



PPG-INTEGRIDADE
Programa de Pós-graduação em
Integridade de Materiais da Engenharia

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA – UNB

CAMPUS UNB GAMA: FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS EM ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA

DESENVOLVIMENTO E AVALIAÇÃO COMPARATIVA DE METAMATERIAIS
RESSONANTES MECÂNICOS PARA ISOLAMENTO ACÚSTICO E VIBRATÓRIO

BRUNO GIULIANI GOMES

ORIENTADOR: DR. MARIA ALZIRA DE ARAÚJO NUNES
CO-ORIENTADOR: DR. LEOPOLDO PISANELLI RODRIGUES DE OLIVEIRA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA – UNB
CAMPUS UNB GAMA: FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS EM ENGENHARIA

**DESENVOLVIMENTO E AVALIAÇÃO COMPARATIVA DE METAMATERIAIS
RESSONANTES MECÂNICOS PARA ISOLAMENTO ACÚSTICO E VIBRATÓRIO**

BRUNO GIULIANI GOMES

ORIENTADOR: DR. MARIA ALZIRA DE ARAÚJO NUNES

CO-ORIENTADOR: DR. LEOPOLDO PISANELLI RODRIGUES DE OLIVEIRA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA

PUBLICAÇÃO: 120A/2026

BRASÍLIA/DF, MARÇO DE 2026

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA – UNB
CAMPUS UNB GAMA: FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS EM
ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA
ENGENHARIA

**DESENVOLVIMENTO E AVALIAÇÃO COMPARATIVA DE METAMATERIAIS
RESSONANTES MECÂNICOS PARA ISOLAMENTO ACÚSTICO E VIBRATÓRIO**

BRUNO GIULIANI GOMES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

APROVADA POR:

DR. MARIA ALZIRA DE ARAÚJO NUNES
ORIENTADOR - UNB

DR. LEOPOLDO PISANELLI RODRIGUES DE OLIVEIRA
CO-ORIENTADOR - EESC/USP

DR. ADRIANO TODOROVIC FABRO
EXAMINADOR INTERNO - FT (UNB)

DR. KAYC WAYHS LOPES
EXAMINADOR EXTERNO - EESC/USP

Relatório (ata) de defesa de dissertação assinado eletronicamente pela banca avaliadora, via Sistema Eletrônico de Informações - SEI, documento 13962944, processo 23106.013789/2026-23.

BRASÍLIA/DF, MARÇO DE 2026

FICHA CATALOGRÁFICA

GOMES, BRUNO GIULIANI

Dissertação do Programa de Pós-Graduação em Integridade de Materiais da Engenharia

[Distrito Federal], 2026.

85p., 210 × 297 mm (FCTE/UnB Gama, Mestrado em Integridade de Materiais da Engenharia, 2026).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília.

Faculdade de Ciências e Tecnologias em Engenharia

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1. Metamateriais | 2. Ressonadores Passivos |
| 3. Controle de Vibrações | 4. Placa Plana |
| I. ENC/FT/UnB. | II. Título (série) |

REFERÊNCIA

GOMES, BRUNO GIULIANI (2026). Desenvolvimento e Avaliação Comparativa de Metamateriais Ressonantes Mecânicos para Isolamento Acústico e Vibratório. Dissertação de mestrado em Integridade de Materiais da Engenharia, Publicação 120A/2026, Programa de Pós-Graduação, Faculdade de Ciências e Tecnologias em Engenharia, Universidade de Brasília, Gama, DF, 85p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Bruno Giuliani Gomes

TÍTULO: Desenvolvimento e Avaliação Comparativa de Metamateriais Ressonantes Mecânicos para Isolamento Acústico e Vibratório

GRAU: Mestre

ANO: 2026

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

bruno.giuliani@unb.br

Gama, DF – Brasil

“Uma vez me disseram que, essencialmente, uma coisa que você ganha por sorte é diferente de uma coisa que você ganha por reconhecimento. Nunca se esqueça disso...”

Kōhei Horikoshi, *My Hero Academia* (All Might, anime, ep. 3)

*Com amor, aos meus pais, ao meu irmãozinho e, principalmente, à mulher da minha vida,
que esteve ao meu lado em cada etapa e me deu força para seguir até o fim.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço, inicialmente, à minha família: aos meus pais, Gibson e Vanessa, que sempre prestaram apoio incondicional aos meus estudos; e ao meu irmão, Miguel, que trouxe boas risadas nos momentos de maior estresse. Agradeço, de modo especial, à minha noiva, Denize, que esteve ao meu lado durante todas as etapas de elaboração deste trabalho e foi um pilar fundamental para que eu conseguisse chegar até aqui.

Agradeço também à minha orientadora, Profa. Dra. Maria Alzira, pelo apoio constante e pela confiança ao longo de todo o desenvolvimento deste trabalho. Mesmo à distância, sua orientação foi decisiva, tanto no acompanhamento do processo experimental quanto na revisão cuidadosa dos resultados, das discussões e do texto como um todo.

Por fim, agradeço ao Prof. Dr. Leopoldo Pisanelli por ter aceitado, de bom grado, o papel de coorientador, por ter participado ativamente no processo de pesquisa e por disponibilizar o aparato e acessos necessários ao Laboratório de Dinâmica da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC/USP), fundamentais para a execução dos procedimentos e ensaios aqui apresentados.

Agradeço, ainda, à Universidade de Brasília (UnB) e à Universidade de São Paulo (USP) pela disponibilização da infraestrutura, dos recursos laboratoriais e do suporte institucional que viabilizaram a realização deste trabalho ao longo de suas diferentes etapas. Agradeço também à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão do financiamento, fundamental para o desenvolvimento desta pesquisa.

RESUMO

O controle de ruídos e vibrações de baixa frequência tem sido tema recorrente em pesquisas nos últimos anos. Uma das abordagens para atenuação de respostas dinâmicas indesejadas que está em evidência são os metamateriais, que surgem como solução para a criação de faixas de atenuação (*bandgaps*), atuando na redução e no controle de problemas relacionados ao comportamento dinâmico em diversas aplicações. Entre algumas das abordagens de metamateriais estão os ressonadores passivos, os modelos ativos e os semi-ativos.

Neste trabalho, o objetivo principal é desenvolver ressonadores estritamente passivos que possam ser utilizados como referência para, no futuro, desenvolver e comparar resultados com modelos mais complexos que se utilizem de estratégias como otimizações topológicas e efeitos ativos para gerar ganhos de desempenho. Nesse sentido, foram desenvolvidos, com auxílio de ferramentas de modelagem numérica via Método dos Elementos Finitos, três protótipos de metamateriais ressonantes a serem comparados, a fim de explorar conceitos diferentes de construção: o primeiro, um ressonador simples como um sistema massa-mola; o segundo, um modelo com mais de um grau de liberdade capaz de atuar simultaneamente em bandas distintas de frequência; e o terceiro, uma montagem de conjunto, para avaliar o efeito de acoplar ressonadores diferentes a uma mesma base. As peças foram produzidas por impressão 3D e posteriormente submetidas a ensaios modais individuais e a um ensaio aplicado em uma placa plana embutida em um *mock-up* veicular, para avaliar seu desempenho em modificar a resposta dinâmica do sistema vibro-acústico. Além disso, os resultados foram confrontados com o desempenho de uma solução semi-ativa presente na literatura.

Os resultados indicam que os modelos desenvolvidos apresentam elevada capacidade de atenuação e controle em frequências pontuais. Em particular, na frequência-alvo de aproximadamente 140 Hz, para a qual os ressonadores foram dimensionados, os modelos alcançaram atenuações da ordem de até 22 dB no espectro de potência dentro da banda de interesse, evidenciando a efetividade e consistência das soluções propostas para controle em frequência específica. Quanto ao comportamento em banda mais ampla, observou-se que o terceiro modelo também apresentou desempenho promissor em atenuação em banda. Considerando a atenuação em banda larga (avaliada pela redução da PSD da placa como um todo), o Modelo 1 gerou redução de aproximadamente 1 dB, o modelo de 2 GDL gerou cerca de 3 dB, e o Modelo 3 chegou próximo a 11 dB, indicando que as diferenças mais expressivas entre as topologias se manifestam principalmente no efeito global em banda. Além disso, o sistema foi avaliado do ponto de vista de controle acústico: apresentou potencial limitado para reduzir a transmissão acústica através da estrutura e indícios de capacidade de redução da resposta acústica gerada por excitações mecânicas em frequências específicas.

Palavras-chave: Metamateriais, Ressonadores passivos, Placa plana, Ensaio modal, Controle de vibrações.

ABSTRACT

Low-frequency noise and vibration control has been a recurring topic in research in recent years. One approach that has gained prominence for attenuating unwanted dynamic responses is the use of metamaterials, which have emerged as a solution for creating attenuation bands (bandgaps), enabling the reduction and control of dynamic-behavior-related problems in a wide range of applications. Among metamaterial approaches, passive resonators, active models, and semi-active models can be highlighted.

In this work, the main objective is to develop strictly passive resonators that can serve as a reference for, in the future, developing and comparing results with more complex models that employ strategies such as topology optimization and active effects to achieve performance gains. In this context, three resonant metamaterial prototypes were developed—supported by numerical modeling tools based on the Finite Element Method—to be compared in order to explore different construction concepts: (i) a simple resonator modeled as a mass–spring system; (ii) a multi-degree-of-freedom model capable of acting simultaneously over distinct frequency bands; and (iii) an assembly concept designed to assess the effect of coupling different resonators to a common base. The parts were manufactured via 3D printing and subsequently subjected to individual modal tests and to an applied test on a flat plate embedded in a vehicular mock-up, aiming to evaluate their capability to modify the dynamic response of the vibroacoustic system. In addition, the results were benchmarked against the performance of a semi-active solution reported in the literature.

The results indicate that the developed models exhibit a high capability for attenuation and control at discrete, targeted frequencies. In particular, at the target frequency of approximately 140 Hz, for which the resonators were designed, the models achieved attenuation levels of up to about 22 dB in the power spectrum within the band of interest, evidencing the effectiveness and consistency of the proposed solutions for narrowband control. Regarding broadband behavior, the third model also showed promising performance in band attenuation. Considering the broadband attenuation (assessed through the reduction of the plate’s overall PSD), Model 1 yielded a reduction of approximately 1 dB, the 2-DOF model achieved about 3 dB, and Model 3 reached nearly 11 dB, indicating that the most pronounced differences among the topologies are primarily manifested in the global broadband response. In addition, the system was evaluated from an acoustic-control standpoint: showing limited potential to reduce sound transmission through the structure, but it provided evidence of capability to reduce the acoustic response generated by mechanical excitations at specific frequencies.

Keywords: Metamaterials, Passive resonators, Flat plate, Modal testing, Vibration control.

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Contextualização	1
1.2	Motivação	2
1.3	Objetivos	3
1.3.1	Objetivos Gerais	3
1.3.2	Objetivos Específicos	4
1.4	Estrutura do Texto	4
2	Fundamentação Teórica	6
2.0.1	Ressonadores passivos	7
2.0.2	Ressonadores semi-ativos	8
2.1	Sistema Massa-Mola amortecido	9
2.1.1	Sistemas de múltiplos graus de liberdade	11
2.1.2	Absorvedores de vibração	12
2.2	Análise Modal via Método dos Elementos Finitos (MEF)	14
2.3	Transformada de Fourier e Função de Resposta em Frequência (FRF)	16
2.4	Densidade Espectral de Potência (PSD)	18
2.5	Sinal <i>Chirp</i>	19
2.6	Filtros de Banda (oitava e 1/3 de oitava)	20
3	Metodologia	22
3.1	Modelagem Numérica	23
3.1.1	Modelo 1	24
3.1.2	Modelo 2	25
3.1.3	Modelo 3	26
3.1.4	Condições de Simulação	27

3.2	Prototipagem e Ensaios Individuais	27
3.2.1	Manufatura dos Ressonadores	32
3.3	Ensaios Finais - Câmara Acústica	32
3.4	Comparação com Modelo Semi-ativo	38
4	Resultados e Discussões	39
4.1	Modelagem Numérica	39
4.1.1	Ressonador 1GDL	40
4.1.2	Ressonador 2GDL	40
4.1.3	Ressonador 3GDL	41
4.1.4	Resultados Numéricos Compilados	42
4.2	Ensaios Experimentais Individuais	43
4.2.1	Ressonador 1 GDL	43
4.2.2	Ressonador 2 GDL	45
4.2.3	Ressonador 3 GDL	47
4.2.4	Modelo Numérico Ensaio 3GDL	49
4.3	Ensaios Experimentais Comparativos	51
4.3.1	Resposta Vibratória	51
4.4	Resposta Acústica	59
4.5	Comparação com Modelo Semi-ativo	61
5	Conclusão	63
5.1	Trabalhos Futuros	63
	Lista de Referências	64
	Apêndice A	69
	Apêndice B	71
B.1	Ressonador 1GDL	71
B.2	Ressonador 2GDL	72
B.3	Ressonador 3GDL	73
	Apêndice C	75

C.1 Funções de Resposta em Frequência (FRF)	75
---	----

LISTA DE TABELAS

2.1	Frequências centrais calculadas para bandas de oitava e 1/3 de oitava, conforme a NBR IEC 61260-1.	21
3.1	Propriedades das Malhas	27
3.2	Lista de Equipamentos do Ensaio Individual	28
3.3	Configuração da Placa de Aquisição [Individual]	30
3.4	Configurações do Software de Ensaio (Test Lab) - Individual	31
3.5	Componentes do Ensaio Comparativo	34
3.6	Parâmetros da Câmara Acústica	34
3.7	Configurações do Software de Ensaio (Test Lab) - Comparativo	37
3.8	Configuração da Placa de Aquisição [Comparativo]	37
4.1	Propriedades finais obtidas para ABS	39
4.2	Frequências Modais Obtidas	43
4.3	Resultados Compilados R1GDL	44
4.4	Resultados Compilados R2GDL	46
4.5	Resultados Compilados R3GDL	48
4.6	Modelo 3GDL – resultados compilados (frequências em Hz).	50
4.7	Tabela Resumo das Frequências Modais	58

LISTA DE FIGURAS

1.1	Objetivos de Desenvolvimento Sustentável relacionados ao contexto de controle vibroacústico. Fonte: [14]	2
2.1	Câmara Acústica. Fonte: Cedido pela USP (Adaptado)	9
2.2	Diagrama Massa-Mola amortecido. Fonte: [33]	10
2.3	Diagrama Absorvedor de Vibração.	12
2.4	Resposta do sistema com absorvedor	14
2.5	Geometria do Elemento Solid 187 Fonte: [4]	16
2.6	Exemplo de sinal <i>chirp</i>	20
3.1	Diagrama de Etapas do Trabalho	22
3.2	Potência sonora irradiada da antepara em dB (Ref. $\Pi_{ref} = 10^{-12}$ W) Fonte: [35] (Adaptado)	23
3.3	Análise de Convergência da Malha	24
3.4	Malha Ressonador 1GDL	25
3.5	Malha Ressonador 2GDL	26
3.6	Malha Ressonador 3GDL	26
3.7	Diagrama da Montagem - Ensaio Experimental	28
3.8	Imagens dos Equipamentos do Ensaio Individual	29
3.9	Montagem do Ensaio Individual	30
3.10	Detalhes da Montagem dos Ressonadores	31
3.11	Impressora 3D - Creality K1	32
3.12	Modelos Impressos	32
3.13	Diagrama da Montagem - Ensaio Completo	33
3.14	Componentes externos do ensaio comparativo	35
3.15	Imagens dos Equipamentos do Ensaio Individual Fonte: Cedido pela USP	35
3.16	Montagens do Ensaio final	36

3.17 Nomenclatura dos pontos de ensaio na placa	36
4.1 Modo Principal do Ressonador 1GDL [Modo 1]	40
4.2 1° Modo Principal do Ressonador 2GDL [Modo 3]	40
4.3 2° Modo Principal do Ressonador 2GDL [Modo 4]	41
4.4 Modos secundários ressonador 2GDL	41
4.5 1° Modo Principal do Ressonador 3GDL [Modo 4]	42
4.6 2° Modo Principal do Ressonador 3GDL [Modo 5]	42
4.7 3° Modo Principal do Ressonador 3GDL [Modo 6]	42
4.8 FRF Experimental Ressonadores 1GDL [m1] (dB Ref. 1 (m/s)/N)	44
4.9 FRF Experimental Ressonadores 2GDL [m1] (dB Ref. 1 (m/s)/N)	45
4.10 FRF Experimental Ressonadores 2GDL [m2] (dB Ref. 1 (m/s)/N)	46
4.11 FRF Experimental Ressonadores 3GDL [m1] (dB Ref. 1 (m/s)/N)	47
4.12 FRF Experimental Ressonadores 3GDL [m2] (dB Ref. 1 (m/s)/N)	48
4.13 FRF Experimental Ressonadores 3GDL [m3] (dB Ref. 1 (m/s)/N)	48
4.14 Malha para avaliação do ensaio de 3GDL.	49
4.15 Condições de contato consideradas no modelo.	49
4.16 Modo Estrutural 5 do conjunto com viga.	50
4.17 Modo Estrutural 6 do conjunto com viga.	51
4.18 FRF Ponto 33 (dB Ref. 1 (m/s)/N)	52
4.19 FRF Ponto 33 [Ressonâncias] (dB Ref. 1 (m/s)/N)	53
4.20 FRF Ponto 33 [Zona de Atenuação] (dB Ref. 1 (m/s)/N)	54
4.21 FRF Ponto 44 [Resposta 2GDL] (dB Ref. 1 (m/s)/N)	54
4.22 FRF Ponto 42 [Resposta 2GDL e 3GDL] (dB Ref. 1 (m/s)/N)	55
4.23 PSD normalizada no ponto P33 (dB ref. 1 (m ² /s ²)/Hz).	56
4.24 PSD Acumulada Normalizada (dB Ref. 1 (m ² /s ²))	57
4.25 Modos de Vibração (Placa+Massa).	58
4.26 Resposta Acústica (Microfone Motorista) (dB Ref. 1 Pa/m ³)	60
4.27 Resposta Acústica (Microfone Frontal) (dB Ref. 1 Pa/m ³)	60
4.28 Resposta Acústica à Excitação Mecânica (Microfone Frontal) (dB Ref. 1 Pa/N)	61
4.29 FRF Comparativa Normalizada (dB Ref. 1 (m/s)/N)	62

A.1	Ressonador 1GDL (CAD)	69
A.2	Ressonador 2GDL (CAD)	70
A.3	Ressonador 3GDL (CAD)	70
B.1	Ressonador 1GDL - [Modo 2]	71
B.2	Ressonador 1GDL - [Modo 3]	71
B.3	Ressonador 2GDL - [Modo 1]	72
B.4	Ressonador 2GDL - [Modo 2]	72
B.5	Ressonador 2GDL - [Modo 5]	72
B.6	Ressonador 2GDL - [Modo 6]	73
B.7	Ressonador 3GDL - [Modo 1]	73
B.8	Ressonador 3GDL - [Modo 2]	73
B.9	Ressonador 3GDL - [Modo 3]	74
B.10	Ressonador 3GDL - [Modo 7]	74
C.1	FRF Ponto (1,1)	75
C.2	FRF Ponto (1,2)	75
C.3	FRF Ponto (1,3)	76
C.4	FRF Ponto (1,4)	76
C.5	FRF Ponto (1,5)	76
C.6	FRF Ponto (2,1)	77
C.7	FRF Ponto (2,2)	77
C.8	FRF Ponto (2,3)	77
C.9	FRF Ponto (2,4)	78
C.10	FRF Ponto (2,5)	78
C.11	FRF Ponto (3,1)	78
C.12	FRF Ponto (3,2)	79
C.13	FRF Ponto (3,3)	79
C.14	FRF Ponto (3,4)	79
C.15	FRF Ponto (3,5)	80
C.16	FRF Ponto (4,1)	80
C.17	FRF Ponto (4,2)	80
C.18	FRF Ponto (4,3)	81

C.19 FRF Ponto (4,4)	81
C.20 FRF Ponto (4,5)	81
C.21 FRF Ponto (5,1)	82
C.22 FRF Ponto (5,2)	82
C.23 FRF Ponto (5,3)	82
C.24 FRF Ponto (5,4)	83
C.25 FRF Ponto (5,5)	83
C.26 FRF Ponto (6,1)	83
C.27 FRF Ponto (6,2)	84
C.28 FRF Ponto (6,3)	84
C.29 FRF Ponto (6,4)	84
C.30 FRF Ponto (6,5)	85

LISTA DE NOMENCLATURAS E ABREVIações

SIGLAS

- ABS** *Acrylonitrile Butadiene Styrene* (termoplástico usado em impressão 3D)
- ANSI** *American National Standards Institute*
- ANSYS** Software de simulação/CAE (método dos elementos finitos, entre outros)
- BNC** *Bayonet Neill–Concelman* (tipo de conector coaxial)
- CAD** *Computer-Aided Design*
- CAM** *Computer-Aided Manufacturing*
- DFT** *Discrete Fourier Transform* (Transformada Discreta de Fourier)
- FFT** *Fast Fourier Transform* (algoritmo para cálculo eficiente da DFT)
- FRF** *Frequency Response Function* (Função Resposta em Frequência)
- GDL** Grau(s) de liberdade
- ICP** *Integrated Circuit Piezoelectric* (padrão de condicionamento para sensores piezoelétricos)
- IEC** *International Electrotechnical Commission*
- LMS** (*Siemens*) *LMS* (plataforma/família de ferramentas de teste e análise)
- LTI** *Linear Time-Invariant* (Sistema Linear Invariante no Tempo)
- MDOF** *Multi Degree(s) of Freedom* (Sistema com múltiplos GDL)
- MEF** Método dos Elementos Finitos
- MR-F** *Mid-Range Fiber Head*
- NBR** Norma Brasileira (ABNT)
- NVH** *Noise, Vibration and Harshness*
- ODS** *Objetivos de Desenvolvimento Sustentável*
- ONU** Organização das Nações Unidas
- PSD** *Power Spectral Density* (Densidade Espectral de Potência)
- SDOF** *Single Degree(s) of Freedom* (Sistema com 1 GDL)
- SNR** *Signal-to-Noise Ratio* (Relação sinal-ruído)
- SOLID187** Tipo de elemento finito 3D de alta ordem no ANSYS
- USP** Universidade de São Paulo

SÍMBOLOS LATINOS

A Amplitude (em expressões no domínio da frequência)

b Denominador do designador da Largura de Banda

C Matriz de amortecimento

c Coeficiente de amortecimento (caso 1GDL)

E Módulo de elasticidade

$F(t)$ Força externa no tempo

f_0 Frequência central (em definições por banda)

f_1 Frequência superior de banda

f_m Frequência de maior amplitude (pico)

f_r Frequência de ressonância

$G_{xx}(\omega)$ Autoespectro (densidade espectral de potência) do sinal x

$G_{yy}(\omega)$ Autoespectro (densidade espectral de potência) do sinal y

$G_{xy}(\omega)$ Espectro cruzado entre x (entrada) e y (saída)

$G_{yx}(\omega)$ Espectro cruzado entre y (saída) e x (entrada)

$H(\omega)$ Função de transferência (razão entre espectros de saída/entrada)

$H_1(\omega)$ Estimador H_1 da FRF (baseado em G_{yx}/G_{xx})

$H_2(\omega)$ Estimador H_2 da FRF (baseado em G_{yy}/G_{xy})

I Momento de inércia de área (seção)

j Unidade imaginária

k Rigidez (constante elástica)

\tilde{k} Taxa de Variação de Frequência

K Matriz de rigidez

l Comprimento (ex.: comprimento do elemento/viga)

m Massa

M Matriz de massa

$S_x(\omega)$ Densidade espectral de potência do sinal $x(t)$

$S_y(\omega)$ Densidade espectral de potência do sinal $y(t)$

t Tempo

T Período (ex.: janela de observação/integração)

x Posição de Banda

$x(t)$ Sinal no tempo

$X(\omega)$ Espectro de Frequência de $x(t)$

$y(t)$ Sinal no tempo (geralmente saída)

$Y(\omega)$ Espectro de $y(t)$

SÍMBOLOS GREGOS

β Razão de Frequências (Fator adimensional)

μ Razão de Massas (parâmetro adimensional)

ω Frequência angular (rad/s)

ω_a Frequência angular associada a anti-ressonância

ω_p Frequência angular associada a ressonância (pico)

π Constante matemática pi

Π_{ref} Grandeza de referência

UNIDADES E GRANDEZAS RECORRENTES

dB Decibel

g Aceleração da gravidade

Hz Hertz

kg Quilograma

m Metro

N Newton

Pa Pascal

V Volt

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A área da engenharia e ciência que remete aos estudos de análise e controle de ruídos, vibrações e asperezas é popularmente referida por NVH (*Noise, Vibration and Harshness*). Em uma visão geral, o termo *Noise* se refere a ruídos sonoros audíveis, *Vibration* está relacionado a oscilações mecânicas sofridas por estruturas e *Harshness* às percepções incômodas advindas de ruídos e vibrações [30].

Fisicamente, não há diferença entre som e ruído. O som é uma percepção sensorial humana que une complexos padrões de ondas sonoras em informações conhecidas, como música, palavras e ruído. Nesse contexto, ruído é um padrão de som indesejado gerado por alguma fonte de excitação acústica [8]. Compreender essa distinção perceptual é essencial, pois ela fundamenta grande parte das estratégias de controle acústico empregadas em engenharia.

Os problemas relacionados às vibrações mecânicas aparecem em várias áreas de engenharia, com foco importante na indústria automotiva e aeroespacial. Em sistemas de tubos e dutos, pulsações de pressão podem ser responsáveis por danos a equipamentos e níveis excessivos de ruído, evidenciando como fenômenos acústicos e vibratórios frequentemente se manifestam de forma acoplada [25].

Em estruturas uniformes como vigas, a propagação de ondas pode se estender por centenas de metros, causando consequências indesejáveis até mesmo longe da fonte original de excitação. Esses efeitos são vistos em áreas como construção civil, transporte ferroviário, indústria aeronáutica e diversos outros sistemas mecânicos [42]. Esses exemplos reforçam que a mitigação de ruído e vibração é um desafio transversal a múltiplos setores.

Os problemas de NVH, principalmente o ruído, não se limitam apenas a afetar estruturas “inanimadas” como pontes e aeronaves, mas também são responsáveis por uma ampla gama de problemas leves e graves de saúde. Além dos efeitos no sistema auditivo (perda de audição), níveis altos de ruídos já podem ser relacionados a dificuldades de aprendizado, problemas cardiovasculares e distúrbios de sono. Esses fenômenos se agravam principalmente nos grandes centros urbanos e em zonas industriais [17, 8]. Assim, controlar vibrações e ruídos não é apenas uma questão de desempenho estrutural, mas também de saúde pública.

Nesse contexto mais amplo, a Organização das Nações Unidas (ONU) vem promovendo os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS), que incluem diretrizes associadas ao

bem-estar, à saúde e à melhoria das condições de vida nas cidades. Em particular, os ODS (Figura 1.1) 3 (Saúde e Bem-Estar), 9 (Indústria, Inovação e Infraestrutura) e 11 (Cidades e Comunidades Sustentáveis) relacionam-se diretamente ao estudo e à mitigação de ruído e vibração [14]. Nessa perspectiva, o desenvolvimento de metamateriais e de estratégias de controle vibroacústico contribui para reduzir a exposição a níveis potencialmente nocivos de ruído e vibração (ODS 3), fomentar soluções tecnológicas inovadoras com potencial de aplicação em produtos e infraestruturas (ODS 9) e melhorar o conforto acústico e a qualidade ambiental em edificações e no espaço urbano (ODS 11).



Figura 1.1. Objetivos de Desenvolvimento Sustentável relacionados ao contexto de controle vibroacústico. Fonte: [14]

Para controlar e mitigar os efeitos citados acima, várias áreas de pesquisa e regulatórias vêm se desenvolvendo nos últimos anos. Entre essas tecnologias emergentes, destacam-se os metamateriais, que oferecem novas possibilidades de manipulação de ondas sonoras e vibratórias, permitindo soluções mais eficientes e adaptáveis a diferentes aplicações. Entre as diversas abordagens existentes, este trabalho foca nos metamateriais ressonantes, destrinchados em detalhes ao longo das seções iniciais do capítulo 2.

No contexto de metamateriais ressonantes, este trabalho enquadra-se no estudo do controle vibroacústico por meio de ressonadores estritamente passivos. O objeto de estudo é um sistema experimental composto por uma placa plana acoplada a uma câmara acústica, no qual se investigam os efeitos da inclusão dos ressonadores sobre as grandezas de interesse: resposta vibratória (via Funções de Resposta em Frequência - FRFs), conteúdo espectral (via Densidades Espectrais de Potência - PSDs) e resposta acústica do conjunto, incluindo a transmissão/atenuação sonora ao longo do espectro de frequências. Por fim, o desempenho em banda larga dos modelos passivos é comparado ao de um ressonador inteligente (semi-ativo) proposto em [35], adotado como referência, visando discutir ganhos, limitações e diferenças de comportamento entre as abordagens.

1.2 MOTIVAÇÃO

Entre os trabalhos que vêm sendo desenvolvidos no estudo de metamateriais aplicados ao controle vibroacústico, podem ser ressaltados os artigos [11] e [38], que tratam sobre o uso de metamateriais na forma de ressonadores de membrana decorada (DMRs), com o objetivo de melhorar o isolamento sonoro de painéis homogêneos em baixas frequências, e sobre o uso de ressonadores não lineares para aprimorar o desempenho de controle de vibração em

estruturas de metamateriais, respectivamente.

O trabalho [35] trata sobre o desenvolvimento de um metamaterial inteligente para aplicações vibroacústicas, utilizando ressonadores semi-ativos (Seção 2.0.2) com capacidade de auto-regulação para a redução da resposta acústica e vibratória de placa plana em um simulacro veicular.

Seguindo essas linhas de pesquisa, e considerando que a literatura ainda carece da disponibilização de dados experimentais e numéricos de ressonadores simples que sirvam de *benchmark* para o desenvolvimento de soluções mais complexas, este trabalho, visa desenvolver e testar ressonadores estritamente passivos (Seção 2.0.1) e comparar a FRF da resposta dinâmica, a um modelo de ressonador semi-ativos já desenvolvido.

A expectativa é que esses dados forneçam referências sólidas para pesquisas futuras, contribuindo para avaliações mais rápidas e fundamentadas de novos modelos.

Mesmo sendo esperado que um sistema mais complexo (semi-ativo) apresente desempenho superior, ainda é importante avaliar métodos mais simples, já que, em aplicações industriais, estes podem envolver custos menores e atender adequadamente a requisitos de projeto. Assim, compreender seus limites e capacidades é essencial para orientar decisões práticas e justificar o desenvolvimento de soluções mais sofisticadas.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivos Gerais

Avaliar, por meio de projeto numérico e ensaios experimentais, o desempenho de ressonadores mecânicos estritamente passivos, do tipo metamaterial localmente ressonante, aplicados ao controle vibroacústico de uma placa plana acoplada a uma câmara acústica. O desempenho é quantificado por métricas baseadas na FRF e na PSD da resposta vibratória da placa, bem como na pressão sonora medida no interior da câmara, permitindo analisar efeitos em banda estreita (em torno das ressonâncias) e em banda larga (ao longo do espectro analisado). A resposta acústica interna é empregada tanto para avaliar a redução do ruído associado à excitação mecânica da placa quanto para discutir indícios de alterações na transmissibilidade sonora, a partir de variações do campo acústico na câmara. Por fim, as FRFs obtidas são comparadas com as respostas equivalentes de um ressonador semi-ativo de referência.

Neste trabalho, o termo “controle vibroacústico” é empregado no sentido operacional de reduzir a resposta do sistema nas faixas de frequência de interesse, o que é quantificado principalmente pela atenuação de picos/níveis nas FRFs e PSDs da resposta vibratória da placa e pelas variações da pressão sonora medida no interior da câmara. Já “transmissibilidade sonora” refere-se à relação entre grandezas acústicas em lados opostos da placa; como o arranjo experimental monitora o campo acústico apenas no interior da câmara, eventuais alterações de transmissibilidade são discutidas de forma indireta a partir das variações dessa

resposta interna, interpretadas como indícios de mudanças na reflexão/impedância acústica do sistema.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Estabelecer um conjunto de geometrias de ressonadores estritamente passivos como *benchmark* para estudos futuros do laboratório, reunindo a documentação de parâmetros geométricos e condições de aplicação, além da caracterização experimental do desempenho vibroacústico na montagem.
- Avaliar a repetibilidade da manufatura por impressão 3D dos ressonadores, quantificando a variabilidade nos parâmetros de massa e frequências naturais entre amostras de um mesmo modelo e avaliando possíveis impactos dessa variabilidade nas métricas vibroacústicas adotadas no trabalho, verificando se o processo de impressão mantém coerência suficiente para uso experimental reproduzível.
- Quantificar, por meio de ensaios experimentais, a influência de diferentes geometrias de ressonadores estritamente passivos (projetados com apoio de modelagem numérica via método dos elementos finitos – Ansys) no desempenho vibroacústico do sistema, utilizando como métricas a variação dos níveis/picos na FRF e na PSD da resposta vibratória da placa, bem como a resposta acústica medida pela pressão sonora captada pelos microfones internos da câmara acústica, tanto em banda estreita (em torno das ressonâncias alvo) quanto em banda larga (ao longo do espectro analisado).
- Comparar as FRFs obtidas para os modelos estritamente passivos com as respostas equivalentes do ressonador semi-ativo de referência, discutindo diferenças de desempenho e comportamento ao longo do espectro de frequências analisado.

1.4 ESTRUTURA DO TEXTO

Esta dissertação está dividida da seguinte forma:

- **Capítulo 1:** Introdução
Nesta parte é apresentada uma breve contextualização dos problemas de NVH e das motivações e objetivos por trás do trabalho.
- **Capítulo 2:** Fundamentação Teórica
Apresenta uma revisão bibliográfica de trabalhos sobre metamateriais acústicos sendo desenvolvidos nos últimos anos, bem como os conceitos teóricos necessários para compreensão do desenvolvimento e resultados.
- **Capítulo 3:** Metodologia
Detalha os métodos utilizados para a obtenção dos resultados desejados.

- **Capítulo 4:** Resultados e Discussões

Esse capítulo compila os resultados obtidos com os experimentos e as considerações do autor sobre os mesmos.

- **Capítulo 5:** Conclusão

Por fim, as conclusões que podem ser obtidas a partir dos resultados estão apresentadas aqui, bem como diretrizes de trabalhos futuros que possam dar prosseguimento aos estudos.

- **Apêndices e Anexos:**

Contém algumas informações adicionais e complementares às apresentadas ao longo dos capítulos de desenvolvimento.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os metamateriais constituem uma classe relativamente recente de materiais artificiais, projetados para apresentar propriedades físicas específicas não encontradas em substâncias naturais [27]. As primeiras concepções sobre metamateriais foram abordadas pelo físico russo Veselago (1968), ao introduzir aplicações no campo da eletrodinâmica [44].

Esse princípio abriu caminho para várias pesquisas subsequentes. Estudos exploraram aplicações de camuflagem eletromagnética (*cloaking*) em micro-ondas [40], o controle de campos magnéticos em diferentes frequências [40], e até mesmo a implementação de técnicas de *cloaking* em comprimentos de onda visíveis [15]. Essas pesquisas evidenciam o potencial dos metamateriais em áreas como óptica, telecomunicações, e, mais recentemente, em acústica, para manipulação e controle de ondas sonoras.

No espectro dos problemas de NVH, para atenuar respostas dinâmicas com o objetivo de manipular e/ou dissipar a energia de ondas em um meio, busca-se reduzir a resposta em um determinado intervalo de frequências de interesse (chamado banda). Essa região de atenuação é denominada *bandgap*, representando uma faixa de frequências na qual a propagação da onda é significativamente reduzida ou mesmo impedida [47].

Existem dois mecanismos principais responsáveis pela formação de *bandgaps*: o espalhamento de Bragg e os efeitos de antirressonância. O primeiro decorre da interferência entre ondas transmitidas e refletidas em interfaces periódicas, sendo geralmente associado a faixas de alta frequência [47].

Os efeitos de antirressonância, por sua vez, produzem picos de forte atenuação na estrutura de bandas e são mais comumente explorados em aplicações de baixa frequência. Um método amplamente empregado para alcançar esse efeito é a introdução de ressonâncias locais, geralmente obtidas por meio de ressonadores/absorvedores (detalhados na Seção 2.1.2), que podem assumir diferentes configurações [47].

O trabalho pioneiro de Liu [28] foi um dos responsáveis por introduzir aplicações acústicas de metamateriais com ressonâncias locais capazes de gerar *bandgaps* em baixas frequências. A partir desse ponto, os cientistas passaram a explorar novas configurações estruturais e funcionais desses materiais. As primeiras evidências experimentais demonstraram que tais estruturas possuem propriedades acústicas notáveis, como alta absorção sonora e significativa atenuação da transmissão de ondas em faixas específicas de frequência [22].

O avanço do campo foi impulsionado pela proposta de Ahmadi et al. [2], que apresentou um material compósito com três fases da matéria. Esse marco ampliou a compreensão do

papel dos diferentes constituintes nas células unitárias, motivando estudos sistemáticos sobre a influência da geometria, periodicidade e propriedades intrínsecas dos componentes [22]. Desde então, a literatura tem destacado a flexibilidade no design dos metamateriais acústicos e elastodinâmicos, possibilitando a criação de estruturas artificiais capazes de manipular ondas mecânicas e sonoras de formas antes inatingíveis por materiais convencionais.

Entre as investigações realizadas, destacam-se configurações envolvendo materiais macios [45], arranjos de cilindros ou esferas [36] estruturas anelares [21], vigas ou placas com massas suspensas [46]. Essas geometrias ilustram a diversidade de mecanismos empregados para alcançar respostas acústicas singulares, tais como a criação de *bandgaps* de ressonância local, guiamento de ondas e absorção seletiva de energia vibratória.

Para fins desse trabalho, o foco de pesquisa está nos modelos de controle de vibração que trabalham a partir dos efeitos de ressonâncias locais. Para fins de organização, os metamateriais que atuam nesse aspecto estão separados em dois grupos: passivos e semi-ativos. As seções 2.0.1 e 2.0.2 exploram um pouco os detalhes e abordagens por trás de cada conceito.

2.0.1 Ressonadores passivos

Metamateriais passivos são estruturas cujas propriedades efetivas — como rigidez, densidade, elasticidade e amortecimento — são determinadas exclusivamente pela geometria e pelos materiais constituintes, permanecendo invariáveis após a fabricação e dependendo apenas de mecanismos intrínsecos, como ressonâncias locais ou periodicidades estruturais, para controlar a propagação de ondas [12].

Mecanismos passivos mais complexos lidam com as propriedades de periodicidade, onde elementos unitários são acoplados repetidamente para atingir amplas regiões atenuadas. Visando a obtenção de ganhos mais consideráveis no desempenho dos modelos passivos, têm crescido nos últimos anos as pesquisas sobre modelos de ressonadores com comportamento não-linear [38].

Alguns exemplos de trabalhos que tratam da geração de *bandgaps* com modelos não lineares, podem ser encontrados em [39],[19] e [48]. As pesquisas recentes têm indicado que sistemas de modelos não lineares têm capacidade de gerar alterações nas frequências próprias de ressonância e manter maiores regiões de atenuação, quando comparados aos modelos lineares [38].

A introdução de não linearidades nos ressonadores (por exemplo, rigidez amolecedora/endurecedora ou ressonâncias internas) torna a resposta fortemente dependente do nível de excitação, fazendo com que os *bandgaps* possam deslocar-se e variar em largura conforme a amplitude [18]. Essa dependência com a amplitude impõe restrições operacionais importantes, pois o desempenho se torna sensível às condições de excitação, exigindo avaliações numéricas complexas e cuidados na interpretação das soluções e instabilidades [18].

Apesar do progressivo avanço no desenvolvimento de ressonadores não lineares, dadas as suas limitações, trabalhos recentes como o [32], seguem propondo técnicas de projeto e

otimização topológica para tornar os projetos de ressonadores lineares ainda mais eficientes em termos de alargamento das bandas de rejeição (*stopbands*), aqui entendidas como as faixas de atenuação observadas em estruturas finitas, tipicamente identificadas na resposta em frequência. Assim, considerando as restrições operacionais associadas à não linearidade e o objetivo de estabelecer um referencial comparativo (*benchmark*), este estudo concentra-se em topologias passivas lineares.

2.0.2 Ressonadores semi-ativos

Também chamados de metamateriais inteligentes, os ressonadores semi-ativos incorporam elementos funcionais, como transdutores piezoelétricos e circuitos elétricos associados, permitindo a reconfiguração em operação de parâmetros de impedância e/ou ressonância [12]. Dessa forma, tipicamente com baixo consumo de potência e sem atuação mecânica direta, torna-se possível ajustar dinamicamente propriedades efetivas e, conseqüentemente, realizar controle adaptativo da propagação de ondas, superando limitações estruturais inerentes aos metamateriais passivos [12].

Uma das maneiras de introduzir adaptabilidade em metas-estruturas consiste no acoplamento eletromecânico de pastilhas piezoelétricas a circuitos *shunt*. Nesse arranjo, a estrutura mecânica transfere energia para o domínio elétrico via acoplamento piezoelétrico, e a impedância conectada aos eletrodos passa a atuar como um “ressonador” sintonizável que altera a resposta dinâmica efetiva do sistema [41]. Em particular, quando a frequência de excitação coincide com a frequência de ressonância do circuito, intensifica-se a transferência de energia do domínio mecânico para o elétrico, permitindo atenuação seletiva ao redor de uma frequência-alvo [37].

Em metamateriais periódicos, arranjos com pastilhas piezoelétricas conectadas a circuitos *shunt* também podem gerar *stopbands* associadas a ressonâncias internas, com possibilidade de deslocamento da banda ao variar a impedância do circuito, sem necessidade de modificação estrutural na estrutura hospedeira [13].

Um avanço recente particularmente relevante para aplicações de NVH apresentado por Rodrigues et al. [35], é o desenvolvimento um sistema de *shunt* indutivo capaz de sintonizar automaticamente um metamaterial localmente ressonante. Para isso, indutância sintética é ajustada dinamicamente através de um algoritmo de *extremum seeking control* (ESC), no qual o valor de indutância é modulado lentamente e a potência elétrica é monitorada para identificar e manter o ponto ótimo de sintonia, permitindo compensar variações de parâmetros e perturbações sem interferências manuais.

No referido estudo, a proposta foi validada experimentalmente no mesmo *mock-up* de cabine veicular (Figura 2.1), composto por cavidade acústica e antepara (*firewall*), também empregado nesta dissertação. Essa equivalência de aparato e condições de contorno permite a comparação direta entre as respostas, minimizando a influência de diferenças oriundas de montagem. Mais detalhes sobre a câmara acústica são fornecidos na seção 3.3 do capítulo de Metodologia.

Dessa forma, o sistema com sintonia automática é adotado como referência para a avaliação comparativa deste trabalho. A partir das FRFs, quantificam-se as reduções dos picos associados às ressonâncias, com ênfase na faixa de 50 a 250 Hz, definida como a banda principal de interesse do problema. Apesar da faixa principal, as respostas foram analisadas até 512 Hz.

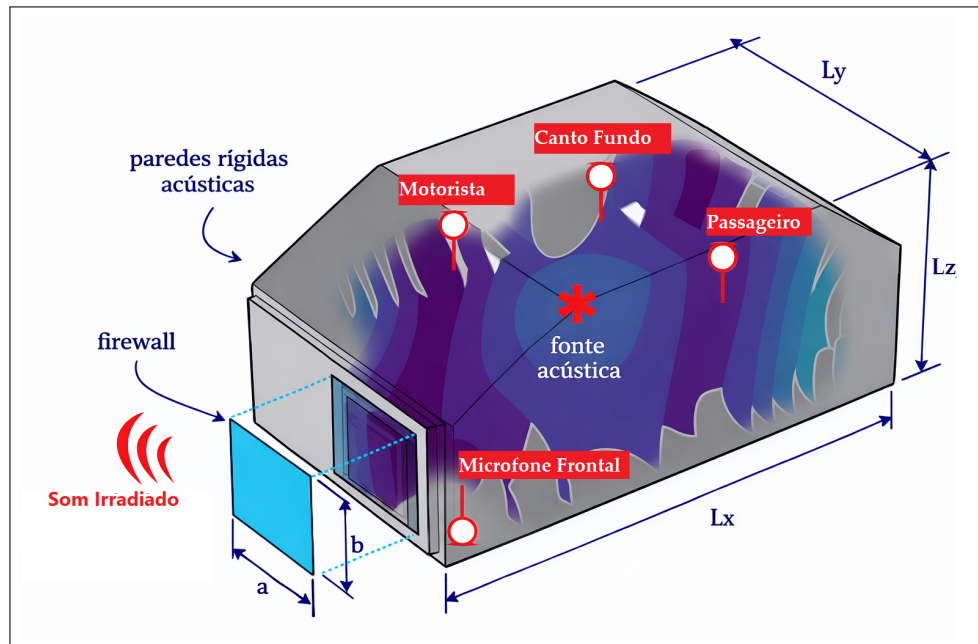


Figura 2.1. Câmara Acústica. Fonte: Cedido pela USP (Adaptado)

2.1 SISTEMA MASSA-MOLA AMORTECIDO

Embora o sistema massa–mola–amortecedor represente uma forma simplificada da realidade, entender o modelo dinâmico de um grau de liberdade (SDOF) é fundamental para a análise da dinâmica de sistemas. Muitas estruturas reais podem ser aproximadas por combinações de sistemas SDOF, tornando esse modelo básico essencial para a compreensão de sistemas mais complexos [10].

O modelo representativo de um sistema SDOF é dado por uma massa (m) conectada a uma mola e a um amortecedor viscoso, submetida a uma força dinâmica $F(t)$, visualmente representado por um diagrama como o da Figura 2.2. Nesse modelo, o movimento ocorre ao longo de um único eixo translacional. A mola, de rigidez k , gera uma força restauradora proporcional ao deslocamento, enquanto o amortecedor viscoso, de coeficiente c , gera uma força dissipativa proporcional à velocidade.

Desconsiderando os efeitos de atrito, gravidade e a massa dos elementos elásticos e dissipativos, a equação de movimento que descreve o deslocamento $x(t)$ do sistema pode ser obtida a partir da segunda lei de Newton [10] na forma:

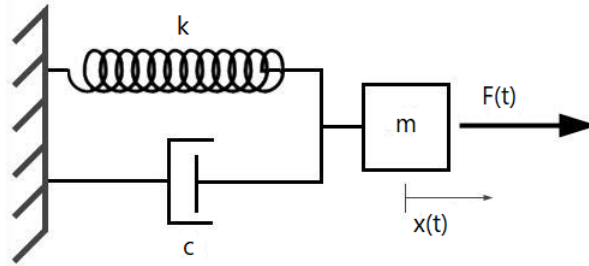


Figura 2.2. Diagrama Massa-Mola amortecido. Fonte: [33]

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (2.1)$$

Nessa expressão, $m\ddot{x}(t)$ representa a força inercial associada à aceleração $\ddot{x}(t)$ da massa, $c\dot{x}(t)$ é o termo de amortecimento viscoso (força dissipativa) proporcional à velocidade $\dot{x}(t)$, $kx(t)$ é a força elástica restauradora proporcional ao deslocamento $x(t)$, e $F(t)$ é a força externa aplicada, responsável por excitar o sistema.

A partir dessa formulação, definem-se dois parâmetros que permitem compreender de forma geral o comportamento desse tipo de sistema: a frequência natural não amortecida ω_n e o fator de amortecimento relativo ζ [10], descritos respectivamente pelas equações 2.2,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{e} \quad \zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}. \quad (2.2)$$

Em aplicações práticas, existem diversas formas de se estimar a rigidez (k) de sistemas físicos reais. A título de exemplo, para uma viga engastada em uma extremidade e livre na outra, submetida a uma força concentrada na extremidade livre [9], a rigidez (k) é dada por

$$k = \frac{3EI}{l^3}, \quad (2.3)$$

onde:

- E é o módulo de elasticidade;
- I é o momento de inércia da seção transversal da viga;
- l é o comprimento da viga.

Por outro lado, para uma viga bi-engastada (engastada em ambas as extremidades) submetida a uma força concentrada aplicada no meio do vão, a rigidez seria dada por

$$k = \frac{192EI}{l^3}, \quad (2.4)$$

neste caso, a rigidez efetiva é significativamente maior devido às restrições adicionais impostas pelos engastes em ambas as extremidades, resultando em menor deslocamento sob a

mesma carga. A Equação 2.4 é central para o dimensionamento adotado neste trabalho, uma vez que serviu como base inicial para o dimensionamento dos ressonadores apresentados no Capítulo 3.

2.1.1 Sistemas de múltiplos graus de liberdade

Para representar estruturas capazes de se mover em múltiplas direções independentes, utilizam-se sistemas de múltiplos graus de liberdade (MDOF). Sob as hipóteses usuais de linearidade (pequenas deformações, propriedades constantes) e condições clássicas de amortecimento, a resposta desse tipo de sistema pode ser convenientemente descrita por superposição modal: o sistema MDOF é decomposto em um conjunto de coordenadas modais desacopladas, em que cada modo de vibração se comporta de forma análoga a um sistema de um grau de liberdade (SDOF) independente. Cada modo está associado a uma frequência natural própria (e a uma forma modal), de modo que a resposta dinâmica da estrutura pode ser expressa como a soma ponderada das contribuições de todos os modos relevantes [23].

Matematicamente, a equação de movimento para um sistema MDOF não amortecido pode ser escrita em sua forma matricial como:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{u}(t) = \mathbf{F}(t), \quad (2.5)$$

onde:

- \mathbf{M} é a matriz de massas;
- \mathbf{K} é a matriz de rigidez;
- $\mathbf{u}(t)$ é o vetor de deslocamentos;
- $\mathbf{F}(t)$ representa o conjunto forças externas aplicadas.

Por meio da análise modal é possível decompor um sistema de n graus de liberdade em n modos independentes, cada um descrito por uma frequência natural ω_i e um vetor modal ϕ_i , satisfazendo a equação de autovalores [23]:

$$\det(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.6)$$

Cada modo de vibração do sistema MDOF se comporta de maneira análoga a um sistema SDOF, permitindo que conceitos de rigidez, massa e amortecimento sejam aplicados de forma modal.

Dessa forma, cada grau n de liberdade de um sistema MDOF pode ser tratado como um SDOF independente ao se analisar o comportamento modal, resultando em um sistema também com n frequências naturais.

2.1.2 Absorvedores de vibração

Como introduzido na Seção 2.0.1, os sistemas massa-mola ou massa-mola-amortecedor apresentados na Seção 2.1 podem ser utilizados para controlar a resposta de estruturas ressonantes através de antirressonâncias. Esses sistemas (Figura 2.3) são conhecidos por diversos nomes: absorvedores de vibração sintonizados, absorvedores dinâmicos de vibração, amortecedores de massa sintonizados ou neutralizadores de vibração.

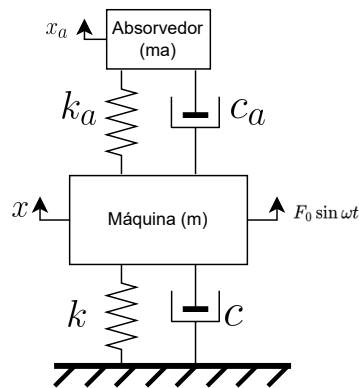


Figura 2.3. Diagrama Absorvedor de Vibração.

Ao se utilizar de uma escolha apropriada de parâmetros, a frequência de um sistema adicional pode ser ajustada para coincidir com uma ressonância alvo da estrutura original ou com uma frequência de excitação. O projeto desse tipo de sistema pode variar conforme o objetivo principal, seja ele suprimir a resposta em uma frequência de ressonância problemática causada por uma excitação de banda larga, ou suprimir a resposta a uma determinada frequência de excitação específica indesejada [42].

A Figura 2.3 ilustra a montagem de um absorvedor de vibração acoplado a um sistema massa-mola. **Desconsiderando os efeitos de amortecimento** ($C/C_a=0$), as equações de movimento obtidas somando as forças na direção vertical são [23]

$$\begin{bmatrix} m_p & 0 \\ 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{x}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_p + k_a & -k_a \\ -k_a & k_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \sin \omega t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

onde:

- $x = x(t)$ é o deslocamento da máquina controlada, modelado a partir de uma massa m_p e rigidez k_p ;
- x_a representa o deslocamento do absorvedor com massa m_a e rigidez k_a ;
- $F_0 \sin \omega t$ é uma força harmônica que representa a perturbação aplicada ao sistema.

Nessa montagem, para reduzir os efeitos de vibração na máquina, é desejado que os parâmetros m_a e k_a sejam dimensionados de forma a reduzir ao máximo a resposta x do sistema na massa primária m_p .

É possível demonstrar que, quando o sistema absorvedor está sintonizado com a frequência de excitação e alcança o regime permanente, a força fornecida pela massa do absorvedor é igual em magnitude e oposta em direção à força de perturbação. Dessa forma, a força líquida atuando sobre a massa primária é zerada, e o movimento é “absorvido” pelo comportamento da massa do absorvedor [23].

O entendimento da modelagem de um absorvedor pode ser expandido, ao se examinar a razão de massas μ e a razão de frequências β , descritas pelas equações

$$\mu = \frac{m_a}{m_p} \quad | \quad \beta = \frac{\omega_a}{\omega_p}, \quad (2.8)$$

tendo ω_a e ω_p como as frequências naturais do absorvedor e da máquina antes dos sistemas serem acoplados.

Com as variáveis apresentadas acima, é possível descrever a amplitude de vibração da massa primária em função dos parâmetros da massa secundária, pela relação [23]:

$$\frac{Xk_p}{F_0} = \frac{1 - \omega^2/\omega_a^2}{[1 + \mu(\beta)^2 - (\omega/\omega_p)^2][1 - (\omega/\omega_a)^2] - \mu(\beta)^2} \quad (2.9)$$

onde:

- ω é a frequência da força de excitação;
- $\frac{Xk_p}{F_0}$ representa a amplitude adimensional da resposta.

Observando a equação 2.9, é possível notar que para zerar a resposta do sistema a uma excitação de frequência conhecida ω , basta que $\omega^2/\omega_a^2 = 1$ seja válido. Porém, ao se inserir um novo grau de liberdade no sistema (o ressonador) a frequência natural que estava antes em ω_p se divide em duas novas frequências, que representam o novo sistema com 2 graus de liberdade [23].

Dessa forma, é importante encontrar a região onde o ressonador estará de fato atenuando a resposta do sistema. Partindo do ponto que uma reação atenuada ocorrerá em toda a região na qual $|\frac{Xk_p}{F_0}| \leq 1$, com algumas operações algébricas é possível mostrar que a curva atenuada satisfaz essa relação em três pontos, dados pelas equações 2.10 e 2.11 abaixo [23].

Para $\frac{Xk_p}{F_0} = 1$, temos:

$$\frac{\omega}{\omega_a} = \pm \sqrt{1 + \mu} \quad (2.10)$$

Enquanto para $\frac{Xk_p}{F_0} = -1$, existem 2 soluções dadas pelo polinômio:

$$\left(\frac{\omega_a}{\omega_p}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^4 = \left[2 + (\mu + 1) \left(\frac{\omega_a}{\omega_p}\right)^2\right] \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2 + 2 = 0 \quad (2.11)$$

A Figura 2.4 apresenta um exemplo de solução para o sistema acoplado. A partir dela, é

possível notar que, ao se ordenar as soluções obtidas nas equações anteriores, há uma região de atenuação na resposta para frequências que estejam dentro do intervalo das soluções 1 e 2 e para frequências maiores que o valor da solução 3.

Como a figura apresenta a magnitude normalizada da resposta do sistema, valores inferiores a 1 indicam redução da resposta dinâmica (atenuação) em relação ao caso de referência, enquanto valores superiores a 1 caracterizam amplificação da resposta naquelas frequências. Assim, as faixas em que a curva permanece abaixo da unidade correspondem aos intervalos efetivos de atuação do absorvedor, ao passo que picos acima de 1 evidenciam frequências nas quais o acoplamento pode intensificar a resposta.

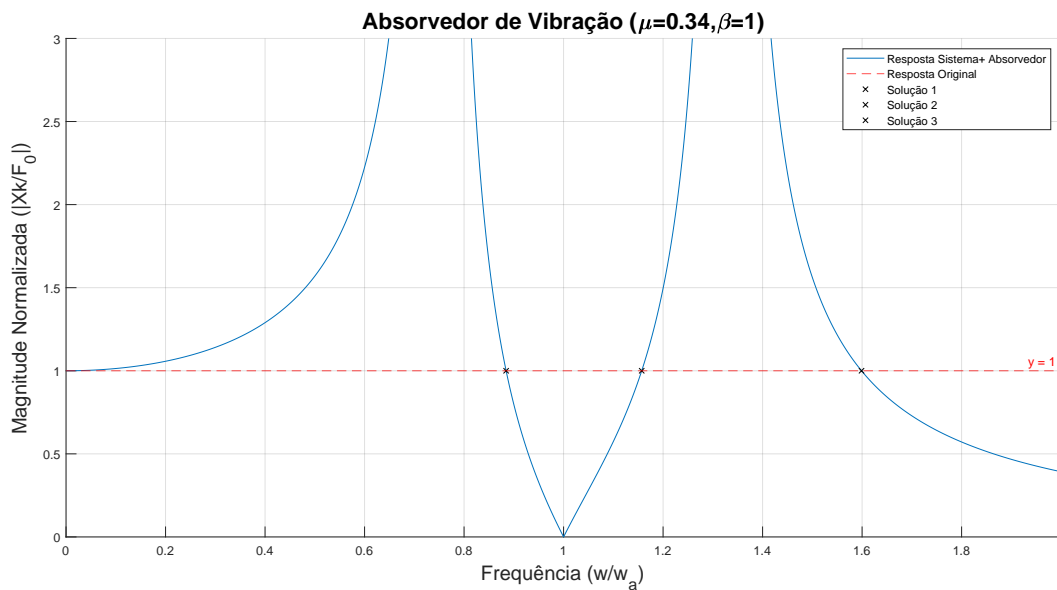


Figura 2.4. Resposta do sistema com absorvedor

A modelagem amortecida ($C \neq 0$) desse tipo de sistema está fora do escopo desse trabalho, porém é importante entender os efeitos causados no sistema ao se adicionar essa variável.

Considerar os efeitos de amortecimento em um absorvedor de vibração pode modificar o comportamento do sistema. Com baixo amortecimento, o absorvedor opera para suprimir de forma eficaz picos específicos, atuando de maneira precisa sobre as ressonâncias alvo [42].

À medida que o amortecimento aumenta, a capacidade de atenuação localizada diminui, tornando o absorvedor menos eficiente na redução de picos individuais. Em contrapartida, o aumento do amortecimento amplia a faixa de frequências na qual o absorvedor exerce efeito, permitindo que ele influencie a resposta do sistema em uma maior banda de frequências [42].

2.2 ANÁLISE MODAL VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

Nessa seção é apresentada uma breve introdução sobre a formulação matemática empregada para o cálculo de modos a partir do método de elementos finitos (MEF). Por não se tratar do tema central desse trabalho, explicações mais completas sobre os métodos compu-

tacionais envolvidos foram omitidas.

A análise modal via MEF fundamenta-se no conjunto de equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico de uma estrutura discretizada e pode ser representada de forma compacta pela equação matricial [3]

$$[\mathbf{M}] \{\ddot{U}\} + [\mathbf{C}] \{\dot{U}\} + [\mathbf{K}] \{U\} = \{F(t)\}, \quad (2.12)$$

o vetor $\{U\}$ representa a discretização dos deslocamentos nodais da estrutura. No MEF, um corpo contínuo é dividido em uma série de elementos interligados por nós, contendo graus de liberdade de translação e rotação associados. O vetor $\{U\}$ reúne todos os deslocamentos nodais que descrevem a configuração do sistema, enquanto $\{\dot{U}\}$ e $\{\ddot{U}\}$ correspondem às velocidades e acelerações nodais, respectivamente [3].

As matrizes $[\mathbf{M}]$, $[\mathbf{C}]$ e $[\mathbf{K}]$ representam, respectivamente, os fatores de massa, amortecimento e rigidez do sistema. Ao realizar a análise modal, considera-se inicialmente o sistema não amortecido e sem forças externas, reduzindo a equação dinâmica na forma:

$$[\mathbf{M}] \{\ddot{U}\} + [\mathbf{K}] \{U\} = \{0\}. \quad (2.13)$$

Na forma reduzida, assume-se um conjunto de soluções harmônicas do tipo $\{U\} = \{U_0\}e^{i\omega t}$, resultando na equação de equilíbrio dinâmico do sistema vibrando harmonicamente

$$\left([\mathbf{K}] - \omega^2[\mathbf{M}]\right) \{U_0\} = \{0\}, \quad (2.14)$$

em que ω são as frequências naturais da estrutura e os autovetores $\{U_0\}$ são os modos. Cada modo descreve um padrão de deformação associado a uma frequência específica [3].

A solução desse sistema fornece um conjunto de modos ortogonais que permite desacoplar o sistema não amortecido, em um conjunto de equações independentes. Essa formulação facilita a interpretação física do comportamento vibratório da estrutura e reduz significativamente o custo computacional de análises dinâmicas subsequentes [3].

Neste trabalho, a extração modal foi realizada no ANSYS por meio de uma análise modal linear do tipo *Modal* (autovalores/autovetores), assumindo comportamento elástico linear e um sistema não amortecido. Condições de contorno do tipo *fixed support*, representando a região de fixação do conjunto, foram adicionadas ao modelo de forma a aproximar o cenário numérico de restrição utilizado nos ensaios.

No software, o SOLID187 é um elemento 3D (tridimensional) de alta ordem que apresenta comportamento quadrático de deslocamento, sendo adequado para a modelagem de malhas irregulares (como aquelas produzidas a partir de diversos sistemas CAD/CAM) [4]. Neste trabalho, ele foi adotado por ser o elemento recomendado pelos parâmetros internos do software para a discretização da geometria dos protótipos e, por fornecer boa representação de superfícies/curvaturas e da resposta estrutural de interesse, foi mantido.

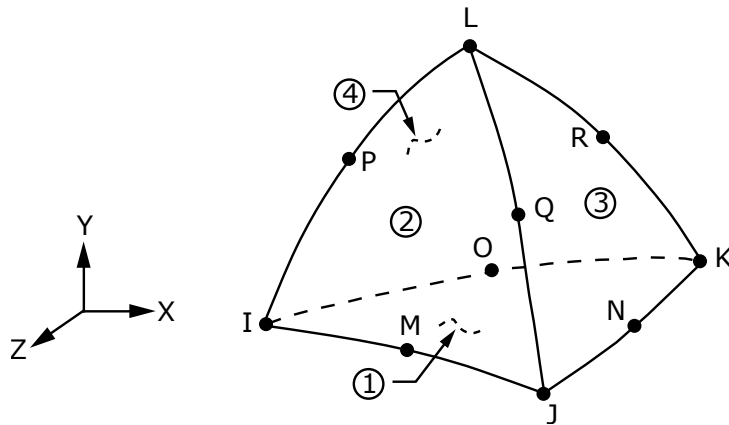


Figura 2.5. Geometria do Elemento Solid 187 Fonte: [4]

Este elemento é definido por um conjunto de 10 nós conforme a figura 2.5, cada nó possuindo três graus de liberdade: translações nas direções nodais x, y e z. O elemento apresenta capacidades de plasticidade, hiperelasticidade, fluência, enrijecimento por tensões, grandes deflexões e grandes deformações. Além disso, possui formulação mista para a simulação de deformações de materiais elastoplásticos quase incompressíveis e de materiais hiperelásticos totalmente incompressíveis [4].

2.3 TRANSFORMADA DE FOURIER E FUNÇÃO DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF)

Dentre as principais e mais utilizadas ferramentas para analisar sistemas dinâmicos no domínio da frequência, especialmente nas áreas de vibrações mecânicas e controle estrutural estão dois conceitos centrais: a **Transformada de Fourier** e a **Função de Resposta em Frequência (FRF)**.

A **Transformada de Fourier** permite converter um sinal originalmente no domínio do tempo para o domínio da frequência, decompondo-o em uma soma (ou integral) de senos e cossenos. Para um sinal contínuo no tempo $x(t)$, a Transformada de Fourier é definida por [31]

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \quad (2.15)$$

onde:

- $X(\omega)$ é a representação espectral de $x(t)$;
- ω é a frequência angular (rad/s);
- j é a unidade imaginária.

Para sinais discretos obtidos em medições experimentais, utiliza-se a adaptação da transformada, chamada **Transformada Discreta de Fourier (DFT)**, normalmente computada via um algoritmo chamado **Transformada Rápida de Fourier (FFT)** [34].

A Transformada de Fourier é particularmente útil para análise de sistemas lineares invariantes no tempo (LTI), pois permite a identificação de frequências naturais, modos de vibração e outras características dinâmicas de sistemas.

A **Função de Resposta em Frequência (FRF)** descreve a relação entre a saída $y(t)$ e a entrada $x(t)$ de um sistema no domínio da frequência. Em termos gerais, a FRF é definida como o quociente entre as transformadas de Fourier do sinal de saída e do sinal de entrada

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} \quad (2.16)$$

onde:

- $H(\omega)$ é a FRF do sistema;
- $X(\omega)$ é a transformada de Fourier da excitação;
- $Y(\omega)$ é a transformada de Fourier da resposta.

Na formulação contínua, a FRF pode ser escrita como a razão direta entre as transformadas expressa na equação 2.16. Entretanto, em medições experimentais com sinais amostrados e de duração finita, essa razão ponto a ponto tende a ser sensível a ruído e vazamento espectral. Por isso, no processamento digital de sinais a FRF é normalmente estimada a partir de relações entre autoespectros e espectros cruzados, calculados via FFT e técnicas de média (por exemplo, o método de Welch). Denotando por $G_{xx}(\omega)$ o autoespectro do sinal de entrada $x(t)$ e por $G_{yx}(\omega)$ o espectro cruzado entre a saída $y(t)$ e a entrada $x(t)$, obtêm-se estimadores clássicos da FRF (estimadores H_1 e H_2) dados por [6]

$$H_1(\omega) = \frac{G_{yx}(\omega)}{G_{xx}(\omega)} \quad (2.17)$$

$$H_2(\omega) = \frac{G_{yy}(\omega)}{G_{xy}(\omega)} \quad (2.18)$$

em que $H_1(\omega)$ é frequentemente adotado quando o ruído é dominante na medição da *saída*, enquanto $H_2(\omega)$ é mais indicado quando a incerteza é dominante na *entrada*. Assim, nesta dissertação, as FRFs são tratadas como grandezas estimadas espectralmente através de H_1 (via autoespectros e espectros cruzados), e não como a razão direta $Y(\omega)/X(\omega)$.

Ao longo deste trabalho, serão utilizadas principalmente as seguintes FRFs, definidas a partir dos sinais medidos:

- (i) a mobilidade (ou *admitância mecânica*) entre a força aplicada pelo shaker e a velocidade da massa,

$$H_{v_m F}(\omega) = \frac{V_m(\omega)}{F(\omega)}, \quad (2.19)$$

cujas unidades são $\left[\frac{\text{m/s}}{\text{N}}\right] = \text{m s}^{-1} \text{N}^{-1}$.

- (ii) uma transmissibilidade cinemática entre a aceleração medida na base e a velocidade da massa,

$$T_{v_m a_b}(\omega) = \frac{V_m(\omega)}{A_b(\omega)} j\omega, \quad (2.20)$$

com unidades $\left[\frac{\text{m/s}}{\text{m/s}^2} \frac{1}{\text{s}} \right] = 1$.

A FRF é uma função complexa que contém informações sobre *ganho* (magnitude) e *fase* da relação entre entrada e saída ao longo das frequências de excitação. Em ensaios experimentais, a FRF pode ser obtida a partir de medições de sinais temporais (velocidade, aceleração, entre outros), sendo amplamente utilizada na caracterização de estruturas mecânicas e validação de modelos numéricos. [43]

Ao transformar um sinal para o domínio da frequência é possível obter conclusões não antes visíveis no domínio do tempo. Uma FRF típica para um ensaio de sistema dinâmico como o apresentado no capítulo 3.2 por exemplo, apresenta picos nas frequências naturais do sistema [23]. Essa informação pode ser utilizada para encontrar ressonâncias, identificação modal, análise de estabilidade, determinação dos amortecimentos modais do sistema e projeto de controladores por exemplo.

2.4 DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA (PSD)

A potência média de um sinal real $g(t)$ ao longo de um período T é definida da seguinte forma [20]:

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |g(t)|^2 dt \quad (2.21)$$

Sinais de potência possuem energia infinita e, portanto, não podem ser diretamente calculados a partir de sua Transformada de Fourier. Para contornar isso, define-se uma versão truncada do sinal, $g_T(t)$, de duração muito longa, porém finita, com transformada conhecida $G_T(f)$.

A **densidade espectral de potência (PSD)** do sinal original $g(t)$ é então definida como a média temporal da densidade espectral de energia de $g_T(t)$, dada por:

$$S_g(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |G_T(\omega)|^2 \quad (2.22)$$

A PSD portanto, representa a distribuição de potência do sinal ao longo do domínio da frequência, dessa forma, a área abaixo da curva de densidade espectral equivale à potência média do sinal:

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} S_g(\omega) d\omega \quad (2.23)$$

2.5 SINAL *Chirp*

O sinal *chirp* é um tipo de excitação amplamente utilizado na análise experimental de sistemas dinâmicos, para a identificação de FRFs e com aplicação ampla em diversas áreas da engenharia [26]. Trata-se de um sinal senoidal com frequência variável ao longo do tempo, que permite a excitação de uma ampla faixa de frequências em um único ensaio.

Matematicamente, um sinal *chirp* linear pode ser representado pela equação [29]

$$x(t) = A \cdot \sin \left(2\pi \left(f_0 t + \frac{\tilde{k}}{2} t^2 \right) \right), \quad (2.24)$$

onde:

- A é a amplitude do sinal;
- f_0 é a frequência inicial (Hz);
- $\tilde{k} = \frac{f_1 - f_0}{T}$ é a taxa de variação da frequência (Hz/s);
- f_1 é a frequência final (Hz);
- T é a duração total do sinal (s).

Como k depende diretamente de f_0 , f_1 e T , a definição desses parâmetros determina a banda excitada e o número de ciclos disponíveis em cada região de frequência.

Os valores de f_0 e f_1 devem abranger, com margem, a faixa onde se espera que se apresentem os modos relevantes da análise: f_0 é definido abaixo da menor frequência de interesse e f_1 acima da maior frequência analisada, assegurando a captura de toda banda de frequências de interesse e de possíveis modos adicionais que influenciem a FRF.

A duração T é definida de forma a garantir excitação suficiente em baixas frequências e resolução adequada na estimação da FRF, sendo compatível com o tempo de aquisição adotado. Por fim, a amplitude A é ajustada para obter boa relação sinal-ruído sem saturar a instrumentação e mantendo o sistema em regime aproximadamente linear, condição desejável para a identificação de FRFs [16, 7].

O sinal *chirp* é particularmente vantajoso por tender a apresentar uma boa relação sinal-ruído (SNR) em sistemas reais e por permitir a excitação contínua de todas as frequências desejadas, diferentemente da excitação por senoidais puras, que exigiria múltiplos ensaios em diferentes frequências [16].

Neste trabalho, os parâmetros do *chirp* foram definidos para assegurar a excitação contínua de toda a banda de interesse dos ensaios modais. Adotou-se $f_0 = 5$ Hz e $f_1 = 512$ Hz, cobrindo com margem a faixa analisada; já T e A foram ajustados para garantir resolução adequada na estimação da FRF e boa relação sinal-ruído, sem saturação da instrumentação e mantendo o sistema em regime aproximadamente linear [16, 7].

A Figura 2.6 apresenta um exemplo ilustrativo de sinal *chirp* linear com duração de dois segundos:

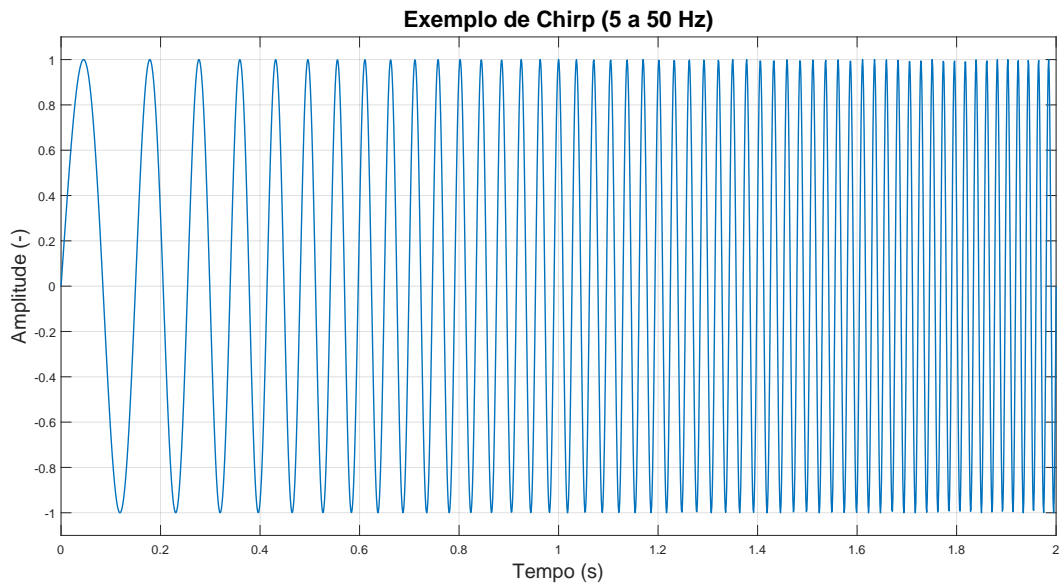


Figura 2.6. Exemplo de sinal *chirp*

2.6 FILTROS DE BANDA (OITAVA E 1/3 DE OITAVA)

Para a interpretação de alguns resultados desse trabalho, optou-se por uma análise em bandas de 1/3 de oitava, pois esse agrupamento permite avaliar os efeitos dos ressonadores ao longo de faixas de frequência, evidenciando seus impactos em banda larga e não apenas em pontos específicos das FRFs. Essa divisão foi adotada por ser padronizada e amplamente empregada em análises acústicas e vibratórias. De acordo com a **NBR IEC 61260-1** [5], a razão de frequência de oitava, G , é definida por:

$$G = 10^{3/10} \quad (2.25)$$

Filtros projetados com essa razão são denominados *filtros de base 10*. Por convenção, a norma denomina *filtros de banda de oitava* e *filtros de banda de frações de oitava* aqueles especificados com base em G e em suas potências fracionárias.

Para a frequência de referência definida como $f_r = 1000$ Hz, as frequências centrais exatas f_m , para cada filtro de banda de oitava e suas frações, são obtidas a partir da expressão [5]:

$$f_m = f_r G^{x/b} \quad (2.26)$$

em que:

- f_r é a frequência de referência (1000 Hz);

- b é o denominador do designador de largura de banda (por exemplo, 1 para oitava e 3 para terço de oitava);
- x é um número inteiro que define a posição da banda em relação à referência.

A Tabela 2.1 apresenta exemplos de frequências centrais calculadas para bandas de oitava e um terço de oitava, considerando o padrão da norma.

Tabela 2.1. Frequências centrais calculadas para bandas de oitava e 1/3 de oitava, conforme a NBR IEC 61260-1.

Posição (x)	Oitava (b = 1)	1/3 de oitava (b = 3)
-3	125 Hz	158,5 Hz
-2	250 Hz	199,5 Hz
-1	500 Hz	251,2 Hz
0	1000 Hz	316,2 Hz
1	2000 Hz	398,1 Hz
2	4000 Hz	501,2 Hz
3	8000 Hz	630,9 Hz

Essas definições garantem que as bandas apresentem largura proporcional à sua frequência central, formando uma escala logarítmica para comparações.

Outros padrões de normas, como o American National Standard (ANSI) [1] também permitem sistemas projetados com $G = 2$, sendo chamados *filtros de base 2*. Para valores próximos a frequência de referência, ambas abordagens resultam em valores próximos.

A partir da frequência central (f_m), também é possível calcular os limites inferior (f_1) e superior (f_2) do intervalo de frequências pelas relações [1]:

$$f_1 = (G^{-1/(2b)})(f_m), \quad (2.27)$$

$$f_2 = (G^{+1/(2b)})(f_m). \quad (2.28)$$

Os conceitos teóricos apresentados ao longo do capítulo 2 são essenciais para o entendimento da metodologia e resultados apresentados nos próximos capítulos. Dessa forma, essas explicações serão citadas algumas vezes ao longo do corpo desse trabalho. Os conceitos de elementos finitos e de absorvedores de vibração (seções 2.2 e 2.1.2) foram empregados para o dimensionamento dos protótipos, já os conceitos das seções 2.3, 2.4 e 2.6 são utilizados principalmente para a avaliação dos resultados.

3 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta as fases seguidas na metodologia do trabalho. O desenvolvimento foi dividido em quatro etapas principais, conforme o diagrama da Figura 3.1.

Na primeira etapa, diversos modelos de ressonadores foram projetados e simulados no ANSYS, buscando ajustar suas propriedades dinâmicas. Em seguida, foram manufacturados (via impressão 3D) protótipos e realizados ensaios individuais para validação dos modelos. Nesse contexto, foram realizadas iterações de prototipagem e refino, comparando resultados numéricos e experimentais, para ajustar e validar os ressonadores.

A terceira etapa consiste na aplicação dos ressonadores na câmara acústica, avaliando seu desempenho em uma aplicação prática. Como parte de uma colaboração com o LabDin (EESC-USP), foi conduzido um estudo de *benchmarking* do desempenho dos ressonadores desenvolvidos neste trabalho em comparação com ressonadores previamente desenvolvidos pelos pesquisadores do laboratório. Assim, os resultados foram comparados com os do sistema semi-ativo apresentado em [35].

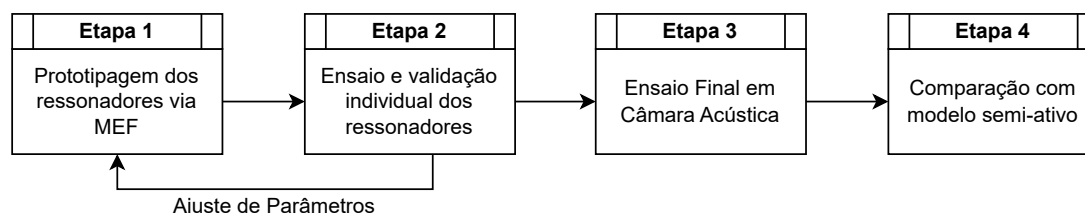


Figura 3.1. Diagrama de Etapas do Trabalho

Como ponto de partida para a aplicação dos protótipos, adotou-se a configuração experimental apresentada em [35]. Assim, os ensaios foram realizados no *mock-up* de cabine veicular (Figura 2.1) descrito no capítulo anterior, assegurando compatibilidade direta com o procedimento de referência.

Na Figura 3.2 são apresentadas duas curvas de resposta: (i) a condição de placa “limpa” e (ii) a condição com a adição de massa (*dummy masses*). Essas massas têm a função de equivaler a massa dos ressonadores sem introduzir seus efeitos dinâmicos, permitindo isolar e mitigar a influência de efeitos puramente inerciais nas comparações realizadas ao longo do trabalho. Por essa razão, a condição com *dummy masses* foi adotada como referência para o desenvolvimento e a aplicação dos ressonadores.

A partir dessa configuração, os ressonadores foram desenvolvidos para, na Etapa 3, atuar sobre os principais picos de potência sonora irradiada do *mock-up*, previamente identificados em torno de **140** e **180** Hz e destacados na Figura 3.2. Além do desempenho acústico, também foi avaliada a eficácia dos ressonadores no controle da vibração estrutural, por meio da análise das respostas dinâmicas associadas ao sistema.

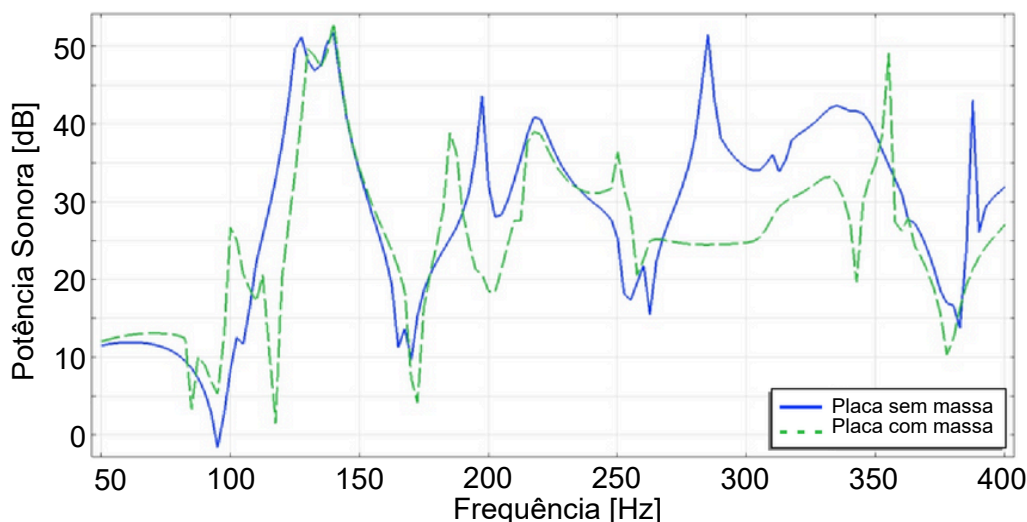


Figura 3.2. Potência sonora irradiada da antepara em dB (Ref. $\Pi_{ref} = 10^{-12}$ W) Fonte: [35] (Adaptado)

3.1 MODELAGEM NUMÉRICA

Para a execução da Etapa 1 na metodologia proposta, foram realizadas modelagens preliminares com o auxílio dos softwares *SolidWorks* empregado para a elaboração e o refinamento geométrico dos modelos tridimensionais e *Ansys* para a identificação das frequências naturais e dos respectivos modos de vibração. Os desenhos técnicos correspondentes aos modelos de cada ressonador são apresentados no Apêndice A.

Uma análise preliminar de convergência da malha (Figura 3.3) foi realizada com base no ressonador do Modelo 1. Observou-se que, a partir de um tamanho de elemento aproximado de 0,005 m, as variações nas frequências naturais tornam-se pouco significativas. Elementos menores resultam em malhas com número exponencialmente maior de nós, o que acarreta aumento expressivo no custo computacional sem ganho proporcional em precisão — caracterizando o comportamento típico de convergência numérica.

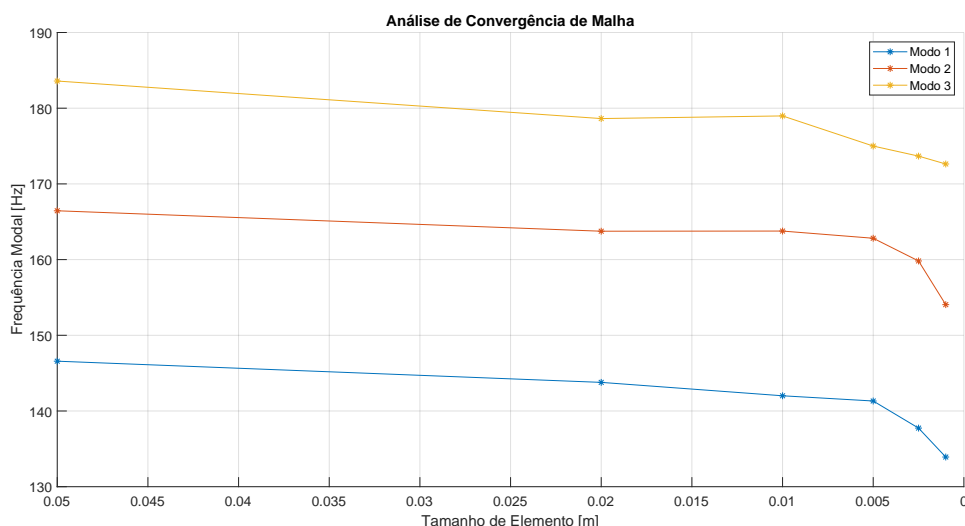


Figura 3.3. Análise de Convergência da Malha

Durante os testes, verificou-se que para os modos, devido à simplicidade geométrica dos ressonadores, mesmo malhas relativamente grosseiras (com elementos da ordem de 0,005 m) produzem resultados bastante próximos aos obtidos com malhas mais refinadas.

Com o objetivo de acelerar o processo de simulação e permitir a avaliação de diversas geometrias, optou-se pelo uso de malhas reduzidas. Nessa etapa, observaram-se discrepâncias entre os resultados numéricos e os dados experimentais dos ressonadores fabricados, principalmente nas frequências naturais e na massa.

Para compensar essas diferenças, realizou-se uma atualização paramétrica simples do modelo, por meio de ajustes manuais na densidade e no módulo de elasticidade do material. O módulo de elasticidade foi ajustado tomando como referência a frequência natural do primeiro modo estrutural do ressonador descrito na Seção 3.1.1, enquanto a densidade foi ajustada para compatibilizar a massa numérica com a massa medida do protótipo. O critério adotado foi minimizar o erro relativo entre os valores numéricos e experimentais para o conjunto modo e massa de referência. Os valores calibrados no Modelo 1 foram então replicados nos demais ressonadores visando manter a representatividade dos resultados.

Vale destacar que, na prática, os erros introduzidos pelo processo de fabricação tendem a superar aqueles associados ao tamanho dos elementos da malha. Assim, uma preocupação excessiva com refinamentos não se mostra necessária dentro do contexto deste estudo.

3.1.1 Modelo 1

O primeiro modelo de ressonador é apresentado na Figura 3.4. Esse ressonador denominado a partir deste ponto de **R1GDL** (ressonador de 1 grau de liberdade), consiste no modelo mais simples dos três e que também foi utilizado como referência para os ajustes numéricos. O objetivo é ajustar a frequência natural do modo de oscilação da massa central (**m1**) na direção vertical, com os picos de resposta do sistema no intervalo de 120 a 150 Hz (Figura 3.2)

de forma a criar uma antirressonância local.

Por se tratar de uma faixa na qual aparecem dois picos de resposta próximos entre si e associados aos maiores níveis esperados de potência sonora, é desejável que o ressonador atue nessas frequências, maximizando a atenuação no intervalo de interesse e, consequentemente, o desempenho global do sistema.

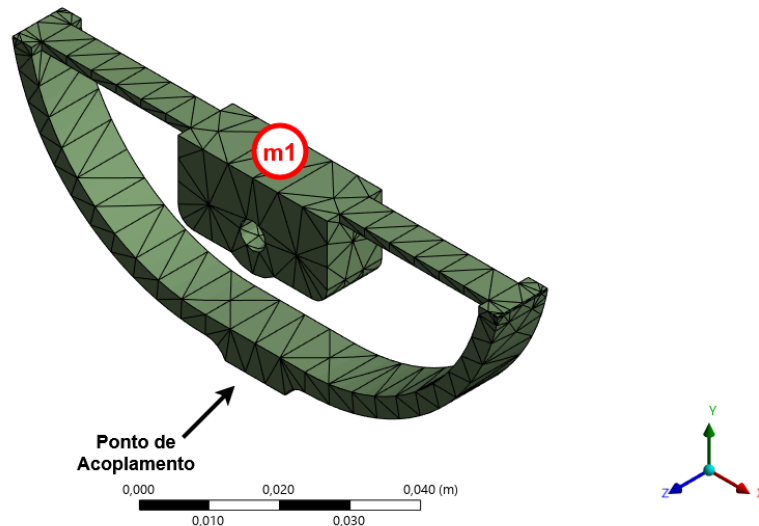


Figura 3.4. Malha Ressonador 1GDL

3.1.2 Modelo 2

O segundo modelo de ressonador é apresentado na Figura 3.5. Esse ressonador, denominado a partir deste ponto como **R2GDL**, baseia-se no mesmo conceito de projeto do **R1GDL**, porém com duas massas oscilantes. A primeira massa (**m1**) é ajustada para coincidir com o mesmo pico de interesse do modelo anterior, enquanto a segunda (**m2**) é sintonizada com o segundo pico de potência acústica (aproximadamente 180 Hz) mostrado na Figura 3.2.

A proposta do segundo design é avaliar a capacidade de usar uma mesma estrutura para o controle de múltiplos picos alvo, ampliando as capacidades e propriedades do ressonador. O segundo pico foi selecionado como caso de estudo, por conveniência experimental, ao ser o mais próximo da faixa de frequências já investigada, permitindo avaliar o efeito da inserção de uma nova ressonância sem introduzir mudanças significativas no arranjo de ensaio.

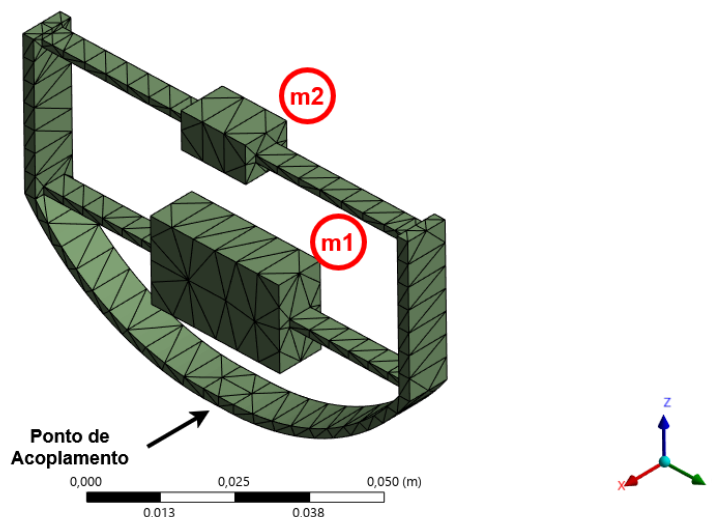


Figura 3.5. Malha Ressonador 2GDL

3.1.3 Modelo 3

Por fim, o terceiro modelo avaliado, denominado **R3GDL**, adota uma abordagem voltada ao alinhamento dos modos estruturais com o pico acústico-vibratório localizado também na faixa de 150 Hz. Esse modelo consiste em um sistema do tipo *array* linear, no qual um ressonador está conectado a outros dois, de modo que não atuam de forma independente, ocorrendo o acoplamento dos movimentos das massas (**m1**, **m2** e **m3**).

O pico de atuação desse modelo foi escolhido de forma análoga ao adotado no modelo 1GDL. Em ambos os casos, a sintonização foi realizada para a mesma frequência, de modo a permitir uma comparação direta entre os efeitos de cada configuração na mesma região do espectro.

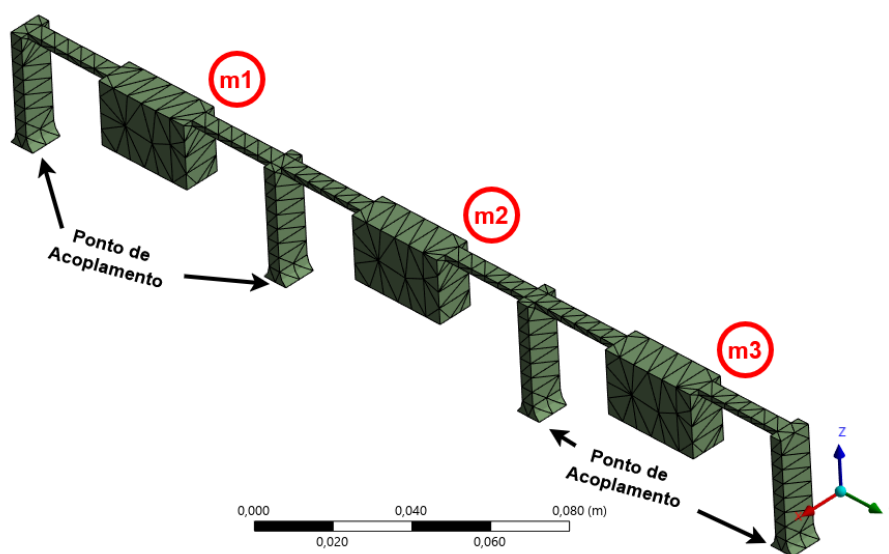


Figura 3.6. Malha Ressonador 3GDL

3.1.4 Condições de Simulação

As propriedades finais de malha empregadas para cada ressonador estão apresentadas na Tabela 3.1. Em todas as simulações, foram aplicadas as condições de contorno do tipo *fixed support* nos pontos de acoplamento indicados nas figuras dos ressonadores, de modo a representar a fixação experimental das peças com a placa por cera/cola, assumindo restrição local de deslocamentos na região de contato.

Tabela 3.1. Propriedades das Malhas

Ressonador	Número de Nós	Número de Elementos	Tipo de Elemento
1GDL	1745	742	SOLID187
2GDL	1809	694	SOLID187
3GDL	2425	926	SOLID187

3.2 PROTOTIPAGEM E ENSAIOS INDIVIDUAIS

Para parametrizar os modelos numéricos, ajustar os ressonadores e garantir a consistência entre os resultados das análises numéricas e experimentais (Etapa 2), foram produzidos protótipos iniciais, utilizados para a identificação e ajuste das propriedades de massa (densidade) e rigidez (módulo de elasticidade) do ABS. A densidade foi ajustada pela comparação entre o valor calculado a partir do volume das peças e o valor obtido por medição de massa em protótipos impressos. Na sequência, o módulo de elasticidade, foi ajustado manualmente a partir do modelo de 1GDL de modo que as frequências naturais do modelo numérico convergissem para aquelas determinadas experimentalmente. A Seção 3.2.1 apresenta detalhes adicionais sobre o processo de manufatura dos ressonadores.

Após essa etapa, foi realizado um ajuste fino na geometria dos ressonadores para que as frequências naturais simuladas estivessem dentro dos valores alvos esperados para cada modelo. Em seguida cada uma das peças foram submetidos a ensaios individuais, para a extração da FRF nas massas centrais, com o objetivo de verificar o atendimento às especificações de projeto e assegurar a repetibilidade do comportamento dinâmico observado nos protótipos. Nesta seção, é detalhado o esquema experimental utilizado na análise dinâmica tanto dos protótipos iniciais quanto dos modelos finais.

A lista completa dos equipamentos utilizados durante os ensaios está apresentada na Tabela 3.2. Todos os ressonadores fabricados foram submetidos a um ensaio modal, sendo excitados via *shaker* e instrumentados para coletar suas respostas dinâmicas nas massas de interesse conforme o diagrama da Figura 3.7.

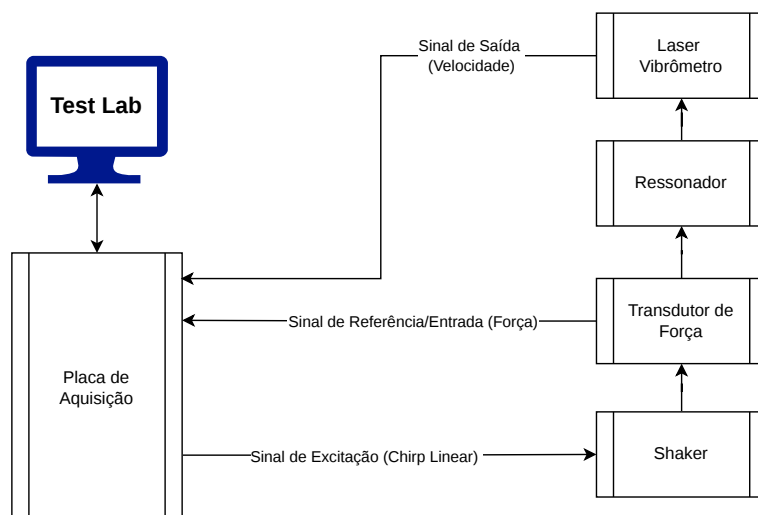


Figura 3.7. Diagrama da Montagem - Ensaio Experimental

As excitações foram feitas por meio de um sinal do tipo Chirp (Seção 2.5) e os parâmetros da placa de aquisição e do ensaio estão apresentados nas Tabelas 3.3 e 3.4 respectivamente. A Figura 3.9 apresenta uma foto de exemplo da montagem final do *setup* experimental.

Além da FRF de mobilidade obtida a partir do transdutor de força e do vibrômetro a laser, um acelerômetro foi fixado na base do conjunto para calcular a transmissibilidade (relação entre a resposta do ressonador e a aceleração na base). Essa medida foi utilizada para assegurar que a montagem não introduziu efeitos indesejados, relacionados a acoplamentos ou alterações decorrentes das condições de fixação.

Tabela 3.2. Lista de Equipamentos do Ensaio Individual

Equipamento	Modelo	Figura
Agitador (<i>Shaker</i>) com amplificador integrado e entrada BNC	Modal Shop k2007e01	Figura 3.8a
Placa de Aquisição	SIEMENS LMS Scadas Mobile	Figura 3.8d
Calibrador de Acelerômetro	Brüel & Kjær 4294	Figura 3.8b
Transdutor de Força	PCB Piezotronics 208C02	Figura 3.8a ¹
Acelerômetro	PCB Piezotronics 352A24	Figura 3.8c
Software de Aquisição de Dados	Simcenter Testlab - 2012	-
Laser Vibrômetro Doppler	Optomet. Fiber-Head-MR-F	Figuras 3.8e e 3.8f

A Figura 3.10 apresenta como foi feita a montagem de cada ressonador no *shaker* para o ensaio individual. Como há apenas um ponto para fixação entre o *shaker* e os ressonadores, foi necessário adicionar uma pequena viga de alumínio no sistema para ensaiar o modelo de 3GDL. Como essa pequena adaptação na montagem gera um acoplamento entre o mo-

Figura 3.8. Imagens dos Equipamentos do Ensaio Individual



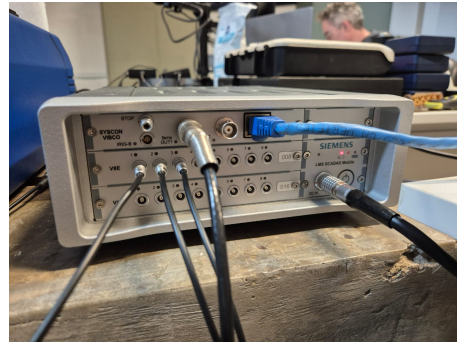
(a) Shaker



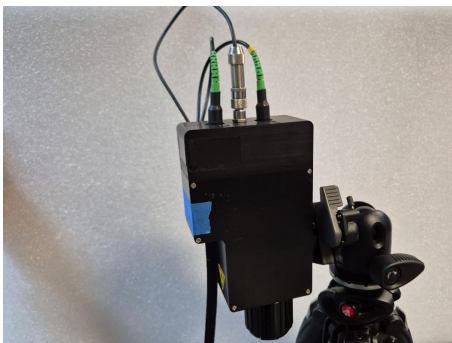
(b) Calibrador de Acelerômetro



(c) Acelerômetro



(d) Placa de Aquisição



(e) Laser Vibrômetro (Cabeça)



(f) Laser Vibrômetro (Interface)

vimento da viga com o ressonador, alterando os resultados da FRF, foi gerado um modelo numérico também para essa configuração, apresentado na seção 4.2.4.

O modelo numérico específico do R3GDL foi empregado apenas de forma qualitativa, como suporte para compreender o efeito do acoplamento introduzido pela viga: verificar se a montagem seria capaz de excitar adequadamente os modos do ressonador e como esse acoplamento poderia alterar as formas modais. Nesse ensaio individual, a posição exata dos



Figura 3.9. Montagem do Ensaio Individual

picos teve importância secundária, pois o objetivo principal foi checar a repetibilidade entre as unidades e identificar possíveis defeitos de manufatura por meio da comparação das FRFs. Além disso, as frequências esperadas já eram conhecidas com boa confiabilidade a partir dos modelos numéricos previamente ajustados e de ensaios anteriores com protótipos.

Tabela 3.3. Configuração da Placa de Aquisição [Individual]

Canal - Equipamento	Ponto de Medição	Tipo de Input	Medida	Sensibilidade
1 - Transdutor de Força	Base	ICP	Força	10,96 mV/N
2 - Vibrômetro Laser	Massa	Voltage AC	Velocidade	0,81633 V/(m/s)
3 - Acelerômetro	Base	ICP	Aceleração	103 mV/g

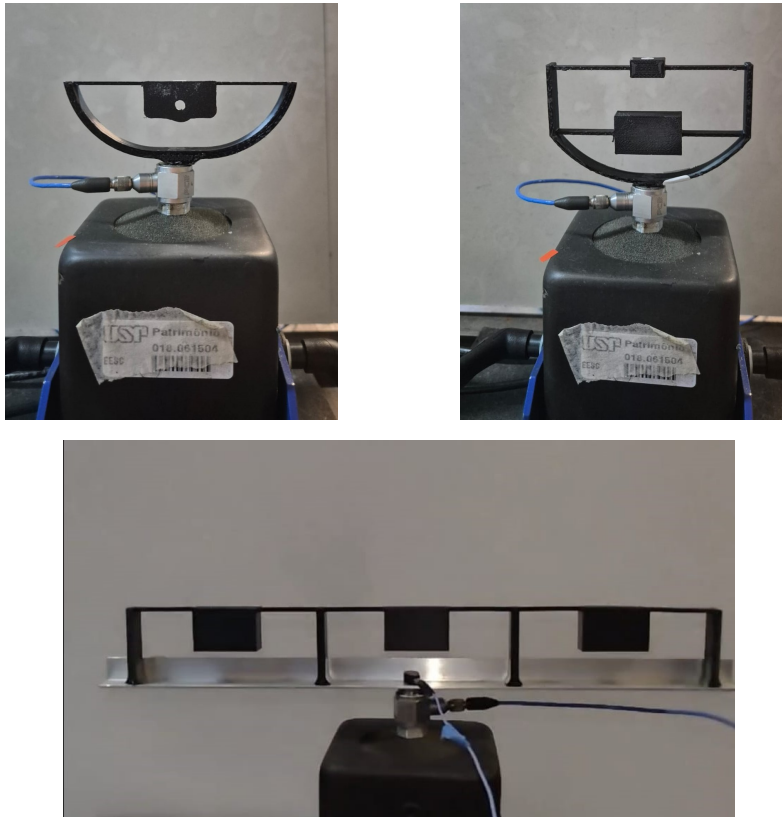


Figura 3.10. Detalhes da Montagem dos Ressonadores

Tabela 3.4. Configurações do Software de Ensaio (Test Lab) - Individual

Configurações de Escopo	
Largura de Banda	512 Hz
Linhas de Espectro	4096
Resolução	0,125 Hz
Tempo de Aquisição	8 s
Parâmetros sinal Chirp	
Nível	0,025 V
Intervalo de Frequências:	5 a 512 Hz
Direção de Varredura	<i>Up</i>
Tipo de Varredura	Linear
Tempo de Varredura	100%

3.2.1 Manufatura dos Ressonadores

Os ressonadores (Figura 3.12) foram manufaturados via impressão 3D, utilizando a impressora Creality K1 (Figura 3.11) e filamento de ABS M95 da própria marca, na cor preta. A fim de assegurar maior rigidez estrutural e reduzir a presença de vazios internos, adotou-se preenchimento retilíneo linear com densidade de 95%. Os parâmetros de fabricação foram definidos de modo a equilibrar qualidade dimensional e repetibilidade do processo: altura de camadas de 0,1 mm, diâmetro do bico extrusor de 0,4 mm e aplicação de três camadas externas (quando possível, em função da geometria). Essas configurações visaram melhorar o acabamento superficial e a integridade mecânica das peças, contribuindo para a obtenção de ressonadores com propriedades geométricas e estruturais consistentes entre as amostras.

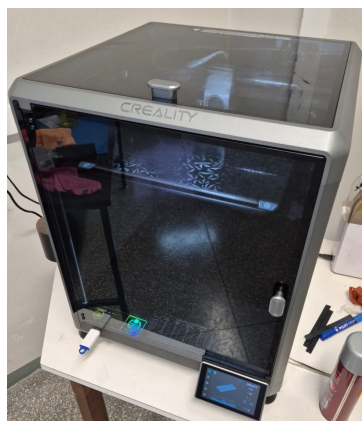


Figura 3.11. Impressora 3D - Creality K1

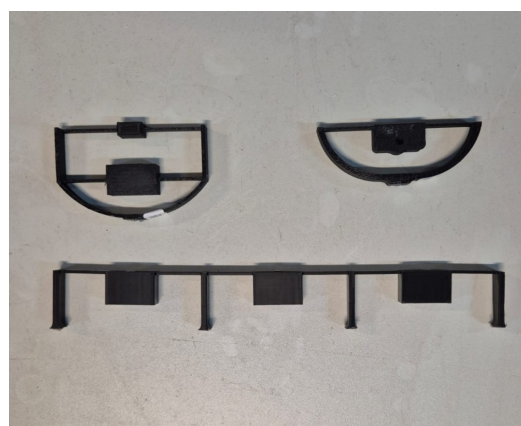


Figura 3.12. Modelos Impressos

O tempo médio de impressão por unidade foi de 50 min para os modelos 1GDL, 48 min para os de 2GDL e 100 min para o 3GDL. Embora apresente maior complexidade geométrica, o modelo 2GDL demandou ligeiramente menos tempo devido à presença de apoios de sustentação mais finos, o que acelerou um pouco o processo de fabricação. As propriedades dinâmicas e de massa obtidas para cada ressonador estão apresentadas na Seção 4.2. Além disso, para mitigar desvios nas propriedades mecânicas dos materiais, todos os ressonadores foram produzidos com um único filamento.

3.3 ENSAIOS FINAIS - CÂMARA ACÚSTICA

Para validar o desempenho dos ressonadores desenvolvidos, foi conduzida a Etapa 3, composta por ensaios acústicos e dinâmicos realizados em uma placa plana instalada no bordo da câmara acústica. Nessa etapa, foram obtidos dados das FRFs do sistema — incluindo a identificação de picos associados aos modos relevantes —, além de estimativas da PSD da resposta vibratória e das respostas acústicas medidas no interior da câmara. Quatro configurações experimentais foram avaliadas, conforme descrito a seguir:

1. Ensaio 1 – Placa + 9 massas "dummy"

- Utilizaram-se nove massas equivalentes aos ressonadores (≈ 9 g cada), fixadas com cera para representar a adição de massa decorrente dos ressonadores.
- As massas *dummy* não apresentam comportamento ressonante, permitindo mitigar o efeito puramente inercial na dinâmica da placa.

2. Ensaio 2 – Placa + 9 ressonadores 1GDL

- Avaliou-se o acoplamento de nove ressonadores 1GDL.
- Essa configuração permite identificar a influência dos ressonadores sobre a resposta vibroacústica.

3. Ensaio 3 – Placa + 9 ressonadores 2GDL

- Repetiu-se o procedimento utilizando nove ressonadores 2GDL.
- De forma a observar como a complexidade adicional do sistema ressonante altera o comportamento dinâmico da estrutura.

4. Ensaio 4 – Placa + 3 ressonadores 3GDL

- Por se tratar de um conceito de um trio de ressonadores agrupados, a placa foi configurada com apenas três ressonadores do tipo 3GDL.
- Essa montagem tem por objetivo investigar o efeito de ressonadores com montagem agrupada.

Na Figura 3.13 a seguir é possível ver um diagrama esquemático em blocos apresentando detalhes de toda a configuração experimental utilizada para o ensaio.

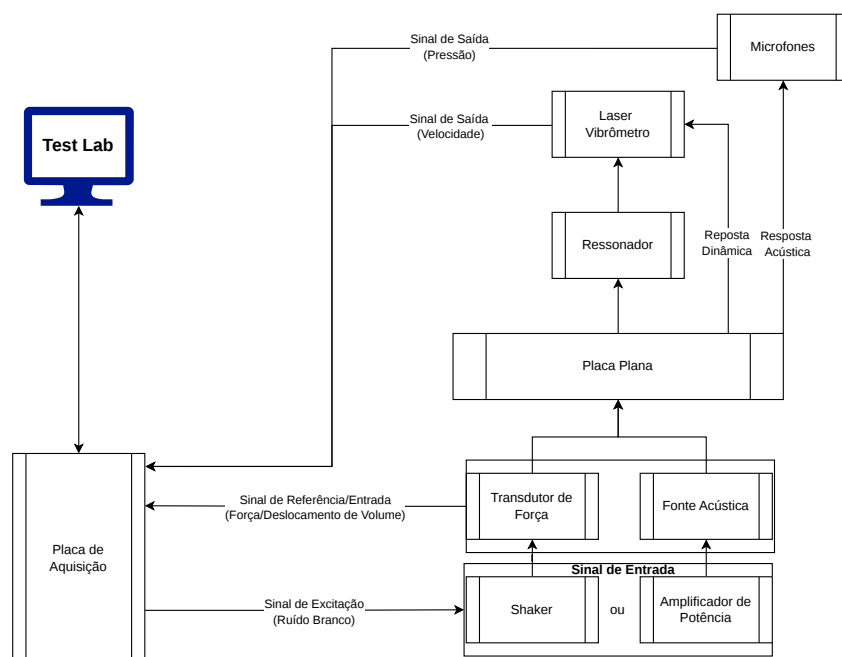


Figura 3.13. Diagrama da Montagem - Ensaio Completo

A lista dos componentes utilizados e dos modelos está disposta na Tabela 3.5 a seguir:

Tabela 3.5. Componentes do Ensaio Comparativo

Equipamento	Modelo	Figura
Componentes Internos		
Microfones	Brüel & Kjær's Multi-field Mic. Type 496	Figura 3.15b
Transdutor de Força	PCB Piezotronics 208C02	Figura 3.15b
Fonte Acústica	Qsources Qmed	Figura 3.15b
Agitador (<i>Shaker</i>) com Amplificador	Modal Shop k2007e01	Figura 3.15b
Componentes Externos		
Placa de Aquisição	SIEMENS LMS SCADAS	Figura 3.14c
Laser Vibrômetro	Polytech CLV 700/800/1000	Figuras 3.14d, 3.14e e 3.14f
Amplificador de Potência	SIEMENS LMS Qsource	Figura 3.14b
Placa de Teste	Propriedades na Tabela 3.6	Figura 3.14a

A sequência de Figuras 3.14 e 3.15 apresentam imagens dos componentes utilizados para coleta dos dados. Na primeira estão apresentados os componentes de aferição da resposta dinâmica, o segundo grupo de imagens mostra os componentes internos da câmara acústica, que são responsáveis por gerar os sinais de excitação do sistema (*shaker* e fonte acústica), e o posicionamento e nomenclatura adotada nos microfones utilizados para capturar a resposta acústica.

Os detalhes relacionados as propriedades da placa de ensaio podem ser consultados na tabela 3.6.

Tabela 3.6. Parâmetros da Câmara Acústica

Propriedades da Placa	
Material	Alumínio
Módulo de Elasticidade	68,9 GPa
Densidade	2710 kg/m^3
Dimensões	
(Lx,Ly,Lz)	(1346, 735, 590) mm
(a,b,t)	(345, 270,1) mm

A Figura 3.16 ilustra a montagem final da placa embutida com os ressonadores. Cada ponto medido da placa foi mapeado e nomeado de acordo com sua posição no formato P(x,y), conforme apresentado na Figura 3.17. Nela também é possível verificar geometricamente os pontos onde foram posicionados os ressonadores.

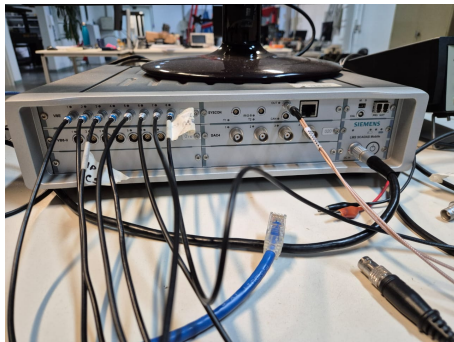
Figura 3.14. Componentes externos do ensaio comparativo



(a) Placa de Ensaio



(b) Amplificador de Potência



(c) Placa de Aquisição



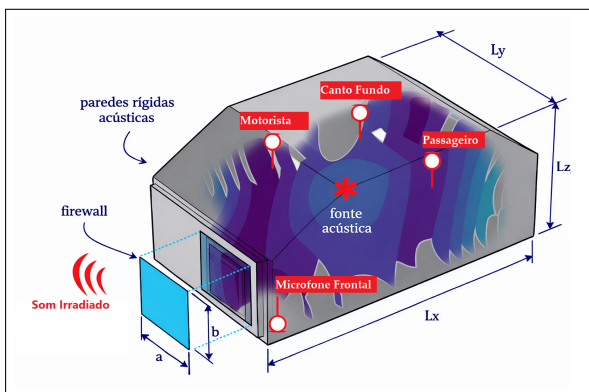
(d) Laser Vibrômetro (Cabeça)



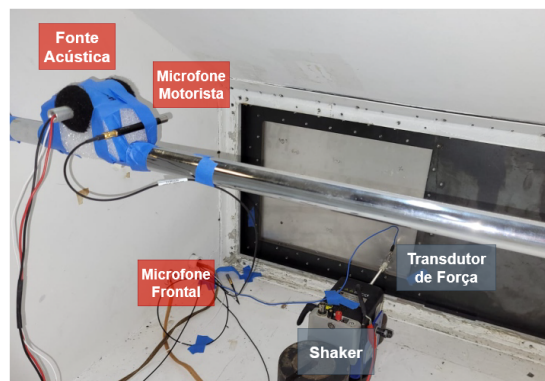
(e) Laser Vibrômetro (Unidade)



(f) Laser Vibrômetro (Interface)



(a) Câmara Acústica.



(b) Montagem Interna dos Componentes

Figura 3.15. Imagens dos Equipamentos do Ensaio Individual Fonte: Cedido pela USP



Figura 3.16. Montagens do Ensaio final

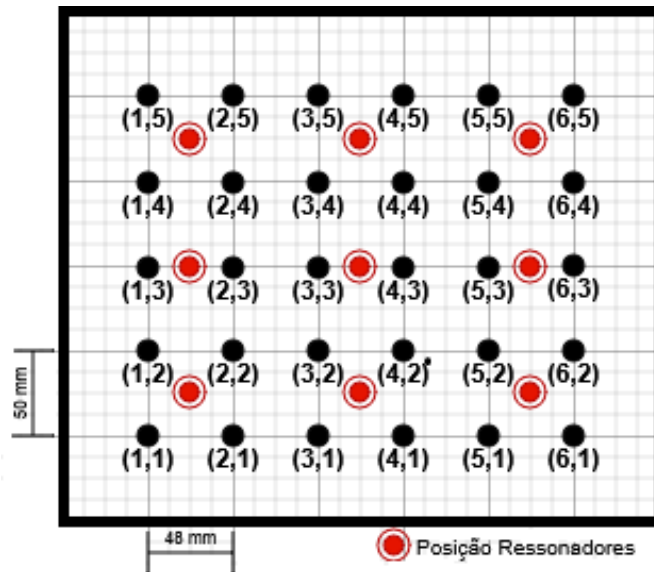


Figura 3.17. Nomenclatura dos pontos de ensaio na placa

Os parâmetros utilizados para configuração do sistema de aquisição, estão apresentados respectivamente nas Tabelas 3.7 e 3.8, a primeira apresentando as definições de software e a segunda apresentando os detalhes de configuração do hardware envolvido. Para cada ponto de ensaio, as medições foram repetidas até que fossem tomadas 10 vezes sem sobrecarga de sensores e com coerência mínima de 80% entre os resultados na região de interesse (50 a 400 Hz).

Para manter a consistência entre os ensaios experimentais dos ressonadores passivos e os obtidos com o modelo inteligente, na etapa 4, adotou-se como sinal de excitação um ruído branco, com parâmetros definidos de forma a reproduzir, tanto quanto possível, aqueles empregados no trabalho de referência [35]. A instrumentação de excitação e aquisição empregados em ambos os trabalhos também foram os mesmos.

Tabela 3.7. Configurações do Software de Ensaio (Test Lab) - Comparativo

Configurações de Escopo	
Largura de Banda	512 Hz
Linhas de Espectro	4096
Resolução	0,125 Hz
Tempo de Aquisição	8 s
Parâmetros	
Tipo de Sinal	Rajada Aleatória
Nível	0,2 V
Parâmetro de Rajada	Ruído Branco
Definição de Frequências	0 a 100% da Banda
Tempo de Rajada	85,01%

Tabela 3.8. Configuração da Placa de Aquisição [Comparativo]

Canal - Equipamento	Ponto de Medição	Tipo de Input	Medida	Sensibilidade
1 - Microfone	Canto-Fundo	ICP	Pressão	12,7 mV/Pa
2 - Microfone	Canto-Frente	ICP	Pressão	13,4 mV/Pa
3 - Acelerômetro	Shaker	ICP	Aceleração	99,1 mV/g
4 - <i>Shaker</i>	Placa P(1,1)	ICP	Força	11,5 mV/N
5 - Microfone	Motorista	ICP	Pressão	54,9 mV/Pa
6 - Microfone	Boneco-Fundo	ICP	Pressão	54,15 mV/Pa
7 - Vibrômetro Laser	Placa P(x,y)	Voltagem AC	Velocidade	20000 V/(m/s)
8 - Fonte Acústica	Câmara Acústica	Voltagem AC	Deslocamento de Volume	3649000 V/m ³

Em alguns dos resultados apresentados no Capítulo 4, optou-se por normalizar as curvas a fim de facilitar a comparação entre diferentes configurações e evidenciar variações relativas ao longo da faixa de frequência analisada. Nesses casos, a normalização foi realizada por meio do deslocamento vertical da curva em decibéis, tomando como referência o valor associado ao pico adotado na banda de interesse. Assim, define-se

$$dB_{norm} = dB_{\omega} - dB_{pico}, \quad (3.1)$$

aqui, dB_{ω} representa o nível em decibéis na frequência ω e dB_{pico} corresponde ao nível no pico de referência. Dessa forma, o pico é deslocado para 0 dB, e os demais pontos indicam

diretamente a variação relativa (atenuação ou amplificação) em relação a esse valor.

3.4 COMPARAÇÃO COM MODELO SEMI-ATIVO

Na etapa final, os efeitos dinâmicos identificados nas FRFs dos ressonadores passivos, obtidas na Etapa 3, foram comparados aos resultados do ressonador inteligente extraído dos resultados apresentados em [35]. A partir dessa comparação, discutem-se as diferenças de comportamento e de efetividade entre as abordagens, de modo a estabelecer uma linha de base comum para a avaliação comparativa dos efeitos esperados em cada caso.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nessa sessão são apresentados os resultados obtidos ao longo do trabalho, divididos em etapas, na mesma ordem proposta no capítulo de metodologia.

4.1 MODELAGEM NUMÉRICA

Os ressonadores desenvolvidos empregam mecanismos similares aos descritos na Seção 2.1.2, para incitar antirressonâncias locais de forma a atenuar respostas vibratórias e acústicas.

Após a fabricação e a realização dos ensaios experimentais em alguns protótipos de ressonadores, tornou-se possível ajustar, nos modelos numéricos, as propriedades de massa e rigidez do ABS, de modo a representar de forma mais fiel o comportamento observado experimentalmente. Os valores finais adotados para os parâmetros do material estão apresentados na Tabela 4.1.

Durante o processo de projeto dos protótipos, observou-se que diferentes marcas e cores de ABS resultaram em variações consideráveis nas propriedades dinâmicas das peças manufaturadas. Assim, conforme mencionado anteriormente, todas as amostras foram produzidas utilizando ABS de um único filamento, de modo a minimizar discrepâncias e garantir maior consistência entre os resultados.

Tabela 4.1. Propriedades finais obtidas para ABS

Propriedade	Valor
Densidade (ρ)	946 kg/m ³
Módulo de Elasticidade (E)	2,77 GPa
Coefficiente de Poisson	0,36

Para simplificar o entendimento dos resultados, os modos obtidos foram separados em duas categorias, classificadas da seguinte forma:

- **Modo Principal:** Modo de vibração para o qual o ressonador foi efetivamente projetado, e objeto central desse estudo.
- **Modo Secundário:** Qualquer outro modo que seja consequência da geometria utilizada cujo não houve preocupação em definir valores alvos durante o design do ressonador.

Os modos e frequências naturais principais obtidos via Ansys para os ressonadores de-

envolvidos estão apresentados nas sessões 4.1.1, 4.1.2 e 4.1.3 abaixo. Mais a frente, a Tabela 4.2 mostra os valores numéricos obtidos para as frequências naturais de cada modelo compilados.

4.1.1 Ressonador 1GDL

A figura 4.1 apresenta o modo de interesse do ressonador 1GDL, em 141 Hz. Onde a massa oscila alinhada com sentido esperado da excitação de base do ressonador ao ser acoplado com a placa.

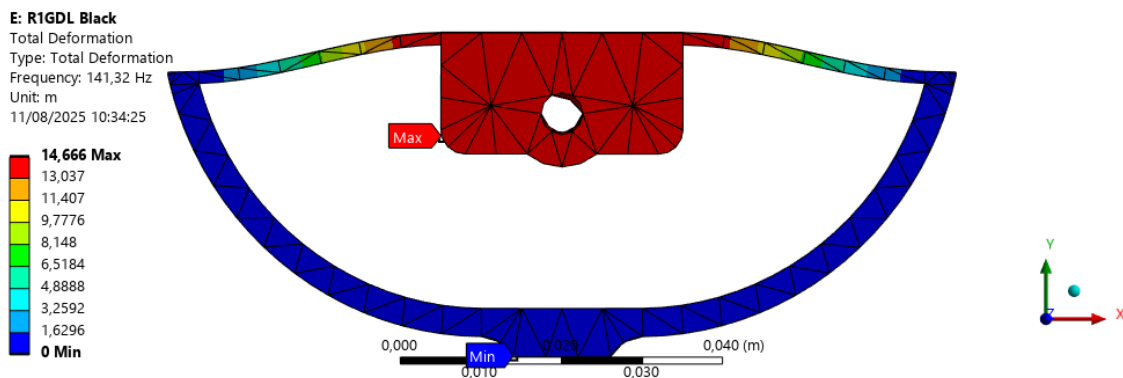


Figura 4.1. Modo Principal do Ressonador 1GDL [Modo 1]

4.1.2 Ressonador 2GDL

Assim como no caso do R1GDL, os modos principais do R2GDL estão apresentados nas Figuras 4.2 (141 Hz) e 4.3 (197 Hz). Ressalta-se que esses modos principais não necessariamente correspondem aos primeiros modos da estrutura, pois podem existir modos secundários com frequências naturais inferiores, mas com baixa participação dos graus de liberdade de interesse. No modelo 2GDL, por exemplo, os modos de interesse correspondem ao 3º e ao 4º modos estruturais.

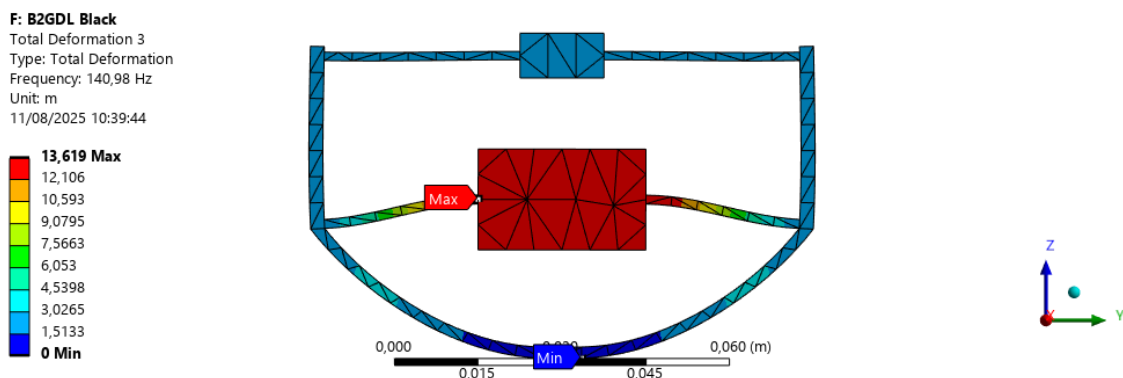


Figura 4.2. 1º Modo Principal do Ressonador 2GDL [Modo 3]

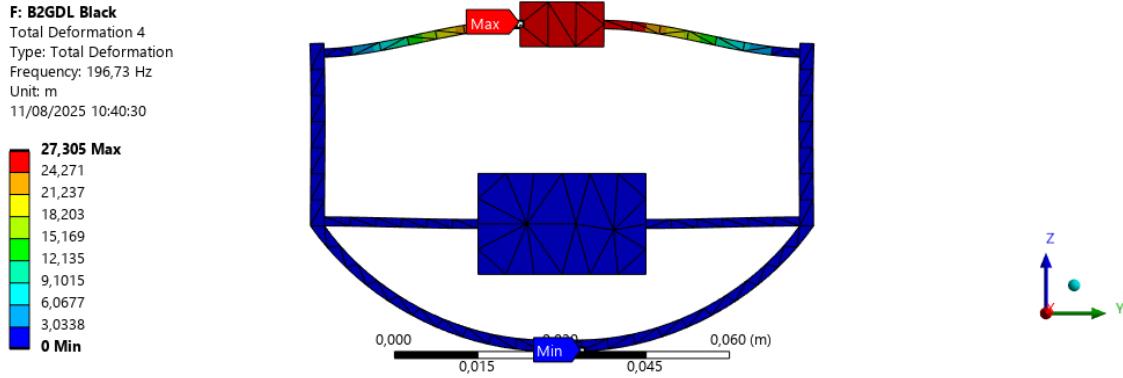


Figura 4.3. 2º Modo Principal do Ressonador 2GDL [Modo 4]

Para o modelo R2GDL, também é importante destacar os modos secundários 5 (239 Hz) e 6 (248 Hz) apresentados nas Figura 4.4a e 4.4b respectivamente. Embora esses modos não tenham sido previstos como alvos de sintonização durante o projeto, os ensaios individuais (seção 4.2.2) indicaram efeitos dinâmicos na região de 200 a 300 Hz da FRF, sugerindo que estes modos também possam ter participação na atenuação da resposta dinâmica durante o ensaio final.

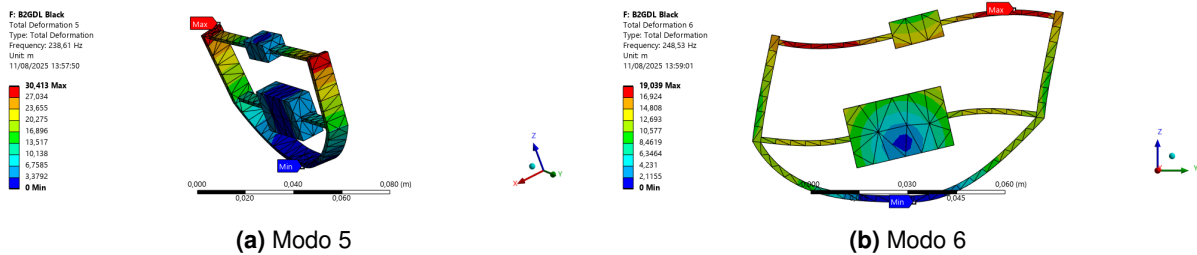


Figura 4.4. Modos secundários ressonador 2GDL

4.1.3 Ressonador 3GDL

Devido à configuração do R3GDL, caracterizada por três subsistemas semelhantes acoplados, as frequências naturais associadas a cada conjunto de modos tornam-se muito próximas entre si. Assim, observa-se a ocorrência de três modos com formas modais semelhantes, diferindo principalmente pelas relações de fase entre os graus de liberdade, o que resulta em múltiplos modos “agrupados” em trios ao longo do espectro. Os três modos principais do modelo, na região de 150 a 156 Hz, são apresentados nas Figuras 4.5, 4.6 e 4.7.

Assim como no modelo R2GDL, os modos principais do R3GDL não correspondem aos primeiros modos estruturais. Neste caso, os modos de interesse são os modos 4, 5 e 6 destacados.

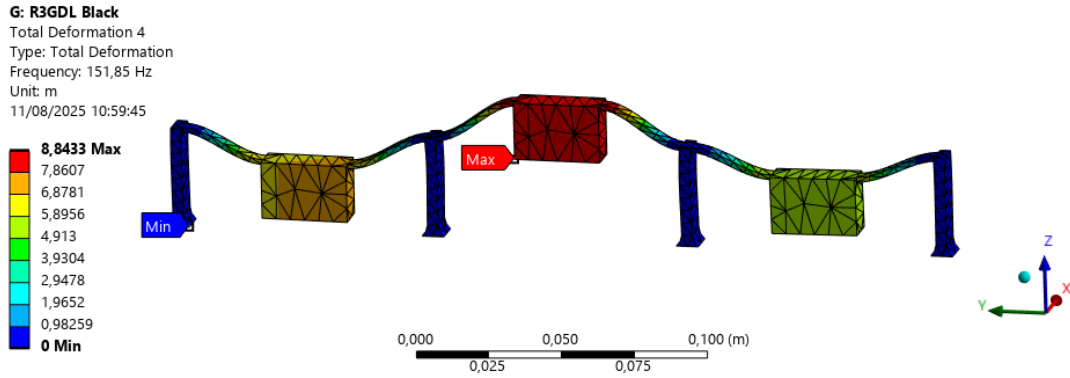


Figura 4.5. 1° Modo Principal do Ressonador 3GDL [Modo 4]

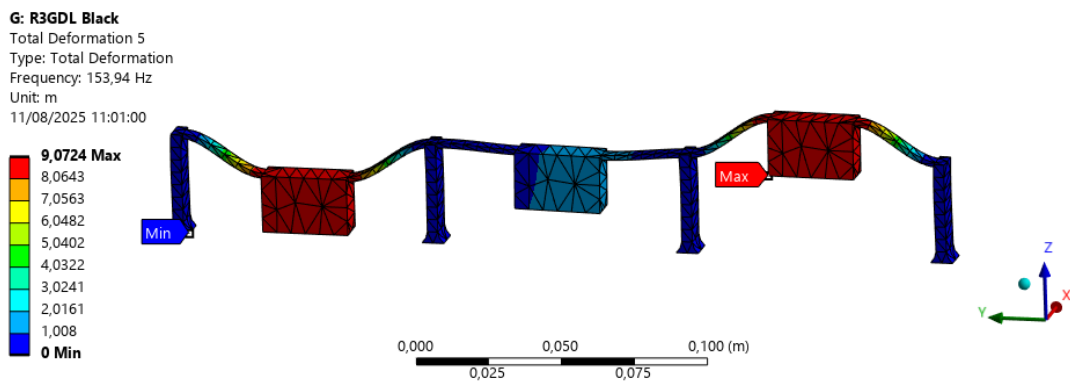


Figura 4.6. 2° Modo Principal do Ressonador 3GDL [Modo 5]

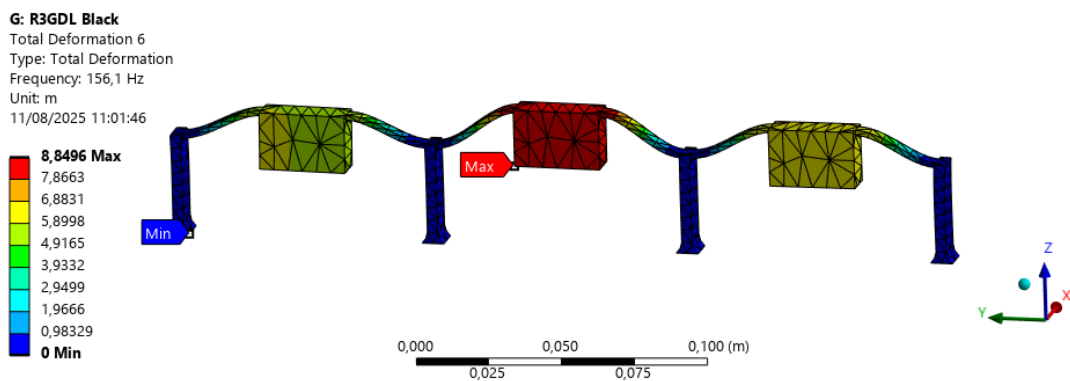


Figura 4.7. 3° Modo Principal do Ressonador 3GDL [Modo 6]

4.1.4 Resultados Numéricos Compilados

A Tabela 4.2 reúne as frequências naturais identificadas numericamente para os ressonadores limitadas a $\omega_n \leq 250$ Hz. Na tabela, os modos principais estão destacados em negrito. As respectivas formas modais para cada frequência dos modos secundários estão apresentadas no Apêndice B.

Tabela 4.2. Frequências Modais Obtidas

Modo	ω_n (Hz)		
	1GDL	2GDL	3GDL
1	141,32	54,262	124,76
2	162,82	79,083	126,76
3	175,00	140,98	129,16
4	-	196,73	151,85
5	-	238,61	153,94
6	-	248,53	156,10
7	-	-	184,24

4.2 ENSAIOS EXPERIMENTAIS INDIVIDUAIS

Após a definição final das geometrias, os ressonadores foram produzidos em maior quantidade, de modo a possibilitar a realização dos ensaios finais. Durante essa etapa foram realizadas impressões em maior escala, uma vez que os ensaios experimentais finais requerem a utilização de nove pontos de massa, tornando indispensável a fabricação de várias unidades.

Para assegurar a consistência entre as unidades produzidas, adotaram-se critérios objetivos de repetibilidade para aceitação dos protótipos: (i) diferenças de massa inferiores a 5% entre os exemplares; e (ii) variações de frequência natural também limitadas a 5% em relação à frequência média do respectivo conjunto. Adicionalmente, as FRFs de cada unidade foram inspecionadas visualmente, a fim de verificar a ausência de comportamentos dinâmicos adversos (por exemplo, picos espúrios, assimetrias inesperadas ou alterações de amortecimento) que pudessem indicar defeitos de fabricação ou montagem.

Com os protótipos devidamente impressos, cada ressonador foi submetido a ensaios individuais, conforme detalhamento da seção (3.2), com o objetivo de verificar se as peças atendiam aos requisitos projetados. Esse procedimento também teve como finalidade assegurar que nenhuma unidade apresentasse defeitos decorrentes do processo de fabricação, garantindo, assim, a confiabilidade dos resultados experimentais obtidos. As unidades descartadas não foram contabilizadas nas estimativas das propriedades dos ressonadores.

4.2.1 Ressonador 1 GDL

A Tabela 4.3 apresenta as frequências obtidas nos ensaios de cada um dos 10 ressonadores 1GDL impressos. Como eram necessárias apenas 9 unidades, o ressonador de número 4 foi descartado dos ensaios finais e do cálculo da frequência média. Embora seu resultado ainda estivesse dentro de um erro aceitável ($< 5\%$), esse protótipo apresentou a maior discrepância em relação ao conjunto, com diferença de aproximadamente 8 Hz quando comparado à média dos demais ressonadores, os quais apresentaram resultados mais consistentes.

Tanto para o modelo de 1GDL, quanto para os modelos com mais graus apresentados posteriormente as FRFs apresentam um pico em frequências baixas, esse comportamento provavelmente esteja relacionado a um modo de corpo rígido da montagem e ocorre em fre-

quências abaixo da zona de interesse dos 50 a 500 Hz, portanto não é relevante nessa análise. O compilado da FRF obtida para os ressonadores que foram classificados como conformes está apresentada na Figura 4.8 abaixo:

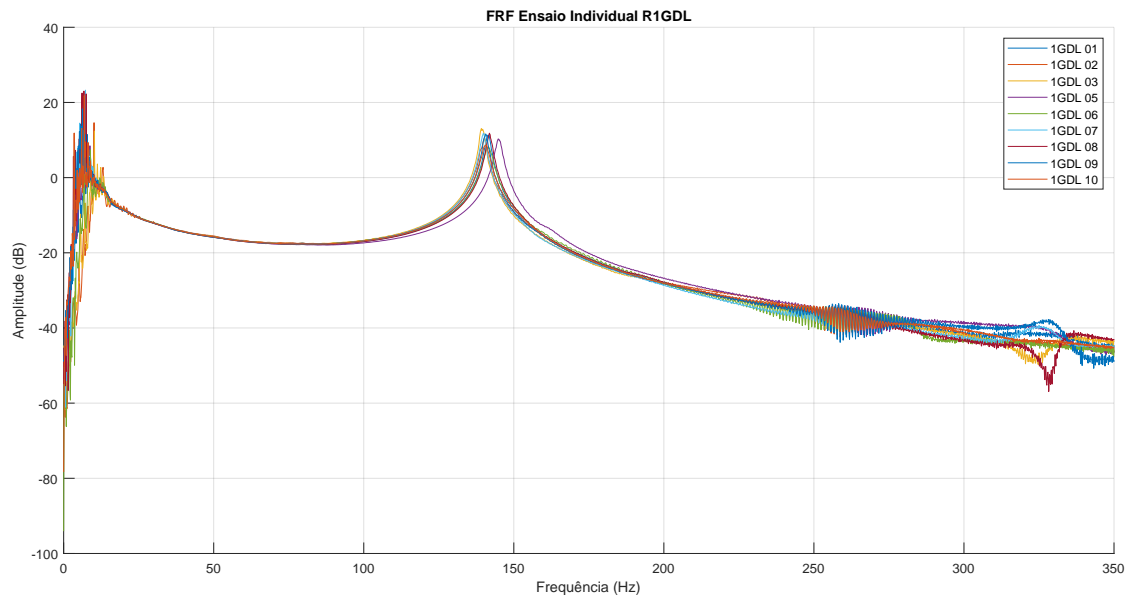


Figura 4.8. FRF Experimental Ressonadores 1GDL [m1] (dB Ref. 1 (m/s)/N)

Cabe ressaltar que os parâmetros de densidade e módulo de elasticidade do material, utilizados nas análises numéricas, foram ajustados com base nos resultados obtidos para essa configuração. Assim, a proximidade entre os valores medidos experimentalmente e os resultados numéricos é consequência direta desse ajuste.

Tabela 4.3. Resultados Compilados R1GDL

ID	Massa (g)	Frequência (Hz)
1	9,5	141,50
2	9,4	140,38
3	9,5	139,38
4	9,5	149,38
5	9,5	145,00
6	9,5	141,75
7	9,4	140,00
8	9,3	142,00
9	9,5	140,75
10	9,5	141,00
Média	9,5	141,31
Desvio padrão Numérico	0,07	1,62
	9,5	141,32

4.2.2 Ressonador 2 GDL

Para o conjunto de ressonadores 2GDL, foram inicialmente manufaturadas 10 amostras. Após a execução dos ensaios individuais, verificou-se que parte dessas unidades apresentou comportamento dinâmico discrepante em relação ao esperado, evidenciado por FRFs atípicas e por frequências naturais acima da margem de erro tolerável, estabelecida na ordem de 10%. Além disso, a própria forma das FRFs dessas amostras não permitiu caracterizar com clareza a segunda ressonância, uma vez que o segundo pico/ressonância se mostrou pouco definido ou mascarado. Em decorrência dessas inconsistências, tais unidades foram classificadas como não conformes e descartadas.

Com o objetivo de assegurar um número mínimo de unidades para a montagem na placa, foram produzidas mais 7 amostras de ressonadores 2GDL. Nesse segundo lote, não foram observadas discrepâncias relevantes em relação aos valores esperados. Ao final do processo, foram selecionadas 9 amostras conformes para utilização na placa.

As Figuras 4.9 e 4.10 apresentam as FRFs obtidas para os ressonadores 2GDL aprovados, medidas respectivamente na massa 1 (m1) e na massa 2 (m2). Por se tratar de uma geometria mais complexa, os ressonadores de 2GDL apresentaram uma dispersão levemente maior (maior desvio padrão entre as frequências) do que a observada nos modelos 1GDL; ainda assim, foi possível obter resultados coerentes e consistentes entre as medições.

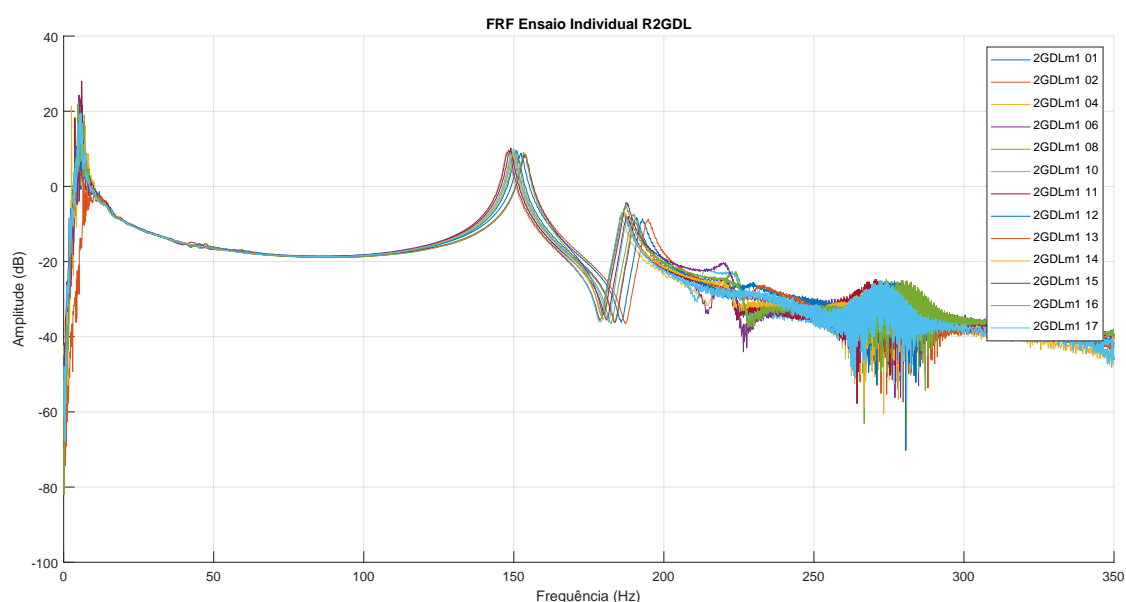


Figura 4.9. FRF Experimental Ressonadores 2GDL [m1] (dB Ref. 1 (m/s)/N)

Na Tabela 4.4 ficam mais evidentes os desvios do modelo numérico, com diferenças da ordem de 10 Hz entre as frequências previstas e as obtidas experimentalmente para os ressonadores ensaiados. Ainda assim, os resultados foram considerados satisfatórios para a finalidade proposta, pois os protótipos permanecem adequados para atuar nas frequências-alvo de 140 e 190 Hz.

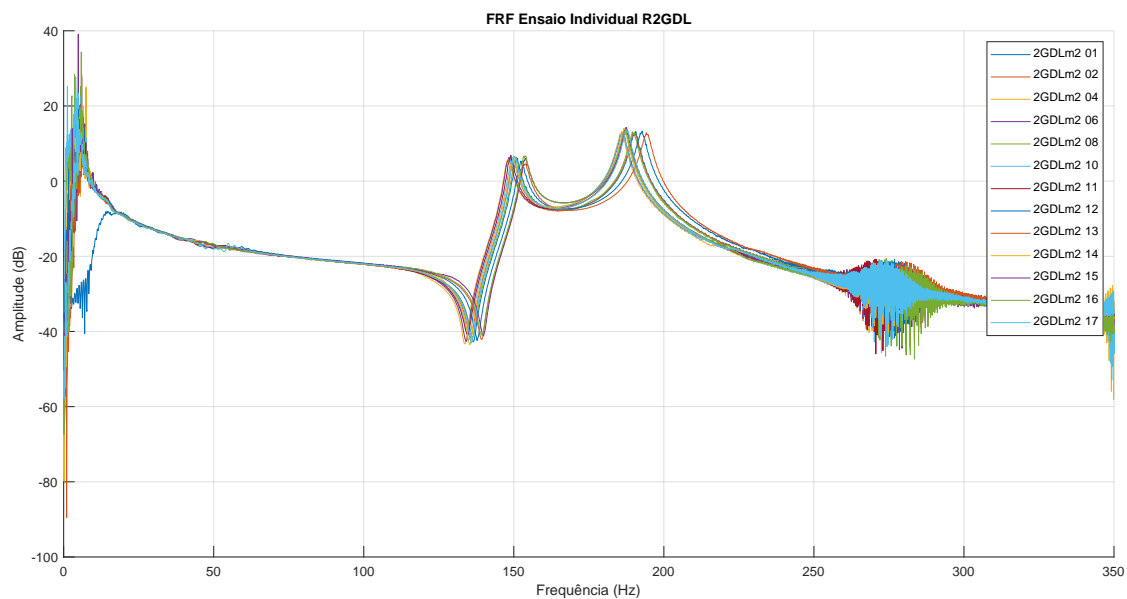


Figura 4.10. FRF Experimental Resonadores 2GDL [m2] (dB Ref. 1 (m/s)/N)

Tabela 4.4. Resultados Compilados R2GDL

ID	Massa (g)	Frequência m1 (Hz)	Frequência m2 (Hz)
1	10,3	151,00	190,63
2	10,3	149,63	190,50
3	10,3	107,00	-
4	10,3	147,75	185,5
5	10,3	131,00	-
6	10,3	148,50	186,38
7	10,4	123,13	-
8	10,3	150,88	189,63
9	10,3	111,13	-
10	10,3	149,13	186,13
11	10,4	149,13	187,50
12	10,4	152,50	192,88
13	10,5	154,00	194,25
14	10,4	150,00	186,88
15	10,5	153,88	187,50
16	10,5	153,38	187,13
17	10,5	150,00	187,50
Média	10,4	150,75	188,65
Desvio padrão Numérico	0,09	2,08	2,71
	10,2	140,98	196,73

4.2.3 Ressonador 3 GDL

Para os ressonadores de 3GDL, inicialmente foram realizadas apenas 3 impressões. Onde todas apresentaram resultados de ensaio consistentes e dentro dos parâmetros esperados de projeto.

A FRF obtida experimentalmente para a cada uma das massas (m_1, m_2 e m_3) dos ressonadores está apresentada nas Figuras 4.11, 4.12 e 4.13. Os resultados compilados estão apresentados na Tabela 4.5.

Nos resultados do R3GDL, destacam-se dois aspectos principais. Primeiramente, os picos identificados experimentalmente ficaram próximos aos valores previstos numericamente, o que é coerente com a similaridade desse modelo em relação ao ressonador de 1GDL e com o ajuste previamente realizado no modelo numérico. Em segundo lugar, observa-se novamente um efeito dinâmico na faixa de 250 a 300 Hz, similar presente no modelo 2GDL, possivelmente associado à excitação de um modo secundário envolvendo torção e/ou deformações no plano nas massas centrais.

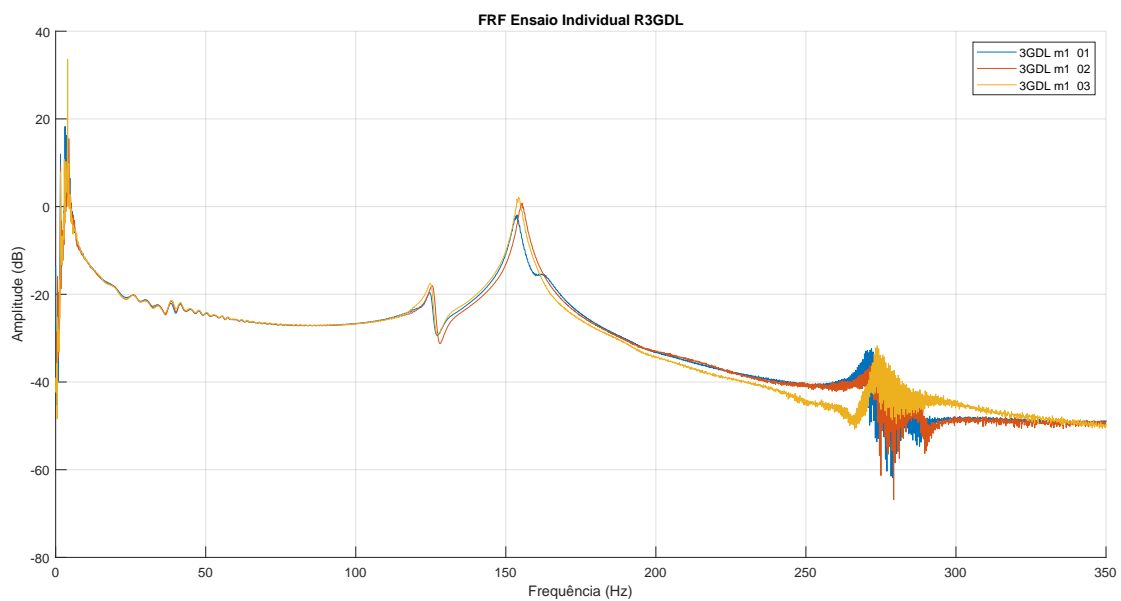


Figura 4.11. FRF Experimental Ressonadores 3GDL [m1] (dB Ref. 1 (m/s)/N)

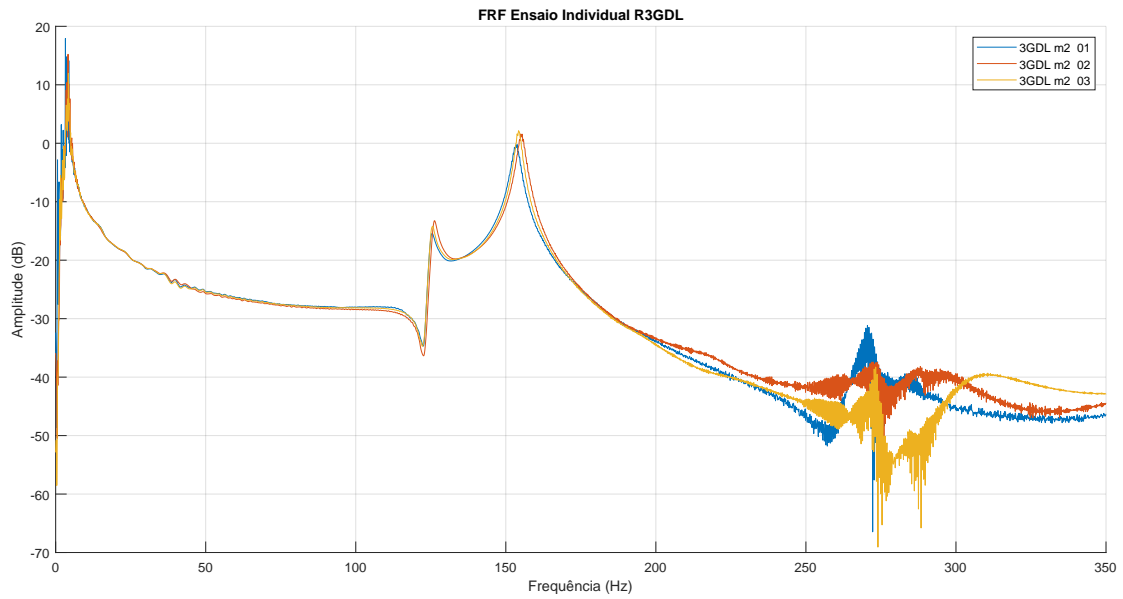


Figura 4.12. FRF Experimental Resonadores 3GDL [m2] (dB Ref. 1 (m/s)/N)

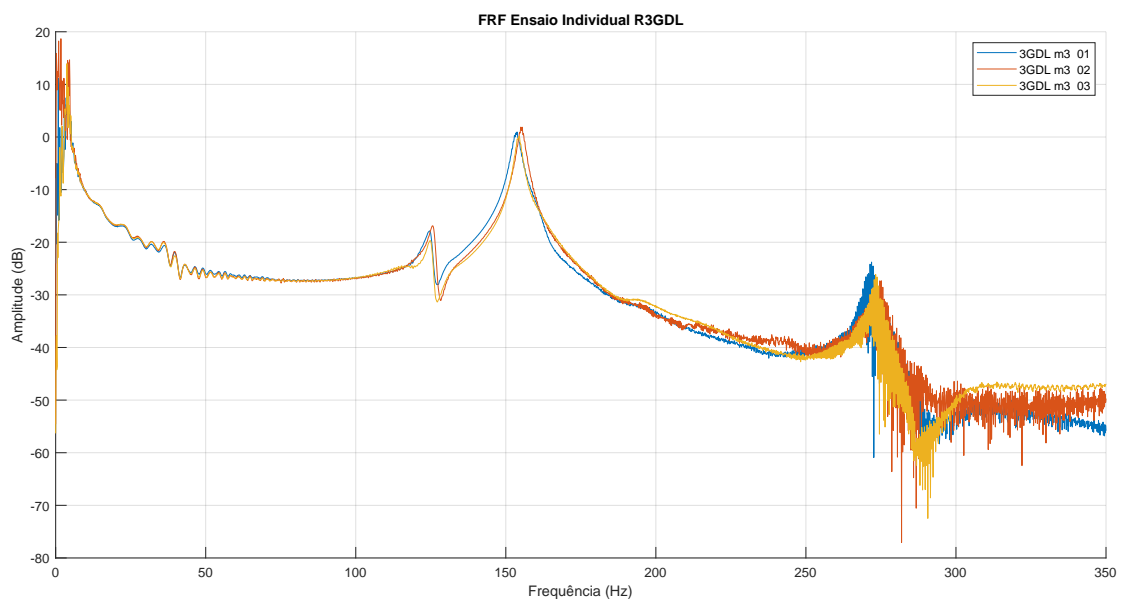


Figura 4.13. FRF Experimental Resonadores 3GDL [m3] (dB Ref. 1 (m/s)/N)

Tabela 4.5. Resultados Compilados R3GDL

ID	Massa (g)	m1		m2		m3	
		F1 (Hz)	F2(Hz)	F1 (Hz)	F2(Hz)	F1 (Hz)	F2(Hz)
-	-						
1	23,9	124,75	153,88	125,63	153,88	124,75	153,88
2	23,8	125,50	155,50	126,38	155,13	125,75	155,13
3	24,1	124,88	154,38	125,75	154,38	125,00	154,63
Média	23,9	125,04	154,59	125,92	154,46	125,17	154,55
Desvio padrão	0,15	0,40	0,83	0,40	0,63	0,52	0,63
Numérico	25,17	124,76	151,85	126,76	153,94	129,16	156,10

4.2.4 Modelo Numérico Ensaio 3GDL

Devido à necessidade de incorporar uma viga ao ressonador 3GDL durante os ensaios, foi desenvolvido um modelo numérico refinado, composto por **70.400** nós e **34.815** elementos, no qual a viga de alumínio é representada conectada à base do ressonador (Figura 4.14). O objetivo desse modelo é avaliar a influência dessa adição no comportamento modal da montagem, identificando possíveis alterações nas frequências naturais e nas formas modais do conjunto, associadas à mudança de condição de contorno e à redistribuição de massa/rigidez.

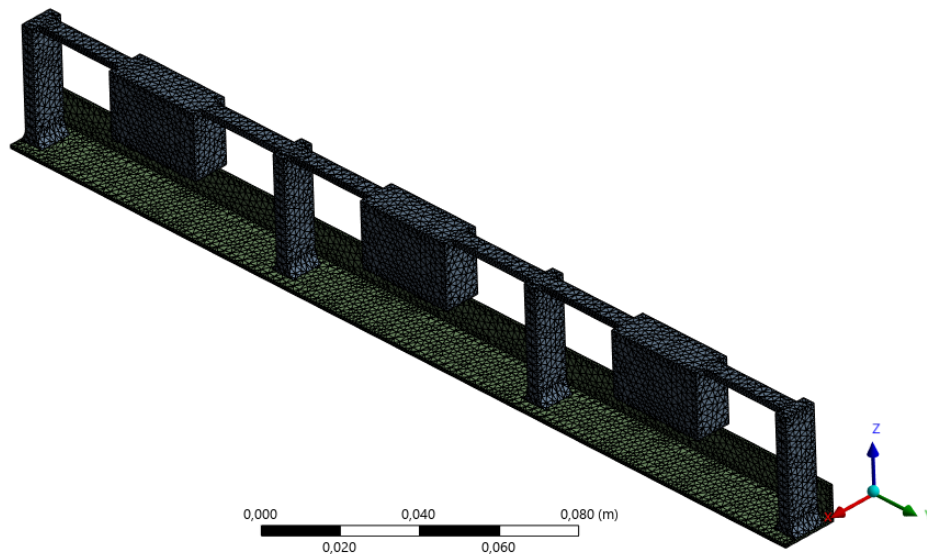
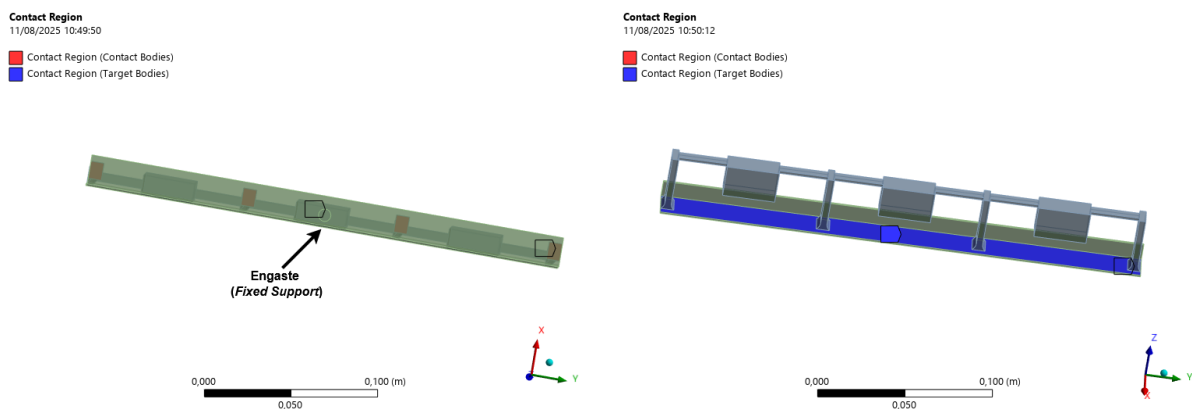


Figura 4.14. Malha para avaliação do ensaio de 3GDL.

No modelo numérico, o ressonador foi acoplado à viga por meio de quatro condições de contato, definidas entre os pés do protótipo e as respectivas regiões de apoio na viga. Adicionalmente, foi imposta uma condição de *fixed support* na interface entre a viga e o *shaker*, de modo a representar a restrição aplicada durante o ensaio. A Figura 4.15 ilustra a localização dessas condições de contorno e de contato.



(a) Contato no ressonador (região vermelha).

(b) Contato na viga (região azul).

Figura 4.15. Condições de contato consideradas no modelo.

Para a viga, foram adotadas as propriedades padrão de alumínio disponíveis no Ansys. Como não foram realizadas caracterizações experimentais do material utilizado e as dimensões foram aproximadas, essa simplificação é considerada adequada, uma vez que a análise tem caráter qualitativo e busca capturar tendências de alteração no comportamento dinâmico do conjunto.

A Tabela 4.6 sintetiza as frequências obtidas para o metamaterial isolado (numérico e experimental) e, adicionalmente, as frequências dos **modos híbridos** do conjunto com a viga. Observa-se que, enquanto no metamaterial isolado os modos podem ser interpretados predominantemente como rotação ou translação, a montagem experimental (com viga/peça de fixação) promove acoplamento dinâmico, resultando em modos globais que combinam componentes de translação e rotação.

Tabela 4.6. Modelo 3GDL – resultados compilados (frequências em Hz).

Configuração	Modos de rotação (Hz)	Modos de translação (Hz)
Numérico – MM isolado	124,76; 126,76; 129,16	151,85; 153,94; 156,10
Experimental – Ensaio individual	125,04; 125,92; 125,17	154,59; 154,56; 154,55
Numérico – MM com a viga (modos híbridos do conjunto)		
	Modo 5 (Fig. 4.16)	Modo 6 (Fig. 4.17)
Frequência (Hz)	131,67	141,88

Com a malha e as condições de contorno adotadas, o modelo do conjunto (ressonador + viga) resultou em dois modos globais cujas frequências são as mais próximas das obtidas no ensaio. Esses modos, listados na Tabela 4.6 como Modo 5 (131,67 Hz) e Modo 6 (141,88 Hz), correspondem aos modos ilustrados nas Figuras 4.16 e 4.17, respectivamente. Observa-se que ambos são *modos híbridos*, isto é, superposições de componentes de translação das massas na direção z com componentes de rotação em torno do eixo x , em decorrência do acoplamento com a flexão da viga.

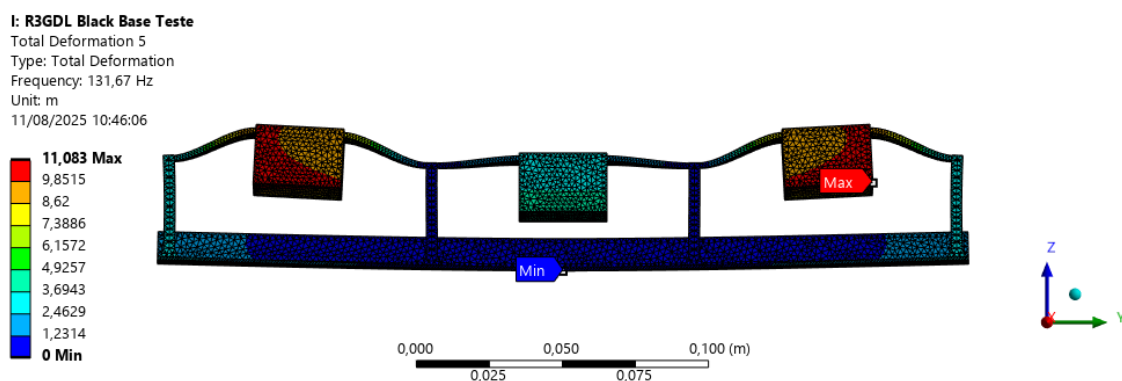


Figura 4.16. Modo Estrutural 5 do conjunto com viga.

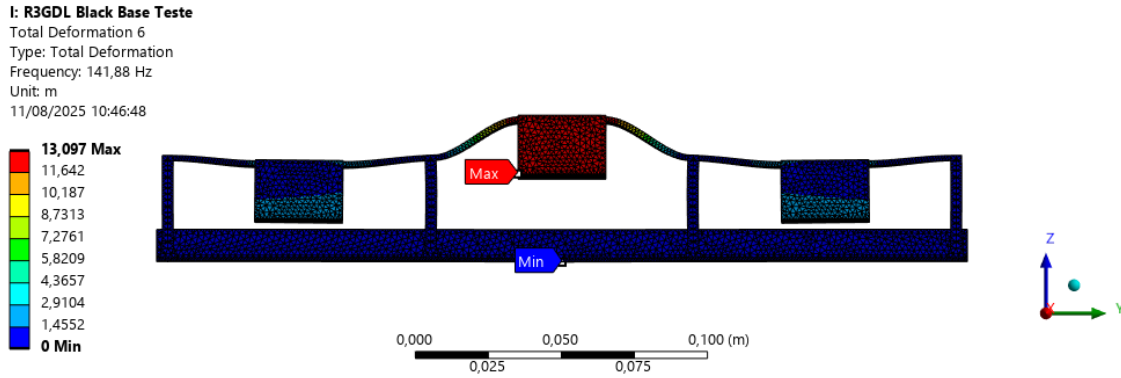


Figura 4.17. Modo Estrutural 6 do conjunto com viga.

Observando as Figuras 4.16 e 4.17, nota-se que os modos associados à presença da viga combinam componentes de translação das massas na direção z com rotação em torno do eixo x . Nesse contexto, duas interpretações podem explicar o comportamento capturado no ensaio:

1. Os modos observados experimentalmente correspondem aos modos previstos pelo modelo numérico do conjunto completo (ressonador + viga).
2. A flexão da viga permitiu a excitação simultânea dos modos de translação e de rotação já previstos para o metamaterial isoladamente.

Como o objetivo dos ensaios individuais é verificar repetibilidade e identificar possíveis desvios de manufatura entre protótipos, não se buscou discriminar qual mecanismo predominou nas medições. Assim, a análise concentrou-se em confirmar que os ressonadores apresentassem FRFs suficientemente próximas, conforme os critérios estabelecidos na seção anterior.

4.3 ENSAIOS EXPERIMENTAIS COMPARATIVOS

Para a avaliação os resultados obtidos, essa seção está organizada em três partes, a primeira subseção 4.3.1 trata da resposta vibratória da placa a uma excitação mecânica (*shaker*), a segunda (subseção 4.4), apresenta as respostas acústicas captadas pelos microfones, para ambos os casos de excitação, acústica e mecânica. Por fim, na subseção 4.5 a FRF dos modelos desenvolvidos nesse trabalho é comparada a FRF do modelo semi-ativo desenvolvido no artigo [35] previamente apresentado.

4.3.1 Resposta Vibratória

Para uma análise completa dos resultados obtidos para cada ressonador, é possível consultar o conjunto de todas as FRFs mensuradas no Apêndice B.3. Entretanto, para uma interpretação geral dos resultados, nesta seção será destacado o conjunto de FRFs obtidas para

o ponto de ensaio P33, apresentado na Figura 4.18. A escolha do ponto P33 deve-se ao fato de este se localizar em uma região central da placa, onde alguns modos estruturais tendem a apresentar amplitudes mais elevadas, o que facilita a visualização dos efeitos dinâmicos.

É importante notar, a partir da Figura 4.18, que a adição dos ressonadores, de forma geral, não apenas promoveu atenuações pontuais, mas também deslocou parte das ressonâncias e das regiões de menor resposta do sistema para frequências ligeiramente mais elevadas. Esse efeito é perceptível, por exemplo, na faixa associada ao segundo modo estrutural, cujos picos se concentram entre 220 e 260 Hz e tendem a ocorrer em frequências mais altas quando os metamateriais são acoplados. De maneira análoga, observa-se um deslocamento na região de 360 a 400 Hz, na qual a resposta atenuada característica da placa também passa a ocorrer em frequências maiores nas configurações com ressonadores.

Esse comportamento pode estar associado ao aumento da rigidez estrutural efetiva do conjunto, devido à conexão dos ressonadores, e/ou ao acoplamento dinâmico entre os modos da placa e dos ressonadores, que pode levar à repulsão modal (evitando o cruzamento de frequências) e, conseqüentemente, ao deslocamento das ressonâncias.

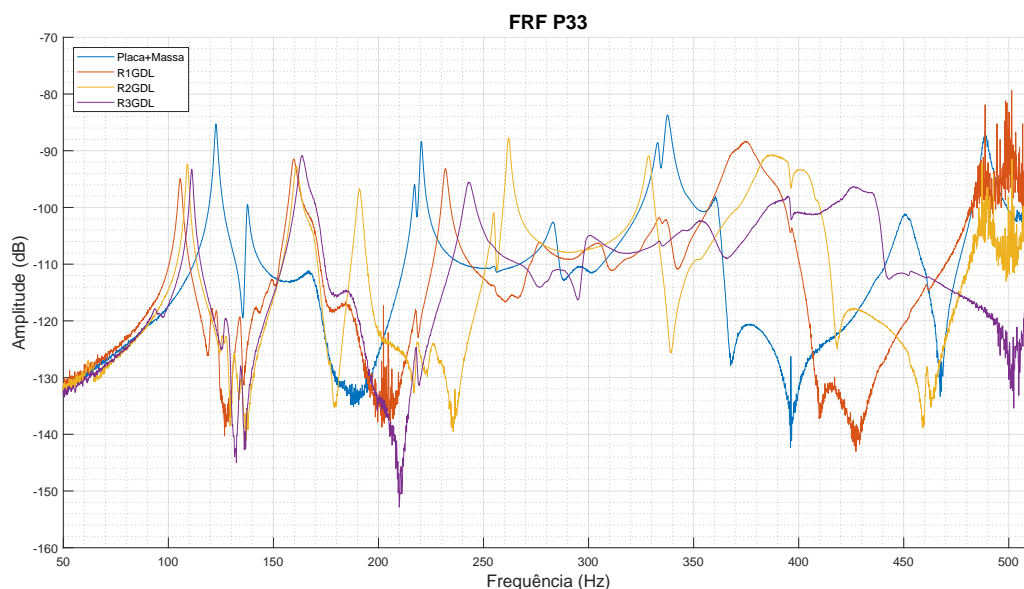


Figura 4.18. FRF Ponto 33 (dB Ref. 1 (m/s)/N)

Ao se analisarem duas regiões principais do gráfico, torna-se evidente o efeito de atenuação promovido pelos ressonadores na dinâmica da placa. A primeira região de interesse situa-se entre 130 e 140 Hz, na qual observa-se claramente a formação de um vale na resposta em frequência, introduzido pelos ressonadores, exatamente na faixa em que anteriormente se encontrava o pico associado à combinação placa–massa.

Na segunda região, compreendida entre 200 e 250 Hz, ao se observar o comportamento do ressonador R2GDL, nota-se a presença de um segundo vale na resposta, substituindo um pico anteriormente existente. De modo não antecipado na etapa de dimensionamento inicial, a atenuação promovida pelo ressonador R2GDL nessa faixa apresentou uma largura de banda superior àquela observada na primeira região de interesse. Esse comportamento pode estar

relacionado aos resultados da análise numérica do R2GDL, a qual indica a existência de dois modos secundários (Modos 5 e 6) localizados nessa faixa de frequência. Esses modos, que não eram inicialmente considerados dominantes no início do trabalho, podem ter sido excitados pelo movimento da placa, contribuindo adicionalmente para o efeito de atenuação observado.

Ambas as regiões discutidas encontram-se destacadas na Figura 4.19.

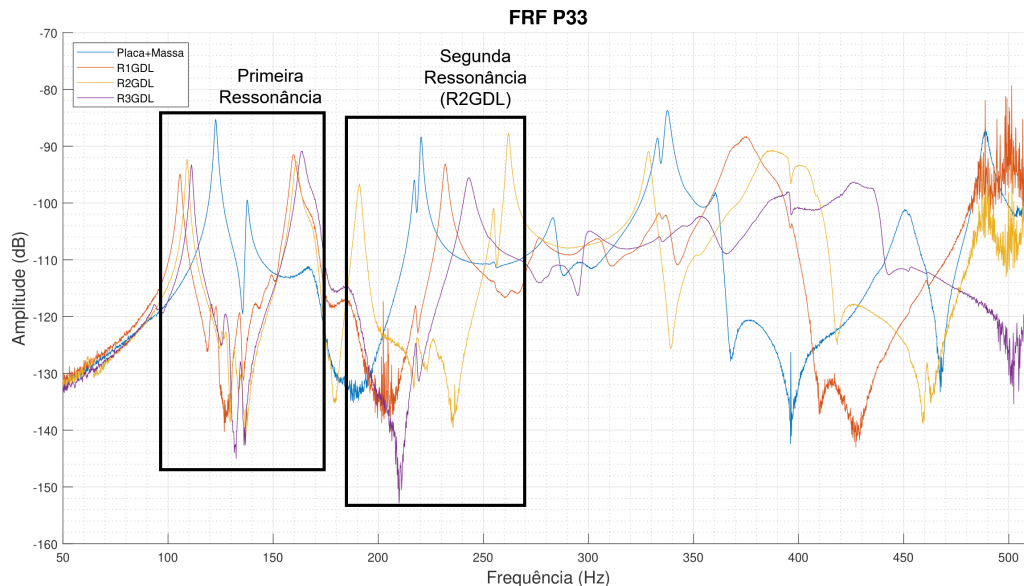


Figura 4.19. FRF Ponto 33 [Ressonâncias] (dB Ref. 1 (m/s)/N)

Observou-se ainda uma terceira região de atenuação associada ao ressonador R3GDL (Figura 4.20), abrangendo aproximadamente a faixa de 250 a 450 Hz. Nesse intervalo, verifica-se uma redução significativa da amplitude dos picos na resposta vibratória do sistema, sugerindo um efeito de atenuação com caráter mais amplo ao longo do espectro analisado.

Esse comportamento não foi antecipado nas análises iniciais e indica a possível atuação de mecanismos adicionais de interação entre os ressonadores e a dinâmica global da placa (por exemplo, efeitos de acoplamento modal e alterações nas condições de contorno locais). Ainda assim, a identificação precisa dos fenômenos responsáveis por essa resposta requer uma investigação específica, com análises complementares e novos ensaios experimentais, a ser desenvolvida em trabalhos futuros.

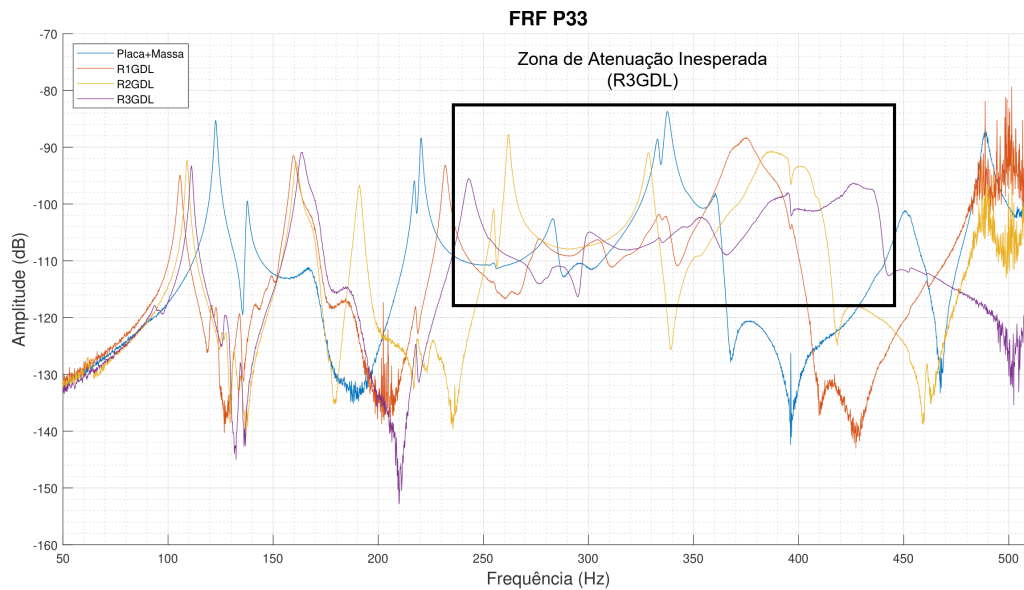


Figura 4.20. FRF Ponto 33 [Zona de Atenuação] (dB Ref. 1 (m/s)/N)

Observando alguns outros pontos da placa, é possível ter uma visão melhor da ação da segunda massa do R2GDL. No ponto P(4,4) por exemplo é fácil visualizar o efeito de anti ressonância gerado pela atuação das peças (Figura 4.21). Apesar do pico do ressonador não estar efetivamente alinhado com o pico da placa, que acontece na região dos 220 Hz, a FRF demonstra com clareza a capacidade do modelo em criar uma segunda zona de atenuação. Um ressonador similar, porém com dimensões ajustadas para coincidir com o pico de frequência da placa em 220 Hz, poderia atingir com mais eficiência no controle da resposta estrutural, resultando em um efeito de atenuação ainda mais acentuado.

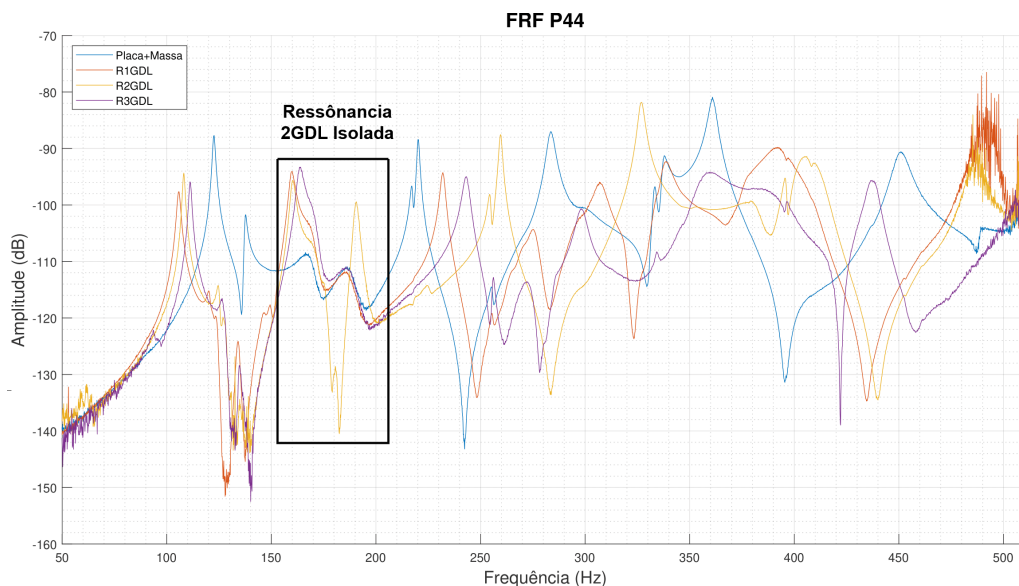


Figura 4.21. FRF Ponto 44 [Resposta 2GDL] (dB Ref. 1 (m/s)/N)

Na Figura 4.22, destaca-se a faixa de 250 a 300 Hz. Observa-se que os efeitos dinâmicos identificados nos ensaios individuais dos ressonadores de 2 e 3GDL coincidem com um dos pi-

cos estruturais da placa, resultando em uma redução da resposta nesse pico e no surgimento de dois novos picos adjacentes. Trata-se de um comportamento análogo ao observado na vizinhança da frequência-alvo de 140 Hz, típico do acoplamento de um absorvedor/resonador à estrutura principal.

Para o modelo 2GDL, a alteração do espectro se manifesta predominantemente como um *deslocamento* do pico: a resposta em torno de 250 Hz passa a se assemelhar à forma observada na condição de referência próxima a 225 Hz. Esse comportamento sugere que, nessa região, o efeito do ressonador está associado principalmente ao aumento de massa efetiva/inércia do sistema (o 2GDL é ligeiramente mais pesado), deslocando a ressonância da placa, em vez de produzir uma atenuação pronunciada por efeito de absorção.

Já para o modelo 3GDL, a resposta apresenta uma assinatura ainda mais próxima da observada em 140 Hz. Nota-se a formação de um *vale* bem definido na FRF na região do pico original, o que indica uma atenuação mais efetiva da ressonância estrutural, com a energia sendo redistribuída para picos laterais em torno da frequência de acoplamento.

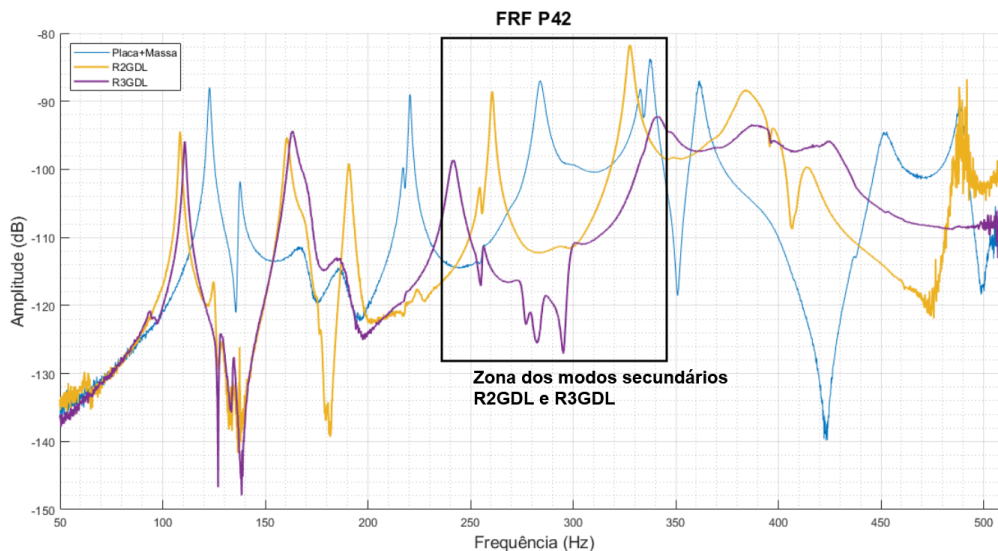


Figura 4.22. FRF Ponto 42 [Resposta 2GDL e 3GDL] (dB Ref. 1 (m/s)/N)

Os efeitos observados se replicam ao longo dos demais pontos de ensaio. Para complementar o entendimento da resposta dinâmica da placa, avaliou-se também a PSD da velocidade em faixas específicas de frequência. Para isso, aplicou-se um processamento em bandas de 1/3 de oitava, no qual a PSD é integrada em cada intervalo padronizado, resultando em um nível por banda proporcional ao valor quadrático médio da velocidade e, consequentemente, à energia cinética média associada à resposta vibratória do sistema, na faixa analisada. Os resultados para o ponto P33 estão apresentados na Figura 4.23. Por fim, os valores foram normalizados em relação ao primeiro pico da configuração Placa–Massa, a fim de facilitar a comparação entre as diferentes configurações.

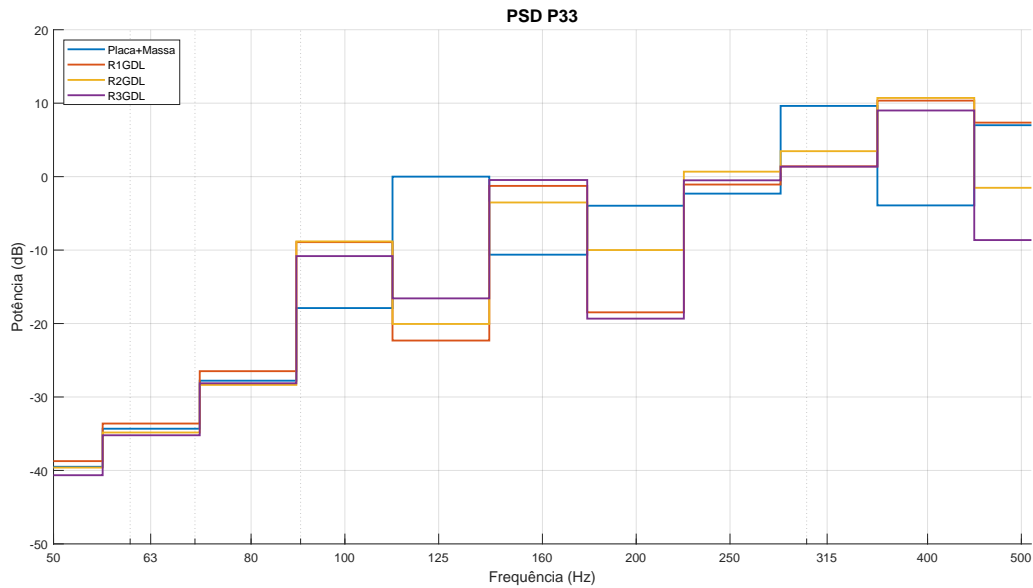


Figura 4.23. PSD normalizada no ponto P33 (dB ref. $1 \text{ (m}^2/\text{s}^2)/\text{Hz}$).

Ao analisar os níveis integrados por banda, observa-se que a banda centrada em 125 Hz é atenuada por todos os ressonadores, indicando a redução consistente do conteúdo vibratório nessa região. No caso do R2GDL, a atenuação associada ao segundo pico distribui-se entre duas bandas adjacentes (centradas em 160 e 200 Hz), o que reduz a evidência do efeito na métrica por banda. Além disso, nessas mesmas bandas também se encontram os picos adicionais decorrentes do acoplamento com o ressonador, os quais podem compensar parcialmente a redução e, assim, limitar a queda observada no nível total integrado de cada banda.

Ao integrar, para cada ponto ensaiado, a PSD de velocidade ao longo da faixa de frequência de interesse e, em seguida, somar as contribuições de todos os pontos de medição, obtém-se um indicador global proporcional à energia cinética média na faixa considerada associada à vibração da placa. Como os pontos de medição representam áreas equivalentes da placa, essa soma fornece uma aproximação discreta, com pesos iguais, do nível vibratório global do sistema. A Figura 4.24 apresenta a redução dessa métrica (em dB) promovida por cada ressonador, tomando como referência a condição Placa–Massa. Os resultados foram normalizados de modo que a configuração Placa–Massa corresponda a 0 dB.

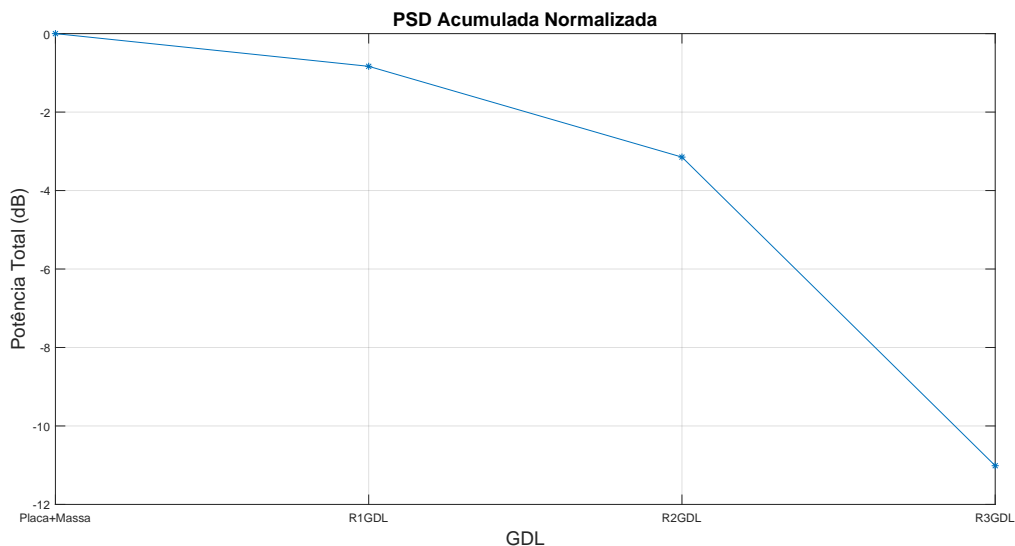


Figura 4.24. PSD Acumulada Normalizada (dB Ref. 1 (m^2/s^2))

Nesse gráfico, fica explícito que o R3GDL apresenta uma região de atenuação em banda larga que resulta em uma redução expressiva da resposta vibratória da placa (aproximadamente 11 dB) quando comparado aos ressonadores pontuais. Esse comportamento, não antecipado nas análises iniciais, indica a atuação de mecanismos adicionais de interação entre o ressonador e a dinâmica global da placa, ampliando o efeito de atenuação para além das faixas estritamente sintonizadas. Observa-se ainda que a inclusão de um segundo elemento ressonante contribuiu para aprimorar localmente o desempenho de atenuação do metamaterial, reforçando o potencial de ganhos incrementais por meio de configurações com maior número de graus de liberdade.

Para complementar a análise do comportamento dinâmico do sistema, investigaram-se as formas modais da placa associadas às frequências de interesse. As formas modais foram reconstruídas a partir das medições nos pontos de ensaio, utilizando-se o diagrama de estabilização como critério para identificação e validação dos polos modais.

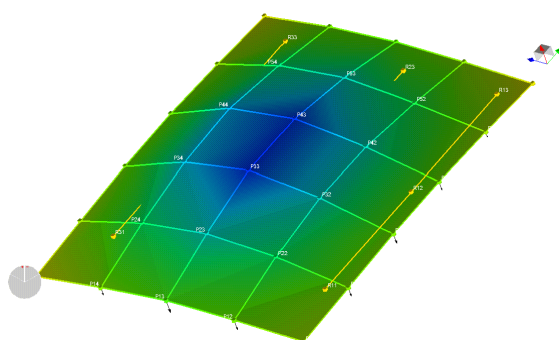
A Tabela 4.7 apresenta a lista das frequências modais obtidas para cada configuração analisada. Para facilitar a inspeção qualitativa, a animação de cada modo pode ser consultada diretamente a partir do respectivo valor de frequência (links).

Nas Figuras 4.25a e 4.25b, observa-se que os modos identificados nas regiões de aproximadamente 120 Hz e 220 Hz apresentam formas modais semelhantes, respectivamente, ao primeiro e ao segundo modo estrutural típicos de uma placa plana. Essa similaridade é consistente com os modos reportados por [24] para configurações comparáveis.

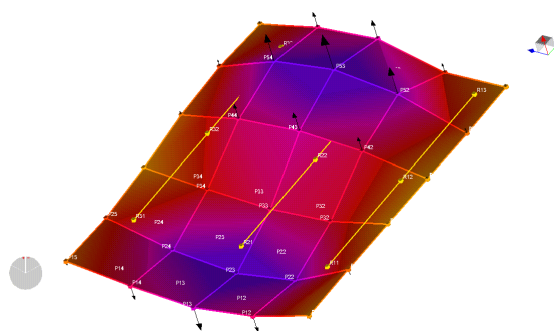
Além disso, a presença do simulacro de cabine acoplado à placa se reflete na reconstrução modal, com a identificação de modos muito próximos em frequência e com formas modais estruturais semelhantes. Esse comportamento é compatível com o acoplamento vibroacústico do sistema, no qual diferentes componentes acústicas podem se manifestar na resposta estrutural medida.

Tabela 4.7. Tabela Resumo das Frequências Modais

Frequências dos Modos (Hz)				
Modo	Placa+Massa	R1GDL	R2GDL	R3GDL
1	122,7	105,6	107,3	111,2
2	137,5	120,7	124,8	126,9
3	168,8	124,1	127,4	128,6
4	187,3	134,5	130,9	134,7
5	217,3	141,0	159,6	163,6
6	220,4	148,9	173,3	170,6
7	255,6	159,8	176,6	218,0
8	270,5	169,7	190,1	235,9
9	283,6	186,4	223,1	241,6
10	296,7	231,9	223,9	243,2
11	-	249,8	254,3	255,8
12	-	263,0	257,8	273,3
13	-	275,7	259,6	284,9
14	-	296,7	282,1	298,1
15	-	306,7	296,7	-



(a) Montagem Placa+Massa Modo 1 - ~123 Hz



(b) Montagem Placa+Massa Modo 5 - ~217 Hz

Figura 4.25. Modos de Vibração (Placa+Massa).

À luz desses resultados, ao retomar a Figura 3.2 nota-se que o primeiro modo estrutural está bem alinhado com o primeiro pico de resposta acústica da cavidade na anteparo. Isso também se traduz em atenuação na resposta acústica sob excitação mecânica nessa faixa, como será evidenciado mais adiante na Figura 4.28.

Já para o segundo modo estrutural, a frequência natural permanece próxima a 220 Hz, porém separada do pico de potência irradiada na faixa de 180 Hz. Dessa forma, como discutido na seção anterior, o segundo grau do R2GDL acaba não ficando alinhado com esse segundo modo estrutural, o que explica a ausência de efeitos de atenuação nessa região.

4.4 RESPOSTA ACÚSTICA

Para a resposta acústica, obtida pelos microfones internos, foram avaliados dois casos base:

- Excitação Acústica \gg Resposta Acústica: neste caso, foi considerada a FRF entre o deslocamento volumétrico da fonte acústica (m^3) e a resposta de pressão sonora medida pelos microfones internos (Pa).
- Excitação Mecânica \gg Resposta Acústica: neste caso, foi considerada a FRF entre a força aplicada pelo shaker (N) e a resposta de pressão sonora medida pelos microfones internos (Pa).

Os resultados do primeiro caso são apresentados nas Figuras 4.26 e 4.27. Como os microfones estão posicionados no interior da câmara acústica, um aumento do nível da FRF (pressão interna por excitação acústica) indica que uma parcela maior da energia acústica permanece confinada no volume interno. Assim, por uma consideração de balanço energético, é razoável inferir que há redução da fração de energia sonora transmitida através da placa para o meio externo, o que é desejável do ponto de vista de isolamento.

Entretanto, apesar de um leve efeito próximo de 110 Hz (Figura 4.27), de maneira geral os ressonadores apresentam impacto limitado na transmissão sonora pela placa sob excitação acústica. Uma hipótese é que o carregamento imposto pelo campo de pressão interno não foi capaz de excitar com eficiência a dinâmica dos ressonadores, resultando em baixo acoplamento entre a energia acústica incidente e os mecanismos de atenuação introduzidos pelos protótipos. Para verificar esse efeito e quantificar sua magnitude de forma mais direta, propõe-se como trabalho futuro a instrumentação acústica do lado externo da câmara, permitindo a comparação simultânea entre as pressões interna e externa e, conseqüentemente, uma estimativa mais robusta da energia efetivamente transmitida.

A interpretação muda ao se analisar a resposta acústica como consequência de uma excitação mecânica. A FRF correspondente é apresentada na Figura 4.28. Nota-se que, na mesma faixa em torno de 130 Hz em que ocorre a atenuação na resposta vibratória, há também redução do nível de pressão medido internamente, o que sugere que os ressonadores podem — ao menos em frequências específicas — mitigar o ruído induzido por vibrações estruturais.

Esse mesmo comportamento se repete em outras faixas do espectro: ao inspecionar a região em torno de 250 Hz, observa-se novamente redução do nível acústico. Além disso, de forma análoga ao observado nas FRFs vibratórias, a presença de um vale de atenuação é acompanhada, nos próprios resultados experimentais, pelo surgimento de picos adjacentes (novas ressonâncias locais), perceptíveis na Figura 4.28. Esse padrão é consistente com a dinâmica de sistemas acoplados, em que a introdução de elementos ressonantes tende a produzir anti-ressonâncias e a redistribuir a resposta espectral, resultando em ampliações localizadas nas proximidades do vale.

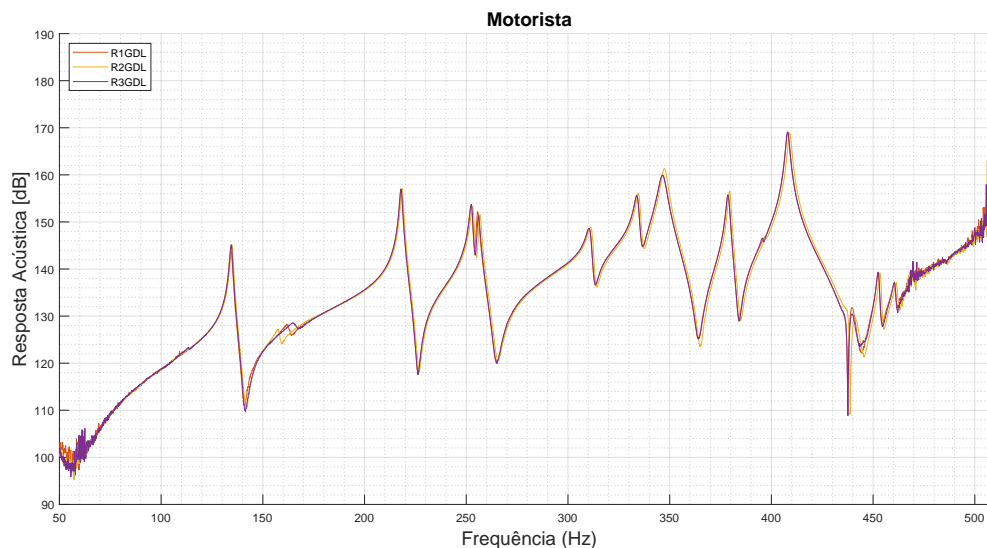


Figura 4.26. Resposta Acústica (Microfone Motorista) (dB Ref. 1 Pa/m³)

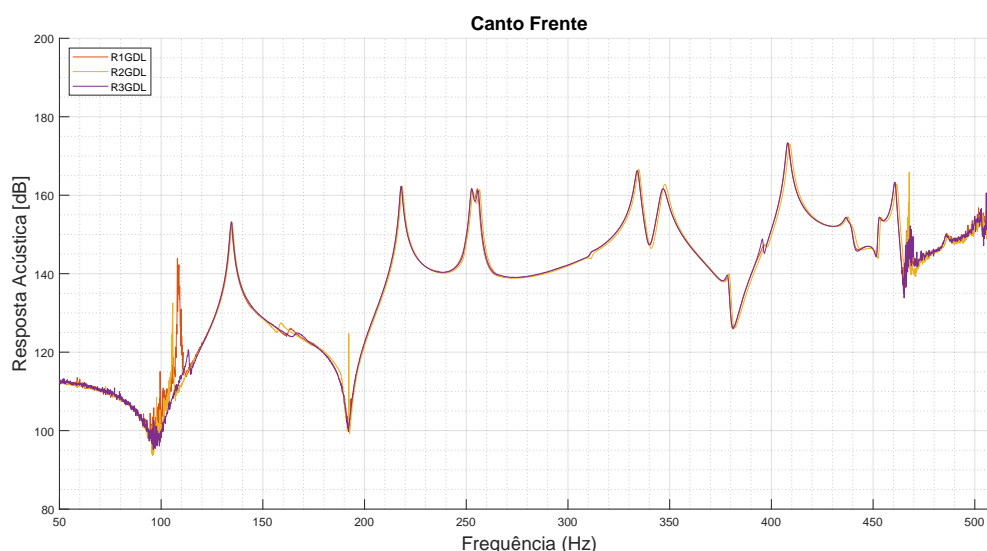


Figura 4.27. Resposta Acústica (Microfone Frontal) (dB Ref. 1 Pa/m³)

Para uma avaliação completa da capacidade de atenuação sonora dos metamateriais nessas condições, é necessária uma modelagem mais abrangente do acoplamento vibroacústico entre a placa e o campo acústico da cavidade. Adicionalmente, recomenda-se como trabalho futuro a instrumentação acústica interna em múltiplos pontos da câmara, permitindo caracterizar a distribuição espacial de pressão e estimar uma resposta acústica mais representativa do sistema (por exemplo, por médias espaciais/energéticas), reduzindo a dependência da interpretação baseada em poucos pontos de medição.

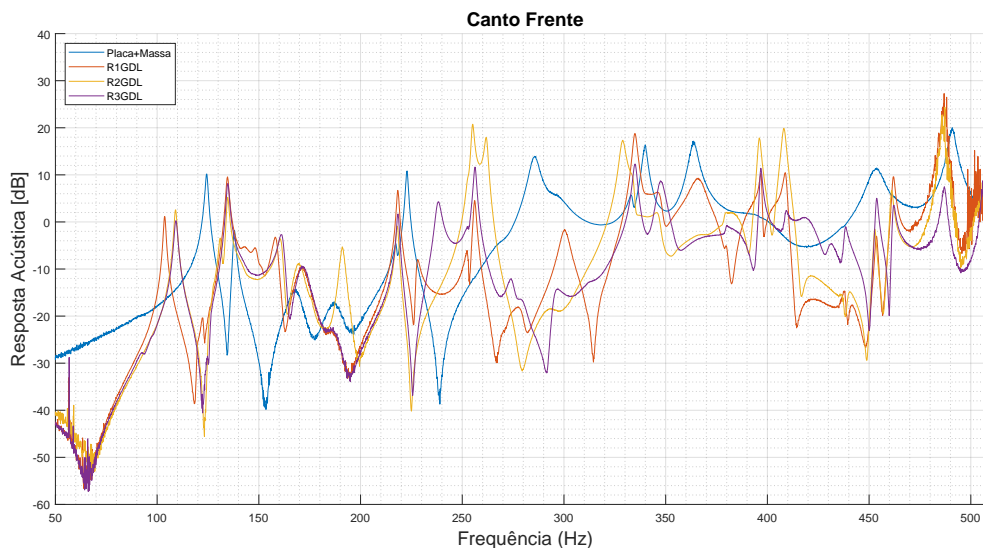


Figura 4.28. Resposta Acústica à Excitação Mecânica (Microfone Frontal) (dB Ref. 1 Pa/N)

4.5 COMPARAÇÃO COM MODELO SEMI-AATIVO

Por fim, compararam-se as respostas dinâmicas da placa para as configurações com ressonadores passivos com aquela obtida utilizando o ressonador inteligente, considerando-se o mesmo ponto de análise previamente definido como foco (P33).

A Figura 4.29 evidencia diferenças marcantes entre as abordagens. Enquanto os ressonadores passivos tendem a produzir vales de atenuação profundos, porém localizados em faixas estreitas, o ressonador inteligente promove uma atenuação mais distribuída: a redução dos picos tem menor magnitude, mas ocorre com menor penalização na forma de picos laterais pronunciados, frequentemente observados nas soluções estritamente passivas.

Na região em torno de 120 Hz, observa-se que o modelo inteligente não atenuou o primeiro pico da FRF, resultando em desempenho inferior aos modelos passivos nessa faixa. Em contrapartida, nota-se um efeito favorável nas ressonâncias subseqüentes, em aproximadamente 220 Hz e 340 Hz, nas quais o sistema gera vales de atenuação alinhados com essas frequências.

Adicionalmente, identifica-se um efeito colateral associado ao comportamento semi-ativo. Acima de aproximadamente 360 Hz, faixa na qual a própria estrutura da placa apresenta redução de resposta, o modelo inteligente passa a amplificar a resposta dinâmica, culminando em um aumento perceptível e em um pico localizado em torno de 470 Hz.

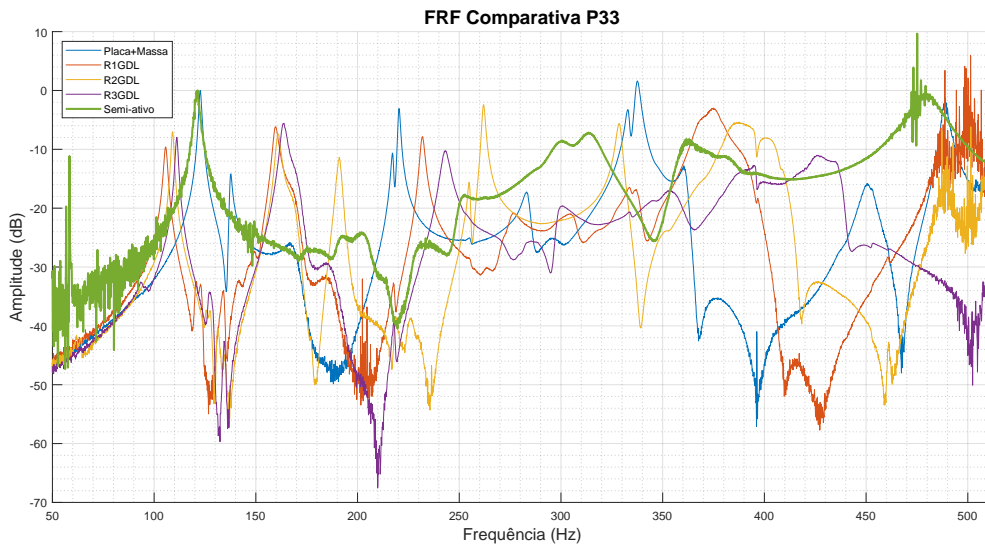


Figura 4.29. FRF Comparativa Normalizada (dB Ref. 1 (m/s)/N)

5 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo principal o desenvolvimento e a avaliação de metamateriais ressonantes estritamente passivos para o controle de vibração e ruído. Esses dispositivos foram concebidos como uma base de referência para estudos posteriores, permitindo estabelecer um corpo comparativo consistente para o desenvolvimento de modelos mais complexos, com efeitos não lineares, maior número de graus de liberdade e/ou incorporação de estratégias inteligentes.

O trabalho também permitiu avaliar a confiabilidade e a repetibilidade da impressão 3D como processo de manufatura. Os resultados indicam que é possível obter peças com desvios aceitáveis (erro inferior a 10% nas frequências naturais) de forma relativamente simples. Entretanto, é necessária atenção a efeitos inerentes ao processo de impressão que podem introduzir discrepâncias maiores, por vezes difíceis de identificar por inspeção visual. Assim, torna-se essencial a realização de ensaios individuais dos ressonadores, a fim de verificar a conformidade com os requisitos de projeto antes da sua integração ao sistema.

Por meio do dimensionamento, fabricação e testagem experimental de alguns conceitos iniciais, foi possível confirmar a capacidade desses metamateriais de atuarem no controle de frequências específicas. Também foi demonstrado que uma mesma estrutura, contendo múltiplas ressonâncias, pode atuar simultaneamente sobre diferentes picos dinâmicos do sistema.

Além disso, foram observados resultados promissores de atenuação em bandas de frequência mais amplas para o modelo integrado (3GDL). No entanto, tais efeitos ainda necessitam de investigações mais aprofundadas, por meio de novos experimentos e análises, para que seja possível a obtenção de conclusões mais abrangentes.

No que se refere à resposta acústica, os resultados apresentaram eficácia limitada, o que já era esperado. Os protótipos não demonstraram capacidade de impedir a propagação sonora entre os meios de forma eficiente (parte interna e externa da câmara). Ainda assim, foram observadas atenuações nas frequências de controle quando analisado o som gerado pelas vibrações da placa, indicando um potencial dessas estruturas na mitigação de ruído de origem vibroacústica.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

Como continuidade direta deste trabalho, destaca-se a necessidade de aprofundar o entendimento dos efeitos observados no modelo R3GDL e de realizar uma caracterização com-

pleta da resposta acústica interna do sistema sob efeito dos ressonadores, de modo a avaliar em detalhe a capacidade de redução da resposta acústica proporcionada por essas arquiteturas.

Como próximos passos, espera-se aplicar os conceitos aqui avaliados como base para o desenvolvimento de metamateriais com melhor desempenho, por exemplo através de técnicas de otimização topológica, visando ajustes mais precisos das frequências dos ressonadores, redução de massa desnecessária e controle dos efeitos de amortecimento. Adicionalmente, o emprego de ferramentas de Inteligência Artificial também pode apoiar o desenvolvimento de geometrias mais eficientes e acelerar a busca por soluções com melhor desempenho vibroacústico.

LISTA DE REFERÊNCIAS

- [1] Ansi/asa s1.11-2020 (r2025): Specification for octave-band and fractional-octave-band analog and digital filters, 2020. American National Standard. Citado na página 21.
- [2] M R Ahmadi, L Whitmore, E Povoden-Karadeniz, M Stockinger, A Falahati, e E Kozeschnik. Tunable multimode filtering of solid acoustic waves in a three-component phononic crystal slab. *Advanced Materials Research*, 150-151:1625–1639, 8 2010. Citado na página 6.
- [3] Avelino Alves Filho. *Elementos finitos: A base da tecnologia CAE*. Ed. Erica, 2005. Citado na página 15.
- [4] Inc. ANSYS. Solid 187. *SOLID 187*, Jul 2017. Citado nas páginas xiv, 15 e 16.
- [5] Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro. *NBR IEC 61260-1: Eletroacústica – Filtros de bandas de oitava e de frações de oitava – Parte 1: Especificações*, 2023. Equivalente à IEC 61260-1:2014. Citado na página 20.
- [6] Julius S. Bendat e Allan G. Piersol. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. Wiley, Hoboken, NJ, 4 edição, 2010. Citado na página 17.
- [7] Julius S. Bendat e Allan G. Piersol. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. Wiley, 4 edição, 2010. Citado na página 19.
- [8] Birgitta Berglund, Thomas Lindvall, Dietrich H Schwela, World Health Organization. Occupational, e Environmental Health Team. Guidelines for community noise, 1999. Citado na página 1.
- [9] Robert D. Blevins. *Formulas for dynamics, acoustics and Vibration*. Wiley, 2016. Citado na página 10.
- [10] Anders Brandt. *Noise and vibration analysis: Signal Analysis and experimental procedures*. Wiley, 2011. Citado nas páginas 9 e 10.
- [11] Pedro de Campos Muradas Cerântola e Leopoldo Pisanelli Rodrigues de Oliveira. Improving panel insertion loss via aperiodic tiling of decorated membrane resonators. In *International Conference on Noise and Vibration Engineering - ISMA*, 2022. Citado na página 2.

- [12] H. Dai, X. Zhang, Y. Zheng, W. Pei, R. Zhou, R. Liu, e Y. Gong. Review and prospects of metamaterials used to control elastic waves and vibrations. *Frontiers in Physics*, 10:1069454, 2022. Citado nas páginas 7 e 8.
- [13] Srajan Dalela, P. S. Balaji, e D. P. Jena. A review on application of mechanical metamaterials for vibration control. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 29(22):3237–3262, 2022. Citado na página 8.
- [14] Organização das Nações Unidas, Oct 2019. Citado nas páginas xiv e 2.
- [15] Tolga Ergin, Nicolas Stenger, Patrice Brenner, John B Pendry, e Martin Wegener. Three-dimensional invisibility cloak at optical wavelengths. *Science*, 328:337–339, 8 2010. Citado na página 6.
- [16] D. J. Ewins. *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. Research Studies Press / Wiley, 2 edição. ISBN 0-86380-218-4. Citado na página 19.
- [17] Frank Fahy. *Advanced applications in acoustics, noise and Vibration*. CRC PRESS, 2019. Citado na página 1.
- [18] Xin Fang, Walter Lacarbonara, e Li Cheng. Advances in nonlinear acoustic/elastic metamaterials and metastructures. *Nonlinear Dynamics*, 113:23787–23814, 2025. Published online 03 Sep 2024. Citado na página 7.
- [19] G. Gatti, A.D. Shaw, P.J.P. Gonçalves, e M.J. Brennan. On the detailed design of a quasi-zero stiffness device to assist in the realisation of a translational lanchester damper. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 164:108258, 2022. Citado na página 7.
- [20] Ali Grami. *Introduction to Digital Communications*. Academic Press, 2016. Citado na página 18.
- [21] Sébastien Guenneau, Alexander Movchan, S Anantha Ramakrishna, Gunnar Petursson, Gunnar Petursson Acous, e Gunnar Pétursson. Acoustic metamaterials for sound focusing and confinement new journal of physics acoustic metamaterials for sound focusing and confinement. *New Journal of Physics*, 9:399, 2007. Citado na página 7.
- [22] Mahmoud I Hussein, Michael J Leamy, e Massimo Ruzzene. Dynamics of phononic materials and structures: Historical origins, recent progress, and future outlook. *Applied Mechanics Reviews*, 66, 8 2014. Citado nas páginas 6 e 7.
- [23] D. Inman. *Vibrações Mecânicas: Tradução da 4a edição*. Elsevier Editora Ltda., 2018. Citado nas páginas 11, 12, 13 e 18.
- [24] Bhargav Reddy Isanaka, M Abdul Akbar, Biraja Prasad Mishra, e Vinod Kushvaha. Free vibration analysis of thin plates: Bare versus stiffened. *Engineering Research Express*, 2(1):015014, Jan 2020. Citado na página 57.
- [25] C.A.F. Jong. *Analysis of pulsations and vibrations in fluid-filled pipe systems*. Phd thesis 1 (research tu/e / graduation tu/e), Mechanical Engineering, 1994. Citado na página 1.

- [26] Debasis Kundu e Swagata Nandi. On chirp and some related signals analysis: A brief review and some new results. *Sankhya A*, 83(2):844–890, Mar 2021. Citado na página [19](#).
- [27] Jae Hwang Lee, Jonathan P. Singer, e Edwin L. Thomas. Micro-/nanostructured mechanical metamaterials. *Advanced Materials*, 24:4782–4810, 9 2012. Citado na página [6](#).
- [28] Z Liu, X Zhang, Y Mao, Y Y Zhu, Z Yang, C T Chan, e P Sheng. Locally resonant sonic materials. *Science*, 289:1734–1736, 8 2000. Citado na página [6](#).
- [29] Mathuranathan, Lloyd Blythen, Hieu Tri Nguyen, Ajay Kumar, Harsh kumar, e Aman Sinha. Chirp signal – fft & psd in matlab & python, Jul 2014. Citado na página [19](#).
- [30] Ontario Tech University. Noise, vibration, and harshness (nvh), 2025. Acesso em: 04 dez. 2025. Citado na página [1](#).
- [31] Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, e S. Hamid Nawab. *Sinais e Sistemas*. Pearson, São Paulo, SP, 2 edição, 2010. Citado na página [16](#).
- [32] F.A. Pires, R.F. Boukadia, M. Wandel, C. Thomas, E. Deckers, W. Desmet, e C. Claeys. Novel resonator concept for improved performance of locally resonant based metamaterials. *Thin-Walled Structures*, 209:112866, 2025. Citado na página [7](#).
- [33] PUC. Sistema mola-massa-amortecedor, s.d. Citado nas páginas [xiv](#) e [10](#).
- [34] K. R. Rao, D. N. Kim, e Jae Jeong Hwang. *Fast Fourier Transform: Algorithms and Applications*. Springer, Dordrecht, 2010. Citado na página [16](#).
- [35] Gabriel Konda Rodrigues, Jaime Alberto Mosquera Sanchez, e Leopoldo de Oliveira. Automatic inductance tuning of smart-metamaterial for vibro-acoustic applications. *Proceedings of the XX International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics*, Mar 2025. Citado nas páginas [xiv](#), [2](#), [3](#), [8](#), [22](#), [23](#), [37](#), [38](#) e [51](#).
- [36] R Sainidou, B Djafari-Rouhani, Y Pennec, e J O Vasseur. Locally resonant phononic crystals made of hollow spheres or cylinders. *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, 73:24302, 8 2006. Citado na página [7](#).
- [37] Lucas Y.M. Sampaio, Gabriel K. Rodrigues, Jaime A. Mosquera-Sánchez, Carlos De Marqui, e Leopoldo P.R. de Oliveira. Membrane smart metamaterials for unidirectional wave propagation problems. *Journal of Sound and Vibration*, 512:116374, 2021. Citado na página [8](#).
- [38] D R Santo, C Claeys, E Deckers, e L P R de Oliveira. The use of geometrical nonlinear local resonators to enhance the vibration control performance of metamaterial structures. *Journal of Physics: Conference Series*, 2909(1):012025, dec 2024. Citado nas páginas [2](#) e [7](#).

- [39] Douglas Roca Santo, Jean-Mathieu Mencik, e Paulo J. Gonçalves. On the multi-mode behavior of vibrating rods attached to nonlinear springs. *Nonlinear Dynamics*, 100(3):2187–2203, May 2020. Citado na página 7.
- [40] D Schurig, J J Mock, B J Justice, S A Cummer, J B Pendry, A F Starr, e D R Smith. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. *Science*, 314:977–980, 8 2006. Citado na página 6.
- [41] Christopher Sugino, Massimo Ruzzene, e Alper Erturk. Design and analysis of piezoelectric metamaterial beams with synthetic impedance shunt circuits. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 23(5):2144–2155, 2018. Citado na página 8.
- [42] D. J. Thompson. *The Theory of a Continuous Damped Vibration Absorber to Reduce Broad-Band Wave Propagation in Beams*, volume ISVR Technical Memorandum No: 968. University of Southampton, 2007. Citado nas páginas 1, 12 e 14.
- [43] IL Ver e LL Beranek. *Noise and vibration control engineering: Principles and applications*, 2nd ed. Wiley, 2 edição, 2006. Citado na página 18.
- [44] Viktor G Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ . *Soviet Physics Uspekhi*, 10:509, 8 1968. Citado na página 6.
- [45] Gang Wang, Xisen Wen, Jihong Wen, Lihui Shao, e Yaozong Liu. Two-dimensional locally resonant phononic crystals with binary structures. *Physical Review Letters*, 93:154302, 8 2004. Citado na página 7.
- [46] Dianlong Yu, Yaozong Liu, Honggang Zhao, Gang Wang, e Jing Qiu. Flexural vibration band gaps in euler-bernoulli beams with locally resonant structures with two degrees of freedom. *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*, 73:64301, 8 2006. Citado na página 7.
- [47] Jinyu Zhang, Xingjian Dong, Tao Wang, Kangkang Chen, Yongtao Sun, e Zhike Peng. Attenuation enhancement for the inertial amplification metamaterial using multiple local resonators. *Journal of Sound and Vibration*, 600:118874, 2025. Citado na página 6.
- [48] Bao Zhao, Henrik R. Thomsen, Xingbo Pu, Shitong Fang, Zhihui Lai, Bart Van Damme, Andrea Bergamini, Eleni Chatzi, e Andrea Colombi. A nonlinear damped metamaterial: Wideband attenuation with nonlinear bandgap and modal dissipation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 208:111079, 2024. Citado na página 7.

DESENHO DOS RESSONADORES

Neste capítulo são apresentados desenhos técnicos 2D (simplificados) dos ressonadores, com as dimensões principais necessárias para a reconstrução da peça. Todas as unidades dos desenhos estão em milímetros. As escalas indicadas nas figuras valem para a projeção delas em folha tamanho A4 padrão.

Em complemento as informações dos desenhos: Todos os ressonadores são simétricos em relação ao eixo central (esquerda e direita da vista frontal). O ressonador de 3GDL repete um array de 3 ressonadores idênticos.

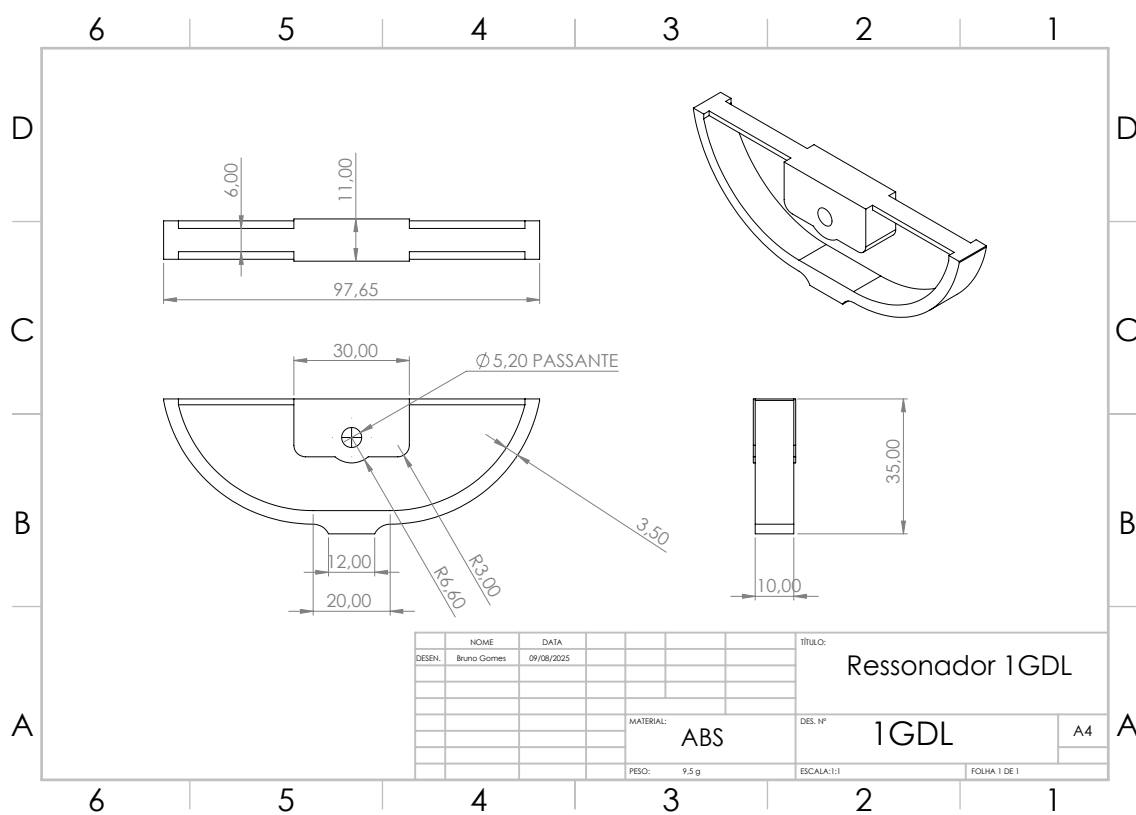


Figura A.1. Ressonador 1GDL (CAD)

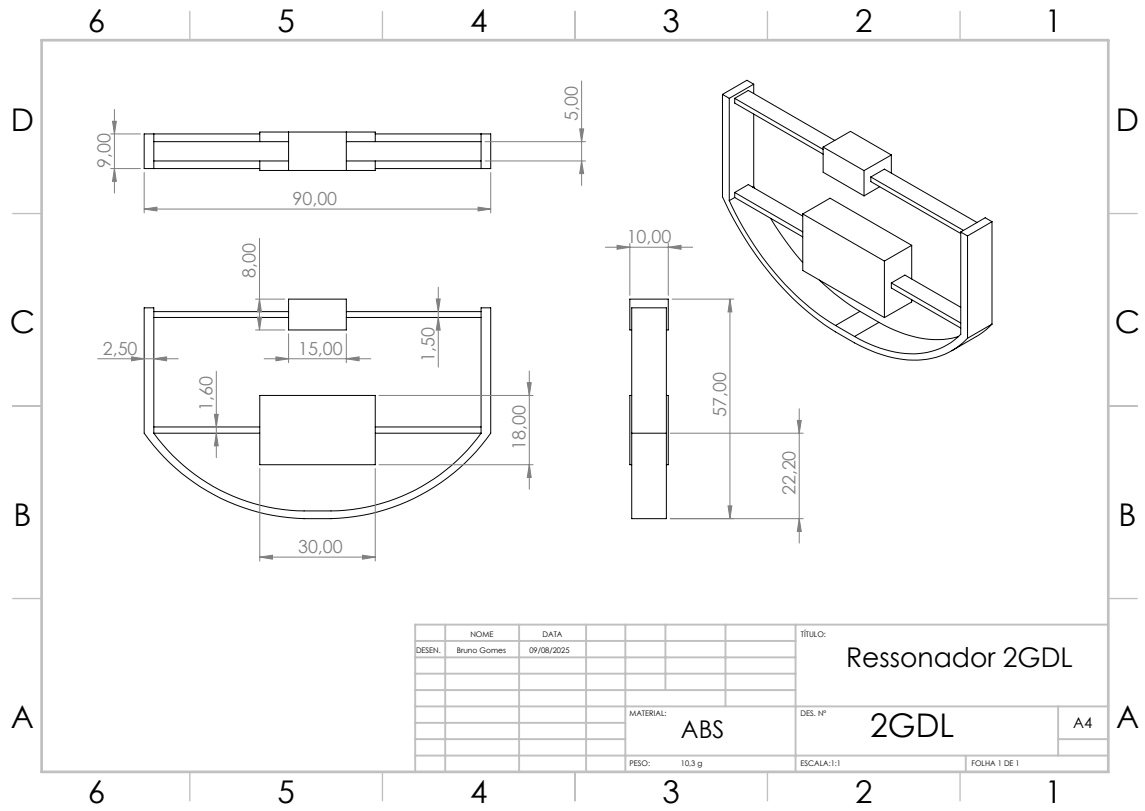


Figura A.2. Ressonador 2GDL (CAD)

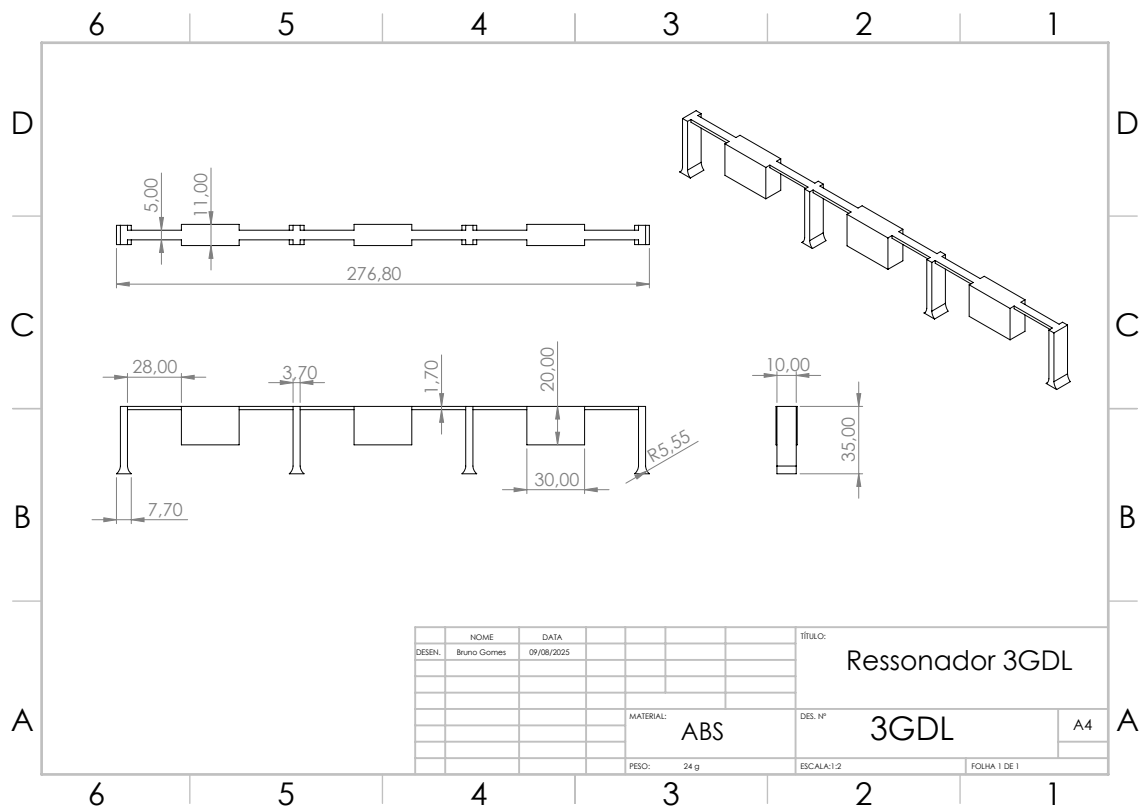


Figura A.3. Ressonador 3GDL (CAD)

MODOS SECUNDÁRIOS DOS RESSONADORES

Este capítulo apresenta os modos secundários dos ressonadores desenvolvidos.

B.1 RESSONADOR 1GDL

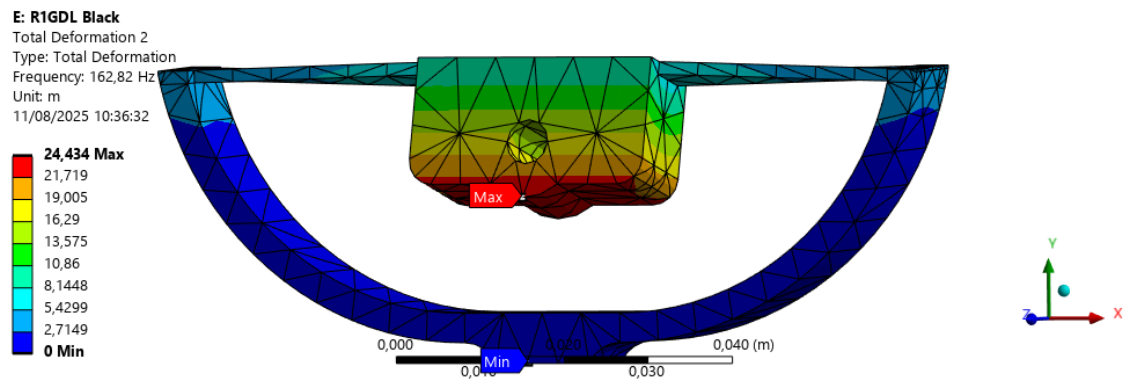


Figura B.1. Ressonador 1GDL - [Modo 2]

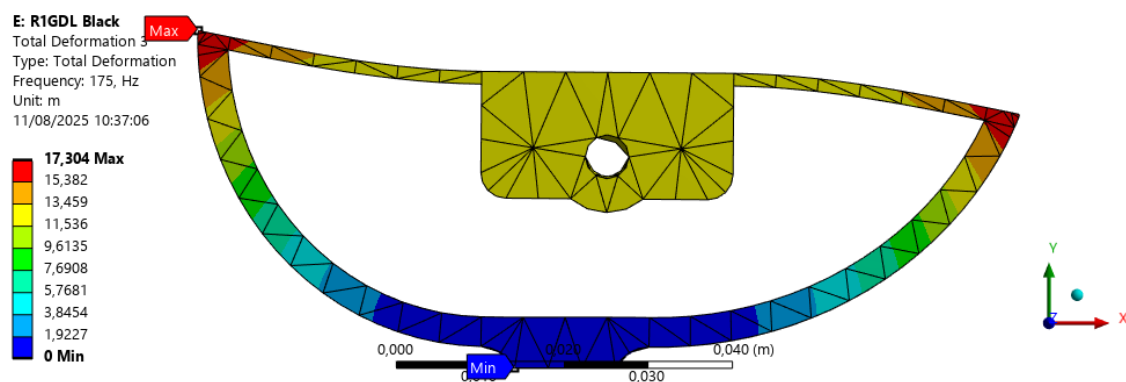


Figura B.2. Ressonador 1GDL - [Modo 3]

B.2 RESSONADOR 2GDL

F: B2GDL Black
 Total Deformation
 Type: Total Deformation
 Frequency: 54,262 Hz
 Unit: m
 11/08/2025 10:41:13

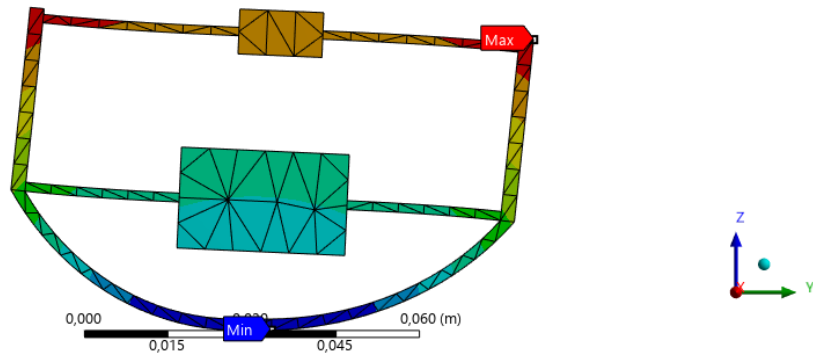
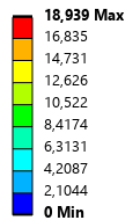


Figura B.3. Ressonador 2GDL - [Modo 1]

F: B2GDL Black
 Total Deformation 2
 Type: Total Deformation
 Frequency: 79,083 Hz
 Unit: m
 11/08/2025 10:42:45

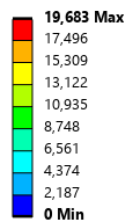


Figura B.4. Ressonador 2GDL - [Modo 2]

F: B2GDL Black
 Total Deformation 5
 Type: Total Deformation
 Frequency: 238,61 Hz
 Unit: m
 11/08/2025 13:57:50

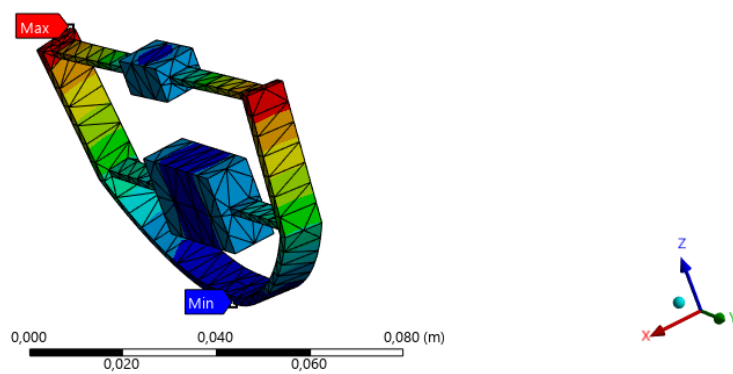
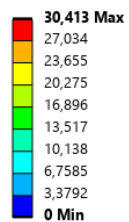


Figura B.5. Ressonador 2GDL - [Modo 5]

F: B2GDL Black
 Total Deformation 6
 Type: Total Deformation
 Frequency: 248,53 Hz
 Unit: m
 11/08/2025 13:59:01

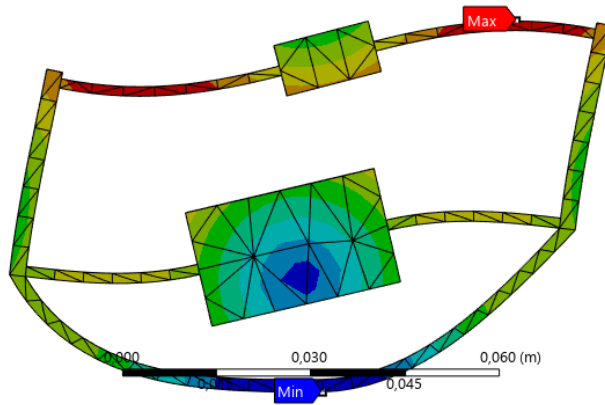
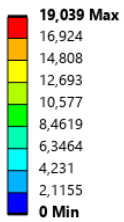


Figura B.6. Ressonador 2GDL - [Modo 6]

B.3 RESSONADOR 3GDL

G: R3GDL Black
 Total Deformation
 Type: Total Deformation
 Frequency: 124,76 Hz
 Unit: m
 11/08/2025 10:57:44

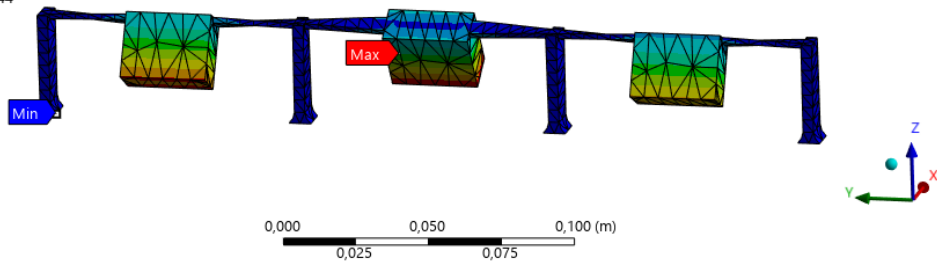
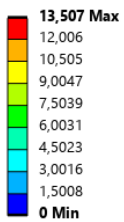


Figura B.7. Ressonador 3GDL - [Modo 1]

G: R3GDL Black
 Total Deformation 2
 Type: Total Deformation
 Frequency: 126,76 Hz
 Unit: m
 11/08/2025 10:58:31

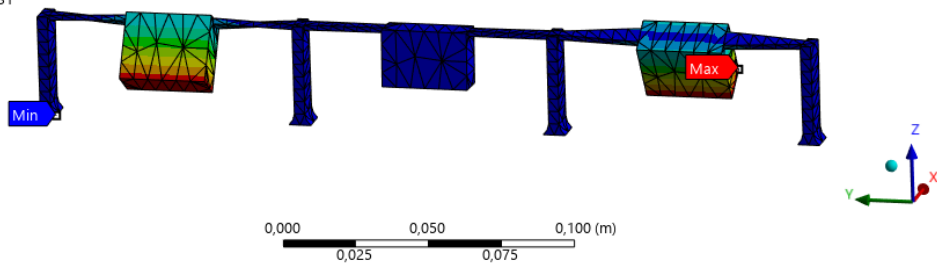
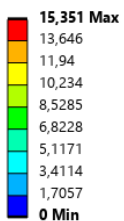


Figura B.8. Ressonador 3GDL - [Modo 2]

G: R3GDL Black
Total Deformation 3
Type: Total Deformation
Frequency: 129,16 Hz
Unit: m
11/08/2025 10:59:00

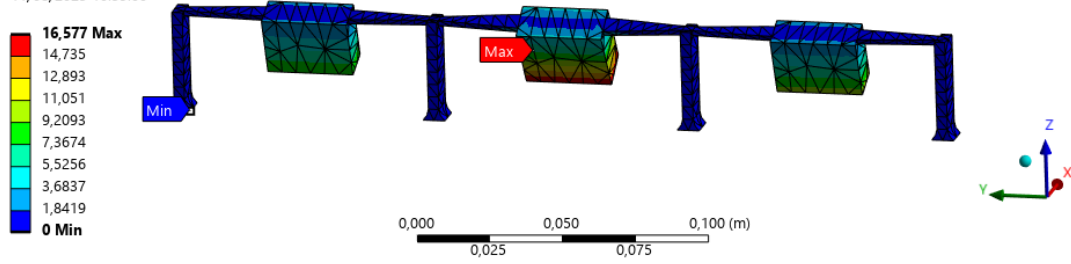


Figura B.9. Ressonador 3GDL - [Modo 3]

G: R3GDL Black
Total Deformation 7
Type: Total Deformation
Frequency: 184,24 Hz
Unit: m
11/08/2025 13:57:01

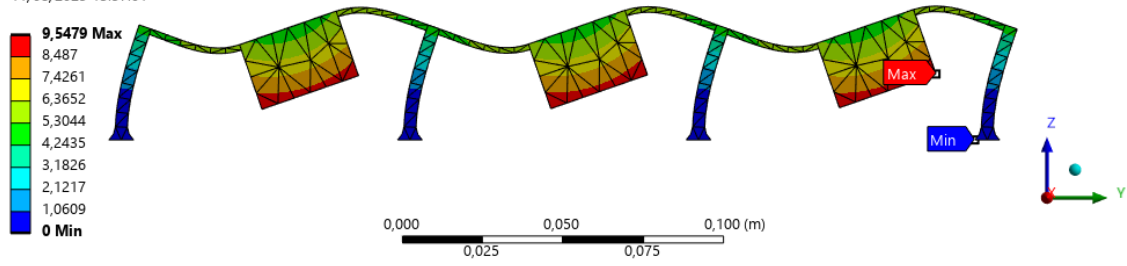


Figura B.10. Ressonador 3GDL - [Modo 7]

RESULTADOS DO ENSAIO MODAL

C.1 FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA (FRF)

Essa seção apresenta a lista completa das FRFs obtidas para cada ponto de ensaio da placa, com objetivo de apresentar o registro completo dos resultados de ensaio obtidos.

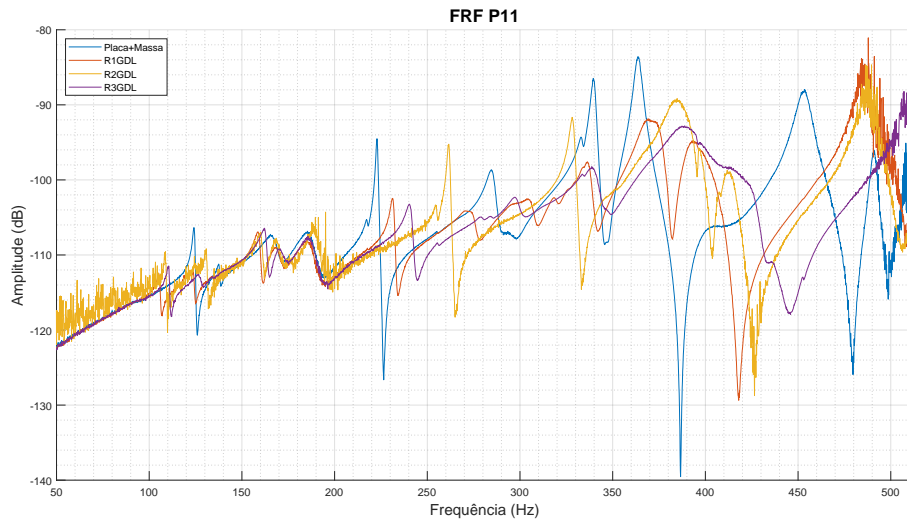


Figura C.1. FRF Ponto (1,1)

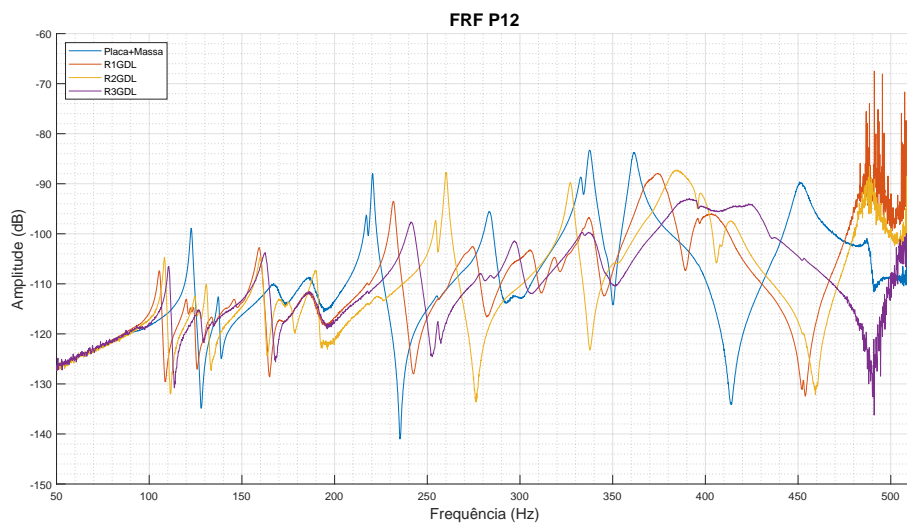


Figura C.2. FRF Ponto (1,2)

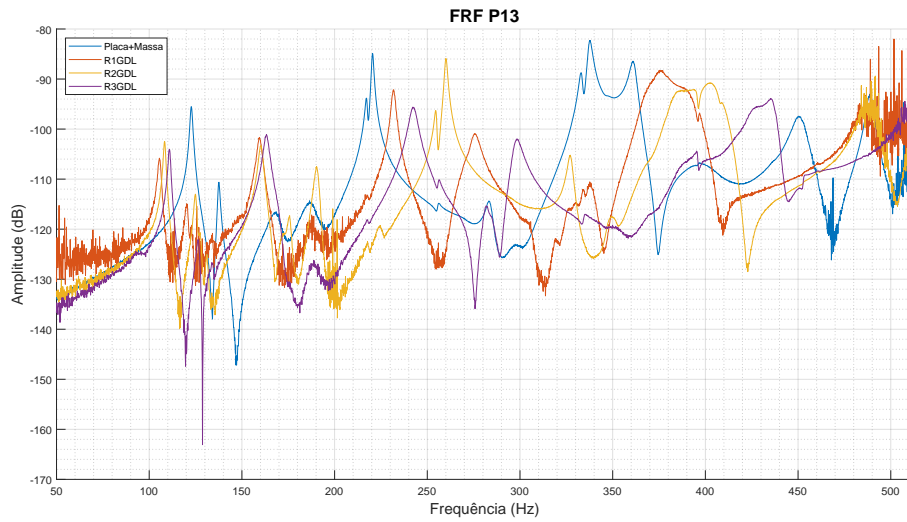


Figura C.3. FRF Ponto (1,3)

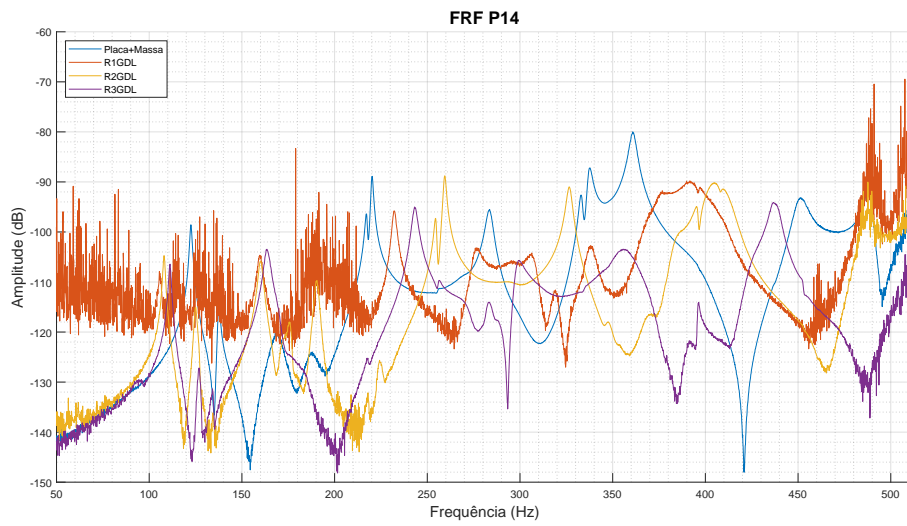


Figura C.4. FRF Ponto (1,4)

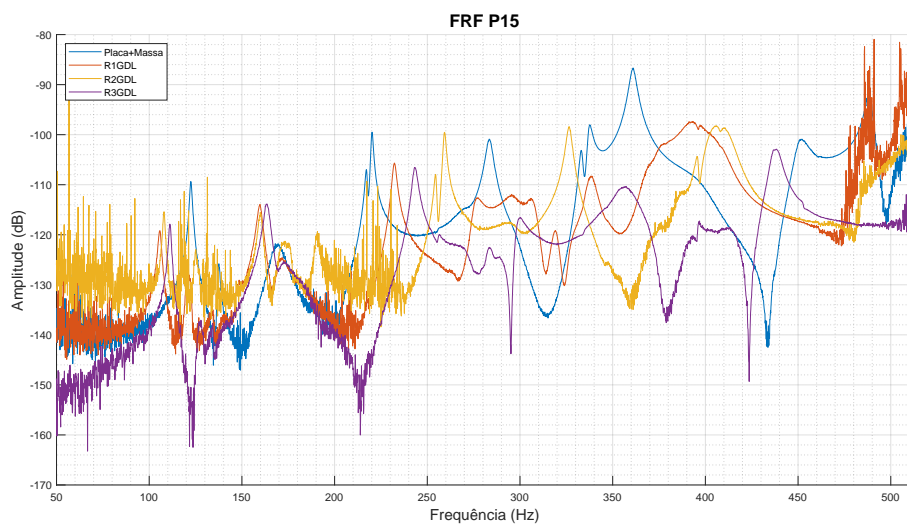


Figura C.5. FRF Ponto (1,5)

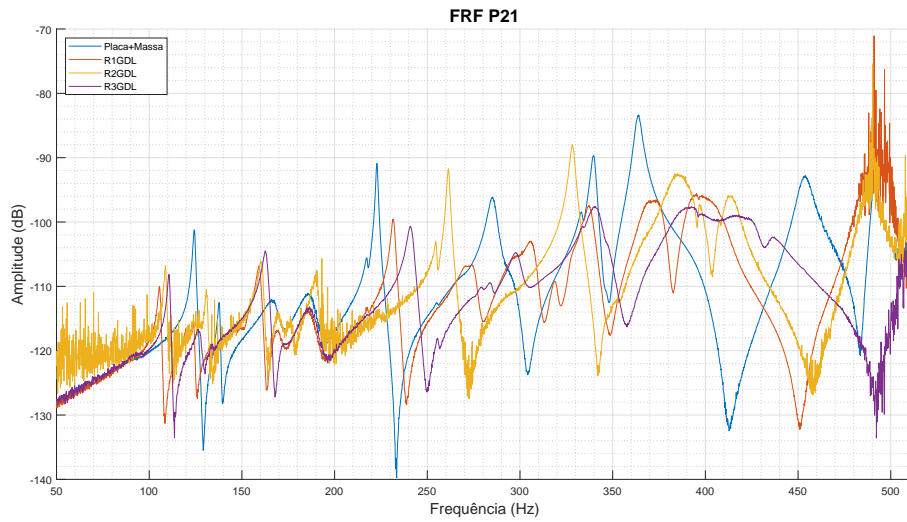


Figura C.6. FRF Ponto (2,1)

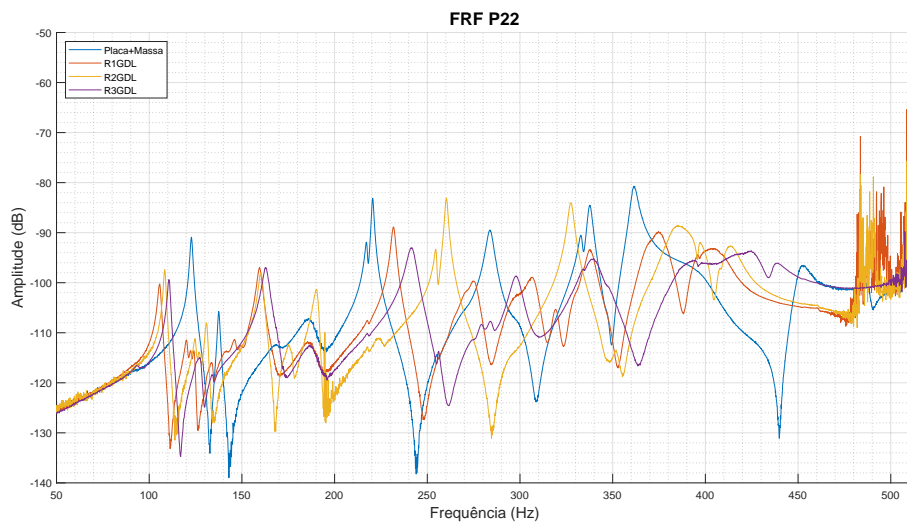


Figura C.7. FRF Ponto (2,2)

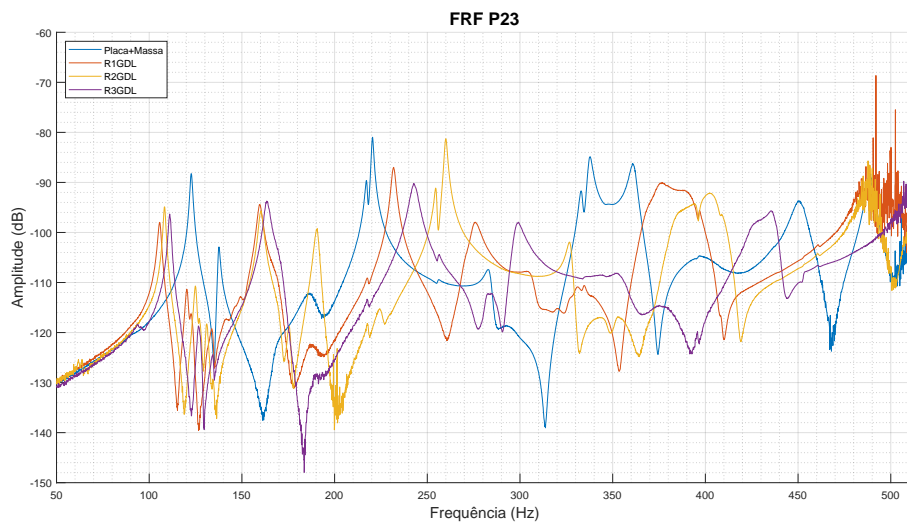


Figura C.8. FRF Ponto (2,3)

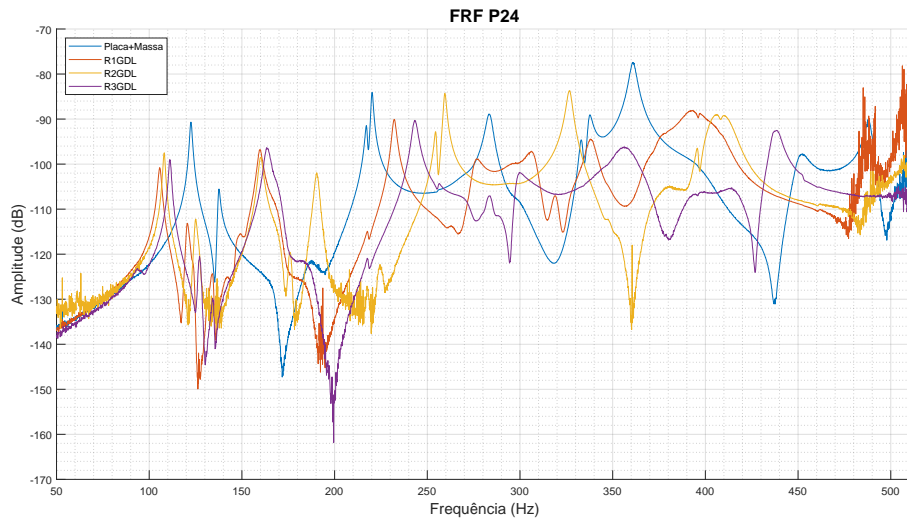


Figura C.9. FRF Ponto (2,4)

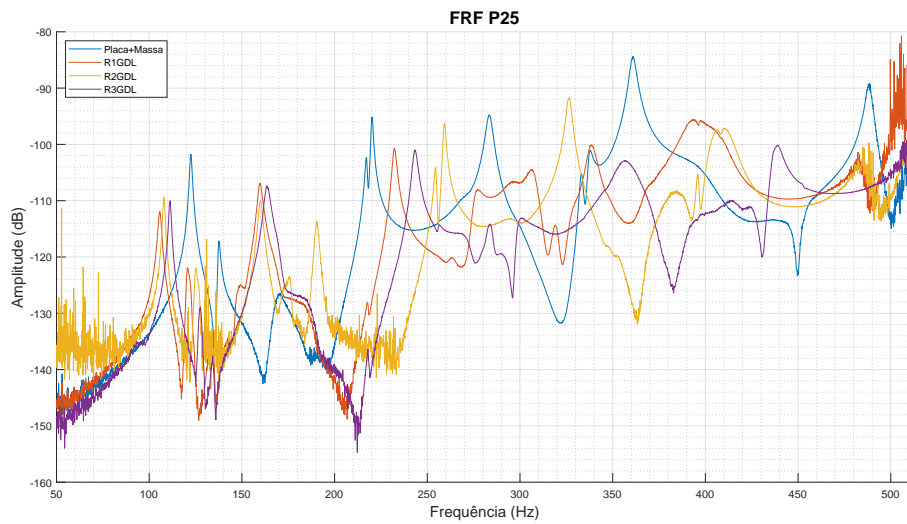


Figura C.10. FRF Ponto (2,5)

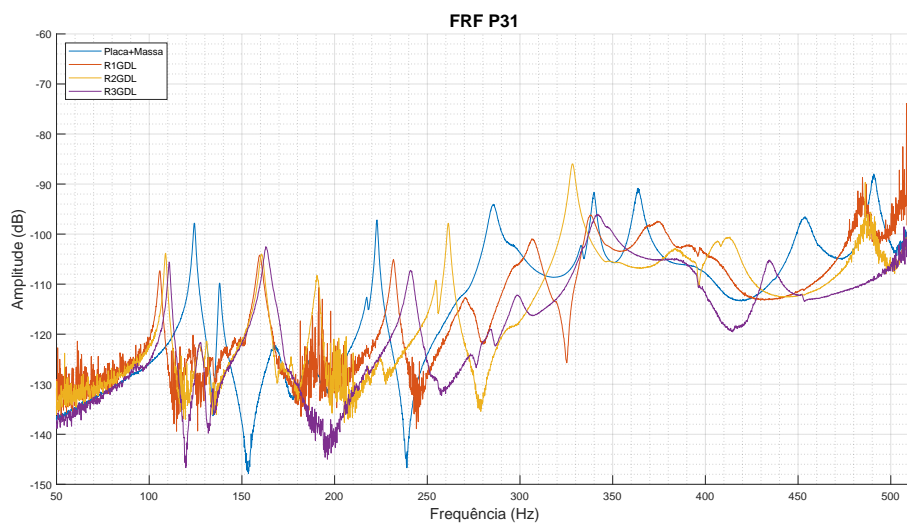


Figura C.11. FRF Ponto (3,1)

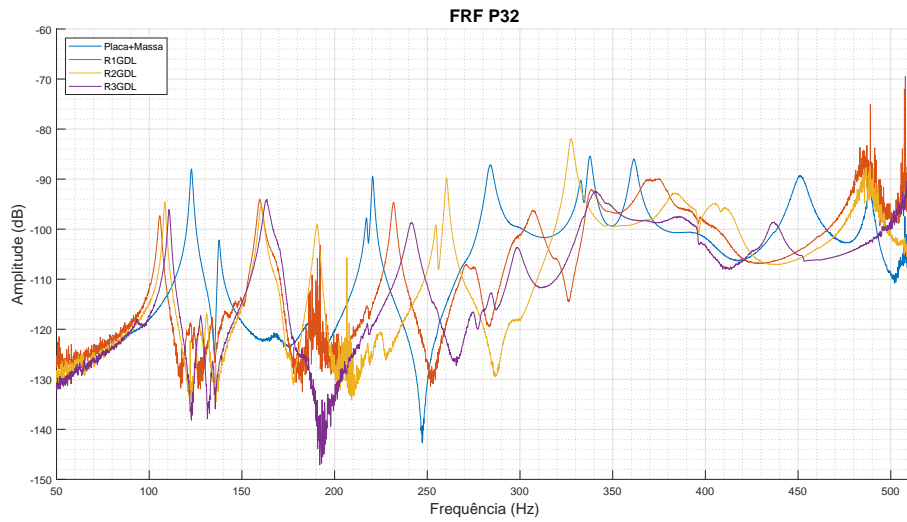


Figura C.12. FRF Ponto (3,2)

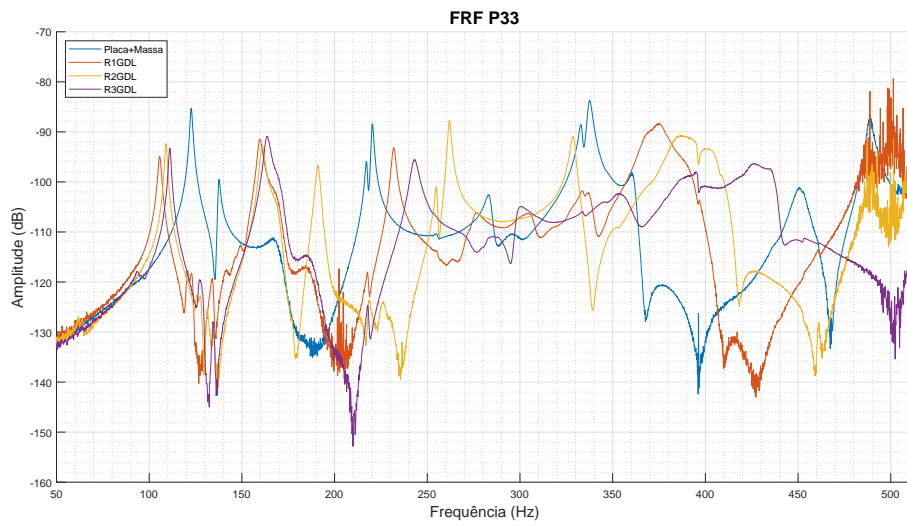


Figura C.13. FRF Ponto (3,3)

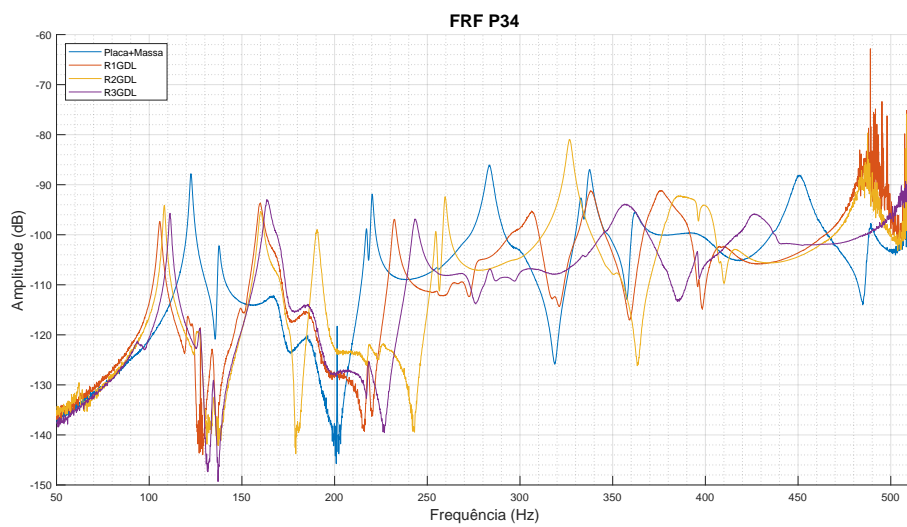


Figura C.14. FRF Ponto (3,4)

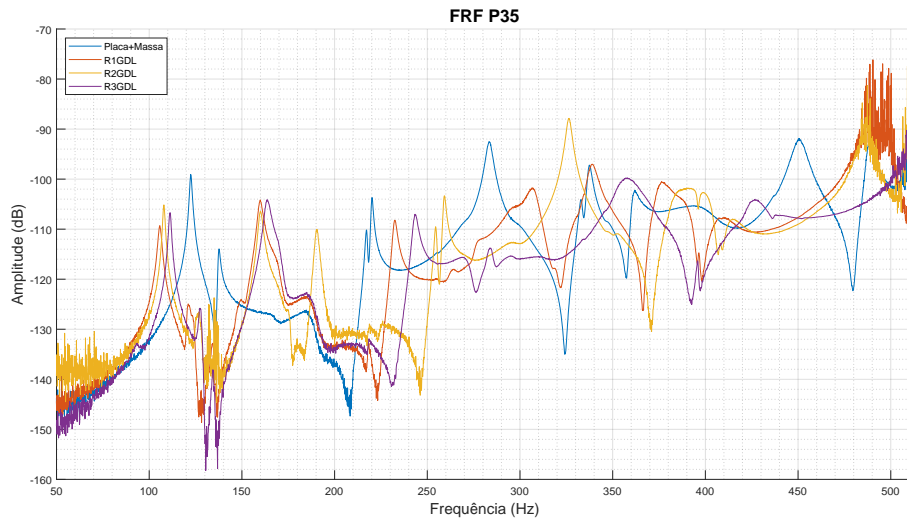


Figura C.15. FRF Ponto (3,5)

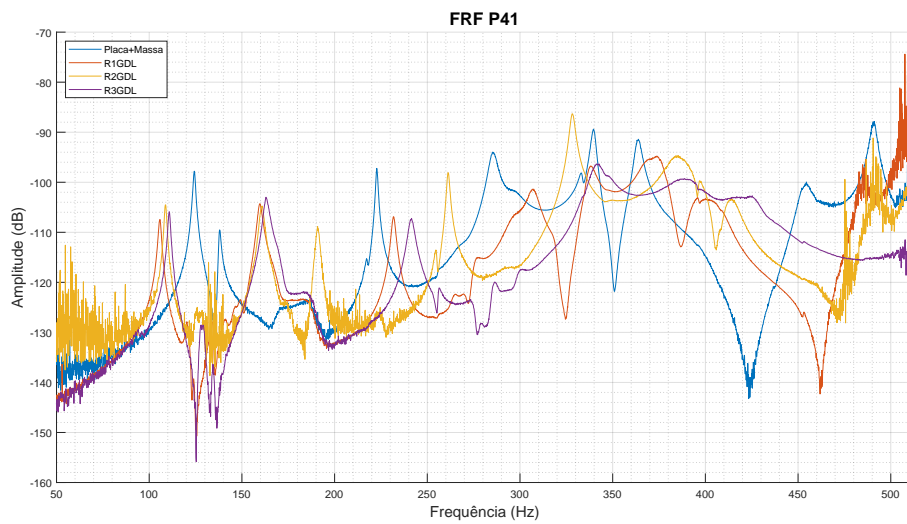


Figura C.16. FRF Ponto (4,1)

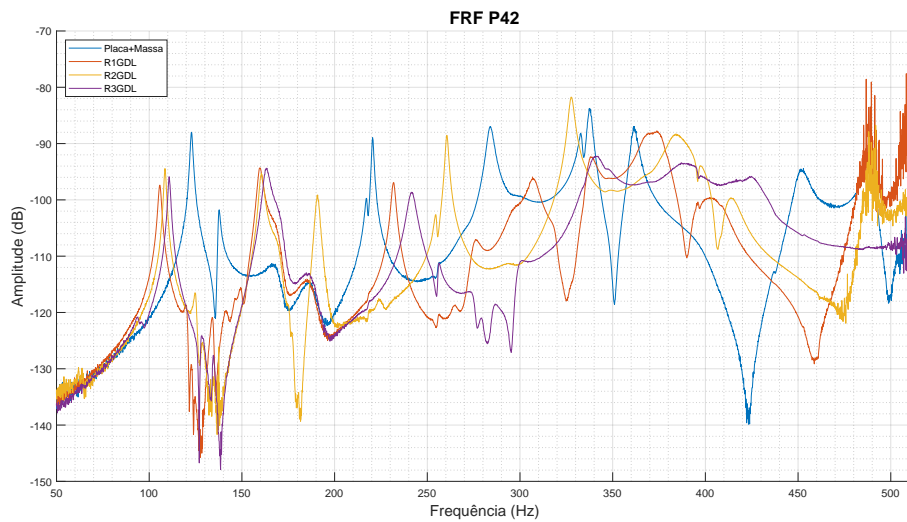


Figura C.17. FRF Ponto (4,2)

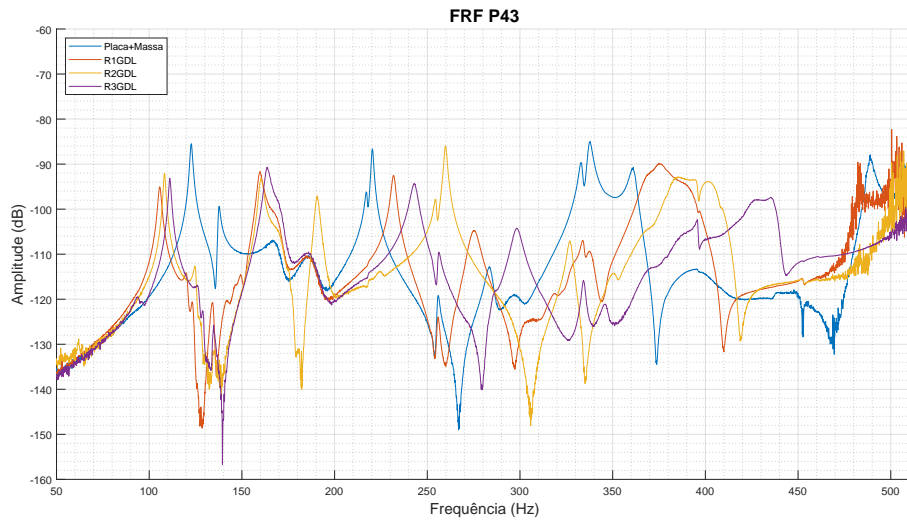


Figura C.18. FRF Ponto (4,3)

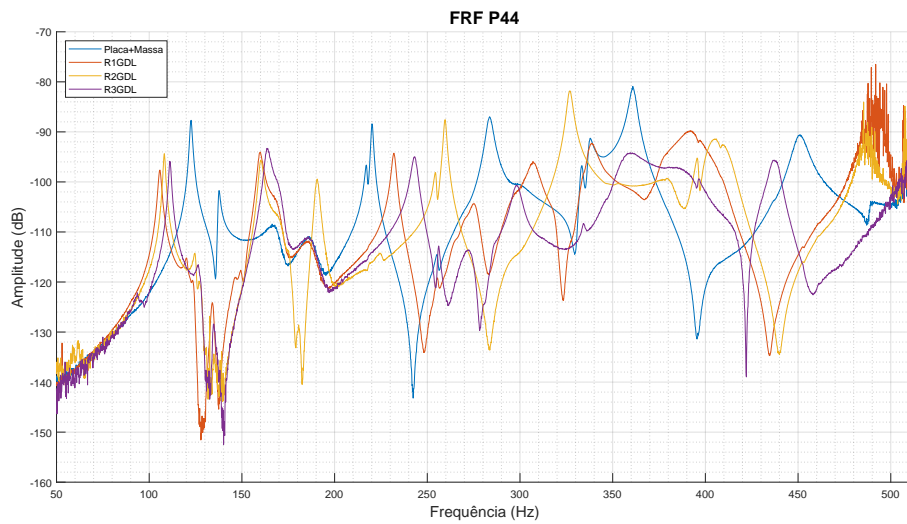


Figura C.19. FRF Ponto (4,4)

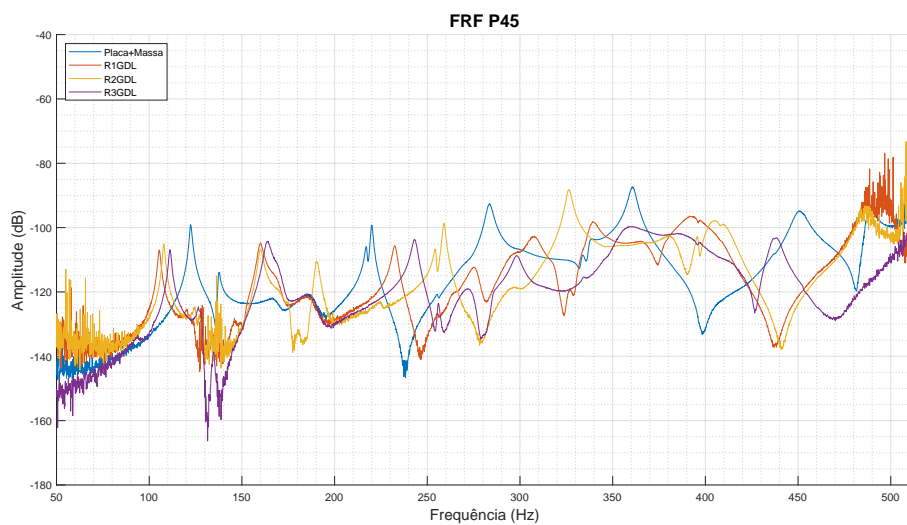


Figura C.20. FRF Ponto (4,5)

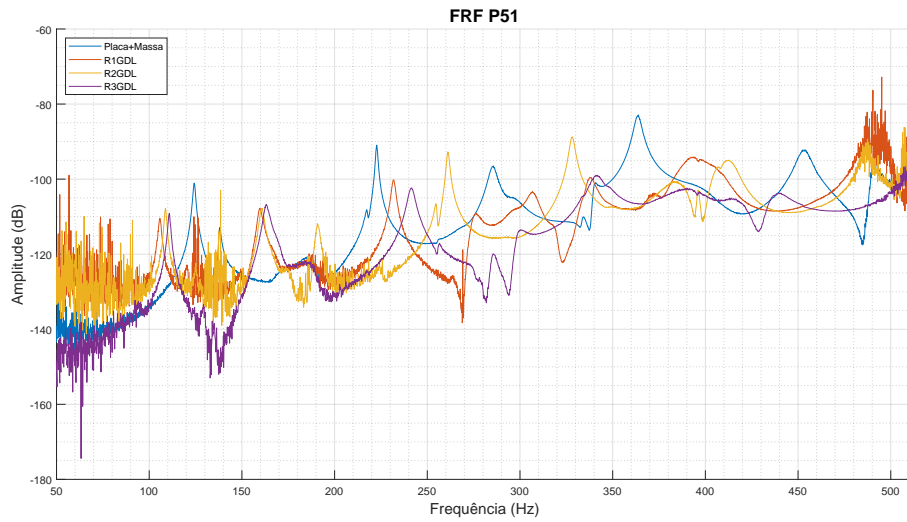


Figura C.21. FRF Ponto (5,1)

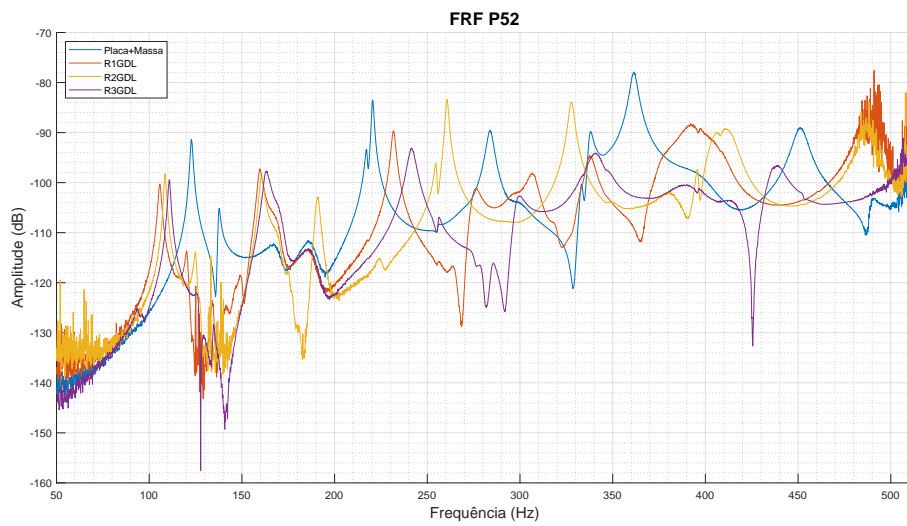


Figura C.22. FRF Ponto (5,2)

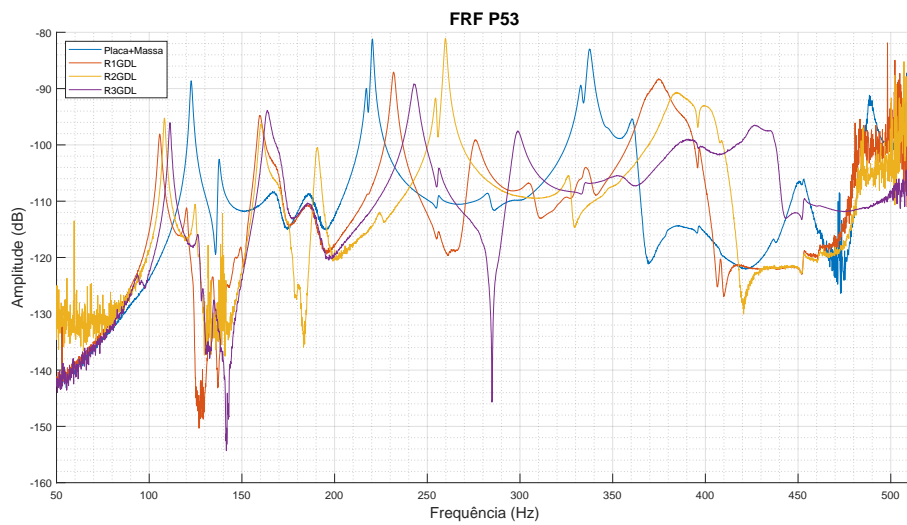


Figura C.23. FRF Ponto (5,3)

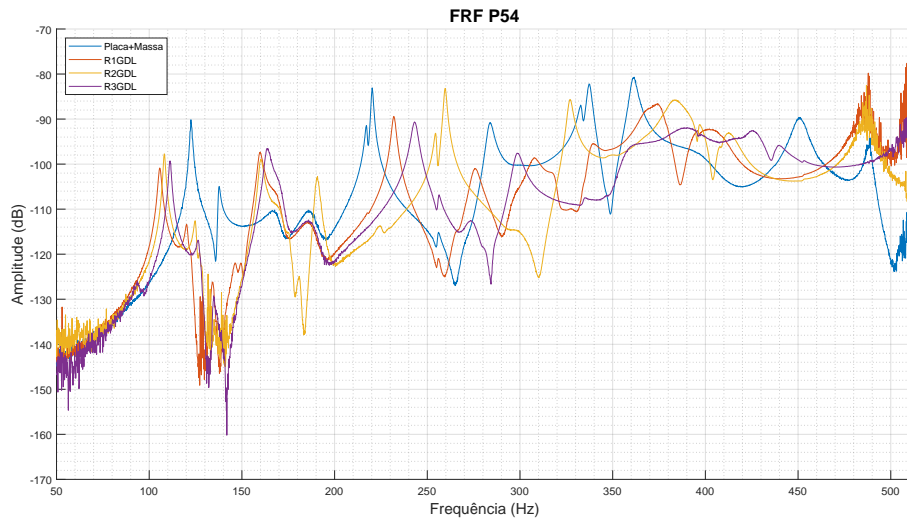


Figura C.24. FRF Ponto (5,4)

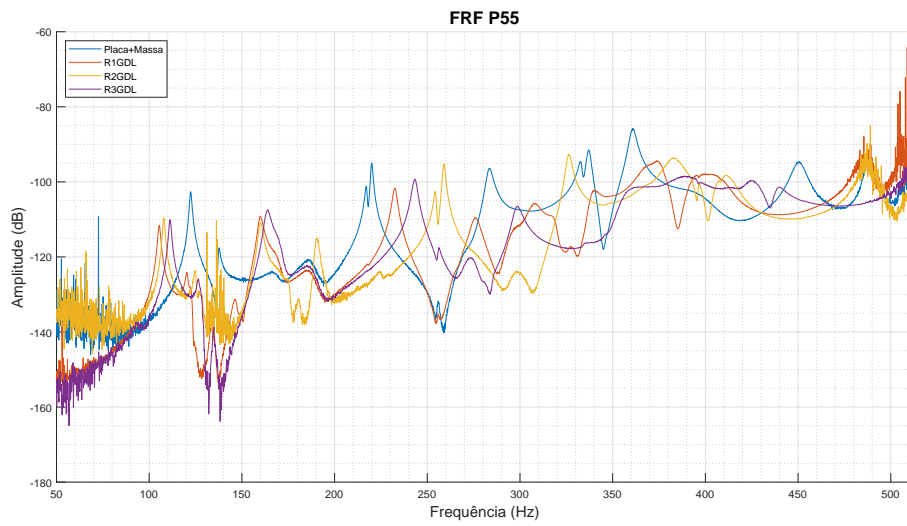


Figura C.25. FRF Ponto (5,5)

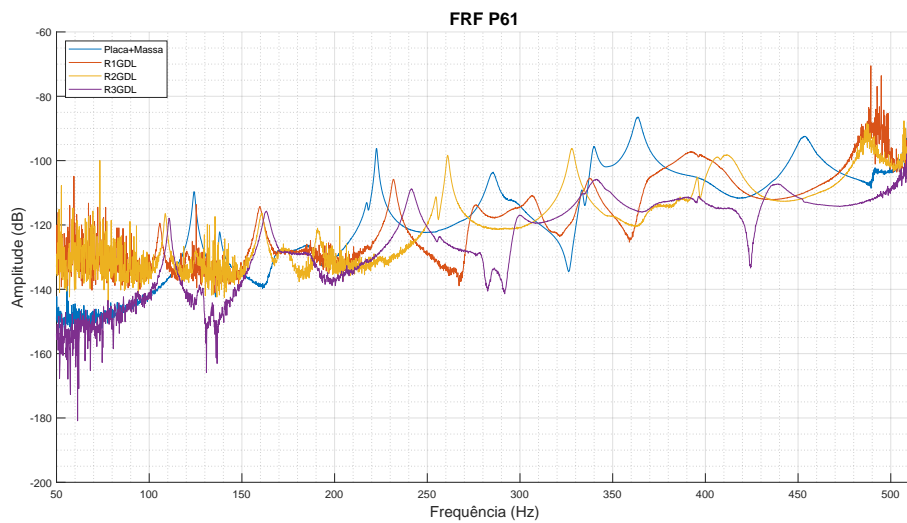


Figura C.26. FRF Ponto (6,1)

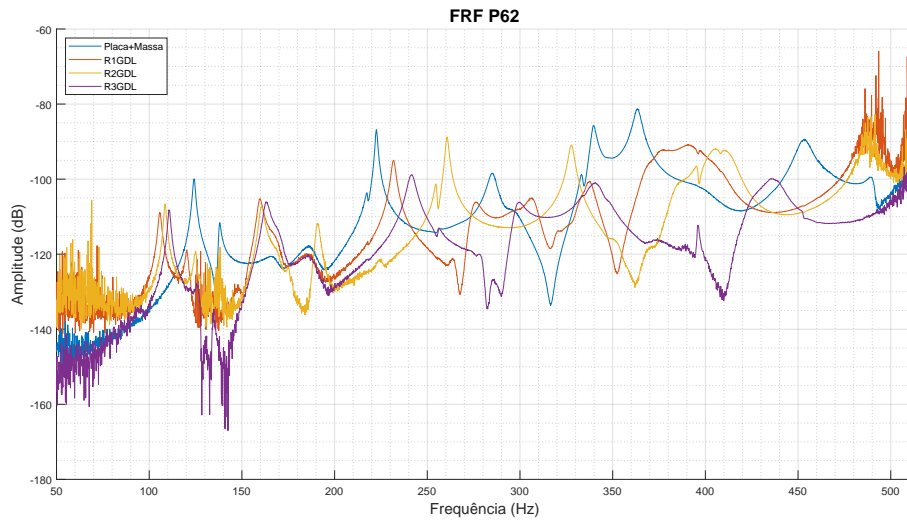


Figura C.27. FRF Ponto (6,2)

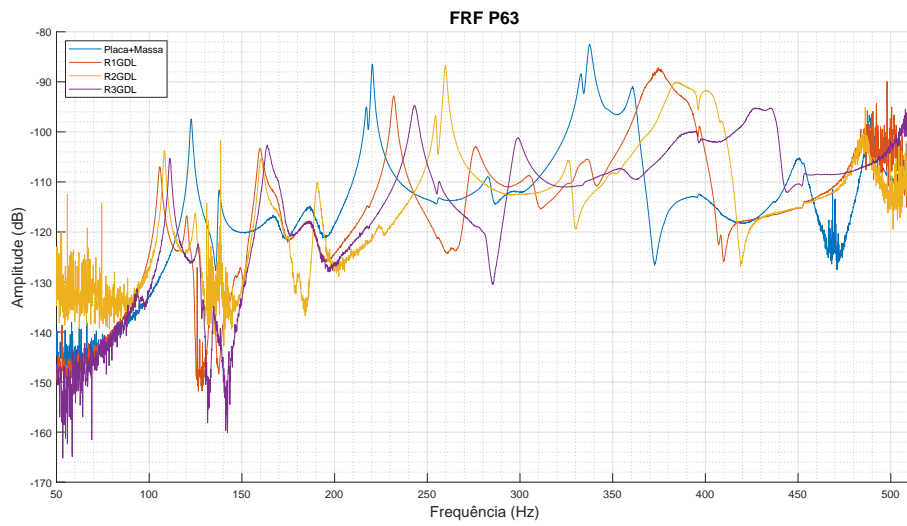


Figura C.28. FRF Ponto (6,3)

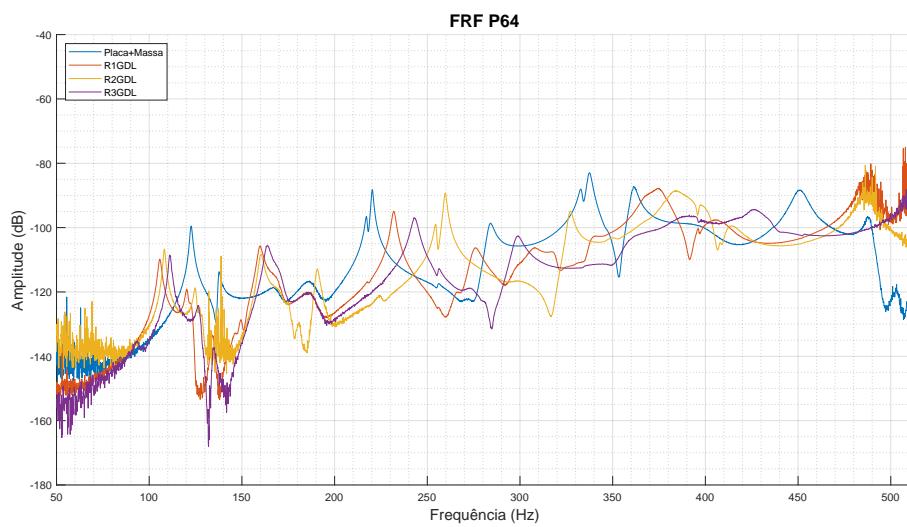


Figura C.29. FRF Ponto (6,4)

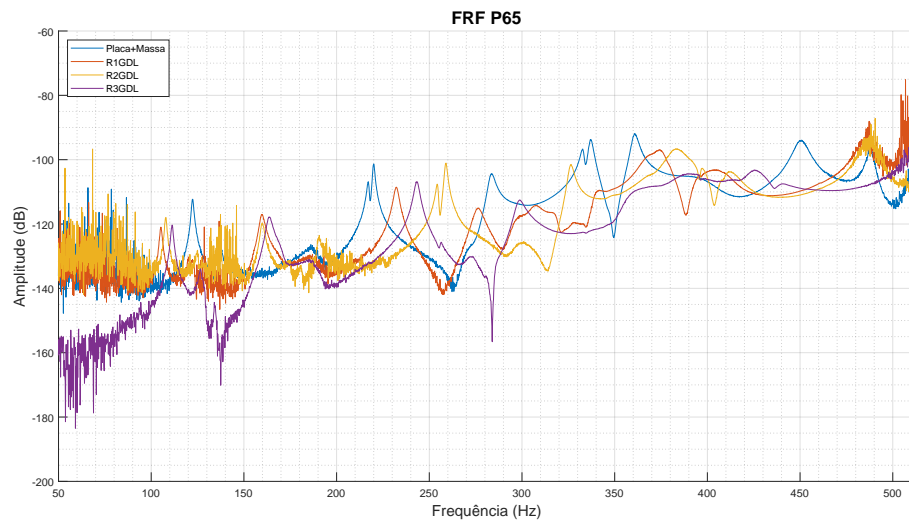


Figura C.30. FRF Ponto (6,5)