p. 48) comenta que:

> De modo a provar a Proposição 1, Newton toma um limite. Quando o intervalo de tempo tende a zero, a força impulsiva se aproxima de uma força centrípeta contínua e a trajetória se aproxima de uma curva plana lisa. O resultado (áreas planares iguais atravessadas em tempos iguais pelo raio vetor) obtido para a trajetória poligonal gerada pela força impulsiva é extrapolado à trajetória lisa limite gerada pela força contínua[746].

Cohen (2016, p 78), por sua vez, observa que este é um exemplo no qual Newton realiza uma transição da ação de uma força que consiste em uma série de impulsos para a ação de uma força que atua continuamente, sendo que essa transição é possível devido ao seu método de limites. Mais que isso, "[...] Newton provou essencialmente que uma força direcionada para o centro sempre produzirá (ou é uma condição suficiente para) a lei das áreas"[747] (COHEN, 2016, p. 78).

---

[743] Em latim a expressão original é *"in infinitum"*. Confira GUICCIARDINI, 1999, p. 210.

[744] O Lema 3 utiliza a mesma ilustração do Lema 2, do qual já tratamos. Tendo em vista aquela ilustração, o Lema 3 estabelece que, se as larguras *AB, BC, CD* e *DE* são desiguais, porém diminuem indefinidamente, as razões últimas entre as figuras continuam sendo razões de igualdade (Cf. NEWTON, 1999, p. 433). O Corolário 4, por sua vez, acrescenta que essas figuras últimas não serão retilíneas, mas limites curvilíneos de figuras retilíneas (Cf. NEWTON, 1999, p. 434).

[745] "Now let the number of triangles be increased and their width decreased indefinitely, and their ultimate perimeter ADF will (by lem. 3, corol. 4) be a curved line; and thus the centripetal force by which the body is continually drawn back from the tangent of this curve will act uninterruptedly, while any areas described, SADS and SAFS, which are always proportional to the times of description, will be proportional to those times in this case".

[746] "In order to prove Proposition 1 Newton takes a limit. When the time interval tends to zero, the impulsive force approaches a continuous centripetal force and the trajectory approaches a smooth plane curve. The result (equal planar areas spanned in equal times by the radius vector) obtained for the polygonal trajectory generated by the impulsive force is extrapolated to the limiting smooth trajectory generated by the continuous force".

[747] "[…] Newton has essentially proved that a centrally directed force will always produce (or is a sufficient condition for) the law of areas".

Guicciardini (1999, p. 208) considera a Proposição 1 importante em dois aspectos: por um lado, no caso de movimento de uma força central, ela identifica a velocidade areal como uma constante de movimento; por outro lado, como a área varrida pelo corpo em relação ao ponto *S* é proporcional ao tempo, pode-se considerar essa área como uma representação geométrica do tempo. Como explica Guicciardini (1999, p. 42), "a área varrida por *SP* é uma quantidade fluente que flui uniformemente. Portanto, o tempo pode ser representado geometricamente por ele. O fluxo uniforme dessa quantidade geométrica não é estipulado por uma convenção, ele depende da dinâmica"[748]. No método analítico das fluxões era estipulado que um fluente tem uma fluxão constante, enquanto os outros podem variar com uma velocidade não uniforme, ou seja, aquele fluente pode ser tomado como uma representação formal do tempo (Cf. GUICCIARDINI, 1999, p. 42). Contudo, Newton, nos *Principia*, não pode proceder da mesma forma, isto é, não pode estipular as leis de variação das quantidades geométricas (Cf. Ibid., p. 42). Isso o leva a procurar por outra forma de estabelecer uma representação geométrica do tempo. Sua solução é deduzir a partir das leis do movimento que uma quantidade dinâmica flui uniformemente, ou seja, a que representa o tempo. É preciso fazer uma distinção, porém, entre um tempo *fluxional* e um tempo *físico*, posto que nem sempre Newton estabelece uma equivalência entre os dois nos *Principia*. "O primeiro [o fluxional] é qualquer fluente que se supõe fluir uniformemente. O segundo [o físico] é o tempo absoluto real, que na Natureza flui uniforme e continuamente"[749] (Ibid., p. 42).

Embora Newton fale, na Proposição 1, de uma força centrípeta que faz com que o corpo seja constantemente desviado da tangente, descrevendo a trajetória de uma curva, Machamer, McGuire e Kochiras (2012, p. 381) apontam que:

> [...] [I]sto simplesmente significa que, em instantes sucessivos, cada um de um número infinito de pontos na curva é direcionado ao centro, independentemente do modo de ação. […] [A] prova não diz nada sobre um corpo em um centro exercendo uma força, e nada desse tipo é assumido. O centro é um ponto geométrico em torno do qual áreas iguais podem ser encontradas[750].

[748] "The area swept by *SP* is a fluent quantity which flows uniformly. Therefore time can be represented geometrically by it. The uniform flow of this geometrical quantity is not stipulated by a convention, it depends on dynamics".

[749] "The former is any fluent which is supposed arbitrarily to flow uniformly. The latter is real absolute time, which in Nature flows uniformly and continuously".

[750] "[…] this simply means that at successive instants, each of an infinite number of points on the curve is directed to the center, regardless of the mode of action. […] the proof says nothing about a body at a center exerting a force, and nothing of this sort is assumed. The center is a geometrical point around which equal areas may be found".

Essa abordagem da Proposição 1 tem a seguinte vantagem: "ela permite que Newton fale de uma força centrípeta sem assumir o modo físico de ação envolvido, que pode ser determinado, presumivelmente, apenas à luz de dados empíricos"[751] (MACHAMER; MCGUIRE; KOCHIRAS, 2012, p. 381) [752].

A Proposição 2, por sua vez, estabelece que:

> *Todo corpo que se move em alguma linha curva descrita em um plano e, por um raio traçado a partir de um ponto, seja imóvel ou movendo-se uniformemente com um movimento retilíneo, descreve áreas em torno daquele ponto proporcionais aos tempos, é solicitado por uma força centrípeta tendendo em direção ao mesmo ponto*[753] (NEWTON, 1999, p. 446, ênfase do autor).

Enquanto que a Proposição 1 diz que se um corpo é acelerado por uma força central direcionada, rumo ou se afastando, ao centro fixo *S*, então a lei da área de Kepler é válida, ou seja, o raio vetor de *S* ao corpo varre áreas iguais em tempos iguais; a Proposição 2, por sua vez, diz que se a lei da área de Kepler é válida, isto é, se há um ponto *S* no plano da trajetória e o corpo que se movimenta em torno de *S* varre áreas iguais em tempos iguais, então esse corpo é acelerado por uma força central direcionada ao ponto *S*.

Assim, com as Proposições 1 e 2, Newton é capaz de demonstrar que uma força é centrípeta na medida em que o plano do movimento orbital seja constante e o raio vetor percorra áreas iguais em tempos iguais, ou seja, desde que a lei da área de Kepler seja válida. Esta lei, como explica Guicciardini (1999, p. 41), "[…] estabelece que o *radius vector* (a linha que liga o Sol a um planeta) está em um plano fixado e percorre áreas iguais em tempos iguais"[754]. Assim, em um sistema no qual *S* está em repouso, o raio vetor *SP* se move sempre no mesmo plano. Também se estabelece com essas Proposições que a velocidade areal é conservada, isto é, a velocidade com que a área varrida pelo raio vetor *SP* aumenta é constante.

Podemos notar que nas demonstrações dessas duas Proposições Newton segue seu método das razões primeiras e últimas, fazendo uso apenas de suas duas primeiras leis do movimento, de operações básicas de geometria e de limite geométrico (Cf. GUICCIARDINI, 1999, pp. 48-49).

---

[751] "It allows Newton to speak of a centripetal force without assuming the physical mode of action involved, which can be determined, presumably, only in light of empirical data".

[752] Para uma discussão mais detalhada da Proposição 1, confira COHEN, 1999, pp. 114-117.

[753] "*Every body that moves in some curved line described in a plane and, by a radius drawn to a point, either unmoving or moving uniformly forward with a rectilinear motion, describes areas around that point proportional to the times, is urged by a centripetal force tending toward that same point".*

[754] "[…] states that the *radius vector* (the line joining the Sun with a planet) lies on a fixed plane and sweeps equal areas in equal times".

Na Proposição 3 da Seção 2, Newton também trata da relação entre a lei da área e o princípio de inércia. Assim, podemos afirmar, como o faz Cohen (1999, p. 131), que nas Proposições 1, 2 e 3 da Seção 2, "[...] ele [Newton] prova que a lei das áreas é tanto uma condição necessária e suficiente para uma força direcionada ao centro atuando em um corpo com um componente inicial de movimento inercial"[755].

Cohen (1999, p. 131) também destaca o fato curioso de que Newton não menciona Kepler ao tratar da lei da área, assim como ele também não o menciona ao tratar, na Proposição 11, da lei das órbitas elípticas ou ao tratar da lei harmônica na Proposição 15. De fato, Newton não menciona explicitamente Kepler em nenhum momento dos Livros 1 e 2. Ele só o fará no Livro 3. Entretanto, no *De Motu*, Newton faz referência a Kepler ao tratar das órbitas elípticas dos planetas, e também o menciona em outros manuscritos[756] (Cf. COHEN, 1999, p. 131).

A Proposição 4 trata da força em um movimento circular uniforme. Nela, Newton aponta que, como em tempos iguais áreas iguais são varridas em relação ao centro, a força deve ser direcionada ao centro. Como resume Cohen (1999, p. 132):

> A magnitude da força é mostrada ser proporcional a v^2/r, onde v é a velocidade orbital e r é o raio do círculo. Um dos corolários mostra que a regra de Huygens-Newton v^2/r, combinada com a lei harmônica de Kepler, gera uma força centrípeta inversamente proporcional ao quadrado[757].

No Corolário 6 da Proposição 4, Newton (1999, p. 451) declara que "se os tempos periódicos forem proporcionais à potência 3/2 dos raios e, portanto, as velocidades forem inversamente proporcionais às raízes quadradas dos raios, as forças centrípetas serão inversamente proporcionais aos quadrados dor raios; e vice-versa"[758]. No Corolário 7, ele generaliza o que foi estabelecido no Corolário 6 para o caso em que o período é proporcional a qualquer potência do raio.

De modo a conseguir abordar forças centrais fazendo uso de métodos geométricos, é preciso representar geometricamente tais forças. Para tanto, Newton utiliza procedimentos de limite do seu método das razões primeiras e últimas que foram desenvolvidos na Seção 1. Ele

---

[755] "[…] he proves that the law of areas is both a necessary and a sufficient condition for a centrally directed force acting on a body with an initial component of inertial motion".

[756] Para mais informações sobre em quais momentos dos *Principia* e em quais outros manuscritos Newton menciona Kepler, confira nota de rodapé 5 em COHEN, 1999, p. 131.

[757] "The magnitude of the force is shown to be proportional to v^2/r where v is the orbital speed and r is the radius of the circle. One of the corollaries shows that the Huygens-Newton v^2/r rule, combined with Kepler's harmonic law, yields an inverse-square centripetal force".

[758] "If the periodic times are as the 3/2 powers of the radii, and therefore the velocities are inversely as the square roots of the radii, the centripetal forces will be inversely as the squares of the radii; and conversely".

realiza essa manobra na Proposição 6, onde deriva a medida dinâmica de uma força centrípeta[759]. Cohen (1999, p. 132) comenta que "essa é a chave para sua solução de encontrar a força em movimento ao longo de um percurso elíptico"[760]. É graças a esta Proposição que nas Proposições 7-13 é possível reduzir problemas dinâmicos concernentes ao movimento de força central à geometria.

Tanto Guicciardini (1999, p. 50) quanto Cohen (1999, p. 132) apontam que a Proposição 6 sofreu alterações significativas na segunda edição dos *Principia*, sendo que a apresentação foi retrabalhada e expandida, além de ter sido introduzida uma demonstração alternativa, o que Newton também fez nas Proposições 7, 9, 10 e 11. A Proposição 6 estabelece que:

> *Se em um espaço sem resistência um corpo revolve em uma órbita em torno de um centro imóvel e descreve qualquer arco que esteja nascendo em um tempo minimamente pequeno, e se a sagitta do arco é entendida como sendo traçada de modo a bissectar a corda e, quando produzida, através do centro de forças, a força centrípeta no meio do arco será diretamente proporcional à sagitta e inversamente proporcional ao tempo duas vezes [isto é, ao quadrado do tempo]*[761] (NEWTON, 1999, pp. 453-454, ênfase do autor).

A Proposição também é acompanhada da seguinte ilustração:

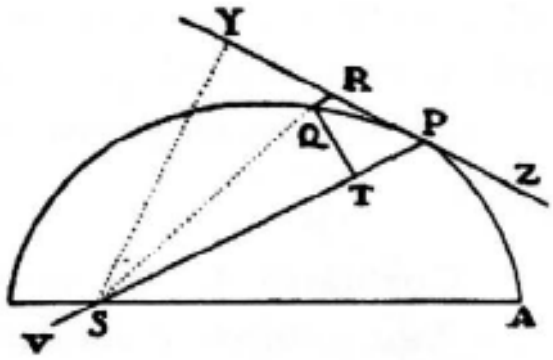

Figura 9*:* Ilustração do Corolário 1 da Proposição 6 da Seção 2 do Livro 1 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 454

A *Figura 9* representa a trajetória de um corpo *P* sendo acelerado por uma força centrípeta direcionada a *S*. *PQ* é o arco percorrido em um intervalo de tempo finito. É preciso considerar o caso em que *P* e *Q* se juntam. A linha *ZPR* é a tangente da órbita em *P*. A linha *QR* tende a ser paralela a *SP* na medida em que *Q* se aproxima de *P*. *QT* é normal em relação a

[759] Para uma análise detalhada de como Newton deriva essa medida, confira COHEN, 1999, pp. 317-323.
[760] "This is the key to his solution of finding the force in motion along an elliptical path".
[761] "*If in a nonresisting space a body revolves in any orbit about an immobile center and describes any just-nascent arc in a minimally small time, and if the sagitta of the arc is understood to be drawn so as to bisect the chord and, when produced, to pass through the center of forces, the centripetal force in the middle of the arc will be as the sagitta directly and as the time twice [i.e., as the square of the time] inversely*".

SP. O Lema 10 estabelece que os espaços que um corpo descreve quando alguma força finita atua sobre ele estão logo no início do movimento na razão do quadrado dos tempos. Sendo assim, a força no início do movimento pode ser considerada como constante. Segundo Guicciardini (1999, p. 50, ênfase do autor), "[...] isso implica que, *na medida em que Q se aproxima de P, o deslocamento QR é proporcional à força vezes o quadrado do tempo*"[762].

Sendo assim, Newton consegue obter a representação geométrica da força que ele precisa. Guicciardini (1999, pp. 50-51) explica que, como a lei da área de Kepler é válida, considerando que se trata de um caso envolvendo uma força central, a área *SPQ* é proporcional ao tempo. No Lema 7, Newton estabelece que as razões últimas de um arco, da sua *corda* e da sua tangente uma em relação a outra são razões de igualdade (Cf. NEWTON, 1999, p. 436). Tendo isso em vista, Guicciardini (1999, p. 51) aponta que podemos tomar a área *SPQ* como um triângulo, "[...] posto que o limite da razão entre a corda evanescente *PQ* e o arco *PQ* é 1"[763]. Assumindo que a área do triângulo *SPQ* é $\frac{1}{2}(SP \cdot QT)$, então a medida geométrica da força central é proporcional a $\frac{QR}{(SP \cdot QT)^2}$, sendo que essa "[...] razão deve ser avaliada na situação limite 'quando os pontos *P* e *Q* se unem'"[764].

O Corolário 1 da Proposição 6 considera o caso em que um corpo *P* orbite em torno de *S*, descrevendo a linha curva *APQ*. *ZPY* é a tangente no ponto *P*. A linha reta *QR* é paralela a *SP*. *QT* é perpendicular a *SP*. Newton (1999, p. 454) afirma que:

> […] [A] força centrípeta será inversamente proporcional à expressão $\frac{SP^2 \times QT^2}{QR}$, desde que a magnitude dessa expressão seja sempre tomada no limite, quando os pontos *P* e *Q* se juntam. Pois *QR* é igual à sagitta de um arco que é duas vezes o comprimento do arco *QP*, com *P* no meio; e duas veze o triângulo *SQP* (ou *SP* X *QT*) é proporcional ao tempo no qual duas vezes aquele arco é descrito e, portanto, pode ser usado como medida do tempo[765].

A fórmula que Newton encontra para a medida geométrica da força central é utilizada para solucionar uma série de casos do problema direto das forças centrais nas Proposições 7 a 10. Guicciardini (1999, p. 51) explica que esses casos possuem a seguinte estrutura: "[...] dado

---

[762] "[…] this implies that, *as Q approaches P, the displacement QR is proportional to force times the square of time*".

[763] "[...] since the limit of the ratio between the vanishing chord *PQ* and arc *PQ* is 1".

[764] "[...] ratio has to be evaluated in the limiting situation 'when points P and Q come together'".

[765] "[…] the centripetal force will be inversely as the solid $\frac{SP^2 \times QT^2}{QR}$, provided that the magnitude of that solid is always taken as that which it has ultimately when the points P and Q come together. For QR is equal to the sagitta of an arc that is twice the length of arc QP, with P being in the middle; and twice the triangle SQP (or SP X QT) is proportional to the time in which twice that arc is described and therefore can stand for the time".

um plano curvo *O* e um ponto *S* no plano daquela curva, determine a força central direcionada ao, ou se afastando do, centro de força *S*, que acelera um 'corpo' (o que hoje chamaríamos de um 'ponto de massa') fazendo-o descrever a órbita *O*"[766]. Guicciardini (1999, p. 51) ainda indica que a técnica padrão de Newton para solucionar esses casos envolvendo o problema direto consiste em aplicar a fórmula para a medida geométrica da força central e determinar o limite da razão de QR/QT^2, na medida em que *Q* tende para *P*. Na Proposição 10, Newton considera o caso em que a órbita seja uma elipse e o centro de força está no centro dela. Nesse caso, a força varia diretamente com a distância[767].

Na Seção 3 é abordado o problema direto para órbitas keplerianas. Esta Seção começa com a apresentação da Proposição 11, na qual Newton demonstra que, se um corpo descreve uma trajetória elíptica e se a força é direcionada a um foco, então essa força é inversamente proporcional ao quadrado da distância[768]. Cohen (1999, p. 133) destaca que, nesta Proposição, "[...] Newton assume que em tal movimento realmente há uma força direcionada a um dos focos. De fato, [...] isso é o equivalente (pelas precedentes proposições 1 e 2) a ter áreas iguais varridas em quaisquer tempos iguais por um raio focal"[769].

Nas Proposições 12 e 13, Newton considera os casos em que a órbita é uma hipérbole e um parábola, demonstrando que nesses casos a força também é inversamente proporcional ao quadrado da distância. Guicciardini (1999, p. 51) aponta que nessas três proposições Newton procede de maneira semelhante à forma como ele o faz na Proposição 10. "[...] Newton mostra [...] que quando a órbita é uma seção cônica e *S* está localizado em um foco, $QR/QT^2 \propto 1/L$ [...]"[770] (GUICCIARDINI, 1999, p. 54). Ou seja, QR/QT^2 é proporcional a $1/L$. QR/QT^2 é tomado como a primeira ou última razão na medida em que *Q* tende para *P*; e *L* é a constante "*latus rectum*", que, como explica J. Resina Rodrigues, é a corda traçada pelo foco, paralelamente ao eixo menor (Cf. NEWTON, 2017, p. 112, nota de rodapé 85). "Portanto, a intensidade de uma força que acelera um corpo obedecendo as duas primeiras leis de Kepler é inversamente proporcional ao quadrado da distância"[771] (GUICCIARDINI, 2013, pp. 254-255).

---

[766] "[…] given a plane curve *O* and a point *S* in the plane of that curve, determine the central force directed towards, or away from, the force centre *S* which accelerates a 'body' (nowadays we would say a 'point mass') making it describe the orbit *O*".

[767] Uma demonstração dessa Proposição pode ser encontrada em GUICCIARDINI, 1999, pp. 52-54.

[768] A prova de Newton da Proposição 11 é apresentada com detalhes em COHEN, 1999, pp. 324-330.

[769] "[…] Newton assumes that in such elliptical motion there actually is a force directed toward one of the foci. In fact, […] this is equivalent (by the preceding props. 1 and 2) to having equal areas swept out in any equal times by a focal radius".

[770] "[…] Newtons shows […] that when the orbit is a conic section and *S* is placed at one focus $QR/QT^2 \propto 1/L$ [...]".

[771] "Therefore, the strength of a force that accelerates a body obeying the first two Keplerian laws varies inversely as the square of distance".

Guicciardini (2013, p. 255) comenta que essas Proposições são frequentemente consideradas como o nascimento da teoria da gravitação universal, embora elas desempenhem um papel limitado na dedução que Newton realiza a partir dos fenômenos para ela. Cohen (1999, p. 133) também explica que nas Proposições 11, 12[772] e 13 Newton soluciona o chamado *problema direto*, "[...] ele provou que o movimento orbital de áreas iguais ao longo de qualquer seção cônica implica uma força inversamente proporcional ao quadrado"[773].

Após as Proposições 11, 12 e 13, Newton (1999, p. 467) apresenta Corolário 1 desta:

> Das três últimas proposições, segue-se que se algum corpo *P* parte do lugar *P* ao longo de alguma linha reta *PR* com qualquer que seja a velocidade e, ao mesmo tempo, sofre a ação de uma força centrípeta que é inversamente proporcional ao quadrado da distância dos lugares a partir do centro, esse corpo mover-se-á segundo uma cônica tendo um foco no centro de forças, e vice-versa[774].

Trata-se aqui do chamado *problema inverso*, problema esse que também é abordado na Proposição 17 da Seção 3 e nas Proposições 39-41 das Seções 7 e 8. Trata-se do problema de determinar a trajetória de um corpo quando são dadas a sua posição e sua velocidade iniciais, sendo que o corpo é acelerado por uma força central conhecida.

Newton não explica o motivo pelo qual a trajetória de um corpo sofrendo a ação de uma força centrípeta inversamente proporcional ao quadrado da distância será uma seção cônica com um foco no centro de força. Ele apenas se limita a declarar que, dado o que foi demonstrado nas Proposições 11 a 13, podemos fazer essa inferência. Não obstante, Guicciardini (1999, p. 56) atesta que, mesmo sem prova, o Corolário 1 das Proposições 11 a 13 é verdadeiro. Cohen (1999, p. 135) observa que, na primeira edição dos *Principia*, Newton não apresenta uma prova para o Corolário 1 da Proposição 13. Apenas após receber críticas, ele apresenta uma prova na segunda edição de sua obra, sendo que, na terceira edição, ela aparece com uma correção.

A Proposição 15 declara que os tempos periódicos nas órbitas elípticas resultantes são proporcionais à potência 3/2 dos eixos maiores, ou seja, à terceira lei de Kepler. A Proposição 16 mostra como encontrar a velocidade de um corpo se movendo em uma seção cônica.

Na Proposição 17, Newton considera o caso em que um corpo é acelerado por uma força centrípeta inversamente proporcional ao quadrado da distância direcionada ao ponto *S*, como representado na figura abaixo:

---

[772] Nas Proposições 11 e 12, na segunda edição dos *Principia*, Newton introduz provas alternativas.
[773] "[…] he has proved that equal-area orbital motion along any conic section implies an inverse-square force".
[774] "From the last three propositions it follows that if any body P departs from the place P along any straight line PR with any velocity whatever and is at the same time acted upon by a centripetal force that is inversely proportional to the square of the distance of places from the center, this body will move in some one of the conies having a focus in the center of forces; and conversely".

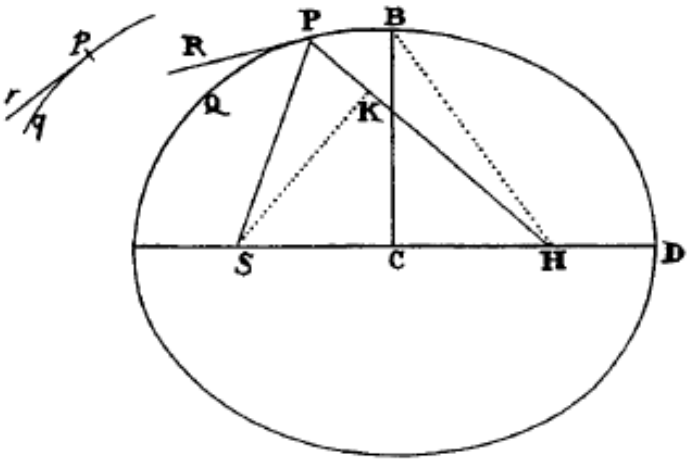

Figura 10: Ilustração da Proposição 17 da Seção 3 do Livro 1 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 470

Newton assume que, caso o corpo em *P* seja disparado na direção *PR* com uma dada velocidade inicial, a trajetória será uma seção cônica, sendo que um dos focos estará localizado no centro de força *S*. Assim, a ilustração acima representaria a única cônica que satisfaz essas condições iniciais. Newton é capaz de determinar essa cônica tendo em vista o que é estabelecido na Proposição 16:

> *Sob as mesmas suposições da proposição 15*[775]*, se linhas retas são traçadas aos corpos de tal modo a tocar as órbitas nos lugares onde os corpos estão localizados, e se linhas perpendiculares são baixadas do foco comum para essas tangentes, eu digo que as velocidades dos corpos são inversamente proporcionais às perpendiculares e diretamente proporcionais às raízes quadradas dos latera recta principais*[776] (NEWTON, 1999, p. 468, ênfase do autor).

Em outras palavras, as condições iniciais determinam o *latus rectum* (*L*) da trajetória cônica, isto é, assumindo que se trata desse tipo de trajetória. Segundo Guicciardini (1999, p. 57):

---

[775] A Proposição 15 diz que "*sob as mesmas suposições da proposição 14, eu digo que os quadrados dos tempos periódicos nas elipses são proporcionais aos cubos dos eixos maiores*" (NEWTON, 1999, p. 468, ênfase do autor, tradução nossa). A Proposição 14, por sua vez, declara que "*se vários corpos revolvem em torno de um centro comum e a força centrípeta é inversamente proporcional ao quadrado da distância dos lugares a partir do centro, eu digo que os principais latera recta das órbitas são proporcionais aos quadrados das áreas que os corpos descrevem no mesmo tempo por raios traçados ao centro"* (NEWTON, 1999, p. 467, ênfase do autor, tradução nossa).

[776] "*Under the same suppositions as in prop. 15, if straight lines are drawn to the bodies in such a way as to touch the orbits in the places where the bodies are located, and if perpendiculars are dropped from the common focus to these tangents, I say that the velocities of the bodies are inversely as the perpendiculars and directly as the square roots of the principal latera recta*".

> Por causa da propriedade reflexiva das cônicas, as linhas que juntam *P* com os focos fazem ângulos iguais com a tangente em *P*, portanto a direção da linha onde está o segundo foco *H* também é determinada. Newton mostra que as seguintes propriedades geométricas são válidas para qualquer seção cônica: $(SP + PH) / PH = 2(SP + KP) / L$, onde *SK* cai ortogonalmente em *PH*. Como *SP*, *L* e *KP* são inequivocamente determinados pelas condições iniciais, *PH* também é dado. E o segundo foco é assim encontrado. Nós temos agora informação suficiente para construir a cônica exigida: temos os focos *S* e *H* e o eixo maior $SP + PH$[777].

A Proposição 17 permite, então, realizar a representação de uma trajetória cônica para uma força que seja inversamente proporcional ao quadrado da distância. Nesse sentido, o tipo de cônica dependerá da relação do *latus rectum* com a medida $2(SP + KP)$. Caso o *latus rectum* for menor do que $2(SP + KP)$, então a cônica será uma elipse; se for igual, será uma parábola; e se for maior, será uma hipérbole (Cf. GUICCIARDINI, 1999, p. 58).

Cohen (1999, p. 134, ênfase do autor) aponta que:

> [...] [N]a proposição 17, ele assume (embora não diga) que sob as dadas condições (uma força inversamente proporcional ao quadrado direcionada a um centro fixo e um componente inicial de movimento inercial) a órbita *é* uma cônica e ele então busca determinar a cônica particular sob várias condições[778].

Além da própria Proposição 17, vale mencionar os Corolários 3 e 4 dela, que indicam ser possível estudar perturbações em órbitas keplerianas. De fato, Guicciardini (1999, p. 58) comenta que esses dois Corolários pavimentam o caminho para podermos avaliar o efeito que uma força perturbadora pode causar em um sistema envolvendo dois corpos. O Corolário 3 estabelece que:

> [...] [S]e um corpo se move em uma cônica qualquer e é forçado para fora de sua órbita por algum impulso, a órbita na qual ele depois prosseguirá seu curso pode ser encontrada. Pois ao compor o próprio movimento do corpo com aquele movimento que o impulso sozinho geraria, será encontrado o movimento com o qual o corpo tomará do dado lugar do impulso segundo uma linha reta dada na posição[779] (NEWTON, 1999, p. 472).

---

[777] "Because of the reflective property of conics, the lines joining *P* with the foci make equal angles with the tangent at *P*, therefore the direction of the line where lies the second focus *H* is also determined. Newton shows that the following geometrical property holds for any conic section: $(SP + PH) / PH = 2(SP + KP) / L$, where *SK* falls orthogonally on *PH*. Since *SP*, *L* and *K P* are unequivocally determined by the initial conditions, *PH* also is given. And the second focus is thus found. We have now enough information to build the required conic: we have the foci *S* and *H* and the major axis $SP + PH$".

[778] "[...] in prop. 17 he assumes (although he does not say so) that under the given conditions (an inverse-square force directed toward a fixed center and an initial component of inertial motion) the orbit *is* a conic and he then seeks to determine the particular conic under various conditions".

[779] "[…] if a body moves in any conic whatever and is forced out of its orbit by any impulse, the orbit in which it will afterward pursue its course can be found. For by compounding the body's own motion with that motion which the impulse alone would generate, there will be found the motion with which the body will go forth from the given place of impulse along a straight line given in position".

O Corolário 4, por sua vez, acrescenta que:

> E se o corpo é continuamente perturbado por alguma força impressa por fora, sua trajetória pode ser determinada muito aproximadamente ao notar as mudanças que a força introduz em certos pontos e ao estimar a partir da ordem da sequência as mudanças contínuas em lugares intermediários[780] (Ibid., p. 472).

Assim, a força perturbadora pode ser concebida como uma série de impulsos atuando em intervalos de tempo iguais, de modo que após cada um desses impulsos é possível determinar a velocidade do corpo (ou do ponto de massa) em questão. Essa velocidade é utilizada, em seguida, como uma nova condição inicial. Portanto, "aplicando a Proposição 17, pode-se, então, determinar os parâmetros da cônica segundo a qual o corpo se moverá até que o próximo impulso cause uma sucessiva alteração de parâmetros"[781] (GUICCIARDINI, 1999, p. 58).

As Seções 4 e 5 não desempenham um grande papel nos *Principia*, como comentam Smeenk e Schlisser (2013, pp. 126-127):

> As Seções 4 e 5 coletam um número de resultados que Newton tinha a intenção de utilizar para determinar as trajetórias dos cometas. Ele depois desenvolveu um método mais simples (Proposição 3.41), então esses resultados não têm papel nos *Principia* propriamente dito[782].

Elas abordam problemas de geometria das cônicas com os quais Newton trabalhou na década de 1670. Entre esses problemas, destaca-se o de Pappus do *locus* de quatro linhas, como já mencionamos anteriormente. Portanto, não iremos nos deter nestas Seções[783].

Na Seção 6, Newton aborda o problema de determinar a localização de um corpo ao longo de uma trajetória de seção cônica dados uma posição inicial e um tempo transcorrido. É nesta Seção que Newton trata do chamado "problema de Kepler", que Cohen (1999, p. 138) explica nos seguintes termos:

---

[780] "And if the body is continually perturbed by some force impressed from outside, its trajectory can be determined very nearly, by noting the changes which the force introduces at certain points and estimating from the order of the sequence the continual changes at intermediate places".
[781] "Applying Proposition 17 one can then determine the parameters of the conic along which the body will move until the next impulse causes a successive change of parameters".
[782] "Sections 4 and 5 collect a number of geometrical results Newton intended to utilize in determining cometary trajectories. He later devised a simpler method (Proposition 3.41), so these results play no role in the *Principia* itself".
[783] Para uma discussão delas, confira COHEN, 1999, pp. 136-137.

> Kepler foi incapaz de encontrar uma solução "racional" para o problema de encontrar um setor focal de uma elipse tendo uma dada razão simples para outro setor focal. Por isso não havia como usar a lei da área de Kepler como um meio de determinação exata das posições planetárias. Os astrônomos na era pós-kepleriana recorriam a várias aproximações no lugar da lei da área, centrando na rotação uniforme de um raio vetor sobre o foco vazio da elipse mais algum fator de correção adequado[784].

No Lema 28 da Seção 6, Newton (1999, p. 511, ênfase do autor) estabelece que "*nenhuma figura oval, cortada por linhas retas que se quiser, pode em geral ser encontrada por meio de equações finitas no número dos seus termos e dimensões*"[785]. Em outras palavras, as áreas de figuras ovais não podem ser encontradas por meio de equações algébricas com um número finito de termos e dimensões. Newton utiliza esse Lema para provar que não existe função algébrica que possa dar a posição ao longo de uma trajetória elíptica como uma função do tempo (Cf. SMEENK; SCHLISSER, 2013, p. 151). Smeenk e Schlisser (2013, p. 151) destacam a originalidade de Newton ao utilizar um argumento topológico sem precedentes neste Lema, além de provar um resultado concernente à existência de um tipo particular de função. O Lema 28, como apareceu na primeira edição dos *Principia*, sofreu algumas críticas, o que levou Newton, na segunda edição da sua obra, a acrescentar que ele estava tratando de ovais que não eram tocadas por figuras conjugadas que se estendiam ao infinito[786] (Cf. COHEN, 1999, p. 138).

A solução para o "problema de Kepler" é apresentada por Newton na Proposição 31 e no seu Escólio. Como comenta Cohen (1999, p. 139), "ele introduz uma solução aproximada usando uma curva (identificada por Whiteside como um cicloide prolato) cuja 'descrição... é difícil', e assim em um escólio ele recorre ao uso de 'uma solução que é aproximadamente verdadeira'"[787]. O Escólio como apresentado na primeira edição se distingue da forma como aparece nas edições posteriores. Na primeira edição, Newton usa um modo geométrico de construção impraticável, ao passo que nas edições posteriores ele faz uso de métodos analíticos por meio de interações e expansões em séries (Cf. COHEN, 1999, pp. 139-140).

---

[784] "Kepler was unable to find a "rational" solution to the problem of finding a focal sector of an ellipse having a given simple ratio to another focal sector. Hence there was no way to use Kepler's area law as a means of exact determination of planetary positions. The astronomers in the post-Keplerian era had recourse to various approximations in place of the area law, centering on the uniform rotation of a radius vector about the empty focus of the ellipse plus some suitable correction factor".

[785] "*No oval figure exists whose area, cut off by straight lines at will, can in general be found by means of equations finite in the number of their terms and dimensions*".

[786] Para uma breve discussão do Lema 28 e diferentes interpretações sobre ela, confira COHEN, 1999, pp. 138-139.

[787] "He introduces an approximate solution using a curve (identified by Whiteside as a prolate cycloid) whose 'description . . . is difficult,' and so in a scholium he resorts to the use of 'a solution that is approximately true'".

No Corolário 1 das Proposições 11 a 13 e na Proposição 17, Newton lidou com o problema inverso para forças centrais inversamente proporcionais ao quadrado da distância. Nas Seções 7 e 8, ele lida com o mesmo problema, mas para forças centrais de modo geral. Enquanto na Seção 7 ele trata da subida e da descida dos corpos em movimento retilíneo, na Seção 8 ele aborda o movimento curvilíneo.

No caso da subida retilínea, Newton a trata como um caso limite de movimento ao longo de uma seção cônica. Como observam Smeenk e Schlisser (2013, p. 127, ênfase dos autores), "a Seção 7 começa considerando Leis de força específicas [...], mas o resultado final resolve o problema do movimento retilíneo sob forças centrípetas *arbitrárias*, até quadratura[788]"[789].

Newton, na Proposição 32[790] da Seção 7, apresenta seu método para proceder a um limite e mostra como suas construções geométricas de cônicas servem para tratar de problemas envolvendo queda linear. Sobre essa Proposição, Cohen (1999, p. 140) comenta que "[...] enquanto a proposição 32 é um tipo de *tour de force* do método geométrico de Newton, ela também parece um meio moroso e desnecessariamente complexo de resolver um problema que pode ser reduzido a procedimentos analíticos muito mais simples"[791]. Em todo caso:

> [...] A construção de Newton depende da consideração do movimento ao longo de uma elipse sob a ação de uma força inversamente proporcional ao quadrado direcionada a um foco S. No limite, na medida em que o eixo menor tende a zero, a órbita tende a um caminho retilíneo (o ponto S tendendo à abside mais baixa), que é a solução para o problema[792] (COHEN, 1999, p. 140).

Outra Proposição a se destacar é a 39, na qual é abordado o caso em que se pressupõe que sejam conhecidas as quadraturas de figuras curvilíneas. Sendo assim, a prova da Proposição 39 exige que sejam realizadas integrações. De fato, ela mostra como encontrar uma área ou uma integral que represente a velocidade alcançada por um corpo que se move sob a ação de uma força centrípeta. Cohen (1999, p. 140) aponta que essa Proposição foi um acréscimo tardio ao seu manuscrito e que ela seria "mais logicamente agrupada" na Seção 8, junto às Proposições

---

[788] Smeenk e Schlisser (2013, p. 127) explicam numa nota de rodapé que a expressão "até quadratura" (*up to quadrature*) significa que ainda há uma integral a ser realizada para se obter a solução completa, mas, ao menos em princípio, isso pode ser feito assim que a lei de força seja especificada.

[789] "Section 7 starts by considering specific force Laws […] but the final result solves the problem of rectilinear motion under *arbitrary* centripetal forces, up to quadrature".

[790] Uma análise detalhada da Proposição 32 é apresentada em COHEN, 1999, pp. 333-334.

[791] "[…] while prop. 32 is a kind of *tour de force* of Newton's geometric method, it also appears a cumbersome and unnecessarily complex means of solving a problem that can be reduced to far simpler analytic procedures".

[792] "[…] Newton's construction depends on consideration of motion along an ellipse under the action of an inverse-square force directed toward a focus S. In the limit, as the minor axis tends to zero, the orbit tends to a rectilinear path (the point S tending to the lower apsis), which is the solution to the problem".

40 e 41, tendo em vista que, assim como estas, a Proposição 39 trata do movimento sob a ação de uma força centrípeta de um tipo não especificado.

No que diz respeito à Seção 8, Cohen (1999, p. 141) aponta que nela:

> [...] Newton quer solucionar o problema do movimento sob a ação de uma força que é alguma função não especificada da distância. Seu objetivo tem duas partes: encontrar a coordenada radial de qualquer ponto P na curva em um tempo qualquer *t*, e então encontrar a coordenada angular θ[793].

A Seção 8 se destaca em relação às precedentes.

> Os resultados das seções anteriores geralmente traçam inferências de uma dada trajetória para uma declaração sobre a lei de força. Mas os resultados na Seção 8 permitem o estudo dos efeitos de uma força dadas apenas uma posição inicial e a velocidade (ao invés de uma trajetória inteira), e assim Newton, em certo sentido, resolveu completamente o 'problema inverso' com essas proposições[794] (SMEENK; SCHLISSER, 2013, p. 127).

Das Proposições da Seção 8, a que mais se destaca é a Proposição 41[795], onde Newton (1999, p. 529, ênfase do autor) propõe a seguinte tarefa: "*supondo uma força centrípeta de qualquer tipo e assumindo as quadraturas de figuras curvilíneas, é exigido encontrar as trajetórias nas quais os corpos mover-se-ão e também os tempos de seus movimentos nas trajetórias assim encontrados"*[796]. Na solução para o problema da Proposição 41, Newton usa um método geométrico para especificar a magnitude da velocidade. Nas palavras de Cohen (1999, p. 147):

> Embora a estrutura e o conteúdo sejam analíticos, a solução de Newton é desenvolvida em um enquadramento geométrico; isto é, [...] a solução de Newton envolve diferenciais e integrais que são expressados em equivalentes geométricos. Portanto, ela se adequava com o procedimento de Newton de especificar a magnitude da velocidade geometricamente, isto é, em termos do comprimento de uma linha correspondendo a uma distância caída[797].

---

[793] "[...] Newton wants to solve the problem of motion under the action of a force which is some unspecified function of the distance. His goal has two parts: to find the radial coordinate of any point P on the curve at any time *t*, and then to find the angular coordinate θ".

[794] "Results from earlier sections generally draw inferences from a given trajectory to a claim regarding the force law. But the results in Section 8 allow for the study of the effects of a force given only an initial position and velocity (rather than an entire trajectory), and thus Newton has, in a sense, fully solved the 'inverse problem' with these propositions".

[795] Para uma análise detalhada da Proposição 41, confira COHEN, 1999, pp. 334-345.

[796] "*Supposing a centripetal force of any kind and granting the quadratures of curvilinear figures, it is required to find the trajectories in which bodies will move and also the times of their motions in the trajectories so found*".

[797] "Although the structure and content are analytical, Newton's solution is developed in a geometric framework; that is, […] Newton's solution involves differentials and integrals which are expressed in geometric equivalents. Therefore it fitted in with Newton's procedure to specify the magnitude of the velocity geometrically, that is, in terms of the length of a line corresponding to a distance fallen".

Cohen considera a Proposição 41 como o pináculo do desenvolvimento da dinâmica nos *Principia*.

> Aqui Newton usa livremente o equivalente direto tanto do cálculo diferencial quanto do integral e mostra a si mesmo como um verdadeiro mestre do assunto, lidando com um problema de grande generalidade. Não há nada na literatura antecedente da ciência do movimento que tenha essa mesma magnitude ou importância[798] (COHEN, 1999, p. p. 141).

Nas Proposições 39-41 do Livro 1, Newton resolve o problema inverso para uma lei de força arbitrária por meio de quadratura. Entretanto, Smeenk e Schlisser (2013, p. 150) apontam que "[...] a utilidade deste resultado é limitada pelas técnicas analíticas disponíveis para realizar essa quadratura, e Newton apenas estabelece uma solução explícita"[799].

A Proposição 41 ainda é seguida por três Corolários, sendo o Corolário 3 o que mais se destaca dentre eles. Trata-se do único exemplo apresentado por Newton para ilustrar a Proposição 41, sendo que nele é tratado de uma força inversamente proporcional ao cubo[800] como um caso particular da força que é abordada na Proposição 41. Ele alega que sua prova se segue da quadratura de certa curva, mas ele a omite por ser "suficientemente simples" e por "brevidade" (Cf. NEWTON, 1999, pp. 531-532). Como observam Smeenk e Schlisser (2013, p. 150), ao contrário do que Newton alega, a quadratura exigida não era fácil de ser realizada pelos seus contemporâneos. Vale ressaltar que, antes de escrever os *Principia*, Newton já tinha desenvolvido o método das fluxões e das séries infinitas com o qual era capaz de realizar a quadratura de vários tipos de curva. Entretanto, nos *Principia,* ele evita fazer isso. Guicciardini (1999, p. 59) comenta que:

> Quando Newton, nos *Principia,* reduz um problema a uma quadratura difícil, ele segue a política de dar a solução sem a demonstração. Ele simplesmente mostra que a solução depende da quadratura de uma curva e deixa o leitor sem qualquer pista de como proceder[801].

---

[798] "Here Newton freely uses the direct equivalent of both the differential and the integral calculus and shows himself to be a real master of the subject, dealing with a problem of great generality. There is nothing in the antecedent literature of the science of motion that has this same magnitude or importance".

[799] "[…] the utility of this result is limited by the analytical techniques available to perform this quadrature, and Newton only states one explicit solution".

[800] Para uma breve discussão dos possíveis motivos para Newton decidir tratar de uma força inversamente proporcional ao cubo, ao invés de uma força inversamente proporcional ao quadrado, no Corolário 3 da Proposição 41, confira COHEN, 1999, pp. 141-142.

[801] "When Newton in the *Principia* reduces a problem to a difficult quadrature, he follows the policy of giving the solution without the demonstration. He simply shows that the solution depends upon the quadrature of a curve and leaves the reader without any hint on how to proceed".

Até a seção 8, Newton considera apenas o movimento dos corpos em órbitas imóveis. Na Seção 9, ele passa a considerar o movimento dos corpos em órbitas móveis. Nela, ele realiza um estudo da precessão das órbitas em termos de expansões de séries de potência, demonstrando que a precessão das apsides de uma órbita proporciona uma medida do expoente da lei de força que produz o movimento.

Na Proposição 43, ele apresenta a seguinte ilustração:

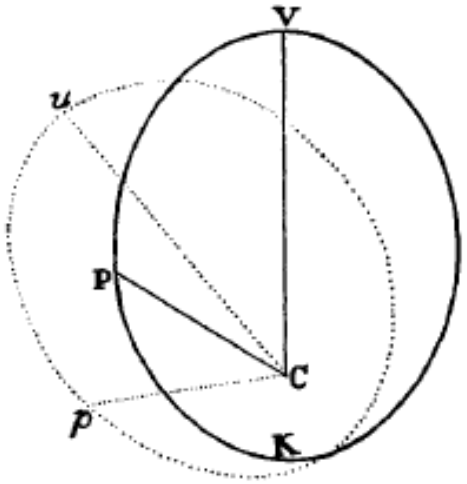

Figura 11: Ilustração da Proposição 43 da Seção 9 do Livro 1 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 534

Fazendo uso das Proposições 1 e 2 do Livro 1, Newton mostra que *Cp* varre áreas iguais em tempos iguais e que, consequentemente, o corpo que orbita a órbita móvel é acelerado por uma força centrípeta direcionada a *C*[802].

Na Proposição 44, ele compara as forças sob a ação das quais dois corpos produzem as mesmas órbitas, uma estacionária e outra em revolução. Ela estabelece que "*a diferença entre as forças sob a ação das quais dois corpos são capazes de se mover igualmente – um em uma órbita que está em repouso e o outro em uma órbita idêntica que está em revolução – é inversamente proporcional ao cubo da sua altura*[803] *comum*"[804] (NEWTON, 1999, p. 535, ênfase do autor). Como o movimento ao longo de uma órbita móvel é causado por uma força centrípeta, então Newton utiliza a representação geométrica de força da Proposição 6 para

[802] Para uma exposição detalhada desta Proposição, confira GUICCIARDINI, 1999, pp. 60-61.
[803] Isto é, a distância do centro de força *C*. Cf. GUICCIARDINI, 1999, p. 61.
[804] "*The difference between the forces under the action of which two bodies are able to move equally—one in an orbit that is at rest and the other in an identical orbit that is revolving—is inversely as the cube of their common height*".

provar a Proposição 44. Além disso, na sua demonstração, Newton recorre a infinitesimais, divide o movimento do corpo na órbita móvel em um componente radial e outro transradial e faz uso da noção de limite. Ao final, o resultado matemático alcançado por Newton pode ser utilizado para estudar o movimento das apsides[805].

A Proposição 45 trata do movimento médio das apsides. Nesta Proposição é introduzido o método das séries infinitas, que Newton chama de "séries indeterminadas" (*indeterminate series*). Ele determina a relação entre uma dada força centrípeta e o movimento das apsides, sendo que as órbitas que ele considera diferem muito pouco de círculos. Já no início da Proposição é afirmado que:

> Este problema é solucionado aritmeticamente ao tomar a órbita que é descrita em um plano imóvel por um corpo revolvendo em uma elipse móvel (como na prop. 44, corol. 2 ou 3) e fazendo-a se aproximar da órbita cujas apsides são exigidas, e ao procurar as apsides da órbita que aquele corpo descreve em um plano imóvel. As órbitas adquirirão o mesmo formato se as forças centrípetas com as quais aquelas órbitas são descritas, quando comparadas uma com a outra, forem proporcionais a alturas iguais[806] (NEWTON, 1999, p. 539).

Newton ilustra seu procedimento através de três exemplos. No primeiro deles, ele aproxima a trajetória do corpo acelerado pela força constante a uma elipse móvel[807]. Ao final, ele apresenta uma estimativa aproximada da precessão da linha das apsides no caso de uma força constante. Nos outros exemplos, ele generaliza o resultado alcançado no primeiro.

Após o terceiro exemplo, segue-se o Corolário 1 da Proposição 45, no qual se conclui que "[...] se a força centrípeta for proporcional a alguma potência da altura, esta potência pode ser encontrada a partir do movimento das apsides e vice-versa"[808] (Ibid., p. 543). No Corolário 2 da mesma Proposição, por sua vez, é estabelecido que:

> [...] [S]e um corpo, sob a ação de uma força centrípeta que é inversamente proporcional ao quadrado da altura, revolve em uma elipse tendo um foco no centro de forças e alguma outra força alheia é acrescentada ou subtraída dessa força

[805] Para uma demonstração mais detalhada da Proposição 44, confira GUICCIARDINI, 1999, pp. 61-63.
[806] "This problem is solved arithmetically by taking the orbit that is described in an immobile plane by a body revolving in a mobile ellipse (as in prop. 44, corol. 2 or 3) and making it approach the form of the orbit whose apsides are required, and by seeking the apsides of the orbit which that body describes in an immobile plane. Orbits will acquire the same shape if the centripetal forces with which those orbits are described, when compared with each other, are made proportional at equal heights".
[807] Uma breve explicação do argumento de Newton utilizado neste exemplo é apresentada em GUICCIARDINI, 1999, pp. 63-64.
[808] "[…] if the centripetal force is as some power of the height, that power can be found from the motion of the apsides, and conversely".

> centrípeta, o movimento das apsides que surgirão daquela força alheia pode ser encontrado [...] e vice-versa[809] (Ibid., p. 544).

A partir dos resultados obtidos na Seção 9, Newton busca apresentar uma estimativa de qual seria o movimento do apogeu da Lua.

> […] [E]le assume que apenas o componente radial (direcionado ao longo da distância Lua-Terra) da força perturbadora do Sol no sistema Terra-Lua é relevante. Então, o efeito da gravitação do Sol é adicionar à atração do inverso do quadrado da Terra sobre a Lua um componente extra[810] (GUICCIARDINI, 1999, p. 64).

Sendo assim, Newton considera um cenário onde existem três corpos: *S, T* e *P*. Nele, *S* é tomado como um corpo muito massivo e muito distante, ao passo que *T* e *P* são um sistema de dois corpos, *P* orbitando *T*. *S* perturba os movimentos orbitais do sistema *P*-*T*. *S* pode ser pensado como o Sol, *T* como a Terra e *P* como a Lua. Após uma série de procedimentos e aproximações (Cf. Ibid., pp. 64-65), Newton obtém um valor para o movimento do apogeu da Lua que não corresponde à realidade. Como comenta Guicciardini (1999, p. 65), "[...] ele obtém um valor que é apenas metade daquele medido pelos astrônomos. É preciso notar que Newton não é capaz de estimar o erro causado pelas aproximações"[811].

Na Seção 10, uma das questões que Newton aborda é o movimento dos corpos em um plano sob a ação de uma força cujo centro não está no plano. "Isso leva ao movimento em superfícies curvas e [...] os 'comprimeitos' do epicicloide e do hipocicloide como uma função do tempo"[812] (COHEN, 1999, p. 148).

Na Proposição 50, Newton trata sobre o oscilar de um pêndulo sob ação da gravidade, sendo que o pêndulo consiste em uma corda flexível, sem peso e não extensível com um ponto de massa na sua extremidade. Na Proposição 52, Newton mostra como as oscilações dos pêndulos podem ser utilizadas para comparar, por exemplo, a queda ou a revolução dos corpos.

Na Seção 10, Newton faz uso dos resultados de Huygens apresentados na obra *Horologium Oscillatorium*. Mais que isso, Smeenk e Schlisser (2013, p. 128) observam que um

---

[809] "[…] if a body, under the action of a centripetal force that is inversely as the square of the height, revolves in an ellipse having a focus in the center of forces, and any other extraneous force is added to or taken away from this centripetal force, the motion of the apsides that will arise from that extraneous force can be found out […] and conversely".

[810] "[…] he assumes that only the radial component (directed along the Moon–Earth distance) of the perturbing force of the Sun on the Earth–Moon system is relevant. So the effect of the Sun's gravitation is to add to the inverse square attraction of the Earth on the Moon an extra component".

[811] "[…] he obtains a value which is only half that measured by astronomers. It should be noted that Newton is not able to estimate the error caused by the approximations".

[812] "This leads to motion on curved surfaces and […] the 'lengths' of the epicycloid and the hypocycloid as a function of time".

dos objetivos de Newton com a Seção 10 era avaliar a validade da técnica experimental de Huygens para medir a gravidade em uma dada superfície através de um pêndulo. Huygens defendia que um pêndulo cicloidal é isócrono, e concebia a gravidade como uma constante, não variando em relação à altura, além de ser direcionada em linhas paralelas. Trata-se de um ponto importante para a argumentação de Newton da gravitação universal, posto que seu chamado "teste da Lua" depende do resultado alcançado por Huygens. Sobre esse ponto, Cohen (1999, p. 148) repercute uma informação que lhe foi transmitida por George Smith:

> [...] [N]a seção 10, "Newton mostra que o resultado do isocronismo de Huygens para a constante *g* cessa de se manter para um *g* inversamente proporcional ao quadrado, mas ele continua a se manter para *g* proporcional a *r*". Por isso, um pêndulo cicloidal seria isócrono sob a superfície da terra, onde *g* é proporcional a *r*, mas não acima da superfície da terra, onde *g* é proporcional a $\frac{1}{r^2}$. Assim, a seção 10 "não apenas enquadra o resultado de Huygens em um contexto mais amplo, mas proporciona um teste empírico para distinguir entre a gravidade universal de Newton e a gravidade constante de Huygens sob a superfície da terra"[813].

Assim Smeenk e Schlisser (2013, p. 129) descrevem a manobra de Newton nesta seção:

> Em uma impressionante exposição matemática, Newton introduz curvas mais gerais do que o plano cicloide estudado por Huygens e mostra que o verdadeiro isócrono para uma lei de força que varia diretamente com a distância é dado por uma dessas curvas, a hipocicloide[814].

Os resultados alcançados por Newton nas Seções 2 até a 10 do Livro 1 evidenciam a importância dos movimentos sob forças centrípetas. O nível de generalidade com o qual Newton trata as forças nessas Seções é significativo por vários motivos.

> Esse nível de generalidade é crucial para inferir forças dos fenômenos, na medida em que a própria lei de força é a quantidade desconhecida a ser inferida das observações. A habilidade de considerar forças centrais arbitrárias leva a uma inferência muito mais forte: ela abre o espaço de propostas concorrentes, ao invés de restringir a consideração de checar as consequências de uma única lei de força postulada. A abordagem de Newton permite-lhe caracterizar as consequências físicas de uma variedade de diferentes propostas, proporcionando um rico conjunto de contrastes para comparar com as observações. Além disso, ela permite a possibilidade de que fenômenos específicos possam ser tomados como medindo os parâmetros que aparecem na lei de força, no sentido de que há conexões daquele tipo que encontramos

[813] "[…] in sec. 10, 'Newton shows that Huygens's isochronism result for constant *g* ceases to hold for an inverse-square *g*, but it continues to hold for *g* proportional to *r.'* Hence, a cycloidal pendulum would be isochronous under the surface of the earth, where *g* is proportional to *r*, but not above the surface of the earth, where g is proportional to $\frac{1}{r^2}$. Thus sec. 10 'not only frames the Huygens result in a broader context, but provides an empirical test for distinguishing between Newton's universal gravity and Huygens's constant gravity under the surface of the earth'".

[814] "In an impressive mathematical display Newton introduces curves more general than the plane cycloid studied by Huygens and shows that the true isochrone for a force law varying directly with distance is given by one of these curves, the hypocycloid".

> em leis entre os fenômenos e os parâmetros dentro de algum domínio delimitado[815] (SMEENK; SCHLISSER, 2013, p. 129).

A Seção 11[816] começa com Newton (1999, p. 561) fazendo a seguinte observação:

> Até aqui, eu tratei dos movimentos dos corpos atraídos em direção a um centro imóvel, tal como, porém, dificilmente existe no mundo natural. Pois as atrações são sempre direcionadas aos corpos, e – pela terceira lei – as ações dos corpos que atraem e dos que são atraídos são sempre mútuas e iguais. De modo que se há dois corpos, nem o corpo que atrai nem aquele que é atraído podem estar em repouso, mas ambos (pelo corolário 4 das leis) revolvem em torno de um centro comum de gravidade, como que por uma atração mútua; e se há mais do que dois corpos que, ou são todos atraídos ou atraem um único corpo, ou todos atraem um ao outro, esses corpos devem se mover em relação um ao outro de tal maneira que o centro comum de gravidade ou está em repouso ou se move uniformemente em linha reta[817].

Logo após esta passagem, Newton salienta que está considerando apenas os aspectos matemáticos, de modo que não vai tratar das discussões concernentes ao âmbito da física. Esse posicionamento de Newton não surpreende, tendo em vista o contexto no qual estava inserido. Segundo Cohen (1999, p. 149), Newton sabia que a maioria dos filósofos naturais de sua época rejeitariam um sistema de mecânica baseado na atração, como de fato ocorreu. Dentre seus críticos estavam Leibniz e Huygens (Cf. COHEN, 1999, pp. 153-155). No caso de Huygens, ele rejeitou todas as teorias de Newton que tomavam como base a atração, alegando que esta é inexplicável por qualquer princípio da mecânica ou das regras do movimento, não podendo ser aceita, portanto, na filosofia natural (Cf. Ibid., p. 153). É compreensível, então, que no Escólio da Seção 11, Newton buscou esclarecer o uso que ele faz do termo *atração*:

> Eu uso a palavra "atração" aqui em um sentido geral para qualquer esforço dos corpos de se aproximarem um do outro, quer esse esforço ocorra como resultado da ação dos corpos ou puxados um em direção ao outro ou atuando um sobre o outro por meio de espíritos emitidos, ou quer ele surja da ação do éter ou do ar ou de qualquer outro

[815] "This level of generality is crucial to inferring forces from the phenomena, as the force law itself is the unknown quantity to be inferred from observations. The ability to consider arbitrary central forces leads to a much stronger inference: it opens up the space of competing proposals, rather than restricting consideration to checking the consequences of a single postulated force law. Newton's approach allows him to characterize the physical consequences of a variety of different proposals, providing a rich set of contrasts to compare with observations. Furthermore, it allows for the possibility that specific phenomena can be taken as measuring the parameters appearing in the force law, in the sense that there are law-like connections between the phenomena and parameters within some delimited domain".

[816] Sobre alterações que ocorreram na Seção 11 nas edições dos *Principia*, confira COHEN, 1999, pp. 156-157.

[817] "Up to this point, I have been setting forth the motions of bodies attracted toward an immovable center, such as, however, hardly exists in the natural world. For attractions are always directed toward bodies, and—by the third law—the actions of attracting and attracted bodies are always mutual and equal; so that if there are two bodies, neither the attracting nor the attracted body can be at rest, but both (by corol. 4 of the laws) revolve about a common center of gravity as if by a mutual attraction; and if there are more than two bodies that either are all attracted by and attract a single body or all attract one another, these bodies must move with respect to one another in such a way that the common center of gravity either is at rest or moves uniformly straight forward".

> meio – seja corpóreo ou incorpóreo – impelindo de algum modo um em direção ao outro os corpos que nele flutuam[818] (NEWTON, 1999, p. 588).

A estratégia de Newton de partir de um nível matemático, de modo a não precisar considerar os aspectos físicos de seus conceitos, é percebida nas dez primeiras Seções do Livro 1. Elas exploram problemas puramente matemáticos sobre os movimentos dos corpos atraídos por um ponto matemático. De fato, nestas Seções, os corpos não têm várias características físicas, sendo considerados somente como entidades matemáticas em um espaço euclidiano. Como Cohen (1999, p. 159) afirma, "nas seções 1-10, Newton considerou os corpos mais ou menos como unidades de massa ou pontos de massa, sem dimensão ou tamanho, formato, composição, ou massa [...]"[819].

A elaboração de propriedades matemáticas com características semelhantes às propriedades que encontramos na natureza ressalta a distinção entre os âmbitos da matemática e da física. A distinção entre esses dois âmbitos é um fator importante para o projeto newtoniano. Como destaca Cohen (2016, p. 87), "dessa forma, Newton está livre para desenvolver as propriedades de forças de atração matemáticas sem ter de encarar o grande problema de se tais forças podem realmente existir ou podem ser consideradas um elemento de física aceitável"[820]. Newton deixa clara essa distinção entre os dois âmbitos no final do Escólio da Seção 11:

> A matemática exige uma investigação daquelas quantidades de forças e suas proporções que se sigam de quaisquer condições que possam ser supostas. Então, passando à física, essas proporções devem ser comparadas com os fenômenos, de modo que possam ser descobertas que condições [ou leis] das forças se aplicam a cada tipo de corpos que se atraem. E então, finalmente, será possível argumentar com mais segurança acerca das espécies físicas, as causas físicas e as proporções físicas dessas forças[821] (NEWTON, 1999, pp. 588-589).

---

[818] "I use the word "attraction" here in a general sense for any endeavor whatever of bodies to approach one another, whether that endeavor occurs as a result of the action of the bodies either drawn toward one another or acting on one another by means of spirits emitted or whether it arises from the action of aether or of air or of any medium whatsoever whether corporeal or incorporeal—in any way impelling toward one another the bodies floating therein".

[819] "In secs. 1-10, Newton has considered bodies to be more or less unit masses or mass points, without dimensions or size, shape, composition, or mass […]".

[820] "In this way, Newton is free to develop the properties of mathematical forces of attraction without having to face the great problem of whether such forces can actually exist or can be considered an element of acceptable physics".

[821] "Mathematics requires an investigation of those quantities of forces and their proportions that follow from any conditions that may be supposed. Then, coming down to physics, these proportions must be compared with the phenomena, so that it may be found out which conditions [or laws] of forces apply to each kind of attracting bodies. And then, finally, it will be possible to argue more securely concerning the physical species, physical causes, and physical proportions of these forces".

Na Seção 11, são introduzidas mais propriedades ao seu sistema matemático que o tornam mais parecido com os fenômenos que observamos na natureza. Por exemplo, ao tratar sobre o movimento dos corpos atraídos uns em relação aos outros por forças centrípetas, ele aborda casos de sistemas de um corpo e um centro de força, de dois corpos que interagem um com o outro e de três ou mais corpos. Posteriormente, nas Seções seguintes e no Livro 2, outros aspectos serão considerados, como o formato, a composição e o movimento dos corpos em meios com diferentes resistências. Assim, ele desenvolve um sistema com o objetivo de produzir um construto matemático capaz de refletir os principais aspectos da natureza. Nesse sentido, são empregados métodos geométricos qualitativos para lidar com o problema dos três corpos, buscando realizar uma representação das trajetórias e das forças envolvidas. Esses tipos de acréscimos, que buscam tornar seu sistema cada vez mais semelhante à natureza, caracterizam o que Cohen chama de "estilo newtoniano", que tem o objetivo de "[...] produzir eventualmente uma dinâmica que se aplicará ao mundo externo, elaborar as propriedades de um sistema matemático que se assemelhará bastante ao mundo da natureza"[822] (COHEN, 2016, p. 87).

Cohen (2016, pp. 87-88) destaca duas vantagens do *estilo newtoniano*: a primeira é que o *estilo* permite explorar as consequências matemáticas de suas suposições sem precisar analisar todas propriedades do mundo físico de uma vez; a segunda é que, se aceitarmos o posicionamento de Newton na Seção 11, pode-se estudar as forças de atração sem precisar levar em consideração a exigência de um conceito de força resultante do contato entre corpos.

O *estilo newtoniano* é constituído de três fases. Barra (2010, p. 561, ênfase do autor) apresenta-as da seguinte forma:

> Na primeira fase, leis e propriedades dos movimentos são descobertas tendo como base uma natureza simplificada ou matematicamente idealizada. Na segunda fase, as entidades simplificadas ou matemáticas (corpos sem massa, trajetórias retilíneas, forças atrativas etc.) são confrontadas ao mundo físico, com o objetivo de promover aperfeiçoamentos visando uma maior e melhor convergência entre o sistema matemático e o mundo identificado por meio de experimentos e observação. [...] [Na terceira fase], Newton se volta para a aplicação dos resultados obtidos nas fases anteriores à filosofia natural, a fim de elaborar um *sistema do mundo*.

Barra (2010, p. 562) aponta que um problema com a interpretação de Cohen é que "[...] ao atribuir-lhes um significado apenas matemático, Newton estaria reivindicando uma

[822] "[…] to produce eventually a dynamics that will apply to the external world, to elaborate the properties of a mathematical system that will closely resemble the world of nature".

vacuidade ontológica para as forças centrais atrativas e, assim, o adjetivo ‘matemático’ seria nesse contexto sinônimo de ontologicamente vácuo”.

Após as breves considerações iniciais que foram apresentadas da Seção 11, seguem-se as Proposições 57 e 58, que tratam do problema dos dois corpos, ou seja, dois corpos que se atraem mutuamente e revolvem em torno do centro de gravidade que lhes é comum. Na Proposição 58, Newton (1999, p. 562, ênfase do autor) estabelece que:

> *Se dois corpos atraem um ao outro com quaisquer forças e, ao mesmo tempo, revolvem em torno do centro de gravidade que lhes é comum, eu digo que, pela ação das mesmas forças, pode-se descrever em torno de cada corpo, se imóvel, uma figura semelhante e igual às figuras que os corpos que assim se movem descrevem em torno um do outro*[823].

Em outras palavras, um corpo segue sempre a mesma trajetória em torno do segundo corpo com o qual ele está interagindo e em torno do centro de gravidade que lhes é comum, como o faria em torno de um centro de força imóvel. A lei da área de Kepler é válida tanto para o caso do centro de gravidade em comum quanto caso houvesse um centro de força imóvel.

No Corolário 2 da Proposição 58, ele declara que:

> [...] [D]ois corpos, sob a ação de forças inversamente proporcionais ao quadrado da distância, descrevem – em torno do comum centro de gravidade deles e também em torno um do outro – cônicas tendo o foco delas naquele centro em torno do qual as figuras são descritas[824] (NEWTON, 1999, p. 563).

Ou seja, cada corpo descreve uma elipse com o outro corpo em um foco.

Na Proposição 59, é demonstrado que a lei harmônica de Kepler tem uma correção em casos envolvendo dois corpos, ao se comparar o tempo periódico de um corpo que revolve em torno de outro corpo com o tempo periódico de movimento em torno do comum centro de gravidade. Nas Proposições 60-63, continuam a ser abordados outros aspectos de sistemas de dois corpos. Como resumem Smeenk e Schlisser (2013, p. 130):

> A Proposição 61 soluciona para a lei de força do centro comum de gravidade que seria necessária para tratar um problema de dois corpos como um problema equivalente de

---

[823] “*If two bodies attract each other with any forces whatever and at the same time revolve about their common center of gravity, I say that by the action of the same forces there can be described around either body if unmoved a figure similar and equal to the figures that the bodies so moving describe around each other*”.

[824] “[…] two bodies, under the action of forces inversely proportional to the square of the distance, describe— around their common center of gravity and also around each other— conics having their focus in that center about which the figures are described”.

> um corpo, permitindo que Newton aplique resultados anteriores (nas Proposições 62-63) para encontrar trajetórias para velocidades iniciais arbitrárias[825].

Na Proposição 64, é examinado os movimentos em um sistema no qual a força de atração é diretamente proporcional à distância, sendo que Newton começa com um sistema de dois corpos, mas adiciona posteriormente um terceiro e um quarto corpo. Na Proposição 65, são examinados casos envolvendo a interação de três corpos cujas forças atrativas são inversamente proporcionais ao quadrado da distância. Nela, Newton mostra que a órbita de cada corpo, relativamente uma à outra, não difere expressivamente de uma elipse, sendo que, caso sejam traçados raios em direção aos focos, as áreas que as órbitas descrevem são muito próximas de serem proporcionais aos tempos.

Casos nos quais ocorre a interação de três ou mais corpos são mais complexos de se lidar do que aqueles envolvendo apenas dois. O caráter mais simples destes casos é assim explicado por Smeenk e Schlisser (2013, p. 130):

> No caso envolvendo dois corpos, o centro de gravidade é colinear com os dois corpos, e as distâncias de cada corpo ao centro de gravidade se mantém em proporção fixa. Esta consequência da Terceira Lei é o que torna o caso dos dois corpos relativamente simples. Mas é apenas no caso de uma lei de força que varie na proporção $f(r) \propto r$ que o problema geral para n-corpos é também direto devido à Terceira Lei [...][826].

Na Proposição 66, lê-se:

> *Deixe três corpos – cujas forças diminuem proporcionalmente aos quadrados das distâncias – atraírem um ao outro, e deixe as atrações aceleradoras de quaisquer dois em direção ao terceiro estarem uma para a outra inversamente proporcional aos quadrados das distâncias, e deixe os dois menores revolverem em torno do maior. Então eu digo que se aquele corpo maior é movido por essas atrações, o corpo interno [dos dois corpos que revolvem] descreverá em torno do corpo mais interno e do maior, por raios traçados a ele, áreas mais proximamente proporcionais aos tempos e uma figura que se aproxime mais ao formato de uma elipse (tendo seu foco no ponto de encontro dos raios) do que seria o caso se aquele corpo maior não fosse atraído pelos menores e estivesse em repouso, ou se ele fosse muito menos ou muito mais atraído e sofresse uma ação muito menor ou muito maior*[827] (NEWTON, 1999, p. 570, ênfase do autor).

---

[825] "Proposition 61 solves for the force law from the common centre of gravity that would be needed to treat a two-body problem as an equivalent one body problem, allowing Newton to apply earlier results (in Propositions 62–63) to find trajectories for arbitrary initial velocities".

[826] "In the two-body case the centre of gravity is co-linear with the two bodies, and the distances of each body to the centre of gravity holds in fixed proportion. This consequence of the Third Law is what makes the two-body case fairly straightforward. But it is only in the case of a force law that varies as $f(r) \propto r$ that the general n-body problem is also straightforward due to the Third Law […]".

[827] "*Let three bodies—whose forces decrease as the squares of the distances—attract one another, and let the accelerative attractions of any two toward the third be to each other inversely as the squares of the distances, and let the two lesser ones revolve about the greatest. Then I say that if that greatest body is moved by these attractions, the inner body [of the two revolving bodies] will describe about the innermost and greatest body, by radii drawn*

Cohen (1999, p. 155) explica que a diferença da Proposição 66 em relação à 65 está no fato de que na 66 Newton lida explicitamente com o fenômeno da perturbação, isto é, da distorção das órbitas elípticas. A Proposição 66 é acompanhada da seguinte ilustração:

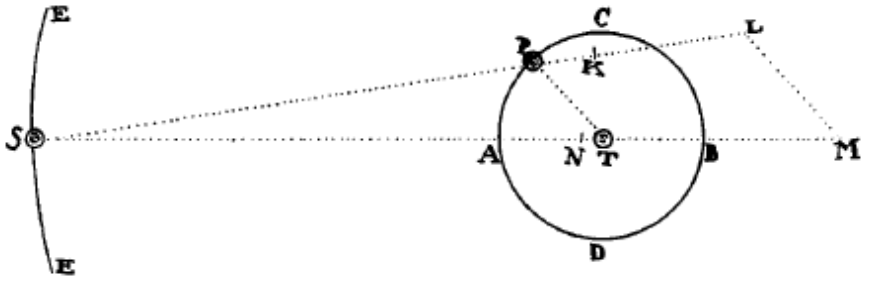

Figura 12: Ilustração da Proposição 66 da Seção 11 do Livro 1 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 571

A Proposição 66 é acompanhada por 22 Corolários. Neles, são tratados dos efeitos das perturbações gravitacionais no movimento kepleriano em um sistema envolvendo três corpos, sendo que a órbita do corpo no ponto *P* é assumida como quase circular. Assume-se também que o corpo em *S*, embora distante, é massivo o suficiente para alterar a órbita dos corpos em *P* e *T*. O corpo em *S* é considerado como estando no mesmo plano da órbita dos corpos em *P* e *T*. Podemos assumir que os corpos nos pontos *S*, *T* e *P* correspondem, respectivamente, ao Sol, à Terra e à Lua.

Cohen (1999, p. 155) aponta que, de modo geral, Newton é incapaz de lidar com o problema dos três corpos que se atraem mutualmente. Na maior parte da Proposição 66 e seus Corolários, Newton lida com o problema que se assemelha ao movimento da Lua em torno da Terra sendo perturbado pela força exercida pelo Sol, que é um problema mais fácil de abordar. Cohen (1999, pp. 157-158) apresenta o seguinte resumo do método que Newton utiliza na Proposição 66[828]:

> Newton primeiro considera o movimento de um corpo P (como a Lua) em órbita em torno de um corpo T (como a Terra) sob a ação de uma força inversamente proporcional ao quadrado. [...] P mover-se-á em uma elipse com centro no centro de T, e o raio vetor TP varrerá áreas iguais em tempos iguais. Ele então introduz um corpo perturbador exterior S, bem distante, e assume que todos os três corpos atrairão

to it, areas more nearly proportional to the times and a figure more closely approaching the shape of an ellipse (having its focus in the meeting point of the radii) than would be the case if that greatest body were not attracted by the smaller ones and were at rest, or if it were much less or much more attracted and were acted on either much less or much more".

[828] Confira também GUICCIARDINI, 1999, pp. 65-66 para outras considerações sobre a ilustração da Proposição 66.

> uns aos outros de acordo com a lei do inverso do quadrado. Em seguida, Newton resolve a força de S sobre P em dois componentes, um paralelo à direção de uma linha de P para T, o outro direcionado de S para T. Ele então examina o efeito de cada uma das três forças. O componente paralelo a TP (designado por sua medida LM) será adicionado à força centrípeta de T sobre P, e, não sendo uma força inversamente proporcional ao quadrado, fará com que a força resultante não seja mais proporcional ao inverso do quadrado da distância e assim fará com que a órbita divirja de uma elipse. O segundo componente da força de S sobre P atua na direção de T para S, a mesma direção que a força que S exerce sobre T, de modo que quando ele é combinado com as outras duas forças, dará uma força resultante que não mais é direcionada de S para P e assim causará um desvio da órbita elíptica e do movimento em órbita de acordo com a lei das áreas. O montante resultante [*net amount*] desta terceira força, designado por NM, é a segunda das duas forças perturbadoras. Cada uma dessas duas forças perturbadoras (LM e NM) varia em relação às posições relativas de S e P, causando um desvio de uma elipse ou da lei das áreas de acordo com sua magnitude[829].

A partir dessas considerações, Newton consegue fazer uma série de inferências acerca de perturbações em órbitas keplerianas. Por exemplo, no Corolário 3 ele afirma que o corpo *P* "[...] se move mais rapidamente na conjunção e na oposição do que nas quadraturas"[830] (NEWTON, 1999, p. 573) e no Corolário 4[831] ele declara que "a órbita do corpo *P* [...] é mais curva nas quadraturas do que na conjunção e na oposição"[832] (Ibid., p. 574). Nos Corolários 10 e 11 é mostrado que o movimento da linha dos nodos é regressivo e, com esse resultado, nos Corolários 18-22 ele apresenta sua explicação para a precessão dos equinócios. Destacamos também o Corolário 14, que é utilizado por Newton para determinar a massa e a densidade da Lua, embora a densidade não seja mencionada explicitamente neste Corolário[833]. Ao final do Corolário 14, Newton (1999, p. 580) apresenta o resultado utilizando a expressão "diâmetro aparente do corpo distante S", ou seja, do Sol. A escolha dessa expressão é assim explicada por Cohen (1999, p. 158): "Newton precisava do resultado em termos de 'diâmetro aparente' no

[829] "Newton first considers the motion of a body P (like the moon) in orbit around a body T (like the earth) under the action of an inverse-square force. […] P will move in an ellipse with center at the center of T, and the radius vector TP will sweep out equal areas in equal times. He then introduces an outer perturbing body S, quite far away, and assumes that all three bodies will attract one another according to the inverse-square law. Next, Newton resolves the force of S on P into two components, one parallel to the direction of a line from P to T, the other directed from S to T. He then examines the effect of each of the three forces. The component parallel to TP (designated by its measure LM) will be added to the centripetal force of T on P, and, not being an inverse-square force, it will cause the net force to be no longer as the inverse square of the distance and so will cause the orbit to deviate from an ellipse. The second component of the force of S on P acts in the direction from T to S, the same direction as the force that S exerts on T, so that when it is combined with the other two forces, it will give a resultant force that no longer is directed from S to P and so will cause a deviation from the elliptical orbit and from motion in orbit according to the law of areas. The net amount of this third force, designated by NM, is the second of the two perturbing forces. Each of these two perturbing forces (LM and NM) varies in relation to the relative positions of S and P, causing a deviation from an ellipse or from the law of areas in accordance with its magnitude".

[830] "[…] moves more swiftly in the conjunction and opposition than in the quadratures".

[831] Uma breve prova do Corolário 4 é proporcionada em GUICCIARDINI, 1999, p. 67.

[832] "The orbit of body P […] is more curved at the quadratures than at the conjunction and opposition".

[833] O Corolário 14 é analisado em detalhes em COHEN, 1999, pp. 355-359.

livro 3, proposição 37, corolário 3, no entanto, porque ele não queria basear a massa e a densidade do Sol em um parâmetro cujo valor numérico era incerto, a saber, a paralaxe solar"[834].

Cohen (1999, p. 158) também destaca o fato de Newton fazer uso do conceito de força absoluta, ou media absoluta de uma força, na Proposição 66. Isso indica que Newton passa a considerar agora as massas dos corpos, diferentemente do que ele estava fazendo nas Seções anteriores, como mencionamos há pouco.

Impressiona os resultados alcançados por Newton na Proposição 66, como resume Guicciardini (1999, p. 67):

> Newton foi capaz, graças a uma firme compreensão das relações entre a força e as propriedades geométricas das trajetórias (curvatura, inclinação etc.), de prever qualitativamente as principais perturbações da órbita da Lua, e explicar a precessão dos equinócios, e ele apresentou uma explicação para o movimento das marés[835].

Os resultados aos quais ele chega nos Corolários da Proposição 66 serão importantes para explicar uma série de fenômenos no Livro 3. Além disso, "esses resultados proporcionam alguma indicação dos contrastes empíricos entre uma descrição de movimentos de dois corpos e uma explicação mais realística que incorpore os efeitos de múltiplos corpos"[836] (SMEENK; SCHLISSER, 2013, p. 130).

Quanto às Proposições restantes da Seção 11, a Proposição 67 estabelece que o corpo S descreve relativamente ao centro comum de gravidade dos corpos P e T, por raios para ele traçados, áreas mais aproximadamente proporcionais aos tempos e uma órbita que se aproxima mais do formato de uma elipse com foco neste centro do que o faria relativamente a T. A Proposição 68 trata de sistemas nos quais corpos menores revolvem em torno de um maior. "O assunto da proposição 69 é um sistema de vários corpos atraindo um ao outro na proporção ao inverso do quadrado da distância; é provado que a força absoluta exercida por qualquer um dos corpos que atraem é proporcional à massa"[837] (COHEN, 1999, p. 159).

---

[834] "Newton needed the result in terms of 'apparent diameter' in book 3, prop. 37, corol. 3, however, because he did not want to base the mass and density of the sun on a parameter whose numerical value was uncertain, namely, the solar parallax".

[835] "Newton was able, thanks to a firm grasp of the relations between force and the geometric properties of trajectories (curvature, inclination etc.), to predict qualitatively the main perturbations of the Moon's orbit, and account for the precession of equinoxes, and he laid down an explanation of tidal motion".

[836] "These results provide some indication of the empirical contrasts between a two-body description of motions and a more realistic account incorporating the effects of multiple bodies".

[837] "The subject of prop. 69 is a system of several bodies attracting one another in proportion to the inverse square of the distance; it is proved that the absolute force exerted by any of the attracting bodies is proportional to the mass".

As Seções 12 e 13 tratam sobre o efeito que o formato dos corpos pode causar em seus movimentos devido às suas atrações mútuas. Enquanto a Seção 12 trata sobre as forças de atração em casos de corpos esféricos, a Seção 13 trata sobre as forças de atração de corpos não esféricos. O uso das razões primeiras e últimas em ambas as Seções é essencial. Nelas, como observa Guicciardini (1999, p. 69), "[...] é preciso primeiro realizar uma partição do sólido em elementos finitos, e então se passa ao limite"[838]. É através da soma vetorial das contribuições de cada constituinte de um corpo que se obtém a atração total exercida por ele. As Seções também revelam como Newton trata as forças que atuam ou são produzidas por um corpo macroscópico, a saber, "[...] ele trata a força que atua ou é produzida por um corpo macroscópico de forma composicional, como uma soma das forças que atuam nas partes constituintes"[839] (SMEENK; SCHLISSER, 2013, p. 130).

A Seção 12 tem início com a Proposição 70, segundo a qual:

> *Se em direção de cada um dos pontos separados de uma superfície esférica tendem forças centrípetas iguais diminuindo na razão dos quadrados das distâncias do ponto, eu digo que um corpúsculo localizado dentro da superfície não será atraído por essas forças em qualquer direção*[840] (NEWTON, 1999, p. 590, ênfase do autor).

A Proposição 70 é acompanhada da seguinte ilustração:

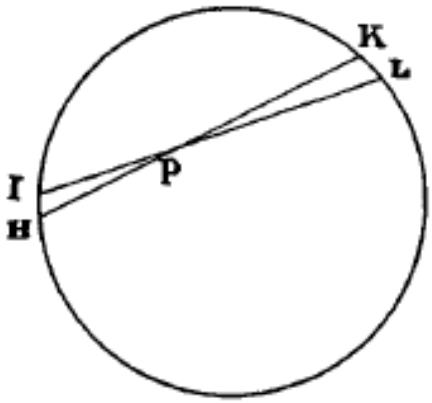

Figura 13: Ilustração da Proposição 70 da Seção 12 do Livro 1 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 590

838 "[…] one should first partition the solid into finite elements, and then pass to the limit".
839 "[…] he treats the force acting on or produced by a macroscopic body compositionally, as a sum of the forces acting on constituent parts".
840 "*If toward each of the separate points of a spherical surface there tend equal centripetal forces decreasing as the squares of the distances from the point, I say that a corpuscle placed inside the surface will not be attracted by these forces in any direction*".

Tomemos *P* como um corpúsculo no interior da superfície esférica *HIKL*. A massa de *P* é aqui negligenciada em comparação com a massa da esfera *HIKL*, de modo a desconsiderar qualquer força de reação por parte de *P* na esfera. Que sejam traçadas duas linhas *HK* e *IL* passando pelo ponto *P*. Essas duas linhas intersectam os arcos "minimamente pequenos" *IH* e *KL*. As áreas *IH* e *KL* estão como o quadrado da distância em relação a *P*.

> Portanto, as forças exercidas no corpo *P* por essas partículas da superfície são iguais uma à outra. Pois são diretamente proporcionais às partículas e inversamente proporcionais aos quadrados das distâncias. E essas duas razões, quando compostas, geram a razão da igualdade. As atrações, portanto, tornadas iguais em direções opostas, anulam uma à outra[841] (NEWTON, 1999, p. 590).

O mesmo vale para qualquer outro ponto na superfície esférica, de onde se pode concluir que o corpo *P* não é atraído pelas atrações em nenhuma direção.

A Proposição 71, por sua vez, estabelece que, "*com as mesmas condições sendo supostas como na prop. 70, eu digo que um corpúsculo localizado fora da superfície esférica é atraído para o centro da esfera por uma força inversamente proporcional ao quadrado de sua distância daquele mesmo centro*"[842] (Ibid., p. 590, ênfase do autor). A Proposição 71 é acompanhada da seguinte ilustração:

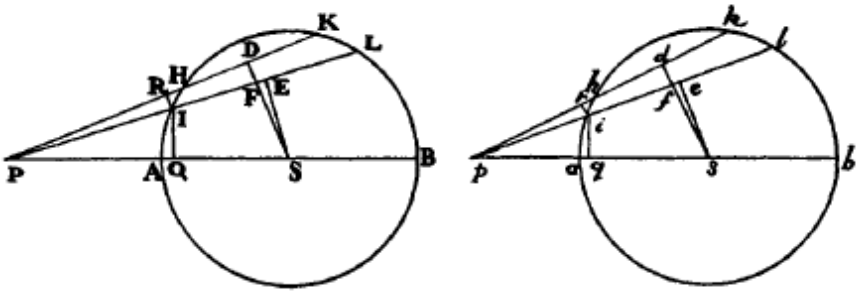

Figura 14: Ilustração da Proposição 71 da Seção 12 do Livro 1 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 591

A ilustração representa duas superfícies esféricas iguais *AHKB* e *ahkb*, com centros em S e *s* e diâmetros *AB* e *ab*. Além disso, dois corpúsculos P e *p* estão fora dessas esferas no prolongamento dos diâmetros *AB* e *ab*. Esta Proposição é demonstrada através das razões

841 "Therefore the forces exerted on body P by these particles of surface are equal to one another. For they are as the particles directly and the squares of the distances inversely. And these two ratios, when compounded, give the ratio of equality. The attractions, therefore, being made equally in opposite directions, annul each other".
842 "*With the same conditions being supposed as in prop. 70, I say that a corpuscle placed outside the spherical surface is attracted to the center of the sphere by a force inversely proportional to the square of its distance from that same center*".

primeiras e últimas. Após uma série de procedimentos (Cf. GUICCIARDINI, 1999, pp. 69-70), Newton consegue deduzir que "[...] a razão das atrações das duas superfícies anelares infinitesimais é ps^2/PS^2"[843] (Ibid., p. 70). Ao final, Newton (1999, p. 592) conclui que "[…] por composição [ou *componendo*], as forças das superfícies esféricas totais exercidas sobre os corpúsculos estarão na mesma razão"[844]. Ou seja, os corpúsculos são atraídos para o centro das suas respectivas superfícies esféricas por forças que são inversamente proporcionais ao quadrado da distância do centro.

Ao contrário da Proposição 71, nas Proposições 72-76, Newton não faz uso de nenhum argumento matemático complexo. Na Proposição 72, ele estabelece que:

> *Se em direção a cada um dos pontos separados de qualquer esfera tendem forças centrípetas iguais, diminuindo na razão do quadrado das distâncias desses pontos, e são dadas tanto a densidade da esfera e a razão do diâmetro da esfera à distância do corpúsculo do centro da esfera, eu digo que a força pela qual o corpúsculo é atraído será proporcional ao semidiâmetro da esfera*[845] (NEWTON, 1999, p. 592, ênfase do autor).

Na Proposição 73 é declarado que:

> *Se em direção a cada um dos pontos separados de qualquer dada esfera tendem forças centrípetas iguais diminuindo na razão quadrada das distâncias daqueles pontos, eu digo que um corpúsculo localizado dentro da esfera é atraído por uma força proporcional à distância do corpúsculo do centro da esfera*[846] (NEWTON, 1999, p. 593, ênfase do autor).

No Escólio da Proposição 73, Newton (1999, p. 593) faz uma observação sobre a superfície dos sólidos considerados na Seção 12:

> As superfícies das quais os sólidos são compostos não são aqui puramente matemáticas, mas orbes [ou conchas esféricas] tão extremamente finos que sua espessura é como nula: a saber, orbes evanescentes dos quais a esfera em última instância consiste quando o número daqueles orbes é aumentado e sua espessura diminui indefinidamente. De modo similar, quando as linhas, superfícies e os sólidos

---

[843] "[…] the ratio of the attractions of the two infinitesimal annular surfaces is ps^2/PS^2".
[844] "[…] by composition [or componendo] the forces of the total spherical surfaces exercised upon the corpuscles will be in the same ratio".
[845] "*If toward each of the separate points of any sphere there tend equal centripetal forces, decreasing in the squared ratio of the distances from those points, and there are given both the density of the sphere and the ratio of the diameter of the sphere to the distance of the corpuscle from the center of the sphere, I say that the force by which the corpuscle is attracted will be proportional to the semidiameter of the sphere*".
[846] "*If toward each of the separate points of any given sphere there tend equal centripetal forces decreasing in the squared ratio of the distances from those points, I say that a corpuscle placed inside the sphere is attracted by a force proportional to the distance of the corpuscle from the center of the sphere*".

> são ditos compostos de pontos, tais pontos devem ser entendidos como partículas iguais de uma magnitude tão pequena que ela pode ser ignorada[847].

A Proposição 74 afirma que, "*assumindo as mesmas coisas supostas na prop. 73, eu digo que um corpúsculo localizado fora de uma esfera é atraído por uma força inversamente proporcional ao quadrado da distância do corpúsculo do centro da esfera*"[848] (NEWTON, 1999, p. 593, ênfase do autor). Como comenta Guicciardini (1999, p. 71), tanto na Proposição 74 quanto na 72 é mostrado que, caso seja considerado uma esfera de densidade homogênea e um ponto fora dela, assumindo que ela exerce uma força atrativa inversamente proporcional ao quadrado da distância sobre o ponto, tal força será proporcional ao volume da esfera e inversamente proporcional ao quadrado da distância do centro.

No que diz respeito às Proposições 75 e 76, Smeenk e Schlisser (2013, p. 130) afirmam que nelas é defendido que:

> [...] [D]ois corpos esféricos que interagem via uma atração inversamente proporcional ao quadrado da distância em relação a todas as partes de ambos os corpos podem ser descritos como interagindo via uma atração inversamente proporcional ao quadrado da distância direcionada aos seus respectivos centros, com a medida absoluta da força dada por suas respectivas massas[849].

Na Proposição 75, esse resultado é alcançado para os casos em que os corpos esféricos de densidade uniforme. Na Proposição 76, para corpos esféricos cuja densidade varie em função da distância radial.

Nas Proposições 77 e 78, Newton trata de casos envolvendo uma força atrativa que varia diretamente em relação à distância para esferas homogêneas e não homogêneas, sendo que a atração entre duas esferas homogêneas é diretamente proporcional à distância entre seus centros. No Escólio da Proposição 78, Newton (1999, p. 599) afirma que apresentou explicações para os dois maiores casos de atrações, isto é, quando as forças centrípetas diminuem na razão do quadrado das distâncias ou aumentam na razão simples das distâncias. Porém, ele alega que seria tedioso seguir o mesmo procedimento em outros casos que levam a

---

[847] "The surfaces of which the solids are composed are here not purely mathematical, but orbs [or spherical shells] so extremely thin that their thickness is as null: namely, evanescent orbs of which the sphere ultimately consists when the number of those orbs is increased and their thickness diminished indefinitely. Similarly, when lines, surfaces, and solids are said to be composed of points, such points are to be understood as equal particles of a magnitude so small that it can be ignored".

[848] "*With the same things being supposed as in prop. 73, I say that a corpuscle placed outside a sphere is attracted by a force inversely proportional to the square of the distance of the corpuscle from the center of the sphere*".

[849] "[…] two spherical bodies interacting via an inverse-square attraction to all parts of both bodies can be described as interacting via an inverse-square attraction directed to their respective centres, with the absolute measure of the force given by their respective masses".

conclusões "menos elegantes". Sendo assim, ele diz preferir determiná-los simultaneamente utilizando um método geral. Este método é empregado no Lema 29 e nas Proposições 79-82.

O problema abordado pelo Lema 29 e pelas Proposições 79-82 é o de "[...] lidar com a atração exercida por esferas homogêneas quando a lei de atração entre os corpúsculos é alguma função da distância"[850] (GUICCIARDINI, 1999, p. 72). Para lidar com esse problema, Newton desenvolve uma construção geométrica que o permite realizar uma redução do problema ao cálculo de uma área subtendida por uma curva. Em outras palavras, seu "método geral" exige técnicas de redução a quadraturas. Na Proposição 81, ele realiza quadraturas em diferentes casos onde a força varia a diferentes potências, sendo que ele afirma que essas quadraturas são realizadas por "métodos comuns" (*ordinary methods*) (Cf. NEWTON, 1999, p. 603).

Nas Proposições 88 e 89 da Seção 13, Newton demonstra que corpos com qualquer formato podem ser tratados como se a massa deles estivesse concentrada no centro de gravidade deles. Entretanto, casos onde há uma força inversamente proporcional ao quadrado da distância, em geral, não podem ser abordados matematicamente. Contudo, existem casos especiais nos quais é possível alcançar alguns resultados, como ocorre nas Proposições 90 e 91, que são baseadas em técnicas de quadratura. Como comenta Guicciardini (1999, p. 73), "essas duas Proposições são, na verdade, restritas à à [sic] atração exercida por sólidos homogêneos de revolução em pontos externos situados na prolongação do eixo de revolução"[851]. Na Proposição 90, Newton determina a atração exercida por um disco circular uniforme com o centro *A* e o raio *AD* em um plano ao qual a reta *AP* é perpendicular[852]. Na Proposição 91, ele considera "[...] *a atração de um corpúsculo localizado no eixo de um sólido redondo* [...]"[853] (NEWTON, 1999, p. 615, ênfase do autor). Nela, "ele realiza uma partição do sólido em discos circulares e obtém a atração total ao somar as atrações componentes dos discos"[854] (GUICCIARDINI, 1999, p. 74).

Nos Corolários 1 e 2 da Proposição 91, são considerados casos em que as partículas que compõem o sólido exercem uma força inversamente proporcional ao quadrado da distância. No Corolário 1, ele considera o caso de um cilindro, ao passo que, no Corolário 2, é considerado o caso da atração exercida por um esferoide oblato. Guicciardini (1999, pp. 74-75) destaca que,

---

[850] "[…] to deal with the attraction exerted by homogeneous spheres when the law of attraction between the corpuscles is any function of distance".
[851] "These two Propositions are actually restricted to the the attraction exerted by homogeneous solids of revolution on external points situated on the prolongation of the axis of revolution".
[852] Uma demonstração da Proposição 90 é apresentada em GUICCIARDINI, 1999, pp. 73-74.
[853] "[...] *the attraction of a corpuscle placed in the axis of a round solid* […]".
[854] "He partitions the solid into circular disks and obtains the total attraction by summing the component attractions of the disks".

enquanto que a quadratura necessária para determinar a atração no caso do Corolário 1 é expressa explicitamente no Corolário 1, no Corolário 2, Newton apresenta apenas a solução na forma de uma construção geométrica, sem realizar a quadratura explicitamente. "Como geralmente ocorre nos *Principia*, detalhes sobre quadraturas não triviais são evitados"[855] (GUICCIARDINI, 1999, p. 75)[856]. Guicciardini (1999, p. 78) comenta que Newton já tinha encontrado a quadratura do caso analisado no Corolário 2, em 1670, no *De Methodis*. Como já mencionamos, nesta obra, ele alcança uma série de resultados relativos a quadraturas que permitem integrar várias classes de funções expressadas em "catálogos". Guicciardini (1999, p. 78) observa que "o Corolário 2, sem qualquer referência aos 'catálogos' de curvas de Newton, é um completo mistério"[857].

Ao final da Seção 13, Newton apresenta o seguinte Escólio:

> Se um corpo é atraído perpendicularmente em direção a um dado plano, e o movimento do corpo é exigido ser encontrado a partir da dada lei de atração, o problema será resolvido ao procurar (através da prop. 39[858]) o movimento do corpo descendo diretamente a esse plano e ao compor esse movimento (segundo o corol. 2 das leis) com um movimento uniforme realizado ao longo de linhas paralelas ao mesmo plano. E, inversamente, se for exigido encontrar a lei de uma atração tendendo em direção ao plano ao longo de linhas perpendiculares, sob a condição de que o corpo atraído se mova em qualquer linha curva dada, o problema será resolvido pelas operações usadas no terceiro problema [isto é, prop. 8][859] (NEWTON, 1999, p. 620).

Logo após apresentar o Escólio, Newton (1999, p. 620) afirma que "o procedimento pode ser abreviado ao desenvolver as ordenadas em séries convergentes"[860]. Newton busca determinar a força pela qual um corpo é atraído ou repelido pela base que o acelera ao longo de uma dada trajetória. Ele chama de *B* a ordenada aplicada à base *A* em certo ângulo, isto é, a distância do corpo ao plano, sendo que *B* é proporcional a uma potência $A^{m/n}$ da base. *A* é a abscissa. Ele também pressupõe que a base sofre um acréscimo infinitesimal. Após alguns procedimentos (Cf. GUICCIARDINI, 1999, p. 79), ele encontra a força, concluindo que:

---

[855] "As usual in the *Principia*, details about nontrivial quadratures are avoided".
[856] Demonstrações dos Corolários 1 e 2 são apresentadas em GUICCIARDINI, 1999, pp. 75-78.
[857] "Corollary 2, without any reference to Newton's 'catalogues' of curves, is a complete mystery".
[858] A indicação da Proposição 39 significa que o movimento precisa ser decomposto em um componente horizontal inercial e um componente vertical acelerado, de modo a se poder aplicar a Proposição ao elemento vertical (Cf. GUICCIARDINI, 1999, p. 79).
[859] "If a body is attracted perpendicularly toward a given plane, and the motion of the body is required to be found from the given law of attraction, the problem will be solved by seeking (by prop. 39) the motion of the body descending directly to this plane and by compounding this motion (according to corol. 2 of the laws) with a uniform motion performed along lines parallel to the same plane. And conversely, if it is required to find the law of an attraction made toward the plane along perpendicular lines, under the condition that the attracted body moves in any given curved line whatever, the problem will be solved by the operations used in the third problem [i.e., prop. 8]".
[860] "The procedure can be shortened by resolving the ordinates into converging series".

> [...] [S]e a ordenada traça uma parábola, onde $m = 2$ e $n = 1$, a força tornar-se-á proporcional à quantidade dada $2B^0$, e assim será dada. Portanto, com uma dada força [isto é, constante], o corpo mover-se-á em uma parábola, como Galileu demonstrou. Mas se a ordenada traça um hipérbole, onde $m = 0 - 1$ e $n = 1$, a força tornar-se-á proporcional a $2A^{-3}$ ou $2B^3$; e, portanto, com uma força que é proporcional ao cubo da ordenada, o corpo mover-se-á em uma hipérbole[861] (NEWTON, 1999, pp. 620-621).

Guicciardini (1999, p. 80) aponta que nessa passagem Newton parece estar inseguro em distinguir o problema inverso do problema direto. Guicciardini também destaca que "[...] Newton atribui um significado dinâmico aos termos de uma expansão de série de potências [...]"[862] (GUICCIARDINI, 1999, p. 80), o que ele também faz na Proposição 10 do Livro 2 dos *Principia*. Como já mencionamos, na década de 1690, Newton apresentou uma nova notação para fluxões de diferentes ordens, sendo que, ao discutir as fluxões de ordem maior, ele tratou de uma série que hoje é conhecida como série de Taylor. Esses dois pontos já estão presentes nos *Principia*.

> Isso é relevante, posto que revela que Newton estava ciente da possibilidade de expressar sua ciência do movimento em termos de séries e fluxões. De fato, se colocarmos juntos o resultado expresso na década de 1690 com o Escólio da Proposição 93, Livro 1, e a Proposição 10, Livro 2, chegamos à declaração de que a força é proporcional à segunda fluxão de deslocamento. [...] Newton, na década de 1690, traçou essa conclusão e tentou dar uma representação fluxional da força central[863] (Ibid., p. 80).

Sobre a Seção 14, basta destacarmos que ela aborda a questão do movimento dos corpos muito pequenos que sofrem a ação de forças centrípetas provenientes das partículas de um corpo grande. Nesta Seção, Newton lida sobretudo com uma série de questões relativas ao fenômeno da luz. Entre as técnicas matemáticas utilizadas nela, está o teorema binomial.

No Livro 2, Newton trata da física dos fluidos. Ele aborda questões sobre a densidade e compressão dos fluidos, sobre a hidrostática, sobre a resistência dos fluidos, sobre a revolução

---

[861] "[…] if the ordinate traces out a parabola, where $m = 2$ and $n = 1$, the force will become as the given quantity $2B^0$, and thus will be given. Therefore with a given [i.e., constant] force the body will move in a parabola, as Galileo demonstrated. But if the ordinate traces out a hyperbola, where $m = 0 — 1$ and $n = 1$, the force will become as $2A^{-3}$ or $2B^3$; and therefore with a force that is as the cube of the ordinate, the body will move in a hyperbola".

[862] "[…] Newton attributes a dymanical meaning to the terms of a power series expansion […]".

[863] "This is relevant, since it reveals Newton's awareness of the possibility of expressing his science of motion in terms of series and fluxions. In fact, if we put together the result expressed in the 1690s with the Scholium to Proposition 93, Book 1, and Proposition 10, Book 2, we arrive at the statement that the force is proportional to the second fluxion of displacement. […] Newton in the 1690s drew this conclusion and attempted to give a fluxional representation of central force".

dos corpos em meios com resistência, sobre o movimento dos projéteis nesses meios, sobre o movimento pendular e ainda apresenta uma refutação da teoria dos vórtices[864].

De acordo com Smeenk e Schlisser (2013, p. 132), a maioria das Proposições do Livro 2 dos *Principia* tem três objetivos principais. O primeiro deles é estender os estudos do movimento de Galileu e Huygens, de modo a incluir os casos em que o movimento ocorre em um meio com alguma resistência; o segundo é proporcionar uma forma de entender forças de resistência de maneira quantitativa, de modo que permita inferir propriedades de forças de resistência em casos reais; e o terceiro é apresentar uma crítica à teoria dos vórtices.

Diferentemente do Livro 1, no Livro 2, Newton recorre a vários relatos de experimentos, como os experimentos com pêndulos que buscam determinar características das forças de resistência. Embora com seus experimentos ele tenha conseguido realizar algumas medidas, havia discrepâncias nos resultados experimentais que ele não conseguia explicar (Cf. SMEENK; SCHLISSER, 2013, p. 133). De fato, comparado com o Livro 1, o Livro 2 pode ser considerado mais experimental do que matemático.

Sobre esse aspecto, vale apontar que os métodos matemáticos do Livro 2 foram criticados pelos contemporâneos de Newton.

> As partes matemáticas do Livro 2 são muito problemáticas. Comparadas com os métodos matemáticos do primeiro livro, aqueles do segundo foram considerados, durante a vida de Newton, os menos satisfatórios, e em alguns casos, simplesmente equivocados[865] (GUICCIARDINI, 1999, p. 81).

Algumas das Proposições do Livro 2 que sofreram críticas dos contemporâneos de Newton fizeram com que ele as alterasse na segunda edição de sua obra (Cf. Ibid., pp. 88-90). Newton revisou o Livro 2 e apresentou, na segunda edição, um conjunto de experimentos diferentes, também com o objetivo de determinar as propriedades das forças de resistência, mas, nesse sentido, eles só foram úteis por apresentar um quadro teórico diferente daquele da primeira edição. Houve outras alterações.

> Na segunda edição, ele ainda deu uma derivação teórica do que ele assumiu ser a contribuição dominante para a resistência: a saber, a 'resistência inercial' devido aos impactos entre as partículas do fluido e do corpo. Este resultado permitiu-lhe prever um tempo para os globos em queda livre, e diferenças do valor previsto

[864] Essa refutação é apresentada na Seção 9. Cohen (1999, p. 164) comenta que Huygens, após ler os *Principia*, afirmou que os vórtices foram destruídos por Newton. Não trataremos dela neste capítulo, mas somente no próximo. É na Seção 9 também que Newton trata do movimento circular nos fluidos.

[865] "The mathematical parts of Book 2 are very problematic. Compared with the mathematical methods of the first book, those of the second were considered, during Newton's lifetime, the less satisfactory, and in some cases just mistaken".

> potencialmente revelariam então as outras contribuições para a resistência, devido à 'elasticidade, tenacidade e fricção' das partes do fluido[866] (SMEENK; SCHLISSER, 2013, p. 133).

Smeenk e Schlisser (2013, p. 134) apontam que Newton esperava usar os fenômenos observados para medir parâmetros que apareciam em uma expressão geral para a força de resistência, porém não há separação entre uma contribuição inercial à resistência e outros fatores.

Vale destacar alguns pontos referentes às primeiras Seções do Livro 2. Nelas, Newton trata do movimento em diferentes condições de resistência.

> O objetivo de Newton, em retrospecto, era primariamente (nas seções 1, 2 e 3) explorar algumas consequências das condições de resistência, de modo que ele poderia lidar com os tipos de resistência que ele acreditava serem as mais prováveis na natureza: uma resistência proporcional à velocidade, outra proporcional ao quadrado da velocidade e outra proporcional a ambas destas[867] (COHEN, 1999, p. 165).

Ainda sobre as três primeiras Seções do Livro 2, Smeenk e Schlisser (2013, p. 132) observam que "estas seções consideram o movimento de um corpo sob gravitação galileana (gravidade uniforme direcionada ao longo de linhas paralelas) através de um meio com resistência proporcional a v, v^2 ou uma combinação linear de ambos os termos"[868]. Estas Seções do Livro 2 também se destacam pelo emprego de certas técnicas matemáticas, especialmente técnicas analíticas e expansões de séries de potência infinitas.

Guicciardini (1999, pp. 81-82) observa que a maioria das Proposições que tratam dos casos em que há movimento em meios resistentes tem como solução relacionar as magnitudes através de funções logarítmicas, sendo que tais relações são representadas tendo como base as propriedades de hipérboles equilaterais.

> O modelo matemático de Newton consiste em conceber um corpo que se move em um meio resistente como acelerado por forças impulsivas que atuam em intervalos de

[866] "In the second edition he further gave a theoretical derivation of what he took to be the dominant contribution to resistance: namely, 'inertial resistance' due to the impacts between the particles of the fluid and the body. This result allowed him to predict a time for the freely-falling globes, and differences from the predicted value would then potentially reveal the other contributions to resistance, due to the 'elasticity, tenacity, and friction' of the parts of the fluid".

[867] "Newton's goal, in retrospect, was primarily (in sees. 1, 2, and 3) to explore some consequences of conditions of resistance, so that he could deal with the kinds of resistance he believed to be most probable in nature: one a resistance proportional to the velocity, another proportional to the square of the velocity, and another proportional to both of these".

[868] "These sections consider the motion of a body under Galilean gravity (uniform gravity directed along parallel lines) through a medium with resistance proportional to v, $v2$, or a linear combination of both terms".

> tempo finitos iguais. Ele, então, passa ao limite, de modo a obter uma resistência que atue continuamente sobre o corpo[869] (GUICCIARDINI, 1999, p. 82).

Na Proposição 1 da Seção 1 do Livro 2, Newton demonstra que:

> *Se um corpo sofre resistência em proporção à sua velocidade, o movimento perdido como um resultado da resistência é proporcional ao espaço descrito ao se mover*. Pois como o movimento perdido em cada uma das partículas iguais de tempo é proporcional à velocidade, isto é, proporcional a uma partícula do caminho descrito, então, por composição [ou *componendo*], o movimento perdido em todo tempo será proporcional ao caminho completo[870] (NEWTON, 1999, p. 633, ênfase do autor).

Após esta Proposição, Newton apresenta o Lema 1, segundo o qual "*quantidades proporcionais às suas diferenças são continuamente proporcionais*"[871] (NEWTON, 1999, p. 633, ênfase do autor). A Proposição 2, por sua vez, estabelece que:

> *Se um corpo sofre uma resistência na proporção de sua velocidade e se move através de um meio homogêneo apenas por sua força inerente e se os tempos são tomados como iguais, as velocidades nos inícios dos tempos individuais estão em progressão geométrica, e os espaços descritos nos tempos individuais são proporcionais às velocidades*[872] (Ibid., p. 633, ênfase do autor).

Na demonstração da Proposição 2, Newton (1999, pp. 633-634) divide o tempo em "partículas" iguais e pressupõe que no início de cada uma delas uma força de resistência proporcional à velocidade atua com um único impulso. A diminuição da velocidade em cada partícula de tempo é proporcional à velocidade. Disso infere-se que "as velocidades são, portanto, proporcionais às suas diferenças e, assim, (pelo livro 2, lem. 1) são continuamente proporcionais"[873] (NEWTON, 1999, p. 633). Em seguida, Newton considera porções de tempo iguais, cada uma constituída de um número igual de partículas de tempo, sendo que as velocidades no começo delas estão em progressão geométrica[874]. Ao final, Newton (1999, p. 634) conclui:

---

[869] "Newton's mathematical model consists in conceiving a body which moves in a resisting medium as accelerated by impulsive forces which act at equal finite intervals of time. He then passes to the limit in order to obtain a resistance which acts continuously on the body".

[870] "*If a body is resisted in proportion to its velocity, the motion lost as a result of the resistance is as the space described in moving.* For since the motion lost in each of the equal particles of time is as the velocity, that is, as a particle of the path described, then, by composition [or componendo], the motion lost in the whole time will be as the whole path".

[871] "*Quantities proportional to their differences are continually proportional*".

[872] "*If a body is resisted in proportion to its velocity and moves through a homogeneous medium by its inherent force alone and if the times are taken as equal, the velocities at the beginnings of the individual times are in a geometric progression, and the spaces described in the individual times are as the velocities*".

[873] "The velocities are therefore proportional to their differences and thus (by book 2, lem. 1) are continually proportional".

[874] Uma demonstração dessa manobra é apresentada em GUICCIARDINI, 1999, p. 83.

> Agora deixe aquelas partículas iguais de tempos serem diminuídas, e o número delas aumentar indefinidamente, de modo que o impulso da resistência se torne contínuo. Então, as velocidades no início de tempos iguais, que são sempre continuamente proporcionais, também serão continuamente proporcionais nesse caso[875].

No Corolário da Proposição 2, Newton apresenta uma representação matemática dos resultados obtidos nas Proposições 1 e 2. A forma como Newton procede nesse caso é assim resumida por Guicciardini (1999, p. 84):

> Ele emprega o modelo impulsivo para intervalos finitos de tempo, de modo a deduzir uma relação entre tempo, velocidade e espaço. Ele passa ao limite no intuito de estabelecer esta relação para uma resistência contínua. Depois, ele se refere às propriedades geométricas da hipérbole para oferecer uma representação matemática das relações alcançadas. Esta representação matemática permite tirar várias conclusões sobre as relações entre tempo, espaço, velocidade e força[876].

Newton procede de maneira semelhante na Proposição 5 da Seção 2. Segundo esta Proposição:

> *Se a resistência de um corpo é proporcional ao quadrado da velocidade, e se o corpo se move através de um meio homogêneo pela sua força inerente somente, e se os tempos são tomados em uma progressão geométrica indo dos termos menores para os maiores, eu digo que as velocidades no início de cada um dos tempos são inversamente proporcionais naquela mesma progressão geométrica e que os espaços descritos em cada um dos tempos são iguais*[877] (NEWTON, 1999, p. 642, ênfase do autor).

Esta Proposição é acompanhada da seguinte ilustração:

---

[875] "Now let those equal particles of times be diminished, and their number increased indefinitely, so that the impulse of the resistance becomes continual; then the velocities at the beginnings of equal times, which are always continually proportional, will also be continually proportional in this case".

[876] "He deploys the impulsive model for finite intervals of time in order to deduce a relationship between time, velocity and space. He passes to the limit in order to state this relation for a continuous resistance. Then he refers to the geometric properties of the hyperbola in order to offer a mathematical representation of the relations achieved. This mathematical representation allows one to draw several conclusions about the relations between time, space, velocity and force".

[877] "*If the resistance of a body is proportional to the square of the velocity and if the body moves through a homogeneous medium by its inherent force alone and if the times are taken in a geometric progression going from the smaller to the greater terms, I say that the velocities at the beginning of each of the times are inversely in that same geometric progression and that the spaces described in each of the times are equal*".

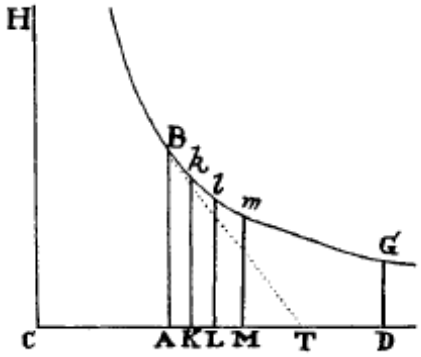

Figura 15: Ilustração da Proposição 5 da Seção 2 do Livro 2 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 642

Já no início da demonstração da Proposição, Newton (1999, p. 642) afirma que:

> Pois como a resistência do meio é proporcional ao quadrado da velocidade, e o decremento da velocidade é proporcional à resistência, se o tempo é dividido em partes iguais inumeráveis, os quadrados das velocidades em cada um dos inícios dos tempos serão proporcionais às diferenças daquelas mesmas velocidades[878].

Fazendo uso de noções simples de geometria e de limite (Cf. GUICCIARDINI, 1999, pp. 84-85), Newton consegue representar essa relação na hipérbole ilustrada acima: as abscissas representando o tempo e as ordenadas, a velocidade. Desse modo, caso se desejasse descobrir, por exemplo, qual foi a distância percorrida no tempo *AM*, basta calcular a área de *AMmB*.

Um dos elementos mais importantes do Livro 2 é o Lema 2 da Seção 2, no qual Newton afirma que "*o momento de uma quantidade gerada é igual aos momentos de cada uma das raízes geradas multiplicadas continuamente pelos expoentes das potências daquelas raízes e pelos seus coeficientes*"[879] (NEWTON, 1999, p. 646, ênfase do autor). Ele ilustra este Lema por meio de vários exemplos, além de introduzir algumas técnicas concernentes ao cálculo de momentos. Na sua discussão do Lema, ele esclarece que:

> [...] [O] significado deste lema é que, se os momentos de quaisquer quantidades A, B, C, ... , aumentam ou diminuem por um movimento contínuo, ou as velocidades de mutação que são proporcionais a esses momentos são chamadas *a*, *b*, *c*, ... , então o momento ou a mutação do retângulo gerado AB seria *a*B + *b*A [...][880] (Ibid., p. 647).

---

[878] "For since the resistance of the medium is proportional to the square of the velocity, and the decrement of the velocity is proportional to the resistance, if the time is divided into innumerable equal particles, the squares of the velocities at each of the beginnings of the times will be proportional to the differences of those same velocities".

[879] "*The moment of a generated quantity is equal to the moments of each of the generating roots multiplied continually by the exponents of the powers of those roots and by their coefficients*".

[880] "[…] the meaning of this lemma is that if the moments of any quantities A, B, C, . . . increasing or decreasing by a continual motion, or the velocities of mutation which are proportional to these moments are called *a*, *b*, *c*, . . . , then the moment or mutation of the generated rectangle AB would be *a*B + *b*A [...]".

Tendo em vista essa notação, no Caso 1, ele considera que um retângulo AB é aumentado por movimento contínuo dos lados A e B, sendo que ao final ele conclui que "[...] pelos incrementos totais *a* e *b* dos lados, é gerado o incremento *aB* + *bA* do retângulo"[881] (Ibid., p. 648). Guicciardini (1999, p. 86) aponta que Newton comete um erro na prova deste Caso, embora não especifique qual seja.

Cohen (1999, p. 165) aponta que, no Lema 2, Newton apresenta um esboço de seu método das fluxões que mostra como obter a derivada de um polinômio com coeficientes racionais. É também neste Lema que Newton introduz algumas leis sobre os momentos de quantidades fluentes, como nos Casos 4 e 5 (Cf. NEWTON, 1999, p. 648-649). Sobre esse ponto, Guicciardini (1999, p. 86) observa que "Newton, embora com terminologia obscura e com técnicas demonstrativas nebulosas, está aqui introduzindo alguns elementos do método sintético dos momentos, um método que ele desenvolveu na década de 1670"[882].

Um último ponto a se observar acerca do Lema 2 é que, segundo Guicciardini (1999, p. 114), seu Escólio passou por alterações na terceira edição dos *Principia*. Neste Escólio, Newton afirma que no Lema 2 encontra-se o fundamento de seu método analítico (Cf. NEWTON, 1999, p. 650). Merzbach e Boyer (2011, p. 365) notam que, "de vez em quando no Livro I, o autor recorre a uma série infinita. No entanto, algoritmos de cálculo não aparecem até o Livro II, Lema II [...]"[883]. Merzbach e Boyer (2011, p. 365) também apontam que é no Lema 2 que encontramos o primeiro pronunciamento oficial de Newton do cálculo.

> Newton não foi o primeiro a diferenciar ou a integrar ou a ver a relação entre essas operações [as equivalentes do diferencial de um produto, de uma potência e de um inverso multiplicativo] no teorema fundamental do cálculo. Sua descoberta consistiu na consolidação desses elementos em um algoritmo geral que é aplicável a todas as funções, sejam algébricas ou transcendentais[884] (MERZBACH; BOYER, 2011, p. 365).

Newton aplica o Lema 2 em várias Proposições do Livro 2. Dentre elas, a Proposição 8, segundo a qual:

---

[881] "[…] by the total increments *a* and *b* of the sides, there is generated the increment *aB* + *bA* of the rectangle".
[882] "Newton, with rather obscure terminology and with unclear demonstrative techniques, is here introducing some elements of the synthetic method of moments, a method that he developed in the 1670s".
[883] "Every now and then in Book I, the author has recourse to an infinite series. Yet calculus algorithms do not appear until in Book II, Lemma II […]".
[884] "Newton was not the first one to differentiate or to integrate or to see the relationship between these operations in the fundamental theorem of the calculus. His discovery consisted of the consolidation of these elements into a general algorithm that is applicable to all functions, whether algebraic or transcendental".

> *Se um corpo, que sofre a ação da gravidade uniformemente, subir ou descer em linha reta em um meio uniforme, e o espaço total descrito é dividido em partes iguais, e as forças absolutas no começo de cada uma das partes são encontradas (adicionando a resistência do meio à força da gravidade quando o corpo está subindo, ou subtraindo-a quando o corpo está descendo), eu digo que aquelas forças absolutas estão em uma progressão geométrica*[885] (NEWTON, 1999, p. 650, ênfase do autor).

Na demonstração desta Proposição, Newton recorre à seguinte ilustração:

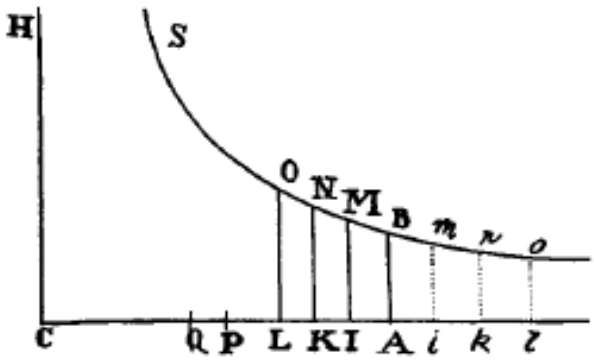

Figura 16: Ilustração da Proposição 8 da Seção 2 do Livro 2 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 650

A força da gravidade é representada pela linha AC; AK representa a força de resistência; KC representa a força absoluta na descida do corpo; AP representa a velocidade do corpo; KL representa o incremento da resistência ocorrido em dada partícula de tempo; e PQ representa o simultâneo incremento da velocidade (Cf. Ibid., p. 650).

Além do Lema 2, Newton também faz uso da segunda lei do movimento e da noção de limite na demonstração da Proposição[886]. Após demonstrá-la, Newton ainda acrescenta corolários nos quais, a partir das propriedades da hipérbole, realiza algumas deduções sobre a dinâmica da queda vertical em um meio resistente na proporção do quadrado da velocidade.

Um último ponto a se destacar do Livro 2 é a Proposição 10, na qual se considera o caso do movimento de um projétil na condição de que a resistência do meio é proporcional à sua densidade e ao quadrado da velocidade conjuntamente[887] (Cf. Ibid., p. 655). Nesta Proposição, assim como nos seus Corolário e Exemplos, Newton faz uso de expansões de séries de potência infinitas, aplicando seu método de fluxões.

---

[885] "*If a body, acted on by gravity uniformly, goes straight up or down in a uniform medium, and the total space described is divided into equal parts, and the absolute forces at the beginnings of each of the parts are found (adding the resistance of the medium to the force of gravity when the body is ascending, or subtracting it when the body is descending), I say that those absolute forces are in a geometric progression*".

[886] Guicciardini (1999, pp. 86-88) proporciona uma explicação da demonstração de Newton desta Proposição.

[887] Smeenk e Schlisser (2013, p. 133) apontam que Johann Bernoulli tinha encontrado um erro na prova desta Proposição na primeira edição dos *Principia*, o que levou Newton a inserir uma correção posteriormente.

Para nossos fins, basta destacar algumas observações de Cohen[888] (1999, p. 170) acerca desta Proposição:

> Na demonstração da prop. 10, Newton introduziu incrementos momentâneos, ou infinitamente pequenos, das ordenadas e essencialmente determinou a diferença entre a curva desejada e a parábola que resultaria de um caso em que não há resistência em um campo de força uniforme. No segundo parágrafo, Newton, sem fazer qualquer concessão ao leitor, escreve: "no lugar das abcissas CB, CD e CE, escreva-se -*o*, *o*, e 2*o*" e "no lugar de MI, escreva-se uma série $Qo + Ro^2 + So^3 + ...$". Aqui, *o* é o incremento nascente, ou infinitamente pequeno, da ordenada. Na demonstração, Newton toma as abscissas CD, CE como positivas, de modo que CB (na direção oposta) é negativa. Assim, CD = *o*, CE = (CD + DE) = 2*o*, CB = -*o*. Como Le Seur e Jacquier e Whiteside acham necessário explicar, Newton aqui expressa a "*differentia fluxionalis*", ou o acréscimo instantâneo, MI das ordenadas CH, DN por uma série infinita $Qo + Ro^2 + So^3 + ...$ na qual Q, R, S, ... são (em seus equivalentes leibnizianos mais familiares) $\frac{de}{da}$, ½ $\frac{d^2e}{da^2}$, 1/6 $\frac{d^3e}{da^3}$, = 1/3 $\frac{dR}{da}$, ...[889].

A Proposição 10 é seguida da seguinte ilustração:

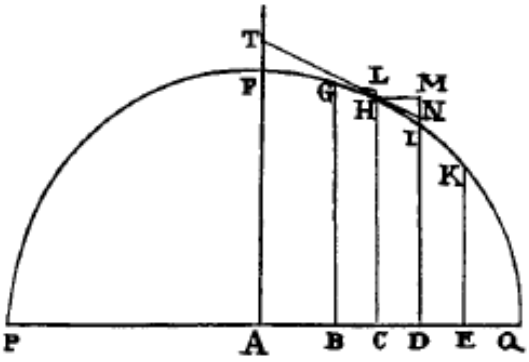

Figura 17: Ilustração da Proposição 10 do Livro 2 dos *Principia* apud NEWTON, 1999, p. 656

No Exemplo 1 do Corolário 2 da Proposição 10, Newton explica como ele concebe os termos em uma série de incrementos momentâneos, ou infinitamente pequenos:

---

[888] Cohen (1999, pp. 167-177) aborda outros detalhes acerca da Proposição 10 do Livro 2. Cohen (1999, p. 170) também indica que Whiteside também apresenta uma análise detalhada dela em NEWTON, 1967-1981, vol. 8, pp. 312-420.

[889] "In the demonstration of prop. 10, Newton introduced momentaneous, or infinitely small, increments of the ordinates and essentially determined the difference between the desired curve and the parabola that would result from a case of no resistance in a uniform force field. In the second paragraph Newton, without making any concession to the reader, writes: "for the abscissas CB, CD, and CE write -*o*, *o*, and 2*o*" and "for MI write any series $Qo + Ro^2 + So^3 + ...$" Here *o* is the nascent or infinitely small increment of the ordinate. In the demonstration, Newton takes the abscissas CD, CE as positive so that CB (in the opposite direction) is negative. Thus CD = *o*, CE = (CD + DE) = 2*o*, CB = -*o*. As Le Seur and Jacquier and Whiteside find it necessary to explain, Newton here expresses the "differentia fluxionalis" or instantaneous increase MI of the ordinates CH, DN by an infinite series $Qo + Ro^2 + So^3 + ...$ in which Q, R, S, ... are (in their more familiar Leibnizian equivalents) $\frac{de}{da}$, ½ $\frac{d^2e}{da^2}$, 1/6 $\frac{d^3e}{da^3}$, = 1/3 $\frac{dR}{da}$, ...".

> O que eu chamo de primeiro termo é o termo no qual a quantidade infinitamente pequena *o* não existe; o segundo, o termo no qual aquela quantidade é de uma dimensão; o terceiro, o termo no qual é de duas dimensões; o quarto, o termo no qual é de três dimensões; e assim indefinidamente[890] (NEWTON, 1999, p. 659).

Tomando a figura acima como exemplo, Newton (1999, p. 660) indica que:

> Se aquele elemento de linha IN é de uma magnitude finita, ele será designado pelo terceiro termo junto com os termos que se seguem sem limite. Mas se aquele elemento de linha é diminuído infinitamente, os termos subsequentes revelar-se-ão infinitamente menores do que o terceiro, e assim podem ser ignorados. O quarto termo determina a variação da curvatura, o quinto, a variação da variação e assim por diante[891].

Tendo em vista toda a exposição até aqui, podemos estabelecer algumas observações gerais sobre os métodos matemáticos empregados por Newton nos *Principia*. Ele faz uso de vários tipos de métodos matemáticos na sua obra.

> Newton empregou uma variedade de métodos matemáticos: geometria projetiva (Seções 4 e 5, Livro 1); limites geométricos de magnitudes evanescentes (por exemplo, nas Proposições 1, 6 e 11-13, Livro 1); expansões de séries infinitas (por exemplo, na Proposição 45, Livro 1, e Proposição 10, Livro 2); equações algébricas (por exemplo, na Proposição 30, Livro 1); quadraturas de figuras curvilíneas (por exemplo, corolário 3 da Proposição 41 e Corolário 2 da Proposição 91, Livro 1); cálculo dos raios de curvatura (por exemplo, Proposição 28, Livro 3)[892] (GUICCIARDINI, 2009, p. 252).

Guicciardini (1999, p. 96) ainda classifica esses métodos matemáticos empregados nos *Principia* em três grupos: "(i) construtos geométricos independentes do método das fluxões, (ii) procedimentos de limite geométrico baseados no método sintético de fluxões e (iii) métodos simbólicos baseados no método analítico de fluxões"[893].

---

[890] "What I call the first term is the term in which the infinitely small quantity *o* does not exist; the second, the term in which that quantity is of one dimension; the third, the term in which it is of two dimensions; the fourth, the term in which it is of three dimensions; and so on indefinitely".

[891] "If that line-element IN is of a finite magnitude, it will be designated by the third term along with the terms following without limit. But if that line-element is diminished infinitely, the subsequent terms will come out infinitely smaller than the third and thus can be ignored. The fourth term determines the variation of the curvature, the fifth the variation of the variation, and so on".

[892] "Newton employed a variety of mathematical methods: projective geometry (Sections 4 and 5, Book 1); geometrical limits of vanishing magnitudes (e.g., in Propositions 1, 6, and 11–13, Book 1); infinite series expansions (e.g., in Proposition 45, Book 1, and Proposition 10, Book 2); algebraic equations (e.g., in Proposition 30, Book 1); quadratures of curvilinear figures (e.g., Corollary 3 to Proposition 41 and Corollary 2 to Proposition 91, Book 1); calculation of the radii of curvature (e.g., Proposition 28, Book 3)".

[893] "(i) geometrical constructs independent of the method of fluxions, (ii) geometrical limit procedures based on the synthetic method of fluxions, and (iii) symbolic methods based on the analytical method of fluxions".

No que diz respeito ao primeiro grupo, as técnicas empregadas por Newton têm caráter mais físico do que matemático. Entre as partes da obra nas quais são empregadas tais técnicas, estão as Proposições 70 e 73 do Livro 1, o Corolário 1 das Proposições 11 a 13 do Livro 1 e o estudo das perturbações na Seção 11.

Nas demonstrações do segundo grupo, Newton utiliza seu método das razões primeiras e últimas, ou o método sintético das fluxões, que faz uso de limites geométricos. Este método é utilizado, por exemplo, na Proposição 6 do Livro 1 para representar geometricamente a força. Guicciardini (1999, p. 96) destaca que os procedimentos de limite geométrico podem ser traduzidos no método analítico, porém tal processo apresenta algumas dificuldades.

> Esta tradução com frequência danifica a evidência e o conteúdo informativo das provas geométricas de Newton. Acontece muito frequentemente que uma solução por geometria se torne muito complicada quando traduzida em termos algébricos. E *vice versa*, o que é resolvido em algumas linhas pela álgebra, torna-se impraticável quando traduzido em termos geométricos[894] (GUICCIARDINI, 1999, p. 97).

O método analítico das fluxões, incluído no terceiro grupo de Guicciardini, desempenha seu papel em alguns momentos dos *Principia*. Por exemplo, ao abordar séries infinitas, como nas expansões binomiais (no Livro 1, na Proposição 45 e no Escólio da Proposição 93) e na série de Taylor (Proposição 10 do Livro 2). Além disso, em vários momentos são realizadas reduções a quadraturas. "[...] Newton reduz os problemas dinâmicos ao cálculo de uma área subtendida por uma curva. Essas reduções a quadraturas são realizadas empregando uma geometria de quantidades infinitesimalmente pequenas [...]"[895] (Ibid., p. 97). Nesse sentido, Guicciardini (1999, p. 97) dá destaque para o curioso fato de que em vários momentos são encontradas lacunas nos argumentos de Newton que só podem ser preenchidas por um método de quadrar curvas, mas Newton evita deixar esse método explícito[896]. Guicciardini (2016, p. 410) comenta que:

> [...] [E]le frequentemente prova como reduzir um problema a uma quadratura, e então procede estabelecendo que, "garantindo a quadratura de figuras curvilíneas", certos

[894] "This translation often spoils the evidence and informative content of Newton's geometric proofs. It happens very frequently that a solution by geometry becomes very complicated when translated into algebraic terms. And *vice versa*, what is solved in a few lines by algebra, becomes impracticable when translated into geometric terms".
[895] "[…] Newton reduces the dynamical problems to the calculation of an area subtended by a curve. These reductions to quadratures are performed deploying a geometry of infinitesimally small quantities […]".
[896] Guicciardini (2016, p. 410) aponta que, em ao menos alguns casos, Newton apresentou para algumas pessoas detalhes de quadraturas necessárias para alcançar alguns dos resultados dos *Principia*.

> resultados se seguem. Nenhum detalhe, entretanto, é dado sobre as técnicas de quadratura (integrações) às quais acabaram de ser aludidas no texto[897].

Guicciardini (1999, p. 97) elenca quatro motivos para Newton agir de tal maneira:

> A competência de seus leitores não poderia incluir o algoritmo inverso do método das fluxões [...], que ainda não tinha sido publicado; a fachada grega dos *Principia* estava em harmonia com a virada metodológica de Newton dos anos 1670 [...]; era comum no começo do século XVII dar prioridade e publicidade à construção geométrica que soluciona o problema, ao invés da análise necessária para alcançar tal construção (uma análise que era frequentemente mantida oculta pelos matemáticos); o método analítico não proporcionava uma ferramenta unificadora para a filosofia natural de Newton. Newton fazia recurso das quadraturas e de séries apenas em alguns casos isolados, portanto não era compulsório dar um papel proeminente para elas[898].

Guicciardini (2016, p. 409) destaca que, antes dos *Principia*, os matemáticos sabiam lidar apenas com alguns casos elementares de movimento de projéteis e de movimento pendular em um campo gravitacional constante, e também havia poucos estudos sobre o movimento em meios resistentes. Impressiona, portanto, como Newton conseguiu abordar uma variedade de tópicos tão complexos para sua época, mas também é preciso destacar que seu tratamento de vários deles necessitava de novos conceitos e aprimoramentos matemáticos que só surgiriam posteriormente no século XVIII.

Após essa exposição dos dois primeiros Livros dos *Principia*, resta-nos apresentar algumas considerações acerca da mecânica newtoniana antes de tratarmos mais detidamente de sua teoria da gravitação universal. Sendo assim, destacamos o "Prefácio do Autor ao Leitor", nos *Principia*, onde Newton trata brevemente sobre a mecânica e a geometria. Segundo Guicciardini (2009, p. 294), o início do prefácio consiste em uma crítica às concepções cartesianas de geometria, mecânica e certeza apresentadas na *Géométrie*. De modo semelhante, Machamer, McGuire e Kochiras (2012, pp. 377-378) defendem que o prefácio tinha como objetivo apresentar uma concepção epistemológica da geometria que fosse oposta àquela apresentada por Descartes na *Géométrie*. No que diz respeito à mecânica, eles afirmam que "[...] Newton considera a mecânica como a ciência dos movimentos locais, e esses movimentos

---

[897] "[…] he often proves how to reduce a problem to a quadrature, and then proceeds to state that "granting the quadrature of curvilinear figures" certain results follow. No detail, however, is given about the quadrature techniques (integrations) just alluded to in the text".

[898] "The competence of his readers could not include the inverse algorithm of the method of fluxions […], which was still unpublished; the Grecian façade of the *Principia* was in harmony with Newton's methodological turn of the 1670s […]; it was common in the early seventeenth century to give priority and publicity to the geometrical construction which solves the problem, rather than to the analysis necessary to achieve such a construction (an analysis which was often kept hidden by mathematicians); the analytical method did not provide a unifying tool for Newton's natural philosophy. Newton made recourse to quadratures and series only in a few isolated cases, therefore it was not compulsory to give a prominent role to it".

são usados pelos matemáticos para construir ou gerar curvas, mas não necessariamente ao usar instrumentos materiais (tais como réguas e compassos)"[899] (MACHAMER; MCGUIRE; KOCHIRAS, 2012, p. 378).

Newton apresenta uma divisão da mecânica em duas partes: a racional e a prática. Ele atribui essa divisão aos "antigos". Guicciardini (2009, p. 296) considera que a fonte para ela seja Papo. "Ao parafrasear Papo nas primeiras linhas dos *Principia* [...], Newton localizou sua obra dentro de uma tradição que remonta àqueles antigos que usavam a mecânica na investigação da natureza"[900] (GUICCIARDINI, 2009, pp. 296-297). Newton as distingue da seguinte forma:

> Os antigos dividiam a *mecânica* em duas partes: a *racional*, que procede rigorosamente através de demonstrações, e a *prática*. A *mecânica prática* é o domínio que compreende todas as artes manuais, da qual a disciplina da *mecânica*, como um todo, adotou seu nome[901] (NEWTON, 1999, p. 381, ênfase do autor).

Para além da forma como ela procede, Newton define a *mecânica racional* do seguinte modo:

> [...] [C]omo as artes manuais são aplicadas especialmente para fazer os corpos se moverem, a *geometria* é comumente usada em referência à magnitude, e a *mecânica* em referência ao movimento. Nesse sentido, a *mecânica racional* será a ciência, expressa em proporções exatas e demonstrações, dos movimentos que resultam de quaisquer forças e das forças que são exigidas para quaisquer movimentos[902] (Ibid., p. 382, ênfase do autor).

Machamer, McGuire e Kochiras (2012, p. 380) explicam que Newton chama sua mecânica de *racional* porque "[...] ela demonstra as propriedades dos movimentos que surgem da ação de poderes naturais, e não da ação de máquinas simples"[903]. Entretanto, esses comentadores também defendem que Newton traz um elemento da "tradição das máquinas

---

[899] "[…] Newton considers mechanics to be the science of local motions, and these motions are used by the mathematicians to construct or generate curves, but not necessarily by using material instruments (such as rulers and compasses)".

[900] "By paraphrasing Pappus in the first lines of the *Principia* […], Newton located his work within a tradition dating back to those ancients who used mechanics in the investigation of nature".

[901] "The ancients divided *mechanics* into two parts: the *rational*, which proceeds rigorously through demonstrations, and the *practical*. *Practical mechanics* is the subject that comprises all the manual arts, from which the subject of *mechanics* as a whole has adopted its name".

[902] "[…] since the manual arts are applied specially to making bodies move, *geometry* is commonly used in reference to magnitude, and *mechanics* in reference to motion. In this sense *rational mechanics* will be the science, expressed in exact proportions and demonstrations, of the motions that result from any forces whatever and of the forces that are required for any motions whatever".

[903] "[…] it demonstrates the properties of motions that arise from the action of natural powers and not from the action of the simple machines".

simples" (*simple machine tradition*), que é seu meio para descobrir causas genuínas no mundo (Cf. MACHAMER; MCGUIRE; KOCHIRAS, 2012, p. 382).

Ao tratar da relação entre a geometria e a mecânica, Newton defende que a geometria é fundamentada na mecânica. Trata-se de uma alegação intrigante, posto que outros autores do século XVII, como John Wallis, consideravam a mecânica como uma aplicação da geometria ao estudo do movimento (Cf. GUICCIARDINI, 2009, p. 294). Ele explica seu posicionamento da seguinte forma:

> Descrever linhas retas e descrever círculos são problemas, mas não problemas na *geometria*. A *geometria* postula a solução desses problemas a partir da *mecânica* e ensina o uso dos problemas assim resolvidos. [...] Portanto, a *geometria* é fundamentada na prática mecânica e não é nada mais do que aquela parte da *mecânica universal* que reduz a arte de medir a proposições exatas e demonstrações[904] (NEWTON, 1999, p. 382, ênfase do autor).

Em outras palavras, Newton concebe a geometria como fundamentada na mecânica porque a descrição de linhas retas e círculos concerne à mecânica, ao passo que a geometria pressupõe que essa descrição (ou construção) já foi realizada. Além disso, como Machamer, McGuire e Kochiras (2012, p. 378) explicam, "a mecânica 'precede' a geometria porque deve-se saber sobre o movimento de pontos para saber sobre linhas, sobre o movimento de linhas para saber sobre planos e sobre os movimentos de pontos em um plano para saber sobre curvas"[905].

Como na concepção de Newton os objetos geométricos são gerados pelo movimento, é possível solucionar problemas geométricos na medida em que se sabe como seus objetos são gerados. Isso significa, segundo Guicciardini (2009, p. 298), que a mecânica racional é tão exata quanto a geometria, além de precedê-la, pois gera seus objetos. Newton discute a atribuição de exatidão para a geometria, mas não para a mecânica.

> [...] [C]omo aqueles que praticam uma arte não trabalham geralmente com um alto grau de exatidão, todo o assunto da *mecânica* é distinguido da *geometria* pela atribuição de exatidão à *geometria* e qualquer coisa menos do que exatidão à *mecânica*. No entanto, os erros não vêm da arte, mas daqueles que praticam a arte. Qualquer um que trabalha com menos exatidão é um mecânico mais imperfeito, e se

[904] "To describe straight lines and to describe circles are problems, but not problems in *geometry*. *Geometry* postulates the solution of these problems from *mechanics* and teaches the use of the problems thus solved. […] Therefore *geometry* is founded on mechanical practice and is nothing other than that part of *universal mechanics* which reduces the art of measuring to exact proportions and demonstrations".

[905] "Mechanics 'precedes' geometry because one must know about the motion of points to know about lines, about the motion of lines to know about planes, and about the motions of points on a plane to know about curves".

> alguém pudesse trabalhar com a maior exatidão, ele seria o mecânico mais perfeito de todos[906] (NEWTON, 1999, p. 381, ênfase do autor).

Para entendermos o posicionamento de Newton, tomemos como exemplo o caso da construção de uma máquina. Se ela for realizada por seres humanos, que são imperfeitos, é esperado que haverá imperfeições e, portanto, carecerá de exatidão. Por outro lado, o mesmo não ocorre se o mecânico for perfeito, como é o caso da natureza, que é regida por leis matemáticas estabelecidas por Deus. Assim, a exatidão que é atribuída à mecânica decorre de seus princípios. Como afirmam Machamer, McGuire e Kochiras (2012, p. 379):

> Para Newton, os princípios que governam essa máquina perfeita [isto é, o mundo] são matemáticos [...]. Estes princípios matemáticos são os mesmos que princípios mecânicos, e é por meio desses princípios mecânicos ou matemáticos que os princípios causais – forças – são descobertos dos fenômenos[907].

Barra (2010, p. 555) aponta que a exatidão exigida pela mecânica newtoniana é apenas formal ou demonstrativa, permitindo a postulação de quaisquer forças. Além disso, "[...] o enfoque formalista supostamente pretendido por Newton deveria permitir também *abstrair* a própria natureza do modo pelo qual essas forças produzem os seus efeitos ou se relacionam com o mundo material e empírico" (BARRA, 2010, p. 555, ênfase do autor).

Newton concebe o domínio da mecânica como sendo maior do que o da *mecânica prática*, isto é, ele inclui também fatores como as forças da natureza. Dentre esses fatores está a gravidade. Relacionado a este ponto, Machamer, McGuire e Kochiras (2012, p. 376) destacam as seguintes duas características do "Prefácio do Autor ao Leitor" dos *Principia*:

> Primeiro, Newton reconfigura as relações entre geometria, mecânica e filosofia natural de tal maneira que a gravidade se torna parte da mecânica. Segundo, ele alega ter descoberto a força gravitacional através de "princípios mecânicos", que ele identifica com os princípios matemáticos de filosofia natural que proporcionam o título para seu tratado[908].

---

[906] "[...] since those who practice an art do not generally work with a high degree of exactness, the whole subject of *mechanics* is distinguished from *geometry* by the attribution of exactness to *geometry* and of anything less than exactness to *mechanics*. Yet the errors do not come from the art but from those who practice the art. Anyone who works with less exactness is a more imperfect mechanic, and if anyone could work with the greatest exactness, he would be the most perfect mechanic of all".

[907] "For Newton, the principles governing this perfect machine are mathematical […]. These mathematical principles are one and the same with mechanical principles, and it is by means of those mechanical or mathematical principles that causal principles—forces are discovered from phenomena".

[908] "First, Newton reconfigures the relationships among geometry, mechanics, and natural philosophy in such a way that gravity becomes part of mechanics. Second, he claims to have discovered the gravitational force through 'mechanical principles,' which he identifies with the mathematical principles of natural philosophy that provide the title for his treatise".

A concepção newtoniana da mecânica faz com que a geometria tenha um papel central na sua teoria. "É a partir dos movimentos geometricamente considerados que a ação das forças que os produzem pode ser investigada"[909] (MACHAMER; MCGUIRE; KOCHIRAS, 2012, p. 380). Na década de 1710, Newton escreve que, embora as forças e velocidades não sejam elementos que pertençam propriamente à geometria, elas podem ser expressadas através de elementos dela, como linhas, ângulos, sólidos etc. (Cf. NEWTON, 1967-1981, vol. 8, p. 453 *apud* GUICCIARDINI, 1999, p. 106). Nesse sentido, Guicciardini (1999, p. 105) destaca que:

> A possibilidade de estabelecer uma proporcionalidade entre a força e o deslocamento permite que Newton geometrize a força. A linguagem da geometria é, assim, o que permite a modelação do mundo de forças e acelerações, uma vez que forças e acelerações são expressadas em termos de deslocamentos[910].

Ao final da Definição 8, Newton enfatiza que ele considera as forças na sua obra de um ponto de vista matemático: "[...] eu uso intercambiável e indiscriminadamente palavras que significam atração, impulsão ou qualquer tipo de propensão a um centro, considerando aquelas forças não de um ponto de vista físico, mas somente matemático"[911] (NEWTON, 1999, p. 408). Machamer, McGuire e Kochiras (2012, p. 380) assim explicam o que seria considerar as forças de um ponto de vista matemático:

> Significa, em primeiro lugar, lidar com efeitos observáveis de uma força, um fenômeno que pode ser descrito precisamente pelo uso da geometria. Assim, podemos medir e demonstrar matematicamente a mudança na velocidade, ou *momentum*, de um corpo que resulta da ação de uma força. Assim, o que é capturado geometricamente são as mudanças observáveis de estado pelas quais os corpos passam aparte de qualquer consideração dos tipos de causas físicas envolvidas[912].

Ao final da Seção 11 do Livro 1, Newton (1999, pp. 588-589) esclarece como essa forma de abordar as forças permite que consideremos mais seguramente aspectos do âmbito da física:

> A matemática exige uma investigação daquelas quantidades de forças e suas proporções que resultem de quaisquer condições que possam ser supostas. Então, passando para a física, estas proporções devem ser comparadas com os fenômenos, de

[909] "It is from motions geometrically considered that the action of the forces producing them can be investigated".
[910] "The possibility of establishing a proportionality between force and displacement allows Newton to geometrize force. The language of geometry is thus what permits the modelling of the world of forces and accelerations, once forces and accelerations are expressed in terms of displacements".
[911] "[...] I use interchangeably and indiscriminately words signifying attraction, impulse, or any sort of propensity towards a center, considering those forces not from a physical, but only from a mathematical point of view".
[912] "It means, in the first instance, to deal with the observable effects of a force, a phenomenon that can be described accurately by the use of geometry. Thus, we can measure and demonstrate mathematically the change in a body's speed or momentum that results from the action of a force. Thus, what is captured geometrically are the observable changes of state that bodies undergo apart from any consideration of the sorts of physical causes involved".

> modo que se possa descobrir que condições [ou leis] de forças se aplicam a cada tipo de corpos que atraem. E então, finalmente, será possível argumentar mais seguramente acerca das espécies físicas, das causas físicas e das proporções físicas dessas forças[913].

A possibilidade de tratar as forças em termos de deslocamentos geométricos, junto com alguns resultados matemáticos e experimentais de seus antecessores, permitiu que Newton pudesse realizar uma série de representações[914]. Newton também conseguiu abordar geometricamente outros fatores além das forças. Um deles é o tempo. Não se trata, porém, do tempo em uma geometria tradicional. "Se, na geometria tradicional, a linha pode ser interpretada como um agregado de seus pontos, a geometria de caráter cinético considera a linha como um traçado realizado por um ponto, no espaço; esse traçado, ou rastro, ocorre no tempo" (CALAZANS, 2023, p. 198). Muitos matemáticos do século XVII se deparavam com o problema da suposição de que entre dois pontos separados por uma distância finita, em uma linha reta, existem infinitos pontos, posto que a distância pode ser dividida infinitas vezes. Como observa Calazans (2023, p. 199), Newton é capaz de contornar esse problema por meio da geometria cinemática e de sua caracterização do tempo, isto é, como uma grandeza fluente absoluta. "Ao considerar as quantidades em estado nascente e evanescente (início e término do movimento), ele estabelece certas condições especiais para tratar as razões entre tais quantidades" (CALAZANS, 2023, pp. 200-201).

Podemos concluir, então, que a mecânica de Newton não se restringe a conceber o Universo somente como regido por princípios mecânicos, mas ela também inclui em seu âmbito as forças da natureza que explicam certos movimentos. É através dos princípios mecânicos, porém, que podemos descrever essas forças. Dado o caráter matemático desses princípios, por meio da geometria, que é uma espécie particular de mecânica, podemos investigar essas forças. Embora as forças não pertençam propriamente à geometria, os efeitos delas podem ser descritos através dela. De fato, como apontamos, foi através desses princípios mecânicos que Newton diz ter sido capaz de descobrir a força gravitacional. Passemos agora, então, a analisar sua teoria da gravitação universal.

---

[913] "Mathematics requires an investigation of those quantities of forces and their proportions that follow upon any conditions that may be supposed. Then, coming down to physics, these proportions must be compared with the phenomena so that it may be found out which conditions [or laws] of forces apply to each kind of attracting bodies. And then finally it will be possible to argue more securely concerning the physical species, physical causes, and physical proportions of these forces".

[914] Exemplos podem ser encontrados em GUICCIARDINI, 1999, pp. 105-106.

3.3. A teoria da gravitação universal

A teoria da gravitação universal de Newton é apresentada no Livro 3. Diferentemente dos dois Livros antecedentes, este não é dividido em seções, mas é possível dividi-lo em seis partes. Na primeira, são apresentadas as "Regras para o estudo da filosofia natural". A segunda, a seção intitulada "Fenômenos", é uma exposição dos fenômenos nos quais o sistema de mundo de Newton está baseado. A terceira parte consiste nas proposições nas quais ocorre a aplicação dos princípios matemáticos apresentados nos Livros anteriores – sobretudo do primeiro – para explicar os movimentos dos planetas e de seus satélites. Na quarta parte, é apresentada sua teoria das marés. A quinta parte aborda sua análise do movimento da Lua. A última parte trata do movimento dos cometas.

Logo no início do Livro 3, Newton (1999, p. 793) enfatiza que os princípios apresentados nos Livros antecedentes são estritamente matemáticos, não físicos, e que os princípios sobre os quais o estudo da filosofia deve se basear são as leis e as condições dos movimentos e das forças. Os resultados obtidos nos primeiros dois livros não eram suficientes para lidar com certos tópicos, como as órbitas dos cometas, o formato dos planetas, os movimentos da Lua e os movimentos das marés. Para tanto, Newton precisou desenvolver uma nova matemática no Livro 3. Nesse sentido, Guicciardini (1999, p. 95) observa que, no Livro 3 dos *Principia*:

> Newton simplificou seus modelos recorrendo com frequência a simplificações físicas sem prova. De modo a matematizar esses modelos, ele conseguiu se amparar apenas em parte nos resultados alcançados nos dois primeiros livros. Ele tinha que desenvolver novas ferramentas matemáticas, que eram uma mistura típica de geometria e análise. Cálculo de curvatura, séries de potências e integração eram empregados de tempo em tempo, mas uma abordagem algorítmica não era de forma alguma seguida coerentemente e exclusivamente[915].

A teoria da gravitação universal de Newton se ampara em certas regras metodológicas que buscam justificar algumas generalizações indutivas que ocorrem ao longo do Livro 3. Como comenta Ducheyne (2009, p. 245):

> Enquanto as Proposições I-III, Livro I, ofereciam critérios para a inferência de casos de forças centrípetas, as regras para filosofar regulavam mais generalizações indutivas

[915] "Newton simplified his models having recourse to often unproven physical simplifications. In order to mathematize these models he could only rely in part on results achieved in the first two books. He had to develop new mathematical tools, which were a typical mixture of geometry and analysis. Calculation of curvature, power series and integration were deployed from time to time, but an algorithmic approach was by no means followed coherently and exclusively".

> – uma vez que diferentes casos de forças centrípetas foram inferidos e uma vez que mais dados empíricos eram proporcionados[916].

Essas regras são apresentadas na primeira seção do Livro 3, tendo ela sido intitulada, na primeira edição dos *Principia*, "Hipóteses". Nove "hipóteses" constituíam esta seção. Cohen (1999, p. 198) aponta que devido a uma crítica decorrente desse título, na segunda edição da obra, a seção foi alterada. A seção original foi dividida em duas: uma chamada "*Regulae Philosophandi*", ou "Regras para o estudo da filosofia natural" (*Rules for the study of natural philosophy*) e outra chamada "Fenômenos". As hipóteses foram separadas nas duas novas seções. As Hipóteses 1 e 2 passaram a ser as duas primeiras "regras", também foi introduzida uma "regra 3" e, na terceira edição, acrescentou-se a regra 4. A Hipótese 3 da primeira edição foi eliminada na segunda edição[917] e a Hipótese 4 da primeira edição foi transformada na Hipótese 1, na segunda edição, sendo realocada entre as Proposições 10 e 11 do Livro 3. As Hipóteses 5-9 passaram a ser os "Fenômenos". O Fenômeno 2 trata-se de um acréscimo, que não estava presente na primeira edição. "Esses 'fenômenos' são de fato fenomenológicos, lidando com questões tais como os tempos periódicos dos planetas e dos satélites observados e a terceira lei de Kepler, junto com reais tábulas de dados"[918] (Ibid., p. 198). Além disso, o Lema 3 da primeira edição, que segue a Proposição 38 do Livro 3, foi convertido na "Hipótese 2"[919].

A primeira Regra para o estudo da filosofia natural estabelece que "*não se devem admitir mais causas das coisas naturais do que aquelas simultaneamente verdadeiras e suficientes para explicar seus fenômenos*"[920] (NEWTON, 1999, p. 794, ênfase do autor). Ducheyne (2009, p. 245) considera que, com a Regra 1, Newton está defendendo que:

> [...] [U]ma verdadeira causa não deveria meramente explicar seu efeito; também deveria ser mostrado que seu efeito observado necessariamente se segue dessa mesma causa. Uma vez que isso é estabelecido, então, quando seu efeito correspondente é observado, pode-se inferir que a causa existe.

---

916 "While Propositions I–III, Book I, offered criteria for the inference of instances of centripetal forces, the rules of philosophizing regulated further inductive generalisations—once different instances of centripetal forces were inferred and once further empirical data was provided".

917 Para uma discussão da Hipótese 3 da primeira edição, confira COHEN, 1999, pp. 201-204.

918 "These 'phenomena' are indeed phenomenological, dealing with such matters as the observed periodic times of planets and satellites and the third law of Kepler, together with actual tables of data".

919 Cohen apresenta uma tabela elencando essas mudanças nas três edições dos *Principia* (Cf. NEWTON, 1999, p. 794).

920 "*No more causes of natural things should be admitted than are both true and sufficient to explain their phenomena*".

A segunda Regra declara que, "*portanto, as causas atribuídas aos efeitos naturais do mesmo tipo devem ser, sempre que possível, as mesmas*"[921] (NEWTON, 1999, p. 795, ênfase do autor). Com esta Regra, é permitido identificar causas atribuídas aos efeitos naturais do mesmo tipo, desde que tenha sido mostrado que são verdadeiras e suficientes para explicar os fenômenos em questão. Porém, Newton, como bem observa Ducheyne (2009, p. 245), não apresenta explicitamente o critério que permite estabelecer quando duas (ou mais) causas são do mesmo tipo.

As duas primeiras Regras desempenham a função de um princípio de parcimônia. A Regra 3, por sua vez, estabelece que:

> *Aquelas qualidades dos corpos que não podem ser estendidas*[922] *nem remitidas [isto é, qualidades que não podem ser aumentadas nem diminuídas] e que pertencem a todos os corpos nos quais experimentos podem ser realizados deveriam ser assumidas como qualidades de todos os corpos universalmente*[923] (NEWTON, 1999, p. 795, ênfase do autor).

Com esta regra, Newton está alegando ser aceitável transferir certas qualidades (ou propriedades) que são encontradas nos corpos nos quais podemos realizar experimentos para aqueles corpos nos quais não podemos. Assim, através desta regra, é possível atribuir tais propriedades aos corpos celestes. Um exemplo dessas propriedades é a gravidade, como observa Cohen (1999, p. 199), "é através dessa terceira regra que Newton pode atribuir aos corpos celestes a propriedade da gravidade ou de exercer uma força 'em proporção à quantidade de matéria', e é 'através dessa terceira regra que todos os corpos gravitam um em direção ao outro'"[924].

Por último, a Regra 4 estabelece que:

> *Na filosofia experimental, as proposições coletadas dos fenômenos pela indução devem ser consideradas ou exatamente ou muito aproximadamente verdadeiras, não obstante quaisquer hipóteses contrárias, até que outros fenômenos tornem tais proposições ou mais exatas ou passíveis de exceções*[925] (NEWTON, 1999, p. 796, ênfase do autor).

---

921 "*Therefore, the causes assigned to natural effects of the same kind must be, so far as possible, the same*".
922 O termo original em latim é "*intendi*" (Cf. COHEN, 1999, p. 200).
923 "*Those qualities of bodies that cannot be intended and remitted [i.e., qualities that cannot be increased and diminished] and that belong to all bodies on which experiments can be made should be taken as qualities of all bodies universally*".
924 "It is by this third rule that Newton can assign to the heavenly bodies the property of gravity or of exerting a force 'in proportion to the quantity of matter,' and it is 'by this third rule that all bodies gravitate toward one another'".
925 "*In experimental philosophy, propositions gathered from phenomena by induction should be considered either exactly or very nearly true notwithstanding any contrary hypotheses, until yet other phenomena make such propositions either more exact or liable to exceptions*".

Como comenta Cohen (1999, p. 200), com esta Regra, Newton pretendia validar os resultados da indução perante qualquer hipótese que não tivesse sido verificada.

Após as Regras para o estudo da filosofia natural, segue-se a seção intitulada *Fenômenos*, na qual são expostos seis. É importante esclarecer o que Newton entende pelo termo. Segundo Cohen (1999, p. 201)[926]:

> [...] [O]s fenômenos de Newton não são simplesmente observações individuais, os dados brutos da experiência sensitiva ou de eventos observáveis, mas são generalizações baseadas em tais dados ou eventos e podem mesmo ser conclusões teóricas que são fenomenologicamente baseadas[927].

Os Fenômenos apresentados são os seguintes. O Fenômeno 1 diz respeito aos satélites de Júpiter:

> *Os planetas circunjoviais [ou os satélites de Júpiter], por raios traçados ao centro de Júpiter, descrevem áreas proporcionais aos tempos, e seus tempos periódicos – as estrelas fixas estando em repouso – são proporcionais às potências 3/2 das suas distâncias àquele centro*[928] (NEWTON, 1999, p. 797, ênfase do autor).

Segundo Cohen (1999, p. 201), o Fenômeno 1 sofreu alteração no seu conteúdo na segunda edição dos *Principia* com os novos dados que Newton adquiriu sobre os satélites de Júpiter.

O Fenômeno 2 trata dos satélites de Saturno:

> *Os planetas circunsaturnianos [ou os satélites de Saturno], por raios traçados ao centro de Saturno, descrevem áreas proporcionais aos tempos, e seus tempos periódicos – as estrelas fixas estando em repouso – são proporcionais às potências 3/2 de suas distâncias àquele centro*[929] (NEWTON, 1999, p. 798, ênfase do autor).

---

926 Confira também DUCHEYNE, 2009, p. 239.

927 "[…] Newton's phenomena are not simply individual observations, the raw data of sense experience or observable events, but are generalizations based upon such data or events and even can be theoretical conclusions that are phenomenologically based".

928 "*The circumjovial planets [or satellites of Jupiter], by radii drawn to the center of Jupiter, describe areas proportional to the times, and their periodic times—the fixed stars being at rest—are as the 3/2 powers of their distances from that center*".

929 "*The circumsaturnian planets [or satellites of Saturn], by radii drawn to the center of Saturn, describe areas proportional to the times, and their periodic times—the fixed stars being at rest—are as the 3/2 powers of their distances from that center*".

Como foi mencionado anteriormente, o Fenômeno 2 foi acrescentado na segunda edição dos *Principia*. Cohen (1999, p. 201) explica que, na época da primeira edição, Newton não reconhecia a existência dos satélites de Saturno.

O Fenômeno 3 aponta para a relação entre as órbitas dos planetas com o Sol. "*As órbitas dos cinco planetas primários – Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno – circundam o Sol*"[930] (NEWTON, 1999, p. 799, ênfase do autor).

O Fenômeno 4 trata da lei harmônica dos movimentos planetários, estabelecendo que "*os tempos periódicos dos cinco planetas primários e do Sol em torno da Terra ou da Terra em torno do Sol – as estrelas fixas estando em repouso – são proporcionais às potências 3/2 de suas distâncias médias ao Sol*"[931] (Ibid., p. 800, ênfase do autor). Logo em seguida, Newton afirma que a proporção aqui estabelecida foi descoberta por Kepler.

O Fenômeno 5, por sua vez, aborda a lei das áreas, enunciando que "*os planetas primários, por raios traçados para a Terra, descrevem áreas que não são de forma alguma proporcionais aos tempos, mas, por raios traçados ao Sol, atravessam áreas proporcionais aos tempos"*[932] (Ibid., p. 801, ênfase do autor). Ao contrário do ocorre no Fenômeno 4, Newton não atribui a descoberta da lei das áreas a Kepler na discussão do Fenômeno 5.

Por fim, o Fenômeno 6 declara que "*a Lua, por um raio traçado ao centro da Terra, descreve áreas proporcionais aos tempos*"[933] (Ibid., p. 801, ênfase do autor). Cohen (1999, p. 201) destaca que as evidências apresentadas por Newton para os Fenômenos 1-5 são convincentes, porém o mesmo não pode ser dito acerca do Fenômeno 6, posto que a lei da área para o movimento orbital da Lua não é mais do que uma correlação entre o "movimento aparente" e o "diâmetro aparente".

Após a seção dos Fenômenos, Newton passa a tratar das Proposições do Livro 3. Na Proposição 1, ele trata das forças que atuam sobre os satélites de Júpiter. Ele afirma que:

> *As forças pelas quais os planetas circunjoviais [ou os satélites de Júpiter] são continuamente desviados de movimentos retilíneos e mantidos em suas respectivas órbitas são direcionadas ao centro de Júpiter e são inversamente proporcionais aos quadrados das distâncias de suas posições àquele centro*[934] (NEWTON, 1999, p. 802, ênfase do autor).

---

930 "*The orbits of the five primary planets—Mercury, Venus, Mars, Jupiter, and Saturn—encircle the sun".*

931 "*The periodic times of the five primary planets and of either the sun about the earth or the earth about the sun—the fixed stars being at rest—are as the 3/2 powers of their mean distances from the sun*".

932 "*The primary planets, by radii drawn to the earth, describe areas in no way proportional to the times but, by radii drawn to the sun, traverse areas proportional to the times*".

933 "*The moon, by a radius drawn to the center of the earth, describes areas proportional to the times*".

934 "*The forces by which the circumjovial planets [or satellites of Jupiter] are continually drawn away from rectilinear motions and are maintained in their respective orbits are directed to the center of Jupiter and are inversely as the squares of the distances of their places from that center*".

Na discussão dessa Proposição, Newton aponta que ela está fundamentada no Fenômeno 1, nas Proposições 2 ou 3 do Livro 1 e no Corolário 6 da Proposição 4 do Livro 1. Segundo Chandrasekhar (1995, p. 355), a primeira parte da Proposição 1 do Livro 3 deriva do Fenômeno 1 e da Proposição 2[935] do Livro 1 (ou da Proposição 3 do Livro 1), enquanto que a segunda parte deriva do Fenômeno 1 e do Corolário 6 da Proposição 4 do Livro 1, que permite inferir que a força é inversamente proporcional ao quadrado da distância a partir da proporcionalidade dos períodos à potência 3/2 da distância média do centro.

Caso dividamos o Fenômeno 1 em duas partes, percebemos que a primeira parte estabelece que o movimento orbital dos satélites de Júpiter está de acordo com a lei das áreas de Kepler, enquanto que a segunda estabelece que está de acordo com a lei harmônica de Kepler[936]. Como Harper (2016, pp. 230-231) comenta:

> Newton demonstra que a lei das áreas carrega a informação de que a força que mantém um corpo em uma órbita que a satisfaz está direcionada ao centro em relação ao qual varre áreas iguais em tempos iguais. Ele também demonstra que a lei harmônica para um sistema de órbitas carrega a informação de que as forças aceleradoras que mantêm os corpos naquelas órbitas são inversamente proporcionais aos quadrados das distâncias do centro em torno do qual aquelas órbitas são descritas[937].

No que diz respeito às Proposições 2 e 3 do Livro 1, Harper (2016, p. 231) destaca que:

> As Proposições 1 e 2 do Livro 1, juntas, produzem uma equivalência bicondicional entre a direção centrípeta da força que mantém um corpo em uma órbita em torno de um centro inercial e o movimento dessa órbita estando em um plano e satisfazendo a lei das áreas de Kepler[938].

No Corolário 1 da Proposição 2 do Livro 1, Newton (1999, p. 447) observa que: se a taxa de acréscimo das áreas é acelerada, então as forças são desviadas para a frente, no sentido

---

[935] A Proposição 2 do Livro 1, já exposta na seção anterior, é a seguinte: "*todo corpo que se move em alguma linha curva descrita em um plano e, por um raio traçado a partir de um ponto, seja imóvel ou movendo-se uniformemente com um movimento retilíneo, descreve áreas em torno daquele ponto proporcionais aos tempos, é solicitado por uma força centrípeta tendendo em direção ao mesmo ponto*" (NEWTON, 1999, p. 446, ênfase do autor).

[936] No que diz respeito às leis de Kepler, Ducheyne (2009, p. 239) aponta que, embora Newton tenha aceitado a lei harmônica ainda muito cedo, foi apenas pouco antes de compor o *De Motu* que ele aceitou a regra da área.

[937] "Newton demonstrates that the law of areas carries the information that the force maintaining a body in an orbit which satisfies it is directed toward the center with respect to which it sweeps out equal areas in equal times. He also demonstrates that the harmonic law for a system of orbits carries the information that the accelerative forces maintaining bodies in those orbits are inversely as the squares of the distances from the center about which those orbits are described".

[938] "Propositions 1 and 2 of Book 1, together, yield a biconditional equivalence between the centripetal direction of the force maintaining a body in an orbit about an inertial center and the motion of that orbit being in a plane and satisfying Kepler's law of areas".

do movimento; enquanto que, se a taxa é retardada, elas são desviadas no sentido contrário ao do movimento. Harper (2016, p. 231) aponta que esse Corolário permite que essa taxa possa ser utilizada para medir a direção centrípeta da força que mantém um corpo em órbita de dado centro, isto é, desde que este centro seja considerado como inercial. O sistema de Júpiter, porém, sofre uma aceleração centrípeta em direção ao Sol enquanto o orbita. No Corolário 6 da seção dos *Axiomas ou leis da natureza*, é estabelecido que:

> *Se corpos se movem de qualquer maneira que seja em relação um ao outro e são solicitados por forças aceleradoras iguais ao longo de linhas paralelas, todos eles continuarão a se mover em relação um ao outro como eles o fariam se não fossem solicitados por aquelas forças*[939] (NEWTON, 1999, p. 423, ênfase do autor).

As forças do Sol sobre Júpiter e seus satélites se aproximam de acelerações iguais e paralelas. Sendo assim, o sistema de Júpiter pode ser tratado como não sofrendo a perturbação das forças que o aceleram em direção ao Sol. Além disso, há também o Corolário 4 da seção dos *Axiomas ou leis da natureza*, segundo o qual:

> *O comum centro de gravidade de dois ou mais corpos não muda seu estado, seja de movimento ou de repouso, como resultado das ações dos corpos uns sobre os outros; e, portanto, o comum centro de gravidade de todos os corpos que atuam uns sobre os outros (excluindo ações externas e impedimentos) ou está em repouso ou se move uniformemente segundo uma linha reta*[940] (Ibid., p. 421, ênfase do autor).

Então, considerando que o centro de Júpiter se aproxima do centro de massa do sistema de Júpiter, o centro de Júpiter pode ser tratado como inercial.

Como as órbitas dos satélites de Júpiter em relação ao centro do planeta estão muito proximamente de acordo com a regra da área de Kepler, então é possível dizer que as aproximações[941] não apresentam imprecisões apreciáveis. Na própria discussão do Fenômeno 1, Newton destaca que as aproximações são tais que os astrônomos não foram capazes de detectar em suas observações das órbitas dos satélites de Júpiter diferenças apreciáveis de movimento uniforme em círculos concêntricos em relação a Júpiter. Sendo assim, é seguro

---

939 "*If bodies are moving in any way whatsoever with respect to one another and are urged by equal accelerative forces along parallel lines, they will all continue to move with respect to one another as they would if they were not acted upon by those forces*".

940 "*The common center of gravity of two or more bodies does not change its state whether of motion or of rest as a result of the actions of the bodies upon one another; and therefore the common center of gravity of all bodies acting upon one another (excluding external actions and impediments) either is at rest or moves uniformly straight forward*".

941 Harper (2016, pp. 253-254) destaca que Newton faz uso dos Corolários 2 e 3 da Proposição 3 do Livro 1 para tratar dessas aproximações, mostrando que a regra da área pode ser considerada um critério geral para encontrar os centros em direção aos quais as forças que mantêm os corpos em órbitas são direcionadas.

inferir, como observa Harper (2016, pp. 231-232), que "[...] o tratamento do centro de Júpiter como inercial para propósitos de usar a regra da área como um critério para a direção centrípeta das forças que mantêm aquelas luas em suas órbitas não resulta em erros apreciáveis"[942].

Como Newton consegue inferir a direção centrípeta das forças que mantêm os satélites de Júpiter em suas órbitas através da lei das áreas, através de seus teoremas sobre o movimento orbital sob forças centrípetas, ele pode argumentar, tendo em vista a lei harmônica, que as forças aceleradoras envolvidas são inversamente proporcionais aos quadrados de suas distâncias daquele centro. Como vimos na seção anterior, no Corolário 6 da Proposição 4 do Livro 1, Newton (1999, p. 451) declara que "se os tempos periódicos forem proporcionais à potência 3/2 dos raios e, portanto, as velocidades forem inversamente proporcionais às raízes quadradas dos raios, as forças centrípetas serão inversamente proporcionais aos quadrados dos raios; e vice-versa"[943].

Vale destacar ainda que na discussão do Fenômeno 1, Newton ainda apresenta dois conjuntos de dados para dar suporte à lei harmônica: uma tabela contendo valores para os períodos dos satélites de Júpiter e quatro estimativas distintas das distâncias de cada um dos satélites ao centro de Júpiter conhecidos daquela época; e dados das observações do "senhor Pound", que teria usado "os melhores micrômetros", para determinar as elongações dos satélites de Júpiter e o diâmetro de Júpiter, que foram realizadas entre 1718 e 1720. Como observa Harper (2016, p. 233), a lei harmônica é satisfatória para ambos os casos.

Com a Proposição 1 do Livro 3, Newton consegue demonstrar que existe uma força direcionada ao centro de Júpiter e que ela é inversamente proporcional ao quadrado da distância. Ele ainda acrescenta que o mesmo raciocínio pode ser aplicado para o caso dos satélites de Saturno.

A Proposição 2 do Livro 3 trata das forças que atuam sobre os planetas. "*As forças pelas quais os planetas primários são continuamente desviados de movimentos retilíneos e mantidos em suas respectivas órbitas são direcionadas ao Sol e são inversamente proporcionais aos quadrados de suas distâncias ao seu centro*"[944] (NEWTON, 1999, p. 802, ênfase do autor). A prova dessa Proposição é semelhante à da Proposição anterior, mas, na Proposição 2, Newton também faz uso dos Fenômenos 4 e 5, ou seja, da lei harmônica e da lei das áreas para o caso

[942] "[…] no appreciable errors result from treating Jupiter's center as inertial for purposes of using the area rule as a criterion for the centripetal direction of the forces maintaining those moons in their orbits".
[943] "lf the periodic times are as the 3/2 powers of the radii, and therefore the velocities are inversely as the square roots of the radii, the centripetal forces will be inversely as the squares of the radii; and conversely".
[944] "*The forces by which the primary planets are continually drawn away from rectilinear motions and are maintained in their respective orbits are directed to the sun and are inversely as the squares of their distances from its center*".

dos planetas. Como explica Chandrasekhar (1995, p. 355), a primeira parte da Proposição é demonstrada pelo Fenômeno 5 e pela Proposição 2 do Livro 1, enquanto que a segunda parte é demonstrada pelo Fenômeno 4 e pelo Corolário 6 da Proposição 4 do Livro 1.

No Fenômeno 5, Newton aponta que há uma diferença se traçarmos raios dos planetas primários à Terra ou dos planetas primários ao Sol. No primeiro caso, as áreas descritas pelos planetas não são proporcionais aos tempos; já no segundo caso, elas são. Segundo ele, se o Sol for considerado como centro, o movimento dos planetas primários é quase uniforme, apenas um pouco mais rápido nos seus periélios e um pouco mais lento nos seus afélios, e eles descrevem as áreas uniformemente. Newton ainda acrescenta que o Fenômeno 5 é possível de ser provado para o caso de Júpiter, se considerarmos os eclipses de seus satélites. Harper (2016, p. 254) explica que:

> Cada eclipse dá uma longitude heliocêntrica [...]. Isso permite a triangulação de sua distância heliocêntrica a partir das observações de sua posição angular em relação à Terra. A brevidade dos intervalos de tempo entre eles comparado com o período de Júpiter permite que sequências de tais eclipses proporcionem sequências de triângulos que se aproximem de áreas varridas. A lei da área para Júpiter pode ser testada ao checar que as áreas daqueles triângulos são proporcionais aos intervalos de tempo[945].

Na discussão do Fenômeno 4, Newton destaca que a proporção indicada por ele (a potência de expoente 3/2) se sustenta tanto no caso de o Sol revolver em torno da Terra ou a Terra em torno do Sol, isto é, em ambos os casos os períodos e as dimensões das órbitas são os mesmos. Ele ainda apresenta uma tabela na qual é estabelecida uma relação entre períodos dos planetas e da Terra em torno do Sol relativamente às estrelas fixas e as distâncias médias dos planetas e da Terra ao Sol, tendo como base as observações de Kepler e Boulliau. Pela tabela, pode-se inferir que os dados estão em grande acordo com a lei harmônica[946]. Ainda sobre essa tabela, Harper (2016, p. 235) aponta que:

> As distâncias médias citadas na tabela de Newton são os semieixos maiores de órbitas elípticas, não raios de órbitas circulares concêntricas. Diferente das luas de Júpiter, as órbitas dos planetas primários eram conhecidas por terem excentricidades não negligenciáveis[947].

---

[945] "Each eclipse gives a heliocentric longitude […]. This allows triangulation of its heliocentric distance from observations of its angular position with respect to the Earth. The shortness of the time intervals between them compared to Jupiter's period allows sequences of such eclipses to afford sequences of triangles approximating areas swept out. The area law for Jupiter can be tested by checking that the areas of those triangles are proportional to the intervals of time".

[946] Harper (2016, p. 235) apresenta um gráfico que ilustra a concordância entre os dados de Kepler e Boulliau e a lei harmônica.

[947] "The mean distances cited in Newton's table are the semi-major axes of elliptical orbits, not radii of concentric circular orbits. Unlike Jupiter's moons, the orbits of the primary planets were known to have non-negligible eccentricities".

Harper (2016, p. 235) também observa que, embora as provas dos Corolários 6 e 7 da Proposição 4 do Livro 1 sejam para órbitas circulares concêntricas, seus resultados também são válidos para órbitas elípticas com forças direcionadas a um foco.

Como argumenta Harper (2016, pp. 235-236), se a órbita de cada planeta se ajusta à regra da área em relação ao Sol, as distâncias médias são os semieixos maiores daquelas órbitas construídas como elipses com o Sol no foco comum deles e os períodos são proporcionais a uma determinada potência das distâncias médias, então, considerando que a lei harmônica é válida, isto é, que os períodos são proporcionais à potência 3/2 das distâncias médias, as forças que mantêm os planetas em suas respectivas órbitas elípticas com o foco em comum estão de acordo com aquelas de um único campo de aceleração centrípeta do inverso do quadrado direcionado para o Sol. "Isso faz das razões para os planetas da lei harmônica medidas concordantes da força desse campo de aceleração do inverso do quadrado de um único Sol centrado"[948] (Ibid., p. 236).

Vale destacar que as inferências que Newton faz a partir dos fenômenos não se seguem logicamente dos dados. Harper (2016, pp. 254-255) aponta, por exemplo, que os dados orbitais de Newton podem se ajustar para uma curva de ordem maior cujos períodos não corresponderiam a uma potência constante das distâncias médias, ou que os dados orbitais não são precisos o suficiente para que se possa descartar a possibilidade de uma elipse com o Sol levemente deslocado do centro do foco, de modo que a força não seja exatamente direcionada a esse foco.

Newton (1999, p. 802) destaca que a segunda parte da Proposição 2 do Livro 3, que trata da lei do inverso do quadrado para os planetas primários, é provada com grande exatidão, tendo em vista que os afélios estão em repouso. Ele ainda acrescenta que "[...] o menor afastamento da razão do quadrado [...] necessariamente resultaria em um movimento notável das apsides em uma única revolução e um imenso tal movimento em muitas revoluções"[949] (Ibid., p. 802). Aqui ele se ampara no Corolário 1 da Proposição 45 do Livro 1. Como já apresentada na seção anterior, a Proposição 45 do Livro 1 trata do movimento das apsides, ao passo que seu Corolário 1 acrescenta que "[...] se a força centrípeta for proporcional a alguma potência da altura, esta potência pode ser encontrada a partir do movimento das apsides e vice-versa" (Ibid., p. 543).

---

[948] "This makes the harmonic law ratios for the planets into agreeing measurements of the strength of this single Sun-centered inverse-square acceleration field".

[949] "[…] the slightest departure from the ratio of the square would […] necessarily result in a noticeable motion of the apsides in a single revolution and an immense such motion in many revolutions".

Nos termos de Harper (2016, p. 236), este Corolário estipula que uma precessão é de *p* graus por revolução, se, e somente se, a força centrípeta *f* é proporcional à potência da distância $(360/360+ p)^2 -3$. Sendo assim, este Corolário estabelece que:

> […] [P]recessão zero é equivalente a ter a força centrípeta proporcional à potência –2 da distância; precessão para frente é equivalente a ter a força centrípeta cair mais rápido do que o inverso do quadrado; e a precessão para trás é equivalente a ter a força centrípeta cair mais devagar do que o inverso do quadrado[950] (Ibid., p. 236).

Harper (2016, p. 236) ainda observa que, embora a Proposição 45 do Livro 1 e seus Corolários foram provados para órbitas quase circulares, os resultados podem também ser aplicados para órbitas de grande excentricidade.

Na Proposição 3, Newton passa a tratar da Lua. "*A força pela qual a Lua é mantida em sua órbita é direcionada à Terra e é inversamente proporcional ao quadrado da distância de suas posições ao centro da Terra*"[951] (NEWTON, 1999, p. 802, ênfase do autor). A primeira parte da Proposição se fundamenta no Fenômeno 6[952], que estabelece que a Lua, através de um raio traçado ao centro da Terra, descreve áreas proporcionais aos tempos, e na Proposição 2 ou 3 do Livro 1, sendo que a lei da área pode ser considerada exata para o caso Lua apenas na ausência da perturbação proporcionada pela força gravitacional do Sol sobre o satélite. Cohen (1999, p. 204) aponta que "como só há uma única Lua circundando a Terra, Newton não pode percorrer o caminho simples da lei harmônica para estabelecer a lei do inverso do quadrado"[953], ou seja, ele não pode fazer uso do Corolário 6 da Proposição 4 do Livro 1.

No que diz respeito à segunda parte da Proposição 3, ela fundamenta-se no movimento muito lento do apogeu da Lua. Newton atribui-lhe o valor de três graus e três minutos (3º3´) para a frente em cada revolução. Através da aplicação do Corolário 1 da Proposição 45 do Livro 1, Newton alega que "[...] se a distância da Lua ao centro da Terra está para o semidiâmetro da Terra como D para 1, então a força da qual tal movimento possa surgir é inversamente

---

[950] "[…] zero precession is equivalent to having the centripetal force be as the −2 power of distance; forward precession is equivalent to having the centripetal force fall off faster than the inverse-square; and backward precession is equivalent to having the centripetal force fall off slower than the inverse-square".

[951] "*The force by which the moon is maintained in its orbit is directed toward the earth and is inversely as the square of the distance of its places from the center of the earth*".

[952] Harper (2016, p. 237) aponta que a comparação do diâmetro aparente e do movimento aparente mencionado no Fenômeno 6 está em "aproximada boa concordância" (*good rough agreement*) com a lei das áreas.

[953] "Since there is but one moon encircling the earth, Newton cannot follow the simple path of the harmonic law to establish the inverse-square law".

proporcional [...] àquela potência de D da qual o expoente é $2^{4}/_{243}$ […]"[954] (NEWTON, 1999, p. 803). Em outros termos, a força que produz o movimento do apogeu pode ser representada como $\frac{1}{D^n}$, sendo *n* igual a $2^{4}/_{243}$. Ducheyne (2009, p. 240) esclarece esse raciocínio de Newton da seguinte forma:

> Do Corolário 1 da Proposição XLV, Livro 1, segue-se que a força centrípeta pela qual a Lua é atraída para a Terra é proporcional à potência *n* da distância, onde *n* é igual a $(360/(360 + p^o))^2 - 3$ e p^o é o movimento apsidal da Lua em graus. No caso de um movimento apsidal de 3º3', *n* é igual a $(360/(360 + 3º3'))^2 - 3$, isto é, a força centrípeta pela qual a Lua é atraída para a Terra é proporcional a cerca de –2,01673 a potência da distância (ou, nos termos de Newton, aproximadamente inversamente proporcional à potência da distância $2_{4/243}$[955])[956].

Newton (1999, p. 803) também observa que "[…] a proporção da força à distância é inversamente proporcional um pouco mais que o quadrado da distância, mas $59^{3}/_{4}$ vezes mais próxima do quadrado do que do cubo"[957].

Newton ainda acrescenta que o movimento do apogeu decorre da ação do Sol, podendo, consequentemente, ser ignorado.

> A ação do Sol, na medida em que afasta a Lua da Terra, é muito aproximadamente proporcional à distância da Lua à Terra, e assim (do que é dito no livro 1, prop. 45, corol. 2) está para a força centrípeta da Lua como aproximadamente 2 para 357,45, ou 1 para $178^{29}/_{40}$. E se uma força tão pequena do Sol é ignorada, a força restante pela qual a Lua é mantida em sua órbita será inversamente proporcional a D^2[958] (Ibid., p. 803)[959].

No Corolário 2 da Proposição 45 do Livro 1, é demonstrado que se uma força centrípeta pela qual um corpo revolve em uma elipse varia inversamente ao quadrado da distância do

---

[954] "[…] if the distance of the moon from the center of the earth is to the semidiameter of the earth as D to 1, then the force from which such a motion may arise is inversely as [...] that power of D of which the index is $2^{4}/_{243}$ […]".

[955] Ducheyne (2009, p. 240) aponta que esse valor foi calculado por Newton no Corolário 1 da Proposição 45 do Livro 1.

[956] "From Corollary 1 to Proposition XLV, Book I, it follows that the centripetal force by which the moon is drawn to the earth is proportional to the *n*-th power of the distance, where *n* equals $(360/(360 + p^o))^2 - 3$ and p^o is the moon's apsidal motion in degrees. In case of a 3º3' apsidal motion, *n* equals $(360/(360 + 3º3'))^2 - 3$, i.e. the centripetal force by which the moon is drawn to the earth is proportional to the ca. –2,01673 power of the distance (or, in Newton's phrasing, approximately as the inverse $2_{4/243}$ power of the distance)".

[957] "[…] the proportion of the force to the distance is inversely as a little greater than the second power of the distance, but is 593/4 times closer to the square than to the cube".

[958] "The action of the sun, insofar as it draws the moon away from the earth, is very nearly as the distance of the moon from the earth, and so (from what is said in book 1, prop. 45, corol. 2) is to the centripetal force of the moon as roughly 2 to 357.45, or 1 to $178^{29}/_{40}$. And if so small a force of the sun is ignored, the remaining force by which the moon is maintained in its orbit will be inversely as D^2".

[959] Para uma análise mais detalhada da Proposição 3 do Livro 3, confira CHANDRASEKHAR, 1995, pp. 355-357.

centro de outro corpo, então o movimento das apsides que decorre da força centrípeta de um terceiro corpo pode ser determinada. Como explica Ducheyne (2009, p. 241), neste Corolário Newton mostra que a Lua, caso parta de sua apside superior, alcança sua apside inferior através de um movimento angular de 180º45´44´´. Sendo assim, em cada revolução, a apside superior mover-se-á para frente 1º31´28´´. Como é assumido neste Corolário que o avanço da apside da Lua é cerca de duas vezes mais rápido (Cf. NEWTON, 1999, p. 545), então, na Proposição 3 do Livro 3, Newton pode inferir que a força externa do Sol está para a força centrípeta da Lua como aproximadamente 2 para 357,45, ou 1 para $178^{29}/_{40}$. Também se segue que "[...] em cada revolução a apside superior mover-se-á adiante por 3º2´56´´, um valor que está bem de acordo com o [valor de] 3º3´ derivado da observação astronômica"[960] (DUCHEYNE, 2009, p. 241). Ducheyne (2009, p. 241) ainda destaca que este último raciocínio contém uma lacuna, tendo em vista que a suposição de que a apside da Lua se move duas vezes mais rápido não é derivada da teoria. Harper (2016, p. 237), por sua vez, destaca que Newton não apresentou uma explicação de como a precessão lunar se deve à ação do Sol sobre o movimento da Lua.

Newton (1999, p. 803) ainda acrescenta o seguinte Corolário à Proposição 3[961]:

> Se a força centrípeta média pela qual a Lua é mantida em sua órbita é aumentada primeiro na razão de $177^{29}/_{40}$ para $178^{29}/_{40}$, então também na razão quadrada do semidiâmetro da Terra para a distância média do centro da Lua ao centro da Terra, o resultado será a força centrípeta lunar na superfície da Terra, supondo que aquela força, ao descer para a superfície da Terra, é continuamente aumentada na razão do inverso do quadrado da altura[962].

Na Proposição 4, Newton (1999, p. 803, ênfase do autor) afirma que "*a Lua gravita para a Terra e pela força de gravidade é sempre desviada do movimento retilíneo e mantida em sua órbita*"[963]. Nesta Proposição, Newton realiza o que ficou conhecido como um "teste da Lua", que tem por objetivo provar que a gravidade da Terra se estende à Lua e que ela é inversamente proporcional ao quadrado da distância do centro da Terra.

---

[960] "[…] in each revolution the upper apsis will move forward through 3º2´56´´, a value that agreed nicely with the 3º3´ derived from astronomical observation".

[961] Para uma análise detalhada da Proposição 3 do Livro 3, confira CHANDRASEKHAR, 1995, pp. 355-357.

[962] "If the mean centripetal force by which the moon is maintained in its orbit is increased first in the ratio of $177^{29}/_{40}$ to $178^{29}/_{40}$, then also in the squared ratio of the semidiameter of the earth to the mean distance of the center of the moon from the center of the earth, the result will be the lunar centripetal force at the surface of the earth, supposing that that force, in descending to the surface of the earth, is continually increased in the ratio of the inverse square of the height".

[963] "*The moon gravitates toward the earth and by the force of gravity is always drawn back from rectilinear motion and kept in its orbit*".

Newton supõe um cenário no qual o Sol esteja em repouso, que a Lua seja privada de todo seu movimento e caia em direção à Terra com a força pela qual ela normalmente se mantém em órbita. Nesse cenário, Newton deseja saber quão distante a Lua cairia no período de um minuto. Para tanto, é preciso conhecer dois valores: a distância média da Lua até a Terra e o período de uma revolução completa da Lua em torno da Terra. Newton estabelece que a distância média da Lua à Terra é de 60 semidiâmetros terrestres nas sizígias, tendo em vista os valores obtidos por vários astrônomos considerados autoridades naquela época. Harper (2016, p. 238) observa que:

> A suposição de Newton de 60 semidiâmetros terrestres como a distância lunar, junto com a variação do inverso do quadrado, torna a queda de um minuto correspondente à intensidade [*strength*] dessa força [*force*] à distância lunar exatamente igual à queda de um segundo correspondente à intensidade aumentada que essa força teria na superfície da Terra[964].

Para a circunferência da Terra, ele adota o valor, obtido "pelos franceses", de 123249600 pés de Paris[965]. Ele também considera que uma revolução completa da Lua em torno da Terra relativamente às estrelas fixas se completa em 27 dias, 7 horas e 43 minutos, ou 39343 minutos. Seguindo o que ele estabelece no Corolário da Proposição 3, no espaço de um minuto, a Lua, caindo em direção à Terra, descreveria $15^{1}/_{12}$ pés de Paris. Newton afirma que isso é determinado por um cálculo usando o Corolário 9 da Proposição 4 do Livro 1 ou a Proposição 36 do Livro 1. No Corolário 9 da Proposição 4 do Livro 1 é estabelecido que:

> [...] [O] arco que um corpo, ao revolver uniformemente em um círculo com uma dada força centrípeta, descreve em um tempo qualquer é uma média proporcional entre o diâmetro do círculo e a distância através da qual o corpo cairia sob a ação da mesma dada força e no mesmo tempo[966] (NEWTON, 1999, p. 451).

Ducheyne (2009, p. 242) explica como Newton chega ao valor de $15^{1}/_{12}$ pés de Paris:

> Pelo que é dado, o período da Lua é 39343 minutos (T_M = 39343´) e a circunferência da Terra é 126249600 pés de Paris (C_E = 123249600 pés de Paris). O diâmetro da Terra (D_E) pode ser determinado da seguinte forma, $D_E = C_E/\pi$ ou D_E = (123249600 pés de Paris)/$\pi \approx$ 39231566,1481. Como a circunferência da Lua é igual a 60

[964] "Newton's assumption of 60 terrestrial semidiameters as the lunar distance, together with inverse-square variation, makes the one-minute fall corresponding to the strength of this force at the lunar distance exactly equal to the one-second fall corresponding to the increased strength this force would have at the surface of the Earth".
[965] Chandrasekhar (1995, p. 358) aponta que o valor de uma polegada francesa correspondia a 2,7070 centímetros. Ducheyne (2009, p. 242) afirma que um pé de Paris é igual a 1,066 pé inglês.
[966] "[…] the arc which a body, in revolving uniformly in a circle with a given centripetal force, describes in any time is a mean proportional between the diameter of the circle and the distance through which the body would fall under the action of the same given force and in the same time''.

> circunferências da Terra, C_M = 60 X 123249600 pés de Paris = 7394976000 pés de Paris. Como $D_M = C_M/\pi$, D_M = (7394976000 pés de Paris)/π ≈ 2353893968,8919. Como a Lua em órbita viaja 7394976000 pés de Paris em um período de 39343 minutos, segue-se que ela viajará por uma distância orbital de 187961,6704 pés de Paris em 1 minuto[967].

Considerando o Corolário 9 da Proposição 4 do Livro 1, a distância que a Lua percorreria em um minuto de queda para a Terra seria igual ao valor da distância que a Lua percorreria em órbita em um período de um minuto ao quadrado dividido pelo valor de D_M. Esse valor seria aproximadamente 15,009 pés de Paris. Esse resultado é, em seguida, corrigido levando em consideração a aceleração da Lua em direção ao Sol[968]. Assim, o valor de 15,009 pés de Paris é corrigido por 1/178,725 desse valor. Em outras palavras, o valor corrigido será (15,009 pés de Paris X 1/178,725) + 15,009 pés de Paris. Ou seja, aproximadamente 15,093 pés de Paris (Cf. Ibid, p. 242)[969].

Em seguida, Newton (1999, p. 804) observa que:

> [...] [C]omo ao aproximar-se da Terra esta força aumenta na razão inversa do quadrado da distância, e, portanto, à superfície da Terra é 60 X 60 vezes maior que na Lua, segue-se que um corpo caindo com essa força, nas nossas regiões, deve no espaço de 1 minuto descrever 60 X 60 X $15^{1}/_{12}$ pés de Paris, e no espaço de um segundo $15^{1}/_{12}$ pés, ou mais exatamente 15 pés, 1 polegada e $1^{4}/_{9}$ linhas[970].

O valor de 15 pés, 1 polegada e $1^{4}/_{9}$ linhas é aproximadamente 15,093 pés de Paris. Considerando que Huygens tinha medido que corpos em oscilação próximos à superfície da

---

[967] "From what is given, the period of the moon is 39,343 min (T_M = 39,343´) and the circumference of the earth is 126,249,600 Paris feet (C_E = 123,249,600 Paris feet). The earth's diameter (D_E) can be determined as follows, $D_E = C_E/\pi$ or D_E = (123,249,600 Paris feet)/π ≈ 39,231,566.1481. Since the circumference of the moon equals 60 earth circumferences, C_M = 60 9 123,249,600 Paris feet = 7,394,976,000 Paris feet. As $D_M = C_M/\pi$, D_M = (7,394,976,000 Paris feet)/π ≈ 2,353,893,968.8919. As the moon in orbit travels 7,394,976,000 Paris feet in a period of 39,343 min, it follows that it will travel through an orbital distance of 187,961.6704 Paris feet in 1 min".

[968] Cohen (1999, p. 205), amparando-se em uma observação de Curtis Wilson, aponta que Newton, para obter o resultado de $15^{1}/_{12}$ pés de Paris, precisou multiplicar o resultado inicial de seu cálculo por $178^{29}/_{40}$ dividido por $177^{29}/_{40}$. Assim, ele subtraiu aquilo que considerou ser a força subtrativa mediana do Sol, que contrabalança parte do efeito gravitacional da Terra. Cohen considera que tal subtração foi demasiada.

[969] Chandrasekhar (1995, p. 358) apresenta outra forma pela qual Newton chega ao valor de $15^{1}/_{12}$ pés de Paris. O arco angular ($\delta\theta$) que a Lua descreve em sua órbita, por minuto, é $\delta\theta = \frac{2\pi}{39343}$ radianos. Portanto, a distância percorrida pela Lua caindo livremente em direção à Terra (BD) em um minuto é BD = [(60 x raio da Terra) x $\delta\theta$] x $\frac{1}{2}\,\delta\theta$. Utilizando nesta equação os valores apresentados anteriormente, chega-se ao valor de $15^{1}/_{120}$ pés de Paris. Chandrasekhar sugere que o valor apresentado por Newton ($15^{1}/_{12}$) difere porque talvez ele tivesse com este valor na memória de uma computação realizada anteriormente com outros parâmetros.

[970] ''[…] since in approaching the earth that force is increased as the inverse square of the distance, and so at the surface of the earth is 60 X 60 times greater than at the moon, it follows that a body falling with that force, in our regions, ought in the space of 1 min to describe 60 X 60 X $15^{1}/_{12}$ Paris feet, and in the space of one second $15^{1}/_{12}$ feet, or more exactly 15 feet, 1 inch, and $1^{4}/_{9}$ lines''.

Terra percorrem 15 pés de Paris, 1 polegada e $1^{7}/_{9}$ linhas, ou 15,0956 pés de Paris[971], em um segundo, e este valor é muito próximo do alcançado por Newton, então ele conclui que a força pela qual a Lua é mantida em órbita, caso descesse da órbita da Lua até a superfície da Terra, seria igual à força de gravidade na Terra. Portanto, pelas Regras 1 e 2, trata-se da mesma força (Cf. Ibid., p. 804). Juntas, as Regras 1 e 2 estabelecem que causas atribuídas a efeitos naturais do mesmo tipo devem ser consideradas as mesmas. A aplicação dessas Regras na Proposição 4 é explicada por Harper (2016, pp. 239-240) da seguinte forma:

> Temos dois fenômenos: a aceleração centrípeta da Lua e o comprimento de um pêndulo de segundos em Paris. Cada um mede uma força produzindo acelerações na superfície da Terra. Essas acelerações são iguais e igualmente direcionadas para o centro da Terra. Identificar as forças faz esses fenômenos contarem como medidas concordantes da mesma força do inverso do quadrado. Isso faz com que eles contem como efeitos de uma única causa comum[972].

Harper (2016, p. 241, ênfase do autor) destaca que a aplicação das Regras 1 e 2 está amparada por um ideal de sucesso empírico segundo o qual "[...] *uma teoria é empiricamente bem-sucedida ao ter seus parâmetros causais recebendo medidas precisas convergentes dos fenômenos que ela pretende explicar*"[973]. Harper (2016, pp. 241-242) explica que o comprimento do pêndulo de segundos estabelecido por Huygens é uma generalização fundamentada em vários dados precisos. A aceleração centrípeta do movimento orbital da Lua também é uma generalização fundamentada em dados, entretanto eles são menos precisos do que aqueles que fundamentam as medidas de Huygens. Não obstante, o fato de haver uma concordância para o valor medido para o campo de aceleração comum torna os dados acerca da Lua um suporte empírico adicional para a medida de Huygens da aceleração da gravidade na superfície da Terra, assim como os dados de Huygens dão suporte para a aceleração centrípeta da órbita lunar.

Harper (2016, p. 240) também enfatiza que, ao identificar a força centrípeta que mantém a Lua em órbita da Terra com a gravidade terrestre, Newton consegue estabelecer que a gravidade terrestre é inversamente proporcional ao quadrado da distância do centro da Terra. Ducheyne (2009, p. 243), por sua vez, observa que "a conclusão indutiva de Newton deveria

---

[971] Segundo Harper (2016, p. 238), o valor medido por Huygens tinha grau de confiabilidade em torno de ± 0,01 pés de Paris.

[972] "We have two phenomena: the centripetal acceleration of the Moon and the length of a seconds pendulum at Paris. Each measures a force producing accelerations at the surface of the Earth. These accelerations are equal and equally directed toward the center of the Earth. Identifying the forces makes these phenomena count as agreeing measures of the very same inverse-square force. This makes them count as effects of a single common cause".

[973] "[…] *a theory succeeds empirically by having its causal parameters receive convergent accurate measurements from the phenomena it purports to explain*".

ser lida como Newton estabelecendo que os corpos terrestres e a Lua são ambos sujeitos à força aceleradora da Terra que se estende em todas as direções"[974]. Ao final da Proposição 4, Newton enfatiza que seu cálculo se baseia na hipótese de que a Terra está em repouso.

A Proposição 4 é seguida por um Escólio no qual apresenta uma prova alternativa na qual considera um sistema hipotético de várias "luas" orbitando a Terra. Nesse experimento mental, Newton apela para a indução para defender que os períodos das luas "[...] observariam a lei que Kepler descobriu para os planetas e, portanto, suas forças centrípetas seriam inversamente proporcionais aos quadrados das distâncias do centro da Terra, pela prop. 1 deste livro 3"[975] (NEWTON, 1999, p. 805). Newton argumenta que, se as luas mais baixas fossem pequenas ao ponto de quase tocarem o topo das montanhas mais altas, a força centrípeta pela qual é mantida em sua órbita seria quase igual às gravidades dos corpos no topo dessas montanhas. Sendo assim, essa força centrípeta faria a pequena lua descer em direção à Terra, caso fosse privada do movimento que a faz orbitar nosso planeta, devido à ausência da força centrífuga que a mantém em órbita. Essa descida ocorreria com a mesma velocidade que os corpos caem dos topos dessas montanhas, posto que as forças que os fazem descer são iguais. Se a força pela qual a lua mais baixa desce fosse diferente da gravidade, de modo que a lua em questão pesasse para a Terra da mesma forma que os corpos no topo das montanhas, então essa lua desceria duas vezes mais rápido, considerando a ação conjunta das forças. Esse experimento mental leva Newton (1999, p. 805) a concluir que:

> […] [C]omo amas as forças – a saber, aquelas dos corpos pesados e aquelas das luas – são direcionadas para o centro da Terra e são similares uma à outra e iguais, elas terão (pelas regras 1 e 2) a mesma causa. E, portanto, aquela força pela qual a lua é mantida em sua órbita aquela mesma que chamamos geralmente de gravidade[976].

Harper (2016, p. 240) destaca o argumento de Howard Stein segundo o qual a argumentação de Newton nesse Escólio deveria ser interpretada à luz de sua discussão da força centrípeta e suas três medidas – aceleradora, motora e absoluta. Stein defende que Newton tinha em mente a medida aceleradora como a apropriada para um campo de aceleração centrípeta.

---

[974] "Newton's inductive conclusion should be read as Newton establishing that terrestrial bodies and the moon are both subject to the accelerative force of the earth which extends in all directions".

[975] "[…] would observe the law which Kepler discovered for the planets, and therefore their centripetal forces would be inversely as the squares of the distances from the center of the earth, by prop. 1 of this book 3".

[976] "[…] since both forces—namely, those of heavy bodies and those of the moons—are directed toward the center of the earth and are similar to each other and equal, they will (by rules 1 and 2) have the same cause. And therefore that force by which the moon is kept in its orbit is the very one that we generally call gravity".

> [...] [U]m campo de força centrípeta que produziria acelerações centrípetas iguais em corpos sem suporte a iguais distâncias do centro. A razão da lei harmônica para um sistema de órbitas em torno de um centro comum exige que as órbitas exibam acelerações centrípetas correspondentes a um único campo de aceleração centrípeta do inverso do quadrado[977] (Ibid., p. 241).

A medida absoluta de um campo de aceleração centrípeta seria sua intensidade [*strength*]. Assim, considerando a existência de dois campos de aceleração centrípeta, a razão de suas medidas absolutas será a razão comum das acelerações que eles produziriam a distâncias iguais de seus respectivos centros (Cf. Ibid, p. 241). Por fim, a medida motora de uma força centrípeta sobre um corpo seria o resultado da multiplicação de sua massa pela sua aceleração centrípeta.

Se assumirmos essa interpretação, Harper (2016, p. 241) aponta que o Escólio da Proposição 4 sugere que as forças exercidas sobre os "corpos pesados" e sobre as luas em questão são forças motoras, sendo a causa comum um único campo de aceleração centrípeta do inverso do quadrado que envolveria nosso planeta.

Na Proposição 5, Newton (1999, p. 805, ênfase do autor) afirma que:

> *Os planetas circunjoviais [ou os satélites de Júpiter] gravitam para Júpiter, os planetas circunsaturnianos [ou os satélites de Saturno] gravitam para Saturno, e os planetas circunsolares [ou primários] gravitam para o Sol, e pela força de suas gravidades são sempre retirados dos movimentos retilíneos e mantidos em órbitas curvilíneas*[978].

Newton afirma que, como as revoluções dos satélites de Júpiter, as revoluções dos satélites de Saturno e as revoluções dos planetas em torno do Sol são fenômenos da mesma natureza que a revolução da Lua em torno da Terra, então, pela Regra 2, elas dependem de causas do mesmo tipo. As forças envolvidas em todos esses fenômenos são dirigidas para os respectivos centros das órbitas em consideração e diminuem segundo a mesma razão que a força da gravidade. Como comenta Harper (2016, p. 242), Newton realiza aqui uma generalização, que é também uma unificação. "[...] [P]odemos entender cada um desses fenômenos como uma

---

[977] "[…] a centripetal force field that would produce equal centripetal accelerations on unsupported bodies at equal distances from the center. The harmonic law ratio for a system of orbits about a common center requires that the orbits exhibit centripetal accelerations corresponding to a single inverse-square centripetal acceleration field".

[978] "*The circumjovial planets [or satellites of Jupiter] gravitate toward Jupiter, the circumsaturnian planets [or satellites of Saturn] gravitate toward Saturn, and the circumsolar [or primary] planets gravitate toward the sun, and by the force of their gravity they are always drawn back from rectilinear motions and kept in curvilinear orbits*".

medida de concordância de tais características gerais de gravitação para [planetas] primários como direção centrípeta e medida aceleradora do inverso do quadrado"[979] (Ibid., p. 242).

A Proposição 5 é acompanhada por mais três Corolários e um Escólio (Cf. NEWTON, 1999, p. 806). O Corolário 1 estabelece que existe universalmente gravidade dirigida para todos os planetas. Como os planetas primários e secundários são do mesmo tipo que Júpiter ou Saturno e considerando a terceira Lei do movimento, então Júpiter e Saturno gravitam para seus satélites, a Terra gravita para a Lua e o Sol gravita para os planetas primários.

Existe uma questão que vale a pena destacar acerca do Corolário 1 da Proposição 5. Nele, aplica-se a terceira Lei do movimento, manobra que foi questionada por Roger Cotes em uma carta para Newton em 1712/1713. Nela, questiona-se se Newton realmente mostrou que a força gravitacional contrária reside no corpo atraído (Cf. DUCHEYNE, 2009, pp. 245-246). Considerando o rascunho da carta que Newton enviaria para Cotes com a resposta ao questionamento[980], Ducheyne (2009, p. 247) defende que Newton não considerava a aplicação como uma dedução direta da terceira lei, mas como uma generalização indutiva guiada por suas Regras.

No rascunho, Newton apresenta três argumentos para justificar a aplicação da terceira lei no Corolário 1 da Proposição 5. No primeiro deles, Newton defende que se corpos que interagem gravitacionalmente não atraíssem um ao outro igualmente em direções opostas, ambos mover-se-iam juntos com um movimento acelerado infinito, introduzindo um princípio de automovimento nos corpos, o que seria contrário à primeira Lei do movimento. Ducheyne (2009, p. 248) defende que esse argumento sozinho não é satisfatório, posto que ele não demonstra que a força contrária reside no corpo atraído. No segundo argumento, Newton aponta que a terceira lei foi deduzida dos fenômenos e que sua aplicação no Corolário resulta de uma generalização via indução. Por fim, no terceiro argumento, Newton responde à questão de Cotes sobre o caso em que uma mão invisível exerceria uma força sobre um globo B, fazendo este se mover em direção ao globo A, que está em repouso. Nesse caso, a força em questão é uma causa que não é deduzida dos fenômenos e, portanto, a objeção não se sustenta contra argumentos que são generalizações indutivas propriamente deduzidas dos fenômenos.

> O ponto de Newton é que causas apropriadas, ou *verae causae*, deveriam ter suporte empírico e serem mostradas como verdadeiras e suficientes de seus efeitos [...].

[979] "This generalization is a unification – all these orbital phenomena are effects of gravitation of satellites toward primaries. On it, we can understand each of these phenomena as an agreeing measurement of such general features of gravitation toward primaries as centripetal direction and inverse-square accelerative measure".
[980] O rascunho é reproduzido em DUCHEYNE, 2009, pp. 247-248.

> Portanto, causas alternativas que não são estabelecidas segundo esses critérios são meramente hipotéticas [...][981] (Ibid., p. 248).

Assim, como observa Ducheyne (2009, pp. 248-249), Newton está argumentando que, como forças alternativas não foram estabelecidas de forma apropriada e como é duvidosa a possibilidade de existir um éter, que produz certa resistência, em torno dos corpos celestes, então é seguro assumir que a força atrativa contrária reside no corpo atraído.

> Embora a aplicação de Newton da Lei III no Corolário 1 da Proposição V não fosse uma dedução rígida dos fenômenos (e Newton estava claramente ciente disso), ela poderia ser licenciada por suas regras de filosofar e ser considerada como uma generalização de indução legítima, até possíveis exceções serem observadas[982] (Ibid., p. 249).

O Corolário 2 estabelece que a gravidade que se dirige para cada planeta é inversamente proporcional ao quadrado da distância dos pontos até o centro do planeta. O Corolário 3 estabelece que todos os planetas pesam uns para os outros, tendo em vista os dois Corolários anteriores, e ainda aponta que Júpiter e Saturno, quando perto de sua conjunção, perturbam sensivelmente seus movimentos, que o Sol perturba os movimentos da Lua e que o Sol e a Lua perturbam os mares. Por fim, no Escólio, Newton (1999, pp. 806) afirma que:

> Até aqui, chamamos de "centrípeta" aquela força pela qual os corpos celestes são mantidos em suas órbitas. Agora fica estabelecido que essa força é a gravidade e, portanto, chamá-la-emos de gravidade de agora em diante. Pois a causa da força centrípeta pela qual a Lua é mantida em sua órbita deve ser estendida a todos os planetas pelas regras 1, 2 e 4[983].

Como vimos anteriormente, a Regra 4 estabelece que proposições coletadas dos fenômenos por indução devem ser consideradas como exatas ou muito aproximadamente verdadeiras, embora possa haver hipóteses em contrário. Aqui podemos colocar a questão de qual seria a diferença entre proposições coletadas dos fenômenos por indução e hipóteses em contrário. Segundo Harper (2016, pp. 243-244), tendo em vista os argumentos que foram utilizados até então, a ampliação da atribuição da aceleração gravitacional do inverso do

---

[981] "The point Newton was making was that proper causes, or *verae causae*, should have empirical support and be shown to be true and sufficient of their effects […]. Therefore, alternative causes not established along these criteria are merely hypothetical […]".

[982] "Although Newton's application of Law III in Corollary 1 of Proposition V was not a rigid deduction from phenomena (and Newton was clearly aware of that), it could be licensed by his rules of philosophizing and be considered as a legitimate induction generalization, until possible exceptions are observed".

[983] "Hitherto we have called 'centripetal' that force by which celestial bodies are kept in their orbits. It is now established that this force is gravity, and therefore we shall call it gravity from now on. For the cause of the centripetal force by which the moon is kept in its orbit ought to be extended to all planets, by rules 1, 2, and 4".

quadrado direcionada para um centro para os planetas sem satélites exige tratar esses fenômenos orbitais como medidas das características quantificáveis da gravitação para os planetas universalmente. Sendo assim, uma proposta alternativa com o objetivo de minar essa generalização da gravidade para os planetas sem luas precisaria estar bem amparada em medidas dos fenômenos para não ser considerada uma mera hipótese em contrário.

A Proposição 6 estabelece que "*todos os corpos gravitam para cada um dos planetas e, a qualquer dada distância do centro de qualquer planeta, o peso de qualquer corpo em relação àquele planeta é proporcional à quantidade de matéria que o corpo contém"*[984] (NEWTON, 1999, p. 806, ênfase do autor). Newton está defendendo que o peso de um corpo, independentemente do local onde esteja, é proporcional à sua massa. Como comenta Harper (2016, p. 244), "as forças centrípetas que foram identificadas como gravitação para os planetas são campos de aceleração. A razão do peso para a massa inercial é a mesma para todos os corpos a quaisquer distâncias iguais"[985].

Newton começa a Proposição já destacando o fato de que a queda de todos os corpos "pesados" para a Terra ocorre nos mesmos tempos. Em seguida, ele garante que é possível discernir essa igualdade por meio de pêndulos, sendo que ele teria realizado experimentos que medem a igualdade da razão entre peso e massa inercial para pares de amostras com nove diferentes tipos de materiais. Ele faz a seguinte descrição dos experimentos:

> Arranjei duas caixas de madeira redondas e iguais. Enchi uma delas com madeira e suspendi o mesmo peso de ouro (tão exatamente quanto consegui) no centro de oscilação da outra. As caixas, pendendo por cordas iguais de onze pés, constituíram pêndulos exatamente iguais um ao outro em relação ao peso, formato e resistência do ar. Então, quando posicionados próximos um do outro [e colocados em vibração], eles se mantiveram oscilando para trás e para frente juntos com iguais oscilações por um período muito longo. Portanto, a quantidade de matéria no ouro (pelo livro 2, prop. 24, corol. 1 e 6[986]) estava para a quantidade de matéria na madeira como a ação da força motora sobre todo o ouro para a ação da força motora sobre toda a madeira

---

984 "*All bodies gravitate toward each of the planets, and at any given distance from the center of any one planet the weight of any body whatever toward that planet is proportional to the quantity of matter which the body contains*".

985 "The centripetal forces that have been identified as gravitation toward planets are acceleration fields. The ratio of weight to inertial mass is the same for all bodies at any equal distances".

986 A Proposição 24 do Livro 2 estabelece que "*em pêndulos simples cujos centros de oscilação estejam igualmente distantes do centro de suspensão, as quantidades de matéria estão em uma razão composta da razão dos pesos e da razão dos quadrados dos tempos de oscilação no vácuo*" (NEWTON, 1999, p. 700, ênfase do autor, tradução nossa). O Corolário 1 desta Proposição, por sua vez, estabelece que "[...] se os períodos são iguais, as quantidades de matéria nos corpos serão proporcionais aos seus pesos" (NEWTON, 1999, p. 700, tradução nossa); e o Colorário 6, que "[...] em um meio não resistente também, a quantidade de matéria no corpo de um pêndulo simples é diretamente proporcional ao peso relativo e ao quadrado do período e inversamente proporcional ao comprimento do pêndulo. Pois o peso relativo é a força motora de um corpo em um meio pesado, [...] e assim desempenha a mesma função em um tal meio não resistente que o peso absoluto desempenha no vácuo" (NEWTON, 1999, p. 701, tradução nossa).

> [adicionada] – isto é, como o peso de uma para o peso da outra. E o mesmo aconteceu para o resto dos materiais[987] (NEWTON, 1999, p. 807).

Newton ainda acrescenta que, nesses experimentos, uma diferença na matéria, mesmo que fosse de um milésimo do todo, teria sido detectada. Em outras palavras, "os períodos iguais de pares de pêndulos nos experimentos de Newton é um fenômeno estabelecido com precisão suficiente para medir 0,001 das igualdades das razões de peso para massa para os corpos terrestres"[988] (HARPER, 2016, p. 245).

Newton alega que seus experimentos com pêndulos confirmam aquilo que já tinha sido constatado através de experimentos de queda dos corpos, a saber, que corpos de pesos diferentes caem do repouso com a mesma aceleração, desconsiderando a resistência do ar. Assim, de acordo com a segunda lei de Newton, em queda livre, o peso do corpo é sua força motora e esta força é proporcional à aceleração e à massa do corpo. Como explica Cohen (1999, pp. 217-218), "se W é a força aceleradora do peso do corpo e *m* sua massa, então a segunda lei pode ser escrita como W α *m*A, onde A é a aceleração. [...] Como A é uma constante, segue-se que W α *m*, como Newton diz"[989]. Cohen (1999, p. 218) também enfatiza que conceito de *massa* proporciona uma explicação para a resistência de um corpo para mudar de estado, para ser acelerado e para sua reação em um dado campo gravitacional.

Após descrever seus experimentos com pêndulos, Newton afirma que a natureza da gravidade em direção aos planetas é a mesma que em direção à Terra. Ele justifica sua declaração tendo em vista uma série de argumentos. Dentre eles, estão os resultados alcançados na Proposição 4. Ele considera um cenário no qual os corpos terrestres sejam erguidos até a órbita da Lua, estando eles desprovidos de todo movimento, de modo a serem soltos e caírem simultaneamente em direção à Terra. Tendo em vista o que já foi demonstrado anteriormente, Newton (1999, p. 807) alega que o que ocorreria em seguida seria que "[...] em tempos iguais esses corpos terrestres em queda descreverão os mesmos espaços que a Lua e, portanto, que

---

[987] "I got two wooden boxes, round and equal. I filled one of them with wood, and I suspended the same weight of gold (as exactly as I could) in the center of oscillation of the other. The boxes, hanging by equal eleven-foot cords, made pendulums exactly like each other with respect to their weight, shape, and air resistance. Then, when placed close to each other [and set into vibration], they kept swinging back and forth together with equal oscillations for a very long time. Accordingly, the amount of matter in the gold (by book 2, prop. 24, corols. 1 and 6) was to the amount of matter in the wood as the action of the motive force upon all the gold to the action of the motive force upon all the [added] wood—that is, as the weight of one to the weight of the other. And it was so for the rest of the materials".

[988] "The equal periods of pairs of pendulums in Newton's experiments is a phenomenon established with sufficient precision to measure to 0.001 the equalities of ratios of weight to mass for terrestrial bodies".

[989] "If W is the accelerating force of the body's weight and *m* its mass, then the second law may be written as W α *m*A, where A is the acceleration. [...] Since A is a constant, it follows that W *α m*, as Newton says".

elas [as suas quantidades de matéria][990] estão para a quantidade de matéria na Lua como os seus próprios pesos estão para o peso dela"[991]. Harper (2016, pp. 244-245) explica que:

> A concordância entre a aceleração da gravidade na superfície da Terra e a aceleração centrípeta ajustada para o inverso do quadrado manifestada pela órbita lunar mede a adicional concordância entre, por um lado, a razão do peso da Lua em direção à Terra para sua massa e, por outro lado, a razão comum para suas massas dos pesos ajustados para o inverso do quadrado em direção à Terra que os corpos terrestres teriam à distância lunar[992].

Harper (2016, p. 245) ainda destaca que:

> [...] [O] resultado do teste da Lua conta como um limite de medida mais impreciso (< 0,03) em concordância com o limite de medida mais preciso (< 0,001) que resultaria ao estender o resultado dos experimentos de pêndulo de Newton para a igualdade de razões para massas dos pesos ajustados para o inverso do quadrado que os corpos teriam à distância lunar[993].

Ele também discute o caso dos satélites de Júpiter. Considerando que eles revolvem em tempos proporcionais à potência 3/2 das suas distâncias ao centro de Júpiter, então suas gravidades aceleradoras (*accelerative gravities*) para o planeta serão inversamente proporcionais aos quadrados das suas distâncias ao centro dele, o que significa que, a distâncias iguais, as gravidades aceleradoras dos satélites serão iguais. "Consequentemente, em tempos iguais caindo de alturas iguais [para Júpiter], eles descreveriam espaços iguais, assim como acontece com os corpos pesados na nossa Terra"[994] (NEWTON, 1999, p. 807).

Newton aplica o mesmo argumento para o caso dos planetas primários em relação ao Sol, destacando também que os pesos de Júpiter e de seus satélites para o Sol são proporcionais às suas quantidades de matéria, tendo em vista o movimento regular dos seus satélites e do Corolário 3 da Proposição 65 do Livro 1. Ele alega que se alguns dos satélites fossem mais atraídos para o Sol do que outros em proporção à quantidade de matéria deles, então, tendo em

---

[990] A parte entre colchetes é um acréscimo da tradução portuguesa. Cf. NEWTON, 2017, p. 670.
[991] "[…] in equal times these falling terrestrial bodies will describe the same spaces as the moon, and therefore that they are to the quantity of matter in the moon as their own weights are to its weight".
[992] "The agreement between the acceleration of gravity at the surface of the Earth and the inverse-square-adjusted centripetal acceleration exhibited by the lunar orbit measures the further agreement between, on the one hand, the ratio of the Moon's weight toward the Earth to its mass and, on the other, the common ratio to their masses of the inverse-square adjusted weights toward the Earth that terrestrial bodies would have at the lunar distance".
[993] "[…] the outcome of the Moon-test counts as a rougher measurement bound (< 0.03) in agreement with the more precise measurement bound (< 0.001) that would result from extending the outcome of Newton's pendulum experiments to the equality of ratios to masses of the inverse-square-adjusted weights bodies would have at the lunar distance".
[994] "Accordingly, in equal times in falling from equal heights [toward Jupiter] they would describe equal spaces, just as happens with heavy bodies on this earth of ours".

vista o que é estabelecido no Corolário 2 da Proposição 65 do Livro 1, os movimentos dos satélites seriam perturbados pela desigualdade na atração.

> Se, a iguais distâncias do Sol, alguns satélites fossem mais pesados [ou gravitassem mais] para o Sol em proporção à quantidade de sua matéria do que Júpiter em proporção à quantidade de sua própria matéria, em qualquer dada razão, digamos *d* para *e*, então a distância entre o centro do Sol e o centro da órbita do satélite seria sempre maior do que a distância entre o centro do Sol e o centro de Júpiter e essas distâncias estariam uma para outra muito proximamente como a raiz quadrada de *d* para a raiz quadrada de *e*, como eu encontrei ao fazer certo cálculo[995] (Ibid., p. 808)[996].

Após considerar os casos em que um satélite gravitasse menos para o Sol na razão de *d* para *e* e em que, a iguais distâncias do Sol, a gravidade aceleradora de um satélite para o Sol fosse maior ou menor do que a gravidade aceleradora de Júpiter para o Sol, Newton (1999, p. 808) conclui que:

> [...] [A]s órbitas dos satélites são concêntricas com Júpiter e, portanto, as gravidades aceleradoras de Júpiter e dos satélites para o Sol são iguais umas às outras. E pelo mesmo argumento os pesos [ou gravidades] de Saturno e seus companheiros para o Sol, a iguais distâncias do Sol, são proporcionais às suas quantidades de matéria; e os pesos da Lua e da Terra para o Sol são ou zero ou exatamente proporcionais às suas massas[997].

Assim, Newton apela para a ausência de polarização em direção ou se afastando do Sol das órbitas dos satélites de Júpiter, Saturno e Terra como indício – assim como uma forma de medir – de que há igualdade nas razões de massa para peso dos satélites em direção ao Sol a iguais distâncias. Como explica Harper (2016, pp. 246-247), "se a razão de massa para peso em direção ao Sol para uma lua fosse maior ou menor do que a correspondente razão para o planeta, então a órbita daquela lua seria alterada em direção ou se afastando do Sol"[998].

Newton não limita seu argumento para as razões iguais entre massa e peso em direção aos outros planetas, mas o amplia para abranger também as partes individuais dos planetas.

---

[995] Newton não apresenta esse "cálculo". Uma exposição dele pode ser encontrada em CHANDRASEKHAR, 1995, pp. 364-368.

[996] "If, at equal distances from the sun, some satellite were heavier [or gravitated more] toward the sun in proportion to the quantity of its matter than Jupiter in proportion to the quantity of its own matter, in any given ratio, say *d* to *e*, then the distance between the center of the sun and the center of the orbit of the satellite would always be greater than the distance between the center of the sun and the center of Jupiter and these distances would be to each other very nearly as the square root of *d* to the square root of *e*, as I found by making a certain calculation".

[997] "[…] the orbits of the satellites are concentric with Jupiter, and therefore the accelerative gravities of Jupiter and of the satellites toward the sun are equal to one another. And by the same argument the weights [or gravities] of Saturn and its companions toward the sun, at equal distances from the sun, are as the quantities of matter in them; and the weights of the moon and earth toward the sun are either nil or exactly proportional to their masses".

[998] "If the ratio of mass to weight toward the Sun for a moon were greater or less than the corresponding ratio for the planet, then the orbit of that moon would be shifted toward or away from the Sun".

"[...] [O]s pesos [ou gravidades] das partes individuais de cada planeta em direção a qualquer outro planeta estão uma para outra como a matéria nas partes individuais"[999] (NEWTON, 1999, p. 808). Aqui, Newton defende que seria muito improvável que planetas inteiros tivessem razões iguais tendo partes que diferissem na razão do peso para a massa inercial. Na sua concepção, se houvesse partes que gravitassem mais ou menos que na proporção de suas quantidades de matéria, o planeta gravitaria mais ou menos que na proporção da quantidade de matéria do todo a depender do tipo de partes que fosse mais abundante, não importando se fossem internas ou externas.

> Pois se, por exemplo, for imaginado que corpos na nossa Terra fossem erguidos à órbita da Lua e comparados com o corpo da Lua, então, se seus pesos estivessem para os pesos das partes externas da Lua como as quantidades de matéria neles, mas estivessem para os pesos das partes internas em uma razão maior ou menor, estariam para o peso da Lua inteira em uma razão maior ou menor, contrário ao que foi mostrado acima[1000] (Ibid., pp. 808-809).

A Proposição 6 é seguida de cinco Corolários. Os quatro primeiros podem ser interpretados como críticas de Newton à teoria dos vórtices de Descartes. No Corolário 1, Newton (1999, p. 809) afirma que "[...] os pesos dos corpos não dependem de suas formas ou texturas. Pois se os pesos pudessem ser alterados com as formas, eles seriam, em igual matéria, maiores ou menores de acordo com a variedade de formas, inteiramente contrário à experiência"[1001]. Considerando que a gravidade de um corpo é proporcional à sua quantidade de matéria, se um corpo mudar de formato ou textura, mas sua quantidade de matéria permanecer a mesma, sua gravidade também permanecerá a mesma. Aqui percebemos uma crítica implícita à teoria dos vórtices de Descartes. Como observa Ducheyne (2009, p. 250), "a gravidade, portanto, não atua na superfície de um corpo (alegação de Descartes), mas na sua quantidade de matéria"[1002].

O Corolário 2 estabelece que "todos os corpos, universalmente, que estão na ou perto da Terra são pesados [ou gravitam] em direção à Terra, e o peso de todos os corpos que estão

---

[999] "[…] the weights [or gravities] of the individual parts of each planet toward any other planet are to one another as the matter in the individual parts".

[1000] "For if, for example, it is imagined that bodies on our earth are raised to the orbit of the moon and compared with the body of the moon, then, if their weights were to the weights of the external parts of the moon as the quantities of matter in them, but were to the weights of the internal parts in a greater or lesser ratio, they would be to the weight of the whole moon in a greater or lesser ratio, contrary to what has been shown above".

[1001] "[…] the weights of bodies do not depend on their forms and textures. For if the weights could be altered with the forms, they would be, in equal matter, greater or less according to the variety of forms, entirely contrary to experience".

[1002] "Gravity therefore does not act on a body's surface (Descartes' claim), but on its quantity of matter".

igualmente distantes do centro da Terra são proporcionais às quantidades de matéria neles"[1003] (NEWTON, 1999, p. 809). Newton ainda acrescenta que essa é uma qualidade de todos os corpos que são sujeitos a experimentos. De fato, ela pode ser atribuída universalmente a todos os corpos, tendo em vista a Regra 3, que, como vimos, estabelece que as qualidades dos corpos que não podem ser aumentadas nem diminuídas e que pertencem a todos os corpos nos quais experimentos possam ser realizados devem ser assumidas como pertencentes a todos os corpos universalmente. Nesse sentido, Harper (2016, p. 245) destaca que "ter a gravitação para a Terra contada como um campo de aceleração do inverso do quadrado é ter a razão entre o peso ajustado para o inverso do quadrado para a Terra e a massa inercial como um valor constante para todos os corpos"[1004]. Harper (2016, p. 246) ainda observa que:

> A Regra 3 nos diz para concluir que a razão da massa para a gravitação em direção à Terra é igual para todos os corpos a qualquer distância do centro da Terra se aquela igualdade se mantém para todos os corpos no alcance de nossos experimentos. A concordância exibida por Newton entre as medidas dessa igualdade através de fenômenos é um exemplo do que ele tomaria como suficiente para contar a proposição que ela sustenta para todos os corpos dentro do alcance de nossos experimentos como obtida dos fenômenos por indução[1005].

Newton ainda aponta que caso seja defendido que há um corpo (ou um éter) destituído de gravidade, ou que gravite menos em proporção à sua quantidade de matéria, e que se difere dos outros corpos apenas pela forma de sua matéria – e Newton atribui essa concepção a Descartes –, então Newton (1999, p. 809) alega que:

> [...] [E]le [o corpo] poderia, por uma mudança na sua forma, ser transmutado por graus em um corpo com as mesmas condições que aqueles que gravitam mais em proporção à quantidade da matéria deles; e, por outro lado, os corpos mais pesados, ao assumirem por graus a forma do outro corpo, poderiam por graus perder a gravidade deles. E, consequentemente, os pesos dependeriam das formas dos corpos e poderiam ser alterados com as formas, ao contrário do que foi provado no corolário 1[1006].

[1003] "All bodies universally that are on or near the earth are heavy [or gravitate] toward the earth, and the weights of all bodies that are equally distant from the center of the earth are as the quantities of matter in them".
[1004] "To have gravitation toward the Earth count as an inverse-square acceleration field is to have the ratio between inverse-square-adjusted weight toward the Earth and inertial mass be a constant value for all bodies".
[1005] "Rule 3 tells us to conclude that the ratio of mass to gravitation toward the Earth is equal for all bodies at any distance from the center of the Earth if that equality holds for all the bodies in reach of our experiments. The agreement exhibited by Newton among measurements of this equality by phenomena is an example of what he would take as sufficient to count the proposition that it holds for all bodies within reach of our experiments as gathered from phenomena by induction".
[1006] "[…] it could by a change of its form be transmuted by degrees into a body of the same conditions as those that gravitate the most in proportion to the quantity of their matter; and, on the other hand, the heaviest bodies, through taking on by degrees the form of the other body, could by degrees lose their gravity. And accordingly the weights would depend on the forms of bodies and could be altered with the forms, contrary to what has been proved in corol. 1".

No Corolário 3, Newton defende que os espaços não são igualmente preenchidos. Trata-se, implicitamente, de uma crítica à noção de espaço cartesiano. Ele justifica seu posicionamento considerando a gravidade específica do mercúrio e do ouro como exemplo.

> [...] [S]e todos os espaços fossem igualmente preenchidos, a gravidade específica do fluido com o qual a região do ar fosse preenchida, por causa da extrema densidade de sua matéria, não seria menor do que a gravidade específica do mercúrio ou do ouro ou de qualquer outro corpo com a maior densidade e, portanto, nem o ouro nem qualquer outro corpo poderia descer no ar. Pois os corpos jamais descem nos fluidos, a não ser que tenham uma gravidade específica maior[1007] (Ibid., p. 810).

Ao final do Corolário, através de uma pergunta, sugere-se que o éter poderia ser diminuído indefinidamente.

No Corolário 4, ele defende que "se todas as partículas sólidas de todos os corpos têm a mesma densidade e não podem ser rareados sem poros, deve haver um vácuo"[1008] (Ibid., p. 810). Newton, em seguida, esclarece que as partículas dos corpos têm a mesma densidade quando suas respectivas forças de inércia são proporcionais aos seus tamanhos.

Finalmente, no Corolário 5, trata-se da diferença entre a força da gravidade e a força magnética, mostrando que elas são forças de dois tipos distintos. Nesse sentido, ele aponta que a força magnética não é proporcional à quantidade de matéria atraída, podendo ser aumentada ou diminuída. Além disso, a força magnética não diminui na mesma proporção que a força de gravidade, caso se distancie, por exemplo, um ímã de um pedaço de ferro. Enquanto a força de gravidade diminui com o quadrado da distância, a força magnética, segundo Newton, diminui "quase com o cubo da distância".

A Proposição 7 estabelece que a "*gravidade existe em todos os corpos universalmente e é proporcional à quantidade de matéria em cada um*"[1009] (Ibid., p. 810, ênfase do autor). Newton começa a Proposição destacando que já se provou que os planetas gravitam uns para os outros e que a gravidade dirigida para cada planeta, tomada em si mesma, é inversamente proporcional ao quadrado da distância dos lugares ao centro do planeta. Considerando a Proposição 69 do Livro 1 e seus Corolários, pode-se inferir também que a gravidade para todos os planetas é proporcional à matéria neles.

[1007] "[…] if all spaces were equally full, the specific gravity of the fluid with which the region of the air would be filled, because of the extreme density of its matter, would not be less than the specific gravity of quicksilver or of gold or of any other body with the greatest density, and therefore neither gold nor any other body could descend in air. For bodies do not ever descend in fluids unless they have a greater specific gravity".

[1008] "If all the solid particles of all bodies have the same density and cannot be rarefied without pores, there must be a vacuum".

[1009] "*Gravity exists in all bodies universally and is proportional to the quantity of matter in each*".

Segundo a Proposição 69 do Livro 1:

> *Se, em um sistema de vários corpos* A, B, C, D, ..., *um corpo* A *atrai todos os outros* B, C, D, ..., *por forças aceleradoras que são inversamente proporcionais aos quadrados das distâncias do corpo que atrai; e se outro corpo* B *também atrai o resto dos corpos* A, C, D, ..., *por forças que são inversamente proporcionais aos quadrados das distâncias do corpo que atrai; então as forças absolutas dos corpos, que atraem,* A *e* B *estarão uma para a outra na mesma razão que os próprios corpos [isto é, as massas]* A *e* B *aos quais aquelas forças pertencem*[1010] (Ibid., p. 587, ênfase do autor).

Como observa Harper (2016, p. 248), nesta Proposição, Newton considera que a suposição de que cada corpo atrai os outros com forças aceleradoras do inverso do quadrado exige que as razões das acelerações produzidas por tais forças a iguais distâncias sejam independentes da distância, o que permite inferir que a razão da aceleração de *A* em direção a *B* para a aceleração de *B* em direção a *A* é igual à razão da força absoluta de *A* para a força absoluta de *B*. Harper (2016, p. 248) ainda acrescenta que "a razão da magnitude da aceleração de *B* para *A* para a magnitude da aceleração de *A* para *B* é igual à razão da intensidade [*strength*] da força atrativa em direção a *A* para a intensidade [*strength*] da força atrativa em direção a *B*"[1011].

Em dado momento de sua prova, Newton aplica sua terceira lei do movimento para a força motora atraindo *B* para *A* e a força motora atraindo *A* para *B*. Segundo Harper (2016, pp. 248-249), tomar as forças motoras de *A* sobre *B* e de *B* sobre *A* como ação e reação iguais permite estabelecer que "$m(A)/m(B) = \mathrm{acc}_A(B)/\mathrm{acc}_B(A)$", onde $m(A)$ e $m(B)$ são as massas de *A* e *B* e "$\mathrm{acc}_A(B)$" e "$\mathrm{acc}_B(A)$" são, respectivamente, a aceleração de *A* em direção a *B* e a aceleração de *B* em direção a *A*. Sendo assim, tendo em vista o resultado alcançado anteriormente, pode-se inferir que a razão da massa de *A* para a massa de *B* é igual à razão da força absoluta de *A* para a força absoluta de *B*.

Sobre a aplicação da Proposição 69 do Livro 1 na Proposição 7 do Livro 3, Harper (2016, p. 249, ênfase do autor) comenta que:

> Na suposição do argumento para a proposição 7, a gravitação de quaisquer planetas *A* e *B* um para o outro é tratada como uma *interação*, de modo que a reação igual e oposta para o peso de *B* em direção a *A* é o peso de *A* em direção a *B*. Isso faz o

---

[1010] "*If, in a system of several bodies* A, B, C, D, . . . , *some body* A *attracts all the others,* B, C, D, ..., *by accelerative forces that are inversely as the squares of the distances from the attracting body; and if another body* B *also attracts the rest of the bodies* A, C, D, *..., by forces that are inversely as the squares of the distances from the attracting body; then the absolute forces of the attracting bodies* A *and* B *will be to each other in the same ratio as the bodies [i.e., the masses]* A *and* B *themselves to which those forces belong*".

[1011] "The ratio of the magnitude of *B*'s acceleration toward *A* to the magnitude of *A*'s acceleration toward *B* equals the ratio of the strength of the attractive force toward *A* to the strength of the attractive force toward *B*".

> argumento da Proposição 69 se aplicar, então as intensidades [*strengths*] das atrações centrípetas para cada um são proporcionais às suas massas[1012].

Na Proposição 7 do Livro 3, Newton (1999, pp. 810-811) ainda acrescenta que:

> [...] [C]omo todas as partes de um planeta *A* pesam [ou gravitam] em direção a um planeta *B*, e como a gravidade [peso em direção a *B*] de cada parte está para a gravidade [peso em direção a *B*] do todo como a matéria da parte está para a matéria do todo, e como para toda ação (pela terceira lei do movimento) há uma reação igual, segue-se que o planeta *B* gravitará em direção a todas as partes do planeta *A*, e sua gravidade em direção a qualquer parte estará para sua gravidade em direção ao todo do planeta como a matéria daquela parte para a matéria do todo[1013].

Considerando a existência de dois planetas *A* e *B*, podemos estabelecer que cada parte do planeta *A* é um corpo sendo acelerado em direção ao planeta *B*[1014]. Sendo assim, Harper (2016, p. 249) afirma que podemos inferir que a razão do peso da parte do planeta *A* em direção ao planeta *B* para o peso do planeta *A* em direção ao planeta *B* é igual à razão da massa da parte do planeta *A* para a massa do planeta *A*.

Com a aplicação da terceira lei do movimento, podemos considerar o peso do planeta *B* em direção à parte do planeta *A* como sendo a reação igual e oposta para o peso da parte do planeta *A* em direção ao planeta *B*, da mesma forma como os pesos dos planetas inteiros um para o outro são considerados como ação e reação iguais e opostas. Sendo assim, Harper (2016, p. 250) aponta que podemos inferir que a razão do peso do planeta *B* em direção à parte do planeta *A* para o peso do planeta *B* em direção ao planeta *A* é igual à razão do peso da parte do planeta *A* em direção ao planeta *B* para o peso do planeta *A* em direção ao planeta *B*. Considerando o resultado adquirido anteriormente, podemos inferir, então, que a razão do peso do planeta *B* em direção à parte do planeta *A* para o peso do planeta *B* em direção ao planeta *A* é igual à razão da massa da parte do planeta *A* para a massa do planeta *A*.

Harper (2016, p. 250) observa que:

> A extensão do argumento para incluir, em adição à gravitação em direção aos planetas, a gravitação em direção às partes dos planetas contaria, na época de Newton, como

[1012] "In the assumption of the argument for Proposition 7, gravitation of any planets *A* and *B* toward one another is treated as an *interaction*, so that the equal and opposite reaction to the weight of *B* toward *A* is the weight of *A* toward *B*. This makes the argument of Proposition 69 apply, so the strengths of the centripetal attractions toward each are proportional to their masses".

[1013] "[...] since all the parts of any planet *A* are heavy [or gravitate] toward any planet *B*, and since the gravity [weight toward *B*] of each part is to the gravity [weight toward *B*] of the whole as the matter of the part is to the matter of the whole, and since to every action (by the third law of motion) there is an equal reaction, it follows that planet *B* will gravitate toward all the parts of planet *A*, and its gravity toward any one part will be to its gravity toward the whole of the planet as the matter of that part to the matter of the whole".

[1014] Harper (2016, p. 249) aponta que essa suposição se segue da Proposição 6.

> uma extensão para incluir a gravitação em direção a todos os corpos dentro do alcance dos experimentos. Isso faria a Regra 3 endossar estender para todos os corpos a gravitação universal em direção a eles proporcional às suas massas[1015].

A Proposição 7 também é seguida de dois Corolários. No primeiro deles, Newton (1999, p. 811) defende que "[…] a gravidade para o planeta inteiro surge e é composta da gravidade para as partes individuais"[1016]. Ainda neste Corolário, Newton considera uma possível objeção, a saber, que não detectamos pelos nossos sentidos que todos os corpos da Terra gravitam uns para os outros. Ele responde que a gravidade para os corpos vizinhos é muito pequena para ser detectada pelos nossos sentidos, posto que essa gravidade está para gravidade direcionada ao planeta inteiro como a quantidade de matéria em cada um dos corpos está para a quantidade de matéria no planeta inteiro.

No segundo Corolário é defendido que "a gravitação para cada uma das individuais partículas iguais de um corpo é inversamente proporcional ao quadrado da distância dos lugares daquelas partículas. Isso é evidente pelo livro 1, prop. 74, corol. 3"[1017] (Ibid., p. 811). No Corolário 3 da Proposição 74 do Livro 1, Newton provou que, se para cada um dos pontos separados de uma dada esfera homogênea tendem iguais forças centrípetas inversamente proporcionais ao quadrado das distâncias desses pontos, então um corpúsculo localizado fora da esfera será atraído por uma força inversamente proporcional ao quadrado da distância do corpúsculo ao centro da esfera.

Harper (2016, pp. 250-251) comenta que "qualquer diferença da lei do inverso do quadrado para a atração em direção às partículas produziria uma diferença correspondente do inverso do quadrado para a lei de atração em direção ao centro resultando da soma das atrações em direção às partículas"[1018]. Nesse sentido, Harper (2016, p. 258) aponta que:

> Uma lei de potência que difira mesmo que um pouco do inverso do quadrado[1019], por exemplo, uma lei de potência -2,01, para as partículas abordará a mesma lei de potência para atrações para o todo a grandes distâncias, mas produzirá atrações para

---

[1015] "The extension of the argument to include, in addition to gravitation toward planets, gravitation toward parts of planets would count, in Newton's day, as an extension to include gravitation toward all bodies within reach of experiments. This would make Rule 3 endorse extending to all bodies universal gravitation toward them proportional to their masses".

[1016] "[…] the gravity toward the whole planet arises from and is compounded of the gravity toward the individual parts".

[1017] "The gravitation toward each of the individual equal particles of a body is inversely as the square of the distance of places from those particles. This is evident by book 1, prop. 74, corol. 3".

[1018] "Any difference from the inverse-square law for attraction toward the particles would produce a corresponding difference from the inverse-square for the law of attraction toward the center resulting from summing the attractions toward the particles".

[1019] Harper tem em mente aqui o valor de potência -2.

> o todo correspondendo a relações não uniformes que diferem em relação à distância para localizações próximas à superfície da esfera[1020].

Sendo assim, a lei de atração em direção às partículas seria a mesma para o todo, isto é, ao longo de toda a extensão da esfera até sua superfície.

Ducheyne (2009, p. 252) destaca que:

> O desfecho das proposições sobre as atrações de superfícies esféricas é que a lei do inverso do quadrado manter-se-ia exatamente para esferas perfeitas com densidades simetricamente distribuídas. Por implicação, se a lei do inverso do quadrado não se manter exatamente, então o corpo sob consideração ou não é perfeitamente esférico ou não tem densidade simetricamente distribuída. [...] Nesse sentido, as condições sob as quais uma relação matemática exata se manteria exatamente tornam-se informativas sobre as condições físicas que estão produzindo desvios da solução matemática exata [...][1021].

Na Proposição 8, Newton (1999, p. 811, ênfase do autor) defende que "*se dois globos gravitam um para o outro e a matéria dele é homogênea em todos os lados em regiões que são igualmente distantes de seus centros, então o peso de cada globo para o outro será inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os centros*"[1022]. Aqui, Newton tem intuito de apontar se a lei do inverso do quadrado é exatamente ou apenas aproximadamente válida para uma força total composta de outras forças do inverso do quadrado. Como observa Cohen (1999, p. 218), trata-se de um problema que decorre dos dois Corolários da Proposição 7. Newton afirma que esta Proposição está correta, tendo em vista o que foi estabelecido nas Proposições 75 e 76 do Livro 1 e seus Corolários.

A Proposição 8 é seguida de quatro Corolários. Esses Corolários ganharam destaque por demonstrarem como os princípios físicos podem ser aplicados aos corpos no Universo. Como comenta Cohen (1999, p. 219):

> Ao mostrar que seus métodos de dinâmica produzem valores quantitativos plausíveis para essas massas e densidades [isto é, do Sol, dos planetas e dos corpos terrestres],

---

[1020] "A power law differing even slightly from the inverse-square, e.g., a –2.01 power law, for the particles will approach the same power law for attractions to the whole at great distances but will yield attractions to the whole corresponding to differing non-uniform relations to distance for locations close to the surface of the sphere".

[1021] "The upshot of the propositions on the attractions of spherical surfaces is that the inverse-square law would hold exactly for perfect spheres with symmetrically distributed densities. By implication, if the inverse-square law does not hold exactly, then the body under consideration is either not perfectly spherical or it has no symmetrically distributed density. […] In this sense, the conditions under which an exact mathematical relation would hold exactly become informative about the physical conditions that are producing deviations from the exact mathematical solution […]".

[1022] "*If two globes gravitate toward each other, and their matter is homogeneous on all sides in regions that are equally distant from their centers, then the weight of either globe toward the other will be inversely as the square of the distance between the centers*".

> Newton removeu qualquer dúvida que restasse de que a massa e a densidade fossem conceitos relevantes quando aplicados aos objetos celestes[1023].

Como se demonstra que é possível atribuir um número à massa e à densidade dos astros e dos corpos terrestres, prova-se que eles, de fato, têm tais propriedades (além da inércia) e, consequentemente, estão sujeitos às leis do movimento.

A Proposição 8 é seguida de quatro Corolários na segunda e terceira edição dos *Principia.* Na primeira edição, a Proposição 8 era acompanhada de cinco Corolários. A partir da segunda edição, o segundo Corolário foi retirado e os seguintes (3, 4 e 5) passaram a ser os Corolários 2, 3 e 4 (Cf. Ibid., p. 227). Vale a pena analisarmos cada um deles.

Segundo o Corolário 1[1024]:

> [...] [O]s pesos dos corpos para diferentes planetas podem ser encontrados e comparados uns com os outros. Pois os pesos de corpos iguais revolvendo em círculos em torno dos planetas são (pelo livro 1, prop. 4, corol. 2) diretamente proporcionais aos diâmetros dos círculos e inversamente proporcionais aos quadrados dos períodos, e os pesos nas superfícies dos planetas ou a quaisquer outras distâncias do centro são maiores ou menores (pela mesma proposição) na razão inversa dos quadrados das distâncias[1025] (NEWTON, 1999, p. 812).

No Corolário 1, Newton compara o período de Vênus em torno do Sol, do satélite mais exterior de Júpiter[1026] em torno de Júpiter, o de um satélite de Saturno – que Newton chama de "satélite de Huygens"[1027] – em torno de Saturno e o da Lua em torno da Terra respectivamente com a distância média de Vênus ao Sol, com as maiores elongações heliocêntricas do satélite de Júpiter mais exterior ao centro de Júpiter, do "satélite de Huygens" ao centro de Saturno e da Lua ao centro da Terra. Note-se que Newton está levando em consideração apenas os quatro astros do sistema solar que naquela época se acreditava possuírem ao menos um satélite. No caso do Sol, ele assume Vênus como sendo seu satélite.

Ao fazer a comparação, Newton alega que descobriu, através de computação, que:

[1023] "By showing how his methods of dynamics produce reasonable quantitative values for these masses and densities, Newton removed any lingering doubt that mass and density were meaningful concepts when applied to celestial objects".

[1024] O Corolário 1 também passou por algumas alterações nas diferentes edições dos *Principia*. Para uma discussão dessas alterações, confira a nota de rodapé "aa" em NEWTON, 1999, p. 812.

[1025] "[…] the weights of bodies toward different planets can be found and compared one with another. For the weights of equal bodies revolving in circles around planets are (by book 1, prop. 4, corol. 2) as the diameters of the circles directly and the squares of the periodic times inversely, and weights at the surfaces of the planets or at any other distances from the center are greater or smaller (by the same proposition) as the inverse squares of the distances".

[1026] Trata-se de Calisto.

[1027] Trata-se de Titã.

> [...] [O]s pesos dos corpos que são iguais e igualmente distantes do centro do Sol, de Júpiter, de Saturno e da Terra tendem respectivamente para o Sol, Júpiter, Saturno e a Terra como 1, $\frac{1}{1067}$, $\frac{1}{3021}$ e $\frac{1}{169282}$. E quando as distâncias são aumentadas ou diminuídas, os pesos são diminuídos ou aumentados proporcionalmente aos quadrados das distâncias. Os pesos de corpos iguais para o Sol, Júpiter, Saturno e a Terra às distâncias respectivamente de 10000, 997, 791 e 109 de seus centros (e, portanto, os seus pesos nas superfícies) estarão entre si como 10000, 943, 529 e 435[1028] (Ibid., p. 813).

Cohen (1999, p. 220) aponta que os resultados de Newton para os pesos, massas e densidades do Sol e dos planetas são relativos, sendo que a escala utilizada para o caso do peso que tende para o Sol é tomado arbitrariamente como "1", assim como a escala na qual o peso na superfície do Sol é tomado como "10000". Cohen (1999, p. 220) também observa que a noção de peso, no Corolário 1, "[...] é o que Newton chama de 'quantidade aceleradora' ou medida aceleradora, definida (def. 7) como 'a medida de' uma 'força que é proporcional à velocidade que ela gera em um dado tempo'"[1029].

Newton, no Corolário 1, parte de dois pressupostos: embora não diga explicitamente, ele assume que o Sol, Júpiter, Saturno e a Terra são corpos homogêneos; enquanto que as órbitas de Vênus, da Lua e dos satélites de Júpiter e Saturno são consideradas como círculos. Como comenta Cohen (1999, p. 220), essas duas suposições estão relacionadas com a regra que foi estabelecida no Corolário 2 da Proposição 4 do Livro 1, segundo a qual se um corpo se move um dado círculo de raio r e período T, a força direcionada para o centro é diretamente proporcional a $\frac{r}{T^2}$. Como está claro pela passagem citada, ele também defende que essa regra vale para os pesos de corpos iguais nas superfícies dos planetas ou a quaisquer outras distâncias do centro.

Cohen (1999, pp. 220-221) descreve o método utilizado por Newton neste Corolário nos seguintes termos:

> Basicamente, o método de Newton é para computar o raio da órbita de cada um de seus quatro satélites (Vênus, Calisto, Titã e a Lua) e então dividir esses raios pelo quadrado dos períodos de revolução. Ele não nos dá nenhum detalhe de sua computação, mas claramente uma primeira tarefa é encontrar os raios das quatro

---

[1028] "[…] the weights of bodies which are equal and equally distant from the center of the sun, of Jupiter, of Saturn, and of the earth are respectively toward the sun, Jupiter, Saturn, and the earth as 1, $\frac{1}{1,067}$, $\frac{1}{3,021}$, and $\frac{1}{169,282}$. And when the distances are increased or decreased, the weights are decreased or increased as the squares of the distances. The weights of equal bodies toward the sun, Jupiter, Saturn, and the earth at distances of 10,000, 997, 791, and 109 respectively from their centers (and hence their weights on the surfaces) will be as 10,000, 943, 529, and 435".

[1029] "[…] is what Newton calls the 'accelerative quantity' or accelerative measure, defined (def. 7) as 'the measure of' a 'force that is proportional to the velocity which it generates in a given time'".

> órbitas e os quadrados dos períodos. Para fazê-lo, é exigido que ele converta todos esses períodos[1030] em uma única unidade comum e então compute os quadrados[1031].

Os raios das órbitas são determinados de diferentes maneiras, sendo que Newton considera as distâncias tendo em vista uma escala na qual o valor "1" corresponde à distância média entre a Terra e o Sol, ou seja, uma unidade astronômica (UA). No caso da distância de Vênus ao Sol, Cohen (1999, p. 222) observa que se acreditava naquela época que o valor correspondia a 0,724 UA. No caso de Júpiter e Saturno, Newton considerava as maiores elongações heliocêntricas. De acordo com Cohen (1999, p. 222), "isso era determinado astronomicamente a partir da elongação máxima como vista da Terra. Então, o raio de cada órbita [...] é prontamente encontrado ao multiplicar a distância média do planeta ao Sol pela tangente do ângulo da máxima elongação heliocêntrica"[1032].

O caso da Lua é diferente de Vênus e dos satélites de Júpiter e Saturno. Como explica Cohen (1999, p. 222), a Lua não possui elongação heliocêntrica máxima que possa ser computada a partir de uma elongação geocêntrica máxima. Para descobrir a magnitude do raio da órbita da Lua na escala estabelecida por Newton, é necessário saber o valor da unidade astronômica ou o valor da paralaxe solar, mas devido às dificuldades da época de determiná-la, não havia um consenso acerca de sua magnitude.

Também é preciso converter os pesos para Júpiter, Saturno e para a Terra em distâncias orbitais em pesos a uma distância comum do centro. A distância comum pela qual Newton opta é aquela do raio da órbita de Vênus. "Para essa computação, Newton usa a regra apresentada na prop. 8[1033], segundo a qual o peso ou a força gravitacional W_1 a uma distância r_1 de um centro está para a similar força W_2 a uma distância r_2 como o quadrado de r_2 está para o quadrado de r_1"[1034] (Ibid., pp. 222-223). É através de cálculos fazendo uso dessa regra que

---

[1030] Uma lista dos dados para as computações dos períodos utilizados por Newton pode ser encontrada em COHEN, 1999, p. 221.

[1031] "Basically, Newton's method is to compute the radius of the orbit of each of his four satellites (Venus, Callisto, Titan, and the moon) and then divide these radii by the squares of the periods of revolution. He does not give us any details of his computation, but clearly a first assignment is to find the radii of the four orbits and the squares of the periods. To do so requires that he convert all of these periods into some single common unit and then compute the squares".

[1032] "This was determined astronomically from the maximum elongation as seen from the earth. Then, the radius of each orbit […] is readily found by multiplying the mean distance of the planet from the sun by the tangent of the angle of maximum heliocentric elongation".

[1033] Para uma exposição dessa computação, confira COHEN, 1999, p. 223.

[1034] "For this computation, Newton uses the rule given in prop. 8, according to which the weight or gravitational force W_1 at a distance r_1 from a center is to the similar force W_2 at a distance r_2 as the square of r_2 is to the square of r_1".

Newton encontra que os pesos para o Sol, Júpiter, Saturno e para Terra são, respectivamente, 1, $\frac{1}{1067}$, $\frac{1}{3021}$ e $\frac{1}{169282}$.

Newton também faz uso da regra da Proposição 8 para computar o peso na superfície de cada um dos planetas que estão sendo considerados. As distâncias do centro dos planetas até a superfície são apresentadas considerando uma escala na qual se assume que o raio do Sol seja 10000. Na terceira edição dos *Principia*, os valores apresentados são aqueles já citados na passagem do Corolário 1: "os pesos de corpos iguais para o Sol, Júpiter, Saturno e a Terra às distâncias respectivamente de 10000, 997, 791 e 109 de seus centros (e, portanto, os seus pesos nas superfícies) estarão entre si como 10000, 943, 529 e 435". Vale destacar que esses valores eram diferentes nas edições anteriores[1035].

No Corolário 2 da Proposição 8, Newton (1999, p. 813) defende que "a quantidade de matéria nos planetas individuais pode também ser encontrada"[1036]. Ele acrescenta que as quantidades de matéria dos planetas são proporcionais às forças que exercem a iguais distâncias de seus centros. Harper (2016, p. 251) observa que neste Corolário é aplicado a Proposição 7 do Livro 3 com o intuito de utilizar as razões da lei harmônica para medir as massas do Sol e dos planetas com satélites. Newton não explica como procede, mas seu cálculo consiste basicamente em multiplicar os pesos anteriormente encontrados de corpos iguais nas superfícies dos quatro astros em questão pelo quadrado dos respectivos raios deles. Cohen (1999, p. 224) apresenta o procedimento de Newton da seguinte forma:

> Deixe *m* ser a massa desses corpos iguais, M a massa de qualquer um dos corpos centrais e *r* o raio daquele corpo. Então, o peso na superfície é dado pela lei da gravidade, $W = G\frac{m\mathrm{M}}{r^2}$. Nesse caso, *G* e *m* são constantes, de modo que $W = Gm\frac{\mathrm{M}}{r^2}$ pode ser escrito como $W = k\frac{\mathrm{M}}{r^2}$ ou $\mathrm{M} = \frac{1}{k}Wr^2$, onde *k* é uma nova constante. As massas relativas (M) podem ser obtidas ao multiplicar os pesos da superfície de corpos iguais (*W*) pelo quadrado dos raios (*r*)[1037].

Harper (2016, p. 251) aponta que:

[1035] Os valores apresentados na primeira e segunda edição dos *Principia* são apresentados em COHEN, 1999, p. 224.

[1036] "The quantity of matter in the individual planets can also be found".

[1037] "Let *m* be the mass of these equal bodies, M the mass of any of the central bodies, and *r* the radius of that body. Then the weight at the surface is given by the law of gravity, $W = G\frac{m\mathrm{M}}{r^2}$. In this case, *G* and *m* are constants, so that $W = Gm\frac{\mathrm{M}}{r^2}$ can be written as $W = k\frac{\mathrm{M}}{r^2}$ or $\mathrm{M} = \frac{1}{k}Wr^2$, where *k* is a new constant. The relative masses (M) can be obtained by multiplying the surface weights of equal bodies (*W*) by the square of the radii *(r)*".

> As medidas concordantes convergentes que resultam das massas desses corpos[1038] contam como uma realização significante do ideal de Newton de sucesso empírico – uma realização que é especialmente importante porque adiciona suporte a seu apelo à Lei 3 no argumento para a Proposição 7[1039].

Não obstante, o valor encontrado para a massa da Terra não está de acordo com o valor que temos hoje. Cohen (1999, p. 224) explica que o principal motivo para essa diferença se deve ao fato de Newton ter escolhido o valor de 10´´30´´´ para a paralaxe solar, um valor por volta de dez por cento maior do que o real.

No Corolário 3, Newton defende que é possível descobrir qual é a densidade dos planetas.

> Pois os pesos de corpos iguais e homogêneos para esferas homogêneas são, nas superfícies das esferas, proporcionais aos diâmetros das esferas, pelo livro 1, propor. 72; e, portanto, as densidades das esferas heterogêneas são proporcionais àqueles pesos divididos pelos diâmetros das esferas[1040] (NEWTON, 1999, p. 814).

Cohen (1999, p. 225), fazendo uso da mesma notação apresentada há pouco, observa que "[...] esse peso W é dado pela equação $W = G\frac{M}{r^2}$. Como a densidade é $\frac{M}{r^3}$, as densidades dos planetas são proporcionais a $\frac{W}{r}$, ou proporcionais aos 'pesos divididos pelos diâmetros'"[1041].

Os valore apresentados por Newton nesse Corolário para os diâmetros do Sol, Júpiter, Saturno e da Terra são, respectivamente, 10000, 997, 791 e 109; seus pesos correspondentes são 10000, 943, 529 e 435; e as densidades são proporcionais a 100, 94½, 67 e 400. Newton afirma que a densidade da Terra é determinada pela paralaxe da Lua, não da do Sol. Ele destaca que, dessa forma, a densidade da Terra é determinada corretamente. Cohen (1999, p. 226) apresenta a seguinte explicação para Newton não ter se baseado na paralaxe do Sol:

> Tivesse ele determinado essas densidades ao usar as massas que ele tinha acabado de computar no corol. 2, dividindo-as pelos cubos dos respectivos raios, o resultado teria dependido do valor da paralaxe solar no caso da Terra e assim teria sido influenciado

---

[1038] Isto é, do Sol e dos planetas com satélites.

[1039] "The resulting convergent agreeing measurements of the masses of these bodies count as a significant realization of Newton's ideal of empirical success – a realization that is especially important because it adds support to his appeal to Law 3 in the argument for Proposition 7".

[1040] "For the weights of equal and homogeneous bodies toward homogeneous spheres are, on the surfaces of the spheres, as the diameters of the spheres, by book 1, prop. 72; and therefore the densities of heterogeneous spheres are as those weights divided by the diameters of the spheres".

[1041] "[…] this weight W is given by the equation $W = G\frac{M}{r^2}$. Since the density is $\frac{M}{r^3}$, the densities of the planets are as $\frac{W}{r}$, or as the 'weights divided by the diameters'".

> pela incerteza acerca do valor preciso daquela quantidade. No caso da Terra, isso teria introduzido um erro que, como notou Newton, aparece na potência cúbica[1042].

Tendo em vista esses resultados, Newton ainda destaca que a Lua é mais densa do que a Terra[1043], ponto ao ele diz que retornará a abordar posteriormente.

No Corolário 4, Newton aponta que os planetas menores e mais próximos do Sol são mais densos do que os mais afastados dele. Newton acredita que essa diferença se deva aos planetas mais densos conseguirem suportar melhor o calor intenso recebido pelo Sol. Um dado curioso deste Corolário é que não são apresentados quaisquer números.

Considerando seus resultados nesses Corolários, devemos destacar que o valor encontrado por Newton na sua determinação final da massa da Terra está errado. Há dois motivos para tanto, segundo Cohen (1999, p. 227): por um lado, o efeito decorrente do valor impreciso da paralaxe solar; por outro, como Newton revisava seus valores para os parâmetros astronômicos em cada edição da obra, uma transcrição errônea de seus números ocorreu em uma de suas cópias pessoais da segunda edição.

Um último aspecto a se destacar é que existe uma série de diferenças na forma como Newton trata dos tópicos apresentados nos Corolários 1-4 da Proposição 8 na primeira edição dos *Principia* em comparação com forma que ele trata esses mesmos tópicos nas edições posteriores. Cohen (1999, p. 227) apresenta de forma resumida essas diferenças[1044]:

> Aqui [na primeira edição] os métodos de cálculo são apresentados em mais detalhe e Newton introduz certas suposições, que posteriormente ele abandonou, sobre o valor da paralaxe solar. Ele também expôs várias regras conjunturais que ele omitiu na segunda e terceira edição, regras que poderiam ter permitido que ele estendesse seus resultados para Júpiter, Saturno e a Terra aos três planetas que então não se tinha conhecimento de terem um satélite: Mercúrio, Vênus e Marte. Os valores dos vários parâmetros astronômicos também são diferentes[1045].

[1042] "Had he determined these densities by using the masses he has just computed in corol. 2, dividing them by the cubes of the respective radii, the result would have depended on the value of the solar parallax in the case of the earth and so have been influenced by the uncertainty concerning the precise value of that quantity. In the case of the earth, this would have introduced an error which, as Newton noted, appears in the cubed power".

[1043] Segundo J. Resina Rodrigues, que traduziu a edição portuguesa dos *Principia*, o *Oxford Dictionary of Astronomy* estabelece que a densidade média da Terra é 5.52, ao passo que a da Lua é 3.35. Confira nota de rodapé 13 em NEWTON, 2017, p. 679.

[1044] Cohen (1999, pp. 227-231) analisa as diferenças nos Corolários na primeira edição em mais detalhes, mas não temos espaço aqui para tratarmos de todas elas.

[1045] "Here the methods of calculation are given in more detail, and Newton introduces certain assumptions, which he later abandoned, concerning the value of the solar parallax. He also set forth several conjectural rules which he omitted in the second and third editions, rules which could have enabled him to extend his results for Jupiter, Saturn, and the earth to the three planets not then known to have a satellite: Mercury, Venus, and Mars. The values of the various astronomical parameters are also different".

Na Proposição 9, Newton (1999, p. 815, ênfase do autor) afirma que "*ao entrar nos planetas a partir da superfície, a gravidade diminui muito aproximadamente na razão das distâncias ao centro*"[1046]. O que Newton indica com esta Proposição é que os planetas não são esferas de densidade uniforme e, portanto, a força da gravidade dentro de um planeta não diminui exatamente na razão das distâncias ao centro. De fato, ele acrescenta que, se os planetas tivessem densidade uniforme, a Proposição seria *exatamente* verdadeira, tendo em vista o que foi estabelecido na Proposição 73 do Livro 1. Já na Proposição 10, Newton (1999, p. 815, ênfase do autor) observa que "*os movimentos dos planetas podem continuar nos céus por um longo período de tempo*"[1047].

Após a Proposição 10, Newton apresenta a Hipótese 1 – que na primeira edição era a Hipótese 4 –, segundo a qual "*o centro do sistema do mundo está em repouso*"[1048] (Ibid., p. 816, ênfase do autor). Em seguida, é apresentada a Proposição 11, que estabelece que "*o comum centro de gravidade da Terra, do Sol e de todos os planetas está em repouso"*[1049] (Ibid., p. 816, ênfase do autor). Nesta Proposição, Newton recorre ao Corolário 4 das Leis, segundo o qual o centro comum de gravidade de dois ou mais corpos não altera seu estado de movimento ou de repouso devido às ações dos corpos entre si, e à Hipótese 1. De acordo com o Corolário 4 das Leis, o centro de gravidade ou está em repouso ou se move uniformemente em linha reta. Entretanto, se o centro de gravidade se mover uniformemente em linha reta, então o centro do Universo também se moverá, mas isso é contrário ao que foi estabelecido na Hipótese 1. Na Proposição 12, Newton defende que o Sol, embora tenha um movimento contínuo, não se distancia muito do comum centro de gravidade dos planetas. A Proposição 12 ainda é seguida por um Corolário no qual Newton afirma que o comum centro de gravidade do Sol e dos planetas pode ser considerado o centro do Universo.

A Proposição 13 estabelece que "*os planetas se movem em elipses que têm um foco no centro do Sol e, por raios traçados para este centro, eles descrevem áreas proporcionais aos tempos*"[1050] (Ibid., p. 817, ênfase do autor). Nesta Proposição, Newton busca deduzir os movimentos celestes de princípios do movimento, tratando das implicações de os "pesos" dos planetas para o Sol serem inversamente proporcionais aos quadrados das distâncias do centro do Sol. Ele toma como base duas Proposições e um Corolário do Livro 1: a Proposição 1,

---

[1046] "*In going inward from the surfaces of the planets, gravity decreases very nearly in the ratio of the distances from the center*".
[1047] "*The motions of the planets can continue in the heavens for a very long time*".
[1048] "*The center of the system of the world is at rest*".
[1049] "*The common center of gravity of the Earth, the sun, and all planets is at rest*".
[1050] "*The planets move in ellipses that have a focus in the center of the sun, and by radii drawn to that center they describe areas proportional to the times*".

segundo a qual uma força direcionada para um centro está de acordo com a lei das áreas; a Proposição 11, na qual se demonstrou que, se um corpo descreve uma trajetória elíptica e se a força é direcionada a um foco, então essa força é inversamente proporcional ao quadrado da distância; e o Corolário 1 da Proposição 13, que estabelece que, se um corpo parte um lugar em linha reta e, ao mesmo tempo, sofre a ação de uma força centrípeta que é inversamente proporcional ao quadrado da distância a partir do centro, esse corpo mover-se-á segundo uma cônica tendo um foco no centro de forças.

Tendo em vista essas considerações, Newton (1999, pp. 817-818) infere que "[...] se o Sol estivesse em repouso e o restante dos planetas não atuasse uns sobre os outros, suas órbitas seriam elípticas, tendo o Sol no foco comum deles, e eles descreveriam áreas proporcionais aos tempos"[1051]. Newton observa, porém, que "as ações" dos planetas uns sobre os outros podem ser ignoradas, haja vista que são muito pequenas. De fato, Newton destaca que elas perturbam menos os movimentos dos planetas em elipses em torno de um Sol móvel do que se esses movimentos fossem realizados em torno de um Sol em repouso, tendo em vista a Proposição 66 do Livro 1.

Newton faz uma ressalva para o caso da ação de Júpiter sobre Saturno quando os dois planetas estão em conjunção.

> De acordo com as diferentes situações do planeta Saturno nessas conjunções, sua excentricidade é às vezes aumentada e outras vezes diminuída, o afélio às vezes é movido para frente e outras vezes porventura para trás, e o movimento médio é alternadamente acelerado e retardado[1052] (Ibid., p. 818).

Para encontrar as evidências dessas alterações, Newton buscou ajuda de John Flamsteed, que era Astrônomo Real à época[1053]. Sobre esse ponto, Cohen (1999, p. 208) comenta que:

> [...] [Q]uando Newton publicou a primeira edição dos *Principia*, ele não conhecia nenhuma evidência astronômica para sua alegação de uma perturbação do movimento de Saturno na sua conjunção com Júpiter. Vinte e seis anos depois, na segunda edição, Newton defendeu o caso ainda mais forte de que a ação de Júpiter altera o movimento de Saturno [...][1054].

[1051] "[...] if the sun were at rest and the remaining planets did not act upon one another, their orbits would be elliptical, having the sun in their common focus, and they would describe areas proportional to the times".

[1052] "According to the different situations of the planet Saturn in these conjunctions, its eccentricity is sometimes increased and at other times diminished, the aphelion sometimes is moved forward and at other times perchance drawn back, and the mean motion is alternately accelerated and retarded".

[1053] Sobre a correspondência de Newton trocada com Flamsteed acerca desse tópico, confira COHEN, 1999, pp. 206-208 e WILSON, 2016, pp. 268-269.

[1054] "[…] when Newton published the first edition of the Principia, he knew of no supporting astronomical evidence for his claim of a perturbation of Saturn's motion in its conjunction with Jupiter. Twenty-six years later, in the second edition, Newton made an even stronger case that the action of Jupiter alters the motion of Saturn [...]".

Cohen (1999, p. 209) ainda acrescenta que o texto da Proposição 13 da terceira edição é o mesmo da segunda, exceto pela substituição de alguns números apresentados.

George Smith aponta que as órbitas de Júpiter e de Saturno são quase circulares, mas devido a certos fatores – como terem diferentes inclinações e seus centros estarem deslocados –, suas interações mudam de uma conjunção para outra (Cf. Ibid., p. 211)[1055]. Não obstante, era razoável supor que os efeitos causados por essas diferenças seriam pequenos em comparação com os efeitos causados pela interação gravitacional quando os dois planetas estivessem próximos da conjunção. Nesse sentido, George Smith destaca que:

> [...] Newton poderia razoavelmente ter aproximado os efeitos de primeira ordem da interação deles ao modelar suas órbitas como círculos concêntricos. Nesse caso, o componente transradial da força de perturbação de Júpiter sobre Saturno diminui sua velocidade antes da conjunção e acelera depois dela, enquanto que a ação de Saturno sobre Júpiter aumenta sua velocidade antes da conjunção e a diminui depois dela [...][1056] (Ibid., pp. 211-212).

Newton acreditava que as irregularidades no movimento de Saturno deveriam ser definidas em relação a alguma órbita kepleriana subjacente, mas não estava claro qual. Era importante identificar as perturbações antes de definir a órbita apropriada, porque, do contrário, diferentes conclusões poderiam ser tiradas sobre os desvios da órbita.

George Smith observa que:

> [...] [T]odas as tentativas de derivar os movimentos de Saturno e Júpiter da teoria gravitacional permaneceram claramente inadequadas até Laplace descobrir a Grande Desigualdade em 1785, um século depois de Newton ter feito sua inquirição inicial para Flamsteed[1057] (Ibid., p. 215).

Newton ainda pontuou que a perturbação da órbita de Júpiter é menor do que a de Saturno. Segundo Cohen (1999, pp. 209-210), não se sabe no que Newton se baseou para fazer essa declaração. Ele também aponta que a órbita da Terra é sensivelmente perturbada pela Lua.

As Proposições seguintes tratam dos seguintes tópicos: sobre o repouso dos afélios e dos nodos das órbitas dos planetas (Proposição 14); sobre os diâmetros principais das órbitas

---

[1055] O texto de Cohen (1999) possui algumas seções que foram escritas por George Smith.

[1056] "[…] Newton could reasonably have approximated the first-order effects of their interaction by modeling their orbits as concentric circles. In this case the transradial component of the perturbational force of Jupiter on Saturn slows it down before conjunction and speeds it up afterward, while the action of Saturn on Jupiter speeds it up before conjunction and slows it down afterward […]".

[1057] "[...] all attempts to derive the motions of Saturn and Jupiter from gravitation theory remained clearly inadequate until Laplace discovered the Great Inequality in 1785, a century after Newton had made his initial inquiry to Flamsteed".

planetárias (Proposição 15); sobre as excentricidades e os afélios das órbitas planetárias (Proposição 16); sobre a uniformidade dos movimentos diurnos dos planetas e sobre a origem da libração da Lua (Proposição 17); e sobre a relação entre os eixos dos planetas e dos diâmetros que lhes são perpendiculares (Proposição 18).

Tanto na Proposição 18 quanto na 19, Newton trata sobre os diâmetros dos planetas. Como observa Guicciardini (1999, p. 91), a maior parte da discussão de Newton sobre o formato dos planetas no Livro 3 toma como base as Proposições 72 e 91 do Livro 1. Na Proposição 19, ele deseja encontrar a proporção entre o eixo de rotação de um planeta e o diâmetro que lhe é perpendicular. Newton assume que a Terra é um elipsoide de revolução. Segundo Guicciardini (1999, pp. 91-92), "essa suposição está baseada na declaração não provada segundo a qual a forma de equilíbrio de um fluido homogêneo em rotação é um elipsoide"[1058]. Guicciardini, fazendo referência a Greenberg, ainda aponta que a escolha de elipsoides estava relacionada com o conhecimento matemático disponível. "A geometria da elipse, e das superfícies geradas ao girar uma elipse em torno de um de seus eixos, era um tópico bem conhecido"[1059] (Ibid., p. 92).

Newton busca determinar se a Terra é um esferoide prolato ou oblongo. Para tanto, ele recorre à seguinte ilustração:

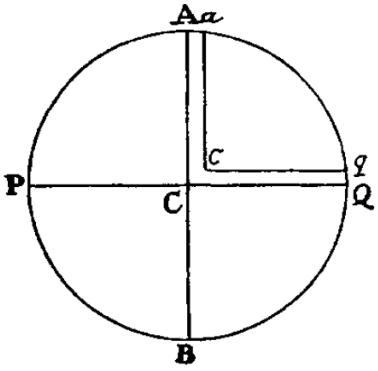

Figura 18: Ilustração da Proposição 19 do Livro 3 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 823

Esta figura ABPQ representa a Terra. A linha AB representa o equador, P e Q, os polos. A linha *ACQqca* representa um canal preenchido por água. Fazendo uso do princípio de equilíbrio das colunas, que implica que as colunas devem manter um equilíbrio no centro da Terra, Newton tenta estabelecer quais devem ser as dimensões dos braços do canal para

[1058] "This assumption is based on the unproven statement according to which the form of equilibrium of a homogeneous rotating fluid is an ellipsoid".
[1059] "The geometry of the ellipse, and of surfaces generated by rotating an ellipse around one of its axes, was a well-known topic".

produzir um equilíbrio entre as forças gravitacionais exercidas sobre eles e a rotação do planeta. Após uma série de cálculos[1060], ele conclui que:

> [...] [S]e a força centrífuga de cada parte do braço AC*ca*[1061] (força que surge do movimento diurno) estivesse para o peso da mesma parte como 4 para 505, de modo que ela retirasse quatro partes do peso de cada parte (supondo-o como dividido em 505 partes), os pesos permaneceriam iguais em cada braço, e, portanto, o fluido permaneceria em repouso em equilíbrio[1062] (NEWTON, 1999, p. 824).

Ele observa, entretanto, que a força centrífuga de cada parte está para o peso da mesma parte como 1 para 289, ou seja, a força centrífuga é $\frac{1}{289}$ partes do peso, não $\frac{4}{505}$. Como comenta Cohen (1999, p. 234), este último resultado deveria ser o valor obtido, tendo em vista que os cálculos foram baseados no Corolário 3 da Proposição 91 do Livro 1. Após algumas considerações, Newton (1999, p. 824) conclui que:

> [...] [O] diâmetro da Terra no equador está para seu diâmetro de polo a polo como 230 para 229. E assim, como o semidiâmetro médio da Terra, segundo a medida de Picard, é 19615800 pés de Paris, ou 3923,16 milhas (supondo que uma milha seja 5000 pés), a Terra será 85472 pés ou $17^{1}/_{10}$ milhas mais alta no equador do que nos polos. E sua altura no equador será em torno de 19658600 pés, e nos polos será em torno de 19573000 pés[1063].

Assim, ele conclui que o formato da Terra seja de um esferoide oblato, isto é, uma esfera com um achatamento nos polos ou um abaulamento no equador. Esse formato decorreria da rotação de uma elipse em seu eixo menor. Para além do efeito de rotação da Terra, também existe o efeito da força gravitacional exercida pelas partículas que compõem nosso planeta.

Newton (1999, p. 825) também considera o caso de Júpiter[1064], alegando que "[...] o diâmetro de Júpiter tomado de leste a oeste está para seu diâmetro entre os polos muito

---

[1060] Uma exposição dos cálculos utilizados da Proposição 19 pode ser encontrada em CHANDRASEKHAR, 1995, pp. 384-393.

[1061] Este braço corresponde ao raio equatorial.

[1062] "[…] if the centrifugal force of each part of the leg AC*ca* (which force arises from the daily motion) had been to the weight of the same part as 4 to 505, so that it would take away four parts from the weight of each part (supposing it to be divided into 505 parts), the weights would remain equal in each leg, and therefore the fluid would stay at rest in equilibrium".

[1063] "[…] the diameter of the earth at the equator is to its diameter through the poles as 230 to 229. And thus, since the mean semidiameter of the earth, according to Picard's measurement, is 19,615,800 Paris feet, or 3,923.16 miles (supposing a mile to be 5,000 feet), the earth will be 85,472 feet or $17^{1}/_{10}$ miles higher at the equator than at the poles. And its height at the equator will be about 19,658,600 feet, and at the poles will be about 19,573,000 feet".

[1064] A forma como Newton aborda o caso de Júpiter nesta Proposição passou por várias alterações nas três edições dos *Principia*. Para uma discussão detalhada dessas alterações, confira COHEN, 1999, pp. 234-236.

aproximadamente como $10^{1}/_{3}$ para $9^{1}/_{3}$"[1065]. Ele afirma que seu argumento está baseado na hipótese de que o *corpo de Júpiter* é uniformemente denso. Ele ainda acrescenta que "[...] se seu corpo é mais denso no plano do equador do que no dos polos, seus diâmetros podem estar um para o outro como 12 para 11, ou 13 para 12, ou mesmo 14 para 13"[1066] (Ibid., p. 825). Cohen (1999, p. 235) destaca que este valor para a elipticidade é menor do que o apresentado anteriormente ($10^{1}/_{3}$ para $9^{1}/_{3}$). Newton especifica que "[...] Cassini observou no ano de 1691 que o diâmetro de Júpiter que se estende de leste a oeste excederia seu outro diâmetro em torno de uma décima quinta parte do seu valor"[1067] (NEWTON, 1999, p. 825). Ele ainda acrescenta uma tabela contendo os resultados de observações dos diâmetros de Júpiter que tinham sido recentemente realizadas por James Pound.

Nos últimos dois parágrafos da Proposição 19, Newton afirma que sua teoria está de acordo com os fenômenos, tendo em vista os dados de Cassini e de Pound. Chama atenção sua observação de que "[...] os planetas estão mais expostos ao calor da luz solar nos seus equadores e, como resultado, são de alguma forma mais completamente aquecidos[1068] ali do que em direção aos polos"[1069] (Ibid., p. 826). Segundo Cohen (1999, p. 236), essa declaração causou confusão entre os leitores de Newton. O motivo se deve ao verbo utilizado em latim, a saber, "*decoquuntur*" (do verbo *decoquo, is, ere, coxi, coctum*), que significa cozer. Os diferentes tradutores da obra ao longo do tempo assumiram que com esse termo Newton estava dizendo que a intensidade do calor solar nos equadores dos planetas faz a matéria deles aumentar sua densidade. Como a matéria tende a se expandir ao ser aquecida, sua alegação surpreende, posto que era de se esperar que as regiões polares fossem mais densas do que as regiões equatoriais. Sobre esse ponto, Cohen (1999, p. 236) destaca que, "[...] como Newton mostrou, se a matéria de um planeta fosse mais densa no equador do que nos polos, a elipticidade seria diminuída de modo a estar mais de acordo com os dados da tabela de Pound"[1070].

[1065] "[…] Jupiter's diameter taken from east to west is to its diameter between the poles very nearly as $10^{1}/_{3}$ to $9^{1}/_{3}$".

[1066] "[…] if its body is denser toward the plane of the equator than toward the poles, its diameters can be to each other as 12 to 11, or 13 to 12, or even 14 to 13".

[1067] "[…] Cassini observed in the year 1691 that the diameter of Jupiter extending from east to west would exceed its other diameter by about a fifteenth part of itself".

[1068] Na tradução portuguesa dos *Principia*, o termo utilizado é "condensados" (Cf. NEWTON, 2017, p. 700).

[1069] "[…] the planets are more exposed to the heat of sunlight toward their equators and as a result are somewhat more thoroughly heated there than toward the poles".

[1070] "[…] as Newton has shown, if the matter of a planet were more dense at the equator than at the poles, the ellipticity would be diminished so as to accord more closely with the data in Pound's table".

Na Proposição 19, Newton demonstra que um corpo homogêneo em rotação lenta é um esferoide de pequena excentricidade. Na Proposição 20[1071], ele continua a tratar do formato da Terra, passando a considerar a variação da gravidade sobre a superfície da Terra, partindo da hipótese de que ela seja um esferoide. Ele soluciona essa questão por meio de uma generalização de seu método do canais empregado na Proposição anterior, fazendo uso, inclusive, da mesma ilustração[1072]. Para nossos fins, basta indicar que ele infere que "o aumento de peso ao ir do equador aos polos é muito aproximadamente proporcional ao seno verso de duas vezes a latitude, ou (o que é o mesmo) proporcional ao quadrado do seno da latitude"[1073] (NEWTON, 1999, p. 827). A Proposição 21 trata sobre a regressão dos pontos equinociais e sobre a inclinação do eixo da Terra, mas não a discutiremos aqui.

Antes de partirmos para a Proposição 22, trataremos primeiramente das Proposições 24, 36 e 37, onde Newton apresenta sua teoria das marés[1074]. Esta teoria decorre da teoria da gravidade. Como comenta Cohen (1999, p. 238), "se a gravidade é, de fato, uma força universal, então a gravidade deve afetar as águas nos mares assim como afeta os planetas, as luas, as maçãs e outros objetos sólidos"[1075]. Como as marés resultam da ação de forças distintas exercidas pelo Sol e pela Lua, as diferentes posições desses astros em relação aos oceanos produzirão diferentes forças resultantes.

> É imediatamente óbvio a partir do conceito de Newton que haverá vezes em que as forças solar e lunar estarão em fase e reforçarão uma a outra, e que haverá outras vezes quando as duas forças estão fora de fase e a força resultante será sua diferença. Entre esses extremos, haverá diferentes combinações dependendo das orientações relativas do Sol e da Lua[1076] (Ibid., p. 239).

Na Proposição 24, Newton (1999, p. 835, ênfase do autor) estabelece que "*o refluxo e o fluxo do mar provêm das ações do Sol e da Lua*"[1077]. Já no início da Proposição, Newton indica que seus resultados estão amparados nos Corolários 19 e 20 da Proposição 66 do Livro 1. No

[1071] A Proposição 20 passou por várias alterações nas três edições da obra. Essas alterações são apresentadas e discutidas em COHEN, 1999, pp. 237-238.
[1072] Sobre o passo a passo da solução de Newton, confira CHANDRASEKHAR, 1995, pp. 394-396.
[1073] "The increase of weight in going from the equator to the poles is very nearly as the versed sine of twice the latitude, or (which is the same) as the square of the sine of the latitude".
[1074] Para uma análise dos cálculos empregados por Newton na sua teoria das marés, confira CHANDRASEKHAR, 1995, pp. 399-418.
[1075] "If gravity is, indeed, a universal force, then gravity must affect the waters in the seas as well as planets, moons, apples, and other solid objects".
[1076] "It is at once obvious from Newton's concept that there will be times when the solar and lunar forces will be in phase and reinforce each other, and that there will be other times when the two are out of phase and the resulting force will be their difference. Between these extremes, there will be different combinations depending on the relative orientations of sun and moon".
[1077] "*The ebb and flow of the sea arise from the actions of the sun and moon*".

Corolário 19 da Proposição 66 do Livro 1, Newton considera um caso no qual um corpo central tenha um satélite orbitando-o. Esse corpo central é composto de uma matéria não fluida, mas contém também um canal, em toda volta de seu perímetro, contendo água. Além disso, o corpo central gira em torno de seu próprio eixo com o mesmo movimento periódico. Considerando que esse corpo gira em torno do Sol, a água nele contida sofrerá uma ação gravitacional tanto do satélite quanto dele. No Corolário 20 da Proposição 66 do Livro 1, por sua vez, ele considera o caso em que um corpo central tenha suas regiões equatoriais um pouco mais altas do que os polos ou cuja matéria seja um pouco mais densa. Tendo em vista esses dois Corolários, ele afirma que é claro que "[...] o mar deveria ascender duas vezes e descer duas vezes todo dia, tanto lunar quanto solar, e que a maior altura da água, nos mares profundos e abertos, deveria ocorrer menos do que seis horas após o apulso das luminárias ao meridiano de um lugar [...]"[1078] (Ibid., p. 835).

Embora o Sol e a Lua exerçam forças separadas sobre as águas dos mares, a combinação delas resulta em um único movimento. Não obstante, os efeitos que as forças lunar e solar provocam sobre os mares variam a depender de suas posições. Segundo Newton (1999, p. 835):

> Na conjunção ou na oposição das luminárias, seus efeitos serão combinados, e o resultado será a maior vazante e fluxo. Nas quadraturas, o Sol levantará a água enquanto que a Lua a deprime e deprimirá a água enquanto que a Lua a levanta; e a maré mais baixa de todas surgirá da diferença entre esses dois efeitos[1079].

Newton ainda defende que, "como mostra a experiência", o efeito que a Lua exerce sobre os mares é maior do que o do Sol. Newton considera outros efeitos provocados por outras disposições do Sol e da Lua, mas ele enfatiza que ocorrem no mar aberto. "Pois nas fozes dos rios, as marés mais altas, as outras coisas sendo iguais, chegarão aos seus picos depois"[1080] (Ibid., p. 836). Entre outros fatores relativos às "luminárias" que são considerados estão a distância delas à Terra, a declinação ou distância do equador da luminária e da latitude dos lugares (Cf. Ibid., pp. 836-837).

Embora a teoria de Newton apresentasse explicações satisfatórias para algumas das principais características das marés, ela não conseguia explicar outras. Cohen (1999, p. 240)

[1078] "[…] the sea should twice rise and twice fall in every day, lunar as well as solar, and also that the greatest height of the water, in deep and open seas, should occur less than six hours after the appulse of the luminaries to the meridian of a place […]".

[1079] "In the conjunction or the opposition of the luminaries their effects will be combined, and the result will be the greatest ebb and flow. In the quadratures the sun will raise the water while the moon depresses it and will depress the water while the moon raises it; and the lowest tide of all will arise from the difference between these two effects".

[1080] "For in the mouths of rivers the higher tides, other things being equal, will come to their peaks later".

indica, por exemplo, que "[...] ela não conseguia explicar adequadamente as partidas observadas de duas marés por dia, nem conseguia realmente prever o momento de ocorrência de uma maré alta em todo dado local ou a altura de uma determinada maré"[1081]. Como comenta Cohen (1999, p. 240), não basta realizar uma análise das forças gravitacionais envolvidas nas marés. É preciso considerar outros aspectos evolvidos, como os efeitos da rotação da Terra.

Newton (1999, p. 838) destaca que existem casos nos quais:

> [...] [P]ode acontecer de uma maré ser propagada do oceano através de diferentes canais ao mesmo porto e passar mais rapidamente através de alguns canais do que através de outros; nesse caso, a mesma maré, dividida em duas ou mais marés que chegam sucessivamente, pode compor novos movimentos de diferentes tipos[1082].

Newton (1999, pp. 838-839) também discute como a posição da Lua em relação ao equador pode causar diferentes combinações de marés nos canais. É a partir dessa discussão que ele busca justificar os fenômenos relatados no porto de Batsha, no atual Vietnã.

> Lá, a água mantém-se em repouso no dia que segue o trânsito da Lua sobre o equador; então, quando Lua declina para o norte, a água começa a vazar e a fluir – não duas vezes, como em outros portos, mas apenas uma vez a cada dia; e a maré cheia ocorre ao pôr da Lua, e a maré baixa mais acentuada ao seu nascer. Essa maré cheia aumenta com a declinação da Lua até o sétimo ou oitavo dia; então, durante os próximos sete dias, ela diminui no mesmo ritmo que ela tinha aumentado anteriormente. E quando a Lua muda sua inclinação, a enchente cessa e é então transformada em uma vazante. Pois, depois disso, a maré baixa ocorre com o pôr da Lua e a maré alta ao seu nascer, até que a Lua altere novamente sua declinação[1083] (Ibid., p. 839).

Cohen (1999, p. 242) aponta que, embora a explicação de Newton para as marés no porto de Batsha fosse notável, ele não tinha conhecimento das várias forças envolvidas nelas, nem dos diferentes tipos de repostas a tais forças por parte dos diferentes corpos d'água. Nesse sentido, Cohen esclarece que hoje são reconhecidas três classes gerais de forças do Sol e da Lua que produzem as marés.

[1081] "[…] it could not adequately explain the observed departures from two tides per day, nor could it actually predict either the time of occurrence of a high tide at every given location or the height of some designated tide".

[1082] "[…] it can happen that a tide is propagated from the ocean through different channels to the same harbor and passes more quickly through some channels than through others; in this case the same tide, divided into two or more tides arriving successively, can compose new motions of different kinds".

[1083] "There the water stays still on the day following the transit of the moon over the equator; then, when the moon declines toward the north, the water begins to ebb and flow—not twice, as in other harbors, but only once every day; and the flood tide occurs at the setting of the moon, and the greatest ebb tide at its rising. This flood tide increases with the declination of the moon until the seventh or eighth day; then during the next seven days it decreases at the same rate at which it had previously increased. And when the moon changes its declination, the flood ceases and is then turned into an ebb. For thereafter the ebb tide occurs at the setting of the moon and the flood tide at its rising, until the moon again changes its declination".

> Essas forças são distribuídas sobre a superfície da Terra de modo regular, variando com a latitude, mas a resposta de qualquer mar particular a elas depende de suas próprias características físicas ou geográficas. Isto é, cada corpo de água tem um período natural de oscilação que é uma função de seu comprimento e profundidade e em conformidade responderá primariamente àquela força de maré cujo período mais se aproximar de seu próprio período natural[1084] (Ibid., p. 242).

Nas Proposições 36, Newton trata da força do Sol sobre as marés, ao passo que na Proposição 37 ele trata da força da Lua sobre as marés. No caso da força do Sol, ele apresenta os valores quando o Sol está no zênite à distância média da Terra, fazendo uso da seguinte ilustração:

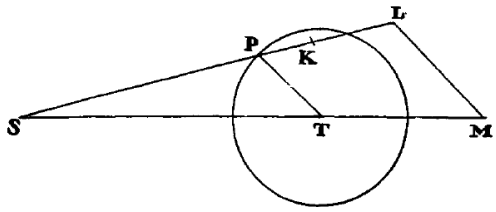

Figura 19: Ilustração da Proposição 36 do Livro 3 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 874

Segundo Newton (1999, p. 874):

> A força do Sol ML ou PT para perturbar os movimentos da Lua, nas quadraturas da Lua, estava (pela prop. 25 deste livro 3) para a força de gravidade aqui na Terra como 1 para 638092,6. E a força TM – LN ou 2PK nas sizígias da Lua é duas vezes maior. Agora essas forças, na descida para a superfície da Terra, são diminuídas na razão das distâncias ao centro da Terra, isto é, na razão de $60^{1/2}$ para 1; e assim a primeira força na superfície da Terra está para a força de gravidade como 1 para 38604600. Por esta força, o mar é deprimido em lugares que estão a 90 graus distantes do Sol. Pela outra força, que é duas vezes maior, o mar é elevado tanto na região diretamente abaixo do Sol quanto na região oposta ao Sol. A soma dessas forças está para a força de gravidade como 1 para 12868200. E como a mesma força provoca o mesmo movimento [...], essa soma será a força total do Sol para agitar o mar, e terá o mesmo efeito como se a totalidade elevasse o mar em regiões sob o Sol e opostas a ele e não exercesse ação alguma nas regiões que são 90 graus distante do Sol[1085].

[1084] "These forces are distributed over the surface of the earth in a rather regular way, varying with the latitude, but the response to them of any particular sea depends on its own physical or geographical features. That is, each body of water has a natural period of oscillation which is a function of its length and depth and accordingly will respond primarily to that tidal force whose period most closely approximates its own natural period".

[1085] "The sun's force ML or PT to perturb the motions of the moon, in the moon's quadratures, was (by prop. 25 of this book 3) to the force of gravity here on earth as 1 to 638,092.6. And the force TM — LN or 2PK in the moon's syzygies is twice as great. Now these forces, in the descent to the surface of the earth, are diminished in the ratio of the distances from the center of the earth, that is, in the ratio $60^{1/2}$ to 1; and so the first force on the surface of the earth is to the force of gravity as 1 to 38,604,600. By this force the sea is depressed in places that are 90 degrees distant from the sun. By the other force, which is twice as great, the sea is elevated both in the region directly under the sun and in the region opposite to the sun. The sum of these forces is to the force of gravity as 1 to 12,868,200. And since the same force arouses the same motion […], this sum will be the total force of the sun to agitate the sea, and it will have the same effect as if all of it elevated the sea in regions under the sun and opposite it and had no action at all in regions that are 90 degrees distant from the sun".

Quando o Sol se encontra em outras posições diferentes do zênite, "[...] a força para levantar o mar é diretamente proporcional ao seno verso do dobro da altitude do Sol acima do horizonte do lugar e inversamente proporcional ao cubo da distância do Sol à Terra"[1086] (Ibid., p. 874).

Quanto ao caso da força da Lua, Newton observa que que podemos descobri-la tendo em vista sua proporcionalidade em relação à força do Sol. Por sua vez, esta proporção pode ser determinada através da proporção dos movimentos do mar decorrentes dessas forças. Sendo assim, Newton, amparando-se nas observações de Samuel Sturmy, compara as marés mais altas e as mais baixas da foz do rio Avon. Na primavera e no outono, a altura da maré cheia, na conjunção e na oposição do Sol e da Lua – ou seja, quando ocorre a soma das duas forças –, é de aproximadamente 45 pés, enquanto que nas quadraturas – quando se subtrai as duas forças – a altura é de 25 pés. Sendo assim, assumindo que S seja a força do Sol e L seja a força da Lua, então "[...] L + S estarão para L – S como 45 para 25, ou 9 para 5"[1087] (Ibid., p. 875).

Após apresentar o caso da foz do rio Avon e o do porto de Plymouth, Newton (1999, p. 876) observa que:

> [...] [P]or causa dos movimentos recíprocos das águas, as maiores marés não ocorrem nas sizígias das luminárias, mas (como foi dito anteriormente) são as terceiras após as sizígias ou seguem-se logo após o terceiro apulso da Lua ao meridiano do lugar após as sizígias, ou, antes, (como é notado por Sturmy), são as terceiras após o dia da lua nova ou da lua cheia, ou após aproximadamente a décima segunda hora da lua nova ou da lua cheia, e assim ocorrem aproximadamente a quadragésima terceira hora da lua nova ou da lua cheia[1088].

A declinação da Lua em relação ao equador também é outro fator que diminui sua força.

> Pois a Lua nas quadraturas, ou, antes, a $18^{1}/_{2}$ graus depois das quadraturas, está em uma declinação de aproximadamente 22º13'. E a força de qualquer luminária para mover o mar é diminuída quando aquela luminária está declinando do equador, e diminuída muito aproximadamente como o quadrado do cosseno da declinação. E, portanto, a força da Lua nessas quadraturas é de apenas 0,8570327L. Logo, L + 0,7986355S está para 0,8570327L – 0,7986355S como 9 para 5[1089] (Ibid., p. 876).

[1086] "[…] the force for raising the sea is directly as the versed sine of twice the altitude of the sun above the horizon of the place and inversely as the cube of the distance of the sun from the earth".

[1087] "[...] L + S will be to L — S as 45 to 25, or 9 to 5".

[1088] "[…] because of the reciprocating motions of the waters, the greatest tides do not occur at the syzygies of the luminaries but (as has been said earlier) are the third ones after the syzygies or follow next after the moon's third appulse to the meridian of the place after the syzygies, or rather (as is noted by Sturmy) are the third ones after the day of the new moon or full moon, or after approximately the twelfth hour from the new moon or full moon, and so occur at approximately the forty-third hour from the new moon or full moon".

[1089] "For the moon in the quadratures, or rather at $18^{1}/_{2}$ degrees beyond the quadratures, is in a declination of approximately 22° 13'. And the force of either luminary to move the sea is diminished when that luminary is declining from the equator, and diminished very nearly as the square of the cosine of the declination. And therefore

Ao final da Proposição 37, Newton (1999, p. 877) dá ênfase a um último fator:

> [...] [A]s forças da Lua para mover o mar são inversamente proporcionais aos cubos das distâncias; e assim as forças nas maiores e menores dessas distâncias estão para a força na distância média como 0,9830427 e 1,017522 para 1. Consequentemente, 1,017522L + 0,7986355S estará para 0,9830427 X 0,8570327L – 0,7986355S como 9 para 5; e S estará para L como 1 para 4,4815. Portanto, como a força do Sol está para a força de gravidade como 1 para 12868200, a força da Lua estará para a força de gravidade como 1 para 2871400[1090].

A Proposição 37 é seguida de 10 Corolários[1091]. No Corolário 1, são apresentados exemplos de fenômenos nos mares que estão de acordo com a teoria de Newton sobre as marés, mas também são apresentadas algumas exceções que decorrem das características particulares de alguns portos e estreitos. No Corolário 2, Newton (1999, p. 878) afirma que:

> Como a força da Lua para mover o mar está para a força de gravidade como 1 para 2871400, é evidente que essa força é muito menor do que pode ser percebido em experimentos com pêndulos ou em quaisquer experimentos estáticos ou hidrostáticos. É apenas nas marés do mar que essa força produz um efeito sensível[1092].

Já no início do Corolário 3, Newton defende que a força da Lua para mover o mar está para a semelhante força do Sol como 4,4815 para 1, entretanto Cohen (1999, p. 243) aponta que o valor aceito hoje é de 2,18 para 1. Trata-se de uma margem de erro considerável, que leva a uma série de imprecisões nos Corolários seguintes, como na determinação da massa e da densidade da Lua. Newton também recorre ao Corolário 14 da Proposição 66 do Livro 1, que lhe permite inferir que as forças do Sol e da Lua são proporcionais às densidades dos corpos desses astros e ao cubo dos seus diâmetros aparentes. Sendo assim, "[...] a densidade da Lua estará para a densidade do Sol na razão direta de 4,4815 para 1 e na razão inversa do cubo do diâmetro da Lua para o cubo do diâmetro do Sol [...]"[1093] (NEWTON, 1999, p. 878).

---

the force of the moon in these quadratures is only 0.8570327L. Therefore L + 0.7986355S is to 0.8570327L - 0.7986355S as 9 to 5".

[1090] "[…] the forces of the moon to move the sea are as the cubes of the distances inversely; and thus the forces at the greatest and least of these distances are to the force at the mean distance as 0.9830427 and 1.017522 to 1. Hence 1.017522L + 0.7986355S will be to 0.9830427 x 0.8570327L - 0.7986355S as 9 to 5; and S will be to L as 1 to 4.4815. Therefore, since the force of the sun is to the force of gravity as 1 to 12,868,200, the force of the moon will be to the force of gravity as 1 to 2,871,400".

[1091] Na primeira edição dos *Principia*, só havia cinco Corolários. Os Corolários 6,7 e 8 foram adicionados na segunda edição e os Corolários 9 e 10 foram adicionados na terceira (Cf. COHEN, 1999, p. 243).

[1092] "Since the force of the moon to move the sea is to the force of gravity as 1 to 2,871,400, it is evident that this force is far smaller than what can be perceived in experiments with pendulums or in any statical or hydrostatical experiments. It is only in the tides of the sea that this force produces a sensible effect".

[1093] "[…] the density of the moon will be to the density of the sun as 4.4815 to 1 directly and as the cube of the diameter of the moon to the cube of the diameter of the sun inversely […]".

Considerando que os diâmetros aparentes da Lua e do Sol são 31'16½" e 32'12", então a densidade da Lua estará para a do Sol como 4891 para 1000, como Cohen (1999, p. 244) apresenta no seguinte cálculo:

$$\frac{densidade\ da\ Lua}{densidade\ do\ Sol} = \frac{4{,}4815}{1} \text{ X } \frac{(32'12")^3}{(31'16½")^3} = \frac{4891}{1000}$$

Ao final do Corolário, Newton (1999, p. 878) conclui que, "agora, a densidade do Sol estava para a densidade da Terra como 1000 para 4000 e, portanto, a densidade da Lua está para a densidade da Terra como 4891 para 4000, ou 11 para 9. Logo, o corpo da Lua é mais denso e mais terreno do que nossa Terra"[1094].

No Corolário 4, Newton estabelece que a massa da Lua está para a massa da Terra como 1 para 39,788, tendo em vista que ele assume que o verdadeiro diâmetro da Lua está para o verdadeiro diâmetro da Terra como 100 para 365. Considerando os resultados obtidos até aqui, na Proposição 5, Newton (1999, p. 879) conclui que "[...] a gravidade aceleradora na superfície da Lua será por volta de três vezes menor do que a gravidade aceleradora na superfície da Terra"[1095]. Esses resultados numéricos[1096] apresentados por Newton estão equivocados, como foi observado anteriormente. Isso se deve, como aponta Cohen (1999, p. 244), à incorporação do erro nas densidades relativas do Sol e da Terra, ao erro na determinação da força de maré da Lua, que produz o erro na sua massa, e à razão da massa da Lua para a massa da Terra de 1 para 39,788. Como comparação, a tradução portuguesa dos *Principia* traz os seguintes dados atualizados na nota de rodapé 54:

> De acordo com o *Oxford Dictionary of Astronomy*, a densidade média da Lua é 3.35 g/cm^3, a densidade média da Terra é 5.52 g/cm^3; a massa da Lua é 7.348 X 10^{22} kg e a da Terra 5.974 X 10^{24} kg; portanto a massa da Lua está para a massa da Terra como 1 para 81 (NEWTON, 2017, p. 789).

O Corolário 6 estabelece que "[…] a distância do centro da Lua ao centro da Terra estará para a distância do centro da Lua ao comum centro de gravidade da Terra e da Lua como 40,788

[1094] "Now, the density of the sun was to the density of the earth as 1,000 to 4,000, and therefore the density of the moon is to the density of the earth as 4,891 to 4,000, or 11 to 9. Therefore the body of the moon is denser and more earthy than our earth".

[1095] "[…] the accelerative gravity on the surface of the moon will be about three times smaller than the accelerative gravity on the surface of the earth".

[1096] Para uma comparação entre os valores apresentados nas três edições dos *Principia*, confira COHEN, 1999, pp. 245-246.

para 39,788"[1097] (Id., 1999, p. 879). Newton é capaz de encontrar o valor para o centro de gravidade entre a Terra e a Lua graças aos valores obtidos para suas massas relativas anteriormente. Cohen (1999, p. 244) aponta que, "devido ao valor falho para a massa da Lua relativa à massa da Terra, Newton comete um erro sério ao determinar o centro de gravidade do sistema Terra-Lua"[1098]. Cohen ainda acrescenta que o centro de gravidade desse sistema está localizado, na verdade, dentro do corpo da Terra, a aproximadamente um quarto de seu raio, abaixo de sua superfície. Pelos números obtidos por Newton, o centro de gravidade do sistema Terra-Lua estaria fora da Terra.

No Corolário 7, Newton vai apresentar um *segundo* teste da Lua, posto que na Proposição 4 do Livro 3 ele já tinha apresentado um tal teste. O teste consiste em calcular quão distante a Lua "cairia" para o centro de sua órbita no tempo de um minuto, considerando que a ação da força que a mantém em órbita não fosse alterada, mas ela fosse desprovida do componente de seu movimento que a faz seguir adiante. Esse teste é mais refinado e preciso do que aquele apresentado na Proposição 4. O resultado final é de 14,8538667 pés de Paris.

Logo em seguida, Newton considera a questão de qual seria a distância que um corpo pesado em queda percorreria em um segundo na superfície da Terra. Ele assume que a queda de um corpo pesado na Terra é proporcional ao inverso do quadrado das distâncias. Ele apresenta seus resultados nos seguintes termos:

> [...] [À] distância de 19615800 pés (que é o semidiâmetro médio da Terra), um corpo pesado em queda descreverá – no tempo de um segundo – 15,11175 pés, ou 15 pés, 1 polegada e $4^{1}/_{11}$ linhas. Isso será a descida de corpos na latitude de 45 graus. E pela tabela precedente, apresentada na prop. 20, a queda será um pouco maior na latitude de Paris em cerca de $^{2}/_{3}$ de linha. Portanto, por essa computação, corpos pesados caindo em um vácuo na latitude de Paris descreverão – no tempo de um segundo – aproximadamente 15 pés de Paris, 1 polegada e $4^{25}/_{33}$ linhas[1099] (NEWTON, 1999, pp. 879-880).

Cohen (1999, p. 245) comenta que existe uma boa concordância entre os valores observados e os previstos por Newton, embora seu erro no valor para a massa da Lua seja

---

[1097] "[…] the distance of the center of the moon from the center of the earth will be to the distance of the center of the moon from the common center of gravity of the earth and the moon as 40.788 to 39.788".

[1098] "Because of the faulty value for the moon's mass relative to the earth's, Newton makes a serious error in determining the center of gravity of the earth-moon system".

[1099] "[…] at a distance of 19,615,800 feet (which is the mean semidiameter of the earth), a heavy body in falling will describe—in the time of one second—15.11175 feet, or 15 feet 1 inch and $4^{1}/_{11}$ lines. This will be the descent of bodies at a latitude of 45 degrees. And by the foregoing table, presented in prop. 20, the descent will be a little greater at the latitude of Paris by about $^{2}/_{3}$ of a line. Therefore, by this computation, heavy bodies falling in a vacuum at the latitude of Paris will—in the time of one second—describe approximately 15 Paris feet 1 inch and $4^{25}/_{33}$ lines".

considerável. Tal concordância, apesar dos dados imprecisos, seria explicada por alguns ajustes que teriam sido realizados. Nesse sentido, Cohen (1999, p. 245) indica um artigo de R. S. Westfall, no qual este autor teria apresentado "evidências convincentes" de que Newton teria começado pelo seu resultado, procedendo, então, de trás para frente.

Após termos analisado a teoria das marés de Newton, podemos partir para sua teoria dos movimentos da Lua. Segundo George Smith, na época em que Newton começou a escrever os *Principia*, o nível de precisão das descrições matemáticas para os movimentos da Lua estava muito abaixo do nível de precisão das descrições para os movimentos dos planetas:

> A precisão impressionante que a teoria orbital de Kepler, e as variantes dela, tinha alcançado no caso dos planetas não tinha sido correspondida no caso da Lua. O problema de elaborar mesmo que uma explicação *descritiva* do movimento da Lua que previsse suas localizações observadas com uma precisão comparável àquela que tinha sido alcançada para os outros corpos celestiais ainda permanecia sem solução[1100] (Ibid., p. 257, ênfase do autor).

Deve-se ter em mente que as variações nos movimentos da Lua são mais perceptíveis a olho nu, ou através dos telescópios do século XVII, do que as variações nos movimentos dos planetas, que exigem observações por maiores períodos de tempo e o uso de telescópios mais sofisticados do que estavam disponíveis naquela época. Sendo assim, havia o desafio de descrever os movimentos da Lua com o nível de precisão semelhante ao que Kepler e outros astrônomos posteriores tinham alcançado para o caso dos planetas. O desafio se impunha principalmente a Newton, considerando que as observações de Kepler para os movimentos dos corpos celestes, incluindo a Lua, estavam na base de sua teoria da gravitação. Portanto, as anomalias nos movimentos da Lua também precisavam ser explicadas, ou, de outra forma, elas poderiam erodir sua teoria. Trata-se de um desafio complexo, que demorou muitos anos para ser solucionado. Como destaca George Smith, "a primeira solução completa para esse problema, a teoria de Hill-Brown, desenvolvida de 1877 a 1919, envolve em torno de mil e quinhentos termos separados"[1101] (Ibid., p. 252).

De acordo com George Smith (Cf. Ibid., p. 253), na época de Newton, quatro anomalias (ou "desigualdades") na longitude da Lua eram conhecidas. A primeira delas, chamada *primeira desigualdade*, era descrita em termos da rotação da linha das apsides em uma órbita excêntrica.

[1100] "The impressive accuracy that Kepler's orbital theory, and variants of it, had achieved in the case of the planets had not been matched in the case of the moon. The problem of devising even so much as a *descriptive* account of the motion of the moon that predicted its observed locations with an accuracy comparable to what had been achieved for other celestial bodies was still unsolved".

[1101] "The first full solution to this problem, the Hill-Brown theory developed from 1877 to 1919, involves some fifteen hundred separate terms".

A *segunda desigualdade*[1102] era a combinação de uma variação mensal na excentricidade e uma flutuação, que ocorria duas vezes por mês, no movimento da linha das apsides. Segundo George Smith, "essa desigualdade aparentemente surge de um deslocamento sistemático da órbita lunar que não altera o formato da órbita em si"[1103] (Ibid., p. 254). A terceira desigualdade era chamada de *variação*. Trata-se de duas pequenas anomalias na longitude, uma flutuação na velocidade, que ocorre duas vezes por mês, na qual a Lua aumenta sua velocidade nas sizígias e a diminui nas quadraturas[1104]. Por fim, a *equação anual*, uma flutuação anual na velocidade.

Antes de Newton, quem produziu o melhor modelo cinemático para a Lua foi Jeremiah Horrocks[1105]. Wilson (2016, p. 270) observa que "a teoria horrocksiana foi a primeira teoria lunar a admitir de forma direta uma análise newtoniana em termos de forças"[1106]. De acordo com George Smith:

> Ele [Horrocks] usou uma elipse kepleriana, com o movimento governado pela regra da área. O centro da elipse, entretanto, revolvia em um pequeno círculo, produzindo oscilações de 6,75-mês tanto na excentricidade quanto na posição da linha das apsides relativas à sua posição média de precessão[1107] (COHEN, 1999, p. 254).

Newton considerava que a teoria de Horrocks estava basicamente correta, tendo inclusive adotado o valor de 6,75-mês para tratar da segunda desigualdade, buscando explicar como o Sol seria capaz de produzi-la no Corolário 9 da Proposição 66 do Livro 1 (Cf. Ibid., pp. 254-255).

Newton desenvolve sua teoria para os movimentos da Lua em três momentos nos *Principia*. O primeiro deles consiste nas Proposições 43-45 da Seção 9 do Livro 1; o segundo consiste na Proposição 66 do Livro 1; e o terceiro, nas Proposições 22, 25-35 do Livro 3. Na Seção 9 do Livro 1, Newton trata da seguinte questão: considerando que um corpo se move em uma órbita estacionária por meio de uma força centrípeta, qual outra força centrípeta deve ser sobreposta para fazer o corpo se mover em uma órbita que revolve de forma idêntica. Nas

---

[1102] Boulliau chamou essa desigualdade de "evecção". No entanto, hoje, a teoria da evecção se refere a outro fenômeno, a saber, "a uma desigualdade na longitude que resulta de uma variação na excentricidade de período de 31,8 dias, ao qual está associado uma flutuação no movimento da linha das apsides" (COHEN, 1999, p. 254, tradução nossa).

[1103] "This inequality seems to arise from some systematic displacement of the lunar orbit that does not change the shape of the orbit itself".

[1104] Confira também a nota de rodapé 26 em NEWTON, 2017, p. 709.

[1105] Segundo Wilson (2016, p. 270), a teoria lunar de Horrocks foi publicada pela primeira vez em 1672, sendo republicada em 1681 com as constantes revisadas de Flamsteed.

[1106] "The Horrocksian theory was the first lunar theory to admit in a direct way of a Newtonian analysis in terms of forces".

[1107] "He used a Keplerian ellipse, with motion governed by the area rule. The center of the ellipse, however, revolved on a small circle, producing 6.75-month oscillations both in the eccentricity and in the position of the line of apsides relative to its precessing mean position".

Proposições 43 e 44 dessa Seção, Newton defende que a força centrípeta sobreposta deve ser inversamente proporcional ao cubo. Na Proposição 45, ele apresenta resultados quantitativos sobre a taxa de movimento da linha das apsides para o caso de órbitas que são quase circulares. Os Corolários da Proposição 45 apresentam os valores para o caso da apside lunar. George Smith destaca que "nas primeiras duas edições, nada sequer é dito para indicar que o resultado é pertinente à Lua. Na terceira edição, entretanto, Newton adicionou uma frase conclusiva para o corolário: 'O [avanço da] apside da Lua é cerca de duas vezes mais rápido'"[1108] (Ibid., p. 258). Cohen (1999, pp. 249-250) resume o conteúdo dos dois Corolários da seguinte forma:

> No corol. 1, ele conclui que para o movimento da apside superior ser um avanço de 3º em cada revolução (que é aproximadamente o que é observado em média no movimento da Lua), a força centrípeta combinada "diminui em uma razão um pouco maior do que aquela do quadrado, mas $59^{3}/_{4}$ vezes mais próxima daquela do quadrado do que daquela do cubo". No corol. 2, ele subtrai da força do corpo em órbita uma força perturbadora que é uma função linear da distância e é menor por um fator de $\frac{1}{357{,}45}$ dela e conclui que sob essas circunstâncias o avanço da apside [superior] será por revolução 1°31'28", uma quantidade que ele nota (em um adição que aparece na terceira edição) é apenas metade do movimento da apside lunar[1109].

Sobre a Proposição 66 do Livro 1, basta destacar que Newton, nos Corolários desta Proposição, apresenta resultados qualitativos relativos à Lua e como a gravidade do Sol pode causar as várias desigualdades nos seus movimentos. Dentre eles estão, por exemplo, como a gravidade solar está relacionada com a velocidade angular da Lua, qual é a distância entre a Terra e a Lua, qual é o período orbital da Lua, qual é sua excentricidade orbital, qual é sua inclinação e quais são seus movimentos nas linhas das apsides e dos nodos.

A Proposição 22 estabelece, de maneira qualitativa, que todos os movimentos da Lua e as desigualdades em seus movimentos decorrem dos princípios que foram apresentados até então, isto é, Newton demonstra que as desigualdades da Lua resultam da diferença de variação entre as acelerações que o Sol provoca na Lua e na Terra. Ele aponta, por exemplo, que:

[1108] "In the first two editions nothing is even said to indicate that the result is pertinent to the moon. In the third edition, however, Newton added a concluding sentence to the corollary: "The [advance of the] apsis of the moon is about twice as swift".

[1109] "In corol. 1, he concludes that for motion of the upper apsis to be an advance of about 3° in each revolution (which is approximately what is observed on average in the motion of the moon), the combined centripetal force "decreases in a ratio a little greater than that of the square, but $59^{3}/_{4}$ times closer to that of the square than to that of the cube." In corol. 2, he subtracts from the force on the orbiting body a perturbing force which is a linear function of the distance and is smaller by a factor of $\frac{1}{357{,}45}$ of it and concludes that under these circumstances the advance of the apsis per revolution will be 1°31'28", a quantity which he notes (in an addition appearing in the third edition) is only one-half of the motion of the lunar apsis".

> Nossa Lua, em qualquer caso (pelo livro 1, prop. 66, corols. 2, 3, 4 e 5), move-se mais rapidamente, e por um raio traçado para a Terra, descreve uma área maior em proporção ao tempo, e tem uma órbita menos curva e, portanto, aproxima-se mais da Terra nas sizígias do que nas quadraturas, exceto na medida em que esses efeitos são entravados pelo movimento da excentricidade[1110] (NEWTON, 1999, p. 833).

Newton apresenta outras observações acerca da Lua nesta Proposição. Ele afirma, por exemplo, que a Lua no seu perigeu é mais rápida e mais próxima do nosso planeta, ao passo que no seu apogeu ela é mais lenta e mais afastada, e que o movimento médio da Lua é mais lento no periélio da Terra do que no seu afélio. Ele também trata da evecção e da oscilação da apside lunar. Ao final da Proposição, ele elenca algumas desigualdades que não foram observadas pelos antigos astrônomos e pelas quais os movimentos da Lua são perturbados, e que até então não foram reduzidas a uma regra (Cf. Ibid., pp. 833-834).

Os métodos matemáticos desenvolvidos por Newton no primeiro Livro dos *Principia* se demonstraram insuficientes para realizar previsões quantitativas precisas para os movimentos da Lua. Guicciardini (1999, p. 92) aponta, por exemplo, que "[...] a abordagem seguida na Seção 9 [do Livro 1] não permitiu uma previsão precisa do movimento do apogeu da Lua [...]. De fato, essa abordagem foi baseada na ideia de que é legítimo ignorar o componente transversal da força perturbadora do Sol"[1111]. Sendo assim, havia a necessidade de se desenvolver um novo método, que Newton desenvolve nas Proposições 25-35, onde são apresentando resultados quantitativos. De forma geral, essas Proposições tratam sobre três anomalias nos movimentos da Lua, a saber, a variação, o movimento dos nodos e a flutuação na sua inclinação. George Smith destaca que os resultados alcançados por Newton correspondem bem aos "resultados modernos", desde que se ignore os efeitos da excentricidade (Cf. COHEN, 1999, p. 256). Guicciardini (1999, p. 92), por sua vez, defende que o método de perturbação desenvolvido por Newton nessas Proposições não pode ser considerado como bem-sucedido.

Especificamente, na Proposição 25, ele trata das forças com as quais o Sol perturba os movimentos da Lua. Na Proposição 26, ele demonstra como encontrar o incremento horário (*hourly increase*) da área que a Lua descreve, por um raio traçado para a Terra, em uma órbita circular. George Smith aponta que uma leitura atenta das Proposições 25 e 26 revela de onde Newton retirou o valor 357,45 apresentado no segundo Corolário da Proposição 45 do Livro 1.

[1110] "Our moon, in any case (by book 1, prop. 66, corols. 2, 3, 4, and 5), moves more swiftly, and by a radius drawn to the earth describes an area greater for the time, and has a less curved orbit, and therefore approaches closer to the earth, in the syzygies than in the quadratures, except insofar as these effects are hindered by the motion of eccentricity".

[1111] "[…] the approach followed in Section 9 did not allow an accurate prediction of the motion of the Moon's apogee […]. In fact that approach was based on the idea that it is legitimate to ignore the transverse component of the Sun's disturbing force".

Esse valor representa "[...] o valor médio do componente radial da força solar perturbadora que afasta a Lua da Terra – precisamente o valor apropriado para usar com o intuito de computar um movimento médio da apside lunar"[1112] (COHEN, 1999, pp. 258-259). Na Proposição 27, ele demonstra como podemos estabelecer a distância entre a Terra e a Lua, tendo em vista o movimento horário desta. Na Proposição 28, ele indica como seria possível determinar os diâmetros que a órbita da Lua descreveria caso não houvesse excentricidade.

Na Proposição 29, ele trata da *variação* da Lua. Já no início da Proposição, Newton (1999, p. 846) explica que "essa desigualdade surge em parte da forma elíptica da órbita da Lua e em parte da desigualdade dos momentos da área que a Lua descreve por um raio traçado para a Terra"[1113]. Newton tinha tratado da variação nos Corolários 4 e 5 da Proposição 66 do Livro 1, mas ele desenvolve numericamente essa noção nas Proposições 26-29[1114] do Livro 3, chegando ao valor de 35'10''. Cohen (1999, p. 251) destaca que a análise de Newton da variação é um dos resultados mais aclamados de sua teoria para os movimentos da Lua. Não obstante, Wilson (2016, p. 270) destaca que seu resultado "[...] assume sem prova que o Sol tem o efeito de transformar uma órbita lunar circular idealizada em uma que possa ser aproximada por uma elipse com a Terra no centro"[1115].

Na Proposição 30, ele mostra como encontrar o movimento horário dos nodos da Lua em órbita circular, ao passo que, na Proposição 31, ele mostra como encontrar esse mesmo movimento, mas em uma órbita elíptica. Na Proposição 32, é apontado como encontrar o movimento médio dos nodos, sendo que "o movimento médio anual é a soma de todos os movimentos horários médios em um ano"[1116] (NEWTON, 1999, p. 856). Na Proposição 33, é demonstrado como encontrar o movimento verdadeiro dos nodos da Lua. A Proposição 34 trata sobre como encontrar a variação horária da inclinação da órbita lunar sobre o plano da eclíptica. Por fim, a Proposição 35 demonstra como encontrar a inclinação da órbita da Lua sobre o plano da eclíptica em um dado tempo.

A Proposição 35 ainda é seguida por um Escólio no qual Newton defende que "[...] os movimentos lunares podem ser computados de suas causas pela teoria da gravidade"[1117] (Ibid., p. 869). Newton demonstrou que o valor médio do componente radial da força solar

[1112] "[…] the mean value of the radial component of the solar perturbing force drawing the moon away from the earth—precisely the appropriate value to use in order to compute a mean motion of the lunar apsis".
[1113] "This inequality arises partly from the elliptical form of the orbit of the moon and partly from the inequality of the moments of the area that the moon describes by a radius drawn to the earth".
[1114] Sobre as alterações que a Proposição 29 sofreu nas três edições dos *Principia*, confira COHEN, 1999, p. 251.
[1115] "[…] assumes without proof that the Sun has the effect of transforming an idealized circular lunar orbit into one that can be approximated by an ellipse with the Earth at the center".
[1116] "The mean annual motion is the sum of all the mean hourly motions in a year".
[1117] "[…] the lunar motions can be computed from their causes by the theory of gravity".

perturbadora explica metade do movimento médio da apside lunar. Ele tentou apresentar uma explicação para o resto do movimento médio da apside lunar no Escólio da Proposição 35 da primeira edição dos *Principia*. George Smith reporta que, "lá, Newton indicou que as computações tinham mostrado que o apogeu lunar avança 23´ por dia quando está nas sizígias e regressa $16^{1}/_{3}´$ por dia quando está nas quadraturas, resultando em um movimento anual médio de cerca de 40 graus"[1118] (COHEN, 1999, p. 259).

No Livro 3, Newton não realiza uma análise quantitativa do movimento da apside lunar, embora nos Corolários 7-9 da Proposição 66 do Livro 1 ele proporcione uma explicação qualitativa da flutuação e do movimento médio da apside. Isso contrasta com os resultados quantitativos apresentados para o caso dos nodos, isto é, para a flutuação e o movimento médio deles. Na verdade, Newton não chega a calcular o movimento das apsides da Lua em lugar nenhum dos *Principia*. Entretanto, Cohen (1999, p. 250) alega que ele tinha inicialmente planejado fazer isso:

> Ele originalmente planejou incluir tal cálculo e até mesmo realizou uma série de tentativas de resolver o que tem sido chamado de o "mais difícil problema de teoria lunar básica", a taxa de movimento do apogeu lunar ou a apside da Lua e sua taxa média de avanço secular[1119].

Na primeira edição, Newton justificou a ausência das computações no Escólio da Proposição 35 tendo em vista que elas eram complicadas demais e não eram exatas o suficiente, tendo em vista o grande número de aproximações que ele tinha utilizado. Essas computações só se tornaram públicas na década de 1970. Segundo George Smith:

> […] [E]las parecem envolver fatores arbitrários, a única justificação aparente para tanto é que eles geram um movimento anual da apside em torno de 40 graus. Consequentemente, as computações não mostram realmente que a metade que falta do movimento da apside lunar é explicada pelo componente trasradial da força gravitacional solar que atua na Lua em uma órbita excêntrica. No máximo, elas mostram que tal explicação *pode* melhorar a questão, desde que todos os passos possam ser justificados pela teoria da gravitação[1120] (Ibid., p. 259, ênfase do autor).

[1118] "There Newton indicated that computations had shown that the lunar apogee advances 23' per day when it is in the syzygies and regresses $16^{1}/_{3}´$ per day when it is in the quadratures, resulting in a mean annual motion of about 40 degrees".

[1119] "He originally planned to include such a calculation and even made a series of attempts to solve what has been called the "most difficult problem of basic lunar theory," the rate of motion of the lunar apogee or apsis of the moon and its mean rate of secular advance".

[1120] "[…] they seem to involve arbitrary factors, the only apparent justification for which is that they yield a mean annual motion of the apsis around 40 degrees. Consequently, the computations do not really show that the missing half of the motion of the lunar apsis is accounted for by the transradial component of the solar gravitational force acting on the moon in an eccentric orbit. At most they show that such an account *may* improve matters, provided that all the steps can be justified by gravitation theory".

Como Newton não considerou seu estudo inicial do movimento da Lua como completamente satisfatório, ele continuou a trabalhar nesse tema após a publicação da primeira edição dos *Principia*. Durante a década de 1690, ele buscou aplicar sua teoria da gravitação para o caso da Lua de modo a obter valores para as irregularidades no modelo de Horrocks. Seus resultados apareceram primeiramente em um texto de 1702[1121], no qual ele emprega uma versão cinemática do modelo de Horrocks (Cf. Ibid., pp. 259-260), mas foram atualizados e reapresentados no Escólio da Proposição 35 do Livro 3 na segunda e terceira edição dos *Principia* (Cf. Ibid., p. 256). O conteúdo do Escólio da Proposição 35 da primeira edição foi retirado nas edições posteriores[1122]. Além disso, na terceira edição, Newton incluiu também uma solução independente de John Machin para o problema do movimento dos nodos da órbita da Lua.

Na segunda e terceira edição dos *Principia*, Newton não faz menção às computações mencionadas no Escólio da Proposição 35 da primeira edição. Como mencionado anteriormente, ele defende que os movimentos lunares podem ser computados de suas causas pela teoria da gravidade. Os valores apresentados no novo Escólio não são, porém, completamente baseados na sua teoria da gravitação. Nesse sentido, George Smith destaca que:

> O novo escólio dá números tanto para a pequena variação no movimento da apside lunar associada com a diferença na força solar perturbadora quando a Terra está no afélio e no periélio quanto para a grande variação associada com a diferença quando o apogeu está nas sizígias e nas quadraturas[1123] (Ibid., p. 260).

Segundo George Smith, os números para o caso da pequena variação são apenas em parte baseados nesta teoria, ao passo que os números para o caso da grande variação não são baseados de forma alguma nela (Ibid., p. 260). Deve-se destacar também que o novo Escólio da Proposição 35 não trata da derivação do movimento médio da apside lunar a partir da força perturbadora do Sol e que, ao final dele, Newton (1999, p. 874) enfatiza que "[...] os movimentos médios da Lua e de seu apogeu não foram ainda determinados com exatidão suficiente"[1124].

[1121] Segundo Wilson (2016, p. 272), Newton recebeu de Flamsteed em torno de 250 observações lunares, a base de dados mais extensa e precisa que um teórico tinha tido à disposição até então.

[1122] Sobre o Escólio da Proposição 35 da primeira edição, confira WILSON, 2016, pp. 270-271.

[1123] "The new scholium gives numbers both for the small variation in the motion of the lunar apsis associated with the difference in the solar perturbing force when the earth is at aphelion and perihelion, and for the large variation associated with the difference when the apogee is in the syzygies and the quadratures".

[1124] "[…] the mean motions of the moon and of its apogee have not as yet been determined with sufficient exactness."

George Smith considera a possibilidade de que Newton sabia do problema posto pelo movimento médio da apside lunar, mas, não tendo encontrado uma forma de solucioná-lo de maneira satisfatória, decidiu retirar as referências a ele na segunda e terceira edição dos *Principia*, no intuito de escapar de eventuais críticas de que sua teoria era prematura. George Smith, porém, alega que, mesmo se Newton tivesse escolhido suprimir o problema, ele teria deixado traços suficientes para um leitor mais competente conseguir apontá-lo (Cf. COHEN, 1999, p. 262).

Qualquer que seja o caso, era importante que a teoria da gravitação de Newton fosse capaz de explicar o movimento da apside lunar. Como aponta George Smith:

> […] [N]a medida em que o movimento médio da apside lunar não tinha sido mostrado com sucesso surgir do efeito perturbador do Sol, ou de alguma outra força externa, o argumento para a teoria da gravidade continha uma lacuna séria. Em particular, questões poderiam ser levantadas sobre se a força centrípeta é exatamente, e não apenas aproximadamente, do inverso do quadrado[1125] (Ibid., p. 262).

Euler, Clairaut e d'Alembert fizeram questionamentos nesse sentido. Não obstante, foram Clairaut e Euler que demonstraram que uma extensão da solução de Newton para o movimento da apside lunar estava de acordo com valores observados (Cf. Ibid., pp. 263-264).

É importante enfatizar também que, com sua teoria[1126], Newton foi capaz de encontrar outras desigualdades além das quatro que eram reconhecidas na sua época[1127], como destaca George Smith:

> De sua explicação dos efeitos perturbadores do Sol, Newton também identificou algumas desigualdades menores na longitude que não tinham sido notadas antes. Embora algumas delas fossem espúrias, a maioria delas eram reais. Finalmente, suas explicações da flutuação na inclinação e tanto do movimento médio quanto do variável dos nodos [...] abarcavam as principais desigualdades na latitude[1128] (Ibid., p. 255).

[1125] "[…] so long as the mean motion of the lunar apsis had not been successfully shown to arise from the perturbing effect of the sun, or from some other extraneous force, the argument for the theory of gravity contained a serious lacuna. In particular, questions could be raised about whether the centripetal force is exactly, and not just approximately, inverse-square".

[1126] Para uma análise dos cálculos empregados por Newton na sua teoria lunar, confira CHANDRASEKHAR, 1995, pp. 419-454.

[1127] Trataremos dos méritos da teoria de Newton mais detidamente no próximo capítulo.

[1128] "From his account of the perturbing effects of the sun, Newton also identified a few lesser inequalities in longitude that had not been noticed before; though a few of these were spurious, most of them were real. Finally, his accounts of the fluctuation in the inclination and of both the mean and the varying motion of the nodes […] covered the principal inequalities in latitude".

Assim como sua teoria lunar, outro tópico bastante celebrado da obra de Newton é sua explicação para a precessão dos equinócios. Newton trata especificamente deste tópico na Proposição 39 do Livro 3. A Proposição 39 fundamenta-se nos resultados alcançados nas Proposições 36-38 do Livro 3 e na Proposição 66 do Livro 1, especialmente nos Corolários 18 e 20 desta Proposição. Como já observamos, nas Proposições 36 e 37, Newton trata das forças do Sol e da Lua que produzem as marés e sobre a massa da Lua. Na Proposição 38[1129], ele explica o motivo de a Lua ter o formato de um esferoide e, no Corolário da Proposição, o motivo de a mesma face da Lua estar sempre voltada para a Terra. No Corolário 18 da Proposição 66 do Livro 1, Newton considera um cenário no qual a Terra é orbitada por vários corpos fluidos a iguais distâncias e estes corpos estão conectados uns aos outros, de modo que formam um anel. Já no Corolário 20 da Proposição 66 do Livro 1, ele considera o cenário no qual o anel de corpos torna-se rígido e a Terra é expandida até sua superfície tocar o interior do anel e aderir a ele, partilhando seu movimento.

Para além dessas Proposições, a Proposição 39 também depende dos Lemas 1, 2 e 3 e na sua "Hipótese 2"[1130], apresentados após a Proposição 38. No Lema 1, Newton faz uso da seguinte ilustração:

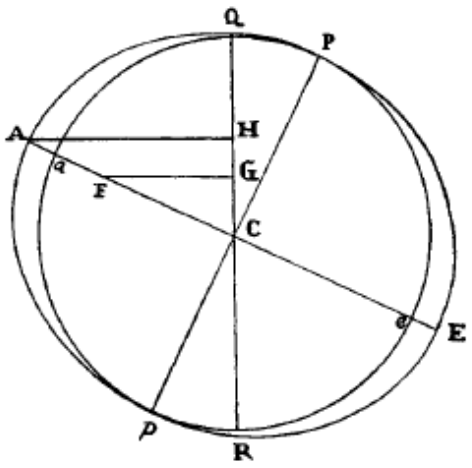

Figura 20: Ilustração do Lema 1 do Livro 3 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 882

Segundo o Lema 1:

> *Deixe que* APE*e represente a Terra, uniformemente densa, com um centro* C *e polos* P *e p e equador* AE*, e suponha que uma esfera* P*ape seja descrita com centro* C *e raio*

[1129] Sobre as alterações pelas quais as Proposições 37 e 38 passaram nas edições dos *Principia*, confira COHEN, 1999, p. 266.

[1130] Na primeira edição, a Hipótese 2 era chamada de "Lema 3". Cohen (1999, p. 267) defende que o fato de Newton ter alterado a designação pode ser entendido como uma forma de admitir que ele foi incapaz de apresentar uma prova para a proposição.

> CP. *Deixe que* QR *seja o plano no qual uma linha reta traçada do centro do Sol ao centro da Terra seja perpendicular. Então, se as partículas individuais de toda a Terra exterior* P*ap*AP*ep*E*, que está mais alta do que a esfera que acabou de ser descrita, tentam se afastar em ambas as direções do plano* QR*, e a tentativa de cada partícula é proporcional à sua distância do plano, eu digo, em primeiro lugar, que a força e a eficácia total de todas as partículas situadas no círculo do equador* AE *(dispostas uniformemente fora do globo, na forma de um anel circundando completamente aquele globo) de girar a Terra em torno de seu centro estará para a força e eficácia total do mesmo número de partículas localizadas no ponto* A *do equador (que está mais distante do plano* QR*) para mover a Terra com um movimento circular similar em torno de seu centro como 1 está para 2. E aquele movimento circular será realizado em torno de um eixo existente na seção comum do equador e do plano* QR[1131] (NEWTON, 1999, pp. 881-882, ênfase do autor).

Em outras palavras, Newton está comparando a força das partículas situadas uniformemente fora do globo, na forma de um anel que o circunda, de girar a Terra em torno de seu centro com a força do mesmo número de partículas caso elas estivessem localizadas no ponto A, ou seja, o ponto no equador mais distante da eclíptica, para mover a Terra com um movimento circular similar em torno de seu centro. Ele aponta que a primeira dessas forças é metade da segunda.

No Lema 2, considera-se outro caso:

> *Sob as mesmas condições, eu digo, em segundo lugar, que a força e eficácia total de todas as partículas situadas em todo lugar fora do globo para girar a Terra em torno do dado eixo está para a força total do mesmo número de partículas, dispostas uniformemente por todo o círculo do equador* AE *na forma de um anel, para mover a Terra com um movimento circular similar, como 2 está para 5*[1132] (Ibid., p. 883, ênfase do autor).

Na discussão do Lema 2, Newton faz uso de seu método das fluxões. Por fim, no Lema 3, considera-se um último caso:

> *Sob as mesmas condições, eu digo, em terceiro lugar, que o movimento de toda a Terra em torno do eixo descrito acima, um movimento que é composto dos*

[1131] "*Let* APE*p represent the earth, uniformly dense, with a center* C *and poles* P *and p and equator* AE*, and suppose a sphere* P*ape to be described with center* C *and radius* CP. *Let* QR *be the plane on which a straight line drawn from the center of the sun to the center of the earth stands perpendicularly. Then, if the individual particles of the whole exterior earth* P*ap*AP*ep*E*, which is higher than the sphere just described, endeavor to recede in both directions from the plane* QR*, and the endeavor of each particle is as its distance from the plane, I say, first of all, that the total force and efficacy of all the particles that lie in the circle of the equator* AE *(disposed uniformly outside the globe, in the manner of a ring completely encircling that globe) to rotate the earth around its center will be to the total force and efficacy of the same number of particles standing at point* A *of the equator (which is most distant from the plane* QR*) to move the earth with a similar circular motion around its center as 1 is to 2. And that circular motion will be performed around an axis lying in the common section of the equator and the plane* QR".

[1132] "*Under the same conditions, I say, secondly, that the total force and efficacy of all the particles situated everywhere outside the globe to rotate the earth around the given axis is to the total force of the same number of particles, disposed uniformly throughout all of the circle of the equator* AE *in the manner of a ring, to move the earth with a similar circular motion, as* 2 *is to 5*".

> *movimentos de todas as partículas, estará para o movimento do anel acima mencionado em torno do mesmo eixo em uma razão que é composta da razão da matéria na Terra para a matéria no anel e a razão de três vezes o quadrado do arco quadrantal de qualquer círculo para duas vezes o quadrado do diâmetro – isto é, na razão da matéria para a matéria e do número 925275 para o número 1000000*[1133] (Ibid., p. 884, ênfase do autor).

No Lema 3, Newton define implicitamente a noção de *circulação*. Isso ocorre através do termo "movimento", que deve ser entendido como circulação como a linha integral da velocidade ao longo de uma curva fechada (Cf. CHANDRASEKHAR, 1995, p. 470).

Nos Lemas 1-3 do Livro 3, noções importantes para tratar da dinâmica de corpos rígidos são introduzidas. Chandrasekhar (1995, p. 455, ênfase do autor) especifica quais são:

> [...] [O] *momento de inércia* (que determina a 'eficácia de girar [um corpo] com movimento circular em torno de um centro'); o *momento de momentum* (que mede os 'movimentos do [corpo] todo em torno de seu eixo de rotação') e o *torque* – 'o poder de girar em torno' – exercido por uma força externa em um corpo não esférico; e, de fato, os princípios que fundamentam o movimento de giroscópio[1134].

Cohen (1999, pp. 267-268) indica que os Lemas 1, 2 e 3 possuem problemas. Newton, por exemplo, não leva em consideração o efeito inercial das distribuições diferenciais de massa ao supor que os movimentos resultantes são proporcionais aos momentos. Em relação à Hipótese 2, nela Newton conjectura acerca da conservação da circulação (Cf. CHANDRASEKHAR, 1995, p. 471). A Hipótese 2 estabelece que:

> *Se o anel discutido acima fosse carregado sozinho na órbita da Terra em torno do Sol com um movimento anual (supondo que todo o resto da Terra fosse removido dela), e se esse anel revolvesse ao mesmo tempo com um movimento diário em torno de seu eixo, inclinado sobre o plano da eclíptica a um ângulo de* $23^{1}/_{2}$ *graus, então o movimento dos pontos equinociais seria o mesmo, fosse o anel fluido ou consistisse de matéria rígida e sólida*[1135] (NEWTON, 1999, p. 885, ênfase do autor).

[1133] "*Under the same conditions, I say, thirdly, that the motion of the whole earth around the axis described above, a motion that is composed of the motions of all the particles, will be to the motion of the above-mentioned ring around the same axis in a ratio that is compounded of the ratio of the matter in the earth to the matter in the ring and the ratio of three times the square of the quadrantal arc of any circle to two times the square of the diameter—that is, in the ratio of the matter to the matter and of the number 925,275 to the number 1,000,000*".

[1134] "[…] the *moment of inertia* (which determines the 'efficacy to wheel [a body] with circular motion about a centre'); the *moment of momentum* (which measures the 'motions of the whole [body] about its axis of rotation') and the *torque*— 'the power to wheel about'—exerted by an external force on a non-spherical body; and, indeed, the principles underlying gyroscopic motion".

[1135] "*If the ring discussed above were to be carried alone in the orbit of the earth about the sun with an annual motion (supposing that all the rest of the earth were removed from it), and if this ring revolved at the same time with a daily motion about its axis, inclined to the plane of the ecliptic at an angle of* $23^{1}/_{2}$ *degrees, then the motion of the equinoctial points would be the same whether that ring were fluid or consisted of rigid and solid matter*".

Assim, na Proposição 39, Newton aponta que o formato da Terra (de um esferoide oblato) pode ser considerado como dinamicamente equivalente ao de uma esfera circundada por um anel em seu equador. Ele defende que a perturbação do Sol em um anel em torno da Terra gera a mesma oscilação periódica da inclinação do eixo e a mesma regressão dos nodos. De fato, ele destaca que mesmo se as quantidades não fossem as mesmas, se o anel se tornasse rígido ou se a Terra aumentasse ao ponto de juntar-se ao anel em seu equador, esses efeitos continuariam. No último caso, Newton (1999, p. 886) comenta que:

> [...] [S]e o anel adere ao globo e comunica ao globo seu próprio movimento com o qual seus nodos ou pontos equinociais regressam, o movimento que permanecerá no anel estará para seu movimento anterior como 4590 para 489813 e, portanto, o movimento dos pontos equinociais será diminuído na mesma proporção[1136].

Tendo em vista que a Terra gira em torno de seu próprio eixo com uma inclinação de 23,5 graus em relação à eclíptica e que, em relação a esta, a órbita da Lua está inclinada cinco graus, então o Sol e a Lua exercem uma atração gravitacional sobre a Terra quase no mesmo ângulo. No que diz respeito ao plano do equador da Terra, a força gravitacional da Lua produz diferentes atrações nas suas protuberâncias, isto é, na mais afastada e na mais próxima. Como explica Cohen (1999, p. 265):

> Como a distância da Lua em relação ao centro da Terra é cerca de 60 raios-da-Terra, essas duas forças estarão como $\frac{1}{(59\mathrm{R})^2}$ para $\frac{1}{(61\mathrm{R})^2}$, de modo que a diferença entre as magnitudes dos efeitos de giro dessas duas forças será uma magnitude significante. Haverá, assim, uma força resultante de giro lunar que tenderá a mudar a direção do eixo da Terra que gira e assim causar a precessão[1137].

O Sol exerce uma força similar, o que nos permite inferir que a força de precessão resultante é uma combinação da força lunar e solar. Mais especificamente, a força solar de precessão tende a mudar o eixo de rotação da Terra de modo a atrair o equador da Terra para o plano da eclíptica, enquanto que a força lunar de precessão tende a atrair o equador da Terra para o plano da órbita lunar.

[1136] "[…] if the ring adheres to the globe and communicates to the globe its own motion with which its nodes or equinoctial points regress, the motion that will remain in the ring will be to its former motion as 4,590 to 489,813, and therefore the motion of the equinoctial points will be diminished in the same ratio".

[1137] "Since the moon's distance from the earth's center is about 60 earth-radii, these two forces will be as $\frac{1}{(59\mathrm{R})^2}$ to $\frac{1}{(61\mathrm{R})^2}$, so that the difference between the magnitudes of the turning effects of these two forces will be a significant magnitude. There will thus be a net lunar turning force that will tend to shift the direction of the axis of the spinning earth and so cause precession".

Newton realiza uma série de cálculos para determinar o grau de precessão anual dos equinócios resultante da força gravitacional do Sol. O valor encontrado é de 9´´7´´´20^{iv}. Passando a considerar o caso da Lua, ele começa observando que "[...] a força da Lua para mover o mar estava para a força do Sol aproximadamente como 4,4815 para 1. E a força da Lua para mover os equinócios está para a força do Sol na mesma proporção"[1138] (NEWTON, 1999, p. 887). O valor de 4,4815 para 1 foi encontrado na Proposição 37. Sendo assim, Newton infere que "[...] a precessão anual dos equinócios que surge da força da Lua atinge 40´´52´´´52^{iv}, e a precessão anual total que emerge de ambas as forças será 50´´00´´´12^{iv}"[1139] (Ibid., p. 887). Newton enfatiza que o valor encontrado para a taxa média de precessão de 50 segundos por ano era aceito pelos astrônomos de sua época. Sendo assim, ele considera o valor como um indício de que seu resultado está de acordo com os fenômenos.

Embora Newton alegue que seu resultado está de acordo com os fenômenos, ele é, na verdade, fortuito. Ele não aborda o problema com o rigor necessário. A conclusão à qual ele chega para a precessão anual dos equinócios está fundamentada sobre algumas imprecisões. Chandrasekhar (1995, pp. 456 e 475) aponta que o valor obtido para a constante de proporcionalidade é pequeno demais e que o valor para a influência da Lua sobre as marés em relação ao Sol é superestimado, assim como o valor para a elipticidade da Terra, consideravelmente diferente do valor real derivado na Proposição 19 do Livro 3. Cohen (1999, p. 66), por sua vez, afirma que, "em suas computações, ele foi prejudicado por duas inadequações em seu conhecimento: a massa da Lua e a distância da Terra ao Sol. Ele, portanto, errou ao computar as magnitudes relativas das forças perturbadoras lunar e solar"[1140]. Não obstante essas imprecisões, Newton descobriu que o efeito resultante das forças de precessão do Sol e da Lua produzia uma rotação cônica do eixo a Terra[1141].

Após tratar da precessão dos equinócios, a partir do Lema 4, Newton passa a tratar do movimento dos cometas. Segundo Cohen (1999, p. 269), o interesse de Newton pelos cometas foi estimulado por um cometa que apareceu em 1680. Sua primeira tentativa de apresentar uma explicação para as órbitas dos cometas apareceu na sua obra *De Motu*, entretanto ela não era satisfatória. Embora em 1686 ele ainda não fosse capaz de computar a órbita de um cometa, ele

---

[1138] "[…] the force of the moon to move the sea was to the force of the sun as roughly 4.4815 to 1. And the force of the moon to move the equinoxes is to the force of the sun in this same proportion".

[1139] "[…] the annual precession of the equinoxes that arises from the force of the moon comes out 40´´52´´´52^{iv}, and the total annual precession arising from both forces will be 50´´00´´´12^{iv}".

[1140] "In his computations, he was handicapped by two inadequacies in his knowledge: the mass of the moon and the distance from the earth to the sun. He therefore erred in computing the relative magnitudes of the lunar and solar perturbing forces".

[1141] Para uma análise mais detalhada para a explicação de Newton da precessão dos equinócios, sobretudo da matemática nela envolvida, confira CHANDRASEKHAR, 1995, pp. 455-476.

já acreditava que o cometa de novembro de 1680 provavelmente fosse o mesmo que aquele que apareceu em dezembro daquele ano. Essa concepção era contrária, por exemplo, à hipótese de Kepler, que defendia que os cometas se moviam em linha reta em direção ao Sol ou se afastando dele (Cf. Ibid., p. 269). A teoria newtoniana para o movimento dos cometas, porém, só foi surgir em março de 1687.

Nos *Principia*, Newton trata de diversas características dos cometas, no Livro 3, nos Lemas 4-11 e nas Proposições 40-42. No Lema 4, ele defende que os cometas estão localizados "acima" da Lua, tendo em vista que eles não apresentam paralaxe diurna, e movem-se na "região" dos planetas. Ele também trata de outros aspectos dos cometas, como sua composição, seu brilho e a cauda deles. Nesse sentido, ele mostra como as distâncias dos cometas podem ser determinadas caso se leve em consideração suas variações no movimento direto e no retrogrado, sendo seu brilho também um fator importante, como se verifica na seguinte passagem:

> [...] [S]e tanto a quantidade de luz [isto é, o brilho] e o diâmetro aparente do cometa são dados, sua distância será encontrada tomando que sua distância está para a distância de certo planeta na razão direta de diâmetro para diâmetro e na razão inversa da raiz quadrada da razão de brilho a brilho[1142] (NEWTON, 1999, p. 891).

Que os espaços celestes não oferecem resistência é um aspecto que Newton destaca no Corolário 3 do Lema 4, ao afirmar que os cometas "[...] se movem em todas as direções muito livremente e preservam seus movimentos por um tempo muito longo mesmo quando estes são contrários ao curso dos planetas"[1143] (Ibid., p. 895). Ele também aponta, mais adiante em sua obra, que a cauda dos cometas proporciona mais um indício dessa ausência de resistência nos espaços celestes:

> E, mais uma vez, pode-se concluir que os espaços celestes carecem de qualquer força de resistência, posto que neles não apenas os corpos sólidos dos planetas e dos cometas, mas também os vapores mais raros das caudas se movem muito livremente e preservam seus movimentos extremamente velozes por um período muito longo[1144] (Ibid., p. 924).

[1142] "[…] if both the quantity of light [i.e., brightness] and the apparent diameter of the comet are given, its distance will be found by taking its distance to the distance of some planet directly in the ratio of diameter to diameter and inversely as the square root of the ratio of light to light".

[1143] "[…] move in all directions very freely and preserve their motions for a very long time even when these are contrary to the course of the planets".

[1144] "And hence again it may be concluded that the celestial spaces are lacking in any force of resisting, since in them not only the solid bodies of the planets and comets but also the rarest vapors of the tails move very freely and preserve their extremely swift motions for a very long time".

Ainda nesse mesmo Corolário, Newton (1999, p. 895) afirma que "[...] os cometas são um tipo de planeta e revolvem em suas órbitas com um movimento contínuo"[1145]. Duas implicações decorrem dessa forma de considerar os cometas. Por um lado, eles devem ter uma órbita tal que periodicamente eles retornam para suas imediações em torno do Sol; por outro lado, suas órbitas devem ser extremamente alongadas, tendo em vista o tempo que tomam para percorrê-las.

Na Proposição 40, por sua vez, é estabelecido que "*os cometas se movem em cônicas tendo seus focos no centro do Sol e, por raios traçados para o Sol, descrevem áreas proporcionais aos tempos*"[1146] (Ibid., p. 895, ênfase do autor). A Proposição 40, como Newton observa, resulta do Corolário 1 da Proposição 13 do Livro 1, comparado com as Proposições 8, 12 e 13 do Livro 3. Segundo o Corolário 1 da Proposição 13 do Livro 1, se um corpo tem uma dada velocidade em um dado ponto segundo uma dada reta e é atraído por uma força centrípeta inversamente proporcional ao quadrado da distância a um centro, então esse corpo se move segundo uma cônica com foco no centro dessa força. Portanto, as órbitas dos cometas são cônicas.

No Corolário 1 da Proposição 40, conclui-se que "[...] se os cometas revolvem em órbitas, essas órbitas serão elipses, e os tempos periódicos estarão para os tempos periódicos dos planetas como as potências $^{3}/_{2}$ de seus eixos principais"[1147] (Ibid., p. 895). No Corolário 2 dessa mesma Proposição, Newton ainda acrescenta que as órbitas dos cometas são muito próximas de parábolas, de modo que elas podem ser consideradas como tais, sem que se encontre erros apreciáveis.

No Escólio da Proposição 10 do Livro 1, Newton (1999, p. 460) afirma que "se o centro da elipse for deslocado ao infinito, de modo que a elipse se transforme em uma parábola, o corpo mover-se-á nesta parábola, e a força, agora tendendo em direção a um centro infinitamente distante, provará ser uniforme"[1148]. Sendo assim, as parábolas podem ser concebidas como elipses nas quais um dos focos é extremamente afastado. Cohen (1999, p. 269) comenta que é mais vantajoso considerar as órbitas dos cometas como parábolas, ao invés de elipses, tendo em vista que as computações necessárias para tratar delas são mais simples,

---

[1145] "[...] comets are a kind of planet and revolve in their orbits with a continual motion".

[1146] "*Comets move in conies having their foci in the center of the sun, and by radii drawn to the sun, they describe areas proportional to the times*".

[1147] "[…] if comets revolve in orbits, these orbits will be ellipses, and the periodic times will be to the periodic times of the planets as the $^{3}/_{2}$ powers of their principal axes".

[1148] "If the center of the ellipse goes off to infinity, so that the ellipse turns into a parabola, the body will move in this parabola, and the force, now tending toward an infinitely distant center, will prove to be uniform".

posto que todas as parábolas são similares. O formato consideravelmente alongado das órbitas dos cometas implica que a força gravitacional tem um grande alcance, para além do sistema solar. Newton também considera o caso de uma órbita hiperbólica para o caso no qual o cometa saia do sistema solar.

No Lema 5, de acordo com Chandrasekhar (1995, p. 481), Newton proporciona uma solução do problema da interpolação no cálculo de diferenças finitas. Embora essa solução não proporcione pistas de como foi obtida, Chandrasekhar (1995, p. 481) aponta que elas podem ser encontradas na solução apresentada em uma obra chamada *Methodus Differentialis*, que consiste em uma coleção de pequenas obras de Newton publicada por William Jones em 1711[1149].

Ainda no que diz respeito ao Lema 5, Newton (1999, p. 896, ênfase do autor) se propõe a mostrar como "*encontrar uma curva parabólica que passará através de qualquer número de dados pontos*"[1150]. Neste Lema, Newton faz uso da seguinte ilustração:

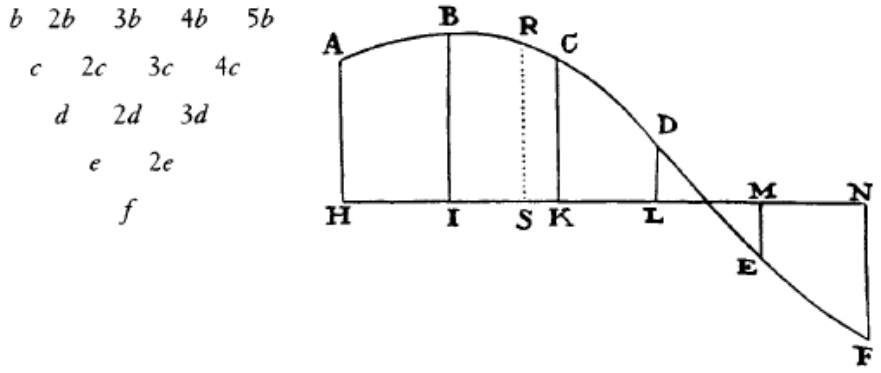

Figura 21: Ilustração do Lema 5 do Livro 3 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 896

Em outras palavras, ele deseja encontrar a curva polinomial que passa através dos pontos A, B, C, D, E e F das ordenadas AH, BI, CK, DL, ME e NF. Além disso, ele almeja encontrar o valor da ordenada RS. Dois casos são considerados: quando as ordenadas são equidistantes e quando elas não o são.

Nos Lemas 6-11, Newton encontra a solução para o problema que será apresentado na Proposição 41. No Lema 6, por exemplo, ele explica como o algoritmo encontrado no Lema 5

[1149] Para uma análise detalhada da solução presente no *Methodus Differentialis*, confira CHANDRASEKHAR, 1995, pp. 482-498.
[1150] "*To find a parabolic curve that will pass through any number of given points*".

pode ser aplicado no contexto deste problema[1151]. Na Proposição 41, em termos gerais, Newton tem como objetivo explicar como determinar a órbita de um cometa a partir de três posições dele. Cohen (1999, p. 270) apresenta o problema nos seguintes termos:

> Basicamente, o problema proposto por Newton é determinar três posições especiais de [um] cometa, obtidas a partir de observações e corrigidas em relação ao movimento da Terra. Essas posições precisam estar igualmente espaçadas (e incluir o vértice) e serem corrigidas tendo em vista a diferença no plano entre a órbita da Terra e o plano da órbita do cometa. Delas, Newton determina a órbita parabólica, ou a parábola que mais se aproxima da órbita[1152].

Newton reconhece que se trata de um problema "extremamente difícil". De fato, Cohen (1999, p. 270) traz o relato de que o próprio Newton comentou com David Gregory que este problema era o mais difícil de todo os *Principia*.

Chandrasekhar (1995, p. 516) aponta que a determinação da órbita de um cometa no sistema solar exige a resolução de dois problemas: a solução do problema no plano orbital do cometa e a transformação da solução para o plano da eclíptica no qual as observações são realizadas. A solução do primeiro problema é tratada nos Lemas 6-11[1153]. Seguindo Aleksyei Nikolaevich Krylov, Cohen (1999, p. 270) indica que o resultado alcançado por Newton é claramente estabelecido no Lema 10 do Livro 3, resultado que estabelece que, na órbita parabólica de um cometa, existe uma relação entre os tempos nos quais um arco é atravessado, os raios vetores traçados às extremidades do arco e a corda (*chord*).

Fazendo referência a Curtis Wilson, Cohen (1999, p. 271) aponta que os métodos empregados na Proposição 41 oferecem somente uma primeira aproximação refinada através de ajustes *ad hoc*. Na Proposição 42, Newton propõe corrigir a trajetória do cometa que foi encontrada pelo método apresentado na Proposição 41 por meio de três etapas que ele chama de "operações"[1154].

Após o Livro 3, segue-se o *Escólio Geral*. Este não existia na primeira edição dos *Principia*. Na segunda edição da obra, de acordo com Cohen (1999, p. 274), Newton planeja apresentar uma discussão final sobre a atração das partículas dos corpos, entretanto ele desistiu

---

[1151] Uma análise detalhada desses Lemas pode ser encontrada em CHANDRASEKHAR, 1995, pp. 500-513.

[1152] "Basically, the problem set by Newton is to determine three special cometary positions, obtained from observations and corrected for the motion of the earth. These positions are to be evenly spaced (and to include the vertex) and to be corrected for the difference in plane between the earth's orbit and the plane of the comet's orbit. From them, Newton determines the parabolic orbit, or the parabola closely fitting the orbit".

[1153] Para uma análise detalhada da formulação da solução de Newton, confira CHANDRASEKHAR, 1995, pp. 517-529.

[1154] Para uma análise detalhada da matemática envolvida nessas "operações", confira CHANDRASEKHAR, 1995, pp. 530-532.

da empreitada, acrescentando o *Escólio Geral* ao invés disso, limitando-se a dedicar apenas um parágrafo para tratar do tópico.

O objetivo do *Escólio Geral* era responder a algumas críticas apresentadas por cartesianos e outros mecanicistas. De fato, já na primeira linha do escólio, Newton (1999, p. 939) afirma que "a hipótese dos vórtices é defrontada com muitas dificuldades"[1155]. No primeiro parágrafo do texto, Newton faz uma recapitulação dos argumentos apresentados até então que provam que os fenômenos celestes não são compatíveis com a teoria dos vórtices[1156].

No parágrafo seguinte, ele trata da ausência de resistência nos espaços celestes, o que explicaria a constância dos movimentos dos planetas e dos cometas. No terceiro parágrafo, destacando os movimentos dos planetas e de suas "luas", Newton afirma que "[...] todos os movimentos regulares têm sua origem em causas mecânicas, posto que os cometas se movem livremente em órbitas muito excêntricas e em todas as partes dos céus"[1157] (Ibid., p. 940).

Nos quatro parágrafos seguintes, Newton apresenta seu argumento do desígnio, ou seja, ele defende que o nosso sistema solar só poderia provir do desígnio de um ser inteligente e todo poderoso. Sendo assim, Newton discute a noção de *domínio*[1158], a relação entre Deus, a duração e o espaço, sua substância e sua relação com as coisas criadas[1159].

No penúltimo parágrafo do *Escólio Geral*, Newton aponta que a força de gravidade procede de uma causa que penetra o centro dos planetas e do Sol sem que a força seja diminuída, sendo que essa causa opera "[...] na proporção da quantidade de matéria *sólida*, e cuja ação se estende para todos os lados a distâncias imensas, sempre diminuindo na razão dos quadrados das distâncias"[1160] (Ibid., p. 943, ênfase do autor), contrastando com as causas mecânicas, que operam na proporção da quantidade das superfícies das partículas. Sendo assim, a gravidade não pode ser explicada através de causas mecânicas, ou como ele afirma em um momento anterior no *Escólio Geral*, "[...] todos esses movimentos regulares [isto é, os movimentos dos

---

[1155] "The hypothesis of vortices is beset with many difficulties".

[1156] Abordaremos esse tópico no próximo capítulo.

[1157] "[…] all these regular motions do not have their origin in mechanical causes, since comets go freely in very eccentric orbits and into all parts of the heavens".

[1158] Branco (2015, p. 389) explica que "[...] o termo domínio para Newton é aquilo que constitui de facto um Deus, um domínio ativo que contém tudo, que subjaz a tudo, que governa a matéria passiva, responsável pela acção da gravitação sobre os corpos, que sendo um elemento ontológico tem implicações físicas". Outro conceito que também está relacionado com o de *domínio* é o conceito do *sensorium Dei*, ou seja, o sensório de Deus. Deus percebe de uma forma especial. "[...] Deus percebe as coisas pela sua omnipresença e nisto consiste o espaço infinito ou *sensorium*, ou seja, perceber para nós é algo mediato, mas para Deus é imediato, porque perceber e ser em Deus é o mesmo" (BRANCO, 2015, p. 380-381). Assim, enquanto o *sensorium Dei* assegura a possibilidade do espaço e do tempo absolutos, o *domínio* assegura a ação da gravidade (Cf. BRANCO, 2015, p. 390).

[1159] Aqui não há espaço para tratarmos desses tópicos em detalhe. Faço isso em outro texto, a saber, GOMES, 2022. Confira também BRANCO, 2015.

[1160] "[…] in proportion to the quantity of *solid* matter, and whose action is extended everywhere to immense distances, always decreasing as the squares of the distances".

corpos celestes] não têm sua origem em causas mecânicas [...]"[1161] (Ibid., p. 940). Ele ainda acrescenta que a gravidade em direção ao Sol é composta pelas gravidades para suas várias partículas, sendo que seu alcance atinge até mesmo os mais distantes dos afélios dos cometas.

Não obstante, Newton reconhece que não foi capaz de explicar qual é a causa da gravidade. "Eu não fui capaz ainda de deduzir dos fenômenos a razão para essas propriedades da gravidade, e eu não crio hipóteses"[1162] (Ibid., p. 943). Esta última expressão "eu não crio hipóteses" (*hypotheses non fingo*, em latim) suscitou muitos debates. Com esta expressão, Newton não está dizendo que ele não faz uso de *hipóteses*, posto que, como vimos, há ocasiões nos *Principia* onde elas estão presentes. Em uma carta para Roger Cotes, editor da segunda edição dos *Principia*, onde se faz algumas observações acerca do *Escólio Geral*, Newton explica que "'a palavra Hipótese é aqui usada por mim para significar somente uma tal Proposição na medida em que ela não é um Fenômeno nem é deduzida de quaisquer Fenômenos, mas é assumida ou suposta sem qualquer prova experimental'"[1163] (COHEN, 1999, p. 277).

Os debates acerca da expressão também abordam o uso do termo "*fingo*". O verbo *fingo* (*is, ere, finxi, fictum*) em latim significa *formar, modelar, criar* ou ainda *fingir*. Segundo Cohen (1999, p. 275), Alexandre Koyré sugeriu que se traduzisse "*fingo*" por "*I feign*", em inglês[1164], no sentido de "inventar uma ficção". Cohen (1999, p. 275) também indica que há outros manuscritos nos quais Newton faz uso do verbo "*to feign*" para mostrar desdém por hipóteses. Assim, Newton estaria dizendo que ele não inventa ficções (hipóteses), mas, na verdade, apresenta explicações que são deduzidas dos fenômenos. De fato, Newton (1999, p. 943), logo em seguida, afirma que:

> Pois aquilo que não é deduzido dos fenômenos deve ser chamado de hipótese; e hipóteses, sejam metafísicas ou físicas, ou baseadas em qualidades ocultas, ou mecânicas, não têm lugar na filosofia experimental. Nessa filosofia experimental, as proposições são deduzidas dos fenômenos e são tornadas gerais pela indução[1165].

[1161] "[...] all these regular motions do not have their origin in mechanical causes […]".
[1162] "I have not as yet been able to deduce from phenomena the reason for these properties of gravity, and I do not feign hypotheses".
[1163] "'the word Hypothesis is here used by me to signify only such a Proposition as is not a Phaenomenon nor deduced from any Phaenomena but assumed or supposed without any experimental proof'".
[1164] Na edição portuguesa, a expressão foi traduzida como "não faço hipóteses" (NEWTON, 2017, p. 888).
[1165] "For whatever is not deduced from the phenomena must be called a hypothesis; and hypotheses, whether metaphysical or physical, or based on occult qualities, or mechanical, have no place in experimental philosophy. In this experimental philosophy, propositions are deduced from the phenomena and are made general by induction".

Para além da questão da tradução, Cohen (1999, p. 275) aponta que Newton escolheu a palavra "*fingo*" com cuidado, tendo em vista que em seus rascunhos são encontradas outras palavras alternativas, mas que foram desconsideradas, como *fugio* (*fugir, escapar*) e *sequor* (*seguir, acompanhar*).

Em todo caso, ao final do parágrafo, Newton (1999, p. 943) observa que:

> A impenetrabilidade, a mobilidade e o ímpeto dos corpos, e as leis do movimento e a lei da gravidade foram encontrados por esse método [de proposições deduzidas dos fenômenos e tornadas gerais pela indução]. E basta que a gravidade realmente exista e atue de acordo com as leis que apresentamos e é suficiente explicar todos os movimentos dos corpos celestes e do nosso mar[1166].

Chama a atenção Newton dizer que "basta que a gravidade realmente exista". Uma leitura descuidada pode levar o leitor a pensar que Newton está sugerindo que a busca pela causa da gravidade deva ser abandonada ou que não é importante entender como a gravidade produz seus efeitos. Não se trata disso, porém. Cohen (1999, p. 279) aponta que a passagem do penúltimo parágrafo pode ter o intuito de dizer aos seus críticos que, embora não sejamos capazes ainda de entender a causa e o modo de ação da gravitação universal, ainda assim compensa ignorarmos esse fato e tentarmos avançar em outros campos, como o da mecânica e da dinâmica celeste.

O ponto é que não se pode negar os impressionantes resultados alcançados por Newton fazendo uso de sua metodologia. Como comenta Cohen (1999, p. 278), "a mudança do nível matemático de discurso dos livros 1 e 2 para o nível físico do livro 3, com referência constante às deduções e induções dos fenômenos, produziu um modo elegante de ordenar ou explicar alguns dos mais básicos fenômenos da natureza"[1167]. Enquanto que pela dedução Newton foi capaz de mostrar que, se existe uma força de gravidade, então as órbitas dos planetas e de seus satélites são produzidas por uma força do inverso do quadrado, pela indução ele inferiu que as forças desses astros são apenas uma variação da força de gravidade atuando no âmbito da Terra.

Então, embora Newton admita que não tenha sido capaz de explicar qual é a causa da força de gravidade, partir do pressuposto que ela realmente existe possibilita que se explique uma série de fenômenos da natureza. É nesse sentido que *basta* a gravidade realmente existir. Partir desse pressuposto nos permite avançar no campo da "mecânica racional" e no da

---

[1166] "The impenetrability, mobility, and impetus of bodies, and the laws of motion and the law of gravity have been found by this method. And it is enough that gravity really exists and acts according to the laws that we have set forth and is sufficient to explain all the motions of the heavenly bodies and of our sea".

[1167] "The shift from the mathematical level of discourse of books 1 and *2* to the physical level of book 3, with constant reference to deductions or inductions from phenomena, produced an elegant way of ordering or explaining some of the most basic phenomena of nature".

dinâmica celeste, inclusive possibilitando explorar outros campos relacionados. Portanto, o uso do conceito é legítimo. Além disso, através dos desdobramentos nesses campos, poderia ser possível eventualmente encontrar a causa da gravidade ou compreender o modo como ela funciona. Sendo assim, o fato de não sabermos qual é a causa ou o modo pelo qual a força de gravidade produz seus efeitos não pode ser uma justificativa para não adotar esse conceito caso ele tenha se demonstrado útil para a compreensão dos fenômenos.

Newton também admite não saber qual é a causa da gravidade nas suas cartas para Richard Bentley escritas em 1692 e 1693. Na sua segunda carta para o clérigo, Newton (1958, p. 298) faz a seguinte observação: "você às vezes fala da Gravidade como essencial e inerente à Matéria. Peço que não atribua essa Noção a mim, pois a Causa da Gravidade é o que eu não finjo saber [...]"[1168]. Aqui, além de indicar que não sabe qual é a causa da gravidade, Newton também nega a tese segundo a qual a gravidade é essencial à matéria. Ele volta a tratar desse tópico na terceira carta para Bentley:

> A última Cláusula da segunda Posição eu gosto bastante. É inconcebível que a Matéria bruta inanimada deveria, sem a Mediação de algo mais que não seja material, operar sobre, e afetar, outra Matéria sem Contato mútuo, como deve ser se a Gravitação no Sentido de *Epicuro* for essencial e inerente nela [...]. Que a Gravidade devesse ser inata, inerente e essencial à Matéria, de modo que um Corpo possa atuar sobre outro à Distância através de um *Vácuo*, sem a Mediação de qualquer outra coisa, através do qual a Ação e Força deles possam ser transmitidas de um para o outro, é para mim algo tão Absurdo, que acredito que Ninguém que tenha uma Faculdade de pensar competente em Questões filosóficas possa defender isso. A Gravidade deve ser causada por um Agente que atue constantemente de acordo com certas Leis; mas se esse Agente é material ou imaterial, eu deixei à Consideração de meus Leitores[1169] (Ibid., pp. 302-303, ênfase do autor).

Alguns autores interpretam essa passagem como uma evidência de que Newton acreditava que é impossível existir ação à distância. Alguns, no intuito de dar suporte a essa tese, também se baseiam na seguinte passagem do *Escólio Geral*: "Ele [Deus] é onipresente

---

[1168] "You sometimes speak of Gravity as essential and inherent to Matter. Pray do not ascribe that Notion to me; for the Cause of Gravity is what I do not pretend to know […]".

[1169] "The last Clause of the second Position I like very well. It is inconceivable, that inanimate brute Matter should, without the Mediation of something else, which is not material, operate upon, and affect other Matter without mutual Contact, as it must be, if Gravitation in the Sense of *Epicurus*, be essential and inherent in it […]. That Gravity should be innate, inherent and essential to Matter, so that one Body may act upon another at a Distance thro' a *Vacuum*, without the Mediation of any thing else, by and through which their Action and Force may be conveyed from one to another, is to me so great an Absurdity, that I believe no Man who has in philosophical Matters a competent Faculty of thinking, can ever fall into it. Gravity must be caused by an Agent acting constantly according to certain Laws; but whether this Agent be material or immaterial, I have left to the Consideration of my Readers".

não apenas *virtualmente*, mas também *substancialmente*, pois a ação exige substância [*lit.* pois o poder ativo [*virtus*] não pode subsistir sem substância]"[1170] (Id., 1999, p. 941, ênfase do autor).

A tese de que Newton não acreditava em ação à distância, porém, não parece se sustentar, tendo em vista que ele recorre a essa noção em diferentes textos, como na *Óptica* – por exemplo, nas *Queries* 1, 29 e 31 (Cf. Id., 1952, pp. 339, 370-371, 375-376) – ou mesmo nos próprios *Principia*, onde, no prefácio da obra, sugere-se haver uma ação à distância entre as partículas atrativas e repulsivas:

> Pois muitas coisas me levam a suspeitar que todos os fenômenos podem depender de certas forças pelas quais as partículas dos corpos, por causas ainda não conhecidas, ou são impelidas em direção uma à outra e aderem-se em figuras regulares, ou são repelidas uma da outra e se afastam[1171] (Id., 1999, pp. 382-383).

Henry (2011, p. 19) aponta que, no início de sua carreira, Newton assumia a tese cartesiana de que um corpo não pode atuar onde ele não está. Antes de 1679, Newton chegou a defender a existência de um éter, como se percebe ao longo do *De Gravitatione*, mas, posteriormente, ele passou a assumir que todos os fenômenos físicos podiam ser explicados em termos de forças atrativas e repulsivas que operam entre as partículas (Ibid., pp. 25-26). É em um texto incompleto chamado de *De aere et aethere*, escrito entre 1675 e 1679, que Newton apresenta pela primeira vez a tese de que fenômenos físicos possam ser explicados por forças entre as partículas dos corpos que atuam à distância (Cf. Ibid., p. 22). Assim, Henry (2011, p. 23) observa que:

> [...] [A]pós 1679, Newton explicou todos aqueles fenômenos físicos que não poderiam ser facilmente entendidos de modos diretamente mecanicistas (de movimento e impacto) em termos de forças atrativas e repulsivas atuando através de distâncias entre as partículas constituintes dos corpos[1172].

Na segunda edição inglesa da *Óptica*, explicações de fenômenos físicos que dependem de um éter reaparecem nas suas *Queries*. Assim Henry (2011, p. 25) apresenta o seguinte motivo para esse reaparecimento:

[1170] "He is omnipresent not only *virtually* but also *substantially*, for action requires substance [*lit.* for active power [virtus] cannot subsist without substance]".

[1171] "For many things lead me to have a suspicion that all phenomena may depend on certain forces by which the particles of bodies, by causes not yet known, either are impelled toward one another and cohere in regular figures, or are repelled from one another and recede".

[1172] "[…] after 1679 Newton explained all those physical phenomena which could not easily be understood in straightforwardly mechanist ways (of motion and impact) in terms of attractive and repulsive forces acting across the distances between the constituent particles of bodies".

> Presumivelmente, ele regressou a elas nesse período em resposta à consternação continental de que ele não ofereceu uma explicação mecânica da ação da gravidade – também foi, claro, um momento oportuno, porque seu crítico mais astuto, persistente e irritante, Leibniz, tinha acabado de falecer. Nessas *Queries*, Newton usou gradientes de densidade para proporcionar uma explicação quase mecânica e minimizou o fato de que os gradientes de densidade foram gerados pelas forças repulsivas operando à distância entre as partículas do éter e as partículas de toda outra matéria. [...] Newton tinha se certificado de que seu grande adversário tinha sido silenciado antes de colocar suas ideias no domínio público[1173].

Portanto, Newton acredita que ocorra ação à distância. Sendo assim, como devemos interpretar a passagem da terceira carta para Bentley? Ora, ela está tratando da "Gravitação no Sentido de *Epicuro*". Como bem explica Ducheyne (2011, p. 156), na concepção epicurista:

> [...] [A] "Matéria bruta inanimada" tem a capacidade de atrair, por sua própria natureza, outra matéria através de um vácuo, isto é, "sem a mediação de algo mais". Isso implica que a matéria não é passiva e que ela pode ativar outra matéria sem que sejam exigidos princípios externos[1174].

É esta concepção que Newton considera absurda, não a ação à distância. Como observa Ducheyne (2011, p. 156), a concepção epicurista implica que a matéria não é passiva, sendo capaz de ativar (ou atrair) outra matéria sem a intervenção de princípios externos. Tal concepção é insustentável para Newton, posto que, caso a tese epicurista fosse correta, o Universo seria um lugar caótico, ao contrário da "elegância" e "harmonia" que percebemos no sistema solar. Como ele observa na *Óptica*:

> Pois nos deparamos com muito pouco Movimento no Mundo, além daqueles que se devem a esses Princípios ativos. E se não fosse por esses Princípios, os corpos da Terra, dos Planetas, dos Cometas, do Sol e de todas as coisas neles esfriariam e congelariam, e tornar-se-iam Massas inativas; [...] e os Planetas e os Cometas não permaneceriam em suas Orbes[1175] (NEWTON, 1952, pp. 399-400[1176]).

[1173] "Presumably he reverted to them at this time in response to Continental dismay that he did not offer a mechanical account of the action of gravity—it was also, of course, an opportune moment because his most astute, persistent, and annoying critic, Leibniz, had just died. In these Queries Newton used density gradients to provide a quasi-mechanical explanation and played down the fact that the density gradients were generated by the repulsive forces operating at a distance between the particles of the aether and the particles of all other matter. […] Newton had made sure that his nemesis had been silenced before he put these ideas in the public domain".

[1174] "[…] 'inanimate brute Matter' has the capacity of attracting, by its own nature, other matter across a vacuum, i.e. 'without the mediation of something else.' This implies that matter is not passive and that it can activate other matter without any external principles being required [...]".

[1175] "For we meet with very little Motion in the World, besides what is owing to these active Principles. And if it were not for these Principles, the Bodies of the Earth, Planets, Comets, Sun, and all things in them, would grow cold and freeze, and become inactive Masses; […] and the Planets and Comets would not remain in their Orbs".

[1176] Confira também NEWTON, 1952, p. 402.

Ducheyne (2009, p. 238) observa que, na *Óptica*, Newton concebe a matéria em si como totalmente passiva, precisando da atividade de certos "princípios ativos", que não sejam mecânicos, para colocá-la em movimento. A própria causa da gravidade seria um princípio ativo:

> Vendo, portanto, que a variedade de Movimento que encontramos no Mundo está sempre diminuindo, há uma necessidade de conservar e recrutá-la através de Princípios ativos, tais como a causa da Gravidade, pela qual os Planetas e os Cometas mantêm seus Movimentos em suas Orbes e os Corpos adquirem grande Movimento ao cair [...][1177] (NEWTON, 1952, p. 399[1178]).

Portanto, há de existir uma causa primária que insere e mantém os princípios ativos na matéria, de modo a permitir que a natureza tenha a "harmonia" que percebemos nela. Essa causa primária é Deus[1179]. Podemos inferir isso, por exemplo, pela primeira frase da terceira carta para Bentley, quando Newton diz que "a última Cláusula da segunda Posição eu gosto bastante". Trata-se da seguinte passagem da carta de Bentley de 18 de fevereiro de 1692/3:

> [Senhor, eu defendo que sua sugestão cortês da sua Última, de que um Caos é inconsistente com a Hipótese de Gravidade inata, está incluída nesse meu parágrafo.] e, novamente, é inconcebível que a matéria bruta inanimada deveria (*sem uma impressão divina*) operar sobre e afetar outra matéria sem contato mútuo: como deve ser, se a gravitação for essencial e inerente nela[1180] (NEWTON, 1959–1977, III, p. 253 *apud* DUCHEYNE, 2011, p. 156, ênfase de Ducheyne).

Assim, seguindo Ducheyne (2011, p. 156), podemos inferir que a primeira ocorrência do termo "mediação" no início da terceira carta para Bentley é uma referência de Newton à intervenção de Deus na natureza. Além disso, na *Óptica*, Newton (1952, p. 402) afirma que:

> Agora, pelo auxílio desses Princípios [ativos], todas as Coisas materiais parecem ter sido compostas das Partículas duras e sólidas mencionadas acima, associadas diversamente na primeira Criação pelo Conselho de um Agente inteligente. Pois veio a ser ele que os criou para colocá-las em ordem[1181].

[1177] "Seeing therefore the variety of Motion we find in the World is always decreasing, there is a necessity of conserving and recruiting it by active Principles, such as are the cause of Gravity, by which Planets and Comets keep their motions in their Orbs, and Bodies acquire great Motion in falling […]".

[1178] Confira também NEWTON, 1952, p. 401.

[1179] Henry (2011, p. 19) aponta que a crença de Newton de que a matéria é dotada de princípios ativos transmitidos por Deus teve sua origem em um texto chamado *The Vegetation of Metals*, escrito por volta de 1670.

[1180] "[Sir, I make account, yt your courteous suggestion by your Last, yt a Chaos is inconsistent with ye Hypothesis of innate Gravity, is included in this paragraph of mine.] and again, tis inconceivable, yt inanimate brute matter should (*without a divine impression*) operate upon & affect other matter without mutual contact: as it must be, if gravitation be essential and inherent in it".

[1181] "Now by the help of these Principles, all material Things seem to have been composed of the hard and solid Particles above-mention'd, variously associated in the first Creation by the Counsel of an intelligent Agent. For it became him who created them to set them in order".

É preciso deixar claro, porém, que Newton não acreditava que a gravidade fosse efetuada *diretamente* por Deus. A gravidade, na verdade, é executada por um agente causal secundário. Isso fica claro na terceira carta para Bentley, quando Newton diz que "[...] se esse Agente é material ou imaterial, eu deixei à Consideração de meus Leitores". Ou seja, Newton não tinha conseguido decidir se o agente responsável por causar a gravidade é material ou não, mas não se trata de uma intervenção *direta* de Deus.

Consideremos também a seguinte passagem do *Escólio Geral*:

> Ele governa todas as coisas não como alma do mundo, mas como senhor de tudo. E, por causa de seu domínio, ele é chamado Senhor Deus *Pantokrator*[1182]. Pois "deus" é uma palavra relativa e tem referência a servos, e a deidade é o senhorio[1183] de Deus não sobre seu próprio corpo, como é suposto por aqueles para quem Deus é a alma do mundo, mas sobre servos[1184] (Id., 1999, p. 940).

De acordo com Henry (2011, p. 18), o termo "servos" (*servants*) não está se referindo a servos humanos ou a anjos, mas às causas secundárias no mundo, tendo em vista que nessa passagem ele está tratando sobre o domínio de Deus sobre a natureza. Além disso, Newton afirma que Deus não atua nas coisas nem elas Nele[1185] (Cf. NEWTON, 1999, p. 941). Como bem aponta Henry (2011, p. 17), trata-se de um momento do *Escólio Geral* no qual Newton está reafirmando sua crença de que Deus não deve ser concebido como algo fora do espaço (ou inapropriadamente associada com a espacialidade), mas como sendo realmente onipresente.

> Parece claro, a partir da insistência de que Deus "não atua nelas nem elas nele", que Newton simplesmente quer reafirmar a verdade da onipresença de Deus sem realmente envolver Deus diretamente na física do sistema de mundo. [...] Newton simplesmente quer se distanciar do conceito cartesiano de Deus como uma *res cogitans* e persuadir os ateístas de que Deus é uma presença estendida real no mundo[1186] (Ibid., p. 17).

[1182] Newton faz a seguinte observação, numa nota de rodapé, sobre o termo *Pantokrator*: "isto é, governador [*ruler*] universal".

[1183] Na edição portuguesa dos *Principia*, o termo "*lordship*" é traduzido como "*domínio*" (Cf. NEWTON, 2017, p. 883).

[1184] "He rules all things, not as the world soul but as the lord of all. And because of his dominion he is called Lord God *Pantokator*. For "god" is a relative word and has reference to servants, and godhood is the lordship of God, not over his own body as is supposed by those for whom God is the world soul, but over servants".

[1185] Há outros escritos de Newton além dos mencionados aqui que indicam que ele não acreditava que a gravitação fosse produzida diretamente por intervenção divina (Cf. DUCHEYNE, 2011, p. 158).

[1186] "It seems clear from the insistence that God ''does not act on them nor they on him'', that Newton simply wants to reaffirm the truth of the omnipresence of God without actually involving God directly in the physics of the world system. […] Newton simply wants to distance himself from a Cartesian concept of God as a non-extended *res cogitans*, and to persuade the atheists that God is a real extended presence in the world".

Janiak (2008, p. 166) também destaca essa relação com o espaço ao apresentar a concepção newtoniana de Deus:

> Deus permanece um ser infinito, onipotente e necessário, e a ação de Deus certamente não está sujeita às leis da natureza, pois Deus obviamente não é massivo nem impenetrável. Mas Deus ocupa e é ativamente presente em todo ponto do espaço por toda a história do universo, e Deus atua localmente[1187], assim como qualquer outra substância[1188] (JANIAK, 2008, p. 166).

O último ponto a se destacar do *Escólio Geral* é que, no último parágrafo, Newton menciona um certo "espírito elétrico e elástico" sutil capaz de penetrar os corpos e que inclusive estaria escondido neles[1189]. Apesar de fazer menção a esse espírito, ao final ele aponta que "[...] não há um número suficiente de experimentos para determinar e demonstrar precisamente as leis que governam as ações desse espírito"[1190] (NEWTON, 1999, p. 944). Cohen (1999, p. 279) sugere que Newton está indicando aqui um novo caminho que pode jogar luz sobre a causa e o modo de operação da gravidade, embora ela não esteja incluída explicitamente na lista de fenômenos apresentada no parágrafo. Essa sugestão se ampara no fato de que, "em vários manuscritos, ele [Newton] indicou que talvez o desejado modo de explicar a ação da gravidade possa ser encontrado em alguma pesquisa atual no novo campo da eletricidade"[1191] (Ibid., p. 279).

Após termos apresentado a teoria da gravitação universal newtoniana, resta-nos agora compará-la com a teoria dos vórtices de Descartes para podermos estabelecer o que levou à mudança teórica.

[1187] Janiak (2008, p. 175) observa que a ação causal de Deus não é mecânica.

[1188] "God remains an infinite, omnipotent, and necessary being, and God's action is certainly not subject to the laws of nature, for God is obviously neither massive nor impenetrable. But God occupies and is actively present at every point in space throughout the whole history of the universe, and God acts locally, just as any other substance does".

[1189] Aqui não trataremos dessa noção de "espírito". Ela é discutida detalhadamente em COHEN, 1999, pp. 280-292.

[1190] "[…] there is not a sufficient number of experiments to determine and demonstrate accurately the laws governing the actions of this spirit".

[1191] "In various manuscripts, he indicated that perhaps the hoped-for way to account for the action of gravity might be found in some current research in the new field of electricity".

CAPÍTULO 4
DESCARTES, NEWTON, GRAVITAÇÃO E MUDANÇA TEÓRICA

4.1. Conceitos físicos de Descartes e Newton

Antes de começarmos a comparar os vários aspectos das teorias de Descartes e Newton, é preciso destacar que, em sua juventude, Newton foi bastante influenciado pela obra de Descartes. Segundo Domski (2022, p. 1468), Newton começou a estudar a filosofia cartesiana quando ele ainda era estudante no Trinity College em Cambridge, sendo que em 1664 ele tinha lido as *Meditações Metafísicas*[1192], os *Princípios da Filosofia* e a *Meteorologia*[1193]. Já nas *Questiones*, é encontrada uma série de observações acerca de diferentes aspectos da filosofia cartesiana. A edição que Newton tinha das obras de Descartes possuía várias anotações e marcações que mostram seu interesse por uma série de tópicos discutidos pelo filósofo francês, dentre eles: quantidade, espaço, lugar, substância e os vórtices (Cf. MCGUIRE; TAMNY, 1983, p. 128). Através das *Questiones*, fica claro que Newton tinha um interesse especial pelos *Princípios* de Descartes. Na sua edição das obras cartesianas, especificamente nos *Princípios*, há marcações nas partes II, III e IV desta obra (Cf. Ibid., pp. 142-144). Curiosamente, a análise das três leis da natureza de Descartes e de sua teoria do movimento circular só teria início no *Waste Book*[1194], em 1665 (Cf. Ibid., pp. 143-144).

Após 1664, ele passa a rejeitar o cartesianismo (Cf. DOMSKI, 2022, p. 1468). No *De Gravitatione*, por exemplo, são criticadas as noções cartesianas de espaço, corpo e movimento. Não obstante, elementos da filosofia cartesiana ainda são encontrados nos *Principia*. Trata-se, portanto, de uma relação ambígua, como comenta Guicciardini (1999, p. 30), "na medida que Newton amadurecia, ele desenvolveu uma relação tensa com o cartesianismo: ele o rejeitava, mas, ao mesmo tempo, permaneceu mais cartesiano do que gostaria de admitir"[1195]. De fato, Janiak (2019, p. 805) aponta que há momentos onde é possível perceber que Newton percorre certos caminhos para evitar dar crédito a Descartes.

[1192] Segundo Janiak (2019, p. 805), Newton teve pouco interesse pelas *Meditações*.

[1193] McGuire e Tamny (1983, pp. 144-145) apontam que no manuscrito de Newton *Questiones quaedam philosophicae* – texto produzido entre os anos de 1664 e 1665, ao qual passaremos a nos referir apenas como "*Questiones*" – há marcações também no *Discurso do Método* e na *Dióptrica*. Embora não haja marcações na *Meteorologia*, McGuire e Tamny (1983, p. 194) afirmam que Newton certamente leu cuidadosamente pelo menos os três primeiros discursos desta obra. Cabe lembrar que Newton também teve contato a *Géometrie*, especificamente com a edição latina de van Schooten.

[1194] Segundo McGuie e Tamny (1983, p. 174), é apenas no *Waste Book* que Newton começa a realizar investigações sérias no campo da mecânica, dialogando com Descartes.

[1195] "as Newton matured he developed a tense relationship with Cartesianism: he rejected it, but, at the same time, remained more Cartesian than he would have wanted to admit".

Nesse sentido, vale destacar a semelhança do título da obra de Newton (*Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*) com a de Descartes (*Princípios da Filosofia*). Em um primeiro momento, o título da obra de Newton pode sugerir que ela não busca tratar de um domínio tão amplo quanto a obra cartesiana. Os *Principia* se restringe a tratar de *certos* tipos de princípios, a saber, os *matemáticos*, no âmbito de um determinado campo da filosofia, a saber, a filosofia *natural*. Não obstante, à medida que o leitor percorre a obra, fica claro que Newton tem o intuito de criticar os *Princípios* de Descartes, como no final do Livro 2, onde são apontadas as falhas na teoria dos vórtices[1196].

Portanto, a semelhança do título da obra newtoniana em relação à cartesiana tem, na verdade, o objetivo de tornar a primeira uma substituta da segunda[1197]. De fato, o próprio Newton, assim como muitos de seus seguidores[1198], frequentemente se referia à sua obra pelo título da obra cartesiana, como se seus *Principia* fossem seus *Principia Philosophiae*, como ocorreu em uma avaliação anônima do *Commercium Epistolicum* (Cf. COHEN, 1999, p. 48). Vale destacar que, na terceira edição da sua obra, havia um *half title* no qual era impresso "Princípios da Filosofia de Newton" (NEWTONI PRINCIPIA PHILOSOPHIAE) (Cf. Ibid., p. 43).

De modo a tonar mais claro quais são as críticas de Newton a Descartes e especificar o que o primeiro herdou do segundo, passaremos agora a analisar os conceitos físicos empregados por ambos os filósofos. Comecemos pela noção de *movimento*. Como já indicamos anteriormente, Descartes apresenta duas definições de movimento: uma vulgar, que seria a ação pela qual um corpo passa de um lugar para outro; e outra apropriada, que seria o transporte de uma parte da matéria, ou de um corpo, do entorno (ou vizinhança) daqueles que o tocam imediatamente, que consideramos em repouso, para o entorno de outros. No *De Gravitatione*, Newton realiza uma série de críticas à definição apropriada de movimento de Descartes. Ele começa destacando três inconsistências.

A primeira delas é que, em dado momento, Descartes defende que a Terra e os planetas não se movem; em outro momento, ele atribui à Terra e aos planetas uma tendência de se afastar do Sol, como de um centro em torno do qual eles revolvem, pela qual eles são balanceados nas

[1196] Curiosamente, só há três momentos nos *Principia* nos quais Newton menciona Descartes explicitamente: no Escólio da Proposição 96 do Livro 1, ao apontar que a lei da refração foi apresentada por Descartes; no Corolário 1 da Proposição 97 do Livro 1, ao mencionar as curvas relativas à refração presentes na *Óptica* do filósofo francês; e, como já mencionamos anteriormente, no Corolário 2 da Proposição 6 do Livro 3.

[1197] Whiteside sugere que o título da obra de Newton tinha o intuito de facilitar sua venda (Cf. COHEN, 1999, p. 43).

[1198] Segundo Cohen (1999, p. 43), a maioria dos leitores da obra de Newton sabiam que seu título era uma "transformação" do título da obra de Descartes.

suas distâncias do Sol por uma tendência similar do vórtice em rotação. Daí a pergunta de Newton (1962, p. 124): "essa tendência é derivada do repouso (segundo Descartes) verdadeiro e filosófico dos planetas ou, antes, de [seu] movimento comum e não filosófico?"[1199].

Nesse mesmo sentido, Newton também aponta que, ao explicar os movimentos dos cometas, Descartes faz uso da noção de movimento no sentido *vulgar*, que tinha sido rejeitada anteriormente, para explicar a tendência de se afastar do Sol. Sendo assim, "[...] como o giro [*whirling*] do cometa em torno do Sol em seu sentido filosófico não causa uma tendência para se afastar do centro, que um giro [*gyration*] no sentido vulgar causa, certamente o movimento no sentido vulgar deveria ser reconhecido, ao invés do filosófico" (Ibid., p. 125). Newton está argumentando que Descartes defende que a revolução de um cometa (ou de um planeta) em torno do Sol cria uma tendência centrífuga que é balanceada pela resistência do fluido do vórtice. O movimento do vórtice que produz as forças centrípetas é um movimento no sentido vulgar. Em outras palavras, Descartes, ao apresentar sua explicação causal e física para o movimento celeste, faz uso da definição *vulgar* de movimento, não da definição *apropriada*. Logo, a definição cartesiana de movimento pela qual devemos optar é a vulgar, posto que é ela que define com êxito uma quantidade física e que tem um papel na explicação causal.

A segunda inconsistência é que, embora Descartes postule que para cada corpo existe um único movimento correspondente de acordo com a natureza das coisas, ele também defende que o movimento é um produto da nossa imaginação, definindo-o como a translação da vizinhança de corpos que não estão em repouso, mas apenas aparentam estar em repouso, ainda que eles possam estar, na verdade, se movimentando (Cf. Ibid., p. 125).

A terceira inconsistência é que, embora Descartes defenda que há um único movimento correspondente para cada corpo de acordo com a verdade das coisas, há, na verdade, inúmeros movimento em cada corpo. "Pois os movimentos que realmente existem em um corpo, são realmente movimentos naturais, e, assim, movimentos no sentido filosófico e de acordo com a verdade das coisas, mesmo que ele sustente que eles são movimentos apenas no sentido vulgar"[1200] (Ibid., p. 125).

Para além dessas inconsistências, Newton (1962, pp. 126-131) apresenta oito consequências que mostram que a doutrina de Descartes seria "absurda". No que diz respeito à primeira delas, ele observa que:

[1199] "Is this tendency to be derived from the (according to Descartes) true and philosophical rest of the planets, or rather from [their] common and non-philosophical motion"?

[1200] "For the motions that really are in any body, are really natural motions, and thus motions in the philosophical sense and according to the truth of things, even though he contends that they are motions in the vulgar sense only".

> [...] [A]ssim como ele [Descartes] sustenta acaloradamente que a Terra não se move porque ela não é transferida da vizinhança do éter contínuo, então, a partir dos mesmos princípios, segue-se que as partículas internas dos corpos duros, enquanto não são transferidas da vizinhança das partículas imediatamente contíguas, não têm movimento no sentido estrito, mas se movem apenas ao participarem no movimento das partículas externas[1201] (Ibid., p. 126).

Segundo esse raciocínio, a parte externa das partículas da superfície de um corpo mover-se-iam, enquanto que a parte interna, não. De fato, todas as partículas contidas pela superfície mover-se-iam apenas por participação no movimento da superfície externa. Sendo assim, Newton critica a definição cartesiana de movimento por atribuir aos corpos o que deveria ser atribuído apenas às superfícies, além de negar que possa haver um corpo que tenha um movimento "peculiar" a si mesmo.

A segunda consequência é que, como Descartes entende por corpo tudo aquilo que é transferido junto quando em movimento, então um corpo não tem apenas um único movimento apropriado, mas vários. Pode-se estabelecer isso porque esse conjunto que é transferido junto quando em movimento pode consistir de partes tendo outros movimentos entre elas mesmas, como um vórtice e seus planetas. Nesse sentido, Newton (1962, p. 127) ainda afirma que "[...] parece, além disso, que nenhum movimento pode ser dito verdadeiro, absoluto e apropriado em preferência a outros, mas que todos, seja em relação aos corpos contíguos ou aos remotos, são igualmente filosóficos [...]"[1202].

A terceira consequência é que um movimento poderia ser gerado sem haver uma força atuando para tanto. Para ilustrar esse ponto, Newton (1962, p. 127) considera um cenário no qual Deus interrompesse o giro do nosso vórtice, mas sem aplicar qualquer força à Terra. Nesse cenário, Newton alega que Descartes diria que a Terra mover-se-ia em um sentido "filosófico", isto é, segundo a definição apropriada de movimento, devido à sua translação da vizinhança do fluido contíguo, sendo que antes ele defendia que a Terra estava em repouso segundo a mesma definição apropriada de movimento, ou seja, a Terra passaria a se mover sem que lhe fosse aplicada uma força.

A quarta consequência é que mesmo Deus não seria capaz de gerar movimento em alguns corpos.

[1201] "[…] just as he contends with heat that the Earth does not move because it is not translated from the neighbourhood of the contiguous aether, so from the same principles it follows that the internal particles of hard bodies, while they are not translated from the neighbourhood of immediately contiguous particles, do not have motion in the strict sense, but move only by participating in the motion of the external particles".

[1202] "[…] it appears further that no one motion can be said to be true, absolute and proper in preference to others, but that all, whether with respect to contiguous bodies or remote ones, are equally philosophical […]".

> [...] [S]e Deus incitasse o céu estrelado junto com a parte mais remota da criação com alguma força muito grande de modo a fazê-lo revolver em torno da Terra (suponha com um movimento diurno): disso, no entanto, segundo Descartes, a Terra sozinha e não o céu seria verdadeiramente dita se mover [...][1203] (Ibid., p. 128).

Como Newton comenta logo em seguida, nesse caso, faz mais sentido dizer que os céus são os únicos corpos movidos propriamente falando. Que está mais de acordo com a razão que, quando uma força é aplicada aos céus, esta os faz tenderem a se afastar do centro da revolução. Contudo, seguindo a definição cartesiana, são as partes da Terra que tendem a se afastar de seu centro devido à força aplicada aos céus. Nesse sentido, Newton (1962, p. 128) destaca que o movimento físico e absoluto não deve ser definido levando em consideração apenas a translação.

A quinta consequência é que, embora seja "repugnante à razão" que corpos alterem suas distâncias relativas e suas posições sem haver um movimento físico, Descartes alega que a Terra, os planetas e mesmo as estrelas fixas, segundo a definição apropriada de movimento, estão em repouso, ainda que suas posições relativas mudem.

Aqui vale lembrar que a tese cartesiana de que a Terra está em repouso visa conciliar seu sistema com as Sagradas Escrituras. Newton, por sua vez, defende que a Terra se move absolutamente. Como explica Rynasiewicz (2014), Newton concilia essa concepção com as Sagradas Escrituras ao defender que, no discurso não especializado, termos como *espaço*, *lugar* e *movimento* significam quantidades relativas; ao passo que no discurso especializado (ou matemático) eles denotam quantidades absolutas. Nesse sentido, ele também critica Descartes por dois motivos: por realizar uma violência às Escrituras Sagradas ao assumir que elas se referem às quantidades absolutas e por confundir quantidades verdadeiras com suas medidas relativas[1204].

A sexta consequência é que também deveria ser "repugnante à razão" a implicação da concepção cartesiana segundo a qual, caso Deus fizesse um planeta ficar parado e fazê-lo manter continuamente a mesma posição em relação às estrelas fixas, ainda assim o planeta mover-se-ia devido à translação da matéria do vórtice.

A sétima consequência é apresentada através de um questionamento: "[...] por qual razão um corpo é apropriadamente dito se mover quando outros corpos de cuja vizinhança ele

---

[1203] "[…] if God urged the starry heaven together with all the most remote part of creation with any very great force so as to cause it to revolve about the Earth (suppose with a diurnal motion): yet from this, according to Descartes, the Earth alone and not the sky would be truly said to move […]".
[1204] Confira o último parágrafo da seção 5.3 em RYNASIEWICZ, 2014.

é transportado não são vistos como estando em repouso, ou, antes, quando eles não podem ser vistos como estando em repouso"[1205] (NEWTON, 1962, pp. 128-129). Logo após esse questionamento, Newton esclarece que ele tem em vista aqui o caso dos vórtices. Segundo Descartes, o nosso vórtice está se movendo circularmente, entretanto, considerando que a vizinhança de nosso vórtice é constituída por outros vórtices e a matéria desses vórtices não está em repouso, pela definição apropriada de movimento, não poderíamos afirmar que o nosso vórtice se move. Sendo assim, Newton sugere que se faça uma distinção entre corpo e espaço.

> Pois se o Filósofo refere essa translação não às partículas corpóreas numéricas dos vórtices, mas ao espaço genérico (como ele o chama) no qual aqueles vórtices existem, finalmente concordamos, pois ele admite que o movimento deve se referir ao espaço na medida em que ele é distinguido dos corpos[1206] (Ibid., p. 129).

A última consequência é que a concepção cartesiana acarreta que um corpo em movimento não tem velocidade determinada e nem se move seguindo uma linha definida.

> [...] [A] velocidade de um corpo se movendo sem resistência não pode ser dita ser uniforme, nem a linha dita ser reta na qual seu movimento é realizado. Ao contrário, não pode haver movimento, posto que não pode haver movimento sem um certa velocidade e determinação[1207] (Ibid., p. 129).

Essa crítica de Newton está relacionada com a forma como Descartes definia o *lugar*, ou seja, como a fronteira entre a superfície de um objeto e a superfície dos corpos materiais contíguos a este objeto. Newton alega que, se seguirmos esta concepção, quando um certo movimento termina, é impossível apontar o lugar no qual o corpo estava ao iniciar o movimento, posto que a posição das partículas que envolviam o lugar onde estava o corpo que se moveu não é mais a mesma de antes. Consequentemente, não se pode dizer que o corpo se moveu. Newton (1962, p. 130) ainda observa que não existem corpos cujas posições relativas permaneceram inalteradas com o passar do tempo e que não se moveram no sentido cartesiano, ou seja, que não foram transportados de seu entorno de corpos contíguos nem são partes de outros corpos que foram assim transferidos. Como DiSalle (2016, p. 49) afirma ao resumir o posicionamento de Newton:

[1205] "[…] for what reason any body is properly said to move when other bodies from whose neighbourhood it is transported are not seen to be at rest, or rather when they cannot be seen to be at rest".

[1206] "For if the Philosopher refers this translation not to the numerical corporeal particles of the vortices, but to the generic space (as he calls it) in which those vortices exist, at last we do agree, for he admits that motion ought to be referred to space in so far as it is distinguished from bodies".

[1207] "[…] the velocity of a body moving without resistance cannot be said to be uniform, nor the line said to be straight in which its motion is accomplished. On the contrary, there cannot be motion since there can be no motion without a certain velocity and determination".

> [...] [S]e o movimento verdadeiro de um corpo é definido relativamente a corpos contíguos, e estes são as partículas do vórtice que fluem constantemente, será impossível definir um trajeto definitivo para o corpo. E nesse caso, será impossível dizer se aquele trajeto é retilíneo ou uniforme[1208].

Além disso, o fato de não ser possível apontar qual foi o lugar onde um movimento começou, implica que um corpo em movimento não pode ter velocidade. Newton (1962, p. 130) explica esse ponto da seguinte forma:

> […] [C]omo é impossível apontar o lugar no qual um movimento começou (isto é, o começo do espaço atravessado), pois este lugar não existe mais após o movimento ser completado, então o espaço atravessado, não tendo começo, não pode ter comprimento e, consequentemente, como a velocidade depende do espaço percorrido em um dado tempo, segue-se que o corpo em movimento não pode ter velocidade [...][1209].

Como comenta Slowik (2002, p. 204):

> Sem uma noção de "a mesma posição espacial no decorrer do tempo", Newton acreditava que o universo de Descartes não poderia definir coerentemente a velocidade [*velocity*] (ou a rapidez [*speed*]), posto que não existiriam meios para comparar a mudança de posição de um corpo no decorrer do tempo[1210].

Newton (1962, pp. 130-131) acrescenta que esse mesmo raciocínio aplicado para o caso do começo do espaço percorrido também deveria ser aplicado para os pontos intermediários, o que implica que, como o espaço não tem começo nem partes intermediárias, não houve espaço percorrido e, logo, nenhum movimento determinado. Como observa Slowik (2002, p. 14), na concepção de Newton, a definição do comprimento de um trajeto espacial exige que se possa identificar no tempo a posição espacial inicial de onde o movimento começou e os lugares intermediários através dos quais o movimento persiste. "Se isso não pode ser realizado, então

---

[1208] "[…] if a body's true motion is defined relative to contiguous bodies, and the latter are the constantly flowing particles of the vortex, it will be impossible to define a definite path for the body. And in that case, it will be impossible to say whether that path is rectilinear or uniform".

[1209] "[…] as it is impossible to pick out the place in which a motion began (that is, the beginning of the space passed over), for this place no longer exists after the motion is completed, so the space passed over, having no beginning, can have no length; and hence, since velocity depends upon the distance passed over in a given time, it follows that the moving body can have no velocity […]".

[1210] "Without a notion of "same spatial position over time," Newton believed that Descartes' universe could not coherently define velocity (or speed), since there would exist no means of comparing a body's change in position over time".

o comprimento do trajeto espacial – e, consequentemente, a velocidade e a direção do movimento – não pode ser expressado de maneira significativa"[1211] (Ibid., p. 14).

Assim, Newton (1962, p. 131) chega à sua conclusão:

> Segue-se indubitavelmente que o movimento cartesiano não é movimento, pois ele não tem velocidade, nem definição e não há espaço ou distância percorrida por ele. Assim, é necessário que a definição de lugares e, logo, a de movimento local faça referência a alguma coisa sem movimento como a extensão somente ou ao espaço na medida em que ele é visto como sendo verdadeiramente distinto dos corpos[1212].

Assim, por um lado, Newton está indicando que o *plenum* cartesiano é incapaz de proporcionar medidas precisas do lugar e do movimento de um corpo, devido ao seu fluxo constante; por outro lado, como observa Slowik (2002, p. 205), Newton busca demonstrar que os conceitos cartesianos de lugar e movimento apenas proporcionam aproximações imprecisas das posições e velocidades dos corpos no decorrer do tempo.

Os argumentos apresentados no *De Gravitatione* são retomados nos *Principia*. De fato, cada um dos cinco argumentos apresentados no Escólio da seção das Definições dos *Principia* tem um antecedente no *De Gravitatione*. Esse fato, segundo Rynasiewicz (2014)[1213], deixa claro em que medida o Escólio da seção das Definições dos *Principia* tem o objetivo de apresentar argumentos especificamente contra o sistema cartesiano.

Assim, Newton volta a apontar problemas relativos à definição apropriada de movimento de Descartes, embora não mencione o filósofo francês explicitamente. Por exemplo, Newton estabelece que as partes que mantêm dadas posições em relação aos todos participam nos movimentos de tais todos, de modo que quando corpos contendo outros corpos se movem, o que quer que esteja em repouso relativamente dentro deles também se move. Newton (1999, p. 411) inclusive destaca que "o movimento absoluto e verdadeiro não pode ser determinado por meio da mudança de posição da vizinhança dos corpos que são considerados como estando em repouso". Aqui percebe-se uma clara crítica à definição apropriada de movimento de Descartes. Inclusive, após essa passagem, Newton (1999, p. 411) faz uso do exemplo de uma noz e sua casca, afirmando que "[...] quando a casca se move, a noz também, sem mudar de

[1211] "If this cannot be accomplished, then the length of the spatial path – and, consequently, the velocity and direction of motion – cannot be meaningfully expressed".
[1212] "It follows indubitably that Cartesian motion is not motion, for it has no velocity, no definition, and there is no space or distance traversed by it. So it is necessary that the definition of places, and hence of local motion, be referred to some motionless thing such as extension alone or space in so far as it is seen to be truly distinct from bodies".
[1213] Essa observação é realizada no segundo parágrafo da seção 4 em RYNASIEWICZ, 2014.

posição da vizinhança da casca, se move como parte do todo"[1214]. Aqui também se percebe uma crítica implícita à definição apropriada de movimento de Descartes, tendo em vista que, como explica Janiak (2019, p. 806):

> [...] Descartes nega que uma noz dentro de uma casca se move se a casca se move. Segundo Descartes, se a noz se move, é uma função de sua relação com sua vizinhança, e como a casca é sua vizinhança, ela não passa pela experiência de uma transferência para outra vizinhança e, portanto, não se move, propriamente falando[1215].

Considerando esse aspecto, podemos estabelecer uma relação com as órbitas dos planetas. Tendo em vista as duas primeiras leis do movimento de Descartes nos *Princípios* e que ele defende que a Terra é transportada por um vórtice, então todas as partes do nosso planeta tendem a se afastar do eixo de rotação. Entretanto, a definição apropriada de movimento não nos permite fazer essa inferência. Como explica Janiak (2019, p. 807):

> [...] [E]la [a definição apropriada de movimento] mina a ideia de que todas as partes da Terra estão se movendo quando a Terra está se movendo, posto que ela trata as partes internas de um corpo diferentemente de sua superfície. Pois se perguntarmos qual é a vizinhança do centro da Terra, descobrimos que ela é a porção que envolve a Terra, e a concepção de Descartes do movimento nos impede de pensar que ambas se movem juntas[1216]. E, no entanto, na medida em que elas orbitam o Sol, deveriam ambas serem entendidas como se afastando do eixo de movimento [...][1217].

Também vale destacar sua crítica realizada através de seu experimento do balde. A partir deste experimento, Newton (1999, p. 413) conclui que a rotação da água não depende da mudança de posição da água em relação aos corpos ao redor, o que implica que o verdadeiro movimento circular não pode ser determinado através dessas mudanças de posição. Como explica Janiak (2019, p. 809):

[1214] "[…] when the shell moves, the kernel also, without being changed in position from the vicinity of the shell, moves as a part of the whole".

[1215] "[…] Descartes denies that a kernel inside a shell moves if the shell moves. According to Descartes, whether the kernel moves is a function of its relationship with its vicinity, and since the shell is its vicinity, it does not experience a transfer to another vicinity, and therefore does not move, properly speaking".

[1216] Em outras palavras, no caso das partículas que estão na superfície da Terra, elas estão paradas em relação às partículas do segundo elemento que contornam o planeta, o que, pela definição apropriada de movimento de Descartes, nos permite dizer que o planeta está se movendo. Por outro lado, as partículas da Terra que estão afastadas de sua superfície e, portanto, não interagem com as partículas do segundo elemento que contornam o planeta, pela definição apropriada de movimento, não poderiam ser consideradas como em movimento.

[1217] "[…] it undermines the idea that all the parts of the earth are moving when the earth is moving, since it treats the inside parts of a body differently than its surface. For if we ask what the vicinity of the center of the earth is, we find that it's the surrounding portion of the earth, and Descartes's view of motion prevents us from thinking that both of them move together. And yet as they orbit the sun, they should both be understood as receding from the axis of motion […]".

> […] [A] concavidade da superfície da água indica sua tendência a se afastar do eixo de movimento e, assim como as próprias leis de Descartes indicam, tal tendência significa que o corpo está, por assim dizer, tendendo a se mover retilineamente, então ele tem movimento verdadeiro. Mas seu movimento verdadeiro, por sua vez, não envolve suas mudanças de relações com outros corpos, posto que a água permanece em repouso relativamente ao balde (sua vizinhança). Logo, o verdadeiro movimento de um corpo em rotação não deveria ser entendido como consistindo em seu movimento relativo[1218].

Através desse experimento, Newton identifica a rotação da água pelo seu efeito dinâmico, de onde se infere, como observa DiSalle (2016, p. 45), que este efeito é o menor quando o movimento no sentido de Descartes é o maior, e o maior quando o movimento cartesiano é o menor. Assim, a definição cartesiana de movimento ignora esses efeitos dinâmicos.

> Assim, mesmo no sistema daqueles que defendem que nossos céus revolvem abaixo dos céus das estrelas fixas e carregam os planetas com eles, as partes individuais dos céus, e os planetas que estão relativamente em repouso nos céus aos quais eles pertencem, estão verdadeiramente em movimento. Pois eles mudam suas posições relativas um ao outro (que não é o caso com as coisas que estão verdadeiramente em repouso) e, na medida em que eles são carregados juntos com os céus, eles participam dos movimentos dos céus e, sendo partes de todos [*wholes*] que revolvem, tentam se afastar dos eixos daqueles todos [*wholes*][1219] (NEWTON, 1999, p. 413).

Um aspecto interessante que Cohen (1999, p. 107) destaca é que, tanto na discussão do experimento do balde quanto no das bolas, Newton faz uso da "linguagem cartesiana" ao falar de uma "tendência (*conatus*) de se afastar do eixo de movimento"[1220]. Segundo Cohen, tal "linguagem" teria sido tomada diretamente dos *Princípios* de Descartes.

É a insatisfação de Newton com o conceito cartesiano de movimento que o levou a desenvolver seu conceito de espaço absoluto[1221]. Janiak (2019, pp. 807-808) apresenta o

---

[1218] "[…] the concavity of the water's surface indicates its endeavor to recede from the axis of motion, and as Descartes's own laws indicate, such an endeavor means that the body is, as it were, endeavoring to move rectilinearly, so it has true motion. But its true motion, in turn, does not involve its changing relations to other bodies, since the water remains at rest relative to the bucket (its vicinity). Hence the true motion of a rotating body should not be understood as consisting in its relative motion".

[1219] "Thus, even in the system of those who hold that our heavens revolve below the heavens of the fixed stars and carry the planets around with them, the individual parts of the heavens, and the planets that are relatively at rest in the heavens to which they belong, are truly in motion. For they change their positions relative to one another (which is not the case with things that are truly at rest), and as they are carried around together with the heavens, they participate in the motions of the heavens and, being parts of revolving wholes, endeavor to recede from the axes of those wholes".

[1220] Herivel (1962, pp. 125-126) aponta que, em um manuscrito de Newton, ele trata da noção cartesiana de *conatus*. Nesse manuscrito, Newton considera o *conatus* como uma verdadeira força potencial resultante do movimento circular. Entretanto, o conceito de *conatus* não tem importância na dinâmica de Newton. De fato, Newton concluiu que o conceito era falso.

[1221] Segundo Janiak (2019, p. 805), quase todos os grandes filósofos do século XVIII se posicionavam vigorosamente contra a noção de espaço absoluto.

raciocínio de Newton da seguinte forma. Considerando que as leis do movimento estabelecem que um corpo que se move em uma curva está interagindo causalmente com algo mais e que ele tem uma tendência a se afastar do eixo do movimento, então o verdadeiro movimento dele não deveria ser compreendido como uma função de suas relações com outros corpos. Não se pode alterar o movimento retilíneo de um corpo ao alterar suas relações com os outros corpos. Apenas uma interação causal pode alterar o movimento verdadeiro de um corpo. Portanto, na concepção de Newton, não podemos assumir que o movimento verdadeiro de corpo é um tipo de movimento *relativo*, como concebe Descartes, mas é antes *absoluto*. Sendo assim, para estabelecer qual é o movimento verdadeiro, ou seja, absoluto de um corpo, é necessário pressupor que este corpo está mudando de localização independentemente de suas relações com outros corpos. Daí a necessidade de estipular a existência de um espaço que seja verdadeiramente imóvel[1222].

Aqui cabe lembrar que Newton (1962, p. 136) considera o espaço como uma disposição de todas as entidades, ou seja, na medida em que se postula uma entidade, é postulado também um espaço, mas um é distinto do outro. Daí podemos inferir que Newton rejeita o dualismo cartesiano. Na sua concepção, todas as entidades são espaciais, isto é, tudo o que existe está de alguma forma no espaço, desde corpos materiais até as mentes humanas e mesmo Deus.

Descartes, por sua vez, defendia que o espaço era idêntico à substância extensa e, consequentemente, não só não existe vácuo como também todo movimento que ocorre no âmbito celeste é relativo a um *plenum* fluido e material. Slowik (2002, p. 139) aponta que a noção cartesiana de espaço é justificada "[...] ao empregar um conjunto de corpos externos como quadro de referência para delimitar a extensão geral de uma parte do *plenum* (isto é, um mundo completamente compactado com matéria) [...]"[1223]. Slowik (2002, p. 139) ainda observa que, embora Descartes tenha uma concepção do espaço como tridimensional, ele não especifica se sua geometria é euclidiana.

Newton também se diferencia de Descartes pela sua concepção de corpo. Como já observamos, Descartes identifica o corpo material como sua extensão. O conceito de corpo é descoberto *a priori*, sendo que todo corpo que tenha um dado volume tem a mesma extensão. Um corpo individual seria definido pela superfície que o contém com seus corpos vizinhos contíguos, sendo que a *superfície* é entendida como a fronteira entre os corpos envolvidos e

[1222] Vale destacar que, como aponta Janiak (2019, p. 808), nenhum cartesiano pode aceitar a noção de espaço em si mesmo como independente de corpos, posto que o espaço em si mesmo nada mais é do que uma vasta extensão, e a extensão, por sua vez, nada mais é do que uma propriedade de uma ou mais substâncias.
[1223] "[…] by employing a set of external bodies as a reference frame to delimit the general extension of a part of the plenum (i.e., a world completely packed with matter) […]".

aqueles no entorno. No que diz respeito a Newton, nas palavras de Domski (2018, p. 56), ele trata o corpo[1224] "[...] como um objeto espacialmente localizado que tem alguma quantidade de matéria, alguma quantidade de movimento e algumas forças atribuídas a ele"[1225]. Como tal, o *corpo* deve ser entendido como uma versão idealizada de um corpo real, compartilhando apenas algumas propriedades quantificáveis com os objetos físicos.

No *De Gravitatione,* Newton (1962, pp. 142-143) critica a definição cartesiana de corpo como essencialmente extensão:

> Se dizermos com Descartes que extensão é corpo, não oferecemos manifestamente um caminho para o Ateísmo, tanto porque a extensão não é criada, mas existiu eternamente, e porque temos uma ideia absoluta dela sem qualquer relação com Deus e, assim, em algumas circunstâncias, seria possível para nós conceber a extensão enquanto imaginando a não existência de Deus?[1226]

Além disso, Newton critica o argumento de Descartes segundo o qual, caso abstrairmos dos corpos todas as suas qualidades sensíveis, só restará aquilo que pertence à sua essência, isto é, a extensão. Segundo Newton, não restará só a extensão.

> Pois podemos também rejeitar aquela faculdade ou poder pela qual elas [as qualidades] estimulam as percepções de seres pensantes. Pois como há uma diferença tão grande entre as ideias de pensar e de extensão que é impossível que deveria haver alguma base de conexão ou de relação [entre elas] exceto aquela que é causada pelo poder divino, a faculdade acima dos corpos pode ser rejeitada sem violar a extensão, mas não sem violar sua natureza corpórea[1227] (Ibid., pp. 145-146).

No mesmo manuscrito, Newton também apresenta suas próprias considerações acerca da extensão. Ele a define como a quantidade de espaço ou tempo no qual a quantidade dos poderes – ou seja, movimento, força, inércia, gravidade etc. – opera (Cf. Ibid., p. 149). Além disso, ele a caracteriza como eterna, infinita, não criada, completamente uniforme, imóvel e incapaz de induzir mudança de movimento nos corpos ou de induzir mudança de pensamento

---

[1224] Segundo Herivel (1962, p. 111), Newton não compreendia claramente o que ele queria dizer por tamanho ou quantidade de um corpo, sendo que às vezes ele queria dizer volume, às vezes todas as partes do corpo, o que revelaria uma influência de Descartes.

[1225] "[…] as a spatially located object that has some quantity of matter, some quantity of motion, and some forces attributed to it".

[1226] "If we say with Descartes that extension is body, do we not manifestly offer a path to Atheism, both because extension is not created but has existed eternally, and because we have an absolute idea of it without any relationship to God, and so in some circumstances it would be possible for us to conceive of extension while imagining the non-existence of God?".

[1227] "For we may also reject that faculty or power by which they [the qualities] stimulate the perceptions of thinking beings. For since there is so great a distinction between the ideas of thinking and of extension that it is impossible there should be any basis of connection or relation [between them] except that which is caused by divine power, the above faculty of bodies can be rejected without violating extension, but not without violating their corporeal nature".

(Cf. Ibid., p. 145). Ele argumenta que a extensão tem sua própria maneira de existência, que não permite caracterizá-la como uma substância nem como um acidente. A extensão não é uma substância por dois motivos:

> […] [P]or um lado, porque ela não é absoluta em si mesma, mas é, por assim dizer, um efeito imanente de Deus, ou uma disposição de todo ser; por outro lado, porque ela não está entre as disposições apropriadas que denotam substância, a saber, ações, tais como pensamentos na mente e movimentos no corpo[1228] (Ibid., p. 132).

A extensão também não é um acidente porque podemos concebê-la como existindo independentemente de um objeto. Podemos imaginar haver extensão onde não há corpo, assim como podemos conceber que a extensão de um corpo continue a existir mesmo que Deus venha a aniquilá-lo (Cf. Ibid., p. 132).

Um conceito relacionado ao de corpo, e que tanto Newton quanto Descartes utilizam em suas respectivas obras, é o de *quantidade de matéria*. Na concepção de Descartes, corpos que tenham o mesmo volume têm também a mesma extensão e, portanto, a mesma quantidade de matéria. Newton, por outro lado, considera que a quantidade de matéria (ou massa) é uma medida da matéria que surge do produto de sua densidade e do seu volume. Como já destacamos no capítulo anterior, o conceito de *massa* foi fundamental para Newton, posto que lhe permitiu realizar medidas da matéria que não resultassem de alguma circunstância física particular, além de aparecer nas equações de força e possibilitar a realização de previsões.

Diferentemente de Descartes, Newton (1999, p. 795) afirma que as qualidades dos corpos podem ser conhecidas apenas através de experimentos, isto é, através dos sentidos. Segundo Janiak (2008, p. 117), ao afirmar que as propriedades da matéria são conhecidas apenas através de experimentos, Newton está adotando a seguinte concepção da epistemologia da matéria:

> [...] [P]rimeiro, ele está obviamente negando a concepção cartesiana de que podemos determinar as propriedades universais da matéria puramente *a priori*, ou através da razão somente; e, segundo, ele está afirmando que experimentos guiados pelos conceitos na teoria física são exigidos para nós determinarmos as propriedades da matéria[1229].

[1228] "[…] on the one hand, because it is not absolute in itself, but is as it were an emanent effect of God, or a disposition of all being; on the other hand, because it is not among the proper dispositions that denote substance, namely actions, such as thoughts in the mind and motions in body".

[1229] "[…] first, he is obviously denying the Cartesian view that we can determine the universal properties of matter purely a priori, or through reason alone; and, second, he is contending that experiments guided by the concepts in physical theory are required for us to determine the properties of matter".

Janiak (2008, p. 123) também destaca a relação do conceito de massa com as leis da natureza no caso de Newton: "[...] a massa (inercial) é definida claramente através das três leis do movimento, e pode ser entendida e então reconhecida como uma propriedade dos corpos materiais apenas através do conhecimento das leis"[1230]. Vale ressaltar que Newton considera que nosso conhecimento das leis é empírico, isto é, não podemos deduzi-las por meio da razão somente[1231].

Janiak (2008, p. 105) observa também que Newton consegue determinar a massa a partir do peso de um corpo e determinar que a massa e o peso são quantidades distintas. É possível determinar esses elementos porque a proporcionalidade da massa de um corpo em relação ao seu peso é empiricamente fundamentada. No caso de Descartes, não é possível determinar a quantidade de matéria de um corpo através de seu peso.

Vale comparar também a noção de *força* cartesiana com a noção newtoniana[1232]. Na concepção cartesiana, tudo aquilo que existe na natureza pode ser classificado como uma substância, uma propriedade de uma substância ou o modo de uma propriedade. Uma força, então, seria uma propriedade ou um modo que pode ser ativado em certas circunstâncias. Como observa Slowik (2002, p. 54), "[...] Descartes tende a visualizar a força muito como uma propriedade ou 'poder' possuído por objetos materiais individuais [...]"[1233]. Não obstante, a relação entre força e matéria não é clara nas obras de Descartes. Slowik (2002, pp. 57-58) destaca duas diferentes interpretações da noção de força em Descartes: uma de Alan Gabbey e outra de Daniel Garber. Segundo a primeira, as forças existem nos corpos como propriedades reais ou modos cuja presença ocasiona as leis da natureza; de acordo com a segunda, a força é um tipo de descrição abreviada das regularidades dinâmicas que são mantidas no mundo por Deus. Concordamos com Slowik (2002, p. 58) que a segunda interpretação parece ser a mais plausível, tendo em vista que Descartes defende que a extensão constitui a *única* essência da matéria. "O fenômeno da força, consequentemente, é simplesmente o efeito visível ou experimental dos modos como os corpos se comportam, um padrão de ação que é caracterizado

[1230] "[…] (inertial) mass is defined clearly through the three laws of motion, and can be understood and then recognized to be a property of material bodies only through knowledge of the laws".
[1231] Retornaremos a tratar desse ponto na próxima seção.
[1232] Herivel (1962, p. 108) acredita ser pouco provável que Newton tenha sido influenciado pelo conceito de força kepleriano, tendo em vista que, nas suas primeiras pesquisas no âmbito da dinâmica, Newton faz uso apenas da terceira lei do movimento planetário, embora posteriormente serão as outras duas leis que fornecerão os fundamentos de sua dinâmica.
[1233] "[…] Descartes tends to envision force much like a property or "power" possessed by individual material objects […]".

matematicamente como o produto de sua velocidade e de seu tamanho [...]"[1234] (Ibid., p. 58). Slowik (2002, p. 57, ênfase do autor) também observa que:

> [...] [C]omo forças inerciais são uma *forma* ou *consequência* do movimento, Descartes aparentemente não objetou a incorporar esses fenômenos dentro da discussão dos modos da substância material. Isso também tenderia a explicar sua identificação da propriedade "quantidade de movimento" como a força conservada nas colisões, que ele iguala com o produto do tamanho (extensão) e velocidade (movimento). Ao considerar as forças como um subproduto das qualidades primárias da matéria, Descartes as tornou palatáveis às suas disposições geométricas[1235].

No que diz respeito ao conceito newtoniano de *força*, já apontamos que ele pode ter significados diferentes a depender do contexto no qual está inserido. Podemos estabelecer, porém, que, diferentemente de Descartes, Newton não concebe a força como uma propriedade nem como um modo, mas como uma *ação*. Sendo assim, como aponta Janiak (2019, p. 813), as noções de *força* dos dois filósofos estão em duas categorias metafísicas distintas.

Apesar de pertencerem a duas categorias metafísicas distintas, ainda assim é possível perceber uma influência cartesiana na concepção de Newton. Como observa Herivel (1962, p. 112), Newton define implicitamente a quantidade de uma força pela quantidade de movimento que ela pode criar ou destruir em um corpo. Ora, assim como Descartes, Newton defende que a mesma quantidade de força é necessária para criar ou destruir uma determinada quantidade de movimento em um corpo. Além disso, Cohen (1999, p. 46) alega que Newton aprendeu sobre a ação de uma força impulsiva em um corpo em movimento retilíneo uniforme com Descartes. Trata-se do princípio que ele utiliza na primeira proposição do Livro 1 dos *Principia*. Segundo Cohen (1999, pp. 46-47), o procedimento que Newton realiza nesta Proposição vem diretamente da *Dióptrica* de Descartes[1236].

Tendo comparado seus principais conceitos físicos, podemos agora comparar as leis da natureza de ambos os filósofos e indicar em que medida as leis de Descartes foram importantes para Newton.

[1234] "The phenomenon of force, consequently, is simply the visible or experiential effect of the ways bodies behave, a pattern of action that is characterized mathematically as the product of their speed and size [...]".

[1235] "[…] since inertial forces are a *form* or *consequence* of motion, Descartes apparently did not object to incorporating these phenomena within the discussion of the modes of material substance. This would also tend to explain his identification of the property "quantity of motion" as the force conserved in collisions, which he equates with the product of size (extension) and speed (motion). By regarding forces as a byproduct of the primary qualities of matter, Descartes rendered them palatable to his geometric dispositions".

[1236] Cohen (2016, pp. 71-72) também aponta para a influência da *Dióptrica* de Descartes no Corolário 1 da seção dos "*Axiomas, ou Leis do Movimento*" dos *Principia*.

4.2. As leis da natureza de Descartes e Newton

Antes de apresentarmos os aspectos semelhantes entre as leis do movimento de Newton e as leis da natureza de Descartes, devemos destacar algumas breves considerações sobre as leis dos dois filósofos. No caso de Descartes, ele alega que suas leis da natureza são "deduzidas" a partir de considerações acerca da imutabilidade de Deus. Tomemos a primeira lei. Na discussão dela, Descartes aponta que podemos inferir que uma mudança em um corpo deve resultar de uma causa externa, posto que, na ausência de uma tal causa, um corpo permanecerá no seu estado de repouso ou de movimento devido à sua conservação por parte de Deus, que é imutável e constante na forma que atua. Em relação à segunda lei, a imutabilidade de Deus nos permite inferir que Deus conserva o movimento na matéria precisamente como ele é a cada instante, de onde podemos estabelecer que a cada instante do percurso de um corpo em movimento há uma inclinação no corpo de se mover em alguma direção, isto é, uma inclinação a se mover seguindo uma linha reta. No caso da terceira lei, vale a pena citá-la novamente:

> [...] [S]e um corpo que se move e que encontra um outro tem menos força para continuar a se mover em linha reta do que este outro tem de lhe resistir, ele perde sua determinação sem nada perder de seu movimento; e que, se ele tem mais força, ele move consigo esse outro corpo, e perde tanto de seu movimento quanto lhe dá[1237] (AT, IX-2, Parte II, art. 40, pp. 86-87).

Domski (2018, p. 47) defende que, embora na primeira parte desta lei Descartes não faz nenhum apelo explicito à imutabilidade de Deus, na segunda parte, ela desempenha papel importante. De acordo com a segunda parte da terceira lei, se um corpo com mais força colidir com um corpo mais fraco, ele perde tanto movimento quanto transfere ao corpo mais fraco. Domski (2018, pp. 47-48) observa que:

> Como Descartes a apresenta, a verdade deste princípio resulta da verdade da segunda lei, a verdade de que o universo é um *plenum*, isto é, que não há vácuo na natureza, e da verdade de que Deus 'sempre mantém ininterruptamente o mundo pela mesma ação pela qual Ele o criou'[1238].

[1237] "[...] si vn corps qui se meut & qui en rencontre vn autre, a moins de force, pour continuer de se mouuoir en ligne droite, que cét autre pour luy resister, il perd l'a determination... sans rien perdre de son mouuement; & que, s'il a plus de force, il meut auec soy cét autre corps, & perd autant de son mouuement qu'il luy en donne".

[1238] "As Descartes presents it, the truth of this principle stems from the truth of the second law, the truth that the universe is a plenum, i.e., that there is no vacuum in nature, and the truth that God 'always uninterruptedly maintain[s] the world by the same action by which He created it'".

Domski (2018, p. 48) também acrescenta que, "[...] com essa lei, Descartes estabeleceu que a manutenção imutável de Deus da natureza garante que a quantidade de movimento é conservada, não apenas no universo em geral, mas também em colisões locais desse tipo"[1239].

Os argumentos apresentados para cada lei também são fundamentados nas teses físicas e metafísicas que foram estabelecidas até o momento em questão dos *Princípios*, sendo que esses argumentos seriam "consistentes com a razão". Nesse sentido, vale relembrar que Descartes defende que o conhecimento que podemos obter depende de Deus.

> […] [E]le [Descartes] consistentemente sustenta que nossa capacidade racional para descobrir a verdade é dada a nós por Deus e, mais que isso, alega que nossa habilidade racional de alcançar conhecimento exige que nos fundamentemos em ideias inatas claras e distintas, que elas próprias originam de uma fonte divina[1240] (Ibid., p. 48).

As leis da natureza se relacionam com a tese de que nosso conhecimento é dependente de Deus. Nós sabemos que Deus é imutável, assim como Seus atos, que são constantes também. Daí podemos inferir as leis da natureza, isto é, a verdade delas está baseada na "luz interna da razão". Nosso conhecimento da natureza de Deus é, no entanto, limitado. Como comenta Domski (2018, pp. 49-50), embora o conhecimento que temos de Deus, a partir de nossa ideia inata, seja o mais claro e distinto que podemos alcançar, ele não é suficiente para conseguirmos compreender Suas perfeições. Sendo assim, não podemos afirmar que, a partir das leis da natureza, podemos estabelecer perfeitamente como Deus atua sobre o mundo. Antes, "[...] as leis têm o intuito de capturar como um intelecto limitado, dependente e finito deve entender a manutenção de Deus da matéria e do movimento"[1241] (Ibid., p. 49).

Isso não significa que as leis da natureza não possam ser consideradas confiáveis. Como bem observa Domski (2018, p. 52), as leis da natureza de Descartes são certas e indubitáveis, mas elas não podem ser consideradas como um *insight* perfeito e completo sobre os corpos e o movimento. Suas descrições da matéria e de seu movimento são válidas e podemos nos assegurar disso porque nossa razão é equipada para entendê-las. Tal entendimento ocorre por meio de uma "iluminação natural", ou de uma "luz interna da razão", e de nosso acesso a ideias inatas, ambos proporcionados por Deus. Sendo assim, é seguro afirmar que, na concepção cartesiana, "[...] as leis servem como descrições atemporais, e que não podem ser revistas, da

---

[1239] "[…] with this law, Descartes has established that God's immutable maintenance of nature guarantees that the quantity of motion is conserved, not only in the universe in general, but also in local collisions of this sort".
[1240] "[…] he consistently maintains that our rational capacity for discovering the truth is given to us by God and, moreover, he claims that our rational ability to attain knowledge requires that we rely on clear and distinct innate ideas, which themselves originate from a divine source".
[1241] "[…] the laws are meant to capture how a limited, dependent, and finite intellect must understand God's maintenance of matter and motion".

ordem divina das coisas, porque elas são 'deduzidas' do conhecimento atemporal, imutável e perfeito da natureza de Deus"[1242] (Ibid., p. 52).

É importante destacar que as leis da natureza de Descartes convenceram poucos de seus contemporâneos, como comentam Smeenk e Schlisser (2013, p. 112):

> Poucos leitores foram convencidos pela alegação de Descartes de ter deduzido essas leis da natureza de seus princípios metafísicos primeiros, e mesmo uma rápida leitura das Partes III e IV [dos *Princípios*] revela que a conexão entre a explicação sistemática de natureza oferecida ali e os princípios básicos na Parte II deixa mais espaço para a livre atuação da imaginação do que Descartes permite[1243].

A análise de Descartes da colisão dos corpos, em especial, foi bastante criticada. Segundo Smeenk e Schlisser (2013, pp. 112-113), em duas décadas, vários filósofos naturais demonstraram insatisfação com ela, apontando não somente sua inadequação empírica como também conceitual. Schliesser (2014, p. 72) também afirma que "[...] uma vez que um consenso tinha se desenvolvido de que as regras da colisão de Descartes levavam a consequências absurdas, o *status* das leis da natureza de Descartes estava também em dúvida"[1244].

Roger Cotes também foi um dos críticos de Descartes – e defensor de Newton. Como Descartes defendia que a verdade de suas leis da natureza estava baseada na "luz interna da razão" e na existência de Deus, que tem um poder absoluto e livre, Cotes alegava haver uma inconsistência na concepção cartesiana. A crítica dele, nas palavras de Domski (2018, p. 44), era que "não podemos simultaneamente alegar, por um lado, que Deus livremente desejou a criação da natureza e, por outro lado, que podemos, por meio da razão humana somente, descobrir as leis que governam os objetos naturais"[1245]. Ou seja, Cotes critica Descartes por superestimar nossa racionalidade. Entretanto, como apontamos há pouco, Descartes não defende que temos um conhecimento perfeito e completo de Deus, mas as descrições das leis da natureza acerca da matéria e de seu movimento são válidas e podemos estar seguros disso, embora nossa racionalidade tenha seus limites. De fato, em diferentes momentos de suas obras,

---

[1242] "[…] the laws serve as unrevisable and timeless descriptions of the divine order of things, because they are 'deduced' from the timeless, immutable, and perfect knowledge of God's nature".

[1243] "Few readers were convinced by Descartes' claim to have deduced these laws of nature from his metaphysical first principles, and even a quick reading of Parts III and IV reveals that the connection between the systematic account of nature offered there and the basic principles in Part II leaves more room for the free play of the imagination than Descartes allows".

[1244] "[…] once a consensus had developed that Descartes's collision rules led to absurd consequences the status of Descartes's laws of nature was also in doubt".

[1245] "We cannot simultaneously claim, on the one hand, that God freely willed the creation of nature and, on the other, that we can, by means of human reason alone, discover the laws that govern natural objects".

Descartes reconhece os limites da nossa razão, como, por exemplo, quando afirma que não somos capazes de saber qual é o propósito último daquilo que Deus cria.

No que diz respeito às leis do movimento de Newton, destacamos o fato de, na primeira e na terceira delas, ele apresentar casos empíricos[1246]. Uma forma de interpretar essa exposição que Newton faz de casos empíricos nessas leis é que ele está indicando que está realizando uma "dedução" das leis do movimento diretamente dos fenômenos. Domski (2018, p. 54) aponta que, se seguirmos essa interpretação, então Newton está apresentando um argumento indutivo de duas etapas que justificaria a consideração das leis do movimento como axiomáticas:

> Ele primeiro junta a evidência de que os corpos que comumente observamos agem de acordo com as leis e, depois, a partir dessa evidência, generaliza a verdade das leis para todos os corpos observáveis. É desse passo generalizante que as leis adquirem seu *status* axiomático, na medida em que Newton está estipulando que as leis são, em geral, verdadeiras, embora possamos, em um momento futuro, encontrar uma exceção empírica para os comportamentos que as leis descrevem[1247].

Domski (2018, p. 54) considera que tal interpretação apresenta duas vantagens: ela é consistente com a concepção de que, na filosofia experimental, as proposições devem ser consideradas como exatas ou muito aproximadamente verdadeiras, embora possa haver hipóteses contrárias; e ela é consistente com o projeto de estabelecer um programa de filosofia natural que possa substituir filosofias "hipotéticas" que se fundamentam em causas imaginárias. Domski (2018, p. 54) vê nessa interpretação o seguinte problema: se adotarmos essa interpretação, o fato de Newton oferecer um argumento indutivo para sustentar suas leis implica que elas podem ser consideradas no máximo provisoriamente axiomáticas, ou seja, aceitas apenas na medida em que não há evidência empírica do contrário. Consequentemente, tendo em vista que os *Principia* têm como fundamento as leis do movimento, todo programa de filosofia natural apresentado na obra também será provisório.

Não se trata, porém, de um problema, como interpreta Domski, pois embora Newton afirme que se *utiliza* da indução, o processo de raciocínio é, em última instância, axiomático. Em todo caso, Domski apresenta sua interpretação alternativa:

> Especificamente, podemos tomar as leis como axiomáticas na medida em que elas são racionalmente *certas*, e podemos tomá-las como verdadeiras na medida em que a

[1246] Schliesser (2014, p. 72) enfatiza que a primeira e segunda lei de Newton foram confirmadas através de experimentos com pêndulos.

[1247] "He first gathers evidence that bodies we commonly observe act according to the laws, and then, from this evidence he generalizes the truth of the laws to all observable bodies. It is from this generalizing step that the laws earn their axiomatic status insofar as Newton is stipulating that the laws are generally true, even though we might, at a future time, encounter an empirical exception to the behaviors that the laws describe".

> evidência nos mostra que as leis se *aplicam* aos comportamentos no mundo natural. Nessa interpretação, o que garante às leis o seu *status* axiomático é nossa certeza racional – nossa inabilidade de duvidar – de que, pelos padrões da matemática, elas descrevem precisamente o movimento dos corpos[1248] (Ibid., p. 55).

A associação que Newton faz de um padrão matemático de certeza com as leis do movimento é sugerida já no início do Livro 3 dos *Principia*, como se constata na seguinte passagem:

> Nos livros precedentes, eu apresentei os princípios da filosofia que não são, no entanto, filosóficos, mas estritamente matemáticos – isto é, aqueles nos quais o estudo da filosofia pode ser baseado. Esses princípios são as leis e as condições dos movimentos e das forças, que se relacionam especialmente à filosofia[1249] (NEWTON, 1999, p. 793).

Se recordarmos a distinção que Newton faz entre a abordagem matemática e a abordagem física, essa atribuição às leis do movimento se torna mais clara. Na sua abordagem matemática, ele considera apenas as quantidades e as proporções matemáticas das forças, por exemplo, e desconsidera suas qualidades físicas (Cf. Ibid., p. 588). O mesmo vale para os corpos. Enquanto Descartes concebe os corpos como objetos materiais criados por Deus, Newton os concebe de um ponto de vista matemático. Consequentemente, as leis do movimento não tratam de corpos reais, mas objetos que compartilham apenas algumas propriedades dos objetos reais (Cf. DOMSKI, 2022, p. 1471). Sendo assim, Domski defende que devemos entender as leis do movimento também como estritamente matemáticas.

> [...] [E]las são 'estritamente matemáticas' na medida em que são leis que descrevem o comportamento de corpos matemáticos, a saber, corpos idealizados que têm propriedades quantificáveis que podem ser racionalizados sem consideração de quais causas físicas podem dar origem a essas propriedades[1250] (Id., 2018, p. 57).

Portanto, as leis do movimento não tratam sobre corpos reais, mas sobre corpos concebidos matematicamente. Isso permite que as leis possam ser caracterizadas como certas e evidentes do ponto de vista matemático, não exigindo que sejam justificadas empiricamente, na

---

[1248] "Specifically, we can take the laws to be axiomatic insofar as they are rationally *certain*, and we can take them to be true insofar as evidence shows us that the laws *apply* to behaviors in the natural world. On this interpretation, what grants the laws their axiomatic status is our rational certainty—our inability to doubt—that, by the standards of mathematics, they accurately describe the motion of bodies".

[1249] "In the preceding books I have presented principles of philosophy that are not, however, philosophical but strictly mathematical—that is, those on which the study of philosophy can be based. These principles are the laws and conditions of motions and of forces, which especially relate to philosophy".

[1250] "[…] they are 'strictly mathematical' insofar as they are laws that describe the behavior of mathematical bodies, viz., idealized bodies that have quantifiable properties that can be reasoned about without consideration of what physical causes may give rise to these properties".

medida em que possam ser aproximadamente corroboradas. “Elas são princípios ‘estritamente matemáticas’ sobre corpos matemáticos que, pelos padrões do raciocínio *matemático*, estão para além da dúvida racional”[1251] (Ibid., p. 57, ênfase do autor).

Se esse é o caso, resta entender o que está por trás do uso que Newton faz de casos empíricos na discussão da primeira e da terceira lei do movimento. Segundo Domski (2018, p. 57):

> […] [O]s fenômenos apresentados na discussão das leis do movimento têm o intuito de mostrar que essas leis matematicamente certas e axiomáticas são verdadeiras em relação aos objetos físicos – que embora as leis não sejam sobre corpos físicos, elas são leis que podem ser aplicadas a corpos reais que sofrem a ação de causas físicas[1252].

Domski (2018, pp. 58-59) defende que o fato de Newton relacionar, em diversos momentos do Escólio da seção das *Leis do Movimento* nos *Principia*, as noções de *prova* e de *teste* com resultados experimentais, sugere que a evidência observacional e experimental pode confirmar que proposições matematicamente demonstradas podem ser aplicadas a objetos reais. Ao apresentar casos empíricos na primeira e na terceira lei, Newton está oferecendo evidências observacionais que “provam a verdade” das leis, ou seja, além de elas serem matematicamente corretas, os comportamentos descritos por elas têm correspondentes em corpos reais. Portanto, os casos empíricos apresentados na primeira e terceira lei:

> [...] [N]ão indicam simplesmente que a teoria matemática governa os corpos com seletas propriedades matemáticas. Mais significativamente, eles indicam que as leis axiomáticas do movimento governam o comportamento de corpos naturais não idealizados realmente existentes[1253] (Ibid., p. 59).

Assim, como as leis conseguem capturar aquilo que é considerado mais básico na experiência física, elas podem ser consideradas axiomáticas.

Podemos inferir, portanto, que Newton faz uso de uma noção de *verdade* diferente daquela de Descartes. A noção de verdade à qual Newton recorre está ligada à *aplicabilidade*, no sentido de que as leis da natureza são verdadeiras porque elas podem ser aplicadas a alguns casos empíricos. No entanto, isso não implica que elas sejam aplicáveis para todos os casos.

[1251] “They are ‘strictly mathematical’ principles concerning mathematical bodies that, by the standards of *mathematical* reasoning, are beyond rational doubt”.

[1252] “[…] the phenomena presented in the discussion of the laws of motion are meant to show that these mathematically certain and axiomatic laws are true of physical objects—that although the laws are not about physical bodies, they are laws that can be applied to real bodies that are being acted on by physical causes”.

[1253] “[…] don’t simply indicate that the mathematical theory governs bodies with select mathematical properties. More significantly, they indicate that the axiomatic laws of motion govern the behavior of actually existing, non-idealized natural bodies”.

Daí vem a necessidade, como observa Domski (2018, p. 59), de realizar uma generalização por meio da indução após "deduzir" a verdade, ou seja, a aplicação das leis do movimento a partir dos fenômenos. A indução se torna necessária porque a verdade das leis não pode ser demonstrada para todos os casos. Não obstante, esse fato não as deslegitima. Como afirma Domski (2018, p. 59), "[…] embora sua verdade possa não ser atemporal nem universal, as leis funcionam como proposições atemporais e universalmente certas que, podemos dizer, são verdadeiras da, e mesmo verdadeiras por causa da, evidência que temos disponível"[1254].

Domski (2018, p. 60), então, defende que o método de Newton consiste em duas etapas:

> Newton começa raciocinando matematicamente sobre 'corpos' matematicamente ideais, de modo a identificar os princípios dos movimentos e as forças que estão para além da dúvida racional. A evidência empírica, então, entra no argumento de Newton para ligar o que é matematicamente certo com o que testemunhamos na natureza[1255].

Newton está indicando que aquilo que podemos estabelecer como certo para nós através da observação e da realização de experimentos está de acordo com o que Deus estabeleceu como tal. Sendo assim, considerando as evidências que nos são disponíveis, a concordância entre aquilo que o raciocínio matemático prevê e o comportamento dos corpos reais permite sustentar que as leis do movimento são leis estabelecidas por Deus.

No âmbito das leis do movimento, percebe-se a influência cartesiana no que diz respeito à dinâmica. Herivel (1962, pp. 107-108) defende que foram Galileu e Descartes a origem do sucesso da dinâmica de Newton, sendo que Descartes teria exercido uma influência maior sobre Newton do que Galileu nesse aspecto. Herivel (1962, pp. 106-107) considera que as contribuições essenciais de Descartes para a dinâmica newtoniana foram: ele ter sido o primeiro a enunciar completa e corretamente o princípio de inércia e ter sido o primeiro a realizar uma análise correta do movimento circular e suas leis do impacto, que contêm o conceito de conservação do movimento[1256]. Vale a pena nos determos mais sobre essas duas contribuições.

Cohen (1999, p. 46) aponta que Newton teria aprendido sobre o princípio de inércia a partir dos *Princípios* de Descartes. De fato, teria sido a partir da apresentação da primeira lei de Descartes que Newton teria adotado o conceito de movimento como um *estado*, além de fazer,

---

[1254] "[…] though their truth may be neither timeless nor universal, the laws stand as timelessly and universally certain propositions that, we can say, are true of, and even true because of, the evidence we have at hand".

[1255] "Newton begins by reasoning mathematically about mathematically ideal 'bodies' in order to identify principles of motions and forces that are beyond rational doubt. Empirical evidence then enters Newton's argument to bridge what is mathematically certain with what we witness in nature".

[1256] Herivel (1962, p. 113) observa que Newton, no *Waste Book*, ao tratar da questão da colisão de dois corpos, parte do princípio cartesiano da conservação de movimento. Diferentemente de Descartes, porém, Newton leva em consideração o sentido e a direção do movimento.

na sua apresentação do princípio de inércia, uso da mesma linguagem utilizada por Descartes, repetindo a expressão cartesiana: "*conatus recedendi a centro*", ou seja, "tendência de se afastar do centro" (Cf. Ibid., p. 46).

Podemos perceber a influência do princípio de Descartes não somente pela comparação da primeira lei do movimento de Newton apresentada nos *Principia* e das duas primeiras leis da natureza de Descartes nos *Princípios*, mas também através do *Waste Book*, onde, segundo Herivel (1988, p. 471), é encontrado o primeiro enunciado de Newton do princípio em questão nos axiomas 1 e 2. Nesses axiomas, Newton estabelece que:

> "Se uma quantidade é posta em movimento, ela jamais é interrompida, a não ser que seja impedida por uma causa exterior qualquer". [E] "uma quantidade deslocar-se-á sempre seguindo uma mesma linha reta (sem alterar nem a determinação nem a velocidade de seu movimento), a menos que uma causa exterior qualquer a desvie"[1257] (Ibid., p. 471).

No axioma 100 do *Waste Book*, Newton também afirma que "'cada coisa persevera naturalmente no estado no qual ela está, a menos que ela seja interrompida por uma causa exterior qualquer'"[1258] (Ibid., p. 471) e que "'uma vez posto em movimento, um corpo conserva as mesmas velocidade, quantidade e determinação de seu movimento'"[1259] (Ibid., p. 471).

Herivel (1988, p. 472) destaca dois aspectos da forma como Descartes apresenta o princípio de inércia nos *Princípios*: o primeiro deles é o princípio ser apresentado em duas partes distintas, o segundo é as duas partes do princípio serem deduzidas considerando a natureza de Deus e Sua ação no Universo. Na sua apresentação do princípio de inércia no *Waste Book*, Newton também divide o princípio em duas partes: uma sobre a propriedade inercial do movimento na ausência de perturbações externas e outra sobre uma quantidade deslocar-se sempre em linha reta na ausência de uma causa exterior. Herivel (1988, p. 472) argumenta que, como Descartes foi o primeiro – e aparentemente o único – a apresentar o princípio de inércia em duas partes, o fato de Newton fazer o mesmo no *Waste Book* e de suas partes serem semelhantes às de Descartes, deve-se considerar ao menos provável que ele tenha modelado seu enunciado considerando o do filósofo francês. Herivel reconhece que há diferenças entre os enunciados, mas aponta que o axioma 100 do *Waste Book* elimina a dúvida sobre a influência

---

[1257] "«Si une quantité est mise en mouvement elle ne s'arrêtera jamais à moins qu'elle ne soit empêchée par une cause extérieure quelconque». et «Une quantité se déplacera toujours suivant une même ligne droite (sans changer ni la détermination ni la vitesse de son mouvement) à moins qu'une cause extérieure quelconque ne la dévie»".

[1258] "«Chaque chose persévère naturellement dans l'état où elle est à moins qu'elle ne soit interrompue par une cause extérieure quelconque»".

[1259] "«Une fois mis en mouvement un corps conservera les mêmes vitesse, quantité et détermination, de son mouvement»".

cartesiana, “pois o princípio filosófico geral expresso nesse axioma não é outro que uma paráfrase fiel em inglês do princípio dado em latim no Artigo 37 da Parte 2 dos *Principia* de Descartes”[1260] (Ibid., p. 472). Portanto, concordamos com a conclusão de Herivel de que o princípio de inércia apresentado no *Waste Book* foi tomado diretamente dos *Princípios* de Descartes[1261].

Deve-se destacar, porém, que Descartes não utiliza o termo “inércia” em seus escritos sobre o movimento, exceto na sua correspondência. Cohen (1999, p. 101) aponta que Newton, ao utilizar o termo “*inércia*” pela primeira vez, não sabia quem o tinha introduzido no estudo do movimento. No *De Gravitatione*, há uma referência à correspondência de Descartes com Mersenne na qual eles discutem tópicos acerca da física do movimento. Dentre eles, segundo Cohen (1999, pp. 100-101), está a “inércia” da matéria, que faria os corpos virem ao repouso quando a força que estivesse atuando sobre eles cessasse. Mersenne, nesse contexto, estaria perguntado a Descartes sobre o uso que Kepler faz desse conceito, embora o astrônomo não seja mencionado explicitamente. Cohen (1999, p. 100-101) sugere que, “embora as cartas cartesianas assumam uma posição crítica em relação a esse conceito, aqui estava uma óbvia fonte da familiaridade de Newton com o termo ‘inércia’ em um contexto físico, especificamente o contexto do movimento”[1262].

Embora Newton tenha sido influenciado pelo princípio de Descartes, existe uma diferença entre eles. Segundo Cohen (1999, p. 101):

> “Inércia” no uso de Descartes era uma propriedade de “inércia” [*inertness*], pela qual a matéria não poderia de e por si mesma manter-se em movimento quando a força que move deixa de atuar. O conceito de Newton (“*inertia materiae*”) implicava uma “força” de manter qualquer estado no qual um corpo esteja, seja em um estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme[1263].

[1260] “Car le principe philosophique général exprimé dans cet axiome n'est autre qu'une paraphrase fidèle en anglais du principe donné en latin dans l'Article 37 de la Partie 2 des *Principia* de Descartes”.

[1261] Herivel (1988, p. 482) também considera a possibilidade de Newton ter sido influenciado pelo uso do princípio de inércia de Galileu no seu *Discurso*, mas a descarta, porque o problema estudado por Galileu não tinha a generalidade do problema do movimento sob uma força central, ao contrário do que ocorre na discussão de Descartes do movimento circular, que concebe o princípio como a determinação de um corpo de se mover constantemente com velocidade uniforme seguindo pela tangente.

[1262] “Although the Cartesian letters took a critical position with respect to this concept, here was an obvious source of Newton's acquaintance with the term ‘inertia’ in a physical context, specifically the context of motion”.

[1263] “"Inertia" in Descartes's usage was a property of "inertness," whereby matter could not of and by itself keep moving when the moving force ceases to act. Newton's concept ("inertia materiae") implied a "force" of maintaining whatever state a body happens to be in, whether a state of rest or of uniform rectilinear motion”.

A mudança do estado de movimento ou de repouso de um corpo, para Descartes, exige a interferência de causas externas ao corpo. Newton, por sua vez, especifica que a mudança de estado de movimento ou de repouso ocorre através de forças impressas.

No que diz respeito ao movimento circular, cabe lembrar que no Artigo 39 da Parte 2 dos *Princípios*, Descartes trata sobre o movimento circular de uma pedra em uma funda, afirmando que "[...] todo corpo que se move em círculo tende, sem cessar, a se afastar do círculo que ele descreve"[1264] (AT, IX-2, Parte II, art. 39, p. 86). Nesse momento de sua obra, ele afirma que a tendência inercial da pedra de seguir pela tangente segue-se da tendência centrífuga do movimento circular. Nos Artigos 56 e 57 da Parte III dos *Princípios*, Descartes separa essas duas tendências. No Artigo 56, ele aponta que as partículas do segundo elemento, devido ao seu movimento circular, têm uma tendência a se afastar do centro de seu vórtice, mas esta tendência pode encontrar obstáculos devido a outras causas. No artigo 57, ele aponta que um corpo pode estar sujeito a diferentes tendências simultaneamente, como no caso da pedra movendo-se circularmente em uma funda. A combinação de todas as causas atuando sobre a pedra faz ela se mover dessa forma. Se formos considerar, porém, somente a força de movimento na própria pedra, sua tendência de movimento é se dirigir à tangente do círculo descrito. Devido à funda, a pedra é impedida de seguir esse percurso, mas a tendência está presente. Como comenta Herivel (1988, p. 474), Descartes parece defender a existência de duas tendências distintas: "[...] uma seguindo a tangente e devido à força de movimento na própria pedra, e outra seguindo o raio a partir do centro"[1265]. Vale notar que Descartes não foi capaz de estabelecer a relação entre a tendência de seguir pela tangente e a tendência de se afastar do centro, tampouco apresentar uma expressão matemática que estabeleça a relação entre a força centrífuga, o raio do círculo e a velocidade do movimento circular.

Tendo em vista essa característica da discussão de Descartes sobre o movimento circular, Herivel (1988, p. 474) indica que nos axiomas 20 e 21 do *Waste Book* encontram-se algumas das primeiras reflexões de Newton acerca desse tema[1266]:

> No Axioma 20, ele imagina um pequeno corpo esférico se deslocando sobre a superfície interior de uma cavidade esférica. Em todo ponto, a determinação do movimento do corpo é dirigida ao longo da tangente à sua trajetória nesse ponto. E o fato de que ele não segue a tangente deve ser devido a uma pressão, dirigida em direção ao interior, da superfície que o cerca e atua sobre ele. Ele deduz disso, no Axioma 21, "que todos os corpos em movimento circular têm uma tendência [a se

[1264] "[...] tout corps qui est meu en rond, tend sans cesse à s'esloigner du cercle qu'il décrit".
[1265] "[...] l'un suivant la tangente et dû à la force de mouvement dans la pierre elle-même, et l'autre suivant le rayon à partir du centre".
[1266] A demonstração de Newton discutida na seguinte passagem, junto com sua ilustração, é transcrita em HERIVEL, 1962, pp. 119-120.

> afastar] do centro em torno do qual eles se movem, [pois], de outra forma, o corpo Oc (considerado no axioma anterior) não pressionaria continuamente sobre edf (a superfície que o cerca)"[1267] (Ibid., p. 474).

Percebe-se nesses axiomas que Newton também atribui duas tendências a um corpo que se movimenta circularmente: uma em direção à tangente de sua trajetória e outra a se afastar do centro em torno do qual se move. Herivel ainda indica outro manuscrito[1268] produzido pouco depois do *Waste Book* no qual se encontra a mesma crença em um *conatus* a partir do centro de um movimento circular. Tendo em vista esses aspectos, ele infere que:

> O fato de que Newton, como Descartes, deduz a tendência tangencial do corpo em movimento de uma aplicação do princípio de inércia, reforça a verossimilhança da hipótese segundo a qual essa antiga discussão de um movimento circular por Newton estava baseada sobre a abordagem similar desenvolvida por Descartes nos seus *Principia*[1269] (Ibid., p. 475).

Vale apontar também que, na sua demonstração do *Waste Book*, Newton faz uso de um termo cartesiano (a *determinação*) e do princípio de inércia de Descartes (Cf. Id., 1962, pp. 119-120).

Também destacamos que Newton, ao contrário de Descartes, estabelece uma relação matemática entre as tendências de um corpo que se movimenta circularmente de seguir em direção à tangente de sua trajetória e de se afastar do centro em torno do qual se move.

O entendimento do desvio do movimento em linha reta de um corpo como uma medida da grandeza de uma força que atua continuamente sobre o corpo durante um intervalo de tempo infinitesimal também é um elemento dinâmico utilizado por Newton que possivelmente teve uma influência cartesiana. Como comenta Herivel (1988, p. 481):

> [...] [H]á uma influência cartesiana possível na medida em que parece muito provável que Newton tirou a noção de desvio infinitesimal, que tem um papel tão fundamental

---

[1267] "A l'Axiome 20 il imagine un petit corps spherique se déplaçant sur la surface intérieure d'une cavité spherique. En tout point la détermination du mouvement du corps est dirigée le long de la tangente à sa trajectoire en ce point. Et le fait qu'il ne suive pas la tangente doit être dû à une pression, dirigée vers l'intérieur, de la surface qui l'entoure et agit sur lui. Il déduit de cela à l'Axiome 21 «que tous les corps en mouvement circulaire ont une tendance [à s'écarter] du centre autour duquel ils se meuvent, [car] autrement le corps Oc (considéré dans l'axiome précédent) ne pousserait pas continuellement sur edf (la surface qui l'entoure)»".

[1268] Trata-se de um artigo sobre o movimento circular, que ele identifica como "U.C.L. MS. Add. 3958 (5) folios 87,89 (première moitié)" (Cf. HERIVEL, 1988, p. 467).

[1269] "Le fait que Newton, comme Descartes, déduise l'effort tangentiel du corps en mouvement d'une application du principe d'inertie, renforce la vraisemblance de l'hypothèse selon laquelle cette ancienne discussion du mouvement circulaire par Newton était basée sur l'approche similaire développée par Descartes dans ses *Principia*".

> no Teorema 3 [dos *Principia*], de sua segunda solução do problema do movimento circular uniforme que se encontra no MS2 [o *Waste Book*][1270].

Herivel (1988, pp. 481-482) observa que, no *Waste Book*, a distância entre a posição atual do corpo e a posição que ele teria alcançado se tivesse continuado a se mover ao longo da tangente no ponto imediatamente anterior fornece uma medida do "*conatus a centro*". Sendo assim, se invertêssemos a direção ao centro e substituíssemos o "*conatus a centro*" pela força centrípeta dirigida ao centro, obteríamos a noção de desvio que se encontra no Teorema 3 do *De Motu*. Ele ainda acrescenta que "[...] o conceito original de desvio em MS3[1271] constitui uma tentativa de dar uma medida qualitativa ao conceito de *conatus a centro* que se encontra na Parte 2 dos *Principia* de Descartes"[1272] (Ibid., p. 482).

Para além do princípio de inércia e da análise do movimento circular, também percebemos outra semelhança entre os dois autores, a saber, ambos acreditam que o modo pelo qual identificamos as leis da natureza deve ter como objetivo alcançar um entendimento do mundo que Deus criou. No caso de Descartes, a natureza de Deus desempenha papel central. Sua imutabilidade e perfeição é a base para a investigação das coisas. Embora não sejamos capazes de compreender a natureza divina, as leis da natureza podem ser consideras certas e necessárias tendo em vista os limites da razão humana.

No caso de Newton, ele não fundamenta suas leis em algum aspecto da natureza divina. De fato, ele não acredita que possamos deduzir as leis da natureza de Deus ou de Seus atributos. O conhecimento que temos das leis da natureza é empírico, de modo que não podemos deduzi-las por meio somente da razão, seja pelo nosso conhecimento de Deus ou por outro conhecimento *a priori*. Sendo essas leis empíricas, elas estão sujeitas a passar por revisões ou até mesmo por rejeições, ao contrário das leis de Descartes. Ainda assim, "[...] a criação livre da natureza por parte de Deus serve, para Newton, como o padrão último para a verdade na filosofia natural"[1273] (DOMSKI, 2018, p. 60).

Newton legitima suas leis partindo de uma abordagem matemática para os corpos e os movimentos, buscando entender como corpos com certas características quantificáveis se comportam. Em seguida, a evidência empírica permite estabelecer uma conexão entre a

---

[1270] "[...] il y a une influence cartésienne possible dans la mesure où il semble très probable que Newton tira la notion de déviation infinitésimale, qui joue un rôle si fondamental dans le Théorème 3, de sa seconde solution au problème du mouvement circulaire uniforme que l'on trouve dans MS2".

[1271] Trata-se do mesmo artigo mencionado anteriormente sobre o movimento circular, identificado como "U.C.L. MS. Add. 3958 (5) folios 87,89 (première moitié)".

[1272] "[...] le concept original de déviation dans MS3 constitue une tentative pour donner une mesure qualitative au concept de *conatus a centro* que l'on trouve dans la Partie 2 des *Principia* de Descartes".

[1273] "[…] God's free creation of nature serves, for Newton, as the ultimate standard for truth in natural philosophy".

explicação matemática e os corpos reais. Consequentemente, as leis do movimento são verdadeiras apenas na medida em que os fenômenos podem revelar. Nesse sentido, Schliesser (2014, p. 72) destaca que:

> Uma das principais realizações dos *Principia* foi mostrar que se as leis do movimento e a existência de forças centrípetas do inverso do quadrado são aceitas, então as órbitas dos planetas e dos satélites necessariamente seguem (aproximadamente) trajetórias keplerianas. É claro, Newton passou a provar que as reais órbitas planetárias divergem das leis keplerianas, mas que essas divergências poderiam elas mesmas serem explicadas pela aplicação de usas leis do movimento[1274].

Além disso, ambos defendem que suas leis devem ser consideradas indubitáveis, tendo em vista os parâmetros de nossa razão, apesar de esses parâmetros serem diferentes para cada um deles.

> [...] [A]mbos fundamentam suas tentativas de decifrar a ordem divina das coisas naquilo que é humanamente e racionalmente certo, e proporcionam argumentos que são bem-sucedidos porque começam com alegações que, pelos seus padrões racionais adotados, são livres de dúvida[1275] (DOMSKI, 2018, pp. 60-61).

Descartes usa como parâmetro as percepções claras e distintas, enquanto Newton usa como fundamento o raciocínio matemático. Existe também outra diferença que é o fato de Newton defender na *Query* 31 da *Óptica* que as leis da natureza são uma consequência da natureza da matéria e da força, de modo que, se Deus quisesse, o mundo poderia ser bem diferente da forma como ele se apresenta (Cf. NEWTON, 1952, pp. 403-404). Schliesser (2014, p. 72) nota, inclusive, que Newton considerava a possibilidade de que diferentes partes do Universo poderiam ser governadas por diferentes leis da natureza.

As leis da natureza de Newton tiveram uma influência marcante, ao ponto de levar à crença que se estabeleceu posteriormente de que o papel do filósofo natural era de descobrir as leis da natureza, substituindo as explicações causais. De fato, Henry (2022, p. 1545) observa que, "de modo geral, pode ser visto que muito depois dos cientistas pararem de procurar por

[1274] "One of the main achievements of the *Principia* was to show that if one accepted the laws of motion and the existence of inverse-square centripetal forces then the orbits of planets and satellites necessarily followed (approximately) Keplerian trajectories. Of course, Newton went on to prove that the real planetary orbits deviated from Keplerian laws, but that these deviations could themselves be explained by the application of his laws of motion".

[1275] "[…] they both ground their attempts to decipher the divine order of things on what is humanly and rationally certain, and provide arguments that succeed because they begin with claims that, by their adopted rational standards, are free from doubt".

forças atrativas e repulsivas operando entre partículas, eles continuaram a procurar por leis da natureza"[1276]. A percepção das leis da natureza, porém, mudou com o passar do tempo.

> Cada vez mais na ciência moderna, contudo, as leis passaram a ser vistas como nada mais do que declarações abreviadas das regularidades na natureza, sem nenhuma sugestão de que as leis são elas mesmas causas daquelas regularidades, muito menos que elas revelam a ação de Deus[1277] (Ibid., p. 1545).

Embora suas leis da natureza tenham sido um fator marcante no sistema newtoniano, a matemática teve um papel ainda mais fundamental. Nesse tópico também podemos notar a influência cartesiana. Passemos, então, a especificar em que medida Descartes foi importante para Newton no que diz ao âmbito da matemática, assim como a relação entre o mecanicismo cartesiano e a mecânica newtoniana.

4.3. Mecanicismo cartesiano e mecânica newtoniana

Para podermos comparar o mecanicismo cartesiano com a mecânica newtoniana, é preciso pontuar primeiro a relevância que a matemática cartesiana teve em sua época, inclusive para Newton. Nesse sentido, destaca-se o impacto da *Géométrie* de Descartes. Obra onde estão presentes tanto antigos paradigmas geométricos quanto novas vertentes algébricas, Guicciardini (2009, p. 56) observa que todos os matemáticos ativos na época em que Newton começou seus estudos em Cambridge a consideravam seminal. Vários eram os motivos para essa percepção. Como aponta Guicciardini (2009, p. 56), com sua obra, Descartes conseguiu demonstrar que a aplicação da álgebra na geometria levava a uma série de resultados importantes, buscando apresentar respostas para problemas que inquietavam os matemáticos de sua época, como aqueles presentes na obra de Papo de Alexandria. Além disso, ele questionou a forma como os problemas eram distinguidos, propondo a ampliação da classe de curvas que poderiam ser aceitas como meio para construção de problemas, isto é, as curvas geométricas, que podiam ser classificadas em termos algébricos. Nesse sentido, Guicciardini (2009, p. 32) destaca que "[...] a *Géométrie* marca um ponto de virada na elaboração de uma teoria de equações algébricas aplicadas ao estudo das curvas"[1278].

[1276] "Generally, it can be seen that long after scientists ceased to look for attractive and repulsive forces operating between particles, they continued to look for laws of nature".
[1277] "Increasingly in modern science, however, laws came to be seen as nothing more than shorthand statements of regularities in nature, with no suggestion that the laws are themselves causes of those regularities, much less that they reveal the action of God".
[1278] "[…] the *Géométrie* marks a turning point in the elaboration of a theory of algebraic equations applied to the study of curves".

No entanto, por mais que a obra cartesiana tivesse seus méritos, ela também tinha problemas.

> Os critérios de demarcação de Descartes entre o que é geométrico e exato e o que não é, assim como seus critérios de simplicidade, eram problemáticos. Além disso, a relação entre construções admissíveis e equações polinomiais basicamente não foi provada. Em lugar nenhum na *Géométrie* Descartes foi capaz de explicar que mecanismos de traço eram legítimos em gerar todas e apenas aquelas curvas que são os *loci* de uma equação polinomial[1279] (Ibid., p. 56).

Críticos também questionavam a alegação de Descartes de que a simplicidade de uma curva podia ser reduzida ao grau de sua equação, assim como a defesa de que construções deveriam ser realizadas em termos da interseção de um círculo com outra curva (Cf. Ibid., pp. 56-57). Mais que isso, o sistema de Descartes apresentava limitações para o desenvolvimento de técnicas que viriam a ser importantes no decorrer do século XVII. Nesse sentido, Guicciardini (2009, p. 57) comenta que:

> [...] [A] insistência de Descartes de que a álgebra poderia ser aplicada à geometria quando variáveis e constantes ocorrendo em equações são interpretadas como segmentos finitos, e o fato de que ele empregou apenas equações algébricas finitas parecia barrar o caminho para o desenvolvimento de técnicas que eram vitais para matemáticos do século XVII [...][1280].

Guicciardini (2009, p. 57) menciona outros aspectos da *Géométrie* que representavam limitações nesse sentido, como a proibição de comparações entre linhas retas e curvas, a ausência de técnicas "infinitárias" e de infinitesimais, além de seu banimento das curvas mecânicas. É importante destacar sobretudo este último aspecto, dada sua importância para os desenvolvimentos futuros no âmbito da mecânica. Como comenta Guicciardini (2009, p. 57), as curvas mecânicas "[...] emergiram naturalmente como soluções daquilo que atualmente identificamos como problemas de integração e a solução de equações diferenciais"[1281].

Como observamos anteriormente, as primeiras investigações matemáticas de Newton foram bastante influenciadas pela *nova análise*. Descartes era o principal representante dela. Assim, no início de suas investigações matemáticas, Newton recebeu uma influência

---

[1279] "Descartes' criteria of demarcation between what is geometrical and exact and what is not, as well as his criteria of simplicity, were problematic. Further, the relation between admissible constructions and polynomial equations was basically unproven. Nowhere in the *Géométrie* was Descartes able to explain which tracing mechanisms were legitimate in generating all and only those curves that are loci of a polynomial equation".

[1280] "[…] Descartes' insistence that algebra could be applied to geometry when variables and constants occurring in equations are interpreted as finite segments, and the fact that he deployed only finite algebraic equations, seemed to bar the way to the development of techniques that were vital for seventeenth-century mathematicians […]".

[1281] "[…] emerged naturally as solutions of what nowadays we identify as problems in integration and the solution of differential equations".

considerável da tradição cartesiana. A *Géométrie*, nesse sentido, merece destaque. Guicciardini (2009, p. 57) observa que esta obra foi importante para Newton tanto na sua juventude, por ser seu ponto de partida, quanto na sua maturidade, por ter definido sua linguagem e sua prática matemática. Guicciardini (2009, p. 31) chega a afirmar que "[…] a maior parte da obra matemática de Newton pode ser entendida como um desenvolvimento e uma resposta à *Géométrie* [...]"[1282]. Na *Géométrie*, Newton encontrou uma correspondência entre equações algébricas e curvas e aprendeu sobre o método algébrico cartesiano de traçar a tangente de uma curva, além de ter se familiarizado com os resultados recentes sobre os mínimos (*minima*) e os máximos (*maxima*) da Escola Holandesa através dos comentários de Frans van Shooten e de outros matemáticos holandeses presentes na edição latina da obra[1283] (Cf. Id., 1999, p. 18).

Segundo Guicciardini (2016, p. 385), em 1665 Newton já tinha se familiarizado com o método de Descartes apresentado na *Géométrie*, mas havia uma diferença no uso que cada um fazia do método. "Enquanto Descartes tinha usado coordenadas oblíquas (e às vezes ortogonais), Newton utilizou também coordenadas polares (e bipolares)"[1284] (Ibid., p. 385).

O tratamento de equações algébricas apresentado na *Géométrie* teve uma influência significativa sobre Newton. Guicciardini (2016, p. 386) aponta que Newton, inspirado na regra dos sinais de Descartes, concebe uma regra sobre o número de raízes imaginárias de uma equação algébrica. Calazans (2023, p. 195) também destaca que:

> Certa classe de problemas – como aqueles que envolvem a expressão de curvas por meio de relações algébricas e alcançam as propriedades dessas curvas pela manipulação de tais relações – que ocuparam uma parte significativa da prática matemática inicial de Newton, receberam um tratamento inegavelmente tributário da tradição cartesiana.

Calazans (2023, pp. 199-200) indica, por exemplo, que no texto *Normals, Curvature and the Resolution of the General Problem of Tangents*, escrito em 1664 e publicado em 1665, Newton busca resolver o problema da construção da subtangente e da determinação da quadratura da curva utilizando a análise de inspiração cartesiana.

Embora inicialmente a *Géométrie* tenha sido importante para Newton, tendo inclusive explorado sua teoria algébrica, posteriormente ele passa a criticá-la ao perceber suas limitações. Smeenk e Schlisser (2013, p. 115) apontam que Newton não estava satisfeito com os modelos

[1282] "[…] most of Newton's mathematical work can be understood as a development of and a response to the *Géométrie* […]".
[1283] A edição latina da *Géométrie* foi publicada em 1659-1661.
[1284] "while Descartes had used oblique (and sometimes orthogonal) coordinates, Newton experimented with polar (and bipolar) coordinates as well".

de Descartes, que o filósofo francês considerava como inteligíveis e probabilisticamente precisos. Newton vai se distanciar cada vez mais de Descartes. Nesse sentido, Guicciardini (2009, p. 78) observa que nos manuscritos de Newton da década de 1670 prevalece uma postura anticartesiana em diversos tópicos.

No âmbito da matemática, Newton critica a síntese cartesiana de problemas determinados, assim como tem reservas em relação à análise algébrica, como especifica Guicciardini (2009, p. 76):

> Ele se posicionou contra o cânone cartesiano de construção de problemas geométrica via a intersecção de curvas geométricas, e também não gostava da álgebra como um meio analítico de descoberta. Quando Newton se voltava para problemas indeterminados (ou de *locus*), ele embarcou em uma campanha persistente contra os métodos algébricos cartesianos. [...] Ainda que reconhecendo a utilidade da abordagem algébrica cartesiana, mesmo no caso de problemas determinados, ele mostrava uma predileção pela análise geométrica[1285].

Segundo Guicciardini (2009, p. 76), foi na *Géométrie* que Newton encontrou a tese de que é a álgebra que deve ser empregada ao se realizar a análise de um problema geométrico. À medida que Newton comparava a análise geométrica com a algébrica, sua antipatia pela algébrica aumentava, posto que, na sua concepção, ela não revelava como a síntese geométrica poderia ser realizada. Guicciardini (2009, p. 76) explica que "após a análise geométrica de um problema, é possível alcançar uma construção ao reverter os passos da análise, mas após uma análise algébrica, depara-se com um problema adicional e artificial: o problema de Descartes da construção da equação"[1286]. Newton considerava essas construções demasiadamente complexas e menos elegantes do que a dos "antigos", defendendo que a geometria resolvia os problemas de maneira mais simples e econômica (Cf. Ibid., pp. 76-77).

Em relação à síntese cartesiana, Newton a critica por haver a introdução de considerações algébricas na composição. Ele defende que a síntese deve ser realizada de modo que os critérios da análise não interfiram nela. Sendo assim, ao utilizar critérios algébricos na composição, Descartes estaria confundido os dois níveis do método (Cf. Ibid., p. 311). Isso não significa, porém, que Newton considerasse a álgebra inadmissível. Entre 1683 e 1684, ele

---

[1285] "He positioned himself against the Cartesian canon of geometrical problem construction via the intersection of geometrical curves, and he also disliked algebra as an analytical means of discovery. When Newton turned to indeterminate (or locus) problems, he embarked on a sustained campaign against Cartesian algebraic methods. [...] While recognizing the usefulness of the Cartesian algebraic approach, even in the case of determinate problems he showed a predilection for geometrical analysis".

[1286] "After the geometrical analysis of a problem it is possible to reach a construction by reverting the steps of the analysis, but after an algebraic analysis one is left with an additional and artificial problem: Descartes' problem of the construction of the equation".

escreveu um manuscrito que ficou conhecido como "*Lucasian Lectures on Algebra*" (Cf. Ibid., p. 61). Neste texto, defende-se que a álgebra é uma ferramenta analítica admissível, mas não no estágio sintético, ou seja, nas construções geométricas (Cf. Ibid., p. 74). Newton acreditava que os critérios algébricos não eram confiáveis, que a maioria das curvas geométricas eram demasiadamente complexas e que havia um meio mais simples para realizar a construção, a saber, através das curvas mecânicas (Cf. Id., 2016, p. 403).

Portanto, como destaca Guicciardini (2016, p. 404), a distinção algébrica de Descartes entre curvas geométricas e mecânicas, sobretudo a rejeição destas, era problemática para a filosofia natural de Newton. Um exemplo disso é que "a integrabilidade não algébrica de ovais que Newton provou no Lema 28, Livro 1, dos *Principia* implica que a equação de Kepler não pode ser solucionada pelos meios admitidos na *Géométrie*"[1287] (Ibid., p. 404).

Segundo Guicciardini (2009, p. 49), Newton rejeitou todos os meios de construção de curvas propostos por Descartes. Vale destacar que, de acordo com Guicciardini (2016, p. 388), em manuscritos de 1665, Newton já era capaz de determinar a tangente de curvas mecânicas em problemas geométricos fazendo uso de abordagens não algébricas. Smeenk e Schlisser (2013, p. 114), por sua vez, apontam que, entre 1664-1671, Newton já tinha desenvolvido um algoritmo geral para resolver problemas de determinação da tangente e da quadratura de curvas mais gerais do que secções cônicas, descobrindo a relação inversa entre encontrar a tangente e realizar quadraturas. Smeenk e Schlisser (2013, p. 114) ainda acrescentam que "sua generalização do teorema binomial e o uso de séries infinitas permitiram-lhe abordar uma classe muito mais ampla de curvas do que aquelas tratadas por Descartes"[1288].

Em relação ao período posterior à primeira edição dos *Principia*, na década de 1690, Newton tentou escrever um tratado de geometria, que se chamaria *Geometriae Libri Duo*, na qual criticaria a metodologia matemática cartesiana, especialmente a exclusão das curvas mecânicas da geometria. Nessa obra, é defendido que as gerações mecânicas de curvas são legítimas no âmbito da geometria desde que a geração seja realizada com exatidão (Cf. GUICCIARDINI, 2009, pp. 300-301).

Newton também se distingue de Descartes no que tange às equações das curvas. Enquanto Descartes se limita a fazer uso de equações finitas, Newton também faz uso de equações infinitas. Além disso, enquanto Descartes, como vimos, atribui grande importância às

[1287] "the non-algebraic integrability of ovals that Newton proved in Lemma 28, Book 1, of the *Principia* implies that the Kepler equation cannot be solved by the means admitted in the *Géométrie*".
[1288] "His generalization of the binomial theorem and use of infinite series allowed him to handle a much broader class of curves than those treated by Descartes".

equações das curvas, Newton defendia que, na geometria, as curvas devem ser consideradas como traçadas pelo movimento, o que, segundo Guicciardini (2016, p. 403), torna suas equações irrelevantes. Guicciardini (2016, p. 405) também comenta que:

> Descartes tinha alegado que na síntese, ou construção de um problema, apenas intersecções entre curvas geométricas (algébricas) poderiam ser usadas. Para Newton, o que era relevante na construção geométrica não era a equação das curvas, mas o fato de que um elegante e simples mecanismo de traço [*tracing mechanism*] fosse implementado[1289].

Guicciardini (2009, p. 74) observa, porém, que "[...] os critérios dele [de Newton] para a construção geométrica são vagos e baseados essencialmente em preferências estéticas, enquanto Descartes foi capaz de proporcionar um cânone que é definido em termos matemáticos claros"[1290].

Embora Newton tenha sido crítico às teses matemáticas defendidas por Descartes na *Géométrie*, Barra (2010, p. 563) aponta que "[...] é provável que Newton tenha adotado um enfoque ontológico da matematização que possui nítidos antecedentes no programa cartesiano da *mathesis universalis*". Barra (2010, p. 564) destaca o caso das forças atrativas:

> [...] [A]s consequências positivas do tipo de consideração matemática que Newton estabelece para as forças atrativas nos primeiros livros dos *Principia* têm nítidos pontos comuns com as consequências ontológicas [...] no projeto cartesiano de uma *mathesis universalis*.

Amparando-se em observações de J. L. Marion, Barra (2010, p. 564) destaca seis desses pontos comuns: (1) a *mathesis universalis* permite uma *epokhè* da natureza das coisas; (2) a consideração das coisas de outro modo que não pela sua essência substitui a natureza por uma comparação; (3) uma comparação é tanto constituída quanto constitutiva, sobretudo enquanto quantificação; (4) exceto pela extensão, a quantificação não exige que as coisas compartilhem nenhuma essência particular; (5) dada a extensão, as coisas podem ser comparadas através de parâmetros imaginários ou indiferentes a todo fundamento real; e (6) para o programa de uma *mathesis universalis*, compreendido como a possibilidade de ler o mundo como ordem e medida, é indispensável a primazia atribuída à relação e o reconhecimento de que a *ousia* torna-se um obstáculo ao conhecimento da coisa.

[1289] "Descartes had claimed that in the synthesis or construction of a problem, only intersections between geometrical (algebraic) curves could be used. For Newton, what was relevant in geometrical construction was not the equation of the curves, but the fact that an elegant and simple tracing mechanism was deployed".

[1290] "[…] his criteria for geometrical construction are vague and essentially based on aesthetic preferences, whereas Descartes was able to provide a canon that is defined in clear mathematical terms".

Na *Géométrie*, Descartes se restringe ao âmbito da matemática, não tendo por objetivo estender sua análise para o mundo físico. No caso dos *Princípios*, Barra (2010, p. 565) observa que, ao apresentar sua teoria dos vórtices, Descartes busca enfatizar apenas suas virtudes pragmáticas. Contudo, é importante destacar, como o faz Calazans (2023, pp. 189-190), que, embora o sistema de mundo que é a apresentado por Descartes nos *Princípios* não esteja em linguagem matemática, ele também está inserido no projeto de compreender os objetos através das relações de ordem e medida que mantêm entre si.

No caso de Newton, no domínio dos objetos, há uma primazia das relações sobre a essência. Cabe lembrar que Newton, nos *Principia*, trata de quantidades e proporções matemáticas, sendo que "[...] proporções matemáticas são relações que, em princípio, associam objetos cujo estatuto ontológico não está imediatamente em questão" (BARRA, 2010, p. 566). Nesse sentido, Barra (2010, p. 566) também aponta que a ontologia conexa que interessa a Newton é aquela na qual é possível acomodar as entidades relacionais inicialmente admitidas em benefício da quantificação.

Assim, tanto em Newton quanto em Descartes buscam relacionar a matemática com outros campos do conhecimento, mas enquanto Newton opta por fazer uso da geometria para matematizar a natureza, o uso que Descartes faz da geometria, por meio de seus recursos algébricos, restringe-se ao âmbito da própria matemática (Cf. CALAZANS, 2023, pp. 185-186).

Segundo Guicciardini (2009, p. 315), a rejeição de Newton das prescrições metodológicas cartesianas acerca das curvas e sua concepção de uma geometria baseada na mecânica estão entrelaçadas com "[...] seu classicismo geométrico, sua concepção construtiva e empirista dos objetos matemáticos e mesmo seus interesses epistemológicos, ontológicos e teológicos"[1291]. O fato de o classicismo de Newton contrastar com a avaliação de Descartes dos geômetras antigos também é um fator a se destacar ao comparar a matemática dos dois. Descartes, na *Géométrie*, apresenta uma postura crítica em relação aos geômetras antigos. "Na *Géométrie*, podia-se ler que os geômetras antigos não tinham possuído qualquer método sistemático para solucionar problemas geométricos [...]"[1292] (Id., 2016, p. 398). Guicciardini (1999, p. 43) comenta que Descartes, na sua *Géométrie*, tinha apresentado uma solução para o problema de Papo do *locus* de quatro linhas com o intuito de demonstrar a superioridade de sua

[1291] "[…] his geometrical classicism, his constructive and empiricist conception of mathematical objects, and even his epistemological, ontological, and theological concerns".
[1292] "in the *Géométrie* one could read that the ancient geometers had not possessed any systematic method for solving geometrical problems […]".

abordagem analítica em comparação aos métodos dos geômetras antigos, oferecendo uma resolução de tal problema pelo seu método algébrico.

Calazans (2023, p. 184) comenta que o interesse de Newton pelos antigos inicialmente concentrava-se nas obras de Papo e Apolônio, sendo que, no caso do primeiro, o interesse estava relacionado à solução de Descartes para o problema do *locus* de quatro linhas. Newton vai buscar refutar as alegações cartesianas de que a álgebra era superior à geometria dos antigos nas Seções 4 e 5 dos *Principia*. Inclusive, Newton realiza a seguinte crítica à solução cartesiana:

> De fato, o método deles [dos antigos] é de longe mais elegante do que o cartesiano. Pois ele [Descartes] alcançou os resultados por um cálculo algébrico que, quando transposto em palavras (seguindo a prática dos antigos em seus escritos), provaria ser tão tedioso e emaranhado ao ponto de provocar náusea, nem poderia ser entendido. Mas eles realizaram isso através de certas proposições simples, julgando que nada escrito em um estilo diferente era digno de ser lido e, consequentemente, encobrindo a análise pela qual eles encontraram suas construções[1293] (NEWTON, 1967-1981, vol. 4, p. 277 *apud* GUICCIARDINI, 1999, pp. 28-29).

Trata-se de uma declaração exagerada que não reconhece os méritos da álgebra cartesiana[1294], mas o importante a se destacar é que, enquanto Descartes soluciona o problema via álgebra, Newton, nas Seções 4 e 5 do Livro 1 dos *Principia*, o soluciona fazendo uso apenas de termos geométricos. Ele acreditava que sua solução era uma vitória sobre Descartes e, como sua solução tinha sido alcançada "como os antigos exigiriam", era um indício da superioridade dos antigos sobre os modernos (Cf. GUICCIARDINI, 2016, p. 408).

Em relação à mecânica, McGuire e Tamny (1983, p. 174) destacam que as primeiras investigações sérias de Newton nesse âmbito ocorreram "em diálogo" com Descartes, no *Waste Book*. Agora, Newton não acreditava que a natureza pudesse ser reduzida às noções de matéria e movimento, sendo preciso também considerar a existência de um agente não material ativo responsável pela realização de fenômenos químicos e possivelmente até gravitacionais. Guicciardini (1999, p. 31) também destaca que Newton acreditava que, do ponto de vista teológico, a concepção de natureza que os mecanicistas defendiam era potencialmente perigosa.

Podemos perceber a oposição de Newton aos mecanicistas, por exemplo, na *Query 28* da *Óptica*, onde compara a concepção deles com a dos atomistas[1295]:

[1293] "indeed their [the Ancients'] method is more elegant by far than the Cartesian one. For he [Descartes] achieved the results by an algebraic calculus which, when transposed into words (following the practice of the Ancients in their writings), would prove to be so tedious and entangled as to provoke nausea, nor might it be understood. But they accomplished it by certain simple propositions, judging that nothing written in a different style was worthy to be read, and in consequence concealing the analysis by which they found their constructions".

[1294] Guicciardini (2016, p. 407) apresenta os méritos da álgebra cartesiana.

[1295] Machamer, McGuire e Kochiras (2012, p. 374) defendem que Newton foi um partidário do atomismo durante toda sua vida.

> E para rejeitar tal Meio, temos a Autoridade dos mais antigos e mais celebrados Filósofos da *Grécia* e da *Fenícia*, que fizeram um *Vácuo*, e Átomos e a Gravidade dos Átomos os Princípios primeiros de sua Filosofia; tacitamente atribuindo Gravidade a alguma outra Causa ao invés da Matéria densa. Filósofos posteriores banem a Consideração de tal Causa da Filosofia natural, criando [*feigning*] Hipóteses para explicar todas as coisas mecanicamente, e remetendo outras Causas à Metafísica. Enquanto o principal Negócio da Filosofia natural é argumentar a partir dos Fenômenos sem criar Hipóteses, e deduzir Causas dos Efeitos, até chegarmos à primeira Causa, que certamente não é mecânica [...][1296] (NEWTON, 1952, p. 369, ênfase do autor).

Guicciardini (2009, p. 294) observa que, no Prefácio dos *Principia*, Newton realiza críticas às considerações cartesianas apresentadas na *Géométrie* acerca da geometria, da mecânica e da certeza. O projeto newtoniano exigia que se rejeitasse certas concepções cartesianas. Comparemos os aspectos do mecanicismo cartesiano e da mecânica newtoniana para tornarmos claras suas diferenças.

Destaquemos primeiro como cada um caracteriza a mecânica. No caso de Descartes, ele defende que as regras da sua mecânica pertencem à física e, portanto, ela é parte da física, fazendo uso de seus princípios. Vale lembrar que Descartes almejava uma física que fosse capaz de apontar as causas subjacentes aos fenômenos. Nesse sentido, ele pretendia eliminar a variedade de explicações causais, focando em apenas uma causa para o movimento. Assim, ele defende que todos os fenômenos naturais podem ser explicados em termos de colisões entre partículas. No caso de Newton, ele concebe a mecânica (racional), isto é, sua física em sua totalidade, como a ciência, expressa em proporções exatas e demonstrações, dos movimentos que resultam de quaisquer forças. Assim entendida, a mecânica seria a ciência que demonstra as propriedades dos movimentos que surgem da ação de poderes naturais. Nesse sentido, Newton contrasta com Descartes por defender que existam interações causais envolvendo forças sem haver contato entre os corpos. Ele argumenta, por exemplo, que as mudanças nos estados de movimento ocorrem através de forças impressas, sendo que estas forças não ocorrem necessariamente pela mediação do contato entre os corpos, como no caso do magnetismo.

A identificação analógica entre as coisas da natureza e os artefatos criados pelo ser humano é uma característica marcante do mecanicismo cartesiano. Descartes defendia que as

---

[1296] "And for rejecting such a Medium, we have the Authority of those the oldest and most celebrated Philosophers of *Greece* and *Phoenicia*, who made a *Vacuum*, and Atoms, and the Gravity of Atoms, the first Principles of their Philosophy; tacitly attributing Gravity to some other Cause than dense Matter. Later Philosophers banish the Consideration of such a Cause out of natural Philosophy, feigning Hypotheses for explaining all things mechanically, and referring other Causes to Metaphysics: Whereas the main Business of natural Philosophy is to argue from Phaenomena without feigning Hypotheses, and to deduce Causes from Effects, till we come to the very first Cause, which certainly is not mechanical […]".

explicações para os fenômenos da natureza no fundo não diferem das explicações para o funcionamento de máquinas. Sendo esse o caso, então é possível apresentar explicações tão precisas para os fenômenos da natureza quanto as explicações para o funcionamento das máquinas. Newton, por sua vez, aponta para a ação de poderes da natureza que não estão relacionados com a interação por contato direto entre os corpos, o que parece escapar das analogias com máquinas empregadas por Descartes. Porém, como observam McGuire e Tamny (1983, p. 145), "é completamente cabível que Newton, que teve um interesse precoce em máquinas, aparelhos e brinquedos mecânicos, ficasse intrigado pelo uso de Descartes daqueles artefatos na explicação de fenômenos naturais"[1297]. Há momentos nos *Principia* nos quais Newton trata do funcionamento de máquinas ou faz analogias de fenômenos da natureza com elas. Por exemplo, na seção das Leis do Movimento, Newton (1999, pp. 419-420) menciona máquinas e suas forças, e no *Escólio Geral* ele se refere ao nosso sistema planetário como o mais elegante e que surgiu do desígnio e do domínio de um ser inteligente e poderoso, o que permite realizar uma analogia com uma máquina (Cf. Ibid., p. 940). Machamer, McGuire e Kochiras apontam também que Newton, ao avaliar as forças gravitacionais, parece ter tido a balança em mente:

> Na balança, há um equilíbrio obtido entre as forças em cada lado do braço a diferentes distâncias do fulcro, e o braço físico da balança é negligenciado. Então, os planetas equilibram um ao outro através de suas forças atrativas, e a conexão entre eles é negligenciada. No *Sistema do Mundo* de Newton, de fato, ele imagina que os planetas estão conectados como que por uma corda [...]. A corda tensionada pode ser vista como desempenhando o papel do braço de uma balança[1298] (MACHAMER; MCGUIRE; KOCHIRAS, 2012, p. 384).

A concepção do Universo como máquina é clara no caso de Descartes, ao contrário do de Newton, embora seja possível estabelecer algumas analogias. Por outro lado, uma característica que é comum a ambos é o fato de ambas suas teorias terem como fundamento leis da natureza, ou leis do movimento. É importante destacar, para além das diferenças em relação ao conteúdo, que o papel delas na explicação dos fenômenos físicos é diferente para cada um. Como já observamos anteriormente, Descartes defende que através das suas *regras*, ou leis (Cf. AT, IX-2, Parte II, art. 37, p. 84), podemos deduzir com certeza matemática todos os

[1297] "It is altogether fitting that Newton, who had an early interest in machines, contrivances, and mechanical toys, should be intrigued by Descartes's use of those artifacts in the explanation of natural phenomena".
[1298] "In the balance there is an equilibrium obtained between the forces on each side of the arm at different distances from the fulcrum, and the physical arm of the balance is neglected. So the planets balance each other by their attractive forces, and the connection between them is neglected. In Newton's *System of the World*, in fact, he imagines that the planets are connected as if by a rope […]. The taut rope might be seen as playing the role of the arm of a balance".

movimentos que ocorrem no Universo, mas ao apresentar suas explicações para os fenômenos físicos, as regras não são mencionadas explicitamente. Embora haja exceções como a conservação do movimento e a lei de inércia, suas explicações majoritariamente consistem em hipóteses e analogias com fenômenos do dia a dia. As leis para Newton, por outro lado, estão presentes em diversas proposições ao longo dos *Principia*, sendo inclusive mencionadas explicitamente em alguns casos.

Para além do papel que as leis da natureza exercem em suas respectivas teorias, estas também se distinguem pelo recurso que ambas fazem de fenômenos empíricos para amparar suas teses. Existe uma série de fenômenos aos quais Descartes é incapaz de proporcionar um tratamento matematizado formal, como o movimento circular. Nesses casos, ele recorre às analogias com fenômenos do dia a dia. Por exemplo, ao comparar seus vórtices celestes com os vórtices de água, ele busca convencer seus leitores da plausibilidade de sua teoria. Cabe enfatizar que não se trata de experimentos, mas somente de analogias. A teoria dos vórtices não possui, portanto, um caráter experimental. Newton, em contraste, recorre a uma série de experimentos e observações para fundamentar sua teoria, como seus experimentos com pêndulos que lhe permite inferir a massa dos diferentes corpos ou as observações de Flamsteed da Lua. Nesse sentido, Roger Cotes, no Prefácio do Editor da segunda edição dos *Principia*, enaltece a metodologia de Newton em comparação à dos cartesianos:

> [...] [E]les [aqueles cuja filosofia natural é baseada no experimento] não assumem nada como um princípio que não tenha sido ainda provado completamente dos fenômenos. Eles não arquitetam hipóteses, nem as admitem na ciência natural senão como questões cuja verdade possa ser discutida. Portanto, eles procedem por um método bifurcado, analítico e sintético. A partir de certos fenômenos selecionados, eles deduzem por análise as forças da natureza e as leis mais simples daquelas forças, das quais, então, apresentam a constituição do resto dos fenômenos pela síntese[1299] (NEWTON, 1999, p. 386).

Nesse sentido, o método de Newton, por realizar uma "dedução" a partir dos fenômenos, seria empiricamente fundamentado, tendo um caráter experimental, enquanto que a abordagem de Descartes nos seus *Princípios* seria fundamentada quase exclusivamente em noções *a priori*. Janiak também destaca essa distinção entre os dois filósofos:

[1299] "[…] they assume nothing as a principle that has not yet been thoroughly proved from phenomena. They do not contrive hypotheses, nor do they admit them into natural science otherwise than as questions whose truth may be discussed. Therefore they proceed by a twofold method, analytic and synthetic. From certain selected phenomena they deduce by analysis the forces of nature and the simpler laws of those forces, from which they then give the constitution of the rest of the phenomena by synthesis".

> [...] [A]o tratar forças de uma forma e poderes de outra, Newton não estava meramente discordando de Descartes em relação a vários tipos de fundamentos filosóficos ou substantivos. Ele estava também implicitamente indicando que, diferentemente dos *Princípios* de Descartes, que proporcionava uma explicação unificada da natureza na qual concepções metafísicas servem como o fundamento para as físicas, os *Princípios* de Newton não teriam tal fundamentação[1300] (JANIAK, 2019, p. 814).

Talvez a característica mais marcante que distingue o sistema de Newton e o de Descartes seja o papel da matemática neles. Ambos defendem que a matemática tem um papel fundamental na investigação dos fenômenos. Descartes, nos *Princípios*, por exemplo, afirma que os princípios da física admitidos por ele também são admitidos na matemática. De fato, ele buscava emular as demonstrações das ciências matemáticas mistas, no intuito de convencer o leitor de que suas demonstrações compartilhavam semelhante nível de precisão, ou seja, semelhante ao de demonstrações matemáticas. A geometria, nesse sentido, ganha destaque. Descartes atribui propriedades geométricas à matéria para proporcionar um fundamento metafísico para suas demonstrações dos fenômenos naturais. Ao atribuir propriedades geométricas à matéria, Descartes consegue justificar a aplicação das regras e dos princípios geométricos nos fenômenos físicos. Dessa forma, ele também justifica a validade de suas explicações para os fenômenos físicos.

Em relação a Newton, o sistema dele é mais explícito no uso da matemática do que o de Descartes. Mais precisamente, o sistema de Newton é sobretudo geométrico, fazendo uso de vários métodos geométricos complexos para conseguir explicar uma série de fenômenos físicos. Guicciardini (1999, p. 3) relata que os métodos matemáticos empregados por Newton chamaram muita atenção, principalmente nas duas primeiras décadas do século XVIII. Entretanto, Guicciardini (1999, p. 95) também aponta que foi apenas no final da década de 1730 que os matemáticos começaram a trabalhar nos problemas avançados na teoria da gravitação que Newton apresentou no Livro 3 dos *Principia*. Os métodos matemáticos utilizados no Livro 3 não chamaram tanta a atenção dos contemporâneos de Newton quanto os outros dois Livros precedentes. Guicciardini (1999, p. 91) destaca dois motivos para tanto: por um lado, o Livro 3 é o menos matemático dos três, no sentido de que o estudo dos construtos matemáticos é abandonado e os resultados matemáticos são aplicados ao mundo real; por outro lado, as partes matemáticas do Livro 3 são, nas palavras de Guicciardini, "extremamente difíceis" (*difficult in the extreme*), havendo inclusive provas que Newton não completa. Aqui cabe observar que

[1300] "[…] in treating forces in one way, and powers in another, Newton was not merely disagreeing with Descartes on various kinds of philosophical or substantive grounds. He was also implicitly signaling that unlike Descartes's *Principles*, which provided a unified account of nature in which metaphysical views serve as the foundation for physical ones, Newton's *Principles* would have no such foundation".

Newton demonstrava insatisfação com a mudança de competência dos leitores dos *Principia* nas décadas que se seguiram à primeira publicação desta obra.

> Segundo Newton, a maior parte dos *Principia* foi escrita em um estilo compreensível para 'filósofos imbuídos em geometria', que no começo do século XVIII tinham desparecido. Os leitores dos *Principia* do começo do século XVIII, ele lamentava, eram antes versados em 'álgebra' e 'análise moderna'[1301] (Ibid., p. 9).

Vimos que Newton atribui grande importância à geometria, mas ele a concebe de maneira distinta da de Descartes. Ela é fundamentada na mecânica, sendo esta encarregada da descrição de linhas retas e curvas, ao passo que a geometria partiria do pressuposto de que a descrição já foi realizada. Os objetos geométricos, na concepção newtoniana, são gerados pelo movimento. Como comenta Guicciardini (2009, p. 319), Newton acreditava que a mecânica proporciona à geometria seu conteúdo através de construções mecânicas, sendo que estas construções podem ser realizadas por diferentes fontes. Trata-se de uma postura que contrasta com a de Descartes, que, como já discutimos, negava que curvas mecânicas tivessem a exatidão como característica. No caso de Newton, a exatidão que encontramos na sua mecânica é formal e demonstrativa. Ela decorre de seus princípios mecânicos, que são matemáticos. É a partir desses princípios que forças são descobertas. Através de considerações geométricas dos movimentos podemos investigar as forças que os produzem. Uma vez estabelecida uma proporcionalidade entre a força e o deslocamento, é possível geometrizar a força. Após a realização da investigação das quantidades de forças e suas proporções por meio da matemática, passa-se ao âmbito da física, realizando comparações entre as proporções e os fenômenos da natureza. Isso permite compreendermos as condições nas quais as forças se aplicam para diferentes tipos de corpos, o que, por sua vez, nos permite argumentar com mais segurança acerca das causas físicas e de suas proporções.

Percebemos, então, que os sistemas dos dois filósofos possuem pontos em comum, mas defendemos que suas diferenças exigem que os classifiquemos de formas distintas. Eles possuem concepções distintas sobre a mecânica. Fundamental para Descartes é a concepção dos fenômenos da natureza como resultantes do contato direto entre partículas, ao passo que Newton defendia que havia fenômenos que não eram explicados dessa forma. Ambos comparam fenômenos da natureza com o funcionamento de máquinas. No caso de Newton, ele recorre às comparações apenas como ilustrações para suas explicações, indicando que os

[1301] "According to Newton, most of the *Principia* was written in a style understandable for 'philosophers steeped in geometry', who by the early eighteenth century had disappeared. The early-eighteenth-century readers of the *Principia*, he regretted, were rather versed in 'algebra' and 'modern analysis'".

fenômenos físicos são mais complexos do que a mera interação direta entre as partes do todo. As leis da natureza de Descartes não são explícitas em suas explicações, ao contrário das leis do movimento de Newton.

Mas os dois aspectos que realmente parecem exigir uma distinção entre o tipo de explicação apresentado pela teoria cartesiana e o tipo de explicação apresentado pela teoria newtoniana diz respeito ao recurso a experimentos e à matemática. Descartes explica os fenômenos da natureza através das colisões de partículas, mas para convencer o leitor da veracidade de seu sistema, ele recorre a analogias com fenômenos cotidianos. Newton, por sua vez, recorre a observações e experimentos rigorosos realizados por astrônomos e outros filósofos da natureza de renome de sua época para fundamentar sua teoria, quando não recorre aos seus próprios experimentos e observações. O fato desses experimentos e observações serem quantificados permite que outros filósofos naturais reproduzam ou verifiquem a veracidade deles com mais precisão do que se fizessem o mesmo com as analogias empregadas por Descartes. Daí também a importância do caráter matemático. Embora possamos caracterizar em alguma medida a teoria cartesiana como matemática, suas explicações são majoritariamente modelos desprovidos de equações. A teoria newtoniana, em contraste, é majoritariamente quantitativa. Na maior parte de sua obra, Newton emprega uma série de métodos matemáticos complexos e rigorosos, que, mais uma vez, permitem a verificação dos dados por terceiros.

Portanto, defendemos que o sistema cartesiano deve ser caracterizado como *mecanicista*, posto que sua física se baseia nas considerações da interação direta entre partículas, levando em consideração características delas como tamanho, formato, estado de movimento e velocidade, recorrendo também a analogias para explicar certos fenômenos da natureza e realizando uma interpretação geométrica, porém desprovida de equações, dos fenômenos físicos. A teoria newtoniana, diferentemente, deve ser caracterizada como propriamente *mecânica*, posto que, embora também recorra a noções metafísicas, sua física está baseada em uma série de métodos matemáticos complexos e rigorosos, além de experimentos e observações também rigorosos e quantitativos. Ou seja, a partir das considerações apresentadas, podemos estabelecer a diferença entre mecanicismo e mecânica. As críticas de Newton, portanto, seriam endereçadas ao mecanicismo.

Resta-nos agora apresentar as críticas de Newton à teoria dos vórtices de Descartes, indicar em que medida sua teoria estava de acordo com os fenômenos observados e apresentar a recepção dela e como eventualmente sobrepôs a cartesiana.

4.4. Críticas à teoria dos vórtices

Percebemos nos *Principia* alguns momentos nos quais Newton realiza críticas à teoria dos vórtices. Entretanto, por um período considerável de sua vida, Newton considerava ao menos algumas de suas teses como verdadeiras, embora também colocasse em questão outros aspectos. Por exemplo, nas *Questiones*, ele questionava se o Sol por si só era capaz de proporcionar a força motriz necessária para fazer o vórtice girar, perguntando como essa força era renovada, se os movimentos dos vórtices individuais não se fundiriam um ao outro com o tempo e se o atrito não diminuiria o movimento deles (Cf. MCGUIRE; TAMNY, 1983, p. 162). Já nessa época ele também inferiu que, pela teoria de Descartes, a Lua e os planetas deveriam brilhar como o Sol. McGuire e Tamny (1983, p. 167) explicam essa alegação de Newton da seguinte forma:

> [...] [A] Lua e os planetas têm vórtices individuais girando em torno deles dentro do vórtice maior do Sol. Se a luz resulta da pressão em direção ao exterior dos glóbulos no vórtice do Sol, igualmente os vórtices giratórios dos planetas e da Lua devem fazê-los brilhar durante o dia[1302].

Newton também aponta que, se Descartes estivesse correto, haveria distribuições de pressão diferentes que causariam efeitos diferentes daqueles que observamos, como noites mais iluminadas do que os dias (Cf. Ibid., p. 168).

Em todo caso, Wilson (2016, p. 265) observa que, tanto na década de 1660 quanto na de 1670, Newton assumia a existência de vórtices planetários nas suas especulações sobre os movimentos dos planetas. Wilson (2016, p. 267) aponta, por exemplo, que, em um texto transmitido à *Royal Society* em 1675, chamado *Hypothesis Explaining y^e Properties of Light*, Newton defende a existência de um meio etéreo e elástico composto por "espíritos etéreos". Segundo essa concepção, a natureza consistiria nas relações entre esses espíritos. A gravidade poderia ser explicada através deles[1303]:

> A gravitação terrestre poderia ser devida a um certo Espírito etéreo que é condensado no corpo da Terra; ao descer de cima, ele "carregaria para baixo consigo os corpos

[1302] "[…] the Moon and the planets have individual vortices rotating about them within the larger vortex of the Sun. If light results from the outward pressing of the globules in the Sun's vortex, equally the whirling vortices of the planets and Moon ought to make them shine during the day".

[1303] Segundo McGuire e Tamny (1983, p. 147), Newton, mesmo em um período bem posterior à publicação dos *Principia*, considerava que modelos etéreos que buscavam explicar a ação gravitacional tinham plausibilidade.

> que ele permeia com uma força proporcional às superfícies de todas suas partes nas quais atua"[1304] (Ibid., p. 267).

Nessa mesma linha de raciocínio, Newton também sugere que o Sol poderia absorver o Espírito e impedir que os planetas se afastassem ainda mais dele. É interessante notar também que esse fluxo direcionado para baixo de espíritos etéreos – que inclusive produziria a lei do inverso do quadrado – seria distinto do vórtice responsável por fazer os planetas orbitarem o Sol, ou seja, seriam dois fluxos que entram em contato um com o outro, mas não se misturam[1305] (Cf. Ibid., p. 267).

McGuire e Tamny (1983, p. 147) afirmam que componentes da teoria dos vórtices ainda desempenhavam algum papel no raciocínio astronômico de Newton na década de 1680. De igual maneira, Ducheyne (2011, p. 155) indica que, em rascunhos datados de 1680-1681, Newton aparentemente ainda buscava explicar os movimentos dos cometas através de vórtices, o que também é perceptível na sua correspondência. "[...] [E]m sua correspondência de 1680/1 com Thomas Burnet, Newton alegava que os vórtices ofereciam uma explicação sensível da gravidade e ele se baseava em forças centrífugas para a explicação dos movimentos celestes"[1306] (Ibid., pp. 155-156).

Segundo Ducheyne (2011, p. 156), a avaliação de Newton acerca da teoria dos vórtices só mudaria a partir do *De Motu*. Wilson (2016, p. 264), por sua vez, defende que "a gravitação universal não se tornou a ideia guia no pensamento de Newton acerca do movimento planetário até muito mais tarde do que se supôs por muito tempo: não antes de 1685"[1307]. É importante enfatizar que Newton não foi o único a criticar a teoria dos vórtices. De acordo com Henry (2011, p. 16), havia uma objeção padrão para a teoria dos vórtices no que diz respeito à queda dos corpos na Terra. Se um dado corpo cai em direção ao centro da Terra porque partículas do segundo elemento o empurram nessa direção, não haveria como blindar o corpo desse efeito? Por exemplo, se soltássemos uma bola por debaixo de uma mesa pesada, a bola deveria ao menos cair de forma diferente do caso em que não houvesse a mesa, isto é, caso a bola fosse solta não havendo nenhum obstáculo acima dela. Entretanto, nos dois casos a bola cai da mesma forma. Segundo Henry, em resposta, os cartesianos respondiam que as partículas do segundo

---

[1304] "Terrestrial gravitation could be due to a certain aethereal Spirit which is condensed in the body of the Earth; in descending from above, it would 'beare downe with it the bodyes it pervades with a force proportionall to the superficies of all their parts it acts upon'".

[1305] Segundo Wilson (2016, p. 267), a alternativa de pensar um planeta se movendo inercialmente em linha reta ao mesmo tempo que é atraído para um centro só foi proposta a Newton por Robert Hooke em uma carta de 1679.

[1306] "[...] in his 1680/1 correspondence with Thomas Burnet, Newton claimed that vortices offered a sensible explanation of gravity and he relied on centrifugal forces for the explanation of the celestial motions".

[1307] "Universal gravitation did not become the guiding idea in Newton's thinking on planetary motion till much later than was long supposed: not before 1685".

elemento são tão finas que atravessam a mesa e afetam a bola da mesma forma. No entanto, se esse é o caso, por que as partículas do segundo elemento não atravessam a bola ao invés de empurrá-la em direção ao centro da Terra?

Mas voltemos para as críticas de Newton. Por ora, focaremos nas críticas presentes no *De Gravitatione* e nos *Principia*. Já apresentamos algumas das críticas de Newton no *De Gravitatione*, mas elas se restringiam aos conceitos físicos empregados por Descartes, como a noção de movimento. Além delas, Newton ainda critica a concepção da existência de uma matéria sutil que seja privada de qualquer resistência, pois é impossível um fluido não resistir de alguma forma ao movimento de corpos que passem por ele:

> [...] [S]e a matéria sutil fosse desprovida de toda resistência ao movimento de glóbulos, eu não deveria mais acreditar que fosse matéria sutil, mas um vácuo disperso. E assim, se houvesse qualquer espaço aéreo ou etéreo de tal tipo que cedesse sem qualquer resistência aos movimentos dos cometas ou a quaisquer outros projéteis, eu deveria acreditar que seria completamente vazio. Pois é impossível que um fluido corporal não devesse impedir o movimento de corpos passando através dele, assumindo que (como supus antes) não esteja disposto a se mover com a mesma velocidade que o corpo [...][1308] (NEWTON, 1962, pp. 146-147).

Henry (2011, p. 25) observa que Newton não nega aqui que possa existir um éter. Ao invés disso, ele está dizendo que, se há um éter, ele não pode ser como o concebido por Descartes, ou seja, preenchendo todos os espaços sem a possibilidade de existir o vazio. Newton defende que, se o éter for um fluido corporal, independentemente de quão sutis sejam suas partículas, ele é denso como qualquer outro líquido.

> Pois se o éter fosse um fluido corporal inteiramente sem poros vazios, independentemente de quão sutis suas partes são feitas por divisão, ele seria tão denso quanto qualquer outro fluido, e cederia ao movimento dos corpos através dele com não menos lentidão; de fato, com uma muito maior, se o projétil devesse ser poroso, porque então o éter adentraria seus poros internos e encontraria e resistiria não apenas ao todo de sua superfície externa, mas também às superfícies de todas as partes internas[1309] (NEWTON, 1962, p. 147).

[1308] "[…] if the subtle matter were deprived of all resistance to the motion of globules, I should no longer believe it to be subtle matter but a scattered vacuum. And so if there were any aerial or aetherial space of such a kind that it yielded without any resistance to the motions of comets or any other projectiles I should believe that it was utterly void. For it is impossible that a corporeal fluid should not impede the motion of bodies passing through it, assuming that (as I supposed before) it is not disposed to move at the same speed as the body […]".

[1309] "For if the aether were a corporeal fluid entirely without vacuous pores, however subtle its parts are made by division, it would be as dense as any other fluid, and it would yield to the motion of bodies through it with no less sluggishness; indeed with a much greater, if the projectile should be porous, because then the aether would enter its internal pores, and encounter and resist not only the whole of its external surface but also the surfaces of all the internal parts".

Newton ainda acrescenta que, tendo em vista a pouca resistência, o espaço etéreo deve ser em sua maior parte vazio, o que é contrário à teoria dos vórtices, que nega sua existência.

> Como a resistência do éter é, ao contrário, tão pequena quando comparada com a resistência do mercúrio ao ponto de ser mais de dez ou cem mil vezes menor, há ainda mais motivo para pensar que, de longe, a maior parte do espaço etéreo é vazio, dispersado entre as partículas etéreas. O mesmo também pode ser conjecturado das várias gravidades desses fluidos, pois a queda de corpos pesados e as oscilações dos pêndulos mostram que esses estão em proporção às suas densidades, ou em proporção às quantidades de matéria contidas em espaços iguais[1310] (Ibid., p. 147).

Aqui vemos mais uma vez Newton se amparar em resultados experimentais para fundamentar sua tese.

Apesar dessas críticas à teoria cartesiana dos vórtices, Henry (2011, p. 24) observa que, no *De Gravitatione*, Newton apresenta uma definição de gravidade que é compatível com a definição cartesiana:

> A gravidade é uma força em um corpo que o impele a descer. Aqui, no entanto, por descida não se quer dizer apenas um movimento direcionado ao centro da Terra, mas também em direção a qualquer ponto ou região, ou mesmo a partir de qualquer ponto. Dessa forma, se o *conatus* do éter girando em torno do Sol para se afastar de seu centro for tomado como a gravidade, o éter ao se afastar do Sol poderia ser dito como descendo. E assim, por analogia, o plano é chamado horizontal que é diretamente oposto à direção da gravidade ou *conatus*[1311] (NEWTON, 1962, pp. 148-149).

O éter do qual Newton fala nessa passagem é semelhante às partículas do segundo elemento de Descartes.

Em relação aos *Principia*, há três momentos nesta obra nos quais críticas à teoria dos vórtices são realizadas: na Seção 9 do Livro 2, nos Corolários 1-4 da Proposição 6 do Livro 3 e no *Escólio Geral*.

A Seção 9 do Livro 2 começa com a seguinte "hipótese": "*a resistência que surge da fricção [lit. ausência de lubricidade ou de escorregamento] das partes de um fluido é, outras coisas sendo iguais, proporcional à velocidade com a qual as partes do fluido estão separadas*

[1310] "Since the resistance of the aether is on the contrary so small when compared with the resistance of quicksilver as to be over ten or a hundred thousand times less, there is all the more reason for thinking that by far the largest part of the aetherial space is void, scattered between the aetherial particles. The same may also be conjectured from the various gravities of these fluids, for the descent of heavy bodies and the oscillations of pendulums show that these are in proportion to their densities, or as the quantities of matter contained in equal spaces".

[1311] "Gravity is a force in a body impelling it to descend. Here, however, by descent is not only meant a motion towards the centre of the Earth but also towards any point or region, or even from any point. In this way if the *conatus* of the aether whirling about the Sun to recede from its centre be taken for gravity, the aether in receding from the Sun could be said to descend. And so by analogy, the plane is called horizontal that is directly opposed to the direction of gravity or *conatus"*.

umas das outras"[1312] (Id., 1999, p. 779, ênfase do autor). Desta hipótese, seguem-se duas Proposições (51 e 52) sobre os vórtices. Na Proposição 51, Newton considera um cenário no qual um vórtice é criado pela rotação de um cilindro sólido infinitamente comprido em torno de seu eixo em um fluido infinito, enquanto que, na Proposição 52, considera-se que há uma esfera sólida, imersa em um fluido uniforme e infinito, em movimento de rotação uniforme em torno de um dado eixo. Newton (1999, p. 786) afirma que nas Proposições 51 e 52 ele supôs que o fluido dos vórtices consiste em uma matéria que é uniforme tanto em densidade quanto em fluidez, de modo que uma esfera que seja colocada em qualquer lugar do vórtice pode, com dado movimento e em dado intervalo de tempo, propagar movimentos semelhantes e iguais a distâncias iguais.

A Proposição 52 é seguida por um Escólio no qual Newton (1999, p. 787) observa que "[...] os tempos periódicos dos planetas secundários que revolvem em torno de Júpiter são proporcionais à potência $\frac{3}{2}$ das distâncias do centro de Júpiter; e a mesma regra se aplica aos planetas que revolvem em torno do Sol"[1313]. Newton ainda acrescenta que essa regra se aplica tanto aos planetas primários quanto secundários de forma muito exata. Sendo assim, se há vórtices que fazem os planetas orbitarem o Sol, ou satélites orbitarem planetas, eles devem fazê-lo seguindo essa regra, ou seja, eles devem revolver de acordo com a terceira lei de Kepler[1314]. Entretanto, nas proposições anteriores, Newton demonstrou que, no caso do movimento dos vórtices, os tempos periódicos são proporcionais aos quadrados das distâncias, e não à potência $\frac{3}{2}$ das distâncias. Ele ainda observa que:

> [...] [E]ssa razão não pode ser diminuída ou reduzida à potência $\frac{3}{2}$, a não ser que ou a matéria do vórtice seja tanto mais fluída quanto mais afastada do centro, ou a resistência que surge de uma deficiência no escorregamento das partes do fluido (como um resultado do aumento da velocidade pelo qual as partes do fluido são separadas uma das outras) é aumentada em uma razão maior do que a razão na qual a velocidade é aumentada[1315] (Ibid., p. 787).

[1312] "*The resistance that arises from the friction [lit. lack of lubricity or slipperiness] of the parts of a fluid is, other things being equal, proportional to the velocity with which the parts of the fluid are separated from one another*".
[1313] "[…] the periodic times of the secondary planets that revolve about Jupiter are as the $^3/_2$ powers of the distances from the center of Jupiter; and the same rule applies to the planets that revolve about the sun".
[1314] Nesse momento dos *Principia*, Newton não atribui essa lei explicitamente a Kepler.
[1315] "[…] that ratio cannot be decreased and reduced to the 3/2 power, unless either the matter of the vortex is the more fluid the further it is from the center, or the resistance arising from a deficiency in the slipperiness of the parts of the fluid (as a result of the increased velocity by which the parts of the fluid are separated from one another) is increased in a greater ratio than the ratio in which the velocity is increased".

Nenhuma das suposições, porém, se sustentam. Newton aponta que as partes mais espessas e menos fluídas do vórtice tenderão para a periferia. Além disso, ele destaca que, embora tenha proposto no início da seção que a resistência seria proporcional à velocidade, é provável que a resistência esteja em uma razão inferior à velocidade. Sendo assim, os períodos das partes do vórtice estarão em uma razão maior do que a dos quadrados das distâncias aos seus centros. Dadas essas considerações, Newton (1999, p. 788) faz a seguinte crítica à teoria dos vórtices de Descartes:

> […] [S]e os vórtices (como é a opinião de alguns) se movem rapidamente próximo do centro, depois mais devagar até um certo limite, depois novamente mais rapidamente próximo à circunferência, certamente nem a potência $\frac{3}{2}$ nem qualquer outra razão fixada e determinada pode se sustentar[1316].

Já na Proposição 53, Newton (1999, p. 788, ênfase do autor) afirma que "*corpos que são transportados em um vórtice e retornam à mesma órbita têm a mesma densidade que o vórtice e se movem de acordo com a mesma lei que as partes do vórtice em relação à velocidade e à direção*"[1317]. A Proposição 53 ainda é seguida por dois Corolários que estabelecem que: um sólido que revolve em um vórtice e regressa sempre à mesma órbita está em repouso relativo no fluido no qual está imerso; se o vórtice tiver densidade uniforme, o mesmo corpo pode revolver a qualquer distância do centro do vórtice (Cf. Ibid., p. 789).

Após esses corolários, Newton acrescenta um Escólio no qual apresenta outra justificativa para os planetas não serem transportados por vórtices. Os planetas que orbitam o Sol revolvem em elipses tendo um foco no Sol e, por raios traçados para este, descrevem áreas proporcionais aos tempos. Entretanto, as partes de um vórtice não podem revolver com tal movimento. Newton faz uso da seguinte ilustração na sua explicação:

[1316] "[…] if vortices (as is the opinion of some) move more quickly near the center, then more slowly up to a certain limit, then again more quickly near the circumference, certainly neither the 3/2 power nor any other fixed and determinate ratio can hold".

[1317] "*Bodies that are carried along in a vortex and return in the same orbit have the same density as the vortex and move according to the same law as the parts of the vortex with respect to velocity and direction*".

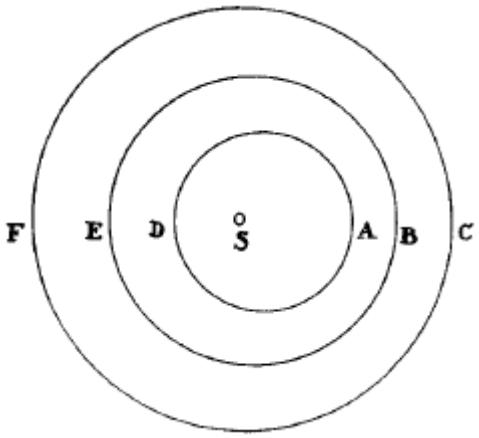

Figura 22: Ilustração do último Escólio do Livro 2 dos *Principia apud* NEWTON, 1999, p. 789

Sejam AD, BE e CF órbitas em torno de S (Sol). As letras A e B são os afélios de cada uma das órbitas internas, enquanto que as letras D e E são os periélios das mesmas órbitas. A órbita CF, por sua vez, é uma circunferência concêntrica ao Sol, de modo que um corpo que revolva nesta órbita, descrevendo áreas proporcionais aos tempos por raios traçados ao Sol, mover-se-á com movimento uniforme. Tomemos agora o caso de um corpo que revolva na órbita BE. Segundo Newton (1999, p. 789), de acordo com as leis da astronomia, o corpo mover-se-á mais lentamente no afélio B e mais rapidamente no periélio E. No entanto, se considerarmos as leis da mecânica, a matéria do vórtice mover-se-á mais rapidamente nos espaços entre A e C, que são mais estreitos, do que nos espaços entre D e F, que são mais largos. Em outras palavras, pelas leis da mecânica, a matéria do vórtice mover-se-á mais rápido nos afélios do que nos periélios, o que é contrário ao que se infere das leis da astronomia. Newton ainda ampara sua explicação em observações astronômicas:

> Assim, no início do signo de Virgem, onde o afélio de Marte está agora, a distância entre as órbitas de Marte e de Vênus está para a distância entre essas órbitas no início do signo de Peixes quase como 3 para 2, e, portanto, a matéria do vórtice entre essas órbitas, no início de Peixes, deve ser mais rápida do que no início de Virgem na razão de 3 para 2. Pois quanto mais estreito for o espaço através do qual uma dada quantidade de matéria passa no dado tempo de uma revolução, maior será a velocidade com a qual deve passar. Portanto, se a Terra, relativamente em repouso nessa matéria celestial, fosse transportada por ela e revolvesse junto com ela em torno do Sol, sua velocidade no início de Peixes estaria para sua velocidade no início de Virgem na razão de 3 para 2. Logo, o movimento diurno aparente do Sol no início de Virgem seria maior do que 70 minutos, e no início de Peixes menos do que 48 minutos, embora (como a experiência testifica) o movimento aparente do Sol é maior no início de Peixes do que no início de Virgem, e, assim, a Terra é mais rápida no início de Virgem do que no início de Peixes[1318] (Ibid., pp. 789-790).

[1318] "Thus in the beginning of the sign of Virgo, where the aphelion of Mars now is, the distance between the orbits of Mars and Venus is to the distance between these orbits in the beginning of the sign of Pisces as roughly 3 to 2, and therefore the matter of the vortex between these orbits in the beginning of Pisces must move more swiftly than

Sendo assim, Newton demonstra que o movimento dos vórtices planetários é inconsistente com a lei das áreas e conclui que a "hipótese" dos vórtices é irreconciliável com os fenômenos astronômicos.

Em relação a esse último Escólio do Livro 2, Cohen destaca uma crítica de Nemény, que o acusa de não ser convincente:

> [...] Newton usou "a equação de continuidade (conservação de massa fluida) de uma maneira que é admissível apenas em um fluxo (plano) estritamente bidimensional". Assim, "as imperfeições de sua análise dos vórtices em torno de sólidos em rotação" levam a uma crítica séria de seu alegado "sucesso" em destruir o sistema de Descartes[1319] (COHEN, 1999, p. 188).

As críticas à teoria dos vórtices de Descartes retornam no Corolários 1-4 da Proposição 6 do Livro 3. Nos Corolários 1 e 2, Newton critica a explicação cartesiana para a gravidade; e nos Corolários 3 e 4, o *plenum* cartesiano.

No Corolário 1, Newton (1999, p. 809) afirma que "[...] os pesos dos corpos não dependem de suas formas e texturas. Pois se os pesos pudessem ser alterados com as formas, eles seriam, na igual matéria, maiores ou menores segundo a variedade de formas, inteiramente contrário à experiência"[1320]. A crítica de Newton aqui, como observa Ducheyne (2009, p. 250), é que Descartes está errado ao defender que a gravidade atua na superfície do corpo. Antes, a gravidade está relacionada à quantidade de matéria do corpo.

No Corolário 2, Newton (1999, p. 809) afirma que "todos os corpos, universalmente, que estão na ou próximos à Terra pesam [ou gravitam] em direção à Terra, e os pesos de todos os corpos que estão igualmente distantes do centro da Terra são proporcionais às quantidades de matéria neles"[1321]. Ele aponta que se o éter ou outro corpo fosse destituído de gravidade, ou

---

in the beginning of Virgo in the ratio of 3 to 2. For the narrower the space through which a given quantity of matter passes in the given time of one revolution, the greater the velocity with which it must pass. Therefore, if the earth, relatively at rest in this celestial matter, were carried by it and revolved along with it about the sun, its velocity in the beginning of Pisces would be to its velocity in the beginning of Virgo as 3 to 2. Hence the apparent daily motion of the sun in the beginning of Virgo would be greater than 70 minutes, and in the beginning of Pisces less than 48 minutes, although (as experience bears witness) the apparent motion of the sun is greater in the beginning of Pisces than in the beginning of Virgo, and thus the earth is swifter in the beginning of Virgo than in the beginning of Pisces".

[1319] "[…] Newton has used "the continuity equation (conservation of fluid mass) in a way that is admissible only in a strictly two-dimensional (plane) flow." Thus, "the imperfections of his analysis of vortices around rotating solids" lead to a serious criticism of his alleged "success" in destroying the system of Descartes".

[1320] "[…] the weights of bodies do not depend on their forms and textures. For if the weights could be altered with the forms, they would be, in equal matter, greater or less according to the variety of forms, entirely contrary to experience".

[1321] "All bodies universally that are on or near the earth are heavy [or gravitate] toward the earth, and the weights of all bodies that are equally distant from the center of the earth are as the quantities of matter in them".

gravitasse menos do que a proporção de sua quantidade de matéria, isso implicaria que os corpos se difeririam dos outros apenas pela forma de sua matéria. Newton atribui essa concepção, dentre outros, a Descartes. Ele observa que, se essa concepção fosse correta, seria possível, por exemplo, haver a transmutação de um corpo pesado, fazendo-o assumir pouco a pouco a forma de outro corpo, levando-o pouco a pouco a perder sua gravidade. Em outras palavras, os pesos dependeriam da forma dos corpos, podendo ser alterados com as formas.

No Corolário 3, Newton afirma que os espaços não são igualmente preenchidos. Ele justifica essa afirmação da seguinte forma:

> [...] [S]e todos os espaços fossem igualmente preenchidos, a gravidade específica do fluido com o qual a região do ar seria preenchida, por causa da extrema densidade de sua matéria, não seria menor do que a gravidade específica do mercúrio ou do ouro ou de qualquer outro corpo com a maior densidade, e, portanto, nem o ouro nem qualquer outro corpo poderia descer no ar. Pois os corpos jamais descem nos fluidos, a não ser que tenham uma gravidade específica maior[1322] (Ibid., p. 810).

Aqui percebe-se uma crítica à concepção cartesiana de que não existe vazio, sendo todos os espaços preenchidos por partículas.

Por fim, no Corolário 4, Newton defende a existência do vácuo:

> Se todas as partículas sólidas de todos os corpos têm a mesma densidade e não podem ser rarefeitas sem poros, deve haver um vácuo. Eu afirmo que partículas têm a mesma densidade quando suas respectivas forças de inércia [ou massas] são proporcionais aos seus tamanhos[1323] (Ibid., p. 810).

Aqui mais uma vez vemos uma crítica à tese cartesiana de que não existe vácuo, isto é, de que todos os espaços são preenchidos por partículas.

Já no *Escólio Geral*, Newton faz dois apontamentos sobre a teoria dos vórtices. O primeiro deles é que:

> Se, por um raio traçado ao Sol, cada planeta deve descrever áreas proporcionais ao tempo, os tempos periódicos das partes do vórtice devem ser proporcionais aos quadrados das distâncias do Sol. Se os tempos periódicos dos planetas devem ser proporcionais à potência $\frac{3}{2}$ das distâncias do Sol, os tempos periódicos das partes do vórtice devem ser proporcionais à potência $\frac{3}{2}$ das distâncias. Se os vórtices menores

[1322] "[…] if all spaces were equally full, the specific gravity of the fluid with which the region of the air would be filled, because of the extreme density of its matter, would not be less than the specific gravity of quicksilver or of gold or of any other body with the greatest density, and therefore neither gold nor any other body could descend in air. For bodies do not ever descend in fluids unless they have a greater specific gravity".

[1323] "If all the solid particles of all bodies have the same density and cannot be rarefied without pores, there must be a vacuum. I say particles have the same density when their respective forces of inertia [or masses] are as their sizes".

> que revolvem em torno de Saturno, Júpiter e os outros planetas devem ser preservados e devem flutuar sem agitação no vórtice do Sol, os tempos periódicos das partes do vórtice solar devem ser os mesmos. As revoluções axiais [isto é, as rotações] do Sol e dos planetas, que teriam que estar de acordo com os movimentos de seus vórtices, diferem de todas essas proporções[1324] (Ibid., p. 939).

O segundo apontamento diz respeito aos cometas. Newton afirma que os movimentos dos cometas são regulares, seguindo as mesmas leis dos movimentos dos planetas. Ele destaca também que eles se movimentam de maneira muito excêntrica em todas as partes dos Céus, o que não pode ser explicado através de vórtices.

Para além das críticas presentes no *De Gravitatione* e nos *Principia*, também destacamos uma crítica presente em uma carta de 1693 para Leibniz, na qual Newton defende que os movimentos celestes são mais regulares do que se resultassem de vórtices, destacando inclusive que os vórtices contribuem para a perturbação dos movimentos dos planetas e dos cometas. Newton acrescenta ainda que, tendo em vista que a natureza é muito simples e que todos os fenômenos dos céus e do mar se seguem precisamente da atuação da gravidade de acordo com as leis descritas por ele, então outras causas devem ser rejeitadas e os céus devem ser despojados de toda matéria, de modo que os movimentos dos planetas e dos cometas não sejam impedidos ou tornados irregulares (Cf. DUCHEYNE, 2009, pp. 248-249).

Percebe-se, portanto, que as críticas de Newton à teoria dos vórtices estavam direcionadas tanto à explicação para a queda dos corpos no âmbito terrestre quanto celeste. Newton pretendia demonstrar que sua teoria estava mais de acordo com os fenômenos observados do que a teoria cartesiana. No entanto, os *Principia* apresentavam alguns problemas. Como observa Wilson (2016, p. 269), não são todas as suas demonstrações que são válidas, a obra não alcança todos os seus objetivos e deixa questões relativas à gravitação universal sem respostas. Sendo assim, passaremos a discutir agora o quão de acordo a teoria newtoniana de fato estava com os fenômenos da natureza.

Antes de partirmos para a análise dos fenômenos que a teoria almeja explicar, precisamos apontar as diferentes interpretações para a causa da gravidade. Segundo Schliesser (2014, p. 69), muitos leitores de Newton do século XVIII consideravam que a gravidade fosse uma força real, mas divergiam em relação a qual era sua causa. Não surpreende essa

---

[1324] "If, by a radius drawn to the sun, each and every planet is to describe areas proportional to the time, the periodic times of the parts of the vortex must be as the squares of the distances from the sun. If the periodic times of the planets are to be as the 3/2 powers of the distances from the sun, the periodic times of the parts of the vortex must be as the 3/2 powers of the distances. If the smaller vortices revolving about Saturn, Jupiter, and the other planets are to be preserved and are to float without agitation in the vortex of the sun, the periodic times of the parts of the solar vortex must be the same. The axial revolutions [i.e., rotations] of the sun and planets, which would have to agree with the motions of their vortices, differ from all these proportions".

divergência, considerando que Newton não é claro nesse ponto. Por exemplo, como já citamos, no Escólio da Seção 11 do Livro 1 dos *Principia*, ele apresenta diferentes possíveis mecanismos que explicariam a atração dos corpos:

> Eu uso a palavra "atração" aqui em um sentido geral para qualquer esforço [*endeavor*] dos corpos de se aproximarem um do outro, quer esse esforço ocorra como resultado da ação dos corpos ou puxados um em direção ao outro ou atuando um sobre o outro por meio de espíritos emitidos, ou quer ele surja da ação do éter ou do ar ou de qualquer outro meio – seja corpóreo ou incorpóreo – impelindo de algum modo um em direção ao outro os corpos que nele flutuam[1325] (NEWTON, 1999, p. 588).

Schliesser (2014, pp. 69-72) apresenta as principais concepções da causa da gravidade durante o século XVIII. Por exemplo, alguns interpretaram Newton como concebendo a atração como a *simpatia* estoica ou como a gravidade inata epicurista. Nesse sentido, Roger Cotes, no seu Prefácio à segunda edição dos *Principia*, apresentou uma interpretação, que foi bastante influente, segundo a qual a gravidade era uma qualidade primária da matéria, o que seria compatível com a primeira opção apresentada na passagem acima, entretanto aparentemente Newton estaria em desacordo, tendo em vista que nas suas leis do raciocínio ele nega que a gravidade seja essencial aos corpos (Cf. Ibid., p. 69 e NEWTON, 1999, p. 796).

Outra possibilidade para a causa da gravidade era Deus ter dotado a matéria passiva com qualidades gravitacionais, qualidades semelhantes a uma mente. Schliesser (2014, p. 70) observa, porém, que em nenhum dos manuscritos publicados de Newton ele defende que a matéria seja passiva.

Em um texto de Newton publicado postumamente, em 1728, chamado *Treatise of the System of the World*, também encontramos outra opção. Segundo Schliesser (2014, p. 70), "na concepção apresentada ali, todos os corpos têm uma disposição para gravitar, mas ela é ativada somente em virtude deles terem essa natureza comum"[1326]. Schliesser (2014, p. 70) destaca que essa concepção não foi muito popular no século XVIII.

Houve também pessoas que atribuíram a Newton a concepção de que a gravidade era baseada em uma vontade direta de Deus. Sobre essa atribuição, Schliesser (2014, p. 71) observa que, embora ela seja compatível com alguns escritos de Newton, ela entra em conflito com a

---

[1325] "I use the word "attraction" here in a general sense for any endeavor whatever of bodies to approach one another, whether that endeavor occurs as a result of the action of the bodies either drawn toward one another or acting on one another by means of spirits emitted or whether it arises from the action of aether or of air or of any medium whatsoever whether corporeal or incorporeal—in any way impelling toward one another the bodies floating therein".

[1326] "On the view presented there, all bodies have a disposition to gravitate, but it is only activated in virtue of their having this common nature".

passagem do *Escólio Geral* na qual é estabelecido que a onipresença de Deus não afeta os corpos, isto é, o movimento dos corpos não afeta Deus nem os corpos sofrem qualquer resistência devido à onipresença Dele (Cf. NEWTON, 1999, pp. 941-942).

Schliesser (2014, p. 71) ainda indica que também foi muito comum a defesa de teorias do éter para explicar a gravidade. De fato, pela passagem citada acima do Escólio da Seção 11 do Livro 1 dos *Principia*, percebemos que Newton não descartava claramente a existência de um éter incorpóreo, ou seja, imaterial. Além disso, como vimos, antes da década de 1680, Newton chegou a defender a existência de um éter, assim como ele também o fez posteriormente, na *Óptica*, que na quarta edição são apresentadas 31 *queries* nas quais é discutido, dentre outros temas, a base etérea para a gravidade.

Essas diferentes intepretações para a causa da gravidade indicam, como observa Schliesser (2014, pp. 71-72), que a forma como Newton descreveu a gravidade poderia dar suporte a diferentes concepções ontológicas. Isso teve reflexos na disputa com o mecanicismo.

> Que Newton era capaz de fazer isso foi também visto como um golpe a uma explicação mecanicista cartesiana e levou a explicação da "gravidade" de Newton [a ser considerada] como um tipo de modelo, para filósofos naturais não técnicos, de explicação rigorosa de diversos fenômenos que escapam ao mecanicismo, assim como uma ideia geral de que talvez os fenômenos estruturalmente decisivos no nosso mundo não sejam caracterizáveis pelo mecanicismo[1327] (Ibid., p. 72).

Estabelecida a existência de diferentes interpretações para a causa da gravidade durante o século XVIII, podemos nos voltar para a questão da adequação das explicações da teoria newtoniana dos fenômenos celestes.

Um dos aspectos da teoria da gravitação de Newton que chamaram a atenção foi sua explicação para a precessão dos equinócios e sua relação com o formato da Terra. Como comenta Cohen (1999, p. 265):

> Com um só golpe, Newton apresentou evidência convincente do poder e validade da lei da gravidade universal, proporcionou evidência auxiliar para o formato da Terra como um esferoide oblato e propôs um motivo simples fundamentado nos princípios da dinâmica para um fenômeno conhecido desde o século II a.C., mas nunca antes reduzido à sua causa física. Antes dos *Principia*, nunca tinha havido sequer uma sugestão de uma causa física[1328].

[1327] "That Newton was able to do so was also viewed as a blow to a Cartesian mechanist account and led to Newton's explanation of "gravity" as a kind of model, for non-technical natural philosophers, of rigorous explanation of diverse phenomena that escape mechanism, as well as a general idea that perhaps the decisive structuring phenomena in our world are not characterizable by mechanism".

[1328] "At one stroke, Newton gave compelling evidence of the power and validity of the law of universal gravity, he provided supporting evidence for the shape of the earth as an oblate spheroid, and he proposed a simple reason founded in the principles of dynamics for a phenomenon known since the second century B.C. but never before reduced to its physical cause. Before the *Principia*, there had never been even a suggestion of a physical cause".

Não obstante, Wilson aponta que a explicação de Newton para a precessão dos equinócios era falha.

> O erro básico de Newton surgiu de sua ausência de uma dinâmica apropriada para os movimentos rotacionais de corpos sólidos, e de sua tentativa de tratar problemas envolvendo tais movimentos em termos de *momentum* linear ao invés de *momentum* angular[1329] (WILSON, 2016, p. 273).

De acordo com Cohen (1999, p. 216):

> D'Alembert, em 1749, e Euler, subsequentemente, tinha elaborado soluções analíticas para o movimento rotacional da Terra não esférica que explicava não apenas a precessão dos equinócios de 26000 anos, mas também a nutação de 18 anos induzida pela gravidade da Lua, que Bradley tinha descoberto no final da década de 1720[1330].

No que diz respeito à explicação de Newton para o formato da Terra, Guicciardini (1999, p. 92) observa que, embora tenha chamado muita atenção, as análises que foram realizadas acerca dela nas primeiras décadas do século XVIII eram, em sua maior parte, fenomenológicas, sendo que a primeira abordagem matemática ocorreu apenas no final da década de 1730, com Clairaut. Cohen (1999, p. 215), por sua vez, afirma que "Clairaut, em 1743, tinha substituído a solução aproximada de Newton para o formato da Terra com uma solução analítica que permitia diferentes 'regras' para a variação da gravidade [...]"[1331]. Enquanto Newton, assim como Huygens, defendia que a Terra tinha um formato oblato, achatada nos polos, outros, como membros da família Cassini, defendiam que a Terra tinha um formato oblongo. Schliesser (2014, p. 66) observa que essa disputa levou meio século para ser resolvida, favorecendo Newton, graças à publicação dos resultados da expedição de Maupertuis à Lapônia em 1739 e a expedição de La Condamine ao Peru, que provaram ser bastante consistentes com a tese newtoniana.

Embora Huygens e Newton defendessem que a Terra tinha um formato oblato, cada um defendia uma teoria distinta. Um fenômeno que chamou a atenção de Huygens foi o fato de que, em um mesmo intervalo de tempo, um pêndulo percorre menos espaço no equador do que

---

[1329] "Newton's basic error arose from his lack of an appropriate dynamics for the rotational motions of solid bodies, and his attempt to treat problems involving such motions in terms of linear momentum rather than angular momentum".

[1330] "d'Alembert in 1749, and Euler subsequently, had devised analytical solutions for the rotational motion of the nonspherical earth that accounted not only for the 26,000-year precession of the equinoxes but also for the 18-year nutation induced by the gravity of the moon, which Bradley had discovered in the late 1720s".

[1331] "Clairaut in 1743 had replaced Newton's approximate solution for the shape of the earth with an analytical solution that allowed different "rules" for the variation of gravity […]".

em outros lugares da Terra. Esse fenômeno levou Huygens a propor uma forma de estabelecer qual teoria era a verdadeira: sua teoria dos vórtices para a gravidade ou a teoria da gravitação universal de Newton. Como explica Ducheyne (2009, p. 255), Huygens acreditava que:

> [...] [E]ra a rotação da Terra no equador somente que reduzia o efeito resultante da gravidade e, correspondentemente, ele pensava que as forças centrífugas da Terra no equador fossem suficientes para explicar os diferentes comprimentos dos pêndulos de segundos[1332].

Newton, por sua vez, acreditava que a gravidade variava na superfície da Terra devido à combinação de dois fatores: "(1) efeitos centrífugos pela rotação da Terra mais (2) as forças gravitacionais na superfície da Terra que surgem de sua composição das forças do inverso do quadrado direcionadas às partículas em uma Terra oblata"[1333] (Ibid., p. 255). Assim, a variação da gravidade na superfície em uma dada latitude seria maior na teoria newtoniana do que na teoria de Huygens. Logo, a medição dessas variações da gravidade na superfície da Terra estabeleceria qual teoria era a correta. Ducheyne (2009, p. 255) observa, contudo, que era difícil coletar dados fidedignos, de modo que a questão só foi resolvida no século XVIII, com a teoria newtoniana saindo vitoriosa.

Em relação à explicação para as órbitas dos planetas, as explicações de Newton eram mais precisas do que as de Descartes. Huygens, por exemplo, que era um adepto da teoria dos vórtices, indicava que um problema fundamental do sistema cartesiano era não conseguir conciliar os movimentos dos vórtices planetários com as leis de Kepler para os movimentos planetários[1334] (Cf. SHANK, 2008, p. 55). A teoria da gravitação de Newton, ao contrário, demonstrava que as órbitas planetárias seguiam as leis de Kepler. Entretanto, é preciso reconhecer, como observa DiSalle (2016, pp. 51-52), que é Descartes que estabelece o princípio fundamental que possibilita apresentar uma explicação causal do movimento que revela as conexões físicas entre o Sol e os planetas, a saber, o princípio de que os planetas tendem a percorrer linhas retas, mas são forçados por uma causa física a orbitar o Sol.

Embora as explicações de Newton fossem mais precisas, elas ainda assim continham imprecisões. Cohen (1999, p. 215) aponta, por exemplo, que "[...] todas as tentativas de derivar

---

[1332] "[…] it was the earth's rotation at the equator alone that reduced the net effect of gravity and correspondingly he thought that the earth's centrifugal forces at the equator are sufficient to explain the different lengths of the seconds-pendulums".

[1333] "(1) centrifugal effects by the earth's rotation plus (2) the gravitational forces at the earth's surface arising from their composition out of inverse-square forces directed toward the particles in an oblate earth".

[1334] Huygens tinha tentado transformar a hipótese dos vórtices em um modelo físico-matemático, mas sua abordagem não era capaz de explicar a lei do inverso do quadrado (Cf. FERLIN; CHABOT, 2022, pp. 2167-2168). Sobre a teoria dos vórtices de Huygens, confira AITON, 1959, pp. 32-41.

os movimentos de Saturno e de Júpiter da teoria da gravitação permaneceram claramente inadequadas até que Laplace descobriu a Grande Desigualdade em 1785[1335] [...]"[1336]. Outro fenômeno que a teoria da gravitação universal de Newton não era capaz de explicar adequadamente – fenômeno que só foi apontado muito depois do falecimento de Newton – era órbita de Mercúrio. Como comenta Wilson (2016, p. 284), "em 1859, U. J. J. Le Verrier descobriu que em torno de 38 arcos de segundo por século da precessão do periélio de Mercúrio não poderia ser explicado tendo como base a lei do inverso do quadrado de Newton"[1337]. Só foi possível explicar esse fenômeno no século XX, com a teoria da relatividade geral de Albert Einstein.

Não obstante as imprecisões, o fato de que haver perturbações nas órbitas dos planetas indicava que havia uma força semelhante regendo os movimentos dos planetas. Como Guicciardini (1999, p. 65) comenta:

> As estimativas aproximadas dadas no Livro 3 [dos *Principia*] das perturbações das órbitas keplerianas tinham, não obstante sua imprecisão, uma consequência extremamente importante: elas confirmaram a existência das perturbações previstas na Seção 11 [do Livro 1] e, assim, deram bons motivos para acreditar que a gravitação universal do inverso do quadrado governa os movimentos planetários[1338].

É importante ressaltar que Newton não adotava todas teses defendidas por Kepler. Wilson (2016, p. 264) destaca, por exemplo, que, a partir de uma crítica de Ishmaël Boulliau, Newton aprendeu que a dinâmica de Kepler violava o princípio de inércia e que Kepler atribuía magnetismo ao Sol, o que Newton negava, porque o Sol, sendo quente, não poderia ser um magneto.

No que diz respeito à sua explicação para os movimentos da Lua, podemos dizer que ela introduziu uma nova forma de analisá-los. Cohen (1999, p. 246) a considera como revolucionária, tendo em vista que a nova forma de estudar a Lua tem em grande medida sido seguida pelos astrônomos desde então.

> Antes dos *Principia,* todas as tentativas de lidar com o movimento da Lua tinham consistido em construir esquemas engenhosos que permitiriam aos astrônomos e aos

[1335] Laplace não alterou as equações de Newton, mas apenas fez um cálculo de perturbações.
[1336] "[…] all attempts to derive the motions of Saturn and Jupiter from gravitation theory remained clearly inadequate until Laplace discovered the Great Inequality in 1785 […]".
[1337] "In 1859 U. J. J. Le Verrier discovered that some 38 arc-seconds per century of the precession of Mercury's perihelion could not be accounted for on the basis of Newton's inverse-square law".
[1338] "The approximate estimates given in Book 3 of the perturbations of Keplerian orbits had, notwithstanding their imprecision, an extremely important consequence: they confirmed the existence of the perturbations predicted in Section 11 and thus gave good reasons for believing that universal inverse square gravitation rules the planetary motions".

> criadores de tabela explicar e prever os movimentos e posições com suas variações e aparentes irregularidades. Os *Principia* de Newton introduziram um programa para mudar essa parte da astronomia de uma geometria celeste intrincada para um ramo da física gravitacional. Isto é, Newton estabeleceu toda uma nova forma de estudar o movimento da Lua ao introduzir causas físicas, estendendo a análise do problema dos dois corpos da Terra e da Lua para um problema dos três corpos ao introduzir as perturbações gravitacionais do Sol[1339] (Ibid., p. 246).

Os méritos da teoria de Newton para o estudo da Lua foram reconhecidos já por seus contemporâneos, como Flamsteed (Cf. Ibid., pp. 246-247). Harper (2016, p. 240) inclusive destaca que a descoberta da identificação da força centrípeta que mantém a Lua em sua órbita com a gravidade terrestre foi celebrada até mesmo por críticos da teoria da gravitação universal. Wilson (2016, p. 272), por sua vez, aponta que a determinação de Newton do movimento médio da Lua para o período 1680-1700 foi a que teve maior precisão dentre seus contemporâneos. Como comparação, Wilson (2016, p. 272) comenta que:

> […] [Q]uando o pequeno erro no movimento médio é removido, a teoria corrigida prova ter um desvio padrão de 1,9 minutos de arco; 95% de seus valores, assim, caem dentro dos 3,8 minutos de arco dos valores corretos. Os erros na teoria de Flamsteed de 1681 eram em torno de duas vezes maiores[1340].

Os méritos da explicação de Newton também se tornam claros quando comparamos com a teoria de Descartes. Nos *Princípios*, ao tratar do movimento da Lua, o filósofo francês só considera uma desigualdade lunar: a variação. Newton, como vimos, conseguiu explicar outras desigualdades no movimento da Lua e até encontrou novas. Descartes também considera a órbita da Lua em torno da Terra uma elipse, mas ele não posiciona a Terra em um dos focos, mas no centro do vórtice. Como destacam McGuire e Tamny (1983, p. 169), "se Descartes conhecia as leis de Kepler do movimento planetário, não há indicação de que ele as empregou em qualquer sentido técnico nas suas teorias de vórtices"[1341]. Também destacamos que, como já discutimos, Descartes defende que a Lua, por ter a mesma solidez que a Terra, circula o Sol à mesma distância. Entretanto, por ser menor do que a Terra, a Lua tem uma velocidade maior.

[1339] "Prior to the *Principia*, all attempts to deal with the moon's motion had consisted of constructing ingenious schemes that would enable astronomers and table-makers to account for and to predict motions and positions with their variations and apparent irregularities. Newton's *Principia* introduced a program to change this part of astronomy from an intricate celestial geometry into a branch of gravitational physics. That is, Newton set up a wholly new way of studying the moon's motion by introducing physical causes, extending the analysis of the two-body problem of earth and moon to a three-body problem by introducing the gravitational perturbations of the sun".

[1340] "[…] when the small error in the mean motion is removed, the corrected theory proves to have a standard deviation of 1.9 arc-minutes; 95% of its values thus fall within 3.8 arc-minutes of the correct values. The errors in Flamsteed's theory of 1681 were about twice as large".

[1341] "If Descartes knew of Kepler's laws of planetary motion, there is no indication that he employed them in any technical sense in his vortical theories".

McGuire e Tamny (1983, p. 175) observam que "[...] essa suposição acerca da velocidade da Lua é inconsistente com a concepção de Descartes do movimento planetário, a saber, que um planeta se move com a mesma velocidade que o vórtice que o circunda"[1342].

É preciso reconhecer, porém, que as explicações de Newton para os movimentos da Lua tinham limitações. Como já observamos, através dela foi possível explicar algumas variações do movimento da Lua que já eram conhecidas à época e até explicar outras que até então eram desconhecidas, entretanto Newton também precisou recorrer a outros métodos para além dos dinâmicos e até mesmo manipular alguns números para conciliar sua teoria com os dados das observações. Cohen (1999, p. 247) destaca que:

> Na prática, a aplicação das regras de Newton para calcular as posições da Lua não era melhor do que outros métodos e geralmente não era adotada pelos criadores de tabelas. Em particular, essas regras não ajudavam no uso proposto de tais tabelas para determinar precisamente a longitude ao mar, que era então o objetivo primário da astronomia aplicada e, em particular, do estudo do movimento da Lua[1343].

Guicciardini (1999, p. 93) observa que, ao tratar da Lua, Newton partia de suposições simplificadas sobre o formato da órbita da Lua e tentava estabelecer qual era a perturbação causada pelo Sol, recorrendo a técnicas analíticas, mas apenas em algumas passagens cruciais de suas demonstrações, sendo que estas, na maioria das vezes, se baseavam em raciocínios qualitativos e geométricos sobre o formato de uma dada trajetória. Essa abordagem, entretanto, levava a dois problemas:

> [1] O particionamento das forças perturbadoras em componentes era problemático. Newton afirmava que certos componentes poderiam ser ignorados, posto que o efeito deles era negligenciável quando comparados a outros componentes, mas essas declarações não provadas são frequentemente erradas. [2] O nível de aproximação não estava sob controle. Não havia verificação interna no nível de precisão das várias aproximações introduzidas [...][1344] (Ibid., p. 93).

Harper (2016, p. 256) destaca, por exemplo, o caso da medida de precessão lunar:

[1342] "[…] this supposition regarding the speed of the Moon is inconsistent with Descartes's view of planetary motion, namely, that a planet moves with the same speed as the surrounding vortex".

[1343] "On the practical side, the application of Newton's rules for calculating the positions of the moon were no improvement over other methods and were not generally adopted by table makers. In particular, these rules did not help in the proposed use of such tables for accurately determining longitude at sea, which was then the primary goal of applied astronomy and, in particular, of the study of the moon's motion".

[1344] "• The partitioning of the perturbing forces into components was problematic. Newton stated that certain components could be ignored since their effect was negligible when compared to other components, but these unproven statements are often wrong. • The level of approximation was not under control. There was no internal check on the level of accuracy of the various approximations introduced […]".

> Usar 1/178,725 no Corolário 2 da Proposição 45 alcança um valor bem próximo ao que Newton cita como a precessão lunar por revolução. Na Proposição 26 do Livro 3, entretanto, Newton mostra que a média, sobre uma órbita lunar, do componente radial Lua-Terra da força do Sol para perturbar a Lua é uma redução de 1/357,45 da básica força centrípeta do inverso do quadrado sobre a Lua. O resultado de usar 1/357,45 no Corolário 2 da Proposição 45 mostra que o componente radial sozinho da força do Sol sobre a Lua explicaria apenas metade da precessão lunar[1345].

Assim, como observa Schliesser (2014, p. 67), apesar dos avanços da explicação de Newton para a órbita lunar, ela foi considerada deficiente por grandes filósofos naturais e astrônomos do século XVIII. Euler, por exemplo, em um ensaio submetido para um concurso de 1748 da Academia de Paris, chegou a colocar em dúvida a precisão a lei da gravitação de Newton, indicando que a lei da gravitação levava a apenas metade do valor do movimento observado da apside lunar[1346] (Cf. WILSON, 2016, p. 274). Nesse sentido, George Smith é enfático ao afirmar que "[...] as alegações feitas no período em que Newton viveu sobre seu sucesso quantitativo com a Lua eram excessivas. O próprio Newton não avançou significativamente no problema do movimento da Lua além de Horrocks"[1347] (COHEN, 1999, p. 256). Clairaut, por sua vez, a princípio acreditava que a lei do inverso do quadrado deveria ser modificada para explicar a precessão lunar. No entanto, Scliesser (2014, p. 67) também destaca que:

> Clairaut finalmente percebeu que os problemas eram causados por um erro de arredondamento, e sua solução para a órbita lunar foi aclamada em uma carta (de 29 de junho) de 1751 por Euler (que nunca aceitou a ação à distância) como proporcionando a maior descoberta e a confirmação decisiva da lei do inverso[1348].

Embora as explicações de Newton para os movimentos da Lua possuam algumas imprecisões, não se pode negar sua importância para a história da astronomia. Como comenta Cohen (1999, pp. 251-252):

[1345] "Using 1/178.725 in Corollary 2, Proposition 45 yields fairly close to what Newton cites as the lunar precession per revolution. In Proposition 26, Book 3, however, Newton shows that the average, over a lunar orbit, of the Moon–Earth radial component of the force of the Sun to perturb the Moon is a reduction of 1/357.45 of the basic inverse-square centripetal force on the Moon. The result of using 1/357.45 in Corollary 2, Proposition 45 shows that the radial component alone of the Sun's force on the Moon would account for only about half of the lunar precession".

[1346] Segundo Cohen (1999, pp. 215-216), Clairaut derivou o movimento da apside lunar da teoria da gravitação em 1749.

[1347] "[…] the claims made in Newton's lifetime about his quantitative success with the moon were excessive. Newton himself did not significantly advance the problem of the moon's motion beyond Horrocks".

[1348] "Clairaut finally realized that the problems were caused by a rounding error, and his solution to the lunar orbit was hailed in a 1751 letter (29 June) by Euler (who never accepted action at a distance) as providing the greatest discovery and decisive confirmation of the inverse law".

> Embora ele falhou em produzir uma teoria completa do movimento da Lua, ele traçou o caminho para todos os estudos futuros ao fundamentar esse tópico firmemente em princípios de dinâmica gravitacional e ao revelar a causa principal das variações e das irregularidades aparentes[1349].

Reiteramos que é com Newton que fica estabelecida a importância das causas físicas para se compreender os movimentos dos corpos celestes.

Em relação aos estudos posteriores a Newton sobre os movimentos da Lua, Guicciardini (1999, pp. 93-94), fazendo referência a Wilson, comenta que:

> [...] [D]e Newton a d'Alembert, o avanço teórico essencial na teoria lunar consistia na decisão de começar a partir de um conjunto de equações diferenciais, enquanto abandonava a demanda por um *insight* geométrico direto nas particularidades dos movimentos lunares. Os continentais de meados do século XVIII abordavam o problema dos três corpos a partir de um ponto de vista altamente algorítmico e interativo, que é alheio aos procedimentos de Newton. A abordagem algorítmica interativa seguida pelos continentais permitiu-lhes evitar aproximações intuitivas perigosas: o nível de aproximação era regulado por ferramentas analíticas[1350].

Segundo Cohen (1999, p. 270), a maioria dos comentadores dos *Principia* consideram que o método de Newton para determinar as órbitas dos cometas não é prático, isto é, de difícil utilização, embora Aleksyei Nikolaevich Krylov – astrônomo que traduziu os *Principia* com várias anotações para a língua russa – defendesse que pudesse ser traduzido na notação atual e ser aplicado aos casos de vários cometas[1351]. Não obstante, a concepção newtoniana dos movimentos dos cometas como decorrente da gravitação universal estabeleceu o terreno para todos os futuros estudos acerca dos cometas[1352]. A primeira prova de que os cometas seguem as leis de Newton, porém, só foi realizada com Clairaut, com assistência de Jérome Lalande e Madame Lepaute, décadas após seu falecimento. Wilson (2016, p. 281) faz o seguinte relato da prova:

> Em novembro de 1758, Clairaut, de modo a não ser antecipado pelo cometa, anunciou resultados preliminares, prevendo uma passagem pelo periélio em meados de abril de

[1349] "Although he failed to produce a complete theory of the moon's motion, he did set the course for all future studies by grounding this subject firmly on principles of gravitational dynamics and by revealing the principal cause of variations and apparent irregularities".

[1350] "[…] from Newton to d'Alembert, the essential theoretical advance in lunar theory consisted in the decision to start from a set of differential equations, while relinquishing the demand for direct geometrical insight into the particularities of the lunar motions. The mid-eighteenth-century Continentals approached the three-body problem from a highly algorithmic and iterative point of view, which is extraneous to Newton's procedures. The algorithmic, iterative approach followed by the Continentals allowed them to avoid dangerously intuitive approximations: the level of approximation was regulated by analytical tools".

[1351] Guicciardini (2009, pp. 251-252) aponta que o método de interpolação utilizado por Newton ao tratar das trajetórias dos cometas inspirou matemáticos como James Friedrich Wilhelm Bessel e Carl Friedrich Gauss.

[1352] Hoje sabemos que existem forças não gravitacionais que também interferem no movimento dos cometas (Cf. WILSON, 2016, p. 284).

> 1759, talvez um mês a mais ou a menos[1353]. O cometa foi detectado primeiro por Johann George Palitzsch em 25 de dezembro, e depois independentemente por Charles Messier em 21 de janeiro. Em março, ele desapareceu nos raios do Sol, depois reapareceu em 31 de março. O cálculo mostrou que o periélio tinha ocorrido em 13 de março, um mês antes do que Clairaut tinha previsto[1354].

Segundo Schliesser (2014, p. 67), a previsão correta do Cometa Halley em 1758 foi aclamada em toda Europa. Adam Smith considerou essa previsão como crucial, como destaca Schliesser (2014, p. 67): "no seu tratamento do sistema de Newton, Adam Smith toma o previsto e observado retorno do comenta Halley em 1758 como evidência crucial para ele"[1355].

Cabe notar que Newton, ao tratar dos cometas, buscava, na medida do possível, estabelecer parâmetros quantitativos, o que contrasta com a abordagem de Descartes. Inclusive, McGuire e Tamny (1983, p. 166) destacam que não há registro de nenhuma observação pessoal de um cometa por parte de Descartes, sendo bem possível que ele jamais tenha observado um.

Em relação à teoria das marés de Newton, ela foi de grande importância. Ao demonstrar como causas físicas – a influência gravitacional exercida pelo Sol e pela Lua – atuam sobre as águas dos oceanos, Newton estabeleceu uma nova base para a compreensão das marés. De fato, assim como sua teoria para os movimentos da Lua, sua teoria das marés apresentou novas abordagens para tratar de um problema já conhecido.

Não se pode negar a importância e a inovação da atribuição de Newton de uma força gravitacional ao Sol e à Lua capaz de afetar as águas dos oceanos ao ponto de produzir as marés. Cohen (1999, p. 240) destaca, por exemplo, que Galileu chegou a ridicularizar Kepler por sugerir que a Lua tivesse influência sobre as marés e que Huygens não acreditava na possibilidade de o Sol ou a Lua exercerem uma força capaz de produzir marés. Descartes, por sua vez, defendia que somente a Lua, ao pressionar as partículas do segundo elemento entre ela e a Terra, causasse as marés. Já nas *Questiones*, Newton apontava que a teoria de Descartes não conseguia apresentar uma explicação adequada para o fato de a conjunção do Sol e da Lua produzir uma maré mais alta (Cf. MCGUIRE; TAMNY, 1983, p. 178). Ele também realizou outros questionamentos acerca das teses defendidas pela teoria cartesiana, como o papel atribuído às fases da Lua para explicar o comportamento das marés (Cf. Ibid., pp. 179-180).

[1353] Segundo Cohen (1999, p. 216), a previsão de Clairaut levava em consideração a ação gravitacional de Júpiter, de Saturno e do Sol.

[1354] "In November 1758, Clairaut, in order not to be forestalled by the comet, announced preliminary results, predicting a perihelion passage in mid April 1759, give or take a month. The comet was first detected by Johann George Palitzsch on December 25, and then independently by Charles Messier on January 21. In March it disappeared into the rays of the Sun, then reappeared on March 31. Calculation showed that the perihelion had occurred on March 13, a month earlier than Clairaut had predicted".

[1355] "In his treatment of Newton's system Adam Smith takes the predicted and observed return of Halley's comet in 1758 as crucial evidence for it".

Embora a teoria das marés de Newton tenha sido um grande avanço no estudo delas, como já destacamos no Capítulo 3, ela não conseguia explicar adequadamente certos fenômenos[1356], como as partidas observadas de duas marés por dia, ou prever o momento de ocorrência de uma maré alta em todo dado local ou a altura de uma determinada maré. Para Newton, "a altura da maré a qualquer dado lugar e tempo seria a soma dos *radii vectores* nos dois elipsoides naquele lugar, menos o raio vetor para o mar imperturbado"[1357] (WILSON, 2016, p. 282). Wilson (2016, pp. 282-283) observa, porém, que a maré mais alta ocorre por volta de 43 horas após a combinação dos dois elipsoides, nas sizígias, e não no momento da combinação delas, o que Newton explicava como sendo um efeito decorrente da inércia das águas. Além disso, algumas das previsões da teoria das marés de Newton divergiam de certos fenômenos observados. Wilson (2016, p. 283) destaca uma delas:

> Assim, ela [a teoria newtoniana das marés] implica que duas marés altas consecutivas no momento das sizígias deveriam diferir enormemente em altura, especialmente quando a diferença na declinação do Sol e da Lua é a maior; por outro lado, essas marés são conhecidas por terem quase a mesma altura[1358].

4.5. Recepção da teoria newtoniana

Para além das limitações da obra de Newton, também é importante compreendermos como ela foi recebida na Europa, especialmente na França, onde o cartesianismo e, consequentemente, a teoria dos vórtices tinham mais adeptos[1359]. Mas comecemos pela Grã-Bretanha.

Como comenta Henry (2022, p. 1545), o fato de o sucesso dos *Principia* ter sido maior do que qualquer coisa que tenha sido apresentada anteriormente deu a Newton enorme

---

[1356] Guicciardini (1999, p. 94) destaca o caso da "teoria do equilíbrio" apresentada na Proposição 24 do Livro 3 dos *Principia*, que divergia de dados experimentais. Newton também desenvolveu uma teoria dinâmica para as marés na Proposição 66 do Livro 1 dos *Principia*, porém, como observa Guicciardini (1999, p. 94), ele não a desenvolveu quantitativamente. Segundo Guicciardini (1999, pp. 94-95), o primeiro tratamento matemático da teoria dinâmica foi realizado por Laplace, na década de 1770, através da aplicação equações diferenciais parciais às oscilações das marés. Cohen (1999, p. 216) observa que a solução de Laplace era analítica e incluía tanto a rotação quanto a gravitação.

[1357] "The height of the tide at any given place and time would be the sum of the *radii vectores* in the two ellipsoids at that place, minus the radius vector for the undisturbed sea".

[1358] "Thus it implies that two consecutive high tides at the time of the syzygies should differ greatly in height, especially when the difference in declination of the Sun and Moon is greatest; whereas these tides are known to be of nearly equal height".

[1359] Não realizaremos aqui uma exposição minuciosa da recepção da obra de Newton no continente europeu. Tal empreendimento está muito além do escopo de nossa pesquisa. Faremos, antes, apenas uma breve descrição da recepção da obra e das teses de Newton, assim como apresentar alguns dos seus principais críticos, assim como alguns apoiadores. Para uma análise detalhada da recepção da obra de Newton na Europa, especialmente na França, no século XVIII, confira SHANK, 2008 e BORGHERO, 2011.

autoridade, influenciando os pensadores contemporâneos e posteriores de maneira sem precedentes, sendo que sua maior influência ocorreu na Grã-Bretanha. Henry (2022, p. 1541) aponta que Newton já tinha boa reputação na Grã-Bretanha antes da publicação dos *Principia* como matemático e inventor do telescópio refletor, de modo que quando ele publicou esta obra seus seguidores propagaram sua filosofia natural, sendo que o número de seguidores aumentou ainda mais com a publicação da *Óptica*. Assim, podemos dizer que, no século XVIII, surgiu um movimento que podemos chamar de *newtonianismo*.

> Em grande medida, o newtonianismo do século XVIII pode ser visto como a contínua tentativa de explicar fenômenos físicos em termos de forças atrativas e repulsivas operando entre supostas partículas atômicas ou como a tentativa de explicar os fenômenos em termos de fluidos ativos semelhantes ao éter, mas imponderáveis[1360] (Ibid., p. 1541).

De fato, essas tentativas não estavam restritas ao que hoje chamamos de ciências físicas, mas também ocorreram em outras áreas do conhecimento, como a medicina, a química e a fisiologia[1361]. Os pronunciamentos de Newton sobre o método correto a seguir na filosofia natural levaram alguns a buscar aplicar esse método em outros campos do conhecimento que hoje consideraríamos como pertencentes à política, à sociologia, à economia e até à psicologia (Cf. Ibid., p. 1541).

Em relação à Europa continental, Mandelbrote (2022, p. 1547) aponta que as ideias de Newton começaram a ser ali recebidas desde suas primeiras publicações sobre a heterogeneidade da luz branca na década de 1670. Já no final do século XVII, a matemática e a física de Newton atraíram apoiadores na França, na Holanda, na Suíça e no "Sacro Império Romano", sendo que na década de 1720 o newtonianismo se espalhou pelo norte e pelo centro da Europa (Cf. Ibid., p. 1553). Nesse contexto, Shank (2008, p. 112) aponta que, antes de 1700, era ausente uma rivalidade no âmbito da física entre cartesianos e newtonianos na França[1362].

[1360] "To a large extent eighteenth-century Newtonianism can be seen as the ongoing attempt to explain physical phenomena in terms of attractive and repulsive forces operating between supposed atomic particles or as the attempt to explain phenomena in terms of aether-like active but imponderable fluids".

[1361] Mandelbrote (2022, p. 1550) aponta que, na Europa continental, a disseminação e as primeiras traduções da obra de Newton e os debates concernentes ao newtonianismo também envolveram seus escritos sobre cronologia antiga.

[1362] O primeiro newtoniano a aparecer para o público francês foi David Gregory. Em 1702, Gregory tinha publicado em Oxford sua obra *Astronomiae physicae et Geometricae Elementa*, sobre a qual, em 1710, o *Journal de Trévoux* realizou uma *review* que disseminou as concepções de Gregory para uma ampla audiência (Cf. SHANK, 2008, pp. 124-125). Antes de 1715, não havia na França um grupo bem delimitado de filósofos que se opunham a Descartes (Cf. SHANK, 2008, p. 47).

> Poucos defensores, se houvesse algum, da atração gravitacional newtoniana existiram em algum lugar da Europa antes de 1710[1363], e, por essa razão, o rótulo "newtonianismo" definido como um conjunto de argumentos físicos sobre a matéria, o espaço, o movimento e a causalidade física, simplesmente não tinha sentido[1364] (Ibid., p. 112).

De fato, em 1699, a *Académie royale des sciences* elegeu Newton como um associado estrangeiro.

> O interesse inicial na matemática e na mecânica de Newton na *Académie royale des sciences* […] evitou preocupações com questões metafísicas e concentrou-se [...] na aplicação do cálculo em problemas mecânicos técnicos, eventualmente focando no tópico da força centrípeta na astronomia[1365] (MANDELBROTE, 2022, p. 1549).

Assim, as críticas de Newton à teoria dos vórtices não foram o fator determinante para a oposição que recebeu inicialmente na França, como observa Shank (2008, p. 55):

> […] [C]omo a crítica de Newton do sistema de vórtices estava enraizada primariamente em demonstrações matemáticas quantitativas da inadequação da teoria, e como ele não oferecia um sistema físico causal rival que explicasse a força da gravitação universal em evidentes termos mecanicistas, ou mesmo aristotélicos, sua explicação era vista por muitos como nem sequer uma explicação. [...] [A] rejeição geral e difundida da física newtoniana, no começo, resultava muito mais da epistemologia científica radicalmente idiossincrática usada nos *Principia* do que de qualquer aderência cega a Descartes ou ao seu sistema de vórtices[1366].

A explicação de Newton para as marés, por exemplo, por volta de 1700, era desconsiderada pelos franceses. Em contraste, a teoria de Jean-Dominique Cassini era mais aceita, que, em 1710, explicou o comportamento das marés atribuindo-o à interação entre o vórtice lunar com o vórtice da Terra, assim como às fases da Lua (Cf. Ibid., pp. 65-66). É preciso

---

[1363] Segundo Mandelbrote (2022, pp. 1548-1549), erros na tradução latina da *Óptica* realizada por Samuel Clarke em 1706 dificultou a recepção das *queries* da obra, o que ajudou a gerar críticas na Europa continental à física e à matemática de Newton. A *Óptica* viria a receber outra tradução para o francês em 1720 por Pierre Coste (1668–1747).

[1364] "Few if any defenders of Newtonian gravitational attraction existed anywhere in Europe before 1710, and for this reason, the label "Newtonianism," defined as a set of physical arguments about matter, space, motion, and physical causality, simply had no meaning".

[1365] "Initial interest in Newton's mathematics and mechanics at the Académie royale des sciences […] eschewed concern with metaphysical issues and concentrated […] on the application of the calculus to technical mechanical problems, eventually focusing on the topic of centripetal force in astronomy".

[1366] "[…] since Newton's critique of the vertical system was rooted primarily in quantitative mathematical demonstrations of the theory's inadequacy, and since he offered no rival, causal physical system that explained the force of universal gravitation in evident mechanical, or even Aristotelian, terms, his explanation was viewed by many as no explanation at all. […] the general and widespread rejection of Newtonian physics at first stemmed far more from the radically idiosyncratic scientific epistemology used in the Principia than from any blind adherence to Descartes or his vortical system".

ter em mente que a física dos primeiros cartesianos era caracterizada pelo recurso de hipóteses, explicações conjecturais e probabilidades.

> [...] [O]s cartesianos de primeiro plano também como Rohault[1367], Régis[1368] e Fontenelle tinham contribuído para libertar a física da metafísica e da geometria para a caracterizar como um sistema de hipóteses conforme as regras gerais, tendo um amplo recurso às conjecturas e às explicações prováveis, a avaliar em relação à sua verossimilhança e à sua eficácia heurística[1369] (BORGHERO, 2011, p. 124).

Embora inicialmente não houvesse uma forte polarização entre newtonianos e cartesianos na França nos primeiros anos do século XVIII, o cenário começaria a mudar a partir de meados da década de 1710. Nesse período, houve o aumento da percepção de que a teoria de Newton representava uma ameaça para as teorias dos vórtices e para o próprio cartesianismo. Uma série de fatores contribuíram para essa mudança. Em 1713, por exemplo, surgiu a segunda edição dos *Principia*, que foi mais disseminada do que a primeira edição, fazendo com que o newtonianismo passasse a ser mais difundido e sua incompatibilidade com a teoria dos vórtices de Descartes se tornasse mais clara (Cf. Ibid., pp. 91-92). O prefácio de Cotes, inserido na segunda edição, contribuiu consideravelmente nesse sentido, pois nele era defendida a superioridade da teoria newtoniana. Como comenta Shank (2008, p. 140), Cotes apresentou a filosofia experimental de Newton como a maior representante do pensamento analítico, enquanto os cartesianos foram caracterizados como construtores de sistemas hipotético-dedutivos. Shank (2008, p. 154) constata que a partir de 1715 passou-se a enfatizar o uso de experimentos na filosofia natural. Mais que isso, neste prefácio, Cotes apresentou uma série de críticas à teoria dos vórtices de Descartes.

A correspondência entre Leibniz e Clarke, cuja disputa ocorreu nos anos de 1715 e 1716, editada por Clarke em 1717, e que foi traduzida para o francês em 1720 por Pierre Des Maizeaux, também contribuiu para aumentar a rivalidade entre cartesianos e newtonianos.

[1367] Ferlin e Chabot (2022, p. 2168) afirmam que a obra de Rohault, *Traité de physique*, publicada em 1671, tornou-se o principal texto sobre a física cartesiana, tendo recebido uma edição inglesa em 1697, sendo que, em 1710, a obra apresentou pela primeira vez os vórtices como ficcionais, e nas edições posteriores os editores acrescentaram as objeções newtonianas aos vórtices. Para mais informações sobre a obra de Rohaut, confira AITON, 1959, pp. 38-40.

[1368] Régis, ao realizar uma avaliação da obra newtoniana, argumentou que ela contribuía para a matemática e para a mecânica, mas não para a física, observando que, para tornar a obra perfeita, Newton precisaria "apenas" apresentar uma física tão exata quanto sua mecânica (Cf. SMEENK; SCHLISSER, 2013, pp. 152-153).

[1369] "[...] des cartésiens de premier plan aussi comme Rohault, Régis et Fontenelle avaient contribué à libérer la physique de la métaphysique et de la géométrie pour la caractériser comme un système d'hypothèses conforme à des règles générales, ayant un ample recours à des conjectures et à des explications probables, à évaluer en relation à leur vraisemblance et à leur efficacité heuristique".

> […] [A] recepção da correspondência de Leibniz e Clarke na França solidificou a concepção unificada e provocativa do newtonianismo enraizado na teoria da atração gravitacional universal que era o objeto de contestação nas guerras de Newton [*Newton wars*]. Entretanto, o texto também adicionou uma nova provocação: ele convidava os leitores franceses a participar da luta eles mesmos[1370] (Ibid., p. 222).

Shank (2008, p. 47) também destaca o papel de Fontenelle na polarização em dois sentidos. O primeiro é o fato de Fontenelle identificar explicitamente o "inimigo newtoniano" com o princípio de atração gravitacional através do espaço vazio. Shank argumenta que, antes de 1715, essa teoria tinha sido amplamente ignorada. O segundo foi o discurso de Fontenelle defender uma oposição irreconciliável, que não era presente anteriormente, entre a obra de Newton e dos pensadores franceses.

Por fim, ainda há uma dimensão nacionalista, ou patriótica, envolvida na polarização. Isso é perceptível em uma carta de 1724 de Molières (1676-1742) para Bignon:

> Sentimentos patrióticos, Privat de Molières alegava, motivaram seu trabalho em mecânica, porque a glória científica francesa, ele acreditava, tinha sido desafiada em anos recentes pelo trabalho realizado em outras nações. Ele, portanto, viu como sua missão reclamar a proeminência internacional francesa dentro da ciência da mecânica[1371] (Ibid., p. 48).

Shank (2008, p. 48) observa que por volta de 1700 não havia essa ênfase na questão da nacionalidade, mas isso mudou em 1728:

> Após 1728, porém, as batalhas científicas entre os autoproclamados cartesianos e newtonianos adotaram cada vez mais categorias nacionalistas que fizeram dessas disputas veículos discursivos para resolver as diferenças culturais percebidas entre Inglaterra e França[1372].

A partir da década de 1720, a teoria de Newton passa a ser mais disseminada, como comenta Mandelbrote (2022, p. 1551):

> A disseminação mais ampla das ideias de Newton foi tornada possível pela disponibilidade difundida de seus escritos em latim e em francês ao final da década de 1720. Ela foi intensificada pela repetição e discussão de suas obras em revistas,

[1370] "[…] the reception of the Leibniz-Clarke correspondence in France solidified the unified and provocative conception of Newtonianism rooted in the theory of universal gravitational attraction that was the object of contestation in the Newton wars. However, the text also added a new provocation: it invited French readers to participate in the fight themselves".

[1371] "Patriotic sentiments, Privat de Molières claimed, motivated his work in mechanics because French scientific glory, he believed, had been challenged in recent years by the work pursued in other nations. He therefore saw it as his mission to reclaim France's international prominence within the science of mechanics".

[1372] "After 1728, however, the scientific battles between self-proclaimed Cartesians and Newtonians increasingly adopted nationalist categories that made these struggles discursive vehicles for working out the perceived cultural differences between England and France".

> inicialmente aqueles da república das letras de Huguenot, mas eventualmente em periódicos que alcançaram grande público entre leitores alemães, espanhóis e italianos, assim como franceses[1373].

Mandelbrote (2022, p. 1551) também acrescenta que o interesse por uma abordagem experimental na filosofia natural e em tecnologias também promoveram a disseminação da teoria newtoniana da gravitação universal, ocorrendo a assimilação do newtonianismo inclusive nas academias militares e navais. Borghero (2011, p. 129) aponta que graças às coletâneas de experiências nas décadas de 1720 e 1730, a física experimental se aproximava cada vez mais de se estabelecer como um gênero literário, ao mesmo tempo que os cartesianos se posicionavam contra essa vertente.

Segundo Borghero (2011, p. 129), "a discussão sobre os vórtices[1374] e a atração foi ampliada até se tornar uma confrontação sobre os métodos da ciência e sobre a base da enciclopédia do saber, que dividia a comunidade científica"[1375]. A discussão chegou a um ponto em que, em 1728, começou a se estabelecer a sensação entre os filósofos de que eles deveriam escolher entre a física newtoniana ou a cartesiana (Cf. SHANK, 2008, p. 47).

Na década de 1730, a rivalidade entre cartesianos e newtonianos aumenta. De acordo com Ferlin e Chabot (2022, p. 2169), "de modo geral, na década de 1730, os defensores das teorias dos vórtices tinham se tornado tão virulentos quanto eram dogmáticos[1376], embora tentassem incorporar alguns resultados newtonianos no quadro conceitual deles"[1377]. Em relação aos newtonianos, Shank aponta que o que mais os unia era a rejeição daqueles argumentos que se opunham à teoria de Newton, e não uma concordância no que consistia precisamente a filosofia dele.

> Havia, é claro, concordância geral sobre a validade dos princípios centrais do newtonianismo – a verdade preditiva da física matemática newtoniana, a validade da lei da gravitação universal, a necessidade do empirismo matemático e a demonstração

[1373] "The broader dissemination of Newton's ideas was made possible by the widespread availability of his writings in Latin and French by the end of the 1720s. It was enhanced by the repetition and discussion of his works in journals, initially those of the Huguenot republic of letters, but eventually in periodicals which reached wide audiences among German, Spanish, and Italian, as well as French, readers".

[1374] Segundo Ferlin e Chabot (2022, p. 2168), a maioria dos autores que tentaram desenvolver teorias que explicassem a gravitação terrestre por meio de vórtices no período entre 1707 e o final da década de 1730 viviam na França.

[1375] "La discussion sur les tourbillons et l'attraction s'était amplifiée jusqu'à devenir une confrontation sur les méthodes de la science et sur l'assise de l'encyclopédie du savoir, qui divisait la communauté scientifique".

[1376] Segundo Borghero (2011, p. 91), os intelectuais franceses fizeram todo o possível para entravar a difusão da ciência newtoniana. Um dos motivos é que, ainda na época do surgimento dos *Éléments de la philosophie de Newton*, obra publicada em 1738 e escrita por Voltaire com a coautoria de Émilie du Châtelet, a ciência francesa era quase completamente cartesiana.

[1377] "In general, by the 1730s, the supporters of vortex theories had become as virulent as they were dogmatic, although they did try to incorporate some Newtonian results into their conceptual framework".

> experimental na ciência, dentre outras coisas. Mais poderoso em unificar o movimento, porém, era sua compartilhada oposição ao cartesianismo, ao leibinizianismo e às outras identidades filosóficas que tinham emergido em oposição ao newtonianismo[1378] (SHANK, 2008, p. 469).

A unidade entre os newtonianos também era encorajada pela possibilidade de se apropriar dos elementos centrais das posições rivais para criar novos híbridos filosóficos (Cf. Ibid., pp. 469-470). Havia alguns cartesianos que estavam cientes de que a explicação dos vórtices para a mecânica celeste não era totalmente satisfatória, mas que também eram incapazes de aceitar a teoria newtoniana para a gravitação universal. A defesa de Newton da existência do vazio e da ação à distância não foi bem recebida entre os cartesianos, posto que ela podia ser interpretada como sugerindo o ressurgimento das qualidades ocultas dos escolásticos, que Descartes tinha excluído da filosofia natural. Assim, alguns, como Daniel Bernoulli, Pierre Bouguer e Étienne-Simon de Gamaches, buscaram desenvolver soluções que reconciliassem os dois sistemas. Como comenta Shank (2008, p. 284), " o principal desafio era salvar a hipótese dos vórtices e a clara e distinta mecânica da impulsão que a ancorava, enquanto ainda assim explicasse os fatos observados do movimento planetário tão completamente quanto a teoria de Newton fazia"[1379].

> Assim, na medida em que o discurso da mecânica dos vórtices cartesiana diminuía em credibilidade e aumentava aquela da teoria gravitacional newtoniana, muitos filósofos mentalmente inclinados para a mecânica [*mechanically minded*] se viram agarrados ao éter newtoniano como o substituto que precisavam para a física mecanicamente causal[1380] (Ibid., p. 471).

É nesse contexto que vai ocorrer uma busca pelo que seria a causa mecânica para a gravidade. Como já observamos, Newton chegou a especular, tanto no *Escólio Geral*, da segunda edição dos *Principia*, quanto nas *queries* da edição de 1717 da *Óptica*, sobre a existência de um fluido, ou éter[1381]. Embora lembre vagamente a concepção cartesiana de um

---

[1378] "There was, of course, general agreement about the validity of the core principles of Newtonianism—the predictive truth of Newtonian mathematical physics, the validity of the law of universal gravitation, the necessity of mathematical empiricism and experimental demonstration in science, among other things. More powerful in unifying the movement, however, was its shared opposition to Cartesianism, Leibnizianism, and the other philosophical identities that had emerged in opposition to Newtonianism".

[1379] "The key challenge was to save the hypothesis of the vortices and the clear and distinct mechanics of impulsion that anchored it, while nevertheless accounting for the observed facts of planetary motion as completely as Newton's theory did".

[1380] "Thus, as the discourse of Cartesian vortical mechanics waned in credibility and that of Newtonian gravitational theory grew, many mechanically minded philosophers found themselves grabbing hold of the Newtonian ether as the substitute they needed for causal mechanistic physics".

[1381] Em 1745, também foi publicada uma carta, do final do século XVII, de Newton para Robert Boyle, na qual Newton nega que os corpos se atraiam através do espaço vazio, sugerindo também que a causa real era um éter (Cf. SHANK, 2008, p. 471).

fluido sutil, Newton nunca caracterizou o fluido como um vórtice ou explicou sistematicamente como ele poderia causar os fenômenos físicos. Não obstante, era possível interpretar Newton como sugerindo que a ação à distância, na verdade, decorresse de um agente mecânico e material, ou seja, que atua por contato direto.

Mandelbrote (2022, pp. 1551-1552) destaca o papel de Pierre Louis Moreau de Maupertuis (1698-1759) e Alexis-Claude Clairaut (1713-1765) na década de 1730 para a expansão do newtonianismo na França. Ferlin e Chabot (2022, p. 2169) apontam que Maupertuis foi o primeiro grande filósofo natural francês a defender o newtonianismo em oposição às teorias dos vórtices com sua obra *Discours sur les différentes figures des astres* de 1732[1382]. Além disso, Maupertuis apresentou evidências que davam suporte à tese de Newton de que a Terra era um esferoide oblato, em sua obra *Figure de la terre*, publicada em 1738, na qual se baseava nas medidas que realizou na sua expedição para a Lapônia. Sobre esse ponto, Shank (2008, pp. 324-325) comenta:

> Que o formato da Terra tornar-se-ia em 1732 a grande medida da validade dos sistemas newtoniano e cartesiano de filosofia natural não era de forma alguma evidente uma década antes. Antes, a questão adquiriu sua significância como um teste cosmológico decisivo através de um conjunto de alinhamentos históricos precisos que acabaram focando em um número de questões intrinsicamente não relacionadas em torno desta questão. [...] [A] abordagem hidrodinâmica [para a formação planetária] sozinha não estabeleceu o formato da Terra como um caso de teste entre Newton e Descartes. Ao invés disso, foi a introdução de um conjunto de argumentos empíricos, particularmente aqueles realizados por astrônomos franceses da realeza, que mudaram a discussão[1383].

A expedição à Lapônia e a expedição de La Condamine ao Peru proporcionaram evidências de que o formato da Terra era condizente com o que foi previsto e calculado por Newton e contrário ao que era defendido por defensores das teorias dos vórtices. Clairaut, por sua vez, apresentou publicações matemáticas na década de 1740 sobre o movimento da Lua e previu o retorno do cometa Halley em 1758.

Assim, Maupertuis e Clairaut demonstraram que os fundamentos experimentais e os cálculos apresentados da mecânica celeste newtoniana eram confiáveis, o que foi um duro golpe para os defensores da teoria dos vórtices. Ferlin e Chabot (2022, p. 2169) ainda enfatizam o

[1382] Borghero (2011, p. 90) defende que as ideias de Newton só se difundiram na França em 1732 graças à obra de Maupertuis, havendo ainda resistência até a década de 1740.

[1383] "That the shape of the earth would become by 1732 the great measure of the validity of the Newtonian and Cartesian systems of natural philosophy was in no way evident a decade earlier. Instead, the question acquired its significance as a cosmological litmus test through a set of precise historical alignments that ended up focusing a number of intrinsically unrelated issues around this one question. [...] the hydrodynamic approach alone did not set up the shape of the earth as a test case between Newton and Descartes. Instead, it was the introduction of a set of empirical arguments, particularly those made by French royal astronomers, that changed the discussion".

fato de, no final da década de 1730, ter havido uma mudança geracional de filósofos naturais na França, isto é, o desaparecimento daqueles que receberam treinamento em um contexto cartesiano.

Ferlin e Chabot (2022, p. 2169) defendem que foram esses fatores que resultaram no abandono, de modo geral, das teorias dos vórtices no final da década de 1730 e no começo da década seguinte, tendo a teoria de Newton realmente triunfado na França com a publicação da obra *Théorie de la Figure de la Terre* de Clairaut e do *Traité de dynamique* de D'Alembert, ambas em 1743.

O newtonianismo ganhou mais força em 1747 com a publicação da obra *Institutions newtoniennes* de Pierre Sigorgne (1719-1809). Nesta obra, Sigorgne reivindicou o triunfo de Newton sobre Descartes, destacando a rejeição de hipóteses, o apelo à experiência e a precisão da física newtoniana. Na edição de 1769, Sigorgne reconhece que Descartes tinha uma "fantasia genial"[1384], mas era Newton que tinha um método experimental sólido (Cf. BORGHERO, 2011, pp. 130-131). Além disso, Sigorgne também aponta que a teoria dos vórtices não condiz com os fenômenos celestes.

> [...] [O]s *vórtices* não explicam nada, são contrários às leis de Kepler, são desmentidos pelos movimentos dos cometas e pelo curso dos planetas, considerando que, se houvesse o pressuposto fluido do qual falam os cartesianos, os corpos celestes não poderiam se mover como o fazem, mas deveriam se comportar segundo as leis descritas por d'Alembert no *Traité des fluides*[1385] (Ibid., p. 131, ênfase do autor).

De fato:

> Esse período também coincide com a produção de textos que avaliavam as várias objeções que tinham sido apresentadas contra os vórtices cartesianos [...], levando à marginalização de explicações da gravitação na mesma linha que a filosofia mecanicista[1386] de Descartes[1387] (FERLIN; CHABOT, 2022, p. 2169).

[1384] Segundo Borghero (2011, p.134), em 1769, Sigorgne estava disposto ceder em alguns pontos, desde que os cartesianos reconhecessem o valor científico da doutrina newtoniana. Ele sugeriu, inclusive, que poderia ser possível reduzir de forma mecanicista a atração, deduzindo-a da impulsão.

[1385] "[...] les *tourbillons* n'expliquent rien, sont contraires aux lois de Kepler, sont démentis par les mouvements des comètes et par le cours des planètes étant donné que, s'il y avait le prétendu fluide dont parlent les cartésiens, les corps célestes ne pourraient pas se mouvoir comme ils le font, mais devraient se comporter selon les lois décrites par d'Alembert dans le *Traité des fluides*".

[1386] Curiosamente, Borghero (2011, p. 137) observa que o cartesianismo voltará com a leitura que Julien La Mettrie (1709-1751) fará de Descartes, que aproximará o cartesianismo de doutrinas materialistas e ateias dos neoespinozanos da segunda metade do século XVIII.

[1387] "This period also coincides with the production of texts that assessed the many objections that had been made against Cartesian vortices […], leading to the marginalization of explanations of gravitation in line with Descartes' mechanical philosophy".

Shank (2008, p. 471), por sua vez, caracteriza a década de 1740 como o momento em que houve uma "trégua" entre o newtonianismo e o cartesianismo:

> Filosoficamente falando, o newtonianismo e o cartesianismo chegaram a uma trégua na década de 1740 ao concordarem que os fatos da natureza demonstravam a verdade da teoria da gravitação universal de Newton mesmo se a real causa da atração restasse ser descoberta. Esse consenso também foi edificado em cima de uma rejeição de alegações físicas sobre o poder de forças ativas na matéria para afetar a ação corporal à distância através do espaço vazio[1388].

É importante destacar que não há um consenso de que de fato houve uma "trégua" na década de 1740. Podemos, porém, estabelecer que o newtonianismo ganhou ainda mais força na década seguinte, com a publicação póstuma da tradução francesa dos *Principia* de Émilie du Châtelet em 1759[1389], que foi tornada possível graças a Clairaut (Cf. MANDELBROTE, 2022, p. 1552). O desenvolvimento do newtonianismo de du Châtelet teve a colaboração de Voltaire, que também contribuiu para aumentar o alcance do newtonianismo. Sua obra *Élémens de la philosophie de Newton* "[...] ajudou a estabelecer Newton como um metafísico e autor de um sistema cosmológico, assim como um escritor prático sobre óptica e geometria"[1390] (Ibid., p. 1552). Mais que isso, "através da influência de Voltaire em particular, Newton se tornou um emblema de uma forma opositora de filosofia do Iluminismo que se manifestava na recepção de suas ideias tanto no mundo francófono quanto na Itália em torno de meados do século XVIII"[1391] (Ibid., p. 1553).

Por outro lado, a obra *Élémens de la philosophie de Newton* também destacou aqueles aspectos do newtonianismo que eram problemáticos para os leitores da Europa continental.

> [...] [A]s limitações da teoria de Newton foram exploradas e assim as façanhas daqueles que tinham desenvolvido a matemática complexa necessária para avançar nela foram enfatizadas, e o próprio Newton foi criticado por ter apresentado hipóteses desnecessárias[1392] (Ibid., p. 1552).

[1388] "Philosophically speaking, Newtonianism and Cartesianism had come to a truce in the 1740s by agreeing that the facts of nature demonstrated the truth of Newton's theory of universal gravitation even if the actual cause of attraction remained to be discovered. This consensus was also built upon a rejection of physical claims about the power of active forces in matter to effect bodily action at a distance through empty space".

[1389] Também em 1759, o *Mémoires de Trévoux*, um periódico de jesuítas, apontou a inutilidade de retornar à teoria dos vórtices (Cf. BORGHERO, 2011, p. 136).

[1390] "[…] helped to establish Newton as a metaphysician and author of a cosmological system as well as a practical writer on optics and geometry".

[1391] "Through the influence of Voltaire in particular, Newton became an emblem of an oppositional form of Enlightenment philosophy which manifested itself in the reception of his ideas in both the Francophone world and in Italy by the middle of the eighteenth century".

[1392] "[…] the limitations of Newton's lunar theory were explored and thus the achievements of those who had developed the complex mathematics necessary to advance on it were highlighted, and Newton was himself criticized for having framed unnecessary hypotheses".

Assim, em meados do século XVIII, enquanto havia filósofos naturais que eram atraídos por aspectos do newtonianismo, também continuava a haver críticas a Newton por não conseguir proporcionar explicações para os fenômenos, mas apenas descrições deles (Cf. Ibid., p. 1552). A própria abordagem geométrica de Newton para a mecânica representou um obstáculo para aumentar a difusão de sua filosofia natural, posto que matemáticos cada vez mais empregavam ferramentas que eram irreconhecíveis na obra de Newton (Cf. Ibid., p. 1552). Mais que isso, embora seus defensores buscassem promover o newtonianismo, eles não estabeleceram consistentemente o que era a filosofia newtoniana, como comenta Mandelbrote (2022, pp. 1552-1553):

> [...] Euler, Maupertuis e Voltaire […] ajudaram a promover a ideia do newtonianismo, mas eles não desenvolveram uma visão consistente da natureza ou do conteúdo da filosofia newtoniana. De fato, muito do primeiro apelo inicial do newtonianismo no contexto do ensinamento da filosofia na Europa central está assentado na alegação de que Newton proporcionou uma alternativa para o dogmatismo de outros filósofos[1393].

No entanto, o próprio newtonianismo passou a estar vulnerável à crítica de ser mais uma forma de dogma, na medida em que filósofos naturais desenvolveram explicações mecânicas que colocavam em dúvida certas descobertas de Newton (Cf. Ibid., p. 1553).

> Embora a metafísica newtoniana tivesse fortes defensores dentre aqueles que consideravam que a quantificação permanecia a melhor forma de progredir em várias disciplinas, outros filósofos do final do século XVIII (especialmente na Alemanha) cada vez mais apontaram falhas nas definições de Newton e no uso de termos como espaço ou tempo[1394] (Ibid., p. 1553).

Não obstante as críticas que recebeu, a influência de Newton na Europa como um todo durante o século XVIII foi abrangente, não se limitando aos campos da matemática e das ciências físicas.

> [...] [A]o final do século XVIII, as ideias de Newton estavam sendo ensinadas em escolas protestantes, católicas e até mesmo ortodoxas por todo o continente da Europa. O newtonianismo afetou a prática não apenas da matemática e das ciências físicas, mas também da biologia, da química e da medicina. Ele teve efeitos práticos na

[1393] "[…] Euler, Maupertuis, and Voltaire [...] helped to promote the idea of Newtonianism, but they did not advance a consistent vision of the nature or content of Newtonian philosophy. Indeed, much of the early appeal of Newtonianism in the context of the teaching of philosophy in central Europe lay in the claim that Newton provided an alternative to the dogmatism of other philosophers".

[1394] "Although Newtonian metaphysics had strong supporters among those for whom quantification remained the best way forward in many disciplines, other late eighteenth-century philosophers (especially in Germany) increasingly found fault with Newton's definitions and with the use of terms such as space or time".

> educação, na forma e na governança da ciência e de instituições de estado para a ciência, e na indústria [...]. Seu alcance foi cultural assim como teórico[1395] (Ibid., p. 1547).

Tendo sido exposta brevemente a recepção da teoria de Newton na Europa, e mais especificamente na França, apresentaremos, por fim, algumas das principais críticas que Newton recebeu. Como dito anteriormente, não almejamos aqui apresentar as críticas de todos os seus opositores, mas apenas destacar algumas das principias delas. Com isso, temos o objetivo de tornar mais claro quais foram os obstáculos para a aceitação da teoria da gravitação universal entre aqueles que defendiam a teoria dos vórtices.

Comecemos por Leibniz, que foi um dos primeiros filósofos a tentar proporcionar uma explicação detalhada dos movimentos planetários baseada em uma teoria dos vórtices. Ele insinuava que a noção newtoniana de atração reintroduziria as qualidades ocultas dos peripatéticos e renovaria o materialismo dos antigos (Cf. BORGHERO, 2011, p. 90). Leibniz, aparentemente, também foi o primeiro a acusar a existência de um o dilema entre materialismo e espiritualismo – pois considerava o movimento[1396] no vazio como um milagre – no newtonianismo (Cf. Ibid., p. 98).

Outro grande nome entre os defensores da teoria dos vórtices foi Malebranche. Borghero (2011, pp. 103-104) observa que, embora a teoria dos vórtices de Descartes tivesse o mérito de ser fundamentada em um princípio universal que explicaria os movimentos no universo, a distinção que ele estabelecia entre três diferentes tipos de partícula acarretava em dificuldades para seu sistema. Sendo assim, Malebranche, na edição de 1712 de sua *De la Recherche de la Vérité*, propõe alterar a teoria, eliminando a distinção entre três tipos diferentes de partículas e reduzindo a apenas um. Assim, na teoria de Malebranche, as partículas de Descartes são substituídas por pequenos vórtices de matéria sutil. Ele substitui as partículas duras e sólidas por pequenos vórtices que giram em torno de seu centro com extrema velocidade. Segundo essa concepção, a matéria sutil, ou etérea, seria composta por uma infinidade de pequenos vórtices, ou seja, os pequenos vórtices seriam compostos de vórtices ainda menores (Cf. Ibid., p. 105).

[1395] "[…] by the end of the eighteenth century, Newton's ideas were being taught in Protestant, Catholic, and even Orthodox schools across the entire continent of Europe. Newtonianism affected the practice not only of mathematics and the physical sciences but also of biology, chemistry, and medicine. It had practical effects on education, on the form and governance of science and of state institutions for science, and on industry […]. Its reach was cultural as well as theoretical".

[1396] Leibniz defendia que o movimento resulta de uma força intrínseca nos corpos que era ativada no momento da colisão. Não se trata, porém, de uma transmissão de um corpo para o outro, mas de uma causalidade harmônica decorrente da harmonia preestabelecida. Graças à harmonia preestabelecida, a força foi ordenada em cada partícula desde o começo de sua existência. Assim, as partículas interagem umas com as outras nos diferentes corpos como se exercessem uma ação física mútua e recíproca (Cf. BORGHERO, 2011, p. 133).

Com essa alteração, Malebranche elaborou explicações para uma série de fenômenos físicos, incluindo a queda dos corpos[1397]. Borghero (2011, p. 104) destaca a seguinte vantagem dessa alteração:

> O peso não é mais a consequência do repouso dos corpos, como para Descartes, mas antes o efeito da compressão exercida pela impulsão da matéria sutil, graças à qual todas as partículas do universo estão em equilíbrio. Portanto, Malebranche salva o mecanicismo e torna inútil a hipótese da atração[1398].

A doutrina dos pequenos vórtices proposta por Malebranche foi adotada por vários outros autores a partir da década de 1720, tendo vários desenvolvimentos importantes até a década de 1740 (Cf. FERLIN; CHABOT, 2022, p. 2169 e BORGHERO, 2011, p. 106). Assim, esses malebranchianos buscavam encontrar um meio de tornar a noção newtoniana de atração compatível com o mecanicismo cartesiano, no intuito de estabelecer a superioridade de Descartes no âmbito da física (Cf. BORGHERO, 2011, p. 121). Borghero (2011, p. 121), entretanto, aponta que os "neocartesianos" se limitavam a introduzir algumas mudanças pontuais no sistema cartesiano perante novas descobertas científicas ou organizá-lo de forma mais coerente em relação aos princípios do mecanicismo.

Malebranche também contribuiu para a renovação da física cartesiana ao elaborar uma física matemática, porém não dedutiva. Ele também não considerava que a experiência tivesse um papel subalterno em relação à razão. De fato, considerando a abstração da matemática e concretude da natureza, ele foi levado a fazer uso de suposições (Cf. Ibid., pp. 124-125).

Nesse sentido, vale destacar também que Malebranche é em parte responsável pela difusão da mecânica matemática de Newton[1399], posto que sua filosofia deu novo ímpeto à mecânica matemática francesa após 1690. "Malebranche ofereceu uma justificação filosófica para a mecânica matemática avançada que era ou coincidente com a posição de Newton ou radicalmente contraditória a ela, dependendo de como se interpretasse as precisas intenções de Newton nos *Principia*"[1400] (SHANK, 2008, p. 57). Shank (2008, p. 57) ainda acrescenta que:

[1397] Sobre a teoria dos vórtices de Malebranche, confira BORGHERO, 2011, pp. 104-105 e AITON, 1959, pp. 45-47.

[1398] "La pesanteur n'est plus la conséquence du repos des corps, comme pour Descartes, mais plutôt l'effet de la compression exercée par l'impulsion de la matière subtile, grâce à laquelle toutes les parties de l'univers sont en équilibre. Donc Malebranche sauve le mécanisme et rend inutile l'hypothèse de l'attraction".

[1399] A recepção da obra de Newton também foi impulsionada pela chegada do cálculo infinitesimal de Leibniz (Cf. SHANK, 2008, p. 57).

[1400] "Malebranche offered a philosophical justification for advanced mathematical mechanics that was either coincident with Newton's position or radically contradictory to it depending on how one interpreted Newton's precise intentions in the *Principia*".

> A filosofia matemática malebranchiana, que era muito influente na França, não obstante reforçou a leitura de Newton como um teórico da física matemática fenomenalista, e como resultado isso ajudou a empurrar a recepção francesa inicial dos *Principia* na direção que eventualmente tomou[1401].

Um dos seguidores de Malebranche foi Rémond de Montmort (1678-1719). Montmort considerava a ciência francesa como superior, mas ele buscou uma harmonia entre o sistema de Newton e o de Malebranche. De fato, ele defendia que a teoria dos vórtices decorria naturalmente da aplicação correta do método de Newton (Cf. Ibid., p. 140). Isso não significa, porém, que estivesse totalmente de acordo com Newton. Ele criticava a concepção do espaço como algo distinto da extensão inerente aos corpos, pois ela levaria a paradoxos, e também alegava ser impossível compreender a interação dos corpos sem haver contato direto entre eles (Cf. Ibid., p. 141). Também era cético em relação à existência do vácuo, defendendo haver muitos argumentos que provam a existência do *plenum* (Cf. Ibid., p. 141).

Nos anos de 1718 e 1719, Montmort se envolveu em um debate com Brook Taylor (1685-1731). Shank considera Montmort e Taylor como representantes dos dois lados da disputa entre cartesianos e newtonianos.

> Enquanto que Rémond de Montmort e seus colegas franceses sempre enfatizaram a irracionalidade filosófica da atração e suas concepções corolárias do espaço e da ação física, Taylor e seus compatriotas ingleses sempre enfatizaram a validade da teoria como uma possível descrição empírica da natureza enquanto que rejeitavam que a natureza deveria atuar por vias filosoficamente racionais[1402] (Ibid., p. 143).

Em relação à questão da atração, Montmort acusava os newtonianos de não explicarem qual é a causa da atração, o que implicava que ela deveria ser rejeitada. Taylor, por sua vez, replicava que, embora não saibamos o que seja a atração, ainda assim conseguimos estabelecer a existência de uma tendência de um corpo para outro, mesmo sem compreendê-la. Em outras palavras, não podemos rejeitar algo apenas porque sua causa nos é desconhecida. Assim, "a gravidade é um fato que a experiência nos obriga a aceitar" (Cf. Ibid., pp. 142-143). Mais que isso, Taylor defendia que a teoria da gravitação apresentava explicações mais completas para fatos empíricos do que a teoria dos vórtices (Cf. Ibid., p. 143).

[1401] "Malebranchian mathematical philosophy, which was very influential in France, nevertheless reinforced reading Newton as a theorist of phenomenalist mathematical physics, and as a result this helped to push the initial French reception of the Principia in the direction that it eventually went".

[1402] "Whereas Rémond de Montmort and his French colleagues always stressed the philosophical irrationality of attraction and its corollary conceptions of space and physical action, Taylor and his English compatriots always stressed the validity of the theory as a possible empirical description of nature while rejecting that nature had to act in philosophically rational ways".

Montomort apelava também para noções teológicas de um Deus racional para defender a impossibilidade da atração gravitacional. Ele defendia que a teoria da atração só poderia ser justificada apelando para a vontade arbitrária de Deus como causa última, desprovendo Deus de previsão racional. Os newtonianos ingleses, porém, defendiam que o curso da natureza nada mais era do que a vontade de Deus produzindo os efeitos de maneira contínua, regular, constante e uniforme (Cf. Ibid., p. 145).

É importante destacar que a disputa entre Montmort e Taylor não deve ser pensada como uma busca por tentar excluir completamente um dos dois filósofos: Newton ou Descartes.

> Nem Rémond de Montmort nem Taylor pensavam em termos de uma escolha do tipo tudo ou nada entre Descartes e Newton, nem viam eles a obra de Newton como uma "reviravolta revolucionária" do sistema cartesiano. Ao invés disso, eles olhavam para a obra de cada filósofo em termos de um entendimento unificado do desenvolvimento da física. [...] O que Rémond de Montmort e Taylor viam eram diferentes abordagens para o mesmo objetivo intelectual[1403] (Ibid., p. 145).

Hyacinthe Gerdil (1718-1802) foi outro defensor da concepção cartesiana que tomava como base questões teológicas. Ele defendia que o sistema de mundo cartesiano era preferível ao de Newton por corresponder melhor ao desígnio da inteligência divina. Ele também acusava Newton de introduzir qualidades ocultas. Gerdil era especialmente crítico à noção de *atração* de Newton. Ele considerava a noção de uma atração intrínseca à matéria como uma pseudoexplicação, uma causa imaginária, decorada com cálculos algébricos supérfluos que concernem aos efeitos, não às causas, que recorremos para ocultar nossa ignorância (Cf. BORGHERO, 2011, p. 77). Na sua concepção, embora não saibamos sempre explicar uma série de efeitos mecanicamente, ainda assim a natureza os produz dessa forma. Isso não significa que a física não pode se beneficiar da busca de razões abstratas e matemáticas para tornar os efeitos estudados mais nítidos, mas não se deve introduzir na física qualidades que sejam independentes de afecções mecânicas (Cf. Ibid., pp. 122-123).

Embora fosse crítico à atração newtoniana, ainda assim Gerdil acreditava que ela poderia ser conciliada com o mecanicismo cartesiano.

> [...] [A] atração newtoniana pode se tornar compatível com o mecanicismo cartesiano, com a condição de que se encontre justamente uma causa física dos efeitos para a explicação daqueles que Newton tinha sido obrigado a recorrer à atração. De fato,

[1403] "Neither Rémond de Montmort nor Taylor thought in terms of an all-or-nothing choice between Descartes or Newton, nor did they see the work of Newton as a "revolutionary overturning" of the Cartesian system. Instead, they looked at the work of each philosopher in terms of a unified understanding of the development of physics. […] What Rémond de Montmort and Taylor saw were different approaches to the same intellectual goal".

> nada impede de considerar esses fenômenos como causados pelas leis cartesianas do movimento [...][1404] (Ibid., p. 76).

Gerdil, inclusive, considerava que era através do ocasionalismo de Malebranche[1405] que seria possível incluir a atração newtoniana ao considerá-la como uma lei geral da natureza, ou seja, um efeito da criação contínua de Deus (Cf. Ibid., pp. 76-77). Gerdil inclusive concedia que o movimento poderia ser pensado como em razão direta das massas dos corpos e do inverso do quadrado das distâncias (Cf. Ibid., p. 78).

Gerdil era favorável à conciliação da física cartesiana com a prática científica, mas discordava do abandono do enquadramento metafísico (Cf. Ibid., p. 125). Nesse sentido, ele defende que "[...] não se pode reduzir a física a um 'monte de experiências' e cujos cálculos sejam muito úteis, mas para o progresso da física é necessário voltar as descobertas a uma 'razão física, isto é, mecânica', mesmo arriscando as hipóteses"[1406] (Ibid., p. 123). Assim, na sua concepção, a física não pode se limitar ao campo apenas da geometria nem ser apenas um conjunto de fatos, pois é preciso avaliar a probabilidade das induções sem as rejeitar por não serem observações nem teoremas (Cf. Ibid., p. 124).

Privat de Molières (1676-1742) desenvolveu significativamente a teoria dos pequenos vórtices de Malebranche na sua obra *Leçons de Physique*, publicada entre 1733 e 1739. Ferlin e Chabot (2022, p. 2169) apresentam a seguinte breve caracterização do sistema de Molières:

> Molières propôs que os pequenos vórtices de Malebranche fossem eles mesmos feitos de vórtices ainda menores, sugerindo uma corrente de pequenos vórtices de diferentes ordens. O equilíbrio e o desequilíbrio entre esses pequenos vórtices poderiam, esperava-se, ser usados para explicar todos os fenômenos físicos [...]. Entretanto, a introdução de pequenos vórtices não substituiu os maiores cartesianos, que continuaram a ser usados para explicar os movimentos dos planetas e dos satélites[1407].

[1404] "[...] l'attraction newtonienne peut devenir compatible avec le mécanisme cartésien, à condition que l'on trouve justement une cause physique des effets pour l'explication desquels Newton avait été contraint de recourir à l'attraction. En effect, rien n'empêche de considérer ces phénomènes comme causés par les lois cartésiennes du mouvement [...]".

[1405] Gerdil considerava que seu projeto antimaterialista, fundamentado no cartesianismo malebranchiano, era a única filosofia que conduzia direto ao cristianismo (Cf. BORGHERO, 2011, p. 78).

[1406] "[...] l'on ne peut réduire la physique à un « tas d'expériences » et que les calculs sont très utiles, mais que pour les progrès de la physique il est nécessaire de ramener les découvertes à une « raison physique, c'est-à-dire mécanique », même en hasardant des hypothèses".

[1407] "Molières proposed that Malebranche's small vortices were themselves made up of even smaller vortices, suggesting a chain of small vortices of different orders. The equilibrium and disequilibrium among these small vortices could, it was hoped, be used to explain all physical phenomena […]. However, the introduction of small vortices did not replace the large Cartesian ones, which continued to be used to explain the motions of the planets and their satellites".

Nas *Léçons de physique*, encontra-se uma defesa do cartesianismo em seus aspectos físicos e epistemológicos, com uma linguagem antinewtoniana. A obra apresenta um sistema caracterizado como físico e dedutivo[1408], que seria demonstrado a partir de princípios primeiros "autoevidentes", pouco recorrendo à matemática (Cf. SHANK, 2008, p. 284). Além disso, Molières também defendia a ortodoxia religiosa da teoria dos vórtices, destacando também seu caráter unitário (Cf. BORGHERO, 2011, p. 117). Não obstante, ele reconhecia que era preciso abandonar o sistema originário de Descartes, tendo em vista certas incoerências em relação às leis da mecânica, os estudos de Huygens acerca das forças centrífugas e até mesmo as observações realizadas por Newton[1409].

De fato, Molières acreditava que em Descartes e em Newton encontramos duas vias diferentes para a mesma verdade. Mais especificamente, Newton, assim como Descartes, buscou explicar todos efeitos a partir dos princípios da mecânica. Assim, Molières defendia ser possível conciliar o cartesianismo e o newtonianismo desde que se preservasse o mecanicismo cartesiano.

Assim, aparenta haver em Molières uma tentativa de conciliar os sistemas cartesiano e newtoniano, mas Borghero (2011, p. 116) aponta que Molières ainda é demasiadamente crítico ao newtonianismo para que se possa interpretar sua física como uma espécie de terceira via entre os dois sistemas. Molières critica Newton por não ter sido capaz de deduzir as forças através das leis do movimento[1410] (Cf. Ibid., p. 109). Ainda que os efeitos mensurados por Newton existam na natureza, seu sistema cai em contradições, além de não reconhecer as verdadeiras causas dos fenômenos que estão sendo estudados. Por exemplo, Newton não identifica a causa da força centrípeta. Molières considera que essa força realmente exista, mas defende que ela é produzida por uma causa mecânica.

Molières tinha o objetivo de mostrar que os princípios introduzidos por Newton não eram necessários. Nesse sentido, ele era especialmente crítico à noção newtoniana de *atração*, que considerava ser um termo destituído de sentido, não significando nada que realmente exista (Cf. Ibid., p. 116), além daquilo que é atribuído à atração poder ser explicado através da impulsão e das leis da mecânica (Cf. Ibid., p. 107). Mais que isso, ele enfatiza que o termo

[1408] Molières reivindica a legitimidade do emprego de hipóteses na física e a necessidade de haver um sistema (Cf. BORGHERO, 2011, pp. 125-126).
[1409] Molières reconhece a qualidade das observações de Newton e sua habilidade no campo da geometria, além de sua utilidade para astronomia, mas defende que não se pode aceitar esse sistema como sendo do universo (Cf. BORGHERO, 2011, pp. 116-117).
[1410] Shank (2008, p. 345) observa que Molières acreditava que a relação do inverso do quadrado defendida por Newton era realmente uma lei da natureza, tanto que a integrou à sua explicação dos vórtices para os movimentos celestes.

atração utilizado por Newton tem o mesmo sentido que aquele utilizado pelos "antigos". Ele se justifica indicando que Newton faz o mesmo uso do termo, que ele retira dele as mesmas "comodidades" e que nos deixa nas mesmas obscuridades. Ademais, Molières considera que Newton seja pior do que os "antigos", posto que "[...] ao destruir a matéria, ele destruiu as causas físicas que os antigos deixaram no lugar e reduziu o universo a um esqueleto"[1411] (Ibid., p. 117). Ao "destruir" a matéria que preenche os espaços celestes, Newton teria destruído também a causa que produz os efeitos que ele mensurou matematicamente. Portanto, a causa "perfeitamente desconhecida" seria uma qualidade oculta.

Pierre Sigorgne apresentou críticas à tese dos pequenos vórtices e, em 1741, publicou uma obra na qual apresenta uma série de refutações sistemáticas ao sistema dos pequenos vórtices de Molières, buscando mostrar a superioridade da física newtoniana sobre a cartesiana (Cf. Ibid., p. 110). Sigorgne acusava o sistema de Molières ter distorcido a verdade inerente ao sistema de Descartes ao torná-lo demasiadamente complexo ao elaborar um sistema de pequenos vórtices dentro de vórtices maiores. Na sua concepção, o real cartesianismo era enraizado na clara demonstração matemática de verdades simples e elegantes da natureza (Cf. SHANK, 2008, p. 461). Após receber a réplica de Molières através de seu discípulo Jean-Baptiste Le Corgne de Launay (1724-1804), Sigorgne afirma que os vórtices, além de não serem necessários, também "não são bons para nada", destacando que, assim como Newton tinha criticado, a hipótese dos vórtices contrasta com os fenômenos astronômicos (Cf. BORGHERO, 2011, p. 111). A discussão com Sigorgne não conseguiu mudar o posicionamento de Molières, que ainda defendia que a teoria dos vórtices poderia explicar os fenômenos que Newton explicava através da atração, sendo inclusive mais simples e elegante. A disputa entre os dois só teve fim com a morte de Molières, mas Sigorgne ainda publicou outra obra em 1747 defendendo o newtonianismo[1412] (Cf. Ibid., pp. 111-112).

Launay defendia que a hipótese de Molières dos pequenos vórtices era a que tinha maior conformidade com as leis da mecânica. Um dos aspectos da teoria cartesiana que ele considera como superior em relação à newtoniana é a simplicidade.

> A construção cartesiana tem, portanto, uma beleza estética que se torna o sinal de verdade, porque suas hipóteses engenhosas são simples e são capazes, ao recorrer a um pequeno número de leis estáveis, de dar conta dos fenômenos celestes sem

[1411] "[...] em détruisant la matière, il a détruit les causes physiques que les anciens laissaient en place et a réduit l'univers à un squelette".
[1412] Para mais informações sobre o newtonianismo de Sigorgne e suas críticas à teoria dos vórtices, confira BORGHERO, 2011, pp. 130-134.

> demandar intervenções extraordinárias e miraculosas, às quais, ao contrário, devem recorrer os newtonianos[1413] (Ibid., p. 113).

Launay considera o sistema newtoniano como uma junção de explicações incoerentes, difícil de conciliar com a simplicidade da criação e da perfeição divina. Borghero (2011, p. 119) destaca que no texto de Launay são encontradas várias declarações polêmicas no que diz respeito a Newton, sendo que "[...] a confrontação ideológica se traduz frequentemente mesmo em uma perfídia, densa em ameaças mal escondidas"[1414].

Launay é crítico à noção de *atração* newtoniana. Ele aponta que a alegação de que a atração é uma propriedade inerente à matéria traz consequências perigosas no âmbito religioso. Ele ainda destaca que se a atração fosse a causa verdadeira dos movimentos dos corpos celestes, então seria necessário supor a existência de um número infinito de estrelas fixas, pois, de outra forma, haveria um colapso gravitacional do universo, já que os corpos celestes convergiriam todos para o centro (Cf. Ibid., p. 120). Ele sugere, inclusive, que se os newtonianos desejam defender a existência da atração, então eles devem reconduzi-la às leis do mecanicismo cartesiano.

Embora Launay demonstre predileção pela teoria cartesiana, ele considera que o sistema de Newton nos permite compreender o quanto o sistema cartesiano é imperfeito e demanda ajustes, sendo possível o sistema cartesiano englobar as descobertas de Newton e, desse modo, ser aperfeiçoado (Cf. Ibid., p. 120). Assim, seria possível chegar a um acordo entre cartesianos e newtonianos, podendo os dois sistemas se complementarem (Cf. Ibid., pp. 113-114).

Jean Bernoulli (1667-1748), assim como Molières, também criticou a noção newtoniana de atração, mas também a defesa da existência do vazio, defendendo que se tratava de dois princípios que tendiam a restabelecer o peripatetismo (Cf. Ibid., p. 93). Étienne-Simon de Gamaches (1672-1756) também apontava para o risco de restabelecer antigas noções da escolástica, destacando, em 1721, a dificuldade decorrente de distinguir a matéria da extensão.

> Considerando que, se se insiste em querer distinguir a matéria da extensão, somos obrigados a introduzir na matéria as forças, virtudes e qualidades sensíveis que o

[1413] "La construction cartésienne a donc une beauté esthétique qui devient le signe de vérité parce que ses hypothèses ingénieuses sont simples et sont capables, en recourant à un petit nombre de lois stables, de rendre compte des phénomènes célestes sans demander des interventions extraordinaires et miraculeuses, auxquelles, en revanche, doivent recourir les newtoniens".

[1414] "[...] la confrontation idéologique se traduit souvent même en une subtile perfidie, dense de menaces à peine voilées".

> cartesianismo despojou e até mesmo defender que sejam reabilitadas as velhas noções da escolástica[1415] (Ibid., p. 92).

Em um texto de 1740, Gamaches ainda acusa o sistema newtoniano, assim como todos aqueles que são fundamentados em princípios da experiência, de engendrar princípios equivocados (Cf. Ibid., p. 93).

Um dos principais autores que popularizaram a teoria dos vórtices foi Fontenelle (1657-1757), que o fez já em 1686 com sua obra *Entretiens sur la pluralité des mondes* (Cf. FERLIN; CHABOT, 2022, p. 2168). Mais que isso, ele foi em grande medida responsável por criar uma percepção de unidade cartesiana na França.

> Ao unificar uma variedade de diferentes abordagens científicas e epistemologias sob o *banner* singular da ciência mecanicista cartesiana, e ao fazer ainda cada um desses diferentes panoramas científicos parecerem conformáveis a este, Fontenelle, de fato, fomentou a percepção de que uma unidade cartesiana existia na França quando a diversidade era realmente a norma[1416] (SHANK, 2008, p. 69).

Fontenelle foi um adepto da teoria dos vórtices até o fim de sua vida, tendo publicado uma obra para defendê-la e para criticar as teses newtonianas chamada *Théorie des tourbillons cartésiens* ainda em 1752, mas que foi composta em 1740 (Cf. FERLIN; CHABOT, 2022, p. 2169).

Fontenelle admitia que o sistema de Newton se adequava bem aos fenômenos observados, mas defendia que essa adequação não era prova de que a atração gravitacional fosse real (Cf. SHANK, 2008, p. 171). Defendia que as hipóteses de Newton eram apenas abstrações matemáticas e metafísicas, sendo que a teoria dos vórtices era compatível com seus cálculos, com a vantagem de derivar os efeitos *reais* estudados de causas físicas (Cf. BORGHERO, 2011, p. 135). Na sua concepção, para uma ciência bem fundamentada, a indução empírica tinha um papel secundário, dando mais importância à certeza dedutiva (Cf. SHANK, 2008, p. 68).

Relacionado à essa questão, Fontenelle reconhecia os méritos de Newton no âmbito da matemática, mas era cauteloso em relação às induções baseadas nela (Cf. Ibid., p. 172). Considerava tanto Newton quanto Descartes como excelentes geômetras que perceberam a necessidade de transportar a geometria para a física. Entretanto, enquanto Descartes buscou

---

[1415] "Etant donné que, si l'on insiste à vouloir distinguer matière et extension, l'on est obligé d'introduire dans la matière les forces, vertus et qualités sensibles, dont le cartésianisme l'a dépouillée et même de supporter que soient réhabilitées les vieilles notions de la scolastique".

[1416] "By unifying a variety of different scientific approaches and epistemologies under the singular banner of Cartesian mechanistic science, and by further making each of these different scientific outlooks appear conformable to this one, master cosmology, Fontenelle in effect fostered the perception that a Cartesian unity existed in France when diversity was really the norm".

realizar um conjunto de passos necessários para alcançar as verdades particulares da natureza, isto é, seus primeiros princípios claros e fundamentais, Newton se voltou para os fenômenos de modo a encontrar princípios desconhecidos. Assim, enquanto os princípios de Descartes nem sempre levavam aos fenômenos como ele são, os fenômenos de Newton nem sempre levavam a princípios suficientemente evidentes (Cf. Ibid., p. 173).

Ele também criticava a hierarquia defendida por Newton entre análise e síntese. Ele alegava que "a ciência cartesiana produz conhecimento científico confiável porque ela opera sinteticamente; o newtonianismo, em contraste, produz apenas conjecturas analíticas que não têm validade demonstrativa (e, assim, científica)"[1417] (Ibid., p. 176). Para Fontenelle, uma correspondência entre um fenômeno e uma teoria só era demonstrativa se uma explicação sintética da causalidade estivesse atrelada a ela. Como a teoria da gravitação universal de Newton[1418] não proporcionava isso, ela era rejeitada. Segundo Shank (2008, p. 177), o argumento de Fontenelle para o que consistia um método científico apropriado se tornou influente na França, ao ponto de se tornar um dos principais argumentos cartesianos contra o newtonianismo após 1728.

Por fim, destacamos Louis-Bertend Castel (1688-1757), professor de física no collège Louis-le-Grand. Não apenas crítico de Newton, ele também foi crítico da teoria dos vórtices. De fato, em 1743, ele afirmou que a hipótese dos pequenos vórtices de Malebranche arruinou a raciocínio da física "sã" (Cf. BORGHERO, 2011, p. 122). Inclusive, ele reconheceu que Newton "demoliu" os vórtices cartesianos, sendo isso um grande mérito e um serviço à física (Cf. Ibid., p. 100). Ele alegava, porém, que o sistema cartesiano tinha seus méritos, o que fica claro na sua comparação dos dois sistemas:

> No sistema de Descartes, é o pleno que garante a ordem da matéria: tudo está em seu lugar porque os outros lugares estão plenos. O filósofo francês tem, portanto, o mérito de ter concebido o universo como uma máquina mantida em equilíbrio pelas leis e de lhe ter dado uma forma digna de Deus, seu soberano e monarca supremo. Newton reverteu a relação: ele colocou em primeiro plano o *peso* [*pesanteur*] (mas o explicando somente por meio da atração) e passou sob silêncio o equilíbrio[1419] (Ibid., p. 100, ênfase do autor).

[1417] "Cartesian science produces reliable scientific knowledge because it operates synthetically; Newtonianism, by contrast, produces only analytical conjectures that have no demonstrative (and thus scientific) validity".
[1418] Fontenelle atribuiu a Newton a tese de que a atração é intrínseca à matéria. Aimé-Henri Paulian (1722-1801), no *Dictionnaire de physique*, apresenta réplicas às críticas de Fontenelle apresentadas na *Théorie des tourbillons cartésiens*, negando que a atração seja intrínseca à matéria e destacando que a *impulsão* dos cartesianos não é um princípio menos obscuro do que a atração (Cf. BORGHERO, 2011, p. 136).
[1419] "Dans le système de Descartes, c'est le plein qui garantit l'ordre de la matière : tout est à sa place parce que les autres places sont pleines. Le philosophe français a donc le mérite d'avoir conçu l'univers comme une machine maintenue en équilibre par les lois et de lui avoir donné une forme digne de Dieu, son souverin et monarque suprême. Newton a renversé le rapport : il a mis au premier plan la *pesanteur* (mais en l'expliquant seulement au moyen de l'attraction) et a passé sous silence l'équilibre".

Em um texto de 1721, Castel criticou o método empregado pelos newtonianos para formular a lei da atração, alegando que Newton parte do princípio de que ele não sabe qual é a causa da atração para, a partir desse princípio, concluir que é uma lei que o produz (Cf. Ibid., p. 95). Ao recorrer à ação à distância, Castel estima que o newtonianismo também acarreta um materialismo que renova a filosofia dos atomistas ou uma "pretensão espiritualista", além recorrer a milagres para explicar o funcionamento do universo, posto que o movimento no vazio seria um milagre. De fato, Castel defende que, assim como os materialistas, que encontraram no vazio o princípio para explicar a formação do mundo devido ao acaso, Newton ofereceu um fundamento filosófico não apenas para o materialismo, mas também para o panteísmo (Cf. Ibid., p. 97).

Em relação à experiência, embora Castel reconheça que ela possa ser bastante útil à física, ela não pode ter um papel decisivo. O uso de hipóteses lhe era um ponto bastante caro. Na sua concepção, é preciso admitir as hipóteses que são oferecidas "pela própria natureza a uma mente atenta e judiciosa", porque rejeitá-las seria como negar acesso à verdade (Cf. Ibid., p. 127). Nesse sentido, ele condena os newtonianos por focarem na geometria e negarem hipóteses e conjecturas, posto que a física, na sua concepção, é essencialmente conjectural e hipotética. Ele destaca que o sistema de Newton é coberto por uma geometria muito profunda e sutil nos pontos onde ele falha, de modo que seu sistema pode ser considerado como um mal mais grave do que o de Descartes. Além disso, ele considera os princípios matemáticos da filosofia de Newton como insuficientes e frequentemente falsos (Cf. Ibid., p. 101). Castel chega a responsabilizar os newtonianos pela redução do número de físicos e até mesmo pela destruição da própria física, devido ao foco excessivo na geometria. Inclusive, alerta para o risco de a física vir a se tornar a própria geometria caso continuem a dar razão aos newtonianos (Cf. Ibid., p. 128).

Com a comparação dos principais elementos que caracterizam a teoria dos vórtices cartesiana com aqueles da teoria da gravitação universal newtoniana, a breve exposição da queda da primeira e a recepção da segunda na Europa e o breve panorama de alguns dos principais críticos do newtonianismo nas primeiras décadas do século XVIII na França, podemos agora, na Conclusão, finalmente avaliar o que levou à mudança teórica da teoria cartesiana para a newtoniana.

CONCLUSÃO

Considerando todos os aspectos analisados ao longo dessa tese, podemos concluir que a mudança teórica da teoria dos vórtices para a teoria da gravitação universal envolveu vários fatores.

Um primeiro fator a destacar são os conceitos físicos. Newton apresentou uma série de conceitos físicos inéditos com sua teoria da gravitação universal, como massa, velocidade, aceleração entre outros. Ele percebeu que os conceitos empregados por Descartes acarretavam uma série de problemas. Nesse sentido, ele deu destaque especial para a noção cartesiana de *movimento*, apontando tanto para suas inconsistências quanto para suas consequências "absurdas". Newton observa, por exemplo, que Descartes, por um lado, defende que a Terra está em repouso em seu vórtice; por outro lado, ele também atribui a ela uma tendência de se afastar do Sol, como de um centro em torno do qual revolve, pela qual é balanceada na sua distância do Sol por uma tendência similar do vórtice em rotação. Em outras palavras, Descartes faz uso da definição apropriada de movimento para justificar o repouso da Terra, enquanto faz uso da definição vulgar de movimento para explicar sua órbita em torno do Sol. Cabe lembrar também que o próprio Descartes defende que afirmar que corpos alteram suas distâncias relativas e suas posições sem haver um movimento físico é "repugnante à razão".

Esses problemas levaram Newton a defender a existência de um espaço absoluto. O *plenum* cartesiano era incapaz de proporcionar medidas precisas do lugar e do movimento dos corpos. Mais que isso, os conceitos cartesianos de lugar e de movimento apenas proporcionavam aproximações imprecisas das posições e velocidades dos corpos. O espaço absoluto, por outro lado, permitia tratar os movimentos dos diferentes corpos como não sendo meramente relativos a outros corpos. Com essa nova concepção do espaço, todas as entidades passam a ser concebidas como espaciais, ou seja, tudo o que existe – corpos materiais, as mentes e Deus – está de alguma forma no espaço. Nesse sentido, a metafísica de Newton é em grande medida física, no sentido de que ele concebe todas as substâncias como presentes no âmbito físico. Isso, porém, acarreta que Deus tem características físicas, o que era de difícil aceitação para muitos filósofos do século XVII.

Talvez o conceito físico de Newton de maior destaque seja o de *massa*. Descartes também utilizava o conceito de quantidade de matéria, mas era distinto do de Newton, pois estava associado ao volume de um corpo, ou sua extensão. O conceito de quantidade de matéria de Descartes difere também por ser determinado de forma *a priori*, enquanto que o conceito newtoniano de massa é empiricamente fundamentado através das leis do movimento. De fato,

Newton, em contraste com Descartes, defendia que o conhecimento das propriedades da matéria exige experimentos guiados por conceitos de uma teoria física. O conceito de massa foi importante porque permitiu unificar os fenômenos celestes e terrestres de uma forma que Descartes não tinha conseguido. Descartes tinha realizado uma unificação ao estabelecer que a extensão é a mesma em todo o Universo, mas o conceito de *massa* permitiu que mensurações fossem realizadas. A partir dele, podemos inferir que os corpos materiais, tanto os terrestres quanto os celestes, são regidos pela lei da gravitação. Os mecanicistas tinham dificuldade de explicar, por exemplo, por que todos os corpos na Terra caem com a mesma aceleração. Segundo a concepção mecanicista, corpos de diferentes tamanhos e formatos deveriam cair com diferentes acelerações, posto que a queda livre resultaria do impacto de partículas materiais na superfície do corpo em queda. Newton, por sua vez, consegue explicar esse fenômeno com seu conceito de massa, pois é a massa da Terra que exerce uma atração gravitacional sobre os corpos terrestres, independentemente do tamanho ou do formato deles. Portanto, trata-se de um conceito fundamental que permitiu realizar medidas da matéria que não resultassem de alguma circunstância física particular, além de aparecer nas equações de força, permitindo matematizá-la, e possibilitar a realização de previsões.

As leis do movimento de Newton também podem ser consideradas um fator que contribuiu para mudança teórica. Descartes defendia que suas leis da natureza foram deduzidas do nosso conhecimento da atuação de Deus na natureza, ou seja, elas são deduzidas por meio da razão, de forma *a priori*. Nesse sentido, elas seriam descrições atemporais da ordem divina, não sendo, portanto, suscetíveis a revisões. Não obstante, a análise cartesiana da colisão dos corpos foi bastante criticada por não corresponder fielmente aos reais casos de colisão de corpos, o que levou a colocar em dúvida o *status* das leis estabelecidas.

No caso das leis do movimento de Newton, ele acreditava que o conhecimento que temos delas é fundamentado no raciocínio matemático e em casos empíricos. Elas não tratam de corpos reais, mas de objetos que compartilham apenas algumas propriedades dos objetos reais. Mais especificamente, as leis descrevem o comportamento de corpos idealizados, como a massa pontual, que têm propriedades quantificáveis que podem ser racionalizados sem consideração de quais causas físicas podem dar origem a essas propriedades. Em outras palavras, elas descrevem o comportamento de corpos matemáticos. Isso permite que as leis possam ser caracterizadas como certas e evidentes do ponto de vista matemático. É na discussão das leis, através da apresentação de casos empíricos, que Newton busca mostrar que elas, além de serem matematicamente certas e axiomáticas, também são verdadeiras em relação aos objetos físicos, ou seja, que embora elas não tratem especificamente sobre corpos físicos, ainda

assim podem ser aplicadas aos corpos reais. Ou seja, é a evidência empírica que permite estabelecer uma conexão entre a explicação matemática e os corpos reais. Isso não significa, contudo, que a verdade das leis pode ser demonstrada para todos os casos empíricos. Daí vem a necessidade de realizar uma generalização por meio da indução após "deduzir" a verdade, ou seja, a aplicação das leis do movimento a partir dos fenômenos. Sendo as leis empíricas, elas estão sujeitas a passar por revisões ou até mesmo por rejeições.

Através dessa comparação entre as leis dos dois filósofos, percebemos a importância de Deus para a teoria cartesiana. É através da imutabilidade Dele que Descartes consegue estabelecer as leis da natureza e o princípio de conservação. No caso de Newton, Deus não tem a mesma importância nesse sentido. Não obstante, Newton considera que Deus seja a causa primária que insere e mantém os princípios ativos na matéria. Deus criou as coisas materiais, compostas de partículas, e é através dos princípios ativos que Ele as coloca em ordem, através de Seu *domínio* e de Seu *sensorium*. Ele não atua, porém, diretamente sobre os corpos materiais, assim como estes não atuam Nele. Os princípios ativos são executados por um agente causal secundário, seja ele material ou imaterial. Portanto, Deus não está diretamente envolvido na física do Universo, mas Ele é responsável pela natureza ser o sistema "harmonioso" que percebemos. Portanto, sua concepção de Deus contrasta com a de Descartes, tendo Deus não só uma presença real no Universo, mas também sendo aquele que o ordena.

Retornando às leis da natureza, embora a concepção newtoniana das leis da natureza seja diferente da de Descartes, ainda assim é preciso reconhecer as contribuições do filósofo francês para sua elaboração. Foi através da obra de Descartes que Newton teve contato com o conceito de movimento como um estado, com o conceito de conservação do movimento, com a enunciação completa e correta do princípio de inércia e com uma análise correta do movimento circular. Ainda assim, as leis de Descartes não foram capazes de estabelecer a relação entre a tendência de seguir pela tangente e a tendência de se afastar do centro, nem apresentar uma expressão matemática que estabeleça a relação entre a força centrípeta, o raio do círculo e a velocidade do movimento circular, ao contrário das leis de Newton. De fato, uma das principais realizações de Newton foi mostrar que, se as leis do movimento e a existência de forças centrípetas do inverso do quadrado são aceitas, então as órbitas dos planetas e dos satélites necessariamente seguem aproximadamente trajetórias keplerianas. Ou seja, as leis do movimento apresentavam explicações que tinham respaldo na realidade, permitindo também realizar previsões.

No âmbito da matemática, Descartes conseguiu demonstrar que a aplicação da álgebra na geometria levava a uma série de resultados importantes. Destaca-se sua proposta de ampliar

a classe de curvas que poderiam ser aceitas como meio para construção de problemas e sua elaboração de uma teoria de equações algébricas aplicadas ao estudo das curvas. Não obstante, sua *Géométrie* apresentava algumas limitações para futuros desenvolvimentos da geometria, como a proibição de comparações entre linhas retas e curvas, a ausência de infinitesimais e seu banimento das curvas mecânicas.

A *Géométrie* foi uma obra importante para Newton. Através dela, ele encontrou uma correspondência entre equações algébricas e curvas e aprendeu sobre o método algébrico cartesiano de traçar a tangente de uma curva, por exemplo. Não obstante, na maturidade, Newton passa a criticá-la, principalmente sua análise algébrica, demonstrando mais apreço pela geometria. Em especial, Newton não considerava os critérios algébricos como confiáveis, preferindo empregar curvas mecânicas para realizar construções. De fato, sua generalização do teorema binomial e o uso de séries infinitas permitiram-lhe abordar uma classe muito mais ampla de curvas do que aquelas tratadas por Descartes. Nesse sentido, é importante destacar que o cálculo infinitesimal e integral, embora apenas implícito nos *Principia*, foi fundamental para o desenvolvimento da equação da força gravitacional. Além disso, enquanto Descartes atribuía grande importância às equações das curvas, Newton defendia que, na geometria, as curvas devem ser consideradas como traçadas pelo movimento.

É curioso notar que, se por um lado Newton critica a álgebra em alguns aspectos e privilegia a geometria, por outro, as expressões finais dos *Principia* são essencialmente algébricas. A geometria se configura como uma ferramenta matematicamente segura, tendo a análise física sido desenvolvida através de curvas mecânicas. É a álgebra, porém, que a exprime. Em outras palavras, a análise geométrica, aliada à física, aponta para uma *algebrização* da natureza.

O sistema cartesiano e o newtoniano são distintos em aspectos que nos permitem estabelecer que, enquanto o primeiro é considerado mecanicista, o segundo é mecânico. Descartes defende que todos os fenômenos naturais podem ser explicados em termos de colisões de partículas, de modo que as explicações para os fenômenos da natureza no fundo não diferem das explicações para o funcionamento de máquinas. Embora estabeleça a existência de leis da natureza, suas explicações para os fenômenos físicos não as mencionam explicitamente, consistindo majoritariamente em hipóteses e amparadas em analogias com fenômenos do dia a dia. Também é marcante sua teoria dos vórtices não ter um caráter experimental. De fato, a abordagem de Descartes nos *Princípios* é fundamentada quase exclusivamente em noções *a priori*. A matemática foi utilizada por Descartes para atribuir propriedades geométricas à matéria e, assim, proporcionar um fundamento metafísico para suas demonstrações dos

fenômenos naturais. Dessa forma, ele justificou a aplicação das regras e dos princípios geométricos nos fenômenos físicos, com o objetivo de validar suas explicações para os fenômenos físicos. Nesse sentido, podemos caracterizar a teoria cartesiana como matemática, porém suas explicações para os fenômenos físicos são majoritariamente constituídas de modelos desprovidos de equações.

O sistema de Newton contrasta consideravelmente em relação ao cartesiano. Sua física é constituída de demonstrações matemáticas dos movimentos que resultam de forças. Assim, sua mecânica tem o objetivo de demonstrar as propriedades dos movimentos que surgem da ação de poderes naturais. Diferentemente de Descartes, Newton estabelece a existência de interações causais envolvendo forças sem haver colisão entre os corpos. Além de estabelecer a existência de leis do movimento, elas são aplicadas em diversas proposições ao longo dos *Principia*. O recurso a experimentos e observações para amparar sua teoria contrasta com o mero uso de analogias de Descartes. Nesse sentido, sua teoria tem claramente um caráter experimental, além de matemático. O uso de métodos geométricos complexos para explicar os fenômenos físicos talvez seja o fator mais marcante de seu sistema. Sua teoria é majoritariamente quantitativa. Cabe ressaltar que se trata de uma geometria concebida como fundamentada na mecânica, ou seja, os objetos geométricos são concebidos como gerados pelo movimento. Assim, o conteúdo da geometria é proporcionado através de construções mecânicas. Em última instância, são os princípios mecânicos que nos permitem descobrir as forças envolvidas nos fenômenos, posto que é através de considerações geométricas dos movimentos que podemos investigá-las.

Não podemos, portanto, classificar Newton como um mecanicista, posto que ele não é adepto de teses centrais desta doutrina, como: os corpos serem caracterizados somente pelo tamanho, formato e movimento e que podemos explicar os fenômenos da natureza apenas pela interação deles (ou de suas partículas) através de contato direto; e as leis da natureza poderem ser deduzidas dos atributos essenciais dos corpos. Dentre algumas das teses defendidas por Newton que se opõem a essas estão: não podemos explicar as órbitas dos planetas através da colisão de partículas; a massa de um corpo é um uma característica essencial que é independe de seu tamanho, formato e movimento; e as leis da natureza são descobertas empiricamente, não a partir dos atributos dos corpos. Além disso, como já enfatizamos, seu sistema se ampara em experimentos e observações rigorosos, assim como em métodos geométricos, sendo a geometria concebida como fundamentada em construções mecânicas. É nesse sentido que seu sistema é propriamente *mecânico*.

Para além da rotulação dos sistemas de cada filósofo, é preciso considerar também o papel das críticas de Newton à teoria dos vórtices. Uma de suas críticas principais é direcionada à tese cartesiana de que a gravidade atua na superfície do corpo. Newton defende que isso implicaria que os pesos dos corpos seriam maiores ou menores a depender de seus formatos. Ele também defende que é impossível existir uma matéria sutil que seja privada de qualquer resistência, o que implica que, se há um espaço etéreo, ele não pode ser caracterizado como o cartesiano, mas deve ser em sua maior parte vazio. De fato, caso todos os espaços fossem igualmente preenchidos, então a gravidade específica do fluido com o qual a região do ar seria preenchida seria maior do que a de qualquer outro corpo, por exemplo, o que impediria que qualquer corpo caísse no ar. Newton também considera que os fenômenos dos céus e do mar seguem precisamente a atuação da gravidade de acordo com as leis descritas por ele, então outras causas devem ser rejeitadas, ou seja, devemos considerar os céus, incluindo o meio interestelar, como despojados de toda matéria.

Newton também apontou que os tempos periódicos dos satélites que orbitam Júpiter e dos planetas que orbitam o Sol são proporcionais à potência $\frac{3}{2}$ das distâncias do centro, entretanto ele demonstrou que, no caso do movimento dos vórtices, os tempos periódicos são proporcionais aos quadrados das distâncias. Mais que isso, ele alega que se os vórtices se comportassem da forma estabelecida pela teoria cartesiana, nenhuma razão poderia ser fixada para eles. Os planetas que orbitam o Sol revolvem em elipses tendo um foco no Sol e, por raios traçados para este, descrevem áreas proporcionais aos tempos, mas as partes de um vórtice não podem revolver com tal movimento. As órbitas dos planetas são regulares. Da mesma forma, as órbitas dos cometas também são regulares, ainda que excêntricas, seguindo as mesmas leis dos movimentos dos planetas. Em ambos os casos, os movimentos não podem ser explicados através de vórtices. A existência de um meio material no meio interestelar ou impediria os movimentos dos planetas e dos cometas ou os tornaria irregulares. Além disso, Newton destaca que as leis que regem o comportamento de vórtices diferem das leis da astronomia. Segundo as primeiras, a matéria do vórtice deveria se mover mais rápido nos afélios do que nos periélios, o que é contrário às das leis da astronomia. Portanto, a teoria dos vórtices é irreconciliável com os fenômenos astronômicos.

E quanto à teoria newtoniana? Os *Principia* não são uma obra impecável. Existem nela demonstrações que não são válidas, nem todos os objetivos estabelecidos são alcançados e há questões que não são respondidas. Ainda assim, a teoria newtoniana possui vários méritos, principalmente em comparação à teoria dos vórtices. Por exemplo, a teoria newtoniana previa

que a Terra tinha um formato oblato, achatada nos polos, enquanto a teoria dos vórtices defendia um formato oblongo para nosso planeta. Os resultados da expedição de Maupertuis à Lapônia em 1739 e a expedição de La Condamine ao Peru demonstraram ser consistentes com a tese newtoniana.

A explicação de Newton para as órbitas dos planetas era mais precisa do que a de Descartes. Um problema fundamental da teoria cartesiana era não conseguir conciliar as órbitas dos planetas com as leis de Kepler, algo que a teoria newtoniana conseguia demonstrar. Huygens tentou transformar a teoria dos vórtices em um modelo físico-matemático, mas sua abordagem não foi capaz de explicar a lei do inverso do quadrado. A teoria newtoniana continha imprecisões. Ela não conseguia, por exemplo, apresentar uma explicação satisfatória para a órbita de Mercúrio. Ainda assim, o fato de haver perturbações nas órbitas dos planetas indicava que havia uma força semelhante à estipulada por Newton regendo os movimentos dos planetas. As estimativas nos *Principia*, portanto, proporcionavam bons motivos para acreditar que os movimentos planetários eram regidos pela gravitação universal do inverso do quadrado.

A explicação de Newton para o movimento da Lua foi um dos pontos de maior destaque de sua teoria. Através dela, Newton estabeleceu uma nova forma de estudar o movimento da Lua ao introduzir causas físicas e ao apontar a existência de perturbações gravitacionais devidas ao Sol. Sua determinação do movimento médio da Lua foi a que teve maior precisão dentre seus contemporâneos no final do século XVII. Em comparação, Descartes, ao tratar do movimento da Lua, considera apenas uma de suas desigualdades, enquanto Newton conseguiu explicar outras. É preciso reconhecer, porém, que Newton precisou recorrer a outros métodos para além dos dinâmicos e até manipular alguns números para conciliar sua teoria da Lua com os dados das observações. Parte desses problemas foram resolvidos posteriormente por Clairaut ao perceber que eles se deviam a um erro de arredondamento. Assim, embora Newton tenha falhado em produzir uma teoria completa do movimento da Lua, ele apontou um novo caminho a ser seguido em todos os estudos futuros ao fundamentar esse tópico firmemente em princípios de dinâmica gravitacional e ao revelar a causa principal das variações e das irregularidades aparentes.

Em relação à explicação para o movimento dos cometas, o método empregado por Newton era muito complexo, mas a concepção do movimento desses astros como decorrente da gravitação universal estabeleceu o terreno para todos os futuros estudos acerca deles, sobretudo após a previsão correta do Cometa Halley em 1758. Sua abordagem, que estabelecia parâmetros quantitativos, contrastava com a abordagem cartesiana, que não defendia que os

cometas orbitassem um determinado corpo celeste, mas vagassem entre diferentes vórtices estelares.

Por fim, Newton também conseguiu estabelecer uma nova base para a compreensão das marés ao demonstrar que tanto a Lua quanto o Sol exercem uma influência gravitacional sobre as águas dos oceanos, provocando o fenômeno em questão. Descartes não tinha apresentado uma explicação nesses termos, atribuindo a causa das marés à Lua, sendo o fluxo e refluxo das águas dos oceanos decorrentes dos ventos ou de fatores geográficos no leito deles e das costas das porções de terra com as quais têm contato. A teoria das marés de Newton constituiu um grande avanço no estudo delas, mas também não conseguia explicar precisamente certos fenômenos.

A teoria de Newton e suas críticas à teoria dos vórtices foi recebida de diferentes formas na França, onde se concentravam os adeptos da teoria dos vórtices, a depender da década analisada. Inicialmente, não havia uma polarização entre os defensores da teoria newtoniana e os da teoria cartesiana, entretanto, a partir da década de 1710, o cenário muda, difundindo-se a percepção de que a primeira teoria representava uma ameaça para a segunda e para o próprio cartesianismo. Parte dessa mudança de percepção decorreu de três fatores: a segunda edição dos *Principia* foi publicada no início dessa década, sendo que, além de ter sido mais difundida do que a primeira, continha o prefácio de Cotes, que defendia a superioridade da teoria newtoniana; a partir dessa década, passou-se a enfatizar mais o uso de experimentos na filosofia natural, fator que ganharia ainda mais destaque nas décadas seguintes; e houve a publicação da correspondência entre Leibniz e Clarke. Também deve-se destacar o posicionamento influente de Fontelle segundo o qual havia uma oposição irreconciliável entre Newton e os pensadores franceses, acrescentando, ou ao menos aumentando, a dimensão nacionalista, ou patriótica, do debate. Esta dimensão teve maior destaque no final da década de 1720 e na década seguinte.

Os adeptos da teoria dos vórtices criticaram a teoria newtoniana por diversos motivos. Dentre eles, estão: o fato de Newton considerar as experiências como um fundamento mais importante para uma teoria do que a razão; a distinção entre espaço e extensão; o fato de não estabelecer qual é a causa da atração; seu amparo excessivo na geometria; não ter sido capaz de deduzir as forças através das leis do movimento; o sistema ser demasiadamente complexo e de difícil conciliação com a simplicidade da criação e da perfeição divina. É claro que algumas dessas críticas não eram compartilhadas por todos os adeptos da teoria dos vórtices, mas podemos estabelecer que havia duas teses newtonianas com as quais quase todos eles concordavam, a saber, a defesa da existência do vazio e da atração (ou ação) à distância, que muitos interpretaram como um ressurgimento das qualidades ocultas dos escolásticos.

Ainda assim, havia críticos da teoria newtoniana que reconheciam alguns de seus méritos. Por exemplo, reconheciam a qualidade das observações de Newton e sua habilidade no campo da geometria, além de sua utilidade para astronomia. Alguns, inclusive, admitiam que o sistema de Newton se adequava bem aos fenômenos observados, embora defendessem que essa adequação não era prova de que a atração gravitacional fosse real. De fato, alguns tentaram reconciliar as duas teorias, muitas vezes buscando preservar a tese fundamental da teoria dos vórtices, isto é, a explicação dos fenômenos a partir da interação direta de partículas (ou pequenos vórtices), ao mesmo tempo que proporcionavam explicações para os fenômenos celestes de forma tão completa quanto a teoria newtoniana.

Considerando, então, todos esses aspectos, podemos estabelecer que a mudança teórica da teoria dos vórtices para a teoria da gravitação universal decorreu, primeiro, de uma série de conceitos físicos inéditos provindos da teoria da gravitação universal, especialmente o conceito de *massa*, que permitiu realizar medidas independentes de outras circunstâncias físicas e realizar previsões. É certo que outros conceitos não tiveram igual recepção, como a *atração* gravitacional ou a noção de espaço absoluto, tendo em vista suas possíveis implicações no âmbito da metafísica, como um retorno às formas substanciais ou a existência de um Deus físico. Porém, os ganhos provenientes da adoção dos outros conceitos no que diz respeito à descrição e à previsão de fenômenos físicos compensavam essas reservas. Segundo, embora a geometria cartesiana tenha seus méritos, o uso que Newton fez das curvas mecânicas, que eram rejeitadas por Descartes, foi decisivo, posto que permitiu mostrar que a geometria se configura como uma ferramenta matematicamente segura e a análise geométrica, aliada à física, permitiu uma interpretação mais precisa da natureza. Isso permitiu realizar uma avaliação mais rigorosa e, portanto, confiável das teses relativas aos fenômenos físicos. Isso leva ao terceiro ponto, a saber, o recurso a experimentos e observações para dar suporte à teoria. Aliado à matemática rigorosa, os experimentos e as observações podem ser utilizados para estudar de forma mais rigorosa e precisa os fenômenos da natureza através de considerações geométricas dos movimentos em questão. O uso de analogias adotado por Descartes, carecendo desse rigor e precisão, não transmitia a mesma segurança em relação às suas explicações. E embora houvesse observações e medições de fenômenos que não estavam exatamente de acordo com os valores estipulados por Newton nos *Principia*, ainda assim foram encontrados indícios da interferência de forças semelhantes às que ele tinha atribuído um papel para explicar os fenômenos em questão. Em suma, para além das inconsistências da teoria dos vórtices, a nova conceituação física, a geometrização (que leva a uma *algebrização*) da natureza e o respaldo da aplicação dessa matemática rigorosa aos casos empíricos defendidos – em um contexto histórico onde

existe uma maior ênfase no uso de experimentos na filosofia natural e também uma mudança geracional de filósofos naturais na França que não receberam treinamento em um contexto cartesiano – tornaram a teoria da gravitação universal de Newton mais aceita do que a teoria dos vórtices de Descartes (e de seus seguidores) para a maioria dos filósofos naturais da segunda metade do século XVIII em diante, levando à mudança teórica.

Cabe enfatizar que não estamos afirmando que a teoria dos vórtices era inferior à teoria da gravitação universal em todos os aspectos. A teoria dos vórtices conseguia explicar, por exemplo, por que os planetas orbitam o Sol na mesma direção – isso ocorre por causa das partículas do segundo elemento que giram na mesma direção em torno do Sol, transportando os planetas consigo –, algo que a teoria da gravitação universal não consegue. Não obstante, a teoria newtoniana conseguia explicar um número muito maior de fenômenos e com maior precisão, além de prever outros.

A teoria da gravitação universal de Newton foi extremamente influente em seu tempo. Para além de seu conteúdo, a forma como Newton desempenhou sua pesquisa levou vários outros filósofos a tentarem aplicar a mesma metodologia para outros campos diferentes das ciências físicas. Como já observamos anteriormente, embora Galileu e Descartes já tivessem descoberto algumas leis do movimento, suas leis tiveram uma influência tal que levaram muitos a conceberem o papel do filósofo natural como o de descobrir leis da natureza. Mais que isso, ainda que tenha se apoiado na obra de seus antecessores, especialmente Galileu e Descartes, Newton desenvolveu um sistema muito superior através de uma junção surpreendente da matemática – especialmente através do cálculo infinitesimal, ainda que aplicado inicialmente e implicitamente à geometria – com a física – através de seus conceitos –, consolidando assim a física moderna. Nesse sentido, destacamos que o trabalho inédito de Newton sobre o método das razões primeiras e últimas conduziu à noção de derivação e à de integração, além de ter preparado a noção de limite matemático, apontando para o cálculo diferencial e integral. No entanto, por mais impressionante que fosse a teoria newtoniana, suas imprecisões não podiam ser negligenciadas. Os trabalhos posteriores de Euler, Lagrange, Laplace, dentre outros, mostraram algumas dessas limitações. Ainda assim, a teoria prevaleceu até o século XX, quando foi finalmente aprimorada pela teoria da relatividade geral de Albert Einstein.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AITON, E. J. "The Cartesian theory of gravity". *Annals of Science*, v. 15, n. 1, pp. 27-49, 1959.

ARIEW, R.; GABBEY, A. "The Scholastic Background". In: GARBER, D.; AYERS, M. (ed.). *The Cambridge History of Seventeenth-Century Philosophy*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. pp. 425-453.

ARISTÓTELES. *Metafísica*. 5. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2015.

ARISTOTLE. *The Complete Works of Aristotle*. BARNES, J. (ed.). Volumes I and II. Princeton: Princeton University Press, 1991.

BARRA, E. S. O. "A primazia das relações sobre as essências: as forças como entidades matemáticas nos *Principia* de Newton". *Scientiae Studia*, São Paulo, v. 8, n. 4, pp. 547-569, 2010.

BORGHERO, C. *Les cartésiens face à Newton* : Philosophie, science et religion dans la première moitié du XVIII[e] siècle. Traduit de l'italien par Tomaso Berni Canani. Turnhout: Brepols, 2011.

BRANCO, M. R. "Sobre a relação entre filosofia natural e teologia natural no pensamento de Newton". In: PRINCIPE, J. (ed.). *Évora Studies in the Philosophy and History of Science:* In Memorian Hermínio Martins. Casal de Cambra: Caleidoscópio, 2015. pp. 369-390.

CALAZANS, V. F. B. "Geometria e movimento: a matemática newtoniana e o projeto moderno de matematizar a natureza". In: GURGEL, I. (org.). *Por que confiar nas ciências? Epistemologias para o nosso tempo*. São Paulo: Livraria da Física, 2023. pp. 183-207.

CHANDRASEKHAR, S. *Newton's Principia for the Common Reader*. Oxford: Oxford University Press, 1995.

CHARALAMPOUS, C. "'One common matter' in Descartes' physics: the Cartesian concepts of matter quantities, weight and gravity". *Annals of Science*, v. 76, n. 3-4, pp. 324-339, 2019.

CLEMENSON, D. “The Scholastic Background”. In: KAUFMAN, D. (ed.). *The Routledge Companion to Seventeenth Century Philosophy*. London and New York: Routledge, 2018. pp. 3-32.

COHEN, I. B. “A Guide to Newton’s *Principia*”. In: NEWTON, I. *The Principia: Mathematical Principles of Natural Philosophy: A New Translation*. Translation by I. B. Cohen and Anne Whitman, preceded by “A Guide to Newton's *Principia*” by I. B. Cohen. Berkeley: University of California Press, 1999. pp. 1-370.

_____. “Newton’s concepts of force and mass, with notes on the laws of motion”. In: ILIFFE, R.; SMITH, G. E. (ed.). *The Cambridge Companion to Newton*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. pp. 61-92.

CROMBIE, A. C. *The History of Science from Augustine to Galileo*. New York: Dover Publications, 1995.

DEAR, P. “Circular Argument: Descartes' Vortices and their Crafting as Explanations of Gravity”. In: ASNTEY, P. R.; SCHUSTER, J. A. (ed.). *The Science of Nature in the Seventeenth Century: Patterns of Change in Early Modern Natural Philosophy*. Dordrecht: Springer, 2005. pp. 81-98.

DESCARTES, R. *Oeuvres de Descartes*. *Tome II*: *Correspondance*. ADAM, C.; TANNERY, P. (ed.). Paris: Vrin, 1898.

_____. *Oeuvres de Descartes*. *Tome III*: *Correspondance.* ADAM, C.; TANNERY, P. (ed.). Paris: Vrin, 1899.

_____. *Oeuvres de Descartes*. *Tome IV*: *Correspondance.* ADAM, C.; TANNERY, P. (ed.). Paris: Vrin, 1901.

_____. *Oeuvres de Descartes*. *Tome V*: *Correspondance.* ADAM, C.; TANNERY, P. (ed.). Paris: Vrin, 1903.

_____. *Oeuvres de Descartes*. *Tome VI*: *Discours de la Méthode & Essais.* ADAM, C.; TANNERY, P. (ed.). Paris: Vrin, 1902.

_____. *Oeuvres de Descartes*. *Tome VII*: *Meditationes de Prima Philosophia.* ADAM, C.; TANNERY, P. (ed.). Paris: Vrin, 1904.

_____. *Oeuvres de Descartes*. *Tome VIII*: *Principia Philosophiae.* ADAM, C.; TANNERY, P. (ed.). Paris: Vrin, 1905.

_____. *Oeuvres de Descartes*. *Tome IX-2: Principes*. ADAM, C.; TANNERY, P. (ed.). Paris: Vrin, 1978.

_____. *Oeuvres de Descartes*. *Tome X: Physico-mathematica, Compendium Musicae, Regulae ad Directionem Ingenii, Recherche de la Verité, Supplément a la Correspondance*. ADAM, C.; TANNERY, P. (ed.). Paris: Vrin, 1908.

_____. *Oeuvres de Descartes*. *Tome XI: Le monde, Description du corps humain, Passions de l'âme, Anatomica, Varia*. ADAM, C.; TANNERY, P. (ed.). Paris: Vrin, 1974.

_____. *The Philosophical Writings of Descartes*. Vol. 1. Translated by COTTINGHAM, J.; STOOTHOFF, R.; MURDOCH, D. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.

_____. *The Philosophical Writings of Descartes*. Vol. 2. Translated by COTTINGHAM, J.; STOOTHOFF, R.; MURDOCH, D. Cambridge: Cambridge University Press, 1984.

_____. *The Philosophical Writings of Descartes*. Vol. 3. Translated by COTTINGHAM, J.; STOOTHOFF, R.; MURDOCH, D; KENNY, A. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

_____. *Principles of Philosophy*. Translated, with Explanatory Notes, by MILLER, V. R.; MILLER, R. P. Dordrecht: Reidel, 1982.

DI LISCIA, D. A. "Johannes Kepler". *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2021 Edition), ZALTA, E. N. (ed.). Disponível em:

<https://plato.stanford.edu/archives/fall2021/entries/kepler/>. Acesso em 06 de dezembro de 2024.

DISALLE, R. “Newton’s philosophical analysis of space and time”. In: ILIFFE, R.; SMITH, G. E. (ed.). *The Cambridge Companion to Newton*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. pp. 34-60.

DOMSKI, M. “Laws of nature and the divine order of things: Descartes and Newton on truth in natural philosophy”. In: OTT, W.; PATTON, L. (ed.). *Laws of Nature*. Oxford: Oxford University Press, 2018. p. 42-61.

_____. “Newton and Descartes”. In: JALOBEANU, D.; WOLFE, C. T. (ed.). *Encyclopedia of Early Modern Philosophy and the Sciences*. Cham: Springer, 2022. pp. 1468-1472.

DUCHEYNE, S. “Understanding (in) Newton’s Argument for Universal Gravitation”. *Journal for General Philosophy of Science*, v. 40, n. 2, pp. 227–258, 2009.

_____. “Newton on action at a distance and the cause of gravity”. *Studies in History and Philosophy of Science*, v.42, n. 1, pp. 154–159, 2011.

ÉVORA, F. R. R. “Filopono de Alexandria e a crítica ao conceito de matéria *prima*”. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, v. 10, n. 1, pp. 55-76, 2000.

_____. “Natureza e Movimento: um estudo da física e da cosmologia aristotélicas”. *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, v. 15, n. 1, pp. 127-170, 2005.

FERLIN, F.; CHABOT, H. “Vortex Theories in the Early Modern Period”. In: JALOBEANU, D.; WOLFE, C. T. (ed.). *Encyclopedia of Early Modern Philosophy and the Sciences*. Cham: Springer, 2022. pp. 2165-2170.

FISHER, S. “Pierre Gassendi”. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2024 Edition), ZALTA, E. N.; NOLDEMAN, U. (ed.). Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/fall2024/entries/gassendi/>. Acesso em 05 de dezembro de 2024.

GABBEY, A. “New Doctrines of Motion”. In: GARBER, D.; AYERS, M. (ed.). *The Cambridge History of Seventeenth-Century Philosophy*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. pp. 649-379.

GARBER, D. “Descartes’ Physics”. In: COTTINGHAM, J. (ed.). *The Cambridge Companion to Descartes*. Cambridge: Cambridge University Press, 1992. pp. 286-334.

_____. “A different Descartes: Descartes and the programme for a mathematical physics in his correspondence”. In: GAUKROGER, S.; SCHUSTER, J.; SUTTON, J. (ed.). *Descartes’ Natural Philosophy*. London: Routledge, 2000. pp. 113-130.

GARBER, D.; HENRY, J.; JOY, L.; GABBEY, A. “New Doctrines of Body and Its Powers, Place, and Space”. In: GARBER, D.; AYERS, M. (ed.). *The Cambridge History of Seventeenth-Century Philosophy*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. pp. 553-623.

GEORGESCU, L. “Gilbert, William”. In: JALOBEANU, D.; WOLFE, C. T. (ed.). *Encyclopedia of Early Modern Philosophy and the Sciences*. Cham: Springer, 2022. pp. 757-758.

GOMES, E, R. “O papel do espaço absoluto e da gravidade para o argumento do desígnio de Isaac Newton”. *Kalagatos*, Fortaleza, v. 19, n. 1, pp. 1-19, 2022.

GRANT, E. “Nicole Oresme”. In: GRACIA, J. J. E.; NOONE, T. B. (ed.). *A companion to philosophy in the middle ages*. Oxford: Blackwell Publishing, 2002. pp. 475-480.

GUICCIARDINI, N. *Reading the Principia*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

_____. *Isaac Newton on mathematical certainty and method*. Cambridge, MA and London: MIT Press, 2009.

_____. “Mathematics and the New Sciences”. In: BUCHWALD, J. Z.; FOX, R. (ed.). *The Oxford Handbook of the History of Physics*. Oxford: Oxford University Press, 2013. pp. 226-264.

_____. “A brief introduction to the mathematical work of Isaac Newton”. In: ILIFFE, R.; SMITH, G. E. (ed.). *The Cambridge Companion to Newton*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. pp. 382-420.

HARPER, W. “Newton’s argument for universal gravitation”. In: ILIFFE, R.; SMITH, G. E. (ed.). *The Cambridge Companion to Newton*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. pp. 229-260.

HATTAB, H. “From Mechanics to Mechanism: The *Quaestiones Mechanicae* and Descartes’ Physics”. In: ASNTEY, P. R.; SCHUSTER, J. A. (ed.). *The Science of Nature in the Seventeenth Century: Patterns of Change in Early Modern Natural Philosophy*. Dordrecht: Springer, 2005. pp. 99-129.

_____. “Descartes’s Mechanical but not Mechanistic Physics”. In: NADLER, S.; SCHMALTZ, T. M.; ANTOINE-MAHUT, D. (ed.). *The Oxford Handbook of Descartes and Cartesianism*. Oxford: Oxford University Press, 2019. pp. 124-137.

HENRY, J. “Gravity and *De gravitatione*: the development of Newton’s ideas on action at a distance”. *Studies in History and Philosophy of Science*, v. 42, n. 1, pp. 11–27, 2011.

_____. “Newtonianism in Britain”. In: JALOBEANU, D.; WOLFE, C. T. (ed.). *Encyclopedia of Early Modern Philosophy and the Sciences*. Cham: Springer, 2022. pp. 1541-1546.

HERIVEL, J. W. “Sur les premières recherches de Newton en dynamique”. *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, tome 15, n°2, pp. 105-140, 1962.

_____. “L’influence de Descartes sur Newton en dynamique”. *Revue Philosophique de Louvain*, quatrième série, tome 86, n° 72, pp. 467-484, 1988.

HILL, B. “Matter, Space, and Motion”. In: LAGERLUND, H.; HILL, B. (ed.). *Routledge Companion to Sixteenth-Century Philosophy*. New York: Routledge, 2017. pp. 373-393.

JANIAK, A. *Newton as Philosopher*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

_____. “Natural Philosophy”. In: KAUFMAN, D. *The Routledge Companion to Seventeenth Century Philosophy*. London and New York: Routledge, 2018. pp. 385-409.

_____. “Physics and Metaphysics in Descartes and Newton”. In: NADLER, S.; SCHMALTZ, T. M.; ANTOINE-MAHUT, D. (ed.). *The Oxford Handbook of Descartes and Cartesianism*. Oxford: Oxford University Press, 2019. pp. 804-815.

MACHAMER, P.; MCGUIRE, J. E.; KOCHIRAS, H. “Newton and the mechanical philosophy: gravitation as the balance of the heavens”. *Southern Journal of Philosophy*, v. 50, n. 3, pp. 370–388, 2012.

MAHONEY, M. “The Mathematical Realm of Nature”. In: GARBER, D.; AYERS, M. (ed.). *The Cambridge History of Seventeenth-Century Philosophy*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. pp. 702-755.

MANCOSU, P. *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*. Oxford: Oxford University Press, 1996.

MANDELBROTE, S. “Newtonianism on the Continent”. In: JALOBEANU, D.; WOLFE, C. T. (ed.). *Encyclopedia of Early Modern Philosophy and the Sciences*. Cham: Springer, 2022. pp. 1546-1555.

MCGUIRE, J. E.; TAMNY, M. *Certain Philosophical Questions: Newton’s Trinity Notebook*. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

MCLAUGHLIN, P. “Force, determination and impact”. In: GAUKROGER, S.; SCHUSTER, J.; SUTTON, J. (ed.). *Descartes’ Natural Philosophy*. London: Routledge, 2000. pp. 81-112.

MELI, D. B. “Mechanics”. In: PARK, K.; DASTON, L. (ed.). *The Cambridge History of Science: Volume 3, Early Modern Science*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006, pp. 632-672.

MERZBACH, U. C.; BOYER, C. B. *A History of Mathematics*. 3. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2011.

MILTON, J. R. “Laws of Nature”. In: GARBER, D.; AYERS, M. (ed.). *The Cambridge History of Seventeenth-Century Philosophy*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. pp. 680-701.

MONTADA, J. P. “Ibn Rushd’s Natural Philosophy”. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2024 Edition), ZALTA, E. N.; NOLDEMAN, U. (ed.). Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/fall2024/entries/ibn-rushd-natural/>. Acesso em 25 de novembro 11 de 2024.

NADLER, S. “Doctrines of Explanation in Late Scholasticism and in the Mechanical Philosophy”. In: GARBER, D.; AYERS, M. (ed.). *The Cambridge History of Seventeenth-Century Philosophy*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. pp. 513-552.

NEWTON, I. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Editio tertia aucta et emendate. London, 1726.

_____. *Opticks or A Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections & Colors of Light*. New York: Dover Publications, 1952.

_____. *Isaac Newton’s Papers and Letters On Natural Philosophy*. COHEN, I. B. (ed.). Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1958.

_____. *Unpublished Scientific Papers of Isaac Newton*. HALL, A. R.; HALL, M. B. (ed.). Cambridge: Cambridge University Press, 1962.

_____. *The Principia: Mathematical Principles of Natural Philosophy: A New Translation*. Translation by I. B. Cohen and Anne Whitman, preceded by “A Guide to Newton's *Principia*” by I. B. Cohen. Berkeley: University of California Press, 1999.

_____. *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*. Tradução e notas de comentário de J. Resina Rodrigues. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2017.

POPA, T. “Mechanisms: Ancient sources”. In: GLENNAN, S.; ILLARI, P. (ed.). *The Routledge Handbook of Mechanisms and Mechanical Philosophy*. London and New York: Routledge, 2018. pp. 13-25.

POURCIAU, B. “Instantaneous impulse and continuous force: the foundations of Newton’s *Principia*”. In: ILIFFE, R.; SMITH, G. E. (ed.). *The Cambridge Companion to Newton*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. pp. 93-186.

PYLE, A. “The Theory of Matter”. In: KAUFMAN, D. (ed.). *The Routledge Companion to Seventeenth Century Philosophy*. London and New York: Routledge, 2018. pp. 410-446.

ROTHMAN, A. “Kepler, Johannes”. In: JALOBEANU, D.; WOLFE, C. T. (ed.). *Encyclopedia of Early Modern Philosophy and the Sciences*. Cham: Springer, 2022. pp. 1023-1029.

ROUX, S. “From the mechanical philosophy to early modern mechanisms”. In: GLENNAN, S.; ILLARI, P. (ed.). *The Routledge Handbook of Mechanisms and Mechanical Philosophy*. London and New York: Routledge, 2018. pp. 26-45.

RYNASIEWICZ, R. “Newton's Views on Space, Time, and Motion”. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2014 Edition), ZALTA, E. N. (ed.). Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/sum2014/entries/newton-stm/>. Acesso em 21 de maio de 2021.

SCHLIESSER, E. “Newton and Newtonianism”. In: GARRETT, A. (ed.). *The Routledge Companion to Eighteenth Century Philosophy*. London and New York: Routledge, 2014. pp. 62-90.

SCHUSTER, J. A. “‘Waterworld’: Descartes’ Vortical Celestial Mechanics—A Gambit in the Natural Philosophical Contest of the Early Seventeenth Century”. In: ASNTEY, P. R.; SCHUSTER, J. A. (ed.). *The Science of Nature in the Seventeenth Century: Patterns of Change in Early Modern Natural Philosophy*. Dordrecht: Springer, 2005. pp. 35-80.

_____. “Cartesian Physics”. In: BUCHWALD, J. Z.; FOX, R. (ed.). *The Oxford Handbook of the History of Physics*. Oxford: Oxford University Press, 2013a. pp. 56-95.

_____. *Descartes-Agonistes: Physico-mathematics, Method & Corpuscular-Mechanism 1618-33*. Dordrecht: Springer, 2013b.

SHANK, J. B. *The Newton Wars and the Beginning of the French Enlightenment*. Chicago: The University of Chicago Press, 2008.

SIMON, S.; REZENDE, E. “Breve História da Inércia - I: O Problema do Movimento de Aristóteles a Copérnico”. *Revista de Filosofia Moderna e Contemporânea*, Brasília, v.6, n.1, pp. 241-266, 2018.

SLOWIK, E. *Cartesian Spacetime*: Descartes' Physics and the Relational Theory of Space and Motion. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002.

SMEENK, C.; SCHLISSER, E. “Newton’s *Principia*”. In: BUCHWALD, J. Z.; FOX, R. (ed.). *The Oxford Handbook of the History of Physics*. Oxford: Oxford University Press, 2013. pp. 109-165.

SMITH, G. “Newton's *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*”. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2008 Edition), ZALTA, E. N. (ed.). Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/win2008/entries/newton-principia/>. Acesso em 08 de junho de 2021.

SWERDLOW, N. M. “Galileo’s Mechanics of natural Motion and Projectiles”. In: BUCHWALD, J. Z.; FOX, R. (ed.). *The Oxford Handbook of the History of Physics*. Oxford: Oxford University Press, 2013. pp. 25-55.

VOELKEL, J. R. *Johannes Kepler and the New Astronomy*. Oxford: Oxford University Press, 1999.

WILSON, C. “Newton and celestial mechanics”. In: ILIFFE, R.; SMITH, G. E. (ed.). *The Cambridge Companion to Newton*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. pp. 261-288.