

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**AVALIAÇÃO CRÍTICA DE MODELOS DE RESISTÊNCIA AO  
CISALHAMENTO PARA SOLOS NÃO SATURADOS**

**DAVI MARTINS DE ARAGÃO**

**ORIENTADOR: PROF. ANDRÉ LUÍS BRASIL CAVALCANTE, DSc  
COORIENTADORA: PATRÍCIA FIGUEREIDO DE SOUSA, DSc**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM GEOTECNIA  
PUBLICAÇÃO G.DM – 434/2026**

**BRASÍLIA/DF: FEVEREIRO/2026**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**AVALIAÇÃO CRÍTICA DE MODELOS DE RESISTÊNCIA AO  
CISALHAMENTO PARA SOLOS NÃO SATURADOS**

**DAVI MARTINS DE ARAGÃO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA  
CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE.**

**APROVADA POR:**

---

**ANDRÉ LUÍS BRASIL CAVALCANTE, PhD (ENC/UnB).  
(ORIENTADOR)**

---

**PATRÍCIA FIGUEREIDO DE SOUSA, DSc (Pimenta de Ávila Consultoria)  
(COORIENTADORA)**

---

**JUAN FÉLIX RODRIGUEZ REBOLLEDO, PhD (ENC/UnB)  
(EXAMINADOR INTERNO)**

---

**PEDRO VICTOR SERRA MASCARENHAS, DSc (Petrobras Transporte S.A -  
TRANSPETRO)  
(EXAMINADOR EXTERNO)**

**BRASÍLIA/DF, 27 DE FEVEREIRO DE 2026.**

## FICHA CATALOGRÁFICA

ARAGÃO, DAVI MARTINS DE

Avaliação Crítica de Modelos de Resistência ao Cisalhamento Para Solos Não Saturados. [Distrito Federal] 2026

xviii, 130p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestrado, Geotecnia, 2026)

Dissertação de mestrado – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Resistência ao Cisalhamento      2. Coesão Aparente

3. Solos Não Saturados                4. Solos Multimodais

I. ENC/FT/UnB                            II. Mestrado

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ARAGÃO, D. M. (2026). Avaliação crítica de modelos de resistência ao cisalhamento para solos não saturados. Dissertação de Mestrado, Publicação PPG G.DM – 434/2026, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 130p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Davi Martins de Aragão

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Avaliação Crítica de Modelos de Resistência ao Cisalhamento Para Solos Não Saturados

GRAU/ANO: Mestre / 2026

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Davi Martins de Aragão

QNJ 54, Lote 2

72140-540, Taguatinga, Distrito Federal/DF - Brasil.

## DEDICATÓRIA

*À ciência, que permanece.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus, que me permite ter essa experiência única. Apesar de todas as adversidades sociais e econômicas de onde vim, concluo um mestrado em Geotecnia, algo que não estava nos meus planos, nem nos de meus pais. Minha mãe, nascida no interior do Ceará e vinda para Brasília em uma oportunidade única de trabalhar como babá da filha de um porteiro de um dos blocos da Colina na UnB, conta que sempre sonhou em ter um filho que pudesse fazer parte daquela instituição e faria o possível para isso. Ainda assim, não imaginava que esses seriam os caminhos, afinal, apenas a graduação em Engenharia Civil já é extremamente exclusiva. Hoje, me preparo para o doutorado, com orgulho do profissional e pesquisador que pude me tornar por meio dessa universidade e de todas as vivências proporcionadas por ela.

Agradeço aos professores, orientadores e engenheiros que puderam participar dessa trajetória ao longo dos últimos dois anos, ensinando-me pacientemente, em especial ao professor André Brasil e à engenheira Patrícia Sousa, que fazem parte dessa pesquisa. Também agradeço aos colegas da Geotecnia, cuja convivência ampliou não apenas minhas experiências acadêmicas, mas também minha forma de pensar, questionar e compreender os temas que estudamos.

Agradeço à minha mãe pelo esforço e por estar tão presente na luta diária. Meu último ano foi marcado por reviravoltas e desconstruções, e sem sua ajuda para me reerguer e me ouvir, a conclusão desse projeto teria sido muito mais difícil.

Por fim, agradeço aos amigos que permanecem comigo. Após cada um seguir seu caminho profissional com o término da graduação, percebo que eles impulsionavam minha rotina e me mantinham motivado em um período que eu não tinha condições de caminhar sozinho.

Por esses detalhes e tantos outros que podem ser apenas sentidos, deixo meu sincero agradecimento a todos que fizeram parte desses dois anos contribuindo para minha construção, aos que permaneceram e aos que partiram.

## RESUMO

ARAGÃO, D. M. (2026). Avaliação Crítica de Modelos de Resistência ao Cisalhamento Para Solos não Saturados. Dissertação de Mestrado, Publicação PPG G.DM – 434/2026, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 130p.

**Palavras-chave:** Resistência ao Cisalhamento. Coesão Aparente. Solos Não Saturados. Solos Multimodais.

A previsão da resistência ao cisalhamento de solos não saturados permanece como um dos principais desafios da mecânica dos solos, sobretudo em razão da influência da sucção matricial, cuja contribuição está diretamente relacionada ao comportamento hidráulico do material, descrito pela curva característica de retenção de água. Nesse contexto, esta dissertação apresenta uma avaliação crítica de modelos constitutivos empregados na estimativa da resistência ao cisalhamento em condição não saturada, com ênfase na influência da modalidade da distribuição de poros (uni e multimodal) e na forma da curva de retenção. Além da análise comparativa dos modelos consolidados na literatura, propõe-se um novo modelo bilinear de resistência, fundamentado em considerações físico-matemáticas consistentes. Para a comparação, foram analisadas formulações aplicáveis a solos com diferentes estruturas porosas e comportamentos hidráulicos, abrangendo modelos dependentes e independentes da curva de retenção. A metodologia consistiu na organização de um banco de dados experimental a partir de resultados publicados na literatura, contemplando solos arenosos e finos com distintas características geotécnicas. Os modelos foram implementados computacionalmente, ajustados aos dados experimentais e avaliados por meio do coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e do erro percentual absoluto médio simétrico (SMAPE), métricas selecionadas por permitirem interpretação objetiva do desempenho. Os resultados indicam que o desempenho dos modelos não depende exclusivamente do tipo de solo, mas também da modalidade estrutural, da forma da curva de retenção e da faixa de sucção considerada. De modo geral, modelos tradicionais apresentaram desempenho satisfatório. O modelo bilinear proposto mostrou-se matematicamente consistente e estatisticamente competitivo, destacando-se pela simplicidade estrutural e pela interpretação física clara de seus parâmetros, sem exigir o conhecimento detalhado da curva de retenção.

## ABSTRACT

ARAGÃO, D. M. (2026). Critical Evaluation of Constitutive Models for Defining the Shear Strength of Unsaturated Soils. Master's Dissertation, PPG G.DM Publication – 434/2026, Department of Civil Engineering, University of Brasília, Brasília, DF, 130p.

**Keywords:** Shear Strength. Apparent Cohesion. Unsaturated Soils. Multimodal Soils.

The prediction of shear strength in unsaturated soils remains one of the main challenges in soil mechanics, primarily due to the influence of matric suction, whose contribution is directly related to the hydraulic behavior of the material as described by the soil–water characteristic curve (SWCC). In this context, this dissertation presents a critical evaluation of constitutive models employed to estimate shear strength under unsaturated conditions, with emphasis on the influence of pore-size distribution modality (uni- and multimodal) and on the shape of the retention curve. In addition to a comparative analysis of consolidated models available in the literature, a new bilinear shear strength model is proposed, grounded on physically and mathematically consistent considerations. For comparison purposes, formulations applicable to soils with different pore structures and hydraulic behaviors were analyzed, including both retention-dependent and retention-independent approaches. The methodology consisted of organizing an experimental database based on published results in the literature, encompassing sandy and fine-grained soils with distinct geotechnical characteristics. The models were computationally implemented, fitted to experimental data, and evaluated using the coefficient of determination ( $R^2$ ) and the symmetric mean absolute percentage error (SMAPE), metrics selected for their objective interpretability. The results indicate that model performance does not depend exclusively on soil type, but also on structural modality, the shape of the retention curve, and the suction range considered. In general, traditional models showed satisfactory performance. The proposed bilinear model proved to be mathematically consistent and statistically competitive, standing out for its structural simplicity and the clear physical interpretation of its parameters, without requiring detailed prior knowledge of the retention curve.

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. Contextualização/Justificativa.....	1
1.2. Objetivos .....	3
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	4
2.1. Modalidade do Solo .....	4
2.2. Função de Retenção para Solos Unimodais .....	6
2.3. Função de Retenção para Solos Multimodais .....	7
2.4. Resistência ao Cisalhamento de Solos Não Saturados.....	10
2.5. Coesão Não Saturada .....	12
2.5.1. Modelo de Bishop (1960).....	17
2.5.2. Modelo de Fredlund et al. (1978).....	20
2.5.3. Modelo de Bishop (1960) adaptado à função de retenção de van Genuchten (1980) .....	21
2.5.4. Modelo de Fredlund et al. (1996).....	23
2.5.5. Modelo de Vanapalli et al. (1996).....	24
2.5.6. Modelo de Khalili & Khabbaz (1998).....	25
2.5.7. Modelo de Bao et al. (1998).....	26
2.5.8. Modelo de Vilar (2006).....	28
2.5.9. Modelo de Cavalcante & Mascarenhas (2021) .....	31
2.5.10. Modelo de Sousa (2024) .....	33
2.6. Métodos de Regressão Linear para Verificação de Modelos.....	35
2.6.1. $R^2$ (Coeficiente de Determinação).....	36
2.6.2. MSE (Erro quadrático médio) .....	36
2.6.3. RMSE (Raiz do erro quadrático médio).....	37
2.6.4. MAE (Erro absoluto médio).....	37
2.6.5. MAPE (Erro percentual absoluto médio).....	37
2.6.6. SMAPE (Erro percentual absoluto médio simétrico).....	38
3. METODOLOGIA .....	39
3.1. Materiais.....	40
3.2. Métodos.....	44
4. DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO DE NOVO MODELO DE COESÃO APARENTE.....	46
5. RESULTADOS.....	50

5.1.	Análise de Sensibilidade Paramétrica dos Modelos.....	50
5.1.1.	Modelo de Bishop (1960).....	50
5.1.2.	Modelo de Fredlund et al. (1978).....	51
5.1.3.	Modelo de Bishop (1960) adaptado à função de retenção de van Genuchten (1980)	52
5.1.4.	Modelo de Khalili & Khabbaz (1998).....	53
5.1.5.	Modelo de Bao et al. (1998).....	53
5.1.6.	Modelo de Vilar (2006).....	54
5.1.7.	Modelos de Cavalcante & Mascarenhas (2021) e Sousa (2024).....	55
5.1.8.	Modelo de Sousa (2024) para Solos Bimodais .....	56
5.1.9.	Modelo proposto .....	58
5.2.	Análise com Dados Experimentais .....	59
5.2.1.	Análise de solos finos.....	59
5.2.2.	Análise de solos arenosos.....	67
6.	CONCLUSÕES.....	77
6.1.	Sugestão de estudos futuros .....	79
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	81
	APÊNDICE A – SOLOS FINOS .....	87
	APÊNDICE B – SOLOS ARENOSOS.....	100

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Diferentes estados do solo: (a) seco, (b) não saturado e (c) saturado. Em destaque à direita, uma representação da película contrátil (adaptado de Diniz, 2019). .....	4
Figura 2.2: Distribuição direta do tamanho dos poros de um solo unimodal (a) e bimodal (b) (Costa & Cavalcante, 2021a). .....	5
Figura 2.3: Curvas de retenção de um solo unimodal (a) e bimodal (b) (Costa & Cavalcante, 2021a). .....	5
Figura 2.4: Características e parâmetros de uma curva de retenção de solo unimodal. (adaptado de Costa & Cavalcante, 2021a). .....	7
Figura 2.5: Curvas de retenção de um solo trimodal (adaptado de Sousa, 2024). .....	9
Figura 2.6: Características e parâmetros de uma curva característica de solo bimodal. (adaptado de Costa & Cavalcante, 2021a). .....	9
Figura 2.7: Envoltória de Mohr-Coulomb. ....	11
Figura 2.8: Variáveis importantes para a definição da resistência ao cisalhamento não saturada. ....	13
Figura 2.9: Tipos de coesão para solos não saturados (adaptado de Gao et al., 2020). .....	17
Figura 2.10: Coesão para um solo de $c' = 10$ kPa, $\phi' = 30^\circ$ e $\psi_{res} = 200$ kPa pela função de Bishop (1960). .....	18
Figura 2.11: Coesão para um solo de $c' = 10$ kPa e $\phi_b = 0,5^\circ$ pela função de Fredlund et al. (1978). .....	21
Figura 2.12: Regimes dos parâmetros $nvg$ e $avg$ para diferentes tipos de solos (adaptado de Lu et al., 2010). .....	22
Figura 2.13: Coesão aparente para um solo de $c' = 10$ kPa, $\phi' = 30^\circ$ , $nvg = 3,00$ e $avg = 0,015$ kPa <sup>-1</sup> pela função de Bishop (1960) adaptado à função de retenção de van Genuchten (1980). .....	23
Figura 2.14: Coesão para um solo de $c' = 10$ kPa, $\phi' = 30^\circ$ e $\psi_{ar} = 50$ kPa pela função de Khalili & Khabbaz (1998). .....	26
Figura 2.15: Coesão aparente para um solo de $c' = 10$ kPa, $\phi' = 30^\circ$ , $\psi_{ar} = 50$ kPa e $\psi_{res} = 200$ kPa pela função de Bao et al. (1998). .....	28
Figura 2.16: Coesão aparente representada por uma curva hiperbólica (adaptado de Lee et al., 2003). .....	30
Figura 2.17: Coesão para um solo de $c' = 10$ kPa, $\phi' = 30^\circ$ e $c_{ult} = 30$ kPa pela função de Vilar (2006). .....	31

Figura 2.18: Coesão para um solo de $c' = 10$ kPa, $\phi' = 30^\circ$ e $\delta = 0,01$ kPa <sup>-1</sup> pela função de Cavalcante & Mascarenhas (2021). .....	32
Figura 2.19: Coesão para um solo de $c' = 10$ kPa, $\phi' = 30^\circ$ , $\delta = 0,01$ kPa <sup>-1</sup> e $\kappa = 1,00$ pela função de Sousa (2024). .....	34
Figura 2.20: Coesão para um solo de $c' = 20$ kPa, $\phi' = 30^\circ$ , $\delta_1 = 0,0224$ kPa <sup>-1</sup> , $\delta_2 = 0,0002$ kPa <sup>-1</sup> , $\lambda = 0,25$ e $\kappa = 2,3961$ pela função de Sousa (2024) (dados de silte argiloso da Bahia - Santos, 2017; Sousa, 2024). .....	35
Figura 3.1: Fluxograma metodológico da avaliação crítica de modelos de resistência ao cisalhamento não saturada. ....	39
Figura 3.2: Dados experimentais de coesão não saturada versus sucção para solos arenosos: (a) Areia úmida de Okchun, (b) Areia úmida de Chochiwon, (c) Areia úmida de Yungi, (d) Areia seca de Seochang (Lee et al., 2003). .....	42
Figura 3.3: Dados experimentais de coesão não saturada versus sucção para solos finos: (a) Till glacial (Gan et al., 1988), (b) Till glacial (Vanapalli et al., 1996), (c) Argila de Dhanauri (Sajita, 1978), (d) Silte de Jossigny (Cui & Delage, 1993). .....	43
Figura 4.1: Comportamento de $\phi b$ verificado por Gan et al. (1988). ....	46
Figura 4.2: Diversos procedimentos têm sido propostos para o tratamento da não linearidade da envoltória de resistência ao cisalhamento no estado não saturado (adaptado de Gan et al. 1988). .....	47
Figura 4.3: Coesão aparente para um solo de $c' = 10$ kPa, $\phi' = 30^\circ$ , $\phi b = 5^\circ$ e $\psi_{ar} = 50$ kPa pela função proposta. ....	48
Figura 4.4: Ajustes bilineares da resistência ao cisalhamento não saturada para diferentes tensões normais para os solos ALGB (a) e ALGC (b) (adaptado de Bastos, 1999). .....	49
Figura 5.1: Análise da influência de $c'$ em todos os modelos. ....	50
Figura 5.2: Análise da influência de $\psi_{res}$ (a) e $\phi'$ (b) no modelo de Bishop (1960). ....	51
Figura 5.3: Análise da influência de $\phi b$ no modelo de Fredlund et al. (1978). ....	51
Figura 5.4: Análise da influência de $\alpha_{vg}$ (a), $n_{vg}$ (b) e $\phi'$ (c) no modelo de Bishop (1960) adaptado à função de retenção de van Genuchten (1980). ....	52
Figura 5.5: Análise da influência de $\psi_{ar}$ (a) e $\phi'$ (b) no modelo de Khalili & Khabbaz (1998). .....	53

Figura 5.6: Análise da influência de $\psi_{ar}$ (a), $\psi_{res}$ (b) e $\phi'$ (c) no modelo de Bao et al. (1998). .....	54
Figura 5.7: Análise da influência de $cult$ (a) e $\phi'$ (b) no modelo de Vilar (2006). .....	55
Figura 5.8: Análise da influência de $\delta$ (a) e de $\phi'$ (b) nos modelos de Cavalcante & Mascarenhas (2021) e Sousa (2024). .....	56
Figura 5.9: Análise da influência de $\kappa$ no modelo de Sousa (2024). .....	56
Figura 5.10: Análise da influência de (a) diferentes $\delta_1$ para $\delta_2 = 0,0001 \text{ kPa}^{-1}$ e de (b) diferentes $\delta_2$ para $\delta_1 = 0,01 \text{ kPa}^{-1}$ no modelo de Sousa (2024) para solos bimodais. ....	57
Figura 5.11: Análise da influência de $\lambda$ para (a) $\delta_1 > \delta_2$ e (b) $\delta_1 = \delta_2$ no modelo de Sousa (2024) para solos bimodais. ....	57
Figura 5.12: Análise da influência de $\kappa$ (a) e de $\phi'$ (b) no modelo de Sousa (2024) para solos bimodais. ....	58
Figura 5.13: Análise da influência de $\psi_{ar}$ (a), $\phi b$ (b) e $\phi'$ (c) no modelo proposto. ....	59
Figura 5.14: Comparação entre os resultados de (a) $R^2$ e (b) SMAPE para o till glacial - Gan et al. (1988) .....	61
Figura 5.15: Comparação entre os resultados de (a) $R^2$ e (b) SMAPE para o till glacial – Vanapalli et al. (1996) .....	62
Figura 5.16: Comparação entre os resultados de (a) $R^2$ e (b) SMAPE para a argila de Dhanauri – Sajita (1978) .....	63
Figura 5.17: Comparação entre os resultados de (a) $R^2$ e (b) SMAPE para o silte de Jossigny – Cui & Delage (1993) .....	64
Figura 5.18: Melhor resultado de (a) till glacial - Gan et al. (1988), (b) till glacial – Vanapalli et al. (1996), (c) argila de Dhanauri – Sajita (1978) e (d) silte de Jossigny – Cui & Delage (1993). ....	65
Figura 5.19: Pior resultado de (a) till glacial - Gan et al. (1988), (b) till glacial – Vanapalli et al. (1996), (c) argila de Dhanauri – Sajita (1978) e (d) silte de Jossigny – Cui & Delage (1993). .....	66
Figura 5.20: Comparação entre os resultados de (a) $R^2$ e (b) SMAPE dos modelos, organizados do melhor para o pior resultado para a média dos valores dos solos finos. ....	67
Figura 5.21: Comparação entre os resultados de (a) $R^2$ e (b) SMAPE para a areia úmida de Okchun – Lee et al (2003) .....	69
Figura 5.22: Comparação entre os resultados de (a) $R^2$ e (b) SMAPE para a areia úmida de Chochiwon – Lee et al (2003) .....	70

Figura 5.23: Comparação entre os resultados de (a) $R^2$ e (b) SMAPE para a areia úmida de Yungi – Lee et al (2003) .....	71
Figura 5.24: Comparação entre os resultados de (a) $R^2$ e (b) SMAPE para a areia úmida de Seochang – Lee et al (2003).....	72
Figura 5.25: Melhor resultado de (a) areia úmida de Okchun, (b) areia úmida de Chochiwon, (c) areia úmida de Yungi e (d) areia úmida de Seochang - Lee et al. (2003).....	73
Figura 5.26: Pior resultado de (a) areia úmida de Okchun, (b) areia úmida de Chochiwon, (c) areia úmida de Yungi e (d) areia úmida de Seochang - Lee et al. (2003).....	74
Figura 5.27: Comparação entre os resultados de (a) $R^2$ e (b) SMAPE dos modelos, organizados do melhor para o pior resultado para a média dos valores dos solos arenosos. ....	75
Figura A.1: Curvas de coesão não saturada obtidas para o solo Till glacial - Gan et al. (1988) pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa para solos bimodais (2024), (j) proposta desta pesquisa. 88	88
Figura A.2: Curvas de coesão não saturada obtidas para o till glacial – Vanapalli et al. (1996) pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa para solos bimodais (2024), (j) proposta desta pesquisa. 90	90
Figura A.3: Curvas de coesão não saturada obtidas para a argila de Dhanauri – Sajita (1978) pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa para solos bimodais (2024), (j) proposta desta pesquisa. 91	91
Figura A.4: Curvas de coesão não saturada obtidas para o silte de Jossigny – Cui & Delage (1993) pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa para solos bimodais (2024), (j) proposta desta pesquisa. ....	93
Figura A.5: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para o solo Till glacial - Gan et al. (1988). ....	94
Figura A.6: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para o till glacial – Vanapalli et al. (1996).....	94
Figura A.7: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para a argila de Dhanauri – Sajita (1978).....	94

Figura A.8: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para o silte de Jossigny – Cui & Delage (1993)..... 95

Figura B.1: Curvas de coesão não saturada obtidas para a areia úmida de Okchun – Lee et al. (2003) pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa para solos bimodais (2024), (j) proposta desta pesquisa. .... 101

Figura B.2: Curvas de coesão não saturada obtidas pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa para solos bimodais (2024), (j) proposta desta pesquisa. .... 103

Figura B.3: Curvas de coesão não saturada obtidas para a areia úmida de Yungi – Lee et al. (2003) pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa (bimodal) (2024), (j) proposta desta pesquisa. .... 104

Figura B.4: Curvas de coesão não saturada obtidas para a areia úmida de Seochang – Lee et al. (2003) pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa para solos bimodais (2024), (j) proposta desta pesquisa. .... 106

Figura B.5: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para a areia úmida de Okchun – Lee et al. (2003). ... 107

Figura B.6: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para a areia úmida de Chochiwon – Lee et al. (2003). .... 107

Figura B.7: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para a areia úmida de Yungi – Lee et al. (2003). ..... 107

Figura B.8: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para a areia úmida de Seochang – Lee et al. (2003).. 108

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Modelos de coesão não saturada da literatura (adaptado de Zhang et al., 2014)..	13
Tabela 2.2: Modelos de coesão não saturada da literatura recente. ....	15
Tabela 2.3: Relações sugeridas para o parâmetro de tensão efetiva $\chi$ de Bishop (adaptado de Xu & Cao, 2015). ....	19
Tabela 2.4: Ordem de grandeza de para solos arenosos e argilosos (Sousa, 2024) .....	33
Tabela 3.1: Propriedades geotécnicas de solos arenosos estudados por Lee et al. (2003).....	41
Tabela 3.2: Propriedades geotécnicas dos solos finos estudados por Lee et al. (2003) .....	42
Tabela 4.1: Interpretação física dos parâmetros do modelo proposto.....	48
Tabela A.1: Síntese dos resultados dos modelos para o solo Till glacial - Gan et al. (1988) ..	96
Tabela A.2: Síntese dos resultados dos modelos para o till glacial – Vanapalli et al. (1996)..	97
Tabela A.3: Síntese dos resultados dos modelos para a argila de Dhanauri – Sajita (1978) ...	98
Tabela A.4: Síntese dos resultados dos modelos para o silte de Jossigny – Cui & Delage (1993) .....	99
Tabela B.1: Síntese dos resultados dos modelos para a areia úmida de Okchun – Lee et al. (2003) .....	109
Tabela B.2: Síntese dos resultados dos modelos para a areia úmida de Chochiwon – Lee et al. (2003) .....	110
Tabela B.3: Síntese dos resultados dos modelos para a areia úmida de Yungi – Lee et al. (2003) .....	111
Tabela B.4: Síntese dos resultados dos modelos para a areia úmida de Seochang – Lee et al. (2003) .....	112

## LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIACÕES

Símbolo	Significado	Unidades
$a$	Parâmetro de ajuste do modelo de coesão não saturada de Vilar (2006)	-
$a_w$	Área normalizada de água	-
$b$	Parâmetro de ajuste do modelo de coesão não saturada de Vilar (2006)	$M^{-1}T^2L$
$B_1$	Inclinação na origem da parte linear da SWCC em relação ao eixo do teor de umidade do modelo de Bao et al. (1998)	-
$B_2$	Ordenada na origem da parte linear da SWCC em relação ao eixo do teor de umidade do modelo de Bao et al. (1998)	$M^{-1}T^2L$
$c_{ap}$	Coesão aparente	$MT^{-2}L^{-1}$
$c$	Coesão total	$MT^{-2}L^{-1}$
$c'$	Coesão efetiva	$MT^{-2}L^{-1}$
$c_{ult}$	Coesão última	$MT^{-2}L^{-1}$
$D$	Dimensão fractal de superfície dos poros do solo	-
$D$	Função de distúrbio, definida como a razão entre área de contato sólido entre os dois grãos de solo e a área total	-
$d$	Parâmetro de ajuste da equação de Röhmer & Vilar (1995)	$M^{-1}T^2L$
$e$	Índice de vazios	-
$k$	Coefficiente de permeabilidade	$LT^{-1}$
$K^n, K^{Sn}$	Módulos volumétricos ( <i>bulk modulus</i> ) do esqueleto granular da equação de de Chen et al. (1994)	$MT^{-2}L^{-1}$
$k_s$	Condutividade hidráulica saturada	$LT^{-1}$
$m$	Número de amostras de um espaço amostral	-
$n_{vg}$	Parâmetro de ajuste do modelo de retenção de van Genuchten (1980), parâmetro de distribuição do tamanho dos poros	-
$p_{at}$	Pressão atmosférica	$MT^{-2}L^{-1}$
$R^2$	Coefficiente de determinação	-
$S$	Grau de saturação	-
$S_e$	Grau de saturação efetivo	-
$S_r$	Grau de saturação residual	-
$u_a$	Pressão de ar dentro do solo	$MT^{-2}L^{-1}$

Símbolo	Significado	Unidades
$u_a - u_w$	Sucção mátrica	$MT^{-2}L^{-1}$
$u_w$	Pressão de água dentro do solo	$MT^{-2}L^{-1}$
$w$	Teor de umidade gravimétrico	$M^1M^{-1}$
$X_i$	$i$ -ésimo valor previsto de um espaço amostral	-
$Y_i$	$i$ -ésimo valor real de um espaço amostral	-
$\bar{Y}$	Média dos valores reais $Y_i$	-
$\alpha_{vg}$	Parâmetro de ajuste do modelo de retenção de van Genuchten (1980), inverso da pressão de entrada de ar do solo saturado	$M^{-1}T^2L$
$\delta$	Parâmetro de ajuste do modelo de retenção de Cavalcante & Zornberg (2017a)	$M^{-1}T^2L$
$\delta_1, \delta_2$	Parâmetros de ajuste do modelo de retenção de Costa & Cavalcante (2021a)	$M^{-1}T^2L$
$\delta_3$	Parâmetro de ajuste do modelo de retenção de Sousa (2024)	$M^{-1}T^2L$
$\phi'$	Ângulo de atrito	°
$\phi^b$	Ângulo de atrito do modelo de resistência de Fredlund et al. (1978)	°
$\chi$	Parâmetro da tensão efetiva não saturada de Bishop (1959)	-
$\kappa$	Parâmetro de ajuste do modelo de resistência ao cisalhamento de Vanapalli et al. (1996)	-
$\lambda$	Parâmetro de ajuste o modelo de retenção de Costa & Cavalcante (2021a), fator de ponderação da influência dos macroporos e microporos	-
$\lambda'$	Parâmetro empírico de tensão efetiva de Khalili & Khabbaz (1998)	-
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	Parâmetros de ajuste o modelo de retenção de Sousa (2024), fatores de ponderação da influência dos macroporos e microporos em solos trimodais	-
$\sigma$	Tensão normal total	$MT^{-2}L^{-1}$
$\sigma'$	Tensão normal efetiva	$MT^{-2}L^{-1}$
$\sigma - u_a$	Tensão normal líquida	$MT^{-2}L^{-1}$
$\tau$	Resistência ao cisalhamento	$MT^{-2}L^{-1}$
$\theta$	Teor de umidade volumétrico	$L^3L^{-3}$
$\theta_r$	Teor de umidade volumétrico residual	$L^3L^{-3}$

Símbolo	Significado	Unidades
$\theta_s$	Teor de umidade volumétrico saturado	$L^3L^{-3}$
$\Theta$	Teor de umidade volumétrico normalizado	-
$\psi_{ar}$	Sucção de entrada de ar nos macroporos	$MT^{-2}L^{-1}$
$\psi_{res}$	Sucção associada com o valor de entrada de ar nos microporos	$MT^{-2}L^{-1}$
$\zeta$	Parâmetro que representa a fração efetiva da sucção matricial que contribui para o aumento da resistência ao cisalhamento de Bao et al. (1998)	-

Abreviação/Sigla	Significado
CDCS	Ensaio de cisalhamento direto com controle de sucção
IP	Índice de plasticidade
MAE	Erro absoluto médio
MAPE	Erro percentual absoluto médio
MSE	Erro quadrático médio
MST	Soma total dos quadrados
REV	Volume Elementar Representativo
RMSE	Raiz do erro quadrático médio
SHAP	<i>Shapley Additive Explanations</i>
SMAPE	Erro percentual absoluto médio simétrico
SVR	<i>Support Vector Regression</i>
SWCC	<i>Soil–Water Characteristic Curve</i>
XAI	<i>Explainable Artificial Intelligence</i>

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Contextualização/Justificativa

A utilização exclusiva de parâmetros e modelos fundamentados no comportamento de solos saturados, embora frequentemente associada a uma abordagem conservadora, pode ser insuficiente para descrever fenômenos que se desenvolvem sob condições não saturadas. A redução de sucção do solo, frequentemente observada durante eventos chuvosos, pode acarretar a ruptura de taludes naturais e artificiais, assim como o colapso do solo. A recorrência desses eventos evidencia lacunas técnicas na incorporação sistemática do comportamento não saturado em projetos e processos regulatórios, especialmente em acompanhar por monitoramento e investigações geotécnicas, solos na condição não saturada em áreas propensas a movimentação de terra (Mascarenhas, 2018).

O estudo da estabilidade do solo torna-se ainda mais relevante em regiões tropicais montanhosas, que são naturalmente mais suscetíveis a desastres decorrentes de movimentos de massa. Nessas áreas, o intemperismo dos solos combinado com os períodos prolongados de chuva intensifica o risco de deslizamentos. Além disso, a crescente expansão urbana sobre terrenos instáveis e a ausência de planejamento urbano têm amplificado as consequências sociais e econômicas desses eventos (Petley, 2012).

Nesse contexto, a organização dos vazios de uma camada de solo exerce grande influência nas propriedades físicas, mecânicas e hidráulicas que os materiais apresentam em campo. O tipo de distribuição dos poros, uni ou multimodal, pode ser empregado para compreender o comportamento hidráulico e mecânico desses materiais, principalmente considerando a variação de umidade e do nível freático que ocorrem ao longo do ano. As ligações cimentícias entre partículas, atuantes no comportamento dos poros e comuns em solos tropicais, também são agentes que promovem uma estrutura mais estável ao solo. Sob essa perspectiva, a Mecânica dos Solos Não Saturados contribui para estimativas mais realistas e para o monitoramento do estado hidromecânico de estruturas geotécnicas (Sousa, 2024).

A influência da sucção matricial, da organização dos vazios e da variação do teor de umidade nas respostas mecânicas do solo não pode ser devidamente avaliada sem o conhecimento prévio do estado de tensões ao qual o material está submetido, que inclui tensões geostáticas, histórico de carregamento, grau de compactação e condições hidrológicas iniciais. O estado inicial de tensões influencia diretamente a estrutura do esqueleto granular, a distribuição de poros e o grau de saturação efetivo, fatores que controlam a mobilização da

sucção e sua contribuição para a resistência ao cisalhamento. Assim, a análise do comportamento mecânico dos solos deve partir da definição desse estado e das relações constitutivas que regem as interações entre tensões normais, tensões cisalhantes e deformações (Fredlund & Rahardjo, 1993c).

Diversos estudos sobre as tensões atuantes em solos não saturados vêm sendo realizados desde a década de 1950 (Bishop, 1959; Fredlund et al., 1978; Khalili & Khabbaz, 1998; Lu & William, 2004; Cavalcante & Mascarenhas, 2021). Uma formulação linear para a resistência ao cisalhamento de solos não saturados foi proposta por Fredlund et al. (1978). Inicialmente, a resistência ao cisalhamento do solo não saturado foi definida como linearmente crescente em função da sucção matricial.

Entretanto, o aumento linear da resistência ao cisalhamento baseava-se em um número limitado de conjuntos de dados disponíveis na literatura nas décadas de 1950 e 1970. Com o avanço das investigações experimentais, verificou-se que a resistência ao cisalhamento de solos não saturados apresenta comportamento não linear quando analisada em uma ampla faixa de valores de sucção (Zhang et al., 2014).

A determinação experimental da resistência ao cisalhamento de solos não saturados é um procedimento exigente, demorado e relativamente oneroso em laboratório. Em contrapartida, observou-se sucesso considerável na estimativa de funções de propriedades hidráulicas de solos não saturados, como a condutividade hidráulica, a partir da curva característica de retenção de água do solo (*Soil–Water Characteristic Curve - SWCC*). Verificou-se também que a não linearidade da resistência ao cisalhamento apresenta relação direta com a forma da SWCC (Fredlund et al., 1996; Vanapalli et al., 1996).

Diversas equações empíricas foram propostas para relacionar a resistência ao cisalhamento de solos não saturados à curva característica de retenção de água (Fredlund et al., 1996; Vanapalli et al., 1996; Cavalcante & Mascarenhas, 2021; Sousa, 2024). Outras formulações, como as propostas por Khalili & Khabbaz (1998), Bao et al. (1998) e Vilar (2006), utilizam o valor de sucção de entrada de ar do solo, mas não incorporam toda a SWCC.

Diante do exposto, evidencia-se a necessidade de abordagens que representem de forma mais realista o comportamento mecânico dos solos em condição não saturada, além de uma reavaliação dos modelos de resistência ao cisalhamento existentes. Essa pesquisa propõe um novo modelo bilinear de resistência ao cisalhamento não saturada e avalia a eficiência desse modelo junto aos modelos existentes na literatura. A análise considera a influência da

modalidade (solos uni e multimodais), a sensibilidade paramétrica das propriedades mecânicas e hidráulicas de solos não saturados em cada modelo e ajustes a dados experimentais de outras pesquisas, validados por mais de um método de regressão linear.

## 1.2. Objetivos

O objetivo dessa pesquisa é avaliar criticamente modelos utilizados para a previsão da resistência ao cisalhamento de solos não saturados, analisando a influência da modalidade do solo e propondo um modelo bilinear alternativo com fundamentação físico-matemática consistente. Para isto, os seguintes objetivos específicos são traçados:

- i) Coleta de dados experimentais da literatura para criação de banco de dados contendo ensaios de resistência ao cisalhamento não saturada de solos com diferentes parâmetros de caracterização, garantindo base comparativa homogênea para avaliação dos modelos.
- ii) Analisar criticamente os fundamentos teóricos e matemáticos dos principais modelos da literatura, identificando suas hipóteses constitutivas, limitações físicas e dependência explícita da curva de retenção de água.
- iii) Investigar a influência da modalidade da distribuição de poros (unimodal e multimodal) no comportamento da coesão aparente e da resistência ao cisalhamento, por meio de análise paramétrica.
- iv) Avaliar o desempenho estatístico dos modelos existentes, utilizando métricas com interpretação objetiva ( $R^2$  e SMAPE), a fim de verificar sua robustez frente a diferentes tipos de solo e faixas de sucção.
- v) Desenvolver e validar um modelo bilinear de resistência ao cisalhamento, examinando sua consistência matemática, sua coerência física e sua capacidade preditiva em comparação com os modelos consolidados na literatura.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nessa seção serão abordados os conceitos necessários para entendimento de: meios porosos unimodais e multimodais, a resistência ao cisalhamento em solos não saturados e modelos de coesão e resistência ao cisalhamento não saturados, necessários para o embasamento teórico desta pesquisa.

### 2.1. Modalidade do Solo

Lambe & Whitman (1969) descrevem o solo não saturado como um sistema trifásico de partículas sólidas e fluidos (ar, água e outros). Fredlund & Morgenstern (1977) ainda adicionam uma quarta fase que seria a película contrátil formada pela interface ar-líquido. Fredlund & Rahardjo (1993a) afirmam que as fases água e ar, fluem nos poros do solo se submetidas a gradientes energéticos, e o esqueleto sólido junto às películas contráteis equilibram-se e deformam-se quando aplicadas diferentes tensões ao solo. A Figura 2.1 ilustra as fases do solo citadas:

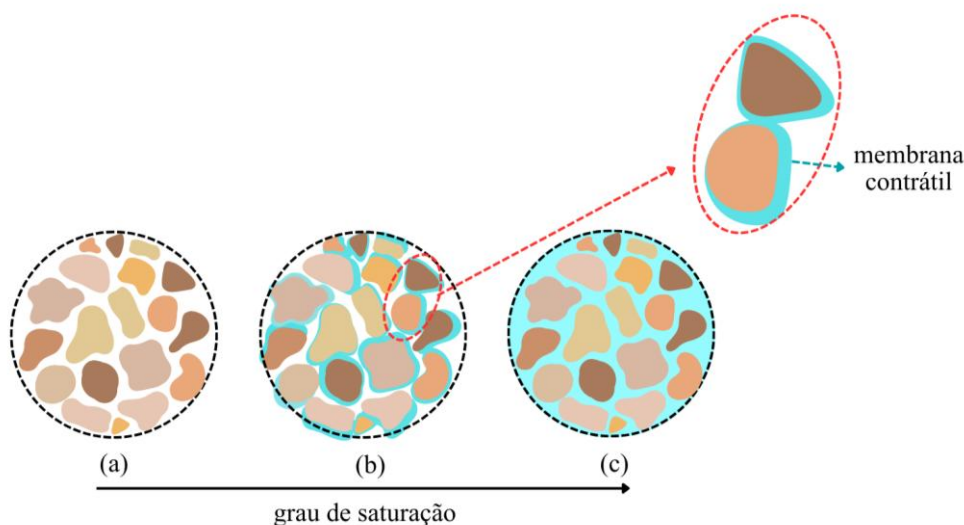


Figura 2.1 Diferentes estados do solo: (a) seco, (b) não saturado e (c) saturado. Em destaque à direita, uma representação da película contrátil (adaptado de Diniz, 2019).

Com relação ao fluxo de água e ao transporte de solutos, a relação entre umidade e sucção no solo não saturado é determinante. As curvas de retenção de água descrevem essa relação e são amplamente utilizadas para estimar o comportamento hidráulico de materiais porosos não saturados (Liu et al., 2013) sob a presença de diferentes fluidos.

Diversas funções para solos unimodais foram propostas para representar essas curvas, como as apresentadas por Brooks e Corey (1964), Van Genuchten (1980), Fredlund e Xing (1994) e Kosugi (1994). Essas funções foram formuladas com base em modelos idealizados da estrutura porosa do solo, os quais assumem uma distribuição unimodal dos tamanhos de poros, conforme Figura 2.2(a).

Entretanto, solos podem apresentar distribuições bimodais ou multimodais de poros (Zhang & Li, 2010). A presença de diferentes domínios de poros costuma resultar em distribuições de tamanho de poros bimodais ou multimodais (Figura 2.2 (b)).

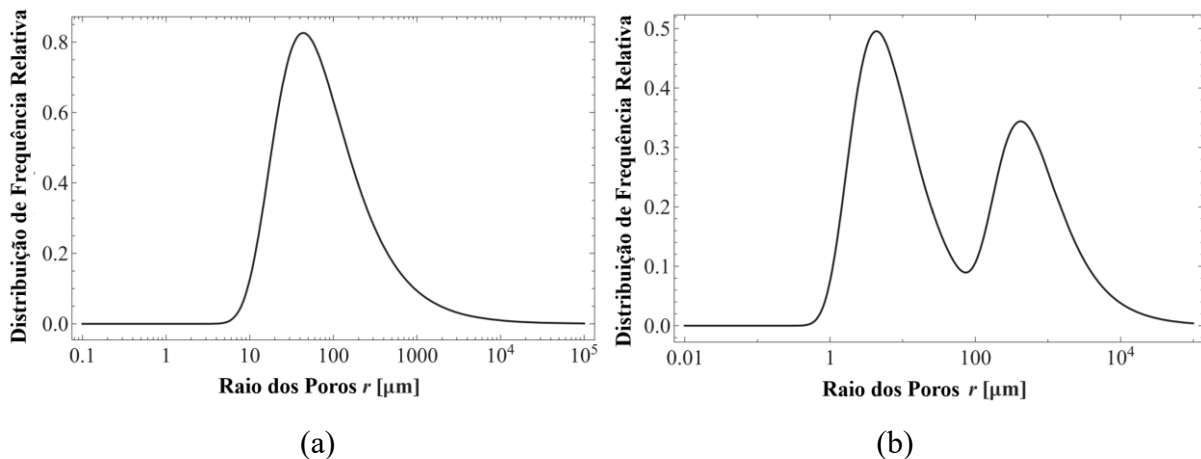


Figura 2.2: Distribuição direta do tamanho dos poros de um solo unimodal (a) e bimodal (b) (Costa & Cavalcante, 2021a).

A drenagem separada de dois tipos de poros pode levar à ocorrência de dois valores distintos de entrada de ar, um comportamento que modelos unimodais não conseguem representar com precisão (Othmer et al., 1991; Durner, 1994). Exemplos de curvas de retenção unimodal e bimodal são representados na Figura 2.3.

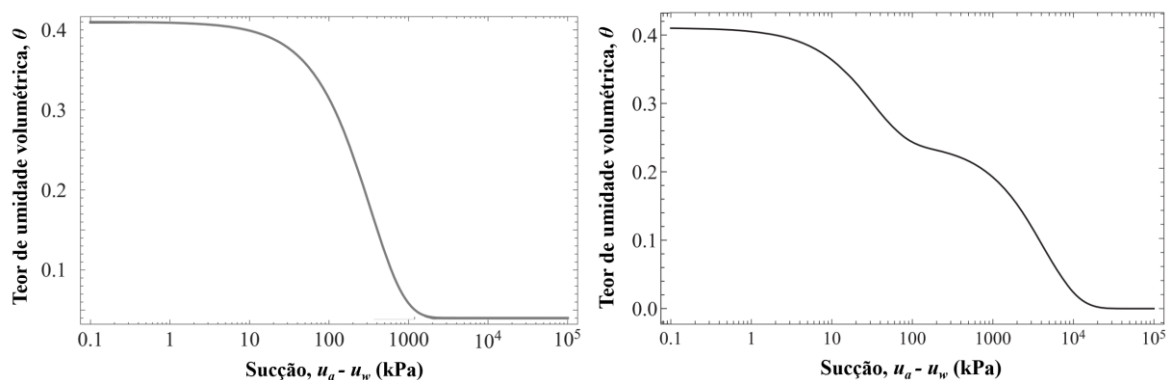


Figura 2.3: Curvas de retenção de um solo unimodal (a) e bimodal (b) (Costa & Cavalcante, 2021a).

## 2.2. Função de Retenção para Solos Unimodais

O fluxo de água em meios porosos não saturados é geralmente modelado pela Equação de Richards, uma equação diferencial parcial não linear que combina a Lei de Darcy com o princípio da conservação de massa para descrever o movimento de água em solos. Essa equação considera o fluxo de um fluido incompressível e homogêneo em um meio poroso contínuo. A formulação baseia-se na hipótese de um Volume Elementar Representativo (REV), dentro do qual as propriedades do meio poroso e do fluido podem ser consideradas homogêneas e bem definidas. Diversos autores propuseram formulações analíticas para a descrição do comportamento hidráulico de solos não saturados. Cavalcante e Zornberg (2017a), a partir da Equação de Richards, descrevem tanto a curva de retenção de água quanto a condutividade hidráulica de solos unimodais com base na sucção, a partir de uma parametrização única controlada por um coeficiente  $\delta$ :

$$\theta(u_a - u_w) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r)e^{-\delta|u_a - u_w|} \quad (2.1)$$

$$k(u_a - u_w) = k_s e^{-\delta|u_a - u_w|} \quad (2.2)$$

onde  $u_a - u_w$  representa a sucção matricial do solo [ $ML^{-1}T^{-2}$ ],  $\theta$  é o teor de umidade volumétrico [ $L^3L^{-3}$ ],  $\theta_r$  é o teor de umidade volumétrico residual [ $L^3L^{-3}$ ],  $\theta_s$  teor de umidade volumétrico saturado [ $L^3L^{-3}$ ],  $k$  é a condutividade hidráulica não saturada [ $LT^{-1}$ ], e  $k_s$  é a condutividade hidráulica saturada [ $LT^{-1}$ ]. Já  $\delta$  é o parâmetro de ajuste do modelo [ $M^{-1}LT^2$ ], que é calibrado a partir da curva de retenção do solo avaliado. O parâmetro  $\delta$  é proporcional à inclinação inicial da curva de retenção de água no solo, ou seja, afeta o valor de entrada de ar e a rapidez com que a água é retida no solo ao se aproximar da saturação, além de influenciar a inclinação inicial da função de condutividade hidráulica não saturada e está associado com a resistência e distribuição de poros nos solos (Cavalcante & Zornberg, 2017a; Sousa, 2024).

Os solos unimodais apresentam um único pico na curva de distribuição de frequência dos raios dos poros de solo (Figura 2.1 (a)) e três zonas de comportamento distinto na curva de retenção, sendo essas: zona limite de entrada de ar (comportamento saturado), zona de transição (intermediária, solo parcialmente saturado) e zona residual (comportamento de solo totalmente seco, água não disponível para trocas), conforme apresentado na Figura 2.4.

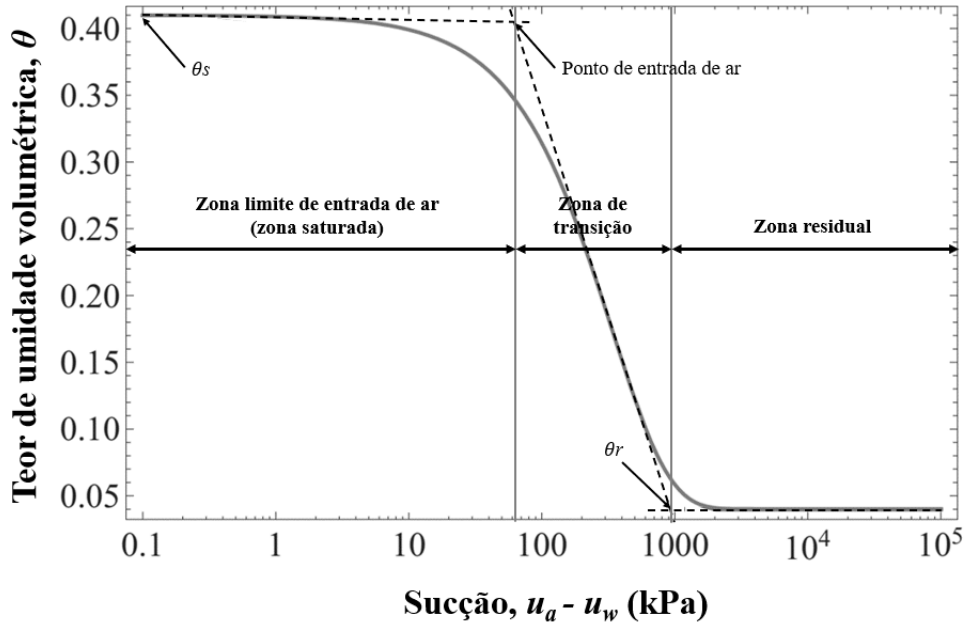


Figura 2.4: Características e parâmetros de uma curva de retenção de solo unimodal. (adaptado de Costa & Cavalcante, 2021a).

### 2.3. Função de Retenção para Solos Multimodais

A solução analítica proposta por Costa & Cavalcante (2021a) e Mascarenhas (2022) da função de retenção de água para solos bimodais é expressa por meio da superposição linear de duas curvas unimodais, cada uma representando diferentes regiões de poros, o que permite a formulação de um modelo bimodal da curva de retenção:

$$\theta(u_a - u_w) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) [\lambda e^{-\delta_1 |u_a - u_w|} + (1 - \lambda) e^{-\delta_2 |u_a - u_w|}] \quad (2.3)$$

onde  $\delta_1$  e  $\delta_2$  são parâmetros hidráulicos de ajuste associados, respectivamente, às regiões microporosa e macroporosa [ $M^{-1}LT^{-2}$ ] e  $\lambda$  representa o fator de ponderação relacionado à região macroporosa [adimensional].

De maneira análoga, o modelo bimodal da função de condutividade hidráulica pode ser obtido por meio do mesmo tipo de superposição, utilizando um fator de ponderação  $\lambda$ , considerado semelhante ao utilizado na curva de retenção, uma vez que ambos estão relacionados à distribuição de tamanhos de poros:

$$k(u_a - u_w) = k_s [\lambda e^{-\delta_1 |u_a - u_w|} + (1 - \lambda) e^{-\delta_2 |u_a - u_w|}] \quad (2.4)$$

Costa & Cavalcante (2021a) estabeleceram que  $\delta_1 > \delta_2$  e  $\lambda$  varia entre 0 e 1. Quando  $\lambda$  é igual a 1 ou a 0, as equações do teor de umidade volumétrica e condutividade hidráulica resumem-se ao modelo de Cavalcante & Zornberg (2017a) para solos unimodais.

Destacam-se exemplos de solos brasileiros que possuem comportamento bimodal, como o solo laterítico de Brasília (Silva et al., 2020), os solos coluvionares da região dos Aparados da Serra, entre Santa Catarina e Rio Grande do Sul (Feuerharmel, 2007), o latossolo de Goiânia (Araujo et al., 2017) e solos artificiais formados por mistura de frações e combinações de diferentes solos (Satyanaga et al., 2022), que reforçam a necessidade do estudo do comportamento de solos multimodais. Solos trimodais (que possuem três diferentes domínios de poros) também podem ser encontrados no Brasil, como o solo residual da Serra do Mar, no estado do Paraná (Ferreira, 2017) e o solo laterítico da Formação Rio Claro, no estado de São Paulo (Soto et al., 2019), conforme levantamento apresentado por Sousa (2024).

Ainda utilizando o princípio da superposição, Sousa (2024) descreve as funções anteriores para solos trimodais:

$$\theta(u_a - u_w) = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) [\lambda_1 e^{-\delta_1 |u_a - u_w|} + \lambda_2 e^{-\delta_2 |u_a - u_w|} + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) e^{-\delta_3 |u_a - u_w|}] \quad (2.5)$$

$$k(u_a - u_w) = k_s [\lambda_1 e^{-\delta_1 |u_a - u_w|} + \lambda_2 e^{-\delta_2 |u_a - u_w|} + (1 - \lambda_1 - \lambda_2) e^{-\delta_3 |u_a - u_w|}] \quad (2.6)$$

No modelo hidráulico trimodal,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$  devem sempre assumir valores positivos e menores que 1, sendo  $\lambda_3 = 1 - \lambda_1 - \lambda_2$ . Caso um dos  $\lambda$ s for igual a zero, as expressões Eq. (2.5) e Eq. (2.6) tornam-se iguais as equações para o modelo bimodal e se, um dos  $\lambda$ s for igual a 1, as mesmas expressões resumem-se ao modelo unimodal. Sousa (2024) adotou, conforme Costa & Cavalcante (2021a) a premissa:  $\delta_1 > \delta_2 > \delta_3$ . Um gráfico de  $\theta(u_a - u_w)$  para esse tipo de solo é ilustrado na Figura 2.5.

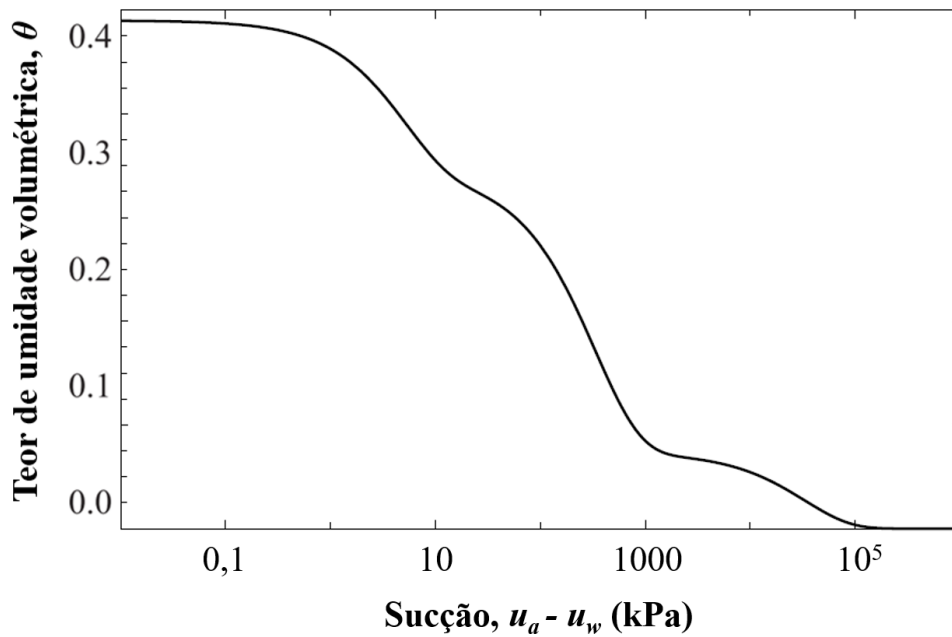


Figura 2.5: Curvas de retenção de um solo trimodal (adaptado de Sousa, 2024).

Uma das funções mais importantes da curva de retenção de água de um solo é a possibilidade de avaliar faixas de comportamento hidráulico do meio dado o conhecimento de um determinado valor ou intervalo de variações de umidade. Para solos bimodais, a curva de retenção pode ser dividida em cinco regiões de comportamento hidráulico distintas conforme é ilustrado na Figura 2.6:

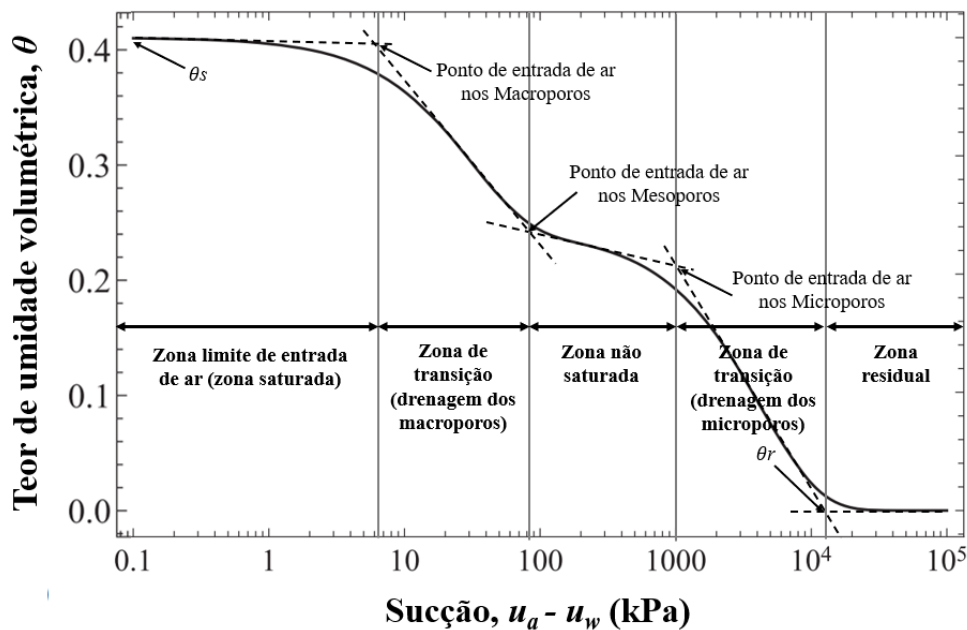


Figura 2.6: Características e parâmetros de uma curva característica de solo bimodal. (adaptado de Costa & Cavalcante, 2021a).

As regiões podem ser descritas como: zona limite de entrada de ar (comportamento saturado); zonas de comportamento parcialmente saturado: primeira zona de transição (drenagem de água dos macroporos – poros de maior diâmetro), zona não saturada (zona sem drenagem – água retida em poros de tamanho intermediário - mesoporos) e segunda zona de transição (drenagem de água dos microporos – água retida na superfície dos grãos); e zona residual (comportamento de solo totalmente seco).

## 2.4. Resistência ao Cisalhamento de Solos Não Saturados

Para a análise do comportamento mecânico dos solos, é necessário conhecer o estado inicial de tensões ao qual o material se encontra submetido (Fredlund & Rahardjo, 1993c). A definição desse estado de tensões requer a adoção de modelos constitutivos capazes de relacionar tensões normais, tensões cisalhantes e deformações de forma consistente com o estado de saturação do meio. Essas relações são formuladas considerando o estado de umidade do solo, seja saturado ou não saturado (Rojas, 2017).

Nesse contexto, solos saturados sofrem variações de tensão e de deformação diretamente das alterações nas poropressões. Assim, a tensão normal total pode ser expressa como a soma da poropressão e da tensão efetiva do solo, uma vez que a pressão da água nos vazios atua isotropicamente em todas as direções (Terzaghi, 1943).

$$\sigma = \sigma' + u_w \quad (2.7)$$

Em que  $\sigma$  representa a tensão normal total [ $ML^{-1}T^{-2}$ ],  $\sigma'$  a tensão normal efetiva [ $ML^{-1}T^{-2}$ ] e  $u_w$  a poropressão atuante dentro do solo [ $ML^{-1}T^{-2}$ ]. A tensão efetiva é definida como a variável fundamental e suficiente para descrever o comportamento mecânico dos solos saturados, constituindo-se em um dos princípios basilares da Mecânica dos Solos (Fredlund & Rahardjo, 1993c).

O princípio das tensões efetivas de Terzaghi constitui a base da Mecânica dos Solos para condições saturadas, ao estabelecer que o comportamento mecânico do solo é governado pelas tensões transmitidas pelo esqueleto sólido, uma vez que os fluidos não resistem ao cisalhamento. Entretanto, em solos não saturados, a presença simultânea de ar e água nos vazios exige a generalização desse princípio, passando o estado mecânico a depender não apenas da

tensão normal líquida, mas também da sucção matricial, responsável por modificar as interações interparticulares (Fredlund & Rahardjo, 1993c).

A resistência ao cisalhamento é um parâmetro central em inúmeros problemas geotécnicos, destacando-se, entre eles, a análise de estabilidade de taludes. Para sua avaliação, é amplamente empregado o critério de ruptura de Mohr–Coulomb, o qual incorpora explicitamente o conceito de tensão efetiva proposto por Terzaghi (1943), de modo que, para solos saturados, tem-se:

$$\tau = c' + (\sigma - u_w) \tan \phi' \quad (2.8)$$

Nessa formulação,  $c'$  corresponde à coesão efetiva do solo [ $ML^{-1}T^{-2}$ ],  $\phi'$  ao ângulo de atrito efetivo [ $^{\circ}$ ] e  $\tau$  à tensão cisalhante [ $ML^{-1}T^{-2}$ ].

O modelo de Mohr–Coulomb define uma envoltória de ruptura, ilustrada na Figura 2.7, que representa as combinações admissíveis de tensões cisalhantes associadas às tensões normais atuantes no plano de falha. Essas combinações correspondem às condições mais críticas de solicitação do solo no estado saturado (Fredlund & Rahardjo, 1993b).

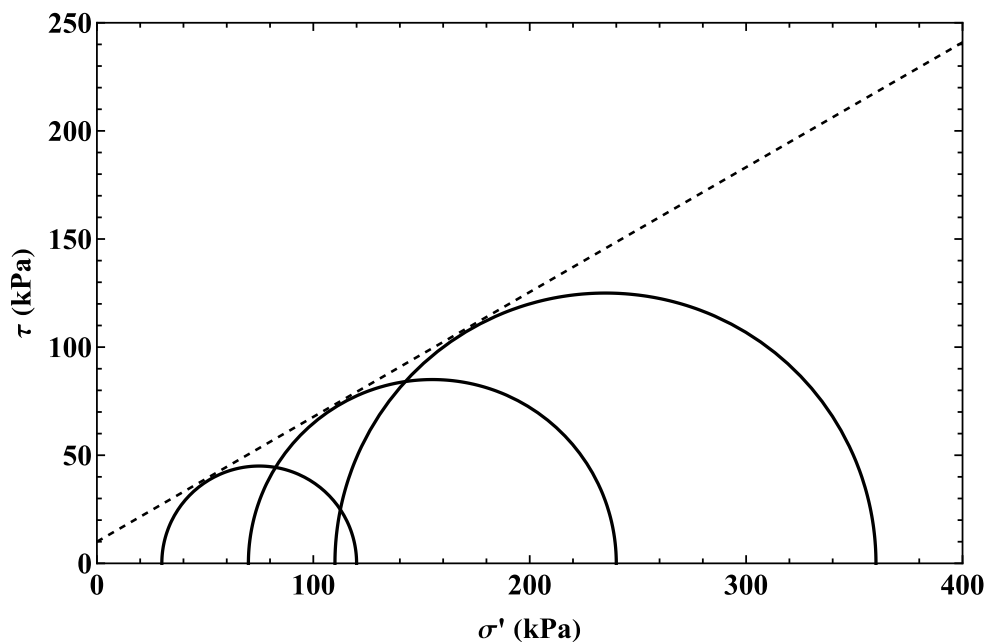


Figura 2.7: Envoltória de Mohr-Coulomb.

A análise do comportamento de solos não saturados é mais complexa, uma vez que envolve a presença das quatro fases descritas no Capítulo 2.1. Com o objetivo de compreender

os mecanismos mecânicos associados a variações no grau de saturação, o critério de Mohr–Coulomb foi estendido para aplicações em meios não saturados (Rojas, 2017).

As técnicas experimentais empregadas na caracterização laboratorial de solos não saturados são, em geral, demoradas, complexas e demandam elevado nível de especialização. Nesse sentido, diversos autores, mantendo a validade conceitual do princípio de Terzaghi para condições não saturadas, propuseram definições de tensão efetiva baseadas na combinação de duas variáveis independentes do estado de tensões, sendo elas a tensão normal líquida ( $\sigma - u_a$ ) e a sucção mátrica ( $u_a - u_w$ ). Dessa forma, métodos indiretos para a estimativa da resistência ao cisalhamento não saturada foram propostos (Fredlund et al., 1996; Vanapalli et al., 1996; Khalili & Khabbaz, 1998).

De modo geral, os métodos de estimativa da resistência ao cisalhamento de solos não saturados baseiam-se nos parâmetros de resistência efetiva determinados em condição saturada e na curva característica de retenção de água do solo (Vilar, 2006). O próximo capítulo destringe os principais métodos desenvolvidos para a estimativa da resistência apresentados na literatura.

## 2.5. Coesão Não Saturada

A coesão aparente  $c_{ap}$  é definida como o aumento na resistência ao cisalhamento de solos não saturados resultante da presença da sucção mátrica. Graficamente, ela é identificada como o intercepto de coesão onde a envoltória de ruptura intersecta o plano da resistência ao cisalhamento versus sucção mátrica, especificamente no plano onde a tensão normal líquida é igual a zero (Lee et al., 2003). Já a coesão total  $c$  do solo é definida como a soma da coesão efetiva e da coesão aparente associada à sucção matricial, considerando que outras parcelas de sucção, como a sucção osmótica, são praticamente desprezíveis para contribuir com a resistência ao cisalhamento (Zhang et al., 2014). A Figura 2.8 ilustra as variáveis previamente descritas:

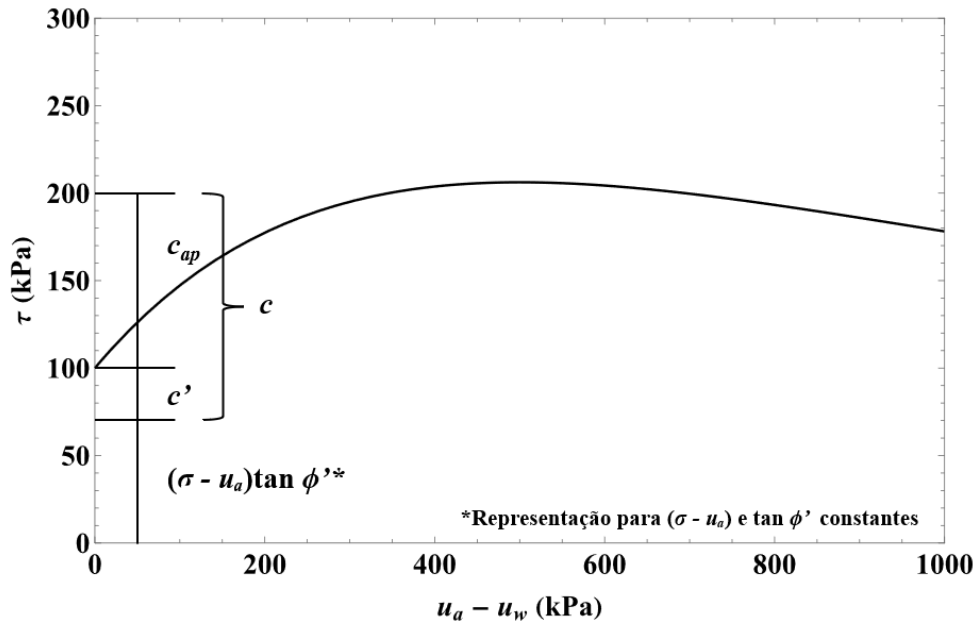


Figura 2.8: Variáveis importantes para a definição da resistência ao cisalhamento não saturada.

Em termos práticos, enquanto a sucção mátrica tem um efeito pequeno no ângulo de atrito interno do solo, ela exerce um efeito significativo na coesão aparente, sendo o principal fator para a estabilidade de solos acima do lençol freático (Fredlund & Rahardjo, 1995; Karube, 1988; Ryu, 1997). Vários autores propõem equações para a coesão aparente a partir da resistência ao cisalhamento não saturada, conforme a Tabela 2.1:

Tabela 2.1: Modelos de coesão não saturada da literatura (adaptado de Zhang et al., 2014).

Autor(es)	Equações Propostas
Bishop (1960)	$c_{ap} = (u_a - u_w) \chi \tan \phi'$ $\chi$ : Parâmetro da tensão efetiva não saturada de Bishop (1959)
Fredlund et al. (1978)	$c_{ap} = (u_a - u_w) \tan \phi^b$ $\phi^b$ : ângulo de atrito relacionado a mudanças na sucção
Bishop (1960) adaptado à função de retenção de van Genuchten (1980)	$c_{ap} = (u_a - u_w) \tan \phi' \left\{ \frac{1}{1 + [\alpha_{vg} (u_a - u_w)]^{n_{vg}}} \right\}^{1 - \left( \frac{1}{n_{vg}} \right)}$ $\alpha_{vg}$ : Parâmetro de ajuste do modelo de retenção de van Genuchten (1980) $n_{vg}$ : Parâmetro de ajuste do modelo de retenção de van Genuchten

Autor(es)	Equações Propostas
	(1980)
Fredlund et al. (1996)	$c_{ap} = (u_a - u_w)\theta^\kappa \tan \phi'$ <p><math>\kappa</math>: Parâmetro de ajuste do modelo de resistência ao cisalhamento de Vanapalli et al. (1996)</p> <p><math>\theta</math>: Teor de umidade volumétrico normalizado</p>
Vanapalli et al. (1996)	$c_{ap} = (u_a - u_w)\theta^\kappa \tan \phi'$ $c_{ap} = (u_a - u_w)\theta \tan \phi'$
Khalili & Khabbaz (1998)	$c_{ap} = (u_a - u_w)\lambda' \tan \phi'$ $\begin{cases} \lambda' = 1, & \text{se } (u_a - u_w) \leq \psi_{ar} \\ \lambda' = \left[ \frac{u_a - u_w}{\psi_{ar}} \right]^{-0,55}, & \text{se } (u_a - u_w) > \psi_{ar} \end{cases}$ <p><math>\psi_{ar}</math>: sucção de entrada de ar no solo</p>
Bao et al. (1998)	$c_{ap} = (u_a - u_w)\zeta \tan \phi'$ $\begin{cases} \zeta = 1, & \text{se } (u_a - u_w) \leq \psi_{ar} \\ \zeta = \frac{\log \psi_{res} - \log(u_a - u_w)}{\log \psi_{res} - \log \psi_{ar}}, & \text{se } \psi_{ar} < (u_a - u_w) < \psi_{res} \\ \zeta = 0, & \text{se } (u_a - u_w) \geq \psi_{res} \end{cases}$ <p><math>\psi_{res}</math>: sucção residual</p>

A Tabela 2.2 apresenta uma síntese dos principais modelos recentes propostos na literatura para a estimativa da coesão aparente em solos não saturados, destacando diferentes abordagens constitutivas que incorporam a influência da sucção matricial. Observa-se que, embora todos os modelos partam de fundamentos semelhantes, baseados na relação entre sucção e resistência ao cisalhamento, há variações significativas quanto à forma de representação dessa contribuição, seja por meio de funções empíricas, relações derivadas da curva de retenção de água ou parâmetros com significado físico associado à estrutura do solo.

Tabela 2.2: Modelos de coesão não saturada da literatura recente.

Autor(es)	Equações Propostas
Tekinsoy et al. (2004)	$c_{ap} = (\psi_{ar} + p_{at}) \ln \left[ \frac{(u_a - u_w) + p_{at}}{p_{at}} \right] \tan \phi'$ <p><math>p_{at}</math>: pressão atmosférica (101,325 Pa)</p>
Vilar (2006)	$c_{ap} = \frac{(u_a - u_w)}{\frac{1}{\tan \phi'} + \frac{1}{c_{ult} - c'}} (u_a - u_w)$ <p><math>c_{ult}</math>: resistência ao cisalhamento não drenada última de amostra de solo seca ao ar</p>
Naghadeh & Toker (2019)	$c_{ap} = \psi_{res} (1 - e^{-(u_a - u_w)/\psi_{res}}) \tan \phi'$
Cavalcante & Mascarenhas (2021)	$c_{ap} = (u_a - u_w) e^{-\delta  u_a - u_w } \tan \phi'$ <p><math>\delta</math>: Parâmetro de ajuste do modelo de retenção de Cavalcante &amp; Zornberg (2017a)</p>
Pham & Sutman (2022)	$c_{ap} = (u_a - u_w) [\theta + S_e(1 - \theta) + D] \tan \phi' + u_w D \tan \phi'$ <p><math>D</math>: Função de distúrbio, definida como a razão entre área de contato sólido entre os dois grãos de solo e a área total</p> <p><math>S_e</math>: Grau de saturação efetivo</p>
Sousa (2024)	$c_{ap} = (u_a - u_w) e^{-\kappa \delta  u_a - u_w } \tan \phi'$
Sousa (2024) Modelo bimodal	$c_{ap} = (u_a - u_w) [\lambda e^{-\delta_1  u_a - u_w } + (1 - \lambda) e^{-\delta_2  u_a - u_w }]^\kappa \tan \phi'$ <p><math>\lambda</math>: fator de ponderação relacionado à região macroporosa do modelo de retenção de Costa &amp; Cavalcante (2021)</p> <p><math>\delta_1</math>: parâmetro hidráulico de ajuste associado à região microporosa do modelo de retenção de Costa &amp; Cavalcante (2021)</p> <p><math>\delta_2</math>: parâmetro hidráulico de ajuste associado à região macroporosa do modelo de retenção de Costa &amp; Cavalcante (2021)</p>

No campo da inteligência artificial, observa-se um avanço significativo na aplicação de técnicas de *machine learning* para a estimativa da resistência ao cisalhamento de solos não saturados, destacando-se a substituição de métodos empíricos tradicionais por modelos preditivos mais robustos e generalizáveis. Tran et al. (2022) propuseram modelos híbridos baseados em sistemas neuro-*fuzzy* otimizados, demonstrando boa capacidade preditiva mesmo com um conjunto reduzido de variáveis de entrada.

De forma complementar, Elsayy et al. (2022) exploraram diferentes algoritmos de aprendizado de máquina, incluindo regressão por vetores de suporte e métodos *ensemble*, evidenciando elevada precisão na predição da resistência não drenada a partir de propriedades geotécnicas facilmente mensuráveis, com destaque para o desempenho superior do modelo SVR (*Support Vector Regression*).

Mais recentemente, Nguyen et al. (2025) avançaram no estado da arte ao incorporar técnicas de inteligência artificial explicável (XAI - *Explainable Artificial Intelligence*), utilizando valores SHAP (*Shapley Additive Explanations*) para interpretar a contribuição das variáveis de entrada, o que permite maior transparência e confiabilidade nos modelos preditivos, além de confirmar a natureza não linear das relações entre os parâmetros do solo e a resistência não saturada e não drenada.

Quanto ao comportamento das curvas de resistência não saturada, Gao et al. (2020) as definem em três grupos principais, o que também é válido para a coesão aparente devido ao mesmo comportamento matemático: (1) a resistência ao cisalhamento aumenta até um valor de pico bem definido e, em seguida, diminui acentuadamente até um valor aproximadamente constante (comportamento visto em areias); (2) a resistência ao cisalhamento aumenta até um valor aproximadamente constante ou aumenta até um máximo e depois diminui ligeiramente (para siltes ou argilas siltosas); e (3) a resistência ao cisalhamento aumenta com o aumento da sucção ao longo de uma ampla faixa de sucção (para argilas e solos expansivos). A síntese desses comportamentos pode ser observada na Figura 2.9.

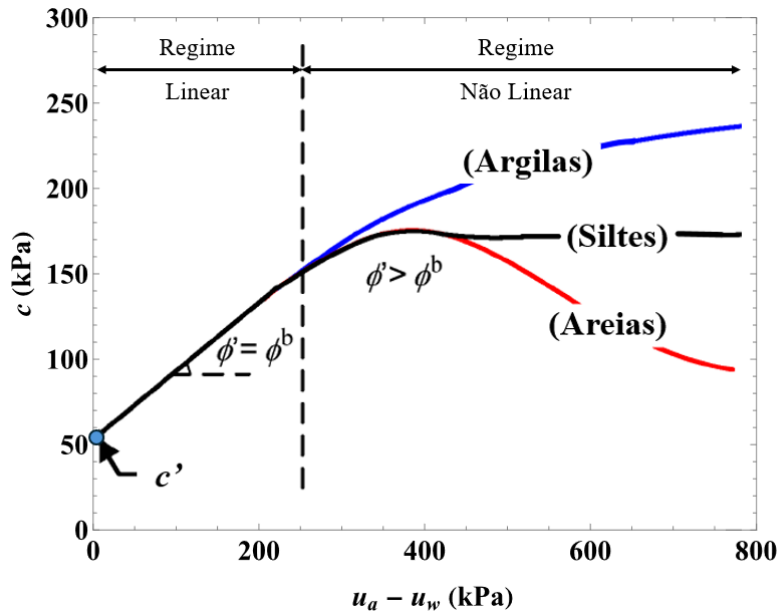


Figura 2.9: Tipos de coesão para solos não saturados (adaptado de Gao et al., 2020).

Gao et al. (2020) também concluíram que as equações relacionadas ao grau de saturação efetivo ou ao teor volumétrico de água efetivo (por exemplo, a equação proposta por Vanapalli et al., 1996) não são aplicáveis na zona residual. Além disso, as equações de resistência ao cisalhamento cujos parâmetros são determinados a partir da curva de retenção de água do solo conduzem a uma subestimação significativa da resistência nessa zona, especialmente para solos argilosos. Isso ocorre porque o parâmetro de tensão efetiva não saturada diminui com o aumento da sucção do solo, tornando-se nulo no estado seco. A avaliação desses efeitos para as equações apresentadas na Tabela 2.1 e parte da Tabela 2.2 será realizada no Capítulo 5. Para fins de compreensão sistemática de cada modelo que foi utilizado para a análise desta pesquisa, apresenta-se a seguir uma síntese comparativa.

### 2.5.1. Modelo de Bishop (1960)

Bishop (1959) propôs uma equação de tensões efetivas para solos não saturados com base em resultados experimentais:

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad (2.9)$$

onde  $\chi$  [adimensional] é o parâmetro de tensão efetiva dos solos não saturados, relacionado ao grau de saturação. O parâmetro  $\chi$  varia de 0 a 1,0 (para solo perfeitamente seco,  $\chi = 0$ ; para solo saturado,  $\chi = 1$ ).

A partir dessa proposta, Bishop et al. (1960) expandem o estudo para a resistência ao cisalhamento de solos não saturados de acordo com a teoria de Mohr–Coulomb, sendo a equação para a coesão aparente uma parcela da seguinte proposta do autor:

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + \chi(u_a - u_w) \tan \phi' \quad (2.10)$$

Entretanto a validade do parâmetro de tensão efetiva  $\chi$  é questionada (Nuth & Laloui, 2008), com determinação experimental complexa. Azevedo (2016) e Khalili et al. (2004) apontam uma correlação existente com a sucção de entrada de ar no solo  $\psi_{ar}$  [ $\text{MT}^{-2}\text{L}^{-1}$ ]. Demais pesquisas concluem que  $\chi$  também está relacionado ao tipo de solo, ao arranjo esquelético do solo, ao histórico de tensões, à curva de retenção de água no solo, à histerese hidráulica, entre outros fatores (Huang et al., 2022).

Ao considerar a variação de  $\chi$  como linear, de  $\chi = 1$  quando  $(u_a - u_w) = 0$  a  $\chi = 0$  na sucção residual  $\psi_{res}$ , pode-se ter um exemplo do comportamento da coesão total por Bishop (1960) na Figura 2.10:

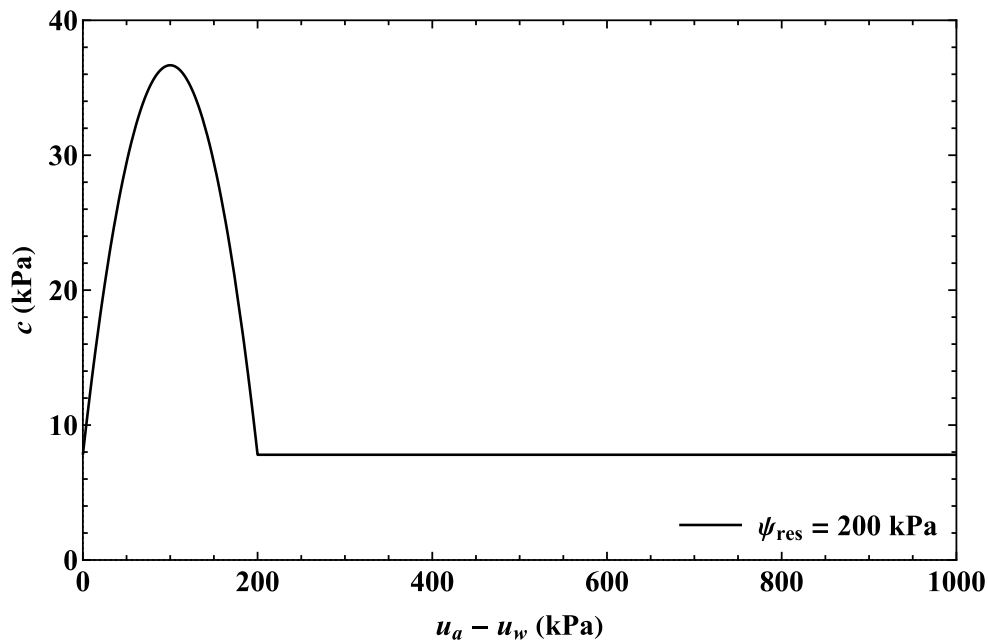


Figura 2.10: Coesão para um solo de  $c' = 10$  kPa,  $\phi' = 30^\circ$  e  $\psi_{res} = 200$  kPa pela função de Bishop (1960).

Lu et al. (2010) propuseram uma equação para a tensão efetiva em solos não saturados. Os autores levantaram a hipótese de que a sucção consome a maior parte da variação da energia livre. A partir da curva de retenção e de argumentos termodinâmicos, obtiveram uma expressão de  $\chi$ :

$$\chi = \frac{S - S_r}{1 - S_r} \quad (2.11)$$

onde  $S$  é o grau de saturação [adimensional] e  $S_r$  é o grau de saturação residual [adimensional]. Outras expressões para ajustes de resultados experimentais de  $\chi$  são sintetizadas por Xu & Cao (2015) na Tabela 2.3:

Tabela 2.3: Relações sugeridas para o parâmetro de tensão efetiva  $\chi$  de Bishop (adaptado de Xu & Cao, 2015).

Autor(es)	Equações Propostas
Chen et al. (1994)	$\chi = \frac{K^n}{K^{Sn}}$ <p><math>K^n</math> e <math>K^{Sn}</math>: módulos volumétricos (<i>bulk modulus</i>) do esqueleto granular correspondentes às porosidades <math>n</math> e <math>Sn</math>.</p>
Öberg & Sällfors (1997); Sun et al. (2008)	$\chi = S = \frac{\theta}{\theta_s}$
Röhm & Vilar (1995)	$\chi = \frac{1}{1 + d(u_a - u_w)}$ <p><math>d</math>: parâmetro de ajuste de Röhm &amp; Vilar (1995)</p>
Vanapalli et al. (1996)	$\chi = S^\kappa$
Vanapalli et al. (1996); Xu & Cao (2015)	$\chi = S_e = \frac{(\theta - \theta_r)}{(\theta_s - \theta_r)}$ <p><math>S_e</math>: Grau de saturação efetivo</p>
Khalili & Khabbaz (1998)	$\chi = (u_a - u_w)^{-0,55}$

Autor(es)	Equações Propostas
Xu (2004)	$\chi = \left[ \frac{(u_a - u_w)}{\psi_{ar}} \right]^{D-3}$
$D$ : dimensão fractal de superfície dos poros do solo.	

### 2.5.2. Modelo de Fredlund et al. (1978)

Fredlund et al. (1978) propuseram um procedimento de análise de tensões para solos não saturados, baseado na mecânica do contínuo multifásica, que sugere a utilização de duas variáveis independentes de estado de tensões,  $(\sigma - u_a)$  e  $(u_a - u_w)$ , para a definição da equação de tensão efetiva:

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad (2.12)$$

onde  $\phi^b$  o ângulo de atrito [°] relacionado a mudanças na sucção mátrica  $(u_a - u_w)$ . Cavalcante & Mascarenhas (2021) apontam que as variáveis de ajuste de Fredlund e Bishop podem ser equivalentes pela equação:

$$\chi = \tan \phi^b / \tan \phi' \quad (2.13)$$

Na formulação original, Fredlund et al. (1978) assumiram que  $\phi^b$  poderia ser considerado aproximadamente constante para um dado solo. Entretanto, os resultados de pesquisa de Gan et al. (1988) mostraram que  $\phi^b$  não é constante nem mesmo para uma mesma amostra de solo. Trata-se de uma função da sucção matricial. Quando a amostra de solo se aproxima do estado saturado, a sucção matricial é muito pequena e o valor de  $\tan \phi^b$  é próximo ao coeficiente de atrito interno efetivo do solo saturado,  $\tan \phi'$ ; à medida que a saturação do solo diminui e a sucção matricial aumenta, o valor de  $\tan \phi^b$  decresce de forma gradual e não linear.

A Figura 2.11 apresenta um exemplo da função proposta por Fredlund et al. (1978) para a coesão total, na qual a variação do parâmetro  $\phi^b$  é responsável exclusivamente pela alteração do comportamento da parcela da coesão aparente, assumido a linearidade:

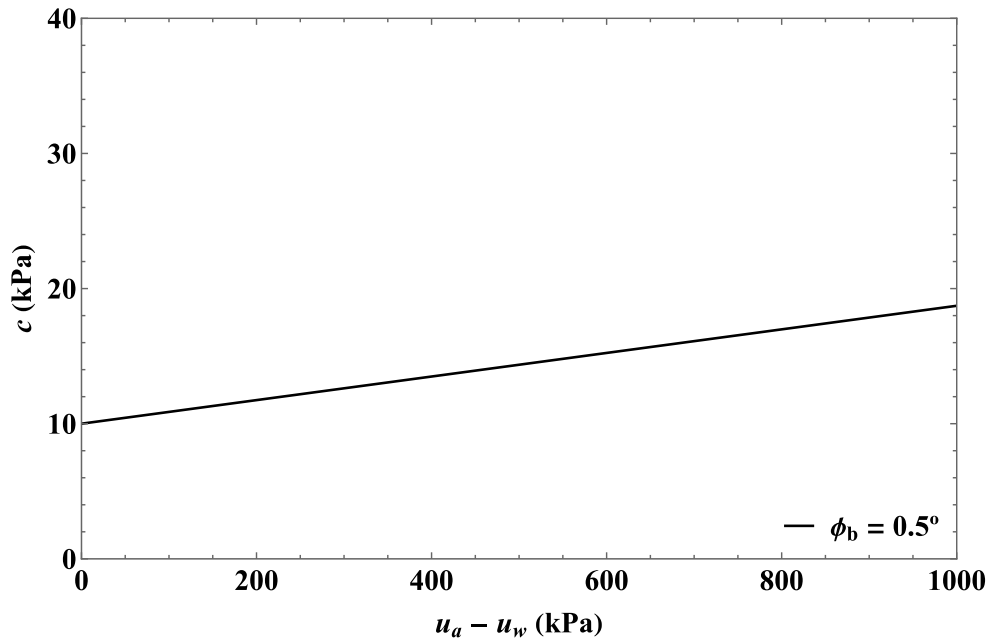


Figura 2.11: Coesão para um solo de  $c' = 10$  kPa e  $\phi^b = 0,5^\circ$  pela função de Fredlund et al. (1978).

Gan & Fredlund (1996) analisam o comportamento da resistência ao cisalhamento de amostras de tufo de cinza fino completamente decomposto, demonstrando que, em baixos níveis de sucção, o parâmetro  $\phi^b$  assume valores elevados, próximos de  $40^\circ$ , valores próximos ao ângulo de atrito efetivo  $\phi'$  do material. Esse comportamento é associado à antes do ponto de sucção de entrada de ar, onde as forças capilares atuam de forma eficiente na transmissão de tensões entre as partículas do solo.

A partir de um determinado nível de sucção, relacionado à progressiva dessaturação do material e à redução da área efetiva de atuação dos meniscos capilares, observa-se uma acentuada redução da contribuição da sucção para a resistência ao cisalhamento, de modo que  $\phi^b \approx 0^\circ$ , independentemente da tensão normal aplicada. Com base nesses resultados, Gan & Fredlund (1996) enfatizam que  $\phi^b$  não deve ser tratado como um parâmetro constante nem estimado a partir de valores típicos, mas sim determinado experimentalmente, uma vez que sua magnitude depende fortemente do nível de sucção, do estado de saturação e da microestrutura do solo.

### 2.5.3. Modelo de Bishop (1960) adaptado à função de retenção de van Genuchten (1980)

Lu et al. (2010) aplicam o modelo de curva de retenção de água do solo (SWCC) de van Genuchten (1980) no modelo de Bishop (1960), resultando na seguinte expressão:

$$\chi = \left\{ \frac{1}{1 + [\alpha_{vg} (u_a - u_w)]^{n_{vg}}} \right\}^{1 - \left(\frac{1}{n_{vg}}\right)} \quad (2.14)$$

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \tan \phi' \left\{ \frac{1}{1 + [\alpha_{vg} (u_a - u_w)]^{n_{vg}}} \right\}^{1 - \left(\frac{1}{n_{vg}}\right)} \quad (2.15)$$

em que  $n_{vg}$  e  $\alpha_{vg}$  são parâmetros empíricos de ajuste das propriedades do solo não saturado, sendo  $\alpha_{vg}$  o inverso da pressão de entrada de ar do solo saturado [ $M^{-1}T^2L$ ] e  $n_{vg}$  o parâmetro de distribuição do tamanho dos poros [adimensional]. A Figura 2.12 apresenta a faixa de valores dessas variáveis para diferentes tipos de solo e a Figura 2.13 um exemplo de comportamento para um solo siltoso:

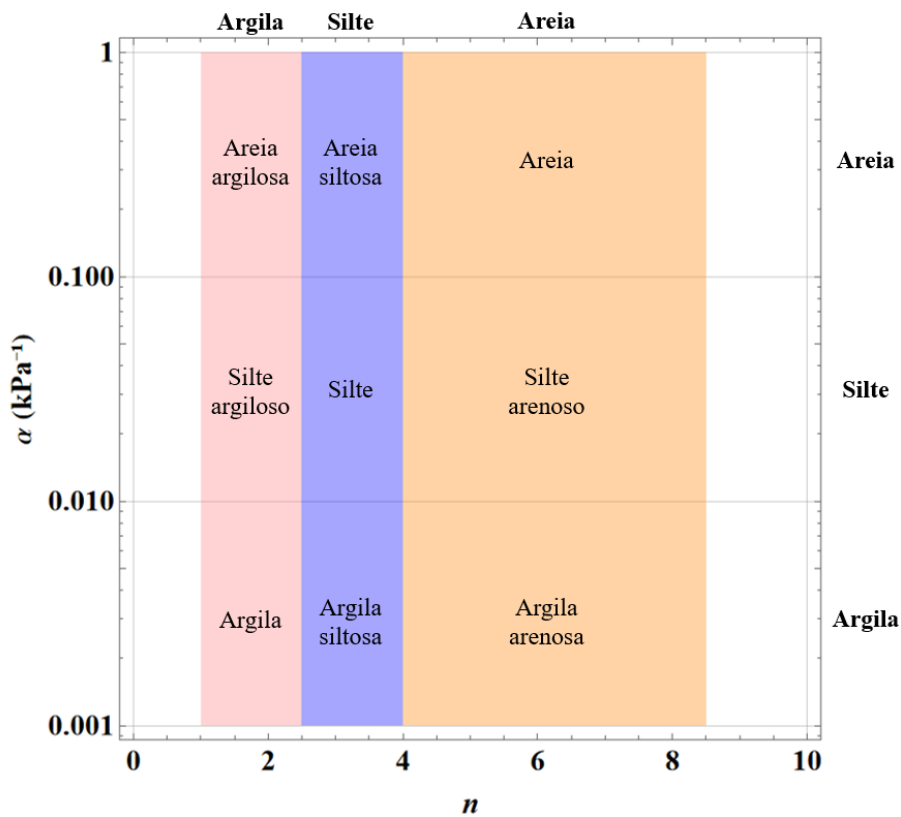


Figura 2.12: Regimes dos parâmetros  $n_{vg}$  e  $\alpha_{vg}$  para diferentes tipos de solos (adaptado de Lu et al., 2010).

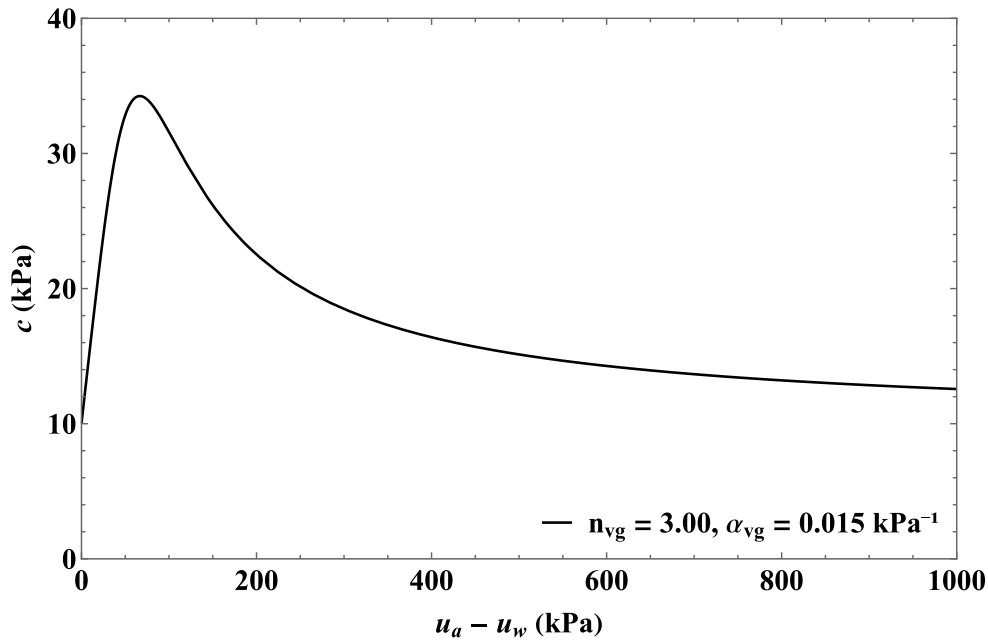


Figura 2.13: Coesão aparente para um solo de  $c' = 10$  kPa,  $\phi' = 30^\circ$ ,  $n_{vg} = 3,00$  e  $\alpha_{vg} = 0,015$  kPa<sup>-1</sup> pela função de Bishop (1960) adaptado à função de retenção de van Genuchten (1980).

#### 2.5.4. Modelo de Fredlund et al. (1996)

Fredlund et al. (1996) apresentaram a contribuição da sucção matricial para a resistência ao cisalhamento de um solo não saturado em termos da área normalizada de água. Essa contribuição pode ser expressa matematicamente como:

$$\tau = a_w(u_a - u_w) \tan \phi' \quad (2.16)$$

em que  $a_w$  [adimensional] é a área de água correspondente a qualquer grau de saturação dividida pela área total de água no estado saturado. A área normalizada de água varia de 1 no estado saturado até 0 quando o solo está seco. Observa-se que a contribuição da sucção matricial para a resistência ao cisalhamento diminui com o aumento da sucção matricial caso a taxa de redução da área normalizada seja superior à taxa de aumento da sucção matricial.

Assumindo que a área normalizada de água pode ser relacionada ao teor volumétrico de água normalizado,  $\theta$ , Fredlund et al. (1996) propuseram a expressão da resistência ao cisalhamento de um solo não saturado para qualquer valor de sucção (isto é, de 0 a 1 000 000 kPa):

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \theta^\kappa \tan \phi' \quad (2.17)$$

em que  $\theta$  é o teor de umidade volumétrico normalizado ( $\theta/\theta_s$ ) [adimensional]; e  $\kappa$  é um parâmetro de ajuste [adimensional] utilizado para obter a melhor concordância entre os valores medidos e previstos.

Vanapalli & Fredlund (2000) propuseram que o parâmetro de ajuste  $\kappa$  pode ser influenciado por diversos fatores, incluindo o índice de plasticidade (IP) e a estrutura do solo. De acordo com os autores, para solos não plásticos, como areias, utilizar  $\kappa = 1$  resulta em boas estimativas da resistência ao cisalhamento não saturado. Para outros tipos de solos, Garven & Vanapalli (2006) propõem o valor de  $\kappa$  por uma expressão, após analisarem experimentalmente dez solos diferentes:

$$\kappa = \begin{cases} \kappa_1(IP) = -0.0016IP^2 + 0.0975IP + 1, & IP \leq 30 \\ \kappa_2(IP) = \kappa_1(30), & IP > 30 \end{cases} \quad (2.18)$$

### 2.5.5. Modelo de Vanapalli et al. (1996)

Vanapalli et al. (1996) propuseram a mesma equação de Fredlund et al. (1996), assim como uma versão para a previsão da resistência ao cisalhamento de solos não saturados sem a utilização do parâmetro de ajuste  $\kappa$ :

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) \tan \phi' \quad (2.19)$$

Ou:

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \left( \frac{S - S_r}{100 - S_r} \right) \tan \phi' \quad (2.20)$$

Nessas equações, o teor de umidade volumétrico residual,  $\theta_r$  (ou o grau de saturação residual,  $S_r$ ), é utilizado para definir a área normalizada de água, em substituição ao parâmetro de ajuste  $\kappa$ .

A análise dos modelos propostos por Fredlund et al. (1996) e Vanapalli et al. (1996) evidencia que a previsão da resistência ao cisalhamento de solos não saturados está

intrinsecamente condicionada à forma da curva característica de retenção de água do solo. Em ambos os casos, a contribuição da sucção matricial é mediada por uma variável hidráulica normalizada, cuja evolução com a sucção depende diretamente do comportamento da SWCC. Para valores pontuais da resistência ao cisalhamento de acordo com resultados experimentais de teor de umidade volumétrico pela sucção, os modelos se mostram eficientes. Entretanto, para prever o comportamento graficamente, é necessário que a variável hidráulica seja representada por uma função, como as Eq. (2.1), (2.3) e (2.5), o que resulta em um novo modelo de resistência ao cisalhamento, como a proposta por Sousa (2024).

### 2.5.6. Modelo de Khalili & Khabbaz (1998)

Khalili & Khabbaz (1998) estenderam a equação de tensão efetiva de Bishop (1959) para a previsão da resistência ao cisalhamento de solos não saturados. Os autores sugeriram que o parâmetro  $\chi$ , definido como uma função do grau de saturação na equação de Bishop, é um parâmetro fortemente relacionado à estrutura do solo e, portanto, não apresenta correlação direta com um parâmetro volumétrico, como o grau de saturação. Propuseram então uma forma para  $\chi$  definida como a razão entre a sucção matricial e o valor de sucção de entrada de ar. Utilizando um parâmetro empírico de tensão efetiva  $\lambda'$  [adimensional], tem-se a seguinte equação para a previsão da resistência ao cisalhamento de solos não saturados:

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w) \lambda' \tan \phi' \quad (2.21)$$

Onde:

$$\begin{cases} \lambda' = 1, & \text{se } (u_a - u_w) \leq \psi_{ar} \\ \lambda' = \left[ \frac{u_a - u_w}{\psi_{ar}} \right]^{-0,55}, & \text{se } (u_a - u_w) > \psi_{ar} \end{cases} \quad (2.22)$$

em que  $\psi_{ar}$  é o valor de sucção de entrada de ar [ $\text{MT}^{-2}\text{L}^{-1}$ ]. Um exemplo do comportamento do modelo é ilustrado na Figura 2.14:

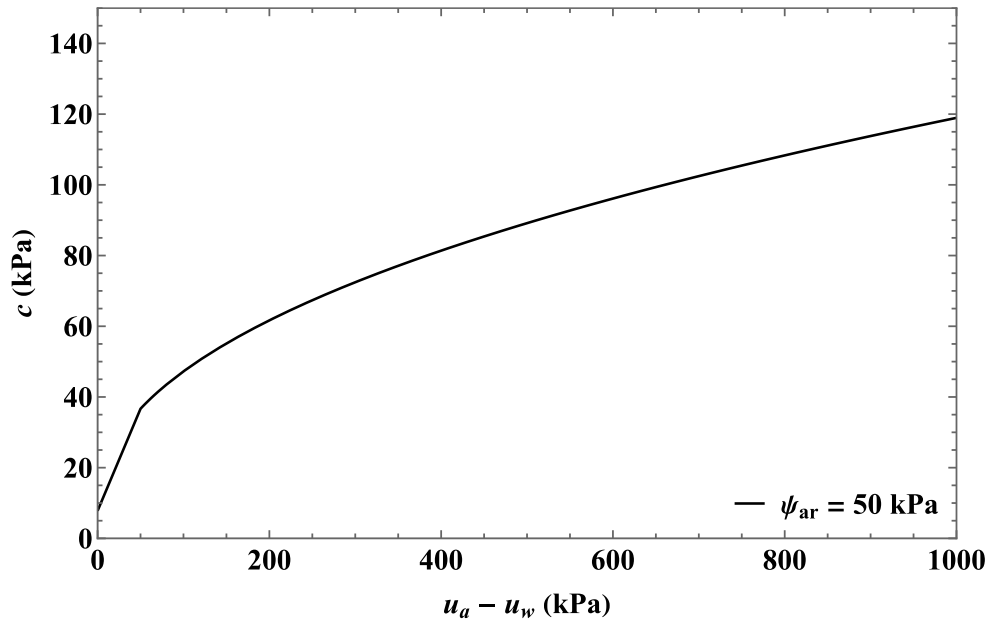


Figura 2.14: Coesão para um solo de  $c' = 10$  kPa,  $\phi' = 30^\circ$  e  $\psi_{ar} = 50$  kPa pela função de Khalili & Khabbaz (1998).

### 2.5.7. Modelo de Bao et al. (1998)

A partir da Eq. (2.19) de Vanapalli et al. (1996), Bao et al. (1998) propuseram uma formulação para descrever o teor de umidade volumétrica normalizado, idealizando o trecho entre os pontos de sucção de entrada de ar e sucção residual como uma forma linear em escala logarítmica para aplicações práticas. A equação pode ser simplificada como:

$$\theta = \left( \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right) = B_1 - B_2 \cdot \log(u_a - u_w) \quad (2.23)$$

em que  $B_1$  e  $B_2$  são, respectivamente, a inclinação [adimensional] e a ordenada na origem da parte linear da SWCC em relação ao eixo do teor de umidade [ $M^{-1}T^2L$ ]. Com base nas Eq. (2.19) e (2.23), Bao et al. (1998) desenvolveram a seguinte equação para a estimativa da resistência ao cisalhamento de solos não saturados:

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan \phi' + (u_a - u_w)[B_1 - B_2 \cdot \log(u_a - u_w)] \tan \phi' \quad (2.24)$$

Bao et al. (1998) reformularam a expressão da coesão aparente de Bishop (1960) introduzindo um fator adimensional de eficiência da sucção,  $\zeta$ , que representa a fração efetiva da sucção matricial que contribui para o aumento da resistência ao cisalhamento [adimensional]. Dessa forma, a coesão aparente passa a ser escrita como:

$$c_{ap} = (u_a - u_w)\zeta \tan \phi' \quad (2.25)$$

O parâmetro  $\zeta$  é definido de maneira seccionada, com base nos pontos característicos da SWCC. Para sucções inferiores à sucção de entrada de ar, o solo encontra-se essencialmente saturado, e assume-se que toda a sucção contribui para a resistência ao cisalhamento, resultando em  $\zeta = 1$ , podendo ser descrito como:

$$1 = B_1 - B_2 \cdot \log \psi_{ar} \quad (2.26)$$

Para sucções superiores à sucção residual  $\psi_{res}$  [ $MT^{-2}L^{-1}$ ], considera-se que a água remanescente não contribui significativamente para a resistência, adotando-se  $\zeta = 0$ :

$$0 = B_1 - B_2 \cdot \log \psi_{res} \quad (2.27)$$

Dessa forma  $m$  e  $n$  podem ser descritos como:

$$B_2 = \frac{1}{\log \psi_{res} - \log \psi_{ar}} \quad (2.28)$$

$$B_1 = B_2 \cdot \log \psi_{res} = \frac{\log \psi_{res}}{\log \psi_{res} - \log \psi_{ar}} \quad (2.29)$$

No intervalo correspondente à zona de transição, ao substituir as expressões de  $B_1$  e  $B_2$  na Eq. (2.23),  $\zeta$  decresce linearmente em escala logarítmica, sendo expresso por:

$$\zeta = \frac{\log \psi_{res} - \log(u_a - u_w)}{\log \psi_{res} - \log \psi_{ar}} \quad (2.30)$$

Essa definição evidencia que o fator  $\zeta$  é matematicamente equivalente à forma normalizada da SWCC idealizada em escala logarítmica, assumindo valores limitados entre 0 e 1. A Figura 2.15 ilustra o comportamento desse modelo:

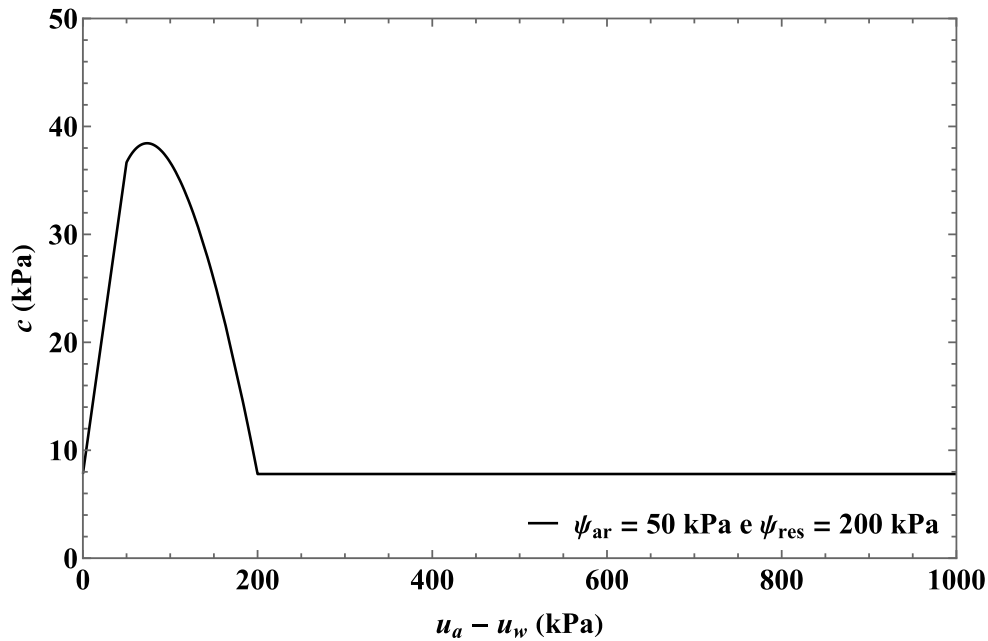


Figura 2.15: Coesão aparente para um solo de  $c' = 10$  kPa,  $\phi' = 30^\circ$ ,  $\psi_{ar} = 50$  kPa e  $\psi_{res} = 200$  kPa pela função de Bao et al. (1998).

### 2.5.8. Modelo de Vilar (2006)

Desde 1992, Vilar utiliza uma equação empírica hiperbólica para representar a influência da sucção matricial na resistência ao cisalhamento de solos não saturados, aplicada a alguns solos brasileiros (Röhm & Vilar, 1995; Teixeira & Vilar, 1997; Machado & Vilar, 1998). Essa forma de equação também foi utilizada com êxito por Miao et al. (2001) para ajustar seus resultados experimentais e se assemelha à solução proposta por Lee et al. (2003). A seguinte expressão matemática é empregada:

$$c = c' + \frac{(u_a - u_w)}{a + b(u_a - u_w)} \quad (2.31)$$

em que  $a$  [adimensional] e  $b$  [ $M^{-1}T^2L$ ] são parâmetros de ajuste da curva.

Vilar (2006) define o valor de sucção de entrada de ar e o grau de saturação (ou teor de umidade volumétrico) residual como dois pontos marcantes da curva de retenção, utilizados para sustentar qualitativamente a hipótese da proposta.

A partir da equação de Fredlund et al. (1978), pode-se demonstrar que no estado saturado tem-se  $\phi' = \phi^b$ . O valor de entrada de ar depende de diversos fatores, tais como o índice de vazios e a tensão confinante, e não é um parâmetro de fácil determinação,

especialmente em solos plásticos. Essas características são consideradas no modelo ao se assumir que a inclinação da relação entre  $c$  e  $(u_a - u_w)$ , quando  $(u_a - u_w)$  tende a zero, é igual a  $\tan \phi'$ :

$$\lim_{(u_a - u_w) \rightarrow 0} \left( \frac{dc}{d(u_a - u_w)} \right) = \frac{1}{a} = \tan \phi' \quad (2.32)$$

A condição representada pelo teor de umidade residual ou grau de saturação residual tem sido descrita de diversas formas. De modo geral, ela é aceita como o teor de umidade no qual o processo de drenagem cessa e, a partir do qual, a água passa a se mover predominantemente na forma de vapor. Para solos arenosos e siltsos, o teor de umidade residual é bem definido e ocorre em valores relativamente baixos de sucção. Para solos argilosos, essa condição pode ser difícil de definir, especialmente em argilas altamente plásticas. Usualmente, a assíntota da SWCC, para baixos valores de saturação, é assumida como o ponto que define o teor de umidade residual (Vilar, 2006).

Na ciência do solo, é comum associar esse estado ao ponto de murcha das plantas, frequentemente considerado como correspondente a uma sucção de 1500 kPa (van Genuchten, 1980).

Considerando as condições típicas no teor de umidade residual, é razoável esperar que, em um corpo de prova nessas condições, a variação da sucção matricial durante o cisalhamento não produza mudanças significativas nas propriedades mecânicas, como a resistência ao cisalhamento. Diversos resultados experimentais mostram um aumento da resistência ao cisalhamento com o aumento da sucção até um valor máximo, a partir do qual a resistência permanece praticamente constante mesmo com o aumento adicional da sucção (Escario, 1988; de Campos e Carrillo, 1995; Machado e Vilar, 1998).

Alguns tipos de solo, no entanto, apresentaram redução da resistência ao cisalhamento após determinado valor de sucção (Gao et al., 2020). Vilar (2006) considera que se pode assumir que a resistência ao cisalhamento atinge um valor último no teor de umidade residual em ambos os casos.

Assim, quando  $(u_a - u_w) \rightarrow \infty$ , tem-se a coesão total última ou a resistência ao cisalhamento última,  $c_{ult}$  ou  $\tau_{ult}$ , dependendo da forma de representação da resistência. Dessa forma, podem ser escritas as seguintes equações:

$$\lim_{(u_a - u_w) \rightarrow \infty} c = c_{ult} = c' + \frac{1}{b} \quad (2.33)$$

$$b = \frac{1}{c_{ult} - c'} \quad (2.34)$$

Portanto, se os parâmetros de resistência ao cisalhamento efetivos na condição saturada e a resistência ao cisalhamento última no teor de umidade residual forem determinados experimentalmente, ambos os parâmetros  $a$  e  $b$  podem ser obtidos, e a resistência ao cisalhamento do solo não saturado pode então ser prevista com base na suposição de que a relação entre sucção e resistência ao cisalhamento segue a forma geral da Eq. (2.31). Lee et al. (2003) ilustra pela Figura 2.16 o comportamento da forma hiperbólica do modelo e descreve  $c_{ult}$  como  $C_{max}$ , utilizando os mesmos princípios:

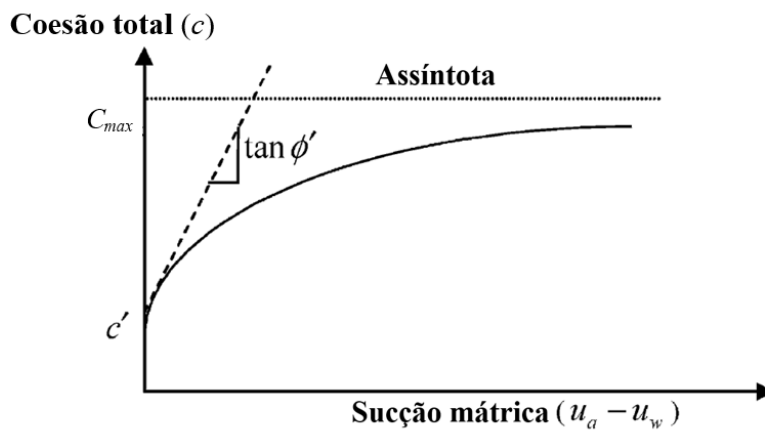


Figura 2.16: Coesão aparente representada por uma curva hiperbólica (adaptado de Lee et al., 2003).

O método de Lee et al. (2003) se difere do método de Vilar (2006) apenas por considerar  $b = 1/C_{max}$ , sem a correção da parcela da coesão efetiva. Um exemplo da coesão total de um solo com parâmetros do modelo desta sessão pode ser conferido na Figura 2.17:

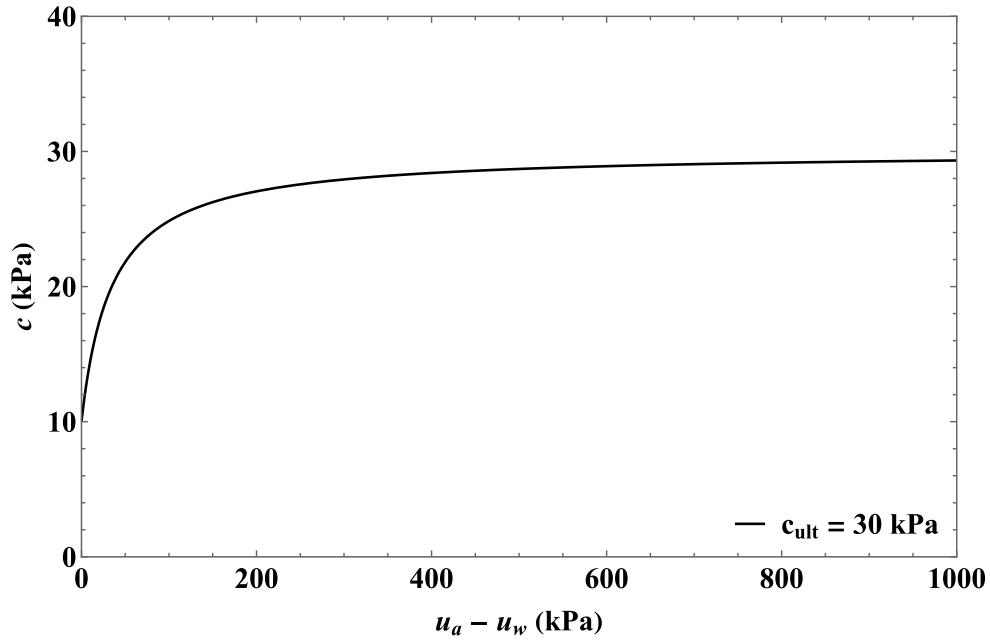


Figura 2.17: Coesão para um solo de  $c' = 10$  kPa,  $\phi' = 30^\circ$  e  $c_{ult} = 30$  kPa pela função de Vilar (2006).

### 2.5.9. Modelo de Cavalcante & Mascarenhas (2021)

A derivação do modelo de Cavalcante & Mascarenhas (2021) parte do parâmetro de tensão efetiva  $\chi$  de Bishop (1959) e do uso do modelo de curva de retenção desenvolvido por Cavalcante & Zornberg (2017a). Inicialmente cita-se a relação entre teor de umidade volumétrico e grau de saturação:

$$S = \frac{\theta}{\theta_s} \quad (2.35)$$

Cavalcante & Zornberg (2017a) propõem a formulação do teor de umidade volumétrico  $\theta$  em função de  $\delta$ , parâmetro de ajuste do modelo [ $M^{-1}LT^2$ ], que é calibrado a partir da curva de retenção do solo avaliado:

$$\theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r)e^{-\delta|u_a - u_w|} \quad (2.36)$$

Substituindo  $\theta$  da Eq. (2.36) na Eq. (2.35) :

$$S = S_r + (1 - S_r) e^{-\delta|u_a - u_w|} \quad (2.37)$$

Considerando a correlação de Lu et al. (2010) da Eq. (2.11), chega-se na equação:

$$\chi = e^{-\delta|u_a - u_w|} \quad (2.38)$$

Dessa forma, Cavalcante & Mascarenhas (2021) reescrevem as equações de tensão efetiva e resistência ao cisalhamento de Bishop como:

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + e^{-\delta|u_a - u_w|}(u_a - u_w) \quad (2.39)$$

$$\tau = c' + [(\sigma - u_a) + e^{-\delta|u_a - u_w|}(u_a - u_w)]\tan\phi' \quad (2.40)$$

Um exemplo do comportamento da coesão total pela proposta de Cavalcante & Mascarenhas (2021) pode ser visto na Figura 2.18:

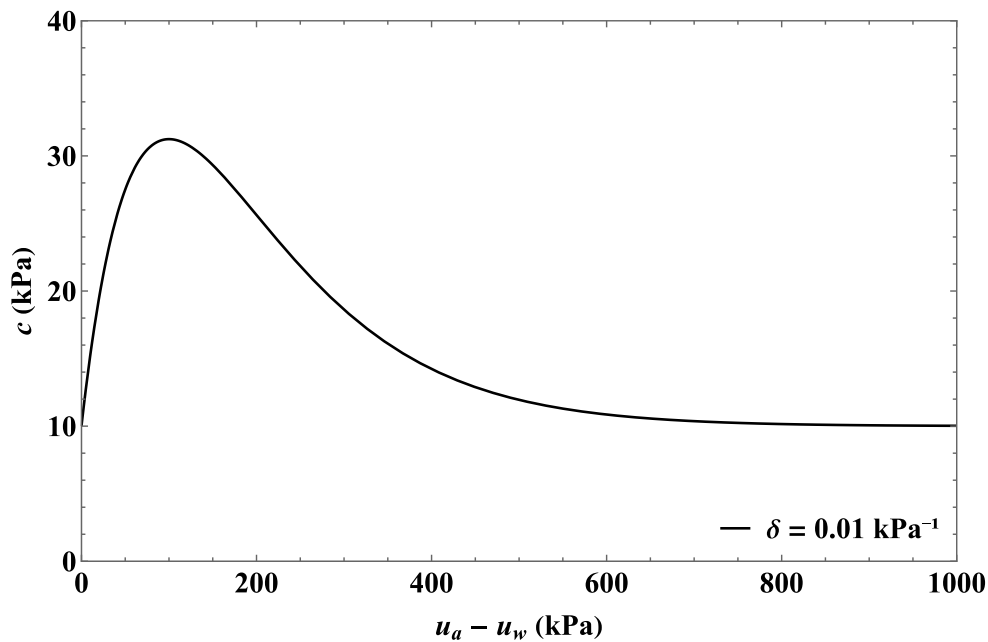


Figura 2.18: Coesão para um solo de  $c' = 10 \text{ kPa}$ ,  $\phi' = 30^\circ$  e  $\delta = 0,01 \text{ kPa}^{-1}$  pela função de Cavalcante & Mascarenhas (2021).

Sousa (2024) compilou 50 ensaios de curvas de retenção de água disponíveis na literatura e a partir da análise dos respectivos conjuntos de dados, observou que o parâmetro  $\delta$  apresentou ampla variabilidade em função do tipo de solo. Para solos arenosos, os valores de  $\delta$  situaram-se entre  $0,010$  e  $0,600 \text{ kPa}^{-1}$ , com média de  $0,215 \text{ kPa}^{-1}$ . Em solos argilosos, por sua vez,  $\delta$  variou de  $0,000002$  a  $0,220 \text{ kPa}^{-1}$ , resultando em um valor médio de  $0,060 \text{ kPa}^{-1}$ . A dispersão dos dados, expressa pelo coeficiente de variação, foi da ordem de 75% para areias e 125% para argilas, indicando elevada heterogeneidade, especialmente nos solos de maior fração

final. A Tabela 2.3 apresenta o resumo da ordem de grandeza dos valores de  $\delta$ ,  $\psi_{ar}$  e  $\psi_{res}$  do modelo constitutivo hidráulico de Cavalcante & Zornberg (2017a) para solos arenosos e argilosos como base no conjunto de dados analisados.

Tabela 2.4: Ordem de grandeza de para solos arenosos e argilosos (Sousa, 2024)

Material	$\delta$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\psi_{ar}$ (kPa)	$\psi_{res}$ (kPa)	CV
Solos arenosos	$10^{-3} - 10^0$	$10^{-1} - 10^2$	$10^0 - 10^3$	75%
Solos argilosos	$10^{-6} - 10^{-1}$	$10^{-1} - 10^5$	$10^1 - 10^6$	125%

### 2.5.10. Modelo de Sousa (2024)

Sousa (2024) parte da função de hidráulica Cavalcante & Zornberg (2017a) para estimar a retenção de água e da equação de resistência ao cisalhamento proposta por Vanapalli et al. (1996), reescrevendo a função de resistência ao cisalhamento a partir do valor de teor de umidade volumétrico normalizado e do parâmetro de ajuste  $\kappa$ , obtendo:

$$\theta^\kappa = (e^{-\delta|u_a - u_w|})^\kappa \quad (2.41)$$

$$\tau = c' + [(\sigma - u_a) + (e^{-\delta|u_a - u_w|})^\kappa (u_a - u_w)] \tan \phi' \quad (2.42)$$

Sousa (2024) considera a equação da resistência ao cisalhamento de Cavalcante & Mascarenhas (2021) um caso particular da Equação de Vanapalli et al. (1996) para a resistência ao cisalhamento não saturada em que  $\kappa = 1$ . Um exemplo do comportamento da proposta de Sousa pode ser observado na Figura 2.19:

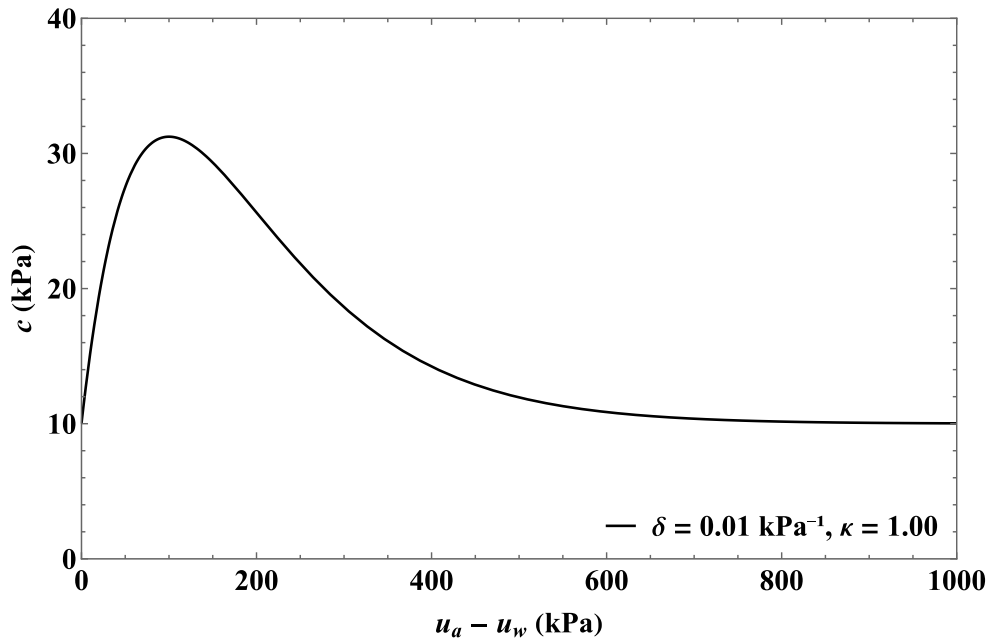


Figura 2.19: Coesão para um solo de  $c' = 10 \text{ kPa}$ ,  $\phi' = 30^\circ$ ,  $\delta = 0,01 \text{ kPa}^{-1}$  e  $\kappa = 1,00$  pela função de Sousa (2024).

Observa-se pela Figura 2.18 e Figura 2.19 que as funções para a coesão e resistência ao cisalhamento de Sousa (2024) e Cavalcante & Mascarenhas (2021) apresentam o mesmo comportamento: durante o processo de secagem, a resistência aumenta progressivamente com o acréscimo da sucção até alcançar um valor máximo. A partir desse ponto, incrementos adicionais de sucção não resultam em ganhos significativos de resistência, conduzindo o comportamento do solo a um patamar próximo à resistência efetiva. Assim, a função evolui desde a condição saturada até um pico, após o qual a influência da sucção sobre a resistência torna-se gradativamente menos expressiva (Sousa, 2024).

A partir da função de retenção de Costa & Cavalcante (2021a) (Eq. (2.3)), e da equação de Vanapalli et al. (1996) (Eq. (2.17)), Sousa (2024) também propõe um modelo de resistência ao cisalhamento para solos bimodais:

$$\tau = c' + [(\sigma - u_a) + [\lambda e^{-\delta_1|u_a - u_w|} + (1 - \lambda)e^{-\delta_2|u_a - u_w|}]^\kappa (u_a - u_w)] \tan\phi' \quad (2.43)$$

Um exemplo do comportamento do modelo bimodal aplicado a um silte argiloso da Bahia, com base em dados compilados por Santos (2017) e Sousa (2024), é apresentado na Figura 2.18. Observa-se a mesma tendência geral identificada para solos unimodais, com o efeito do aumento da sucção na coesão se estendendo por uma faixa mais ampla, permanecendo significativo até valores da ordem de 10 000 kPa. Essa resposta, entretanto, pode estar associada

às características específicas do conjunto de dados analisado. No Capítulo 5 será avaliada de forma sistemática a resposta de cada variável do modelo.

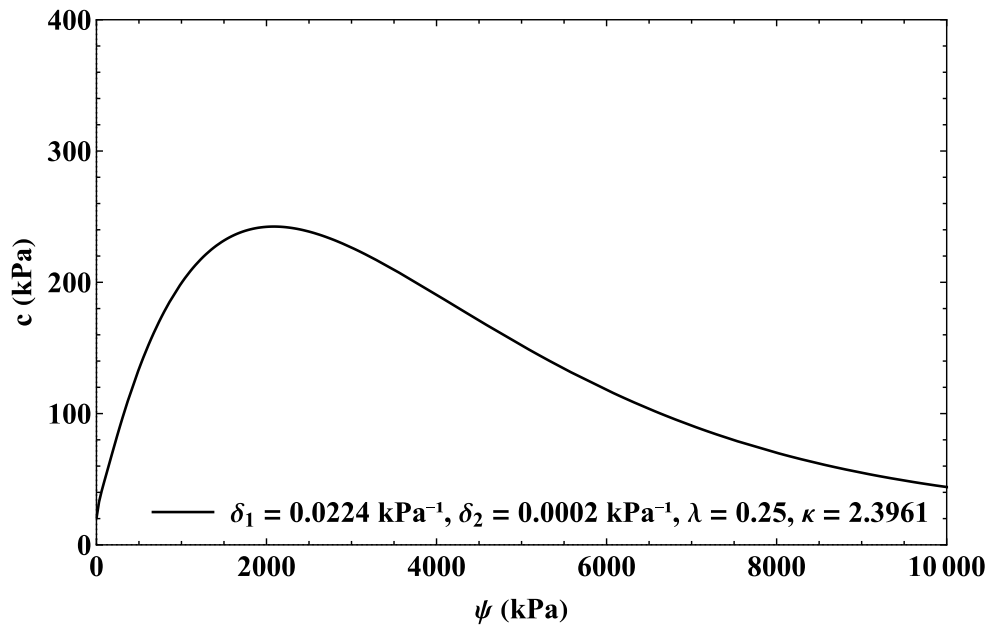


Figura 2.20: Coesão para um solo de  $c' = 20$  kPa,  $\phi' = 30^\circ$ ,  $\delta_1 = 0,0224 \text{ kPa}^{-1}$ ,  $\delta_2 = 0,0002 \text{ kPa}^{-1}$ ,  $\lambda = 0,25$  e  $\kappa = 2,3961$  pela função de Sousa (2024) (dados de silte argiloso da Bahia - Santos, 2017; Sousa, 2024).

## 2.6. Métodos de Regressão Linear para Verificação de Modelos

Embora a análise de regressão tenha sido empregada em muitos estudos em aprendizado de máquina, ainda não há consenso quanto a uma métrica única, padronizada e universal para avaliar o desempenho dos modelos de regressão. Muitos trabalhos utilizam o erro quadrático médio (MSE) e sua variante enraizada (RMSE), ou o erro absoluto médio (MAE) e sua versão percentual (MAPE) (Chicco et al., 2021).

Quando a regressão linear é utilizada, o coeficiente de determinação,  $R^2$ , é uma métrica preferencial e, possivelmente, a mais frequentemente reportada para avaliar a qualidade do ajuste do modelo (Ellis et al., 2022). Embora o  $R^2$  possa não ser a estatística mais importante para a seleção ou especificação inicial do modelo, devido à sua interpretação intuitiva, tornou-se uma das métricas mais relevantes para a tradução dos resultados em implicações práticas (Gao, 2024).

Nesta sessão serão discutidos os métodos de regressão linear conforme Chicco et al. (2021) para determinar o(s) melhor(es) modelo(s) de coesão no Capítulo 5.

### 2.6.1. $R^2$ (Coeficiente de Determinação)

Dentro do escopo dos métodos de regressão linear,  $X_i$  representa o  $i$ -ésimo valor previsto, enquanto  $Y_i$  corresponde ao  $i$ -ésimo valor real de um espaço amostral de  $m$  amostras. O método de regressão estima o valor  $X_i$  para cada elemento  $Y_i$  do conjunto de dados de referência. Define-se a média dos valores reais como:

$$\bar{Y} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m Y_i \quad (2.44)$$

A partir da média dos valores reais é possível calcular o valor do Coeficiente de Determinação  $R^2$ , podendo este ser interpretado como a proporção da variância da variável dependente que é explicada pelas variáveis independentes. Trata-se de uma medida global da capacidade explicativa do modelo de regressão (pior valor =  $-\infty$ ; melhor valor =  $+1$ ) (Wright, 1921).

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (X_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^m (\bar{Y} - Y_i)^2} \quad (2.45)$$

### 2.6.2. MSE (Erro quadrático médio)

O MSE é particularmente útil quando há interesse em identificar a presença de *outliers*. Isso ocorre porque atribui pesos maiores a erros elevados: se o modelo produzir uma única predição muito ruim, o termo quadrático amplifica significativamente esse erro (melhor valor = 0; pior valor =  $+\infty$ ).

$$MSE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (X_i - Y_i)^2 \quad (2.46)$$

Como  $R^2 = 1 - \frac{MSE}{MST}$ , e como a soma total dos quadrados (MST) é fixa para um dado conjunto de dados, o coeficiente  $R^2$  apresenta uma relação inversa ao MSE. A MST assume a fórmula:

$$MST = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (2.47)$$

### 2.6.3. RMSE (Raiz do erro quadrático médio)

As métricas MSE e RMSE são relacionadas por meio da raiz quadrada. Assim, qualquer ordenação de modelos baseada em MSE será idêntica à ordenação baseada em RMSE (melhor valor = 0; pior valor =  $+\infty$ ).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (X_i - Y_i)^2} \quad (2.48)$$

### 2.6.4. MAE (Erro absoluto médio)

O MAE é indicado quando os *outliers* representam partes corrompidas dos dados. Essa métrica não penaliza excessivamente erros extremos, suavizando o impacto de possíveis valores discrepantes e fornecendo uma medida de desempenho mais estável e limitada. Contudo, caso o conjunto de teste contenha muitos *outliers*, o desempenho do modelo tenderá a ser apenas mediano (melhor valor = 0; pior valor =  $+\infty$ ).

$$MAE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |X_i - Y_i| \quad (2.49)$$

### 2.6.5. MAPE (Erro percentual absoluto médio)

O MAPE é uma métrica de desempenho com interpretação intuitiva em termos de erro relativo. Seu uso é recomendado quando variações relativas são mais relevantes do que variações absolutas (De Myttenaere et al., 2016). É inadequado para modelos preditivos em que erros elevados são esperados (Armstrong & Collopy, 1992) (melhor valor = 0; pior valor =  $+\infty$ ).

$$MAPE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left| \frac{Y_i - X_i}{Y_i} \right| \quad (2.50)$$

### 2.6.6. SMAPE (Erro percentual absoluto médio simétrico)

Proposto inicialmente por Armstrong (1985) e posteriormente refinado por Flores (1986) e Makridakis (1993), o SMAPE foi desenvolvido para mitigar as limitações do MAPE. A formulação original estabelece o valor máximo em 200%, o que é computacionalmente equivalente a 2 (melhor valor = 0; pior valor = 2).

$$SMAPE = \frac{100\%}{m} \sum_{i=1}^m \frac{|X_i - Y_i|}{(|X_i| + |Y_i|)/2} \quad (2.51)$$

Chicco et al. (2021) defendem que apenas duas métricas apresentam intervalos bem definidos e interpretação direta:  $R^2$  e SMAPE.  $R^2$  pode assumir valores negativos, indicando desempenho inferior ao de um modelo trivial baseado na média dos dados, e valor zero quando o modelo não explica nenhuma parcela da variabilidade da variável resposta.  $R^2$  tem valor máximo de 1, sendo 1 associado à previsão perfeita. Já o SMAPE assume valores entre 0 e 2 (ou 0% a 200%), em que 0 representa previsão perfeita e 2 corresponde ao pior desempenho possível.

Valores como  $R^2 = 0,8$  ou  $SMAPE = 0,1$  (10%) permitem inferir, de forma imediata, um bom desempenho preditivo, independentemente da escala ou da distribuição dos dados observados. Em contraste, um valor isolado de 0,7 para RMSE, MSE, MAE ou MAPE não fornece informação conclusiva sobre a qualidade do modelo (Chicco et al., 2021). Dessa forma, os dois métodos indicados inicialmente serão utilizados para avaliar a aderência dos modelos aos dados experimentais.

### 3. METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentados os materiais utilizados, determinadas as bases de dados e os procedimentos metodológicos empregados ao longo do desenvolvimento desta dissertação de mestrado, bem como as etapas adotadas para a análise e validação dos modelos estudados. As principais atividades para o desenvolvimento dessa pesquisa estão no fluxograma metodológico apresentado na Figura 3.1.

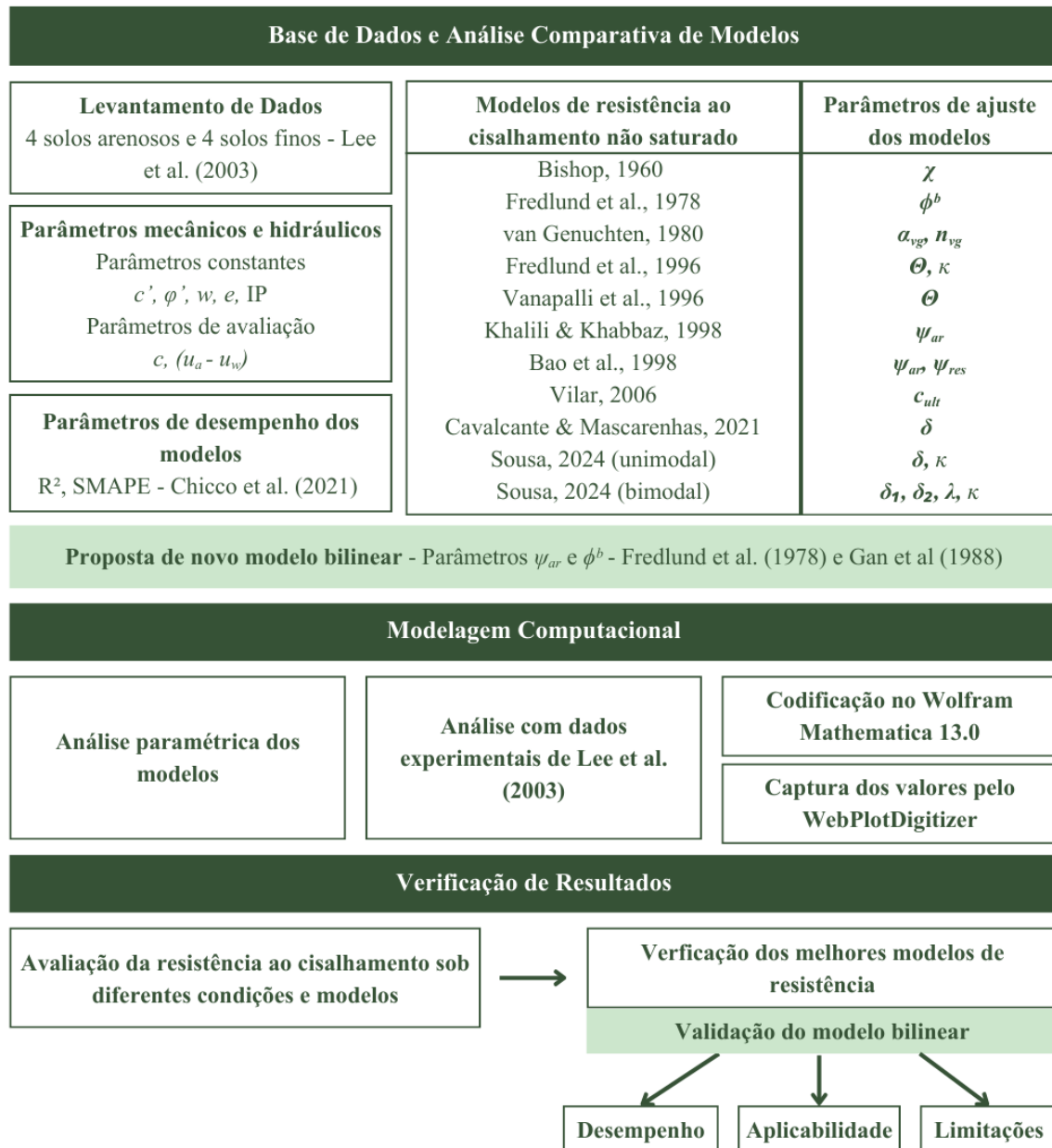


Figura 3.1: Fluxograma metodológico da avaliação crítica de modelos de resistência ao cisalhamento não saturada.

A base de dados conta com o levantamento de quatro solos arenosos e quatro solos finos, definidos seus parâmetros constantes de acordo com a pesquisa experimental de Lee et al. (2003). A captura dos valores individuais de sucção e coesão foram possibilitados pelo programa *WebPlotDigitizer*.

Os parâmetros de avaliação da análise comparativa dos modelos são a coesão total em função da sucção mátrica, os quais são ilustrados graficamente no Capítulo 5. Admitiu-se dois métodos estatísticos de avaliação de desempenho,  $R^2$  e SMAPE, para avaliar de forma mais sensível os modelos.

Conta-se com nove modelos com seus respectivos parâmetros de ajuste, além de um modelo bilinear proposto pela pesquisa. Os modelos de Fredlund et al. (1996) e Vanapalli et al. (1996) não foram considerados por dependerem de curvas de retenção determinadas experimentalmente, o que não está disponível para os solos da base de dados.

A modelagem computacional foi realizada pelo programa *Wolfram Mathematica*, onde foi realizada uma avaliação paramétrica dos modelos, alterando-se os parâmetros que influenciam no comportamento das curvas de forma a medir o respectivo impacto. Também foi realizada uma análise com os dados experimentais, onde foi utilizada a função *BestFitParameters* para que o programa determine os melhores valores dos parâmetros de ajuste com base no maior  $R^2$  e SMAPE possíveis.

Por fim, na verificação dos resultados, foi feita a síntese dos gráficos obtidos e foi avaliada a resistência ao cisalhamento não saturada sob os diferentes modelos disponíveis na pesquisa, de modo a poder classificar os melhores e piores modelos de acordo com a base de dados. A validação do modelo bilinear proposto foi verificada, avaliando-se seu desempenho, aplicabilidade e limitações físicas e matemáticas.

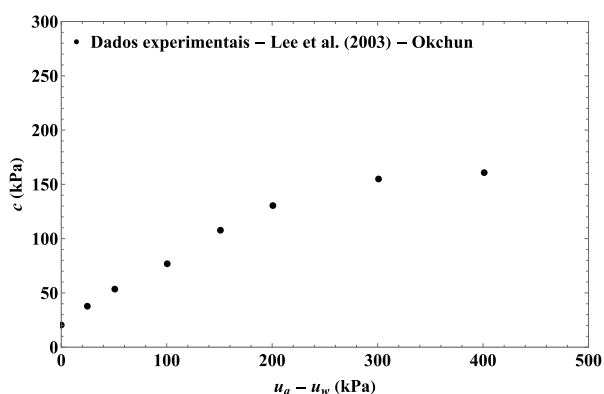
### 3.1. Materiais

Com base na pesquisa de Lee et al. (2003), que compila uma extensa base de dados proveniente de estudos autorais e de literatura preexistente, os parâmetros geotécnicos foram selecionados para fundamentar a análise da resistência ao cisalhamento e coesão aparente em solos não saturados. Os dados foram obtidos de ensaios triaxiais adensados drenados (CD) para solos não saturados.

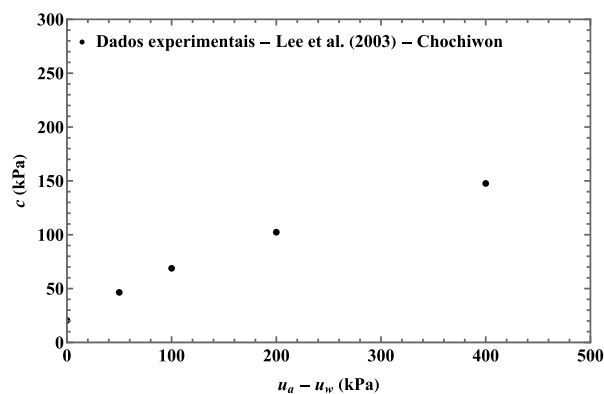
A caracterização física e mecânica dos solos avaliados abrange variáveis como a distribuição granulométrica (frações de materiais graúdos e finos), o índice de vazios e as condições de compactação, expressas pelo teor de umidade. Adicionalmente, são considerados os parâmetros de resistência ao cisalhamento saturado, como a coesão efetiva ( $c'$ ) e o ângulo de atrito interno ( $\phi'$ ). A Tabela 3.1 apresenta as variáveis consideradas na pesquisa para solos arenosos. A Figura 3.2 apresenta os dados experimentais obtidos pelos pesquisadores nos ensaios de coesão não saturada para esses solos.

Tabela 3.1: Propriedades geotécnicas de solos arenosos estudados por Lee et al. (2003)

Solo	Granulometria			Propriedades			
	Pedregulho (%)	Areia (%)	Finos (%)	$w$ (%)	$e$	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)
Areia úmida de Okchun (Coreia do Sul)	0,37	94,79	4,84	19,87	0,570	20,44	36,80
Areia úmida de Chochiwon (Coreia do Sul)	0,98	92,59	6,43	23,78	0,673	20,49	34,35
Areia úmida de Yungi (Coreia do Sul)	5,74	92,71	1,56	18,77	0,480	17,15	41,21
Areia seca de Seochang (Coreia do Sul)	0,00	78,71	13,89	20,61	0,606	5,97	36,04



(a)



(b)

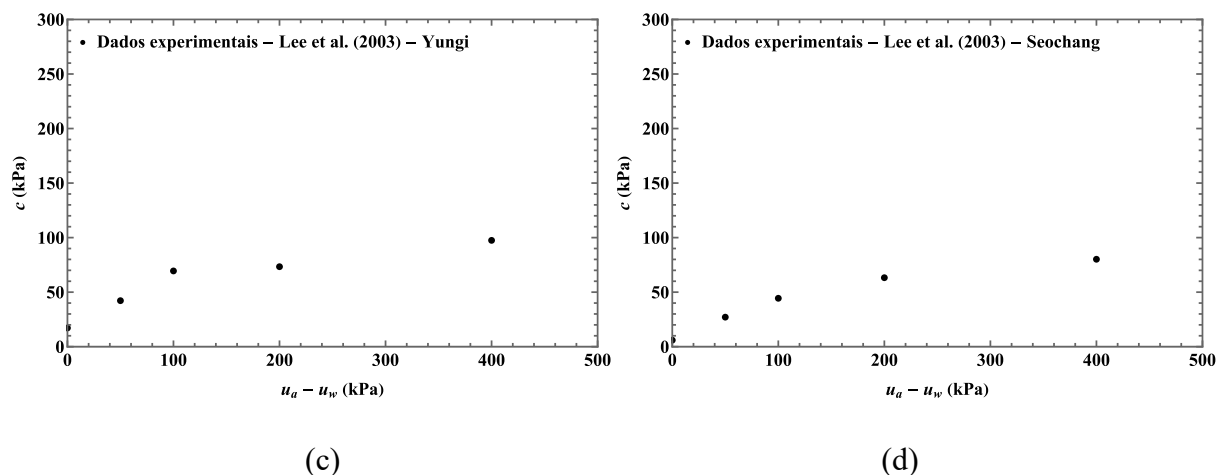


Figura 3.2: Dados experimentais de coesão não saturada versus sucção para solos arenosos: (a) Areia úmida de Okchun, (b) Areia úmida de Chochiwon, (c) Areia úmida de Yungi, (d) Areia seca de Seochang (Lee et al., 2003).

A caracterização dos solos finos avaliados encontra-se sistematizada na Tabela 3.2, onde se destaca a inclusão do índice de plasticidade (IP) para viabilizar a aplicação do modelo analítico de Sousa (2024). A resposta mecânica da coesão não saturada em função da sucção desses materiais está representada na Figura 3.3, que apresenta os resultados experimentais obtidos pelos pesquisadores.

Tabela 3.2: Propriedades geotécnicas dos solos finos estudados por Lee et al. (2003)

Solo	Granulometria			Propriedades				
	Pedregulho (%)	Areia (%)	Finos (%)	$w$ (%)	$e$	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)	IP (%)
Till glacial (Canadá) - Gan et al. (1988)	0,00	28,00	72,00	11,50	0,530	10,00	25,50	18,70
Till glacial (Canadá) - Vanapalli et al. (1996)	0,00	28,00	72,00	13,00	0,578	0,00	22,90	18,70
Argila de Dhanauri (Índia) – Sajita (1978)	0,00	5,00	95,00	22,20	0,677	7,80	29,00	23,50

Solo	Granulometria			Propriedades				
	Pedregulho (%)	Areia (%)	Finos (%)	$w$ (%)	$e$	$c'$ (kPa)	$\phi'$ (°)	IP (%)
Silte de Jossigny (França) – Cui & Delage (1993)	0,00	4,00	96,00	18,00	0,630	25,00	22,00	18,00

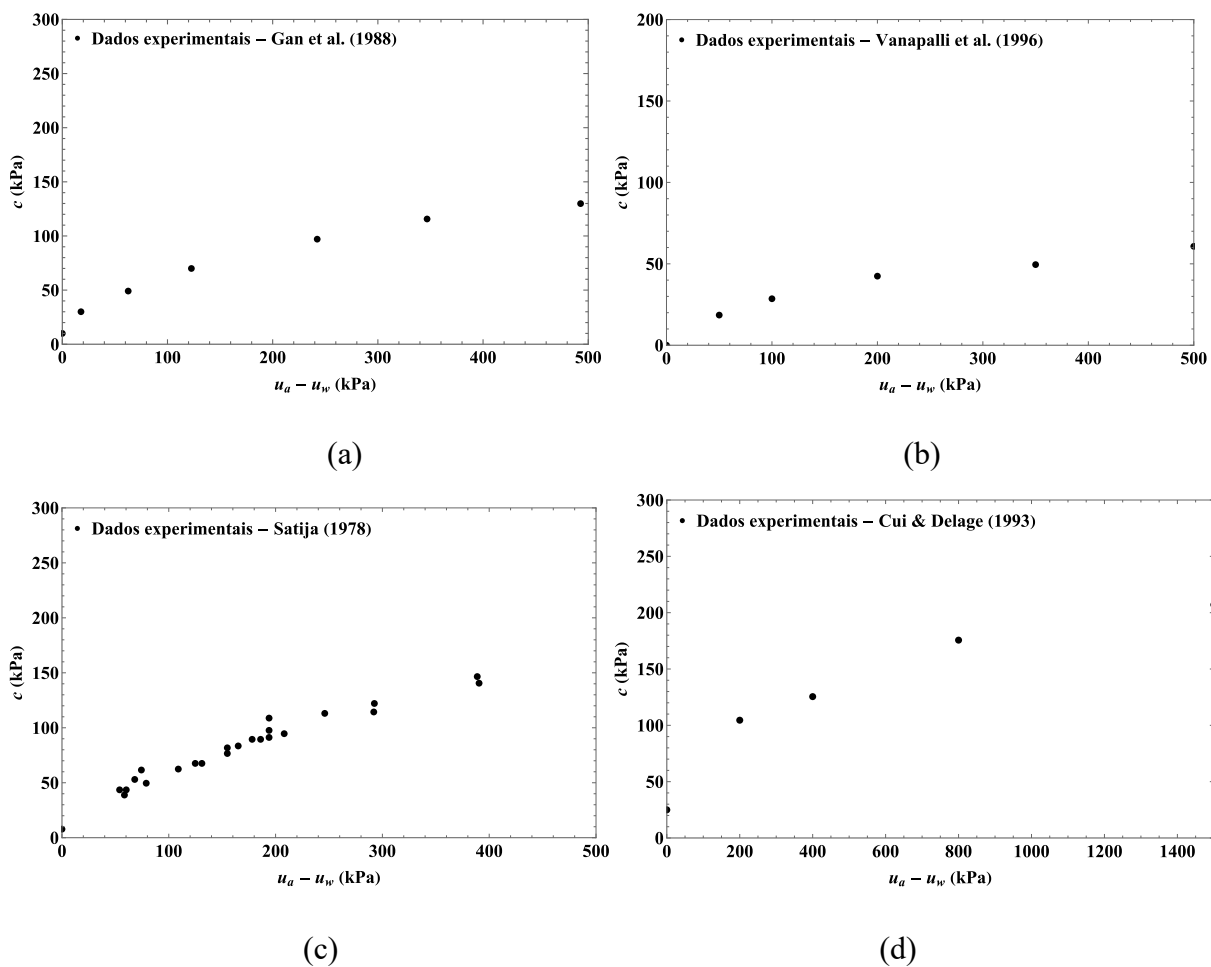


Figura 3.3: Dados experimentais de coesão não saturada versus sucção para solos finos: (a) Till glacial (Gan et al., 1988), (b) Till glacial (Vanapalli et al., 1996), (c) Argila de Dhanauri (Sajita, 1978), (d) Silte de Jossigny (Cui & Delage, 1993).

### 3.2. Métodos

#### (a) Proposta de novo modelo de coesão aparente bilinear

Em seguida, é proposta a formulação de um modelo constitutivo bilinear para a coesão aparente de solos não saturados baseada na equação de Fredlund et al. (1978). Estudos clássicos, como Gan & Fredlund (1996), demonstram que o parâmetro  $\phi^b$  pode assumir valores próximos ao ângulo de atrito efetivo em baixos níveis de sucção, reduzindo-se significativamente com o aumento da sucção, podendo tender a valores próximos de zero em faixas mais elevadas, o que inviabiliza a adoção de um valor constante ao longo de toda a envoltória.

O novo modelo considera dois domínios de comportamento, com o primeiro trecho correspondente a sucções inferiores à sucção de entrada de ar. Nesse trecho, o solo é tratado como saturado, sendo a resistência descrita pela envoltória clássica de Mohr–Coulomb. No segundo trecho, para sucções superiores à entrada de ar, a resistência passa a incorporar a contribuição da sucção por meio do parâmetro  $\phi^b$  de Fredlund et al. (1978), permitindo representar um comportamento bilinear da coesão não saturada observado por Gan et al. (1987).

Bastos (1999) evidencia que a equação de Fredlund et al. (1978) permanece válida quando aplicada a intervalos específicos de sucção, permitindo a representação do comportamento resistente por meio de ajustes bilineares, os quais mantêm compatibilidade com a formulação clássica de Mohr–Coulomb. Dessa forma, a adoção do modelo bilinear constitui uma alternativa fisicamente fundamentada e operacionalmente simples, capaz de capturar a transição do regime de baixas para altas sucções, evitando ajustes puramente estatísticos e possibilitando a avaliação objetiva do desempenho do modelo frente a dados experimentais disponíveis na literatura.

#### (b) Criação de banco de dados com experimentos existentes

Foi realizada a seleção de solos arenosos e solos finos, a partir de dados experimentais de Lee et al. (2003), com objetivo de garantir a representatividade de diferentes mecanismos de retenção de água e de transferência de tensões em meios não saturados. Foram levantadas as propriedades geotécnicas básicas necessárias à aplicação dos modelos de resistência, incluindo a coesão efetiva ( $c'$ ), o ângulo de atrito efetivo ( $\phi'$ ) e o índice de plasticidade (IP), aplicável a solos finos e considerado nulo para solos arenosos.

### (c) Modelagem computacional

A implementação computacional dos modelos analisados e do modelo proposto foi realizada por meio do software *Wolfram Mathematica*, que permitiu tanto a representação gráfica das curvas de coesão quanto o ajuste dos parâmetros aos dados experimentais. Nessa etapa, foram desenvolvidos algoritmos para a avaliação sistemática do efeito de parâmetros-chave,  $c_{ult}$  (kPa),  $\delta$  (kPa<sup>-1</sup>),  $\kappa$ ,  $\delta_1$  (kPa<sup>-1</sup>),  $\delta_2$  (kPa<sup>-1</sup>),  $\lambda$ ,  $\alpha_{vg}$  (kPa<sup>-1</sup>),  $n_{vg}$ ,  $\psi_{ar}$  (kPa),  $\psi_{res}$  (kPa),  $\phi^b$  (°),  $R^2$ , SMAPE (%), sobre a trajetória da coesão não saturada. Essa análise de sensibilidade teve como finalidade identificar a influência individual de cada parâmetro e verificar a adequação de cada modelo a diferentes tipos de solo.

### (d) Validação dos resultados

A validação do modelo proposto foi conduzida a partir da comparação direta entre os resultados previstos e dados experimentais de ensaios de laboratório disponíveis na literatura. Os desempenhos do modelo bilinear e de modelos consagrados foram avaliados de forma comparativa por meio das métricas de regressão linear citados anteriormente.

Optou-se por utilizar dois métodos de regressão linear por ser observado que os valores de  $R^2$  apresentaram variações extremamente reduzidas entre os diferentes modelos, sendo necessário adotar quatro casas decimais para evidenciar diferenças. Essa baixa sensibilidade do  $R^2$ , especialmente em cenários onde os modelos apresentam desempenho global semelhante, motivou a adoção de uma segunda métrica de regressão, o SMAPE. Assim, a inclusão de uma métrica adicional permitiu uma avaliação mais criteriosa do desempenho dos modelos, proporcionando maior robustez na comparação dos resultados.

Por fim, os resultados obtidos foram organizados e sintetizados de maneira sistemática, permitindo a comparação entre os modelos analisados em termos de desempenho, aplicabilidade e limitações. Essa síntese possibilitou identificar as vantagens e restrições de cada modelo, bem como discutir sua adequação para diferentes classes de solos e condições de sucção.

#### 4. DESENVOLVIMENTO MATEMÁTICO DE NOVO MODELO DE COESÃO APARENTE

Gan et al. (1988) estudam o comportamento de  $\phi^b$  de um solo classificado como till glacial, encontrado no Canadá, e os resultados experimentais demonstram, para este solo, que inicialmente  $\phi^b = \phi'$ , até que  $\phi^b$  converge para um ângulo último menor, conforme a Figura 4.1.

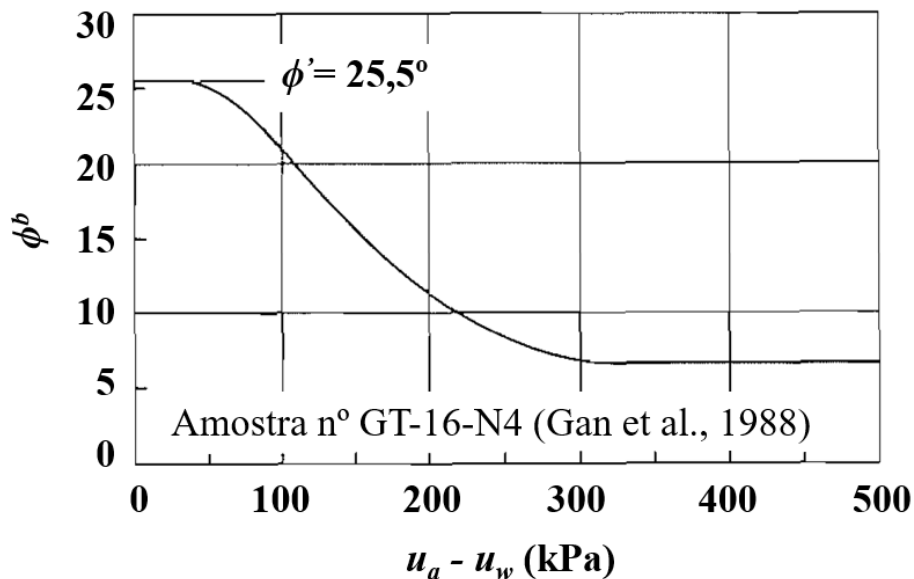


Figura 4.1: Comportamento de  $\phi^b$  verificado por Gan et al. (1988).

Essa trajetória pode ser explicada por um procedimento proposto por Fredlund et al. (1987), para lidar com a não linearidade de  $\phi^b$ , ilustrado na Figura 4.2. A envoltória de ruptura apresentada possui um intercepto de coesão igual a  $c'$ , acrescido do termo  $(\sigma_n - u_a) \tan \phi'$ , que resulta da tensão normal líquida aplicada na ruptura (isto é, no ponto A).

O ângulo  $\phi^b$  ao longo do trecho AB é igual a  $\phi'$  e diminui para um valor inferior a  $\phi'$  à medida que a sucção matricial aumenta além do ponto B. Os autores supõem que a sucção matricial no ponto B está correlacionada com o valor de entrada de ar do solo. O ângulo  $\phi^b$  é igual a  $\phi'$  enquanto o solo permanece saturado (isto é, ao longo de AB) e diminui para um valor inferior quando o solo se torna não saturado.

O primeiro procedimento sugerido para lidar com a não linearidade da envoltória de ruptura consiste em utilizar duas envoltórias lineares, AB e BD, correspondentes a dois intervalos distintos de sucção matricial. Após isso, discretiza-se a envoltória de ruptura em vários segmentos lineares, caso a não linearidade seja acentuada. Por fim, o trecho AB pode ser

transladado para o plano tensão de cisalhamento versus  $(\sigma - u_a)$ , uma vez que o ângulo  $\phi^b$  é igual a  $\phi'$  nesse intervalo. Como resultado, a envoltória de ruptura no plano tensão de cisalhamento versus sucção matricial passa a ser representada apenas pelo trecho BD. Nesse caso, a envoltória de ruptura não linear é linearizada ao se iniciar o eixo de sucção matricial no valor de entrada de ar do solo,  $\psi_{ar}$ .

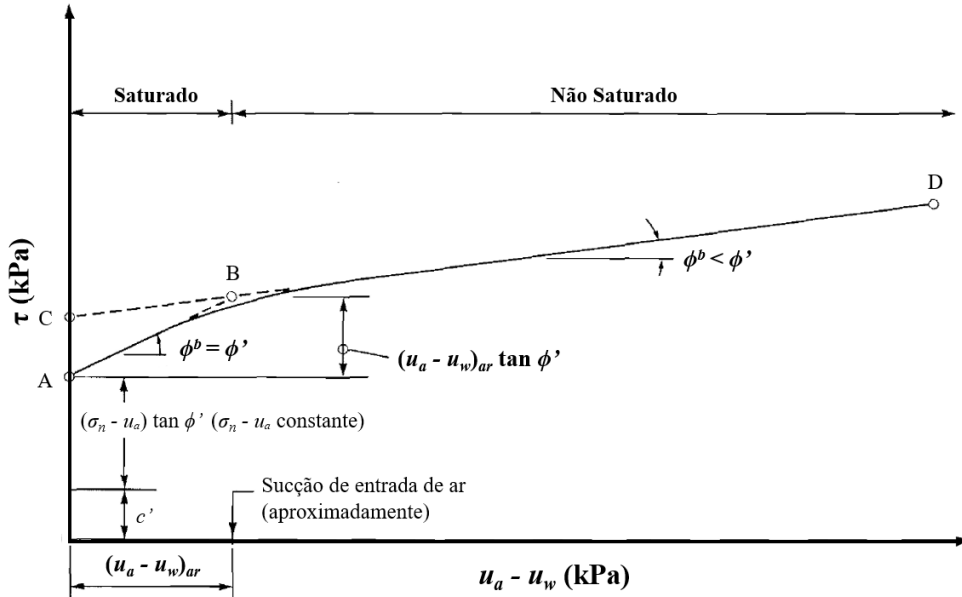


Figura 4.2: Diversos procedimentos têm sido propostos para o tratamento da não linearidade da envoltória de resistência ao cisalhamento no estado não saturado (adaptado de Gan et al. 1988).

Baseado nos trechos lineares AB e BD, propõe-se um modelo de coesão aparente bilinear, em que até  $\psi_{ar}$ , a equação segue a equação para solos saturados de Mohr-Coulomb e a partir desse ponto, adiciona-se a contribuição de  $\phi^b$ :

$$c_{ap} = \begin{cases} (u_a - u_w) \tan \phi', & \text{se } (u_a - u_w) \leq \psi_{ar} \\ \psi_{ar} \tan \phi' + [(u_a - u_w) - \psi_{ar}] \tan \phi^b, & \text{se } (u_a - u_w) > \psi_{ar} \end{cases} \quad (4.1)$$

A Figura 4.3 mostra como é a trajetória da coesão total do modelo proposto, sendo necessário o conhecimento do valor de sucção de entrada de ar  $\psi_{ar}$  e de  $\phi^b$  para o funcionamento do modelo:

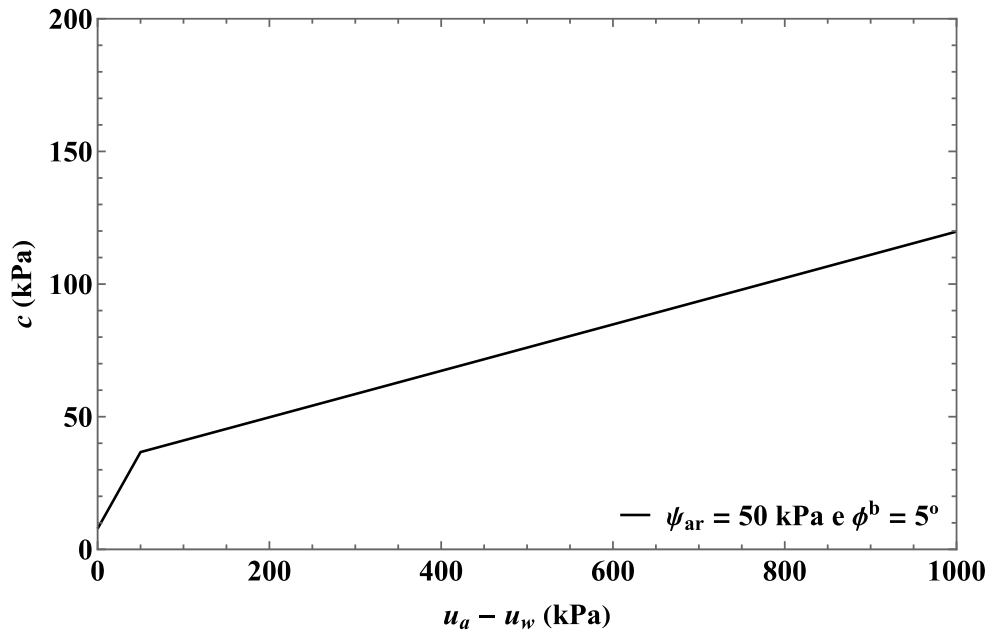


Figura 4.3: Coesão aparente para um solo de  $c' = 10$  kPa,  $\phi' = 30^\circ$ ,  $\phi^b = 5^\circ$  e  $\psi_{ar} = 50$  kPa pela função proposta.

O modelo assume que a contribuição da sucção para a resistência ao cisalhamento não ocorre por um único mecanismo ao longo de toda a faixa de sucção. Fisicamente, o solo passa por dois regimes distintos. Assim, a resistência adicional (coesão aparente) é representada por duas inclinações lineares, cada uma associada a um fenômeno hidromecânico dominante. A Tabela 4.1 resume a interpretação física de cada parâmetro associando-os aos fenômenos hidromecânicos correspondentes.

Tabela 4.1: Interpretação física dos parâmetros do modelo proposto.

Parâmetro	Interpretação física
$\phi'$	Eficiência capilar dos macroporos
$\phi^b$	Resistência associada à água adsorvida
$\psi_{ar}$	Mudança de regime hidráulico
$c'$	Coesão efetiva do solo

Conforme Vanapalli et al. (1996), embora o termo relacionado à sucção apresente comportamento não linear, a equação proposta por Fredlund et al. (1978) permanece aplicável dentro de determinados intervalos de sucção matricial. O parâmetro de resistência vinculado à sucção é obtido de maneira análoga à definição dos parâmetros no estado saturado, assumida linear em faixas específicas de tensão normal.

Bastos (1999) realizou ensaios de cisalhamento direto com controle de sucção (CDCS) em solos residuais tropicais e subtropicais da Região Metropolitana de Porto Alegre. As curvas de resistência ao cisalhamento não saturada foram realizadas de forma similar ao modelo proposto. Os parâmetros  $\phi^b$  da equação de Fredlund et al. (1978) foram determinados para os solos ALGB (solo argiloso arenoso avermelhado com mosqueados) e ALGC (solo saprolítico areno-siltoso micáceo), para intervalos de sucção matricial de 0 a 30 kPa e de 30 a 300 kPa, com médias finais:

- Solo ALGB –  $\phi_1^b = 28,9^\circ$  e  $\phi_2^b = 5,0^\circ$
- Solo ALGC –  $\phi_1^b = 26,4^\circ$  e  $\phi_2^b = 1,8^\circ$

Pelo ajuste de Bastos (1999).  $\phi' \neq \phi_1^b$ , sendo o ângulo de atrito efetivo de  $36^\circ$  para ALGB e  $46,5^\circ$  para ALGC. O autor conclui que o ajuste linear neste primeiro intervalo possivelmente inclui pontos de sucção da fase de transição da curva característica (valores de sucção maiores que o valor de entrada de ar). Apesar disso, as envoltórias por esse método, ilustradas na Figura 4.4, apresentaram resultados mais condizentes com os dados experimentais do que pelos modelos de Vanapalli et al. (1996), Öberg & Sällfors (1997) e Fredlund et al. (1995), permitindo representar diretamente a contribuição da sucção matricial na resistência ao cisalhamento não saturada, mantendo a forma clássica da envoltória de Mohr–Coulomb, sem a necessidade de ser conhecida a curva de retenção.

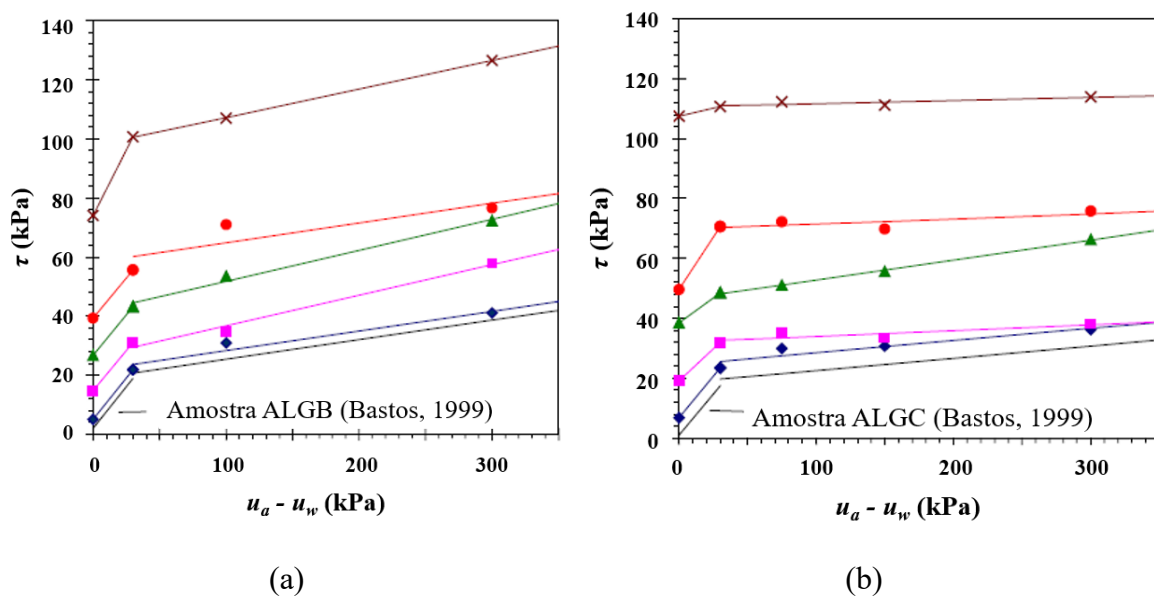


Figura 4.4: Ajustes bilineares da resistência ao cisalhamento não saturada para diferentes tensões normais para os solos ALGB (a) e ALGC (b) (adaptado de Bastos, 1999).

## 5. RESULTADOS

### 5.1. Análise de Sensibilidade Paramétrica dos Modelos

A análise paramétrica dos modelos foi conduzida com o objetivo de avaliar, de forma isolada, a influência dos principais parâmetros envolvidos na formulação da coesão não saturada e na evolução da resistência com a sucção matricial. Para essa análise, os parâmetros foram variados individualmente, mantendo-se constantes os demais, para permitir a identificação do efeito de cada variável sobre a forma e a tendência das curvas. Reapresenta-se a equação correspondente a cada modelo para facilitar a leitura. Não foram consideradas variações na coesão efetiva  $c'$ , considerando que alterá-la resulta apenas em um deslocamento vertical uniforme da envoltória de coesão total, efeito explicitado na Figura 5.1:

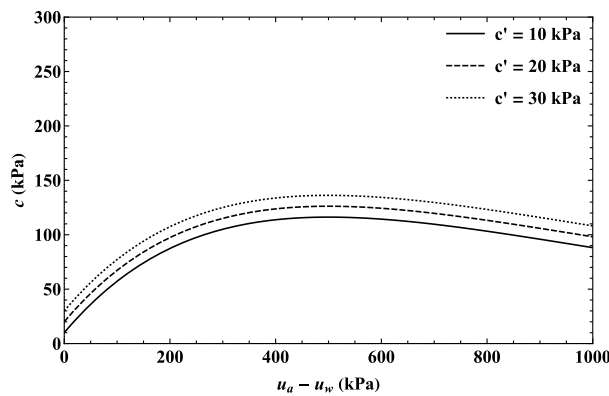


Figura 5.1: Análise da influência de  $c'$  em todos os modelos.

#### 5.1.1. Modelo de Bishop (1960)

$$c_{ap} = (u_a - u_w)\chi \tan \phi' \quad (5.1)$$

Considerando uma redução linear de  $\chi$ , com  $\chi = 1$  em  $(u_a - u_w) = 0$  kPa e  $\chi = 0$  em  $\psi_{res}$ , a função de Bishop apresenta um comportamento parabólico em todas as simulações, como visto na Figura 5.2. Esse comportamento é compatível com aquele observado para solos predominantemente arenosos, conforme previsto por Gao et al. (2020). Entretanto, nessa formulação, o efeito da sucção sobre a coesão é completamente anulado a partir da sucção residual, o que limita a capacidade do modelo de representar transições graduais frequentemente observadas em outros modelos constitutivos e em resultados experimentais. Dessa forma, embora a abordagem se mostre adequada para solos arenosos, sua aplicação torna-

se restrita para solos siltosos e argilosos, nos quais a contribuição da sucção tende a persistir em faixas mais amplas de sucção.

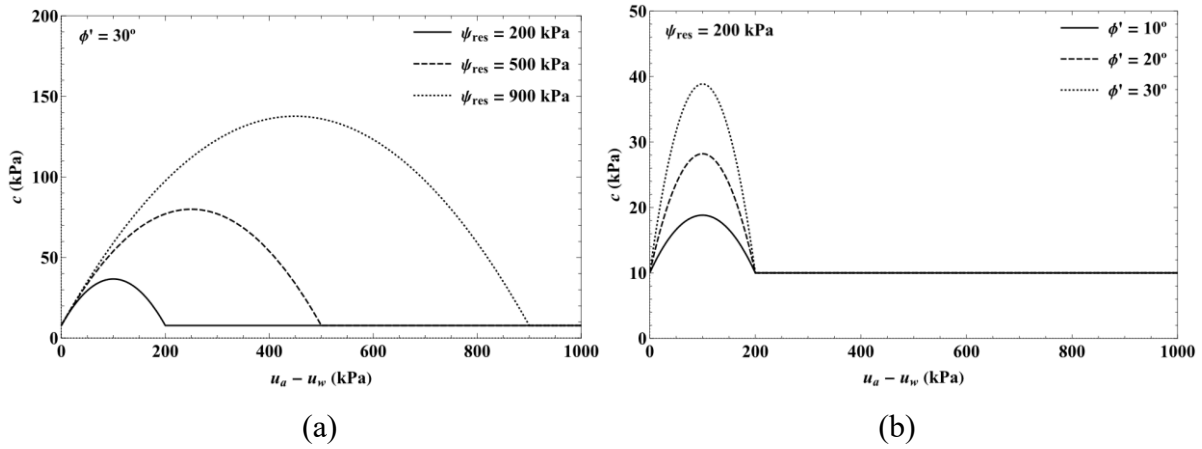


Figura 5.2: Análise da influência de  $\psi_{res}$  (a) e  $\phi'$  (b) no modelo de Bishop (1960).

### 5.1.2. Modelo de Fredlund et al. (1978)

$$c_{ap} = (u_a - u_w) \tan \phi^b \quad (5.2)$$

O modelo de Fredlund et al. (1978) se demonstra ser bastante limitado pela Figura 5.3, considerando que apenas  $\phi^b$  muda o comportamento da coesão. Como explicitado anteriormente, vários autores questionam esse modelo pela não linearidade da resistência ao cisalhamento e coesão não saturada.

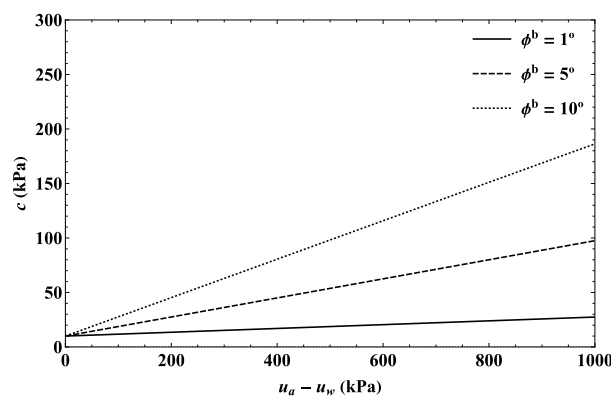


Figura 5.3: Análise da influência de  $\phi^b$  no modelo de Fredlund et al. (1978).

### 5.1.3. Modelo de Bishop (1960) adaptado à função de retenção de van Genuchten (1980)

$$c_{ap} = (u_a - u_w) \tan \phi' \left\{ \frac{1}{1 + [\alpha_{vg} (u_a - u_w)]^{n_{vg}}} \right\}^{1 - \left( \frac{1}{n_{vg}} \right)} \quad (5.3)$$

Para o modelo de Bishop (1960) adaptado à função de retenção de van Genuchten (1980), de acordo com a Figura 5.4(a), percebe-se que o parâmetro  $\alpha_{vg}$  provoca um aumento exponencial da coesão, movendo a coesão de pico para maiores sucções. A Figura 5.4(c) mostra que um aumento de  $\phi'$  provoca um aumento proporcional na coesão em uma mesma sucção de pico. Já o parâmetro  $n_{vg}$  mostrado na Figura 5.4(b) define se a curva apresentará uma coesão de pico, coesão última ou coesão crescente, correspondendo a todos os comportamentos descritos por Gao et al. (2020). O parâmetro  $n_{vg}$  também apresentou alta sensibilidade para valores menores que 2. O modelo se mostra o mais ideal para todos os tipos de solo por permitir essa flexibilidade.

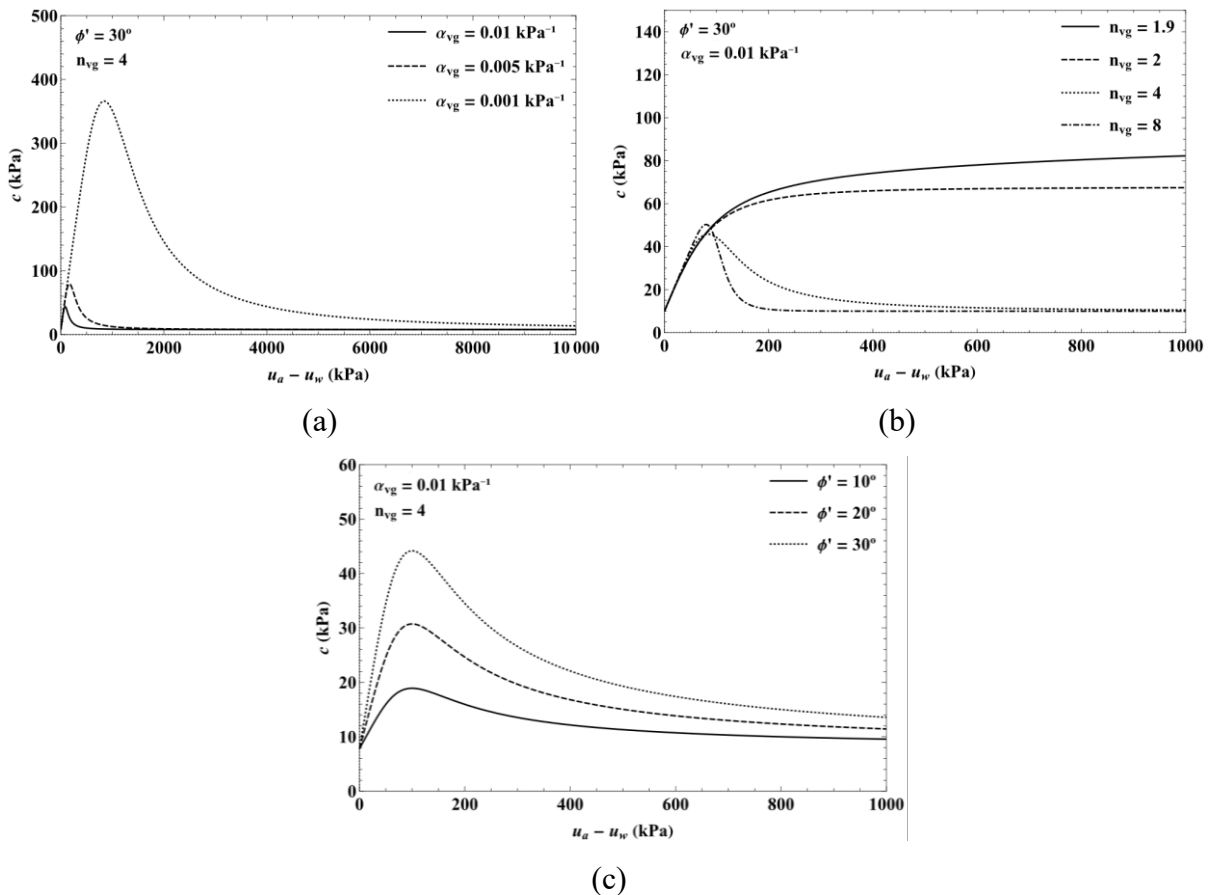


Figura 5.4: Análise da influência de  $\alpha_{vg}$  (a),  $n_{vg}$  (b) e  $\phi'$  (c) no modelo de Bishop (1960) adaptado à função de retenção de van Genuchten (1980).

#### 5.1.4. Modelo de Khalili & Khabbaz (1998)

$$c_{ap} = (u_a - u_w)\lambda' \tan \phi'$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \lambda' = 1, & \text{se } (u_a - u_w) \leq \psi_{ar} \\ \lambda' = \left[ \frac{u_a - u_w}{\psi_{ar}} \right]^{-0,55}, & \text{se } (u_a - u_w) > \psi_{ar} \end{array} \right. \quad (5.4)$$

O modelo proposto por Khalili e Khabbaz (1998) é ilustrado na Figura 5.5 e apresenta comportamento próximo ao modelo bilinear adotado nesta pesquisa. Até o ponto correspondente à sucção de entrada de ar  $\psi_{ar}$ , o modelo reproduz a formulação clássica de solos saturados, influenciado principalmente pelo ângulo de atrito, enquanto, para sucções superiores, passa a apresentar um comportamento aproximadamente linear. A definição do parâmetro  $\psi_{ar}$  exerce influência direta sobre a evolução da coesão última, a qual tende a aumentar com o incremento da sucção matricial. No entanto, conforme discutido por Gao et al. (2020), por apresentar uma coesão sempre crescente, a aplicabilidade do modelo mostra-se mais adequada a solos argilosos, apresentando limitações quando estendido a outros tipos de solo.

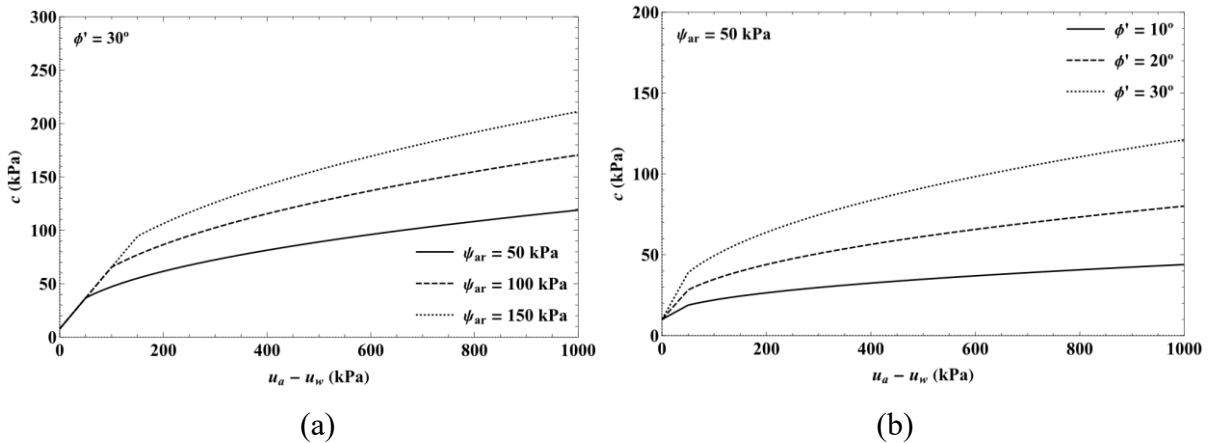


Figura 5.5: Análise da influência de  $\psi_{ar}$  (a) e  $\phi'$  (b) no modelo de Khalili & Khabbaz (1998).

#### 5.1.5. Modelo de Bao et al. (1998)

$$c_{ap} = (u_a - u_w)\zeta \tan \phi'$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \zeta = 1, & \text{se } (u_a - u_w) \leq \psi_{ar} \\ \zeta = \frac{\log \psi_{res} - \log(u_a - u_w)}{\log \psi_{res} - \log \psi_{ar}}, & \text{se } \psi_{ar} < (u_a - u_w) < \psi_{res} \\ \zeta = 0, & \text{se } (u_a - u_w) \geq \psi_{res} \end{array} \right. \quad (5.5)$$

O modelo de Bao et al. (1998) apresenta comportamento similar ao modelo de Bishop (1960). O modelo utiliza a formulação clássica de solos saturados até o ponto de sucção de entrada de ar  $\psi_{ar}$  e sofre um decaimento até o ponto de sucção residual  $\psi_{res}$ , onde o efeito da sucção sobre a coesão é nulo a partir desse ponto, como visto na Figura 5.6. Assemelha-se ao comportamento de solos arenosos previsto por Gao et al. (2020).

Diferentemente de formulações contínuas mais suaves, o modelo apresenta descontinuidade na primeira derivada nos pontos  $\psi_{ar}$  e  $\psi_{res}$ , uma vez que a função é definida de forma segmentada. Essa característica implica mudanças abruptas na taxa de variação da resistência, o que pode não representar adequadamente a transição física real, tipicamente mais gradual.

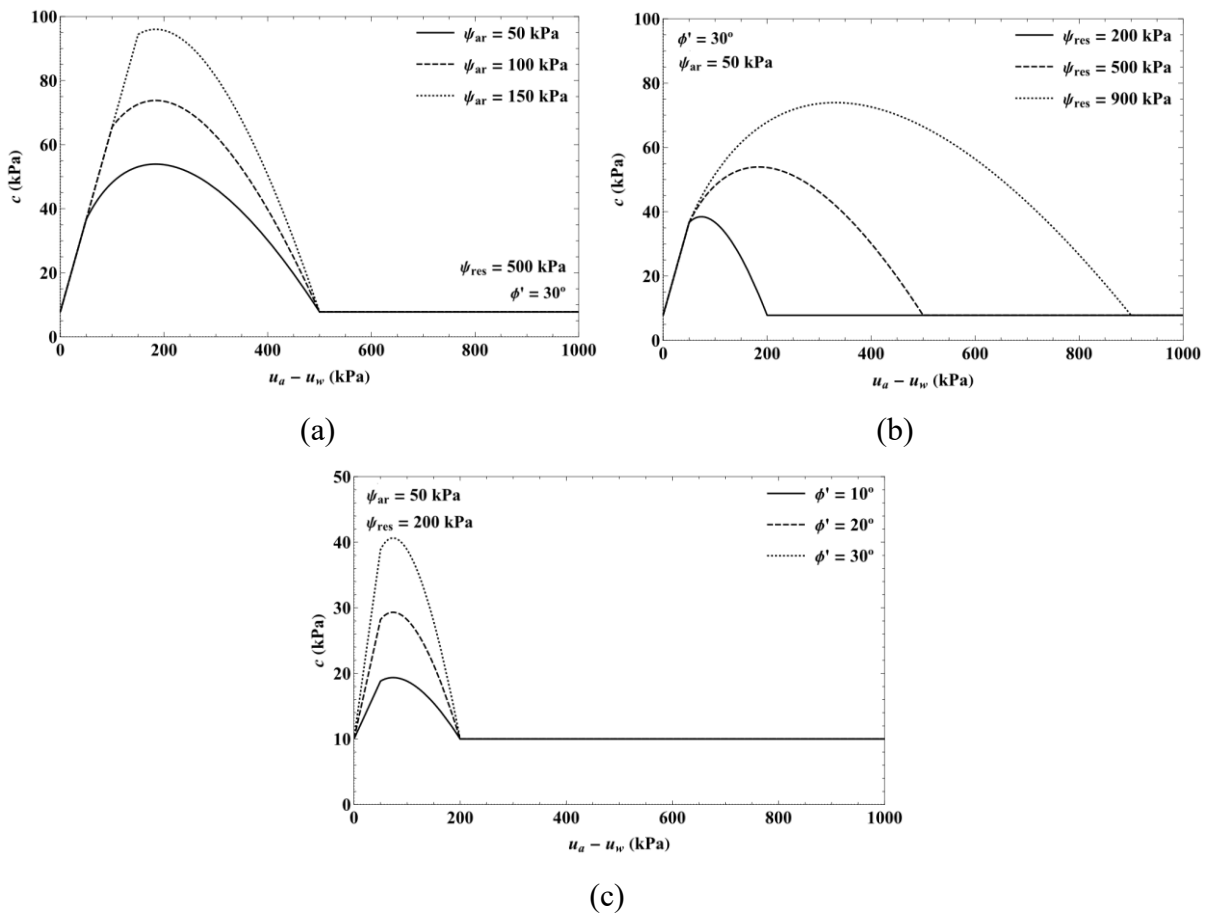


Figura 5.6: Análise da influência de  $\psi_{ar}$  (a),  $\psi_{res}$  (b) e  $\phi'$  (c) no modelo de Bao et al. (1998).

### 5.1.6. Modelo de Vilar (2006)

$$c_{ap} = \frac{(u_a - u_w)}{\frac{1}{\tan \phi'} + \frac{1}{c_{ult} - c'}} (u_a - u_w) \quad (5.6)$$

O modelo de Vilar (2006) depende de duas variáveis,  $c_{ult}$ , que define o valor máximo da coesão (Figura 5.7(a)) e  $\phi'$ , que no caso da Figura 5.7(b), em que todas as trajetórias têm o mesmo  $c_{ult}$ , atua somente no comportamento inicial da curva, chegando à coesão última em uma sucção menor quanto maior for o ângulo de atrito. Todas as trajetórias desse modelo apresentam um comportamento que Gao et al. (2020) apontam como presente em solos siltosos e argilosos, podendo-se concluir que o modelo não é adequado para ser utilizado em solos arenosos por não apresentar pico de coesão definido.

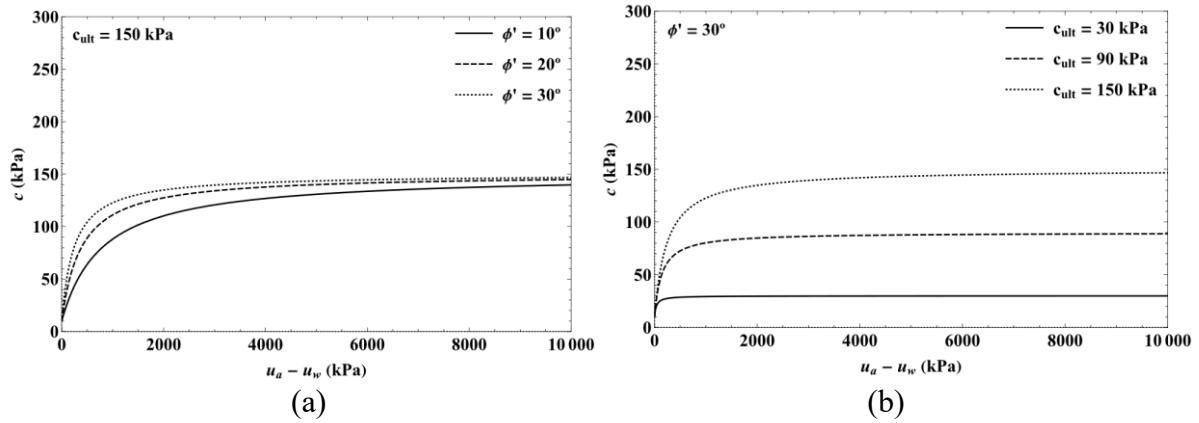


Figura 5.7: Análise da influência de  $c_{ult}$  (a) e  $\phi'$  (b) no modelo de Vilar (2006).

### 5.1.7. Modelos de Cavalcante & Mascarenhas (2021) e Sousa (2024)

$$c_{ap} = (u_a - u_w) e^{-\delta|u_a - u_w|} \tan \phi' \quad (5.7)$$

$$c_{ap} = (u_a - u_w) e^{-\kappa\delta|u_a - u_w|} \tan \phi' \quad (5.8)$$

A Figura 5.8 mostra os modelos de Cavalcante & Mascarenhas (2021) e Sousa (2024) juntos por terem o mesmo comportamento para o caso de mudança nas variáveis descritas  $\delta$  e  $\phi'$ . Os parâmetros  $\alpha_{vg}$  e  $\phi'$  no modelo de Bishop (1960) adaptado à função de retenção de van Genuchten (1980) imputam os mesmos tipos de resultados de  $\delta$  e  $\phi'$ , respectivamente, para os modelos de Cavalcante & Mascarenhas (2021) e Sousa (2024).

A Figura 5.9 mostra que a influência de  $\kappa$  é inversa a de  $\delta$ , revelando que um aumento nessa variável resulta em uma coesão menor, com sucção de pico se movendo para esquerda. Nota-se que todas as curvas apresentam comportamento que Gao et al. (2020) apontam como presente somente em solos arenosos, podendo-se concluir que os modelos em questão podem ser mais bem utilizados para esse tipo de solo específico. Os modelos também podem ser usados

para outros tipos de solo caso seja estabelecido um recorte da função, até uma certa sucção final de avaliação.

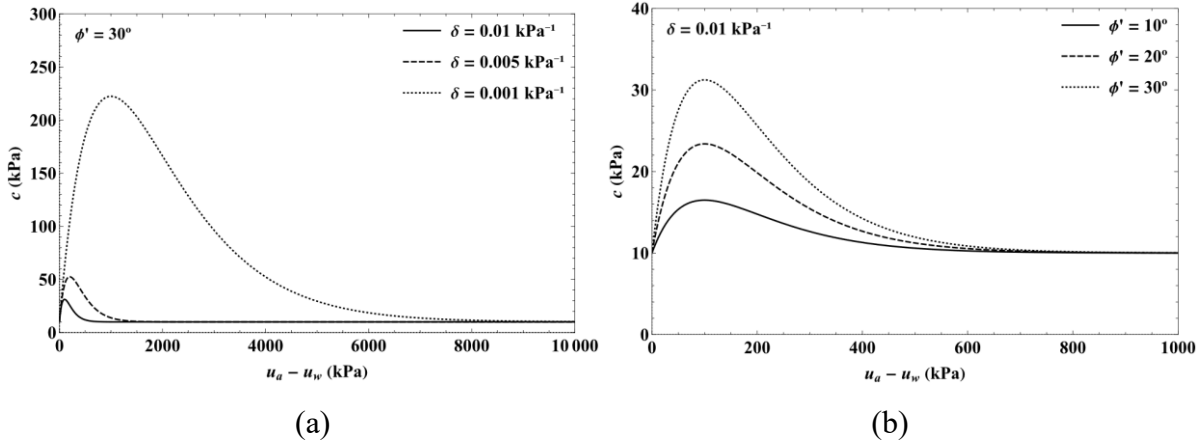


Figura 5.8: Análise da influência de  $\delta$  (a) e de  $\phi'$  (b) nos modelos de Cavalcante & Mascarenhas (2021) e Sousa (2024).

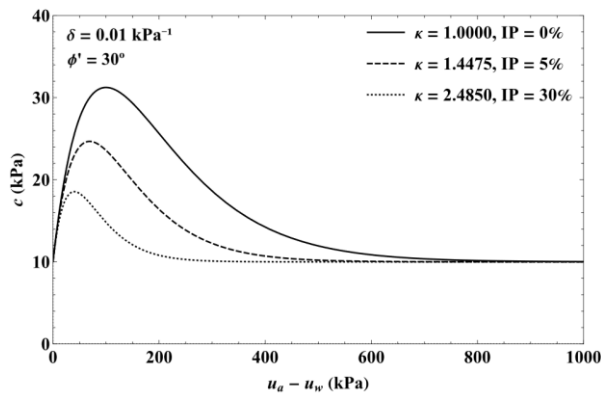


Figura 5.9: Análise da influência de  $\kappa$  no modelo de Sousa (2024).

### 5.1.8. Modelo de Sousa (2024) para Solos Bimodais

$$c_{ap} = (u_a - u_w) [\lambda e^{-\delta_1 |u_a - u_w|} + (1 - \lambda) e^{-\delta_2 |u_a - u_w|}]^\kappa \tan \phi' \quad (5.9)$$

Os valores de  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  e  $\lambda$  no modelo de Sousa (2024) para solos bimodais não determinam comportamentos tão claros quanto os visualizados por outros parâmetros em outros modelos, intervindo entre si na forma das trajetórias. Na Figura 5.10(a), é percebido que para  $\delta_2 = 0,0001 \text{ kPa}^{-1}$ , não há uma diferença perceptível no valor da coesão de pico entre  $\delta_1 = 0,01$  e  $\delta_1 = 0,001 \text{ kPa}^{-1}$ , apenas no comportamento inicial da curva. Já a Figura 5.10(b) mostra cada item  $\delta_1$  fixos para diferentes  $\delta_2$  e observa-se que há um aumento exponencial de  $\delta_2 = 0,001$  a  $\delta_2 = 0,0001$

$\text{kPa}^{-1}$ . Percebe-se que a coesão de pico será maior para menores  $\delta_1$ , sem clareza do deslocamento da sucção correspondente. Menores  $\delta_2$  também impactam a coesão de pico positivamente e deslocam a sucção de pico para a direita.

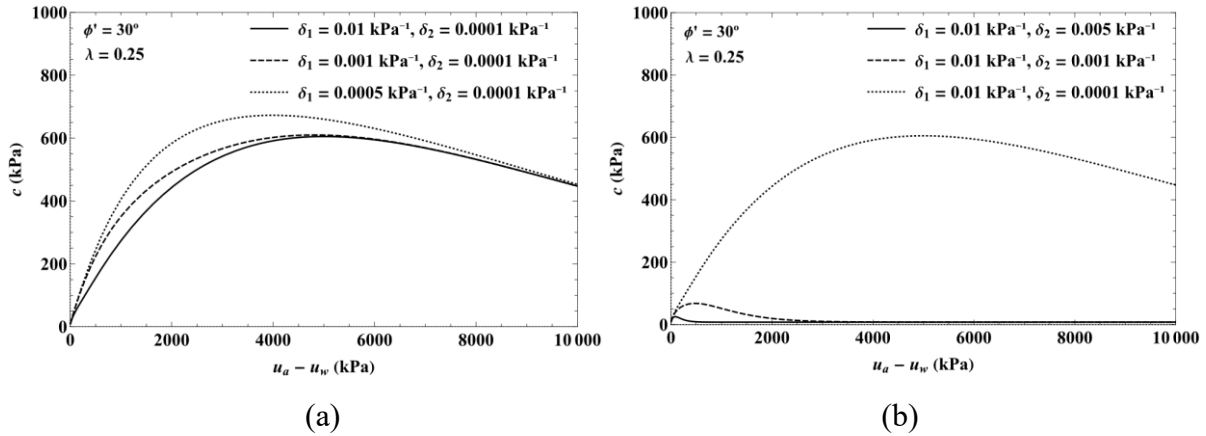


Figura 5.10: Análise da influência de (a) diferentes  $\delta_1$  para  $\delta_2 = 0,0001 \text{ kPa}^{-1}$  e de (b) diferentes  $\delta_2$  para  $\delta_1 = 0,01 \text{ kPa}^{-1}$  no modelo de Sousa (2024) para solos bimodais.

A Figura 5.11 mostra a influência de  $\lambda$ . Para  $\delta_1 > \delta_2$  na Figura 5.11, (a), um aumento de  $\lambda$  resulta na diminuição da coesão de pico, com sucção de pico estável. Para  $\delta_1 = \delta_2$ , na Figura 5.11(b),  $\lambda$  não interfere no resultado da coesão, se assemelhando ao modelo unimodal.

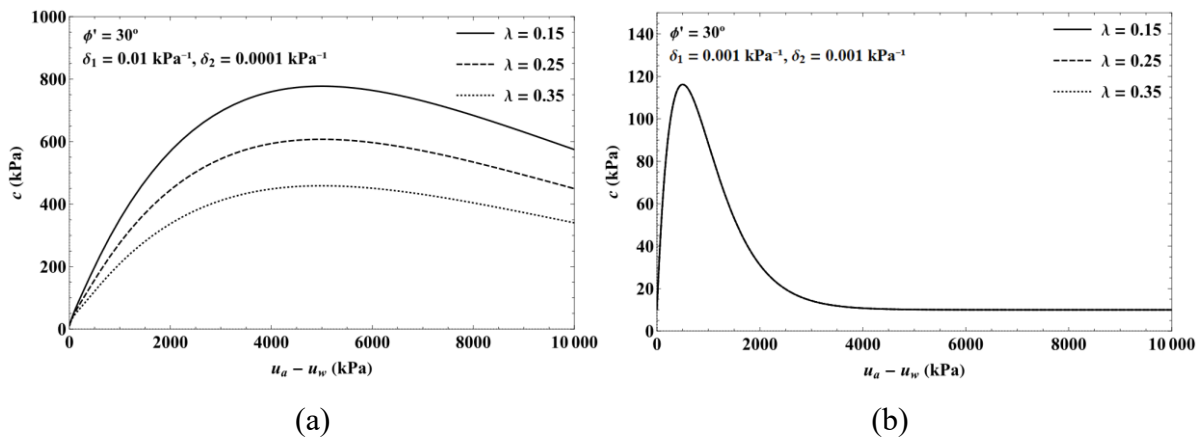


Figura 5.11: Análise da influência de  $\lambda$  para (a)  $\delta_1 > \delta_2$  e (b)  $\delta_1 = \delta_2$  no modelo de Sousa (2024) para solos bimodais.

A Figura 5.12 apresenta a influência de  $\kappa$  e  $\phi'$ , que agem de acordo com o visto no modelo unimodal de Sousa (2024). De modo geral as simulações do modelo bimodal se diferem do modelo unimodal pela abrangência, estendendo o efeito positivo da sucção na coesão não saturada para sucções de mais de uma ordem de grandeza em comparação com o modelo unimodal, devido à influência dos macroporos ( $\delta_2$ ) no modelo.

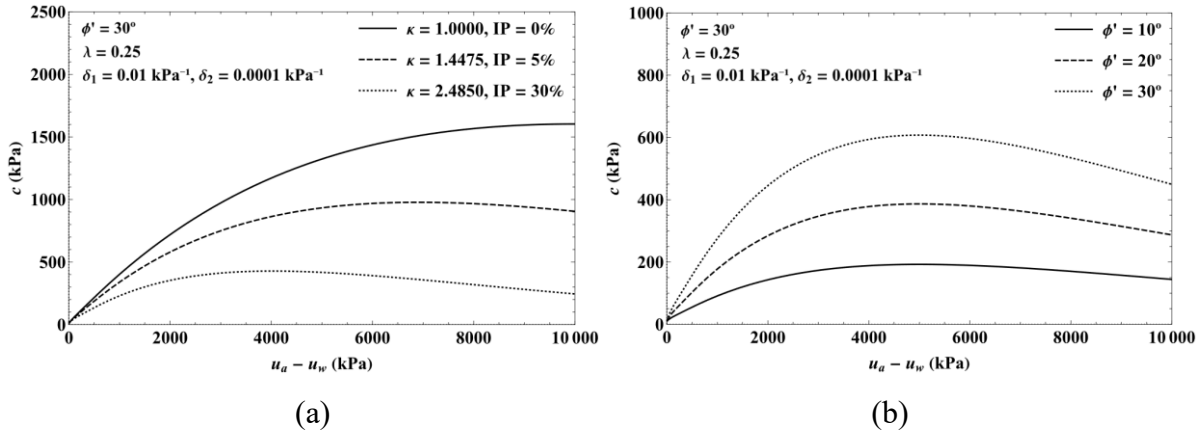
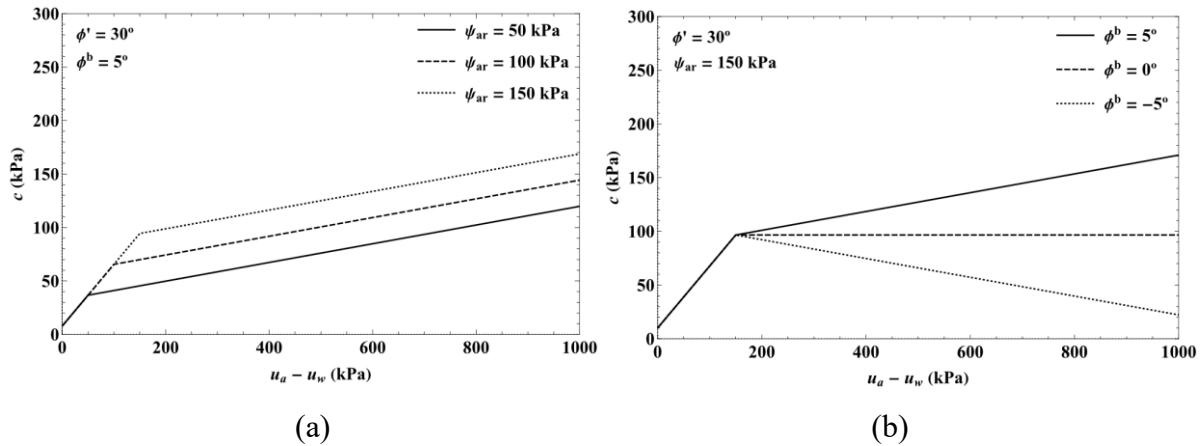


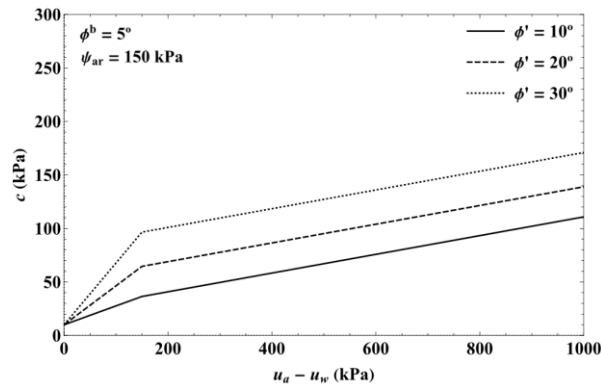
Figura 5.12: Análise da influência de  $\kappa$  (a) e de  $\phi'$  (b) no modelo de Sousa (2024) para solos bimodais.

### 5.1.9. Modelo proposto

$$c_{ap} = \begin{cases} (u_a - u_w) \tan \phi', & \text{se } (u_a - u_w) \leq \psi_{ar} \\ \psi_{ar} \tan \phi' + [(u_a - u_w) - \psi_{ar}] \tan \phi^b, & \text{se } (u_a - u_w) > \psi_{ar} \end{cases} \quad (5.10)$$

A Figura 5.13 ilustra o comportamento bilinear do modelo proposto nessa pesquisa. Os parâmetros que determinam a trajetória são  $\psi_{ar}$ ,  $\phi'$  (comportamento saturado inicial idêntico aos modelos de Bao et al., 1998 e Khalili & Khabbaz, 1998) e  $\phi^b$ , que pode crescente, decrescente ou estável, conforme Gan & Fredlund (1996), permitindo abranger todas as trajetórias de coesão e resistência ao cisalhamento não saturada definidas por Gao et al. (2020). Uma limitação para o caso de trajetórias com coesões de pico ( $\phi^b$  negativo) seria a necessidade da predefinição de uma sucção final, de modo a evitar a obtenção de valores fisicamente inconsistentes de coesão para sucções mais elevadas.





(c)

Figura 5.13: Análise da influência de  $\psi_{ar}$  (a),  $\phi^b$  (b) e  $\phi'$  (c) no modelo proposto.

A análise de sensibilidade paramétrica evidencia que o comportamento dos modelos não é apenas função do tipo de solo, mas também da forma funcional adotada para representar a contribuição da sucção. Observa-se que pequenas variações em parâmetros associados à entrada de ar ou à taxa de redução do grau de saturação podem produzir mudanças significativas na inclinação da curva de coesão aparente, especialmente na faixa intermediária de sucção.

## 5.2. Análise com Dados Experimentais

A análise com dados experimentais constitui a etapa de validação deste estudo, permitindo confrontar a formulação teórica com o comportamento observado em solos reais. A sistematização dos dados experimentais de Lee et al. (2003) permite a calibração dos parâmetros de ajustes e teste da sensibilidade dos modelos, por meio de avaliação da dispersão dos pontos experimentais em relação às curvas preditivas. A seguir é analisado solos finos e arenosos a partir dos modelos de Bishop (1960), Fredlund et al. (1978), Bishop (1960) adaptado à função de retenção de van Genuchten (1980), Khalili & Khabbaz (1998), Bao et al. (1998), Vilar (2006), Cavalcante & Mascarenhas (2021), Sousa (2024), Sousa para solos bimodais (2024) e por fim, pelo modelo proposto nesta pesquisa.

### 5.2.1. Análise de solos finos

Para os solos finos, nenhum modelo se demonstrou inadequado pelo valor de  $R^2$ , apenas pela predefinição de 10% de SMAPE:

- Para o till glacial de Gan et al. (1988), apenas o modelo de Bao et al. (1998) segue as predefinições de Chicco et al. (2021) de  $SMAPE \leq 10\%$  e  $R^2 \geq 0,8$ , conforme Figura

5.14. Os modelos de Khalili & Khabbaz (1998) e o bilinear proposto apresentam indicadores de desempenho muito similares, marginalizados por menos de 1%.

- Para o till glacial de Vanapalli et al. (1996) e para o silte de Jossigny, França, caracterizado por Cui & Delage (1993), todos os modelos são aprovados por esse método de regressão, exceto a função parabólica de Bishop (1960) e a função linear de Fredlund et al. (1978).
- A argila de Dhanauri, Índia, caracterizada por Sajita (1978) apresentou bons resultados para todos os modelos, exceto para Fredlund et al. (1978).

Têm-se que o modelo de Bao et al. (1998) passa em todas as verificações; os modelos de van Genuchten (1980), Khalili & Khabbaz (1998), Vilar (2006), Cavalcante & Mascarenhas (2021), Sousa (2024), Sousa para solos bimodais (2024), e o modelo proposto não atendem ao valor de SMAPE uma vez; o modelo de Bishop et al. (1960) não atende ao valor de SMAPE duas vezes e o modelo de Fredlund (1978) não atende ao valor de SMAPE para nenhum dos solos finos. O modelo proposto esteve acima do esperado para o valor de SMAPE apenas em 0,9%.

Ao analisar a modalidade dos solos, para o till glacial de Gan et al. (1988), os valores idênticos de  $\delta_1$  e  $\delta_2$  no modelo de Sousa (2024) para solos bimodais indicam que se trata de um solo unimodal, com o mesmo comportamento visto nos modelos de Sousa (2024) e Cavalcante & Mascarenhas (2021). Para o till glacial de Vanapalli et al. (1996) e o silte de Jossigny de Cui & Delage (1993), os valores variados de  $\delta_1$  e  $\delta_2$  indicam que podem tratar-se de solos bimodais. Para a argila de Dhanauri de Sajita (1978), o valor nulo de  $\lambda$  indica que é um solo unimodal.

Verifica-se que os valores de sucção de entrada de ar encontrados de  $10^1$ - $10^2$  kPa e valores de sucção residual de  $10^2$ - $10^3$  kPa, além de  $\delta$  de  $10^{-3}$ - $10^{-4}$  kPa<sup>-1</sup>, estão de acordo com as ordens de grandeza analisadas por Sousa (2024) para solos argilosos, descritas na Tabela 2.4.

Os valores dos parâmetros de ajuste de van Genuchten (1980) classificam os solos till glacial de Gan et al. (1988), silte de Jossigny de Cui & Delage (1993) e a argila de Dhanauri de Sajita (1978) como argila e o solo till glacial de Vanapalli et al. (1996) como silte argiloso, de acordo com a classificação da Figura 2.12.

Nas Tabelas 5.1 a 5.4 são apresentadas as posições de cada modelo em relação a cada solo fino analisado. Nas Figuras 5.14 a 5.17 é visto da esquerda para a direita, os melhores modelos em função de  $R^2$  e SMAPE, respectivamente.

Tabela 5.1: Posição de resultados de  $R^2$  de cada modelo para o till glacial - Gan et al. (1988)

Posição	Modelo	$R^2$	SMAPE (%)
1º	Bao et al. (1998)	0,9954	10,30
2º	Khalili and Khabbaz (1998)	0,9952	10,63
3º	Modelo proposto	0,9951	10,90
4º	Van Genuchten (1980)	0,9943	11,78
5º	Bishop (1960)	0,9929	12,87
6º	Sousa (2024) – Bimodal	0,9918	13,90
6º	Sousa (2024)	0,9918	13,90
6º	Cavalcante & Mascarenhas (2021)	0,9918	13,90
7º	Vilar (2026)	0,9894	15,56
8º	Fredlund et al. (1978)	0,9565	29,11

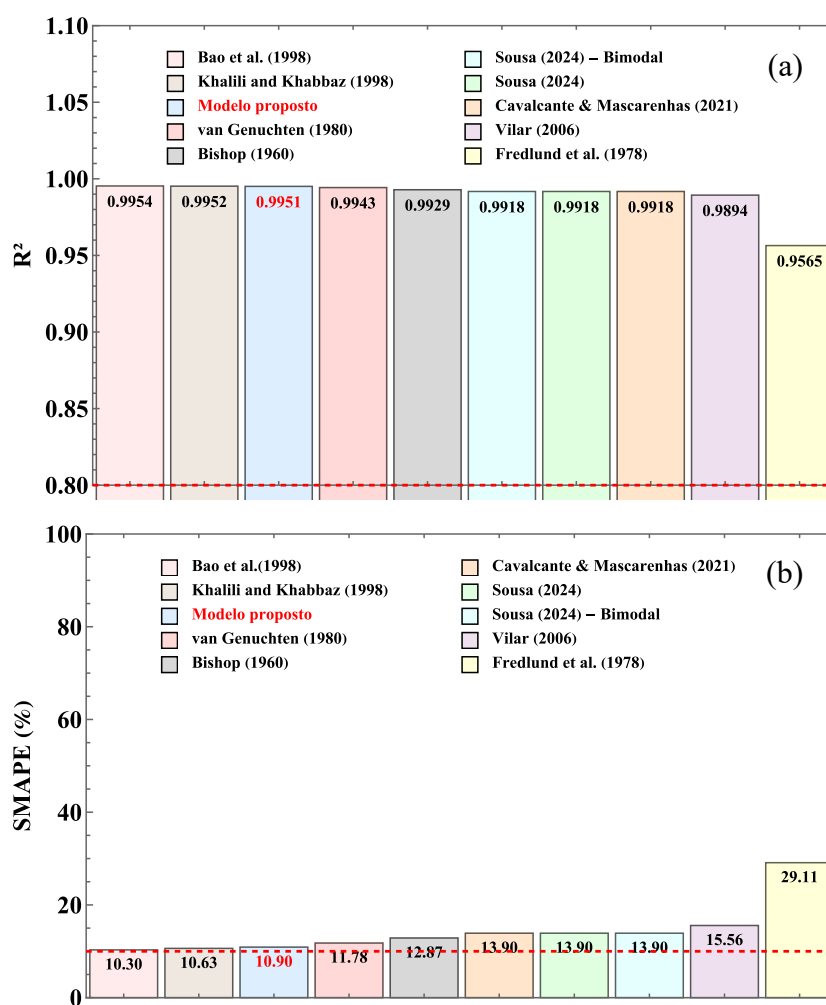
Figura 5.14: Comparação entre os resultados de (a)  $R^2$  e (b) SMAPE para o till glacial - Gan et al. (1988)

Tabela 5.2: Posição de resultados de  $R^2$  de cada modelo para o till glacial – Vanapalli et al. (1996)

Posição	Modelo	$R^2$	SMAPE (%)
1º	Van Genuchten (1980)	0,9990	2,28
2º	Sousa (2024) – Bimodal	0,9989	3,08
3º	Khalili and Khabbaz (1998)	0,9982	4,29
3º	Vilar (2026)	0,9982	3,87
4º	Bao et al. (1998)	0,9977	3,77
5º	Modelo proposto	0,9970	5,37
6º	Sousa (2024)	0,9848	8,15
6º	Cavalcante & Mascarenhas (2021)	0,9848	8,15
7º	Fredlund et al. (1978)	0,9335	33,97
8º	Bishop (1960)	0,9219	17,71

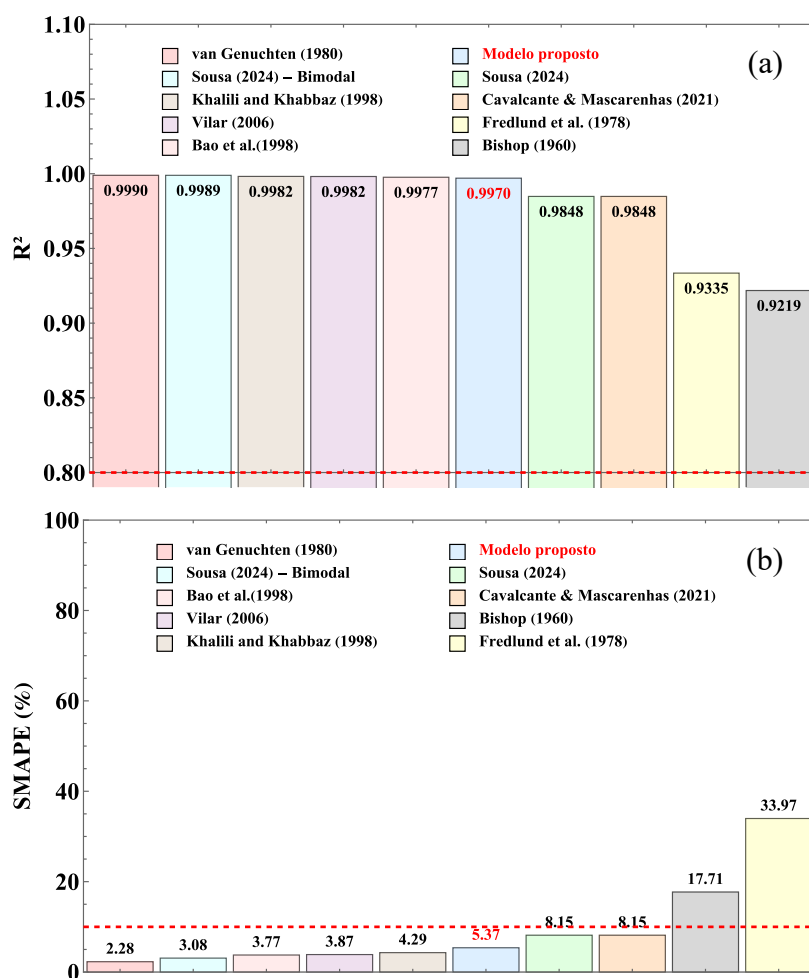


Figura 5.15: Comparação entre os resultados de (a)  $R^2$  e (b) SMAPE para o till glacial – Vanapalli et al. (1996)

Tabela 5.3: Posição de resultados de  $R^2$  de cada modelo para a argila de Dhanauri – Sajita (1978)

Posição	Modelo	$R^2$	SMAPE (%)
1º	Bao et al. (1998)	0,9964	5,38
2º	Van Genuchten (1980)	0,9960	5,53
3º	Modelo proposto	0,9955	5,87
4º	Bishop (1960)	0,9956	5,91
5º	Sousa (2024)	0,9954	6,03
5º	Cavalcante & Mascarenhas (2021)	0,9954	6,03
5º	Sousa (2024) – Bimodal	0,9954	6,03
6º	Vilar (2026)	0,9948	6,42
7º	Khalili and Khabbaz (1998)	0,9919	8,53
8º	Fredlund et al. (1978)	0,9794	15,57

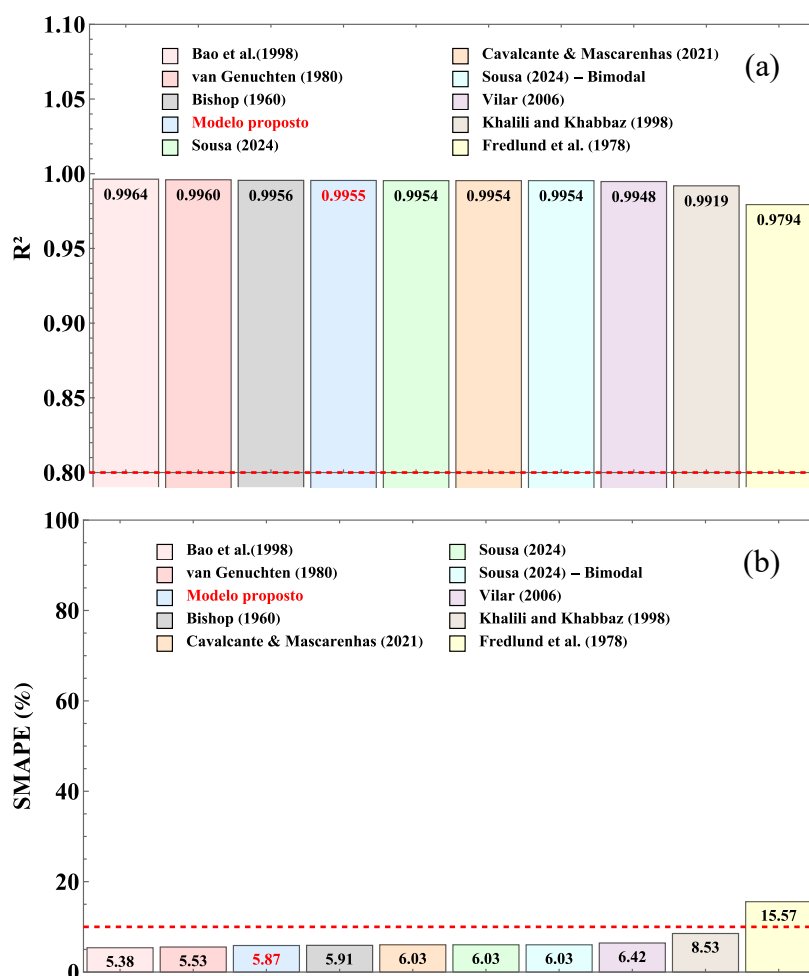
Figura 5.16: Comparação entre os resultados de (a)  $R^2$  e (b) SMAPE para a argila de Dhanauri – Sajita (1978)

Tabela 5.4: Posição de resultados de  $R^2$  de cada modelo para o silte de Jossigny – Cui & Delage (1993)

Posição	Modelo	$R^2$	SMAPE (%)
1º	Khalili and Khabbaz (1998)	0,9986	2,83
2º	Bao et al. (1998)	0,9984	3,47
3º	Van Genuchten (1980)	0,9982	3,73
4º	Modelo proposto	0,9973	3,59
5º	Sousa (2024) – Bimodal	0,9975	3,95
6º	Vilar (2026)	0,9967	4,55
7º	Sousa (2024)	0,9934	7,09
7º	Cavalcante & Mascarenhas (2021)	0,9934	7,09
8º	Bishop (1960)	0,9659	11,88
9º	Fredlund et al. (1978)	0,9325	28,36

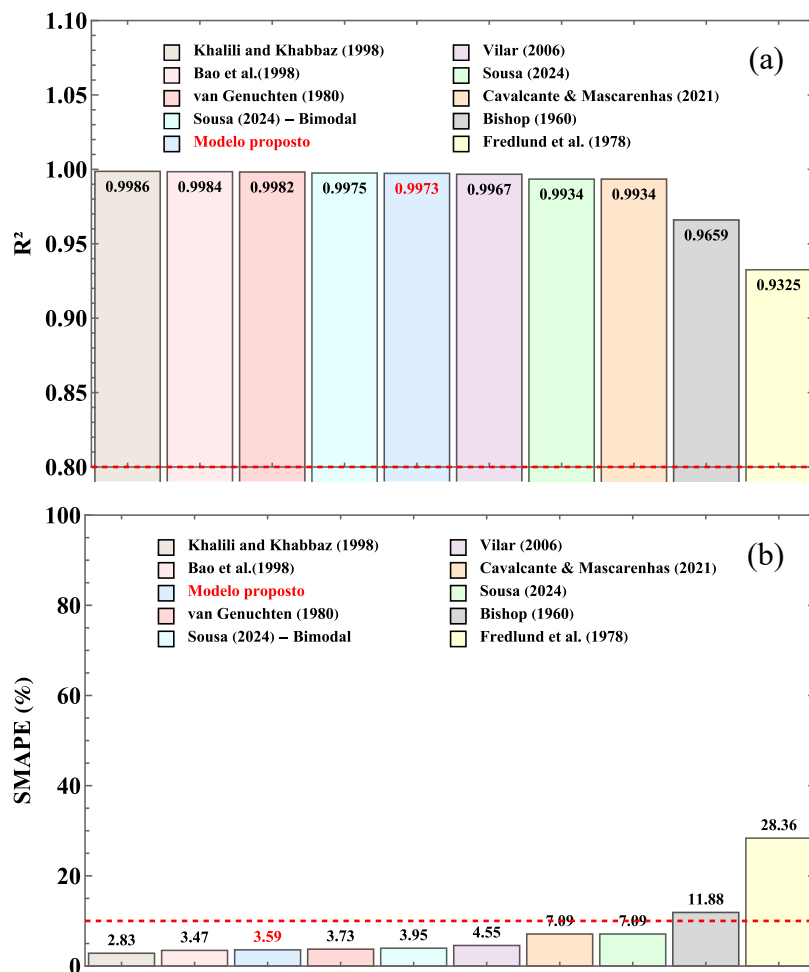


Figura 5.17: Comparação entre os resultados de (a)  $R^2$  e (b) SMAPE para o silte de Jossigny – Cui & Delage (1993)

Como modelos mais ideais, Bao et al. (1998) teve melhor resultado para dois solos, e van Genuchten (1980) e Khalili & Khabbaz (1998) para um solo. Ambas as métricas coincidem para todos os casos. A Figura 5.18 apresenta as melhores curvas para casa solo:

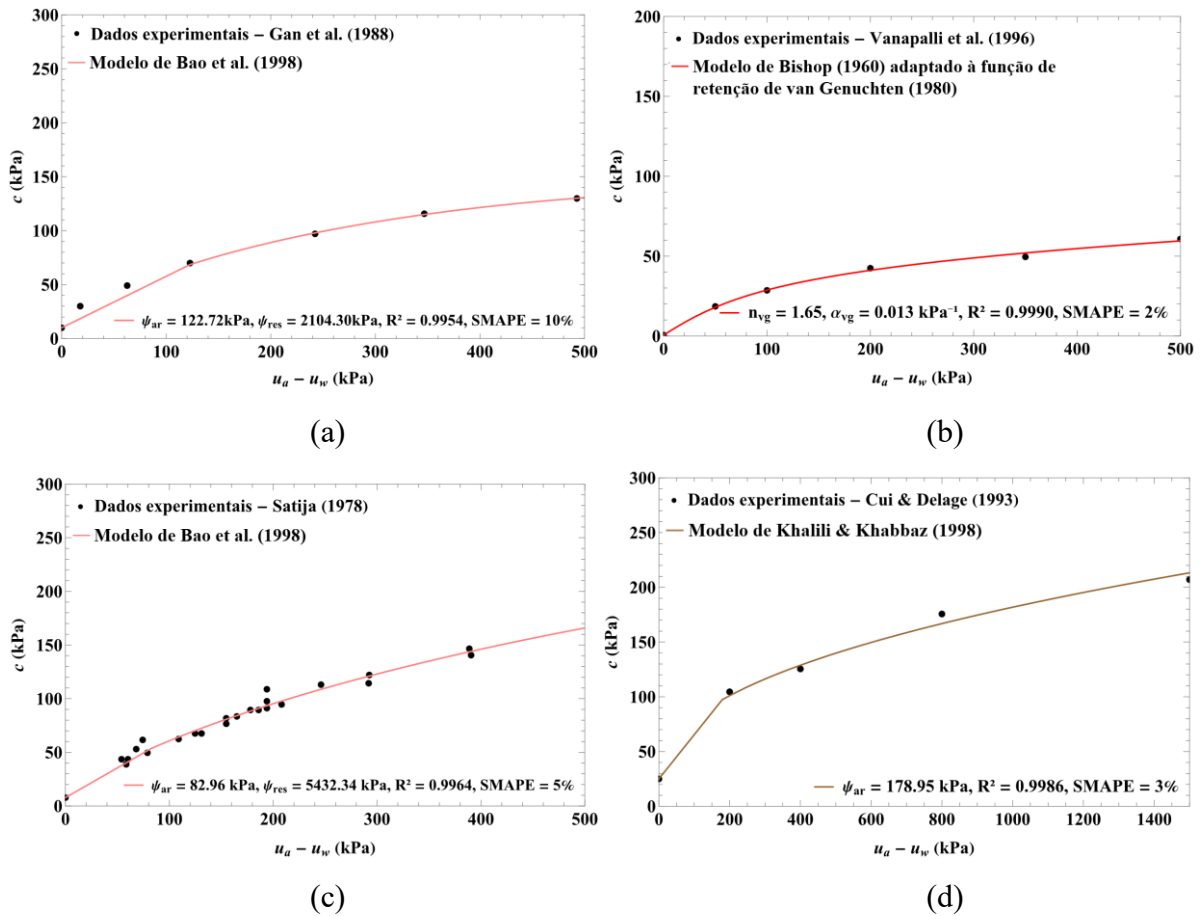
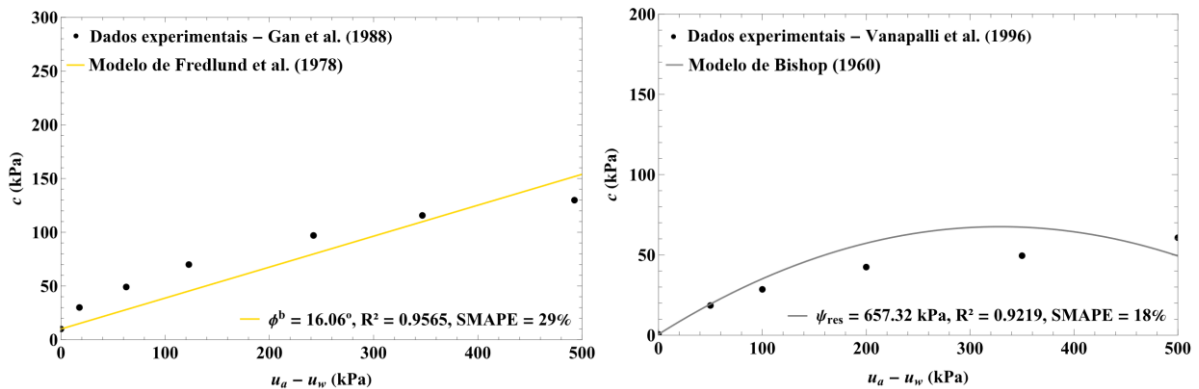


Figura 5.18: Melhor resultado de (a) till glacial - Gan et al. (1988), (b) till glacial – Vanapalli et al. (1996), (c) argila de Dhanauri – Sajita (1978) e (d) silte de Jossigny – Cui & Delage (1993).

Destaca-se o modelo de Fredlund et al. (1978) como o pior modelo para sete testes e Bishop (1960) em um dos testes. Os piores resultados são apresentados na Figura 5.19:



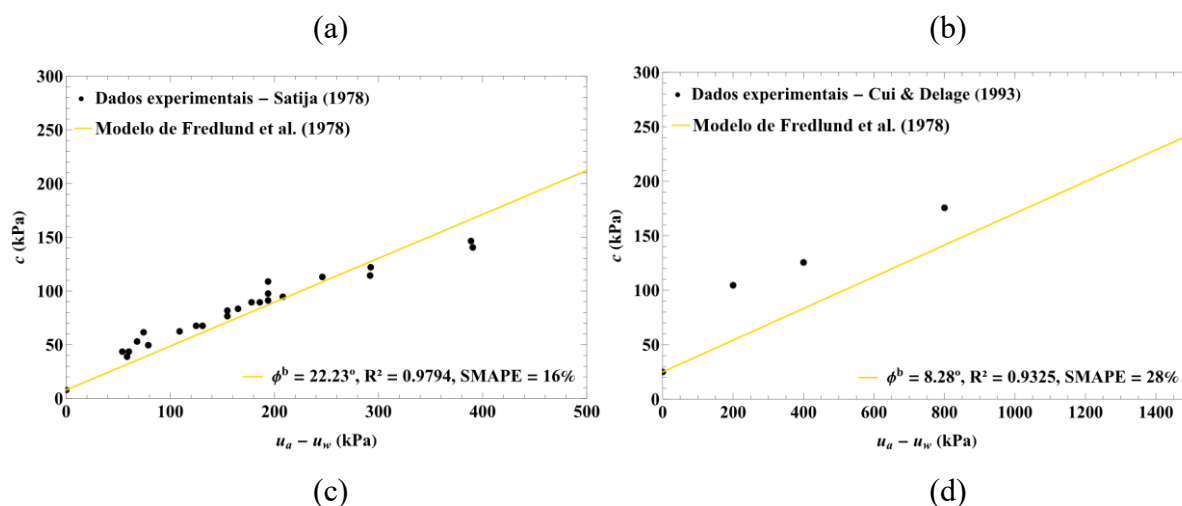


Figura 5.19: Pior resultado de (a) till glacial - Gan et al. (1988), (b) till glacial – Vanapalli et al. (1996), (c) argila de Dhanauri – Sajita (1978) e (d) silte de Jossigny – Cui & Delage (1993).

Os demais gráficos e parâmetros individuais dos solos finos para todos os modelos estudados podem ser conferidos no APÊNDICE A.

A média dos resultados para solos finos é apresentado na Figura 5.20 e posição dos modelos na Tabela 5.5. Aponta-se que o modelo bimodal proposto teve média na terceira posição, mostrando ter bons resultados para solos argilosos e siltosos, à frente dos modelos de Khalili & Khabbaz (1998), Vilar (2006), Cavalcante & Mascarenhas (2021) e Sousa (2024).

Tabela 5.5: Posição da média de resultados de  $R^2$  de cada modelo para solos finos

Posição	Modelo	$R^2$	SMAPE (%)
1º	Bao et al. (1998)	0,9970	5,73
2º	Van Genuchten (1980)	0,9969	5,83
3º	Modelo proposto	0,9962	6,43
4º	Khalili and Khabbaz (1998)	0,9960	6,57
5º	Sousa (2024) – Bimodal	0,9959	6,74
6º	Vilar (2026)	0,9948	7,60
7º	Sousa (2024)	0,9914	8,79
7º	Cavalcante & Mascarenhas (2021)	0,9914	8,79
8º	Bishop (1960)	0,9691	12,09
9º	Fredlund et al. (1978)	0,9505	26,75

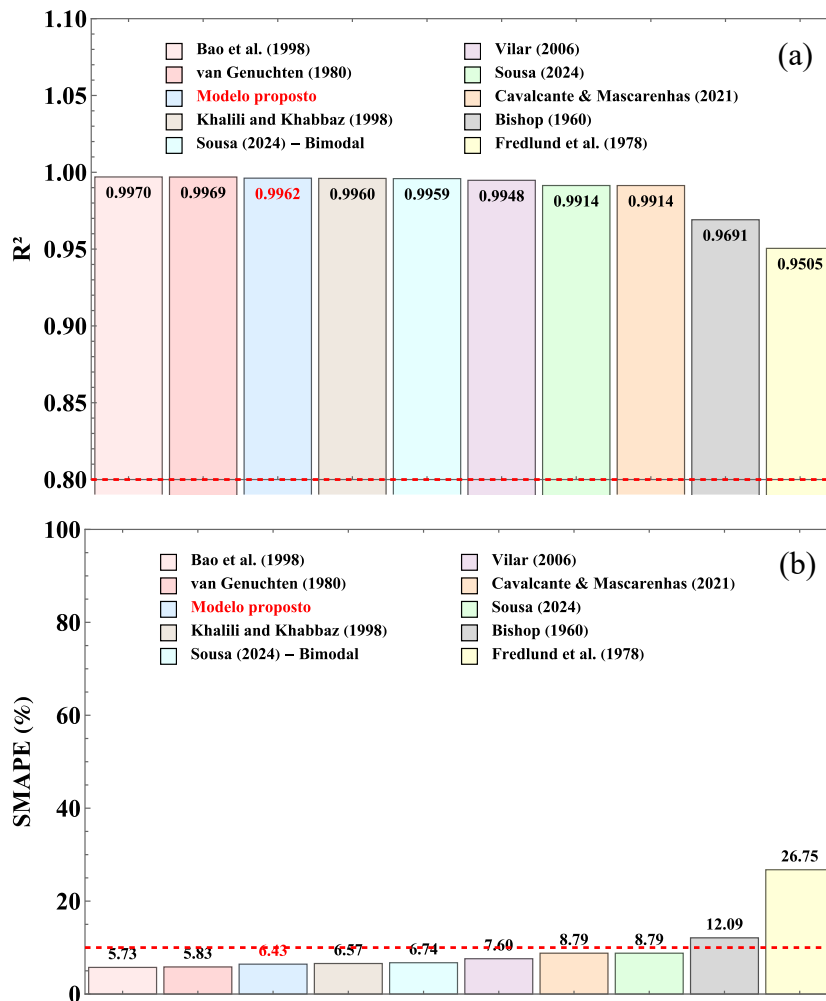


Figura 5.20: Comparação entre os resultados de (a)  $R^2$  e (b) SMAPE dos modelos, organizados do melhor para o pior resultado para a média dos valores dos solos finos.

Observa-se que a representação adequada da zona residual da curva de retenção exerce influência decisiva sobre o desempenho dos modelos. Formulações que mantêm crescimento monotônico da resistência com o aumento da sucção tendem a superestimar a contribuição da coesão aparente em faixas elevadas, enquanto modelos que incorporam mecanismos de transição apresentam melhor adaptação ao comportamento experimental. Esse padrão reforça que, em solos argilosos, a redução progressiva da área efetiva de atuação das forças capilares deve ser considerada explicitamente na formulação constitutiva.

### 5.2.2. Análise de solos arenosos

Para os solos finos, nenhum modelo se demonstrou inadequado pelo valor de  $R^2$ . Entretanto, para a areia úmida de Yungi e para a areia úmida de Seochang, a função de Bishop (1960) apresentou  $R^2 < 0,9$ . Já para a verificação pelo SMAPE:

- Para a areia úmida de Okchun e para a areia úmida de Chochiwon, aprova-se com bons resultados todos os modelos, com exceção de Fredlund (1978).
- Para a areia úmida de Yungi e para a areia úmida de Seochang, os modelos são considerados bons para os valores de SMAPE, exceto as funções de Bishop (1960), Fredlund et al. (1978), Cavalcante & Mascarenhas (2021) e a função unimodal de Sousa (2024).

Em resumo, têm-se que os modelos de Bao et al. (1998), van Genuchten (1980), Khalili & Khabbaz (1998), Vilar (2006), Sousa para solos bimodais (2024), e o modelo proposto passam por todas as verificações; os modelos de Bishop et al. (1960), Cavalcante & Mascarenhas (2021) e Sousa (2024), não atendem ao valor de SMAPE duas vezes e o modelo de Fredlund (1978) não atende ao valor de SMAPE para nenhum dos solos arenosos.

Na verificação da modalidade, para a areia úmida de Okchun, os valores idênticos de  $\delta_1$  e  $\delta_2$  no modelo de Sousa (2024) para solos bimodais indicam que se trata de um solo unimodal, com o mesmo comportamento visto nos modelos de Sousa (2024) e Cavalcante & Mascarenhas (2021). Para a areia úmida de Chochiwon, os valores distintos de  $\delta_1$  e  $\delta_2$  no modelo de Sousa (2024) para solos bimodais indicam que se trata de um solo bimodal, especialmente ao marcar um valor de  $R^2 = 1$ , associado à uma previsão perfeita. A areia úmida de Yungi e a Areia seca de Seochang apresentaram o mesmo comportamento, com  $R^2$  extremamente próximo de 1 para esse modelo.

Verifica-se valores de sucção de entrada de ar encontrados de  $10^0$ - $10^2$  kPa, sucção residual de  $10^2$ - $10^3$  kPa, e  $\delta$  de  $10^{-3}$  kPa<sup>-1</sup>. De acordo com as ordens de grandeza analisadas a partir de um bando de dados criado por Sousa (2024) para solos arenosos, a sucção de entrada de ar máxima para solos arenosos é de  $10^0$  kPa.

Os valores dos parâmetros de ajuste de van Genuchten (1980) classificam o solo como argila para a areia úmida de Okchun e como silte argiloso para a areia úmida de Chochiwon, areia úmida de Yungi e areia úmida de Seochang.

Nas Tabelas 5.6 a 5.9 são apresentadas as posições de cada modelo em relação a cada solo arenoso analisado. Nas Figuras 5.22 a 5.25 é visto da esquerda para a direita, os melhores modelos em função de  $R^2$  e SMAPE, respectivamente.

Tabela 5.6: Posição de resultados de  $R^2$  de cada modelo para a areia úmida de Okchun – Lee et al (2003)

Posição	Modelo	$R^2$	SMAPE (%)
1º	Bishop (1960)	0,9990	2,50
2º	Sousa (2024)	0,9987	2,89
2º	Cavalcante & Mascarenhas (2021)	0,9987	2,89
2º	Sousa (2024) – Bimodal	0,9987	2,89
3º	Van Genuchten (1980)	0,9981	3,91
4º	Vilar (2026)	0,9970	3,62
5º	Bao et al. (1998)	0,9972	4,70
6º	Khalili and Khabbaz (1998)	0,9944	6,22
7º	Modelo proposto	0,9931	6,90
8º	Fredlund et al. (1978)	0,9724	16,09

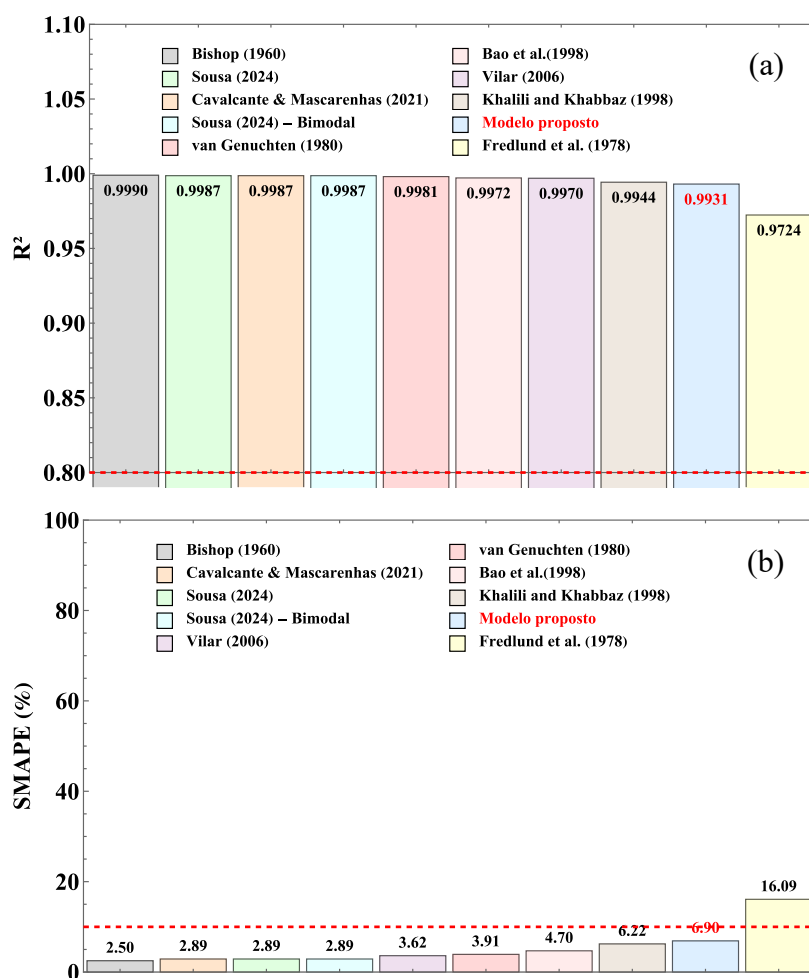
Figura 5.21: Comparação entre os resultados de (a)  $R^2$  e (b) SMAPE para a areia úmida de Okchun – Lee et al (2003)

Tabela 5.7: Posição de resultados de  $R^2$  de cada modelo para a areia úmida de Chochiwon – Lee et al (2003)

Posição	Modelo	$R^2$	SMAPE (%)
1º	Sousa (2024) – Bimodal	1,0000	0,61
2º	Bao et al. (1998)	0,9998	1,36
3º	Van Genuchten (1980)	0,9997	1,62
4º	Vilar (2026)	0,9987	3,83
5º	Modelo proposto	0,9972	5,10
6º	Sousa (2024)	0,9950	6,54
6º	Cavalcante & Mascarenhas (2021)	0,9950	6,54
7º	Khalili and Khabbaz (1998)	0,9901	9,15
8º	Bishop (1960)	0,9884	8,97
9º	Fredlund et al. (1978)	0,9861	12,70

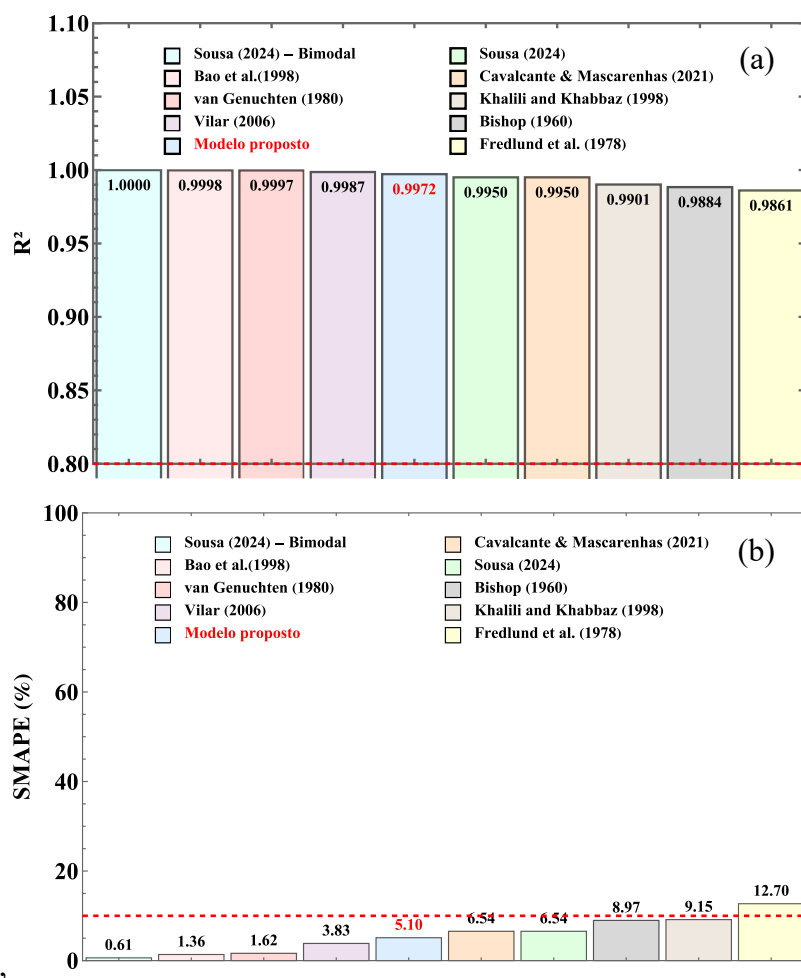


Figura 5.22: Comparação entre os resultados de (a)  $R^2$  e (b) SMAPE para a areia úmida de Chochiwon – Lee et al (2003)

Tabela 5.8: Posição de resultados de  $R^2$  de cada modelo para areia úmida de Yungi – Lee et al (2003)

Posição	Modelo	$R^2$	SMAPE (%)
1º	Sousa (2024) – Bimodal	0,9962	5,38
2º	Van Genuchten (1980)	0,9949	6,18
3º	Vilar (2026)	0,9944	6,63
4º	Bao et al. (1998)	0,9938	6,05
5º	Khalili and Khabbaz (1998)	0,9938	6,50
6º	Modelo proposto	0,9901	8,17
7º	Sousa (2024)	0,9661	13,84
7º	Cavalcante & Mascarenhas (2021)	0,9661	13,84
8º	Fredlund et al. (1978)	0,9414	23,26
9º	Bishop (1960)	0,8618	23,12

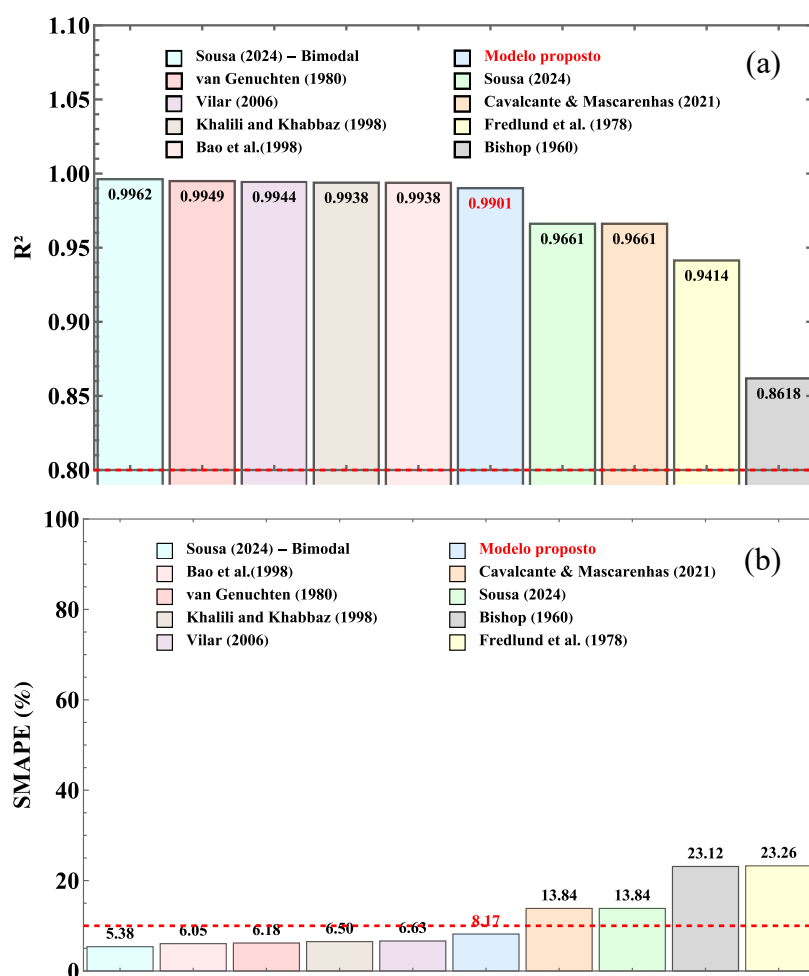
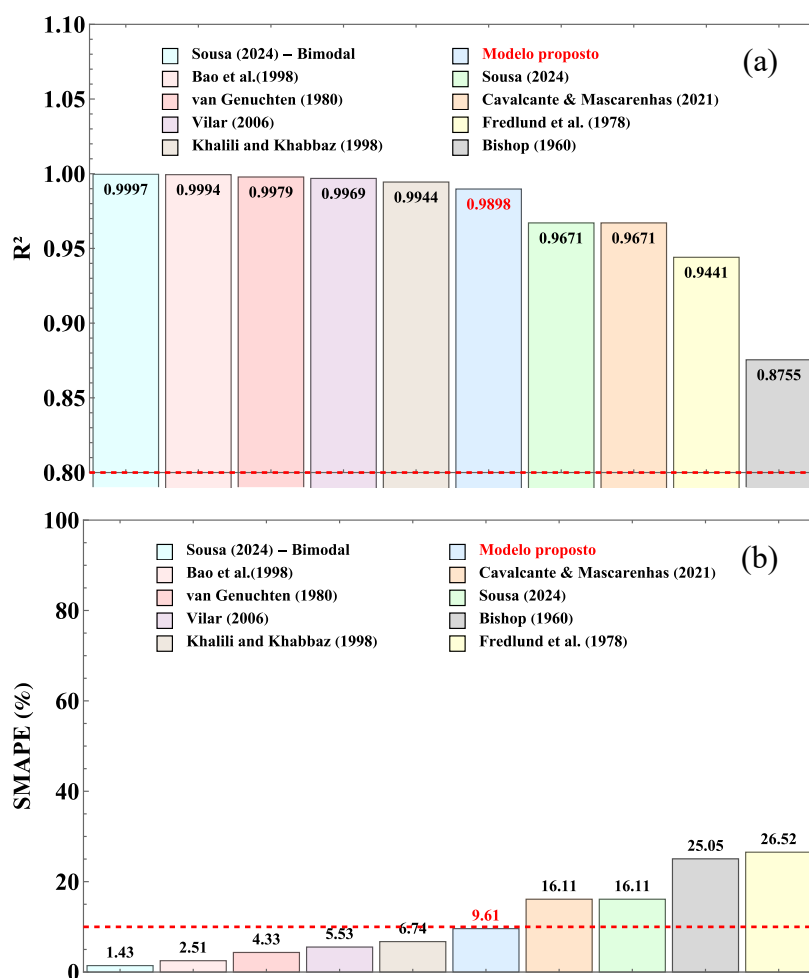
Figura 5.23: Comparação entre os resultados de (a)  $R^2$  e (b) SMAPE para a areia úmida de Yungi – Lee et al (2003)

Tabela 5.9: Posição de resultados de  $R^2$  de cada modelo para areia úmida de Seochang – Lee et al (2003)

Posição	Modelo	$R^2$	SMAPE (%)
1º	Sousa (2024) – Bimodal	0,9997	1,43
2º	Bao et al. (1998)	0,9994	2,51
3º	Van Genuchten (1980)	0,9979	4,33
4º	Vilar (2026)	0,9969	5,53
5º	Khalili and Khabbaz (1998)	0,9944	6,74
6º	Modelo proposto	0,9898	9,61
7º	Sousa (2024)	0,9671	16,11
7º	Cavalcante & Mascarenhas (2021)	0,9671	16,11
8º	Fredlund et al. (1978)	0,9441	26,52
9º	Bishop (1960)	0,8755	25,05

Figura 5.24: Comparação entre os resultados de (a)  $R^2$  e (b) SMAPE para a areia úmida de Seochang – Lee et al (2003)

O modelo bimodal de Sousa (2024) teve melhor resultado para três solos, chegando a apresentar uma previsão perfeita de  $R^2 = 1$ , e Bishop (1960) para um solo. Destaca-se a adesão de Bishop (1960) com  $R^2$  de 0,9990 e o desempenho próximo de Sousa (2024) e Cavalcante & Mascarenhas (2021) para a areia úmida de Okchun. A Figura 5.18 apresenta as melhores curvas para casa solo:

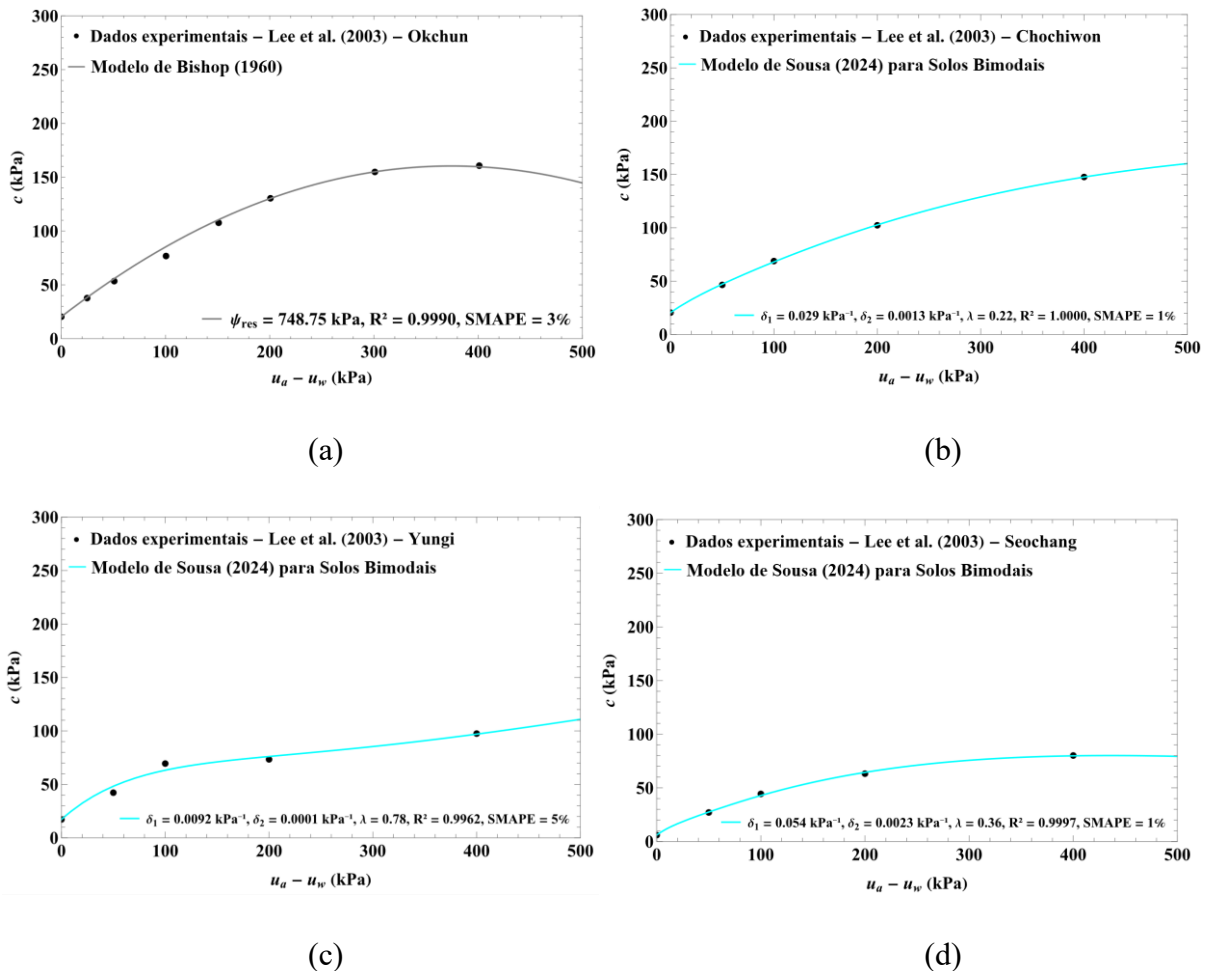


Figura 5.25: Melhor resultado de (a) areia úmida de Okchun, (b) areia úmida de Chochiwon, (c) areia úmida de Yungi e (d) areia úmida de Seochang - Lee et al. (2003).

Destaca-se o modelo de Fredlund et al. (1978) como o pior modelo para seis testes e Bishop (1960) em dois testes. Os piores resultados são apresentados na Figura 5.26:

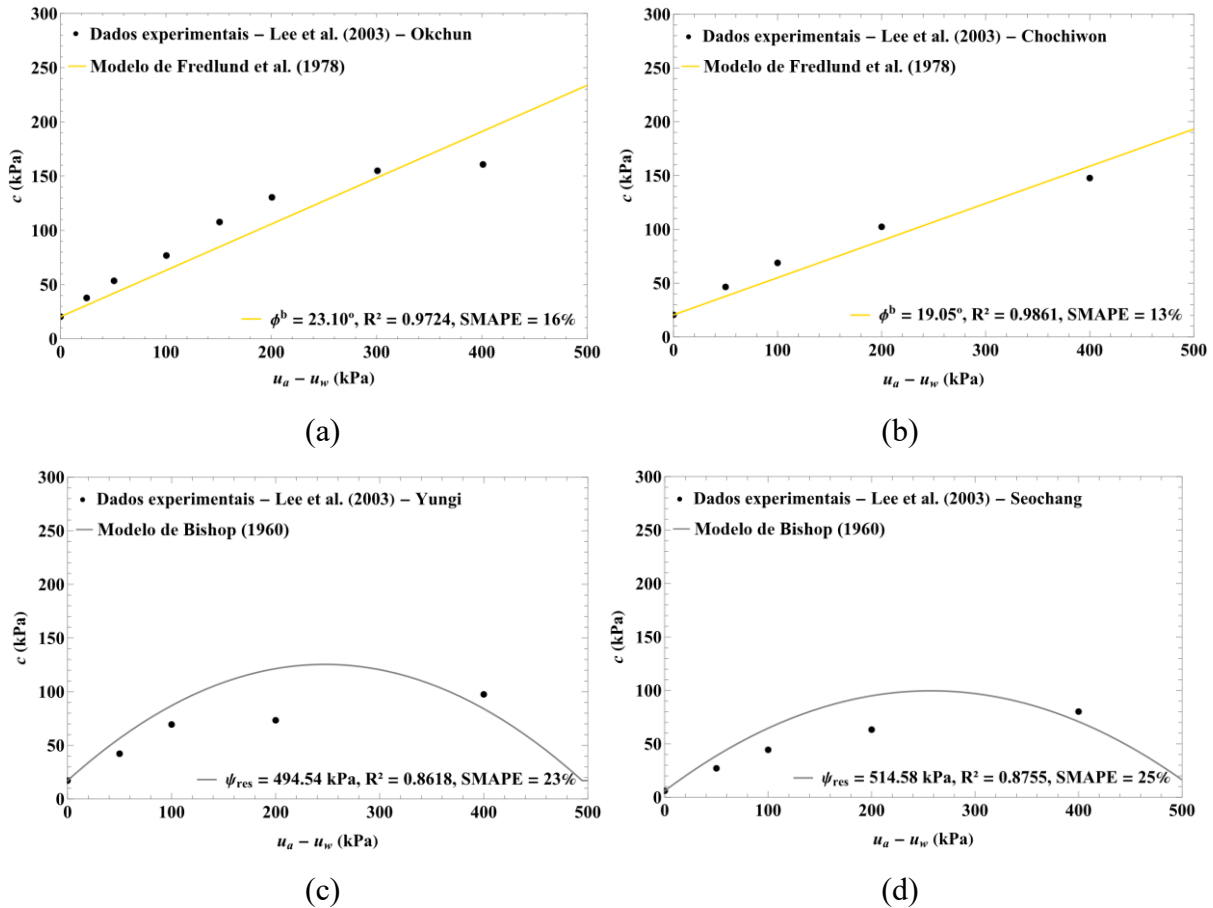


Figura 5.26: Pior resultado de (a) areia úmida de Okchun, (b) areia úmida de Chochiwon, (c) areia úmida de Yungi e (d) areia úmida de Seochang - Lee et al. (2003).

Os demais gráficos e parâmetros individuais dos solos arenosos para todos os modelos estudados podem ser conferidos no APÊNDICE B.

A média dos resultados para solos arenosos é apresentado na Figura 5.27, marcando as posições de cada modelo para os solos arenosos estudados. Aponta-se que o modelo proposto teve média na sexta posição, mostrando ter resultados razoáveis para solos arenosos, à frente dos modelos de Cavalcante & Mascarenhas (2021) e Sousa (2024).

Tabela 5.10: Posição da média de resultados de  $R^2$  de cada modelo para solos arenosos

Posição	Modelo	$R^2$	SMAPE (%)
1º	Sousa (2024) – Bimodal	0,9987	2,58
2º	Bao et al. (1998)	0,9976	3,66
3º	Van Genuchten (1980)	0,9977	4,01
4º	Vilar (2026)	0,9968	4,90
5º	Khalili and Khabbaz (1998)	0,9932	7,15
6º	Modelo proposto	0,9926	7,45
7º	Sousa (2024)	0,9817	9,85
7º	Cavalcante & Mascarenhas (2021)	0,9817	9,85
8º	Fredlund et al. (1978)	0,9610	19,64
9º	Bishop (1960)	0,9312	14,91

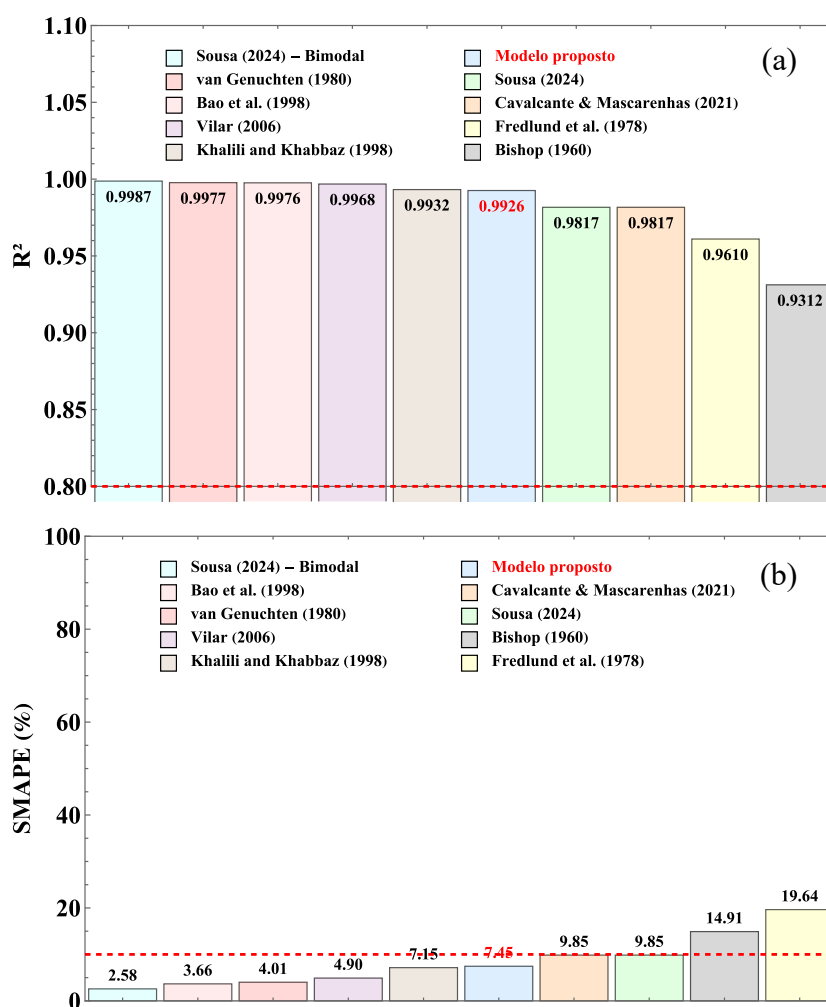


Figura 5.27: Comparação entre os resultados de (a)  $R^2$  e (b) SMAPE dos modelos, organizados do melhor para o pior resultado para a média dos valores dos solos arenosos.

Diferentemente dos solos finos, os solos arenosos apresentaram maior sensibilidade à correta identificação da sucção de entrada de ar. Em materiais com estrutura predominantemente macroporosa, a transição entre regime saturado e parcialmente saturado ocorre de forma mais abrupta, o que penaliza modelos excessivamente suavizados ou dependentes exclusivamente da forma global da curva de retenção. Modelos que capturam adequadamente a mudança do estado de saturação tendem a apresentar melhor desempenho estatístico, sugerindo que, para solos arenosos, a representação da transição inicial é mais determinante que o comportamento na zona residual.

Os resultados demonstram que o desempenho dos modelos está associado à coerência física com os mecanismos hidromecânicos que governam a resistência não saturada. Funções excessivamente parametrizadas nem sempre resultaram em melhor desempenho, indicando que simplicidade estrutural aliada à interpretação física consistente pode representar melhor aplicação. Reforça-se a importância de avaliações críticas que considerem desempenho estatístico e fundamentação conceitual.

## 6. CONCLUSÕES

Esta dissertação teve como objetivo avaliar criticamente modelos empregados na previsão da resistência ao cisalhamento de solos não saturados, com ênfase na forma como diferentes abordagens incorporam os efeitos da sucção matricial. Para isso, foram analisados modelos associados a curvas de retenção unimodais e multimodais, além da proposição de uma formulação bilinear baseada no modelo de Fredlund et al. (1978) e nas pesquisas de Gan et al. (1988) e Bastos (1999).

Observa-se que o desempenho dos modelos não está necessariamente associado à sua complexidade matemática, mas à coerência estrutural com os mecanismos hidromecânicos que governam a resistência não saturada. Modelos que representam adequadamente a transição entre regimes de sucção tendem a apresentar maior estabilidade preditiva, o que corrobora que a interpretação física dos parâmetros é tão relevante quanto o ajuste estatístico obtido.

Os resultados evidenciam que, embora os modelos clássicos apresentem boa aderência em determinados intervalos de sucção, seu desempenho não é uniforme e depende diretamente da distribuição de poros e do tipo de solo analisado. Com base na classificação proposta por Gao et al. (2020) quanto aos comportamentos típicos de resistência com o aumento da sucção para solos arenosos, siltosos e argilosos, a análise paramétrica indica que alguns modelos tendem a se ajustar melhor a determinados materiais: Bishop (1960), Bao et al. (1998), Sousa (2024) e Cavalcante e Mascarenhas (2021) apresentaram melhor desempenho em solos arenosos; Vilar (2006) mostrou-se mais consistente para solos argilosos; enquanto Bishop (1960) adaptado à função de retenção de van Genuchten (1980) apresentou comportamento estável em diferentes tipos de solo.

A análise paramétrica evidenciou ainda que a não linearidade da envoltória em relação à sucção não decorre apenas da forma da curva de retenção, mas também da maneira como cada modelo relaciona a variável de estado (teor de umidade, ângulo de atrito relativo, sucção normalizada ou função exponencial) à tensão efetiva.

Apesar da classificação proposta por Gao et al. (2020) fornecer uma organização conceitual útil para interpretar a relação entre resistência ao cisalhamento, coesão não saturada e sucção matricial, os resultados obtidos no banco de dados desta pesquisa indicam que tais comportamentos não foram completamente observados, podendo ser decorrente da limitação dos dados disponíveis. A pequena faixa de sucção experimental influenciou a percepção do

comportamento pós-pico, limitando a identificação de eventuais reduções acentuadas ou estabilizações da resistência.

Observa-se que a adequação de um modelo pode variar mesmo entre solos de mesma classificação. Dois solos arenosos, por exemplo, foram bem representados pelo modelo bimodal de Sousa (2024), ao passo que a versão unimodal do mesmo autor não apresentou desempenho satisfatório. Esse resultado reforça que a escolha do modelo deve considerar não apenas a classe textural, mas também a estrutura de poros e o domínio de sucção analisado.

De modo geral, os resultados indicam que não há um modelo universalmente superior para todos os tipos de solo. No conjunto de amostras determinado, os melhores modelos de desempenho individual seriam Bao et al. (1998), van Genuchten (1980) e Khalili & Khabbaz (1998). Já para solos arenosos, os modelos de Bishop (1960) e bimodal de Sousa (2024). Considerando o valor médio dos métodos de regressão, destaca-se Bao et al. (1998), van Genuchten (1980), bimodal de Sousa (2024) e o modelo bilinear estando entre os três mais bem colocados para solos finos e arenosos.

A proposta bilinear mostrou-se capaz de representar adequadamente a mudança de regime associada à sucção de entrada de ar, mantendo simplicidade matemática e interpretação física direta. Em termos estatísticos, apresentou desempenho competitivo quando comparada aos modelos consolidados, com valores de SMAPE e  $R^2$  compatíveis com os melhores ajustes obtidos. Sua principal vantagem reside na separação explícita entre o trecho governado por Mohr–Coulomb efetivo e o trecho controlado por  $\phi^b$ , o que facilita a análise de sensibilidade e a identificação de parâmetros com significado físico claro, sem a necessidade de ter conhecido completamente a curva de retenção.

O modelo bilinear proposto demonstrou que a representação segmentada da contribuição da sucção pode capturar adequadamente o comportamento experimental sem a necessidade de parametrizações excessivas. Esse resultado sugere que abordagens com fundamentação física clara e número reduzido de parâmetros podem oferecer uma boa alternativa para aplicações de Geotecnia, especialmente em situações em que a curva de retenção completa não esteja disponível.

Embora o modelo de Bishop (1960), para um dos solos analisados, tenha o melhor desempenho preditivo, ele também se destacou juntamente com o modelo de Fredlund et al. (1978), por registrar alguns dos maiores valores de SMAPE, ultrapassando a premissa ideal de 10% de Chicco et al. (2021). Esse comportamento evidencia que, apesar de sua relevância

histórica, tais formulações podem apresentar limitações quando avaliadas sob métricas estatísticas mais sensíveis à magnitude relativa dos erros, o que explica a redução de sua aplicação em estudos mais recentes.

Como contribuição, esta dissertação sistematiza a comparação entre diferentes formulações da coesão não saturada sob um mesmo conjunto de dados e critérios estatísticos, além de discutir criticamente o impacto da curva de retenção na previsão da resistência. De certo modo, todos os modelos foram satisfatórios para os solos avaliados.

Ressalta-se, contudo, que a presente análise foi desenvolvida com base em dados experimentais limitados quanto à variabilidade natural dos solos e à influência de trajetórias de carregamento distintas. Além disso, não foram considerados efeitos associados à histerese hidráulica ou ao acoplamento hidromecânico sob condições transientes. No caso da histerese, para um mesmo valor de sucção, o solo pode apresentar diferentes estados de saturação conforme esteja em processo de secagem ou umedecimento, resultando em diferentes valores de resistência ao cisalhamento. Já em condições transientes, o acoplamento hidromecânico faz com que variações de sucção, deformações volumétricas e redistribuição de água ocorram simultaneamente. Como consequência, a curva de resistência não é adequadamente representada por modelos que assumem estado estacionário ou desacoplamento entre os fenômenos. Esses aspectos representam limitações inerentes ao escopo do estudo e devem ser investigados em pesquisas futuras.

### **6.1. Sugestão de estudos futuros**

Com base nas limitações identificadas ao longo das análises e considerando as possibilidades de aprofundamento teórico e experimental do tema, apresenta-se sugestões de continuidade da pesquisa:

- Expansão do banco de dados com inclusão de solos tropicais lateríticos e saprolíticos, ainda pouco representados em bases clássicas.
- Consolidação de uma base padronizada contendo simultaneamente SWCC e ensaios de resistência ao cisalhamento para o mesmo solo, reduzindo inconsistências experimentais.
- Avaliação do efeito da variabilidade experimental (dispersão entre laboratórios) no desempenho estatístico dos modelos.

- Investigação da continuidade matemática entre os trechos do modelo bilinear, avaliando possíveis formulações suavizadas.
- Inclusão explícita da histerese (ciclos de secagem e umedecimento).
- Análise de sensibilidade global (por exemplo, por Monte Carlo) para quantificar a influência relativa dos parâmetros.
- Estudo da propagação de incertezas paramétricas nas curvas de resistência previstas.
- Implementação dos modelos estudados em análises de estabilidade de taludes não saturados.
- Exploração de técnicas de aprendizado de máquina para estimar parâmetros constitutivos.

De maneira geral, esta pesquisa contribui para o avanço da compreensão comparativa dos modelos de resistência não saturada, evidenciando que a escolha da formulação constitutiva deve considerar simultaneamente desempenho estatístico, coerência física e aplicabilidade prática. A análise desenvolvida reforça a importância da consolidação de modelos destinados a projetos geotécnicos em que variações de sucção desempenham papel determinante na estabilidade das estruturas de terra.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Araujo, A.G.; Souza, J.C.; Alves, E.C.; Silva, I.L.A. & Correchel, V.: (2017). Aplicação de modelos de ajustes de curvas características solo-água em solos tropicais. *Revista Mirante*, volume 10(5), pp. 50–61.
- Armstrong, J.S.: (1985). *Long-range forecasting: from crystal ball to computer*. Hoboken: John Wiley and Sons.
- Armstrong, J.S. & Collopy, F.: (1992). Error measures for generalizing about forecasting methods: empirical comparisons. *International Journal of Forecasting*, volume 8, pp. 69–80.
- Azevedo, M.M.: (2016). *Performance of geotextiles with enhanced drainage*. PhD Thesis, Department of Civil Engineering, The University of Texas, Austin.
- Bao, C.; Gong, B. & Zhan, L.: (1998). Properties of unsaturated soils and slope stability of expansive soils. In: *Proceedings of the 2nd International Conference on Unsaturated Soils (UNSAT'98)*, Beijing, volume 1, pp. 71–98.
- Bastos, C. A. B.: (1999). *Estudo geotécnico sobre a erodibilidade de solos residuais não saturados*. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Versão digital: Rio Grande, 2004.
- Bishop, A.W.: (1959). The principle of effective stress. *Teknisk Ukeblad*, volume 106, pp. 859–863.
- Bishop, A.W.; Alpan, I.; Blight, G.E. & Donald, I.B.: (1960). Factors controlling the strength of partly saturated cohesive soils. In: *Research Conference on Shear Strength of Cohesive Soils*. Boulder: ASCE, pp. 503–532.
- Brooks, R.H. & Corey, A.T.: (1964). Hydraulic properties of porous media. *Hydrology Papers*, number 3, pp. 1–27.
- Cavalcante, A.L.B. & Mascarenhas, P.V.S.: (2021). *Efficient approach in modeling the shear strength of unsaturated soil using soil water retention curve*. Cham: Springer-Verlag.
- Cavalcante, A.L.B. & Zornberg, J.G.: (2017). Efficient approach to solving transient unsaturated flow problems I: Analytical solutions. *International Journal of Geomechanics*. DOI: 10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0000875.
- Chen, Z.H.; Xie, D.Y. & Wang, Y.S.: (1994). Effective stress in unsaturated soils. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, volume 16, pp. 62–69.
- Chicco, D.; Warrens, M.J. & Jurman, G.: (2021). The coefficient of determination  $R^2$  is more informative than SMAPE, MAE, MAPE, MSE and RMSE in regression analysis evaluation. *PeerJ Computer Science*, volume 7, e623.
- Costa, M.B.A. & Cavalcante, A.L.B.: (2021). Bimodal soil-water retention curve and k-function model using linear superposition. *International Journal of Geomechanics*, volume 21(7).
- Cui, Y.J. & Delage, P.: (1993). On the elasto-plastic behaviour of an unsaturated silt. *ASCE Geotechnical Special Publication*, number 39, pp. 115–126.

- De Campos, T.M.P. & Carrillo, C.W.: (1995). Direct shear testing on an unsaturated soil from Rio de Janeiro. In: Proceedings of the 1st International Conference on Unsaturated Soils, Paris, volume 1, pp. 31–38.
- De Myttenaere, A.; Golden, B.; Le Grand, B. & Rossi, F.: (2016). Mean absolute percentage error for regression models. *Neurocomputing*, volume 192, pp. 38–48.
- Diniz, M. S. (2019). Modelagem regional do fluxo de contaminantes inorgânicos sob as condições não saturada e transiente aplicada ao Aterro Controlado do Jôquei Clube de Brasília/DF. Publicação G.DM-333/2019, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 126p.
- Durner, W.: (1994). Hydraulic conductivity estimation for soils with heterogeneous pore structure. *Water Resources Research*, volume 30, pp. 211–233.
- Eeckhaut, M. van den: (2012). Landslide inventories in Europe and policy recommendations for their interoperability and harmonisation. Italy.
- Ellis, R.P.; Hsu, H.E.; Siracuse, J.J. et al.: (2022). Development and assessment of a new framework for disease surveillance, prediction, and risk adjustment. *JAMA Health Forum*, volume 3(3), e220276.
- Elsawy, M. B. D.; Alsharekh, M. F.; Shaban, M. (2022). Modeling undrained shear strength of sensitive alluvial soft clay using machine learning approach. *Applied Sciences*, v. 12, p. 10177. DOI: <https://doi.org/10.3390/app121910177>
- Escario, V.: (1988). Formulae for the shear strength envelope of partially saturated soils. Report 68, Ingeniería Civil, CEDEX, Madrid, Spain.
- Ferreira, K.S.M.: (2017). Análise hidromecânica de um talude rodoviário composto por solo residual no trecho de Serra do Mar da BR-376/PR. Undergraduate Final Project, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- Feuerharmel, C.: (2007). Estudo da resistência ao cisalhamento e da condutividade hidráulica de solos coluvionares não saturados da Formação Serra Geral. PhD Thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Flores, B.E.: (1986). A pragmatic view of accuracy measurement in forecasting. *Omega*, volume 14(2), pp. 93–98.
- Fredlund, D.G. & Morgenstern, N.R.: (1977). Stress state variables for unsaturated soils. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, volume 103(GT5), pp. 447–466.
- Fredlund, D.G.; Morgenstern, N.R. & Widger, R.A.: (1978). The shear strength of unsaturated soils. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 15(3), pp. 313–321.
- Fredlund, D.G. & Rahardjo, H.: (1993a). Introduction to unsaturated soil mechanics. In: *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*. New York: John Wiley and Sons, Chapter 1.
- Fredlund, D.G. & Rahardjo, H.: (1993b). Shear strength theory. In: *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*. New York: John Wiley and Sons, pp. 217–258.
- Fredlund, D.G. & Rahardjo, H.: (1993c). Stress state variables. In: *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*. New York: John Wiley and Sons, Chapter 6.
- Fredlund, D.G. & Rahardjo, H.: (1995). *Soil mechanics for unsaturated soils*. New York: John Wiley and Sons.

- Fredlund, D.G. & Xing, A.: (1994). Equations for the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 31(4), pp. 521–532.
- Fredlund, D.G.; Vanapalli, S.K.; Xing, A.; Pufahl, D.E.: (1995). Predicting the shear strength function for unsaturated soils using the soil–water characteristic curve. In: *International Conference on Unsaturated Soils, 1., Paris. Proceedings...*, Paris: Alonso and Delage eds., 1995. v.1, p.63–69.
- Fredlund, D.G.; Xing, A.; Fredlund, M.D. & Barbour, S.L.: (1996). The relationship of the unsaturated soil shear strength to the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 33(3), pp. 440–448.
- Gan, J.K.M.; Fredlund, D.G. & Rahardjo, H.: (1988). Determination of the shear strength parameters of an unsaturated soil using the direct shear test. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 25, pp. 500–510.
- Gan, J.K.M.; Fredlund, D.G.: (1996). Shear strength characteristics of two saprolitic soils. *Canadian Geotechnical Journal*, v.33, n.4, p.595–609.
- Gao, J.: (2024). R-squared ( $R^2$ ): how much variation is explained? *Research Methods in Medicine and Health Sciences*, volume 5(4), pp. 104–109.
- Gao, Y.; Sun, D.A.; Zhou, A. & Li, J.: (2020). Predicting shear strength of unsaturated soils over wide suction range. *International Journal of Geomechanics*.
- Huang, F.; Zhuo, L. & Zhang, K.: (2022). A study on the shear strength characteristic of unsaturated red clay. *World Journal of Engineering and Technology*, volume 10(4).
- Karube, D.: (1988). New concept of effective stress in unsaturated soil and its proving test. In: *Advanced Triaxial Testing of Soil and Rock*. Philadelphia: ASTM STP 977.
- Khalili, N. & Khabbaz, M.H.: (1998). A unique relationship for the determination of the shear strength of unsaturated soils. *Géotechnique*, volume 48, pp. 681–687.
- Khalili, N.; Geiser, F. & Blight, G.E.: (2004). Effective stress in unsaturated soils: review with new evidence. *International Journal of Geomechanics*, volume 4, pp. 115–126.
- Kosugi, K.: (1994). Three-parameter lognormal distribution model for soil water retention. *Water Resources Research*, volume 30(4), pp. 891–901.
- Lambe, T.W. & Whitman, R.V.: (1969). *Soil mechanics*. New York: John Wiley and Sons.
- Lee, S.; Lee, S. & Kim, Y.: (2003). An approach to estimate unsaturated shear strength using artificial neural network and hyperbolic formulation. *Computers and Geotechnics*, volume 30(6), pp. 489–503.
- Lemes, M.R.T.: (2001). *Revisão dos efeitos da vegetação em taludes*. Master's Dissertation, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- Liu, S. et al.: (2013). Bimodal and multimodal descriptions of soil-water characteristic curves for structural soils. *Water Science and Technology*, volume 67(8), pp. 1740–1747.
- Lu, N.; Godt, J.W. & Wu, D.T.: (2010). A closed-form equation for effective stress in unsaturated soil. *Water Resources Research*, volume 46.
- Lu, N. & William, J.L.: (2004). State of stress. In: *Unsaturated Soil Mechanics*. Hoboken: John Wiley and Sons, pp. 173–218.

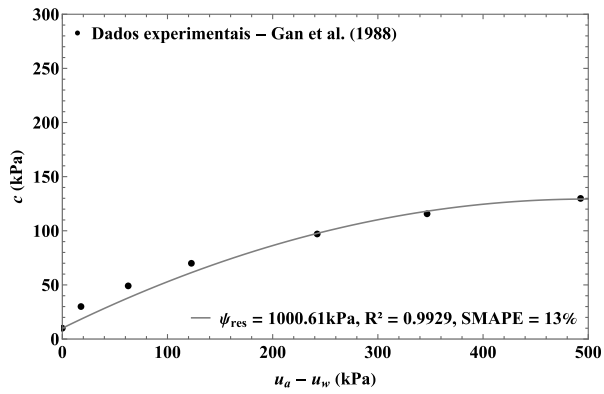
- Machado, S.L. & Vilar, O.M.: (1998). Shear strength of unsaturated soil: laboratory tests and predicting equations. *Solos e Rochas*, volume 21(2), pp. 65–78.
- Makridakis, S.: (1993). Accuracy measures: theoretical and practical concerns. *International Journal of Forecasting*, volume 9(4), pp. 527–529.
- Mascarenhas, P.V.S.: (2018). Modelagem fracionária do fluxo de água em meio poroso não saturado. Master's Dissertation, Universidade de Brasília, Brasília.
- Mascarenhas, P.V.S. (2022). Risco de Ruptura de Encosta Causada por Chuva com Consequência para Oleodutos e Gasodutos na Serra do Mar Implementando a Análise não Saturada, Transiente e Fracionária. Tese de Doutorado, Publicação G.DM-170/2022, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 188 p.
- Miao, L.; Yin, Z. & Liu, S.: (2001). Empirical function representing the shear strength of unsaturated soils. *Geotechnical Testing Journal*, ASTM, volume 24(2), pp. 220–223.
- Naghadeh, R.A. & Toker, N.K.: (2019) Exponential equation for predicting shear strength envelope of unsaturated soils. *Int J Geomech* 19(7):04019061. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GM.1943-5622.0001435](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GM.1943-5622.0001435)
- Nguyen, H.-H.-D.; Nguyen, T.-N.; Phan, T.-A.-T.; Huynh, N.-T.; Huynh, Q.-D.; Trieu, T.-T. (2025). Explainable artificial intelligence model for the prediction of undrained shear strength. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, v. 15, p. 100578. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.taml.2025.100578>
- Nuth, M. & Laloui, L.: (2008). Effective stress concept in unsaturated soils: clarification and validation of a unified framework. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, volume 32, pp. 771–801.
- Öberg, A. & Sällfors, G.: (1997). Determination of shear strength parameters of unsaturated silts and sands based on the water retention curve. *ASTM Geotechnical Testing Journal*, volume 20(1).
- Othmer, H.; Diekkrüger, B. & Kutilek, M.: (1991). Bimodal porosity and unsaturated hydraulic conductivity. *Soil Science*, volume 152, pp. 139–149.
- Petley, D.: (2012). Global patterns of loss of life from landslides. *Geology*, volume 40(10), pp. 927–930.
- Pham, T. A. & Sutman, M.: (2022). Disturbed state concept and non-isothermal shear strength model for unsaturated soils. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, v. 81, p. 202. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10064-022-02688-x>.
- Queiroz, A.C.G.: (2015). Estudo do comportamento microestrutural de solos tropicais compactados. PhD Thesis, Universidade de Brasília, Brasília.
- Rojas, K.R.C.: (2017). Estudo dos deslizamentos superficiais deflagrados por chuvas implementando a análise não saturada e transiente em escala regional. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 90 p.
- Röhm, S.A. & Vilar, O.M.: (1995). Shear strength of an unsaturated sandy soil. In: *Proceedings of the 1st International Conference on Unsaturated Soils*, Paris, volume 1, pp. 31–38.
- Ryu, C.H.: (1997). Characteristics of permeability and strength for unsaturated granite weathered soils. PhD Thesis, Dongguk University, South Korea.

- Santos, B.A.: (2017). Avaliação de ruptura de solos não saturados: estudo do escorregamento do Morro do Águia, Salvador, BA. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 160 p.
- Satija, B.S.: (1978). Shear behaviour of partly saturated soils. PhD Thesis, Indian Institute of Technology, Delhi.
- Satyanaga, A.; Bairakhmetov, N.; Moon, J.R.K. & Moon, S.W.: (2022). Role of bimodal water retention curve on the unsaturated shear strength. *Applied Sciences*, volume 12(3), p. 1266.
- Silva, F.C. et al.: (2020). Determinação da curva característica e a influência dos macro e microporos em um perfil de solo residual. *Geotecnia*, number 149, pp. 101–128.
- Soto, M.A.; Santos, E.P. & Kiang, C.H.: (2019). Avaliação da saturação efetiva ar-LNAPL em solos lateríticos com distribuição multimodal de tamanho de poros. *Águas Subterrâneas*, volume 33(1), pp. 102–108.
- Sousa, P.F.: (2024). Modelo constitutivo para a previsão da resistência ao cisalhamento não saturada usando a curva de retenção de água de solos uni e multimodais. PhD Thesis, Universidade de Brasília, Brasília.
- Sun, D.A.; Sheng, D.; Xiang, L. & Sloan, S.W.: (2008). Elastoplastic prediction of hydro-mechanical behaviour of unsaturated soils under undrained conditions. *Computers and Geotechnics*, volume 35, pp. 845–852.
- Teixeira, R.S. & Vilar, O.M.: (1997). Shear strength of an unsaturated compacted soil. In: *Proceedings of the 3rd Brazilian Symposium on Unsaturated Soils*, Rio de Janeiro, volume 1, pp. 161–169.
- Tekinsoy, M.A.; Kayadelen, C.; Keskin, M.S.; Soylemez, M.: (2004). An equation for predicting shear strength envelope with respect to matric suction. *Comput Geotech* 31(7):589–593. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2004.08.001>
- Terzaghi, K.: (1943). *Theoretical soil mechanics*. New York: John Wiley and Sons, 503 p.
- Tran, Q. A.; Ho, L. S.; Le, H. V.; Prakash, I.; Pham, B. T. (2022). Estimation of the undrained shear strength of sensitive clays using optimized inference intelligence system. *Neural Computing and Applications*, v. 34, p. 7835–7849. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00521-022-06891-5>
- Van Genuchten, M.T.: (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, volume 44(5), pp. 892–898.
- Vanapalli, S.K. & Fredlund, D.G.: (2000). Comparison of different procedures to predict unsaturated soil shear strength. In: *Unsaturated Soils for Asia*, pp. 195–209.
- Vanapalli, S.K.; Fredlund, D.G.; Pufahl, D.E. & Clifton, A.W.: (1996). Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 33(3), pp. 379–392.
- Vilar, O.M.: (2006). A simplified procedure to estimate the shear strength envelope of unsaturated soil. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 43(10), pp. 1088–1095.
- Willmott, C.J. & Matsuura, K.: (2005). Advantages of the mean absolute error over the root mean square error. *Climate Research*, volume 30(1), pp. 79–82.

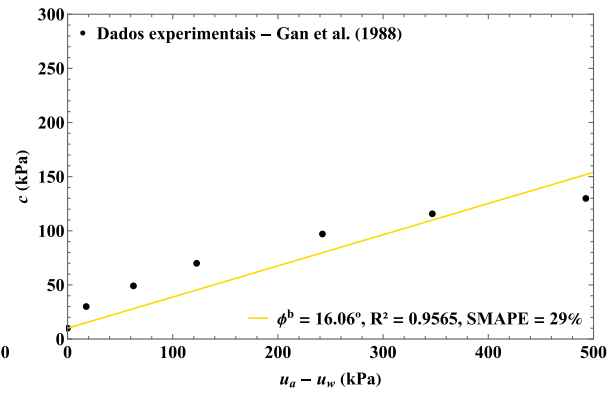
- Wright, S.: (1921). Correlation and causation. *Journal of Agricultural Research*, volume 20(7), pp. 557–585.
- Xu, Y.F.: (2004). Fractal approach to unsaturated shear strength. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, volume 130, pp. 264–273.
- Xu, Y. & Cao, L.: (2015). Fractal representation for effective stress of unsaturated soils. *International Journal of Geomechanics*.
- Zhan, T.L.T. et al.: (2012). An analytical solution for rainfall infiltration into an unsaturated infinite slope and its application to slope stability analysis. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, volume 37(12), pp. 1737–1760.
- Zhang, L.M. & Li, X.: (2010). Microporosity structure of coarse granular soils. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, volume 136(10), pp. 1425–1436.
- Zhang, L.L.; Fredlund, D.G.; Fredlund, M.D. & Wilson, G.W.: (2014). Modeling the unsaturated soil zone in slope stability analysis. *Canadian Geotechnical Journal*, volume 51(12), pp. 1384–1398.

## APÊNDICE A – SOLOS FINOS

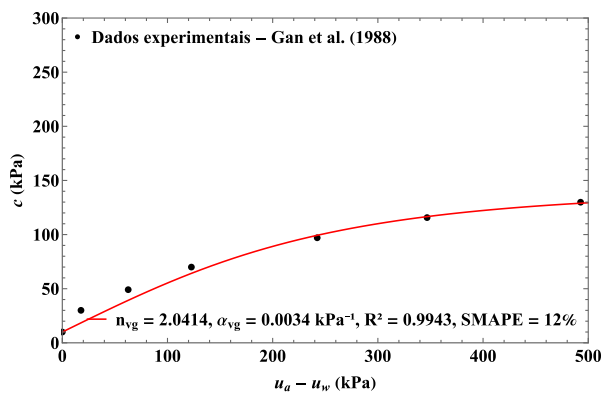
As Figuras A.1 a A.4 apresentam os resultados dos comportamentos dos modelos graficamente para os solos finos. Mais detalhes dos valores individuais de cada parâmetro podem ser conferidos nas Tabelas A.1 a A.4.



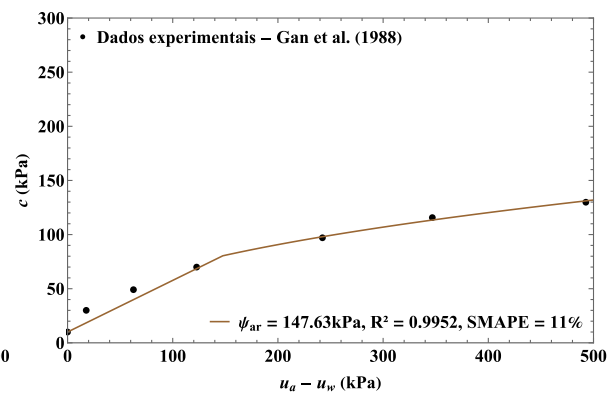
(a)



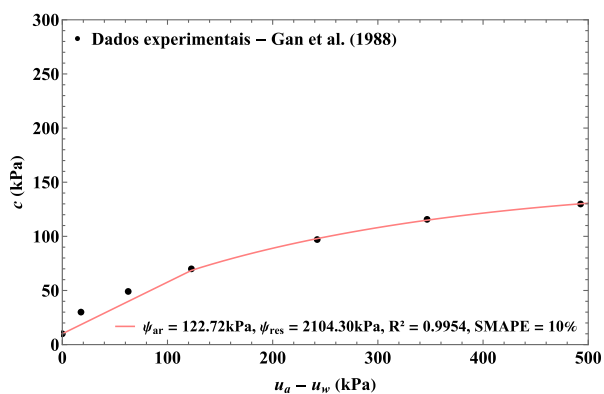
(b)



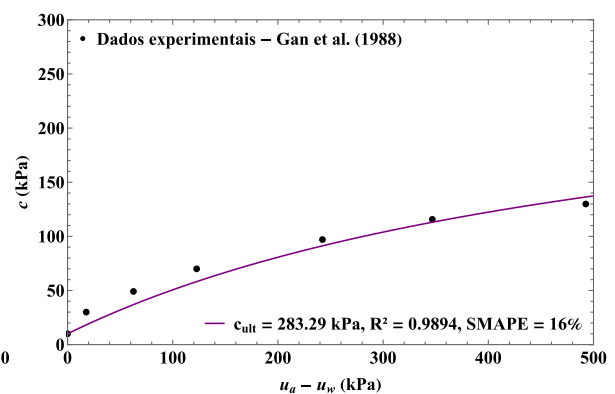
(c)



(d)



(e)



(f)

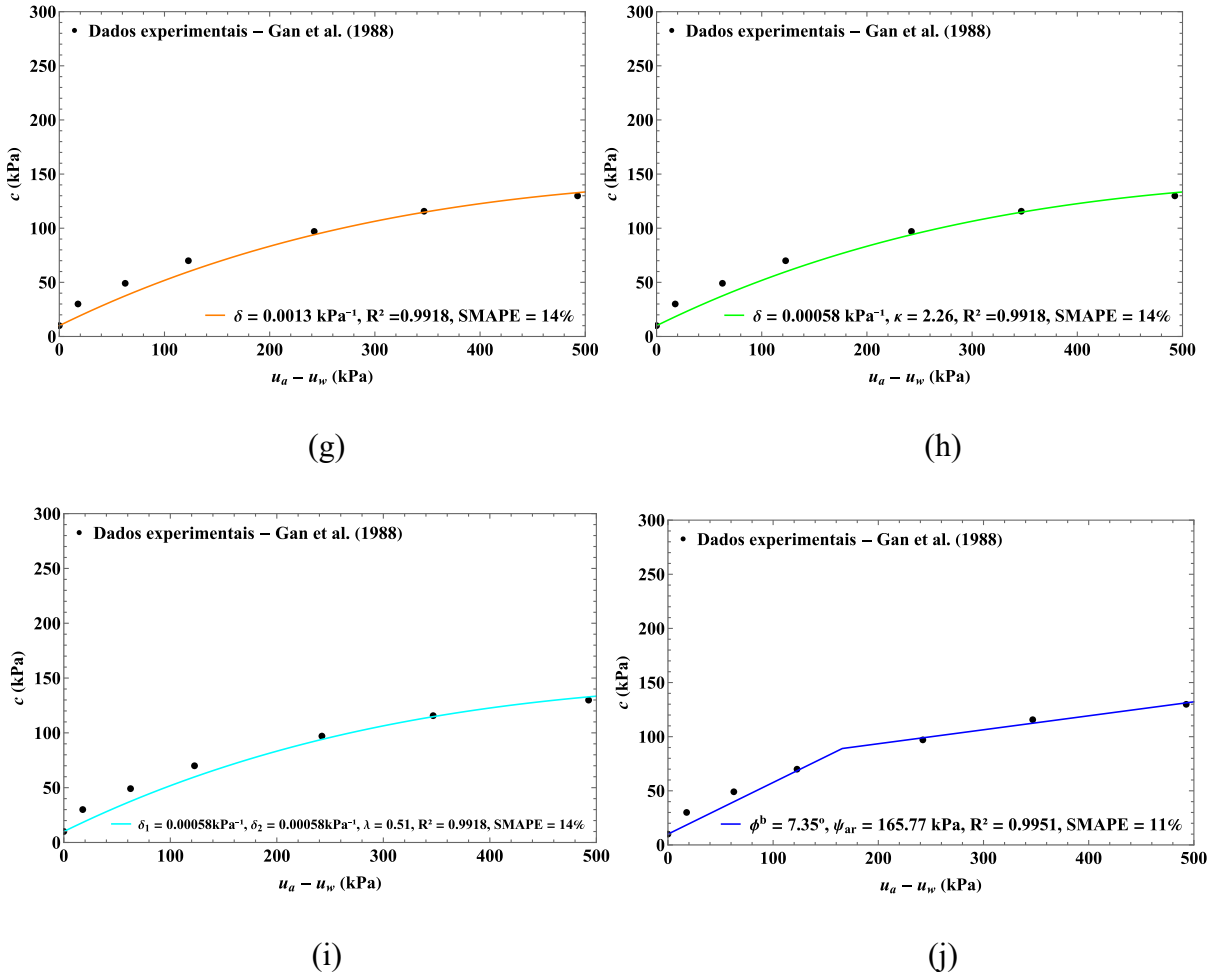
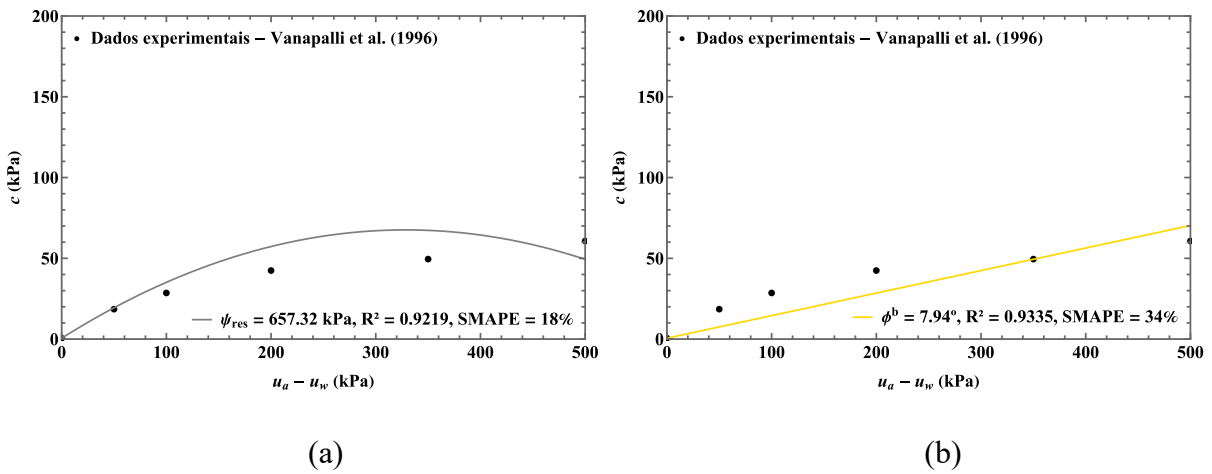
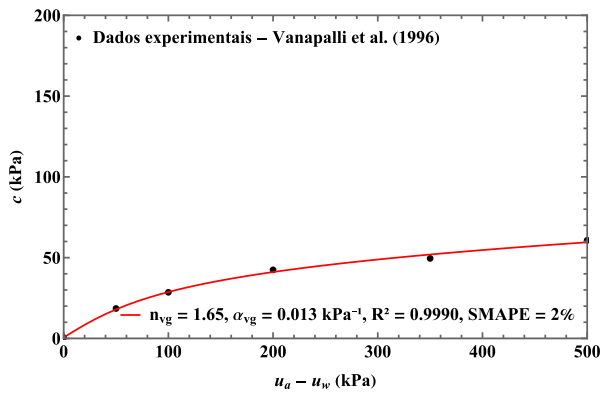
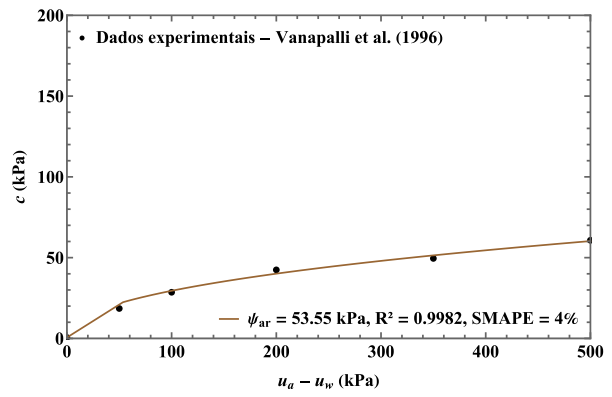


Figura A.1: Curvas de coesão não saturada obtidas para o solo Till glacial - Gan et al. (1988) pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa para solos bimodais (2024), (j) proposta desta pesquisa.

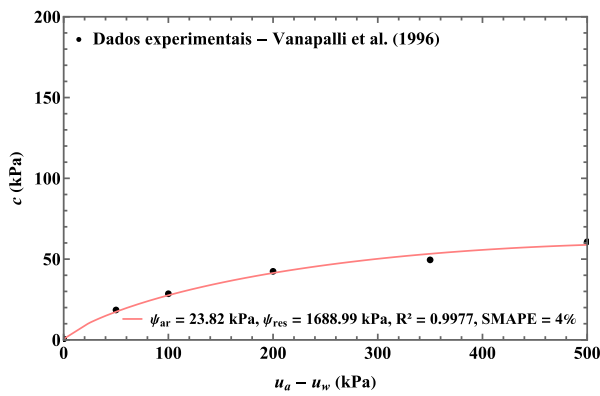




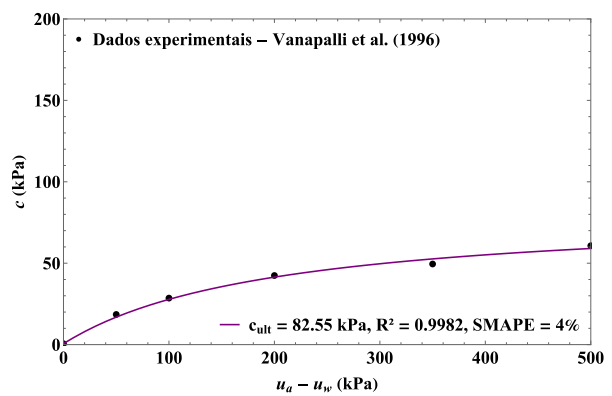
(c)



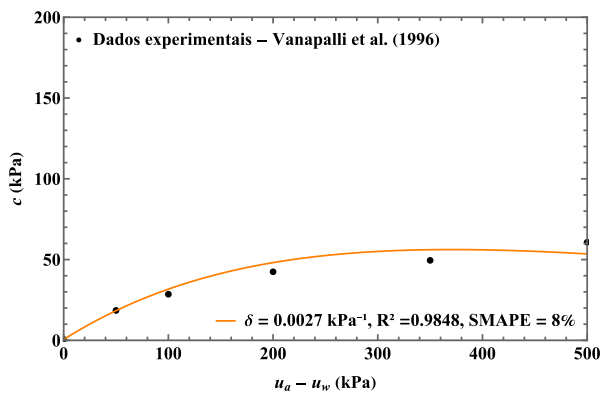
(d)



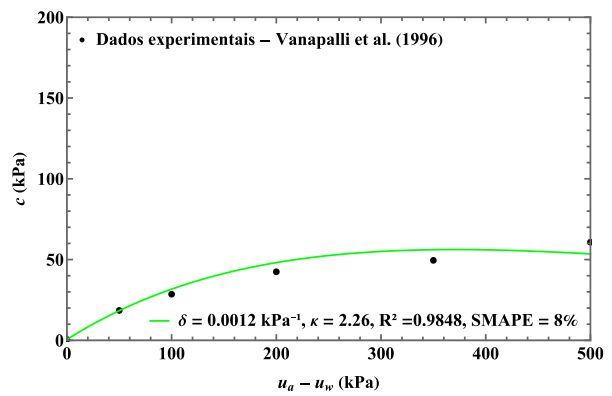
(e)



(f)



(g)



(h)

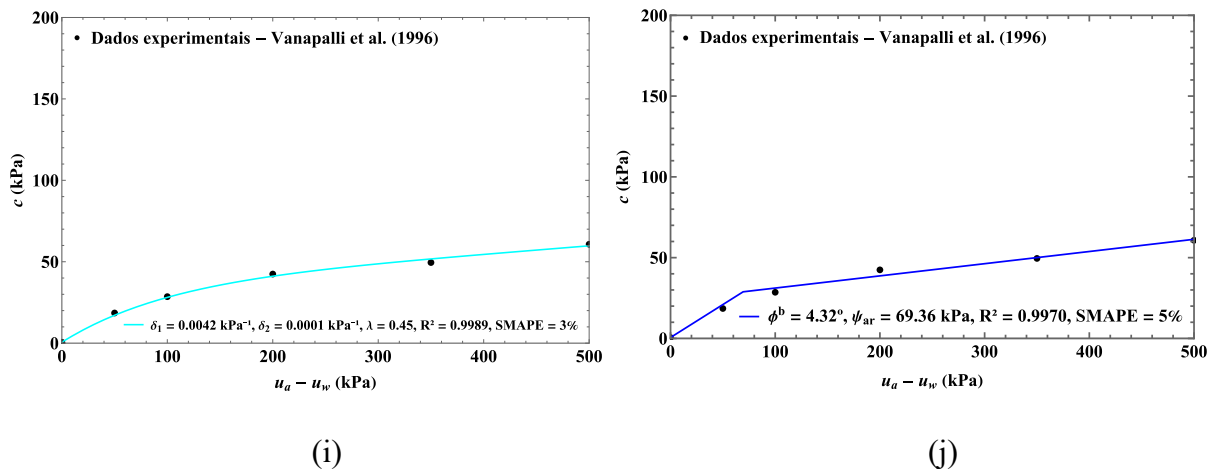
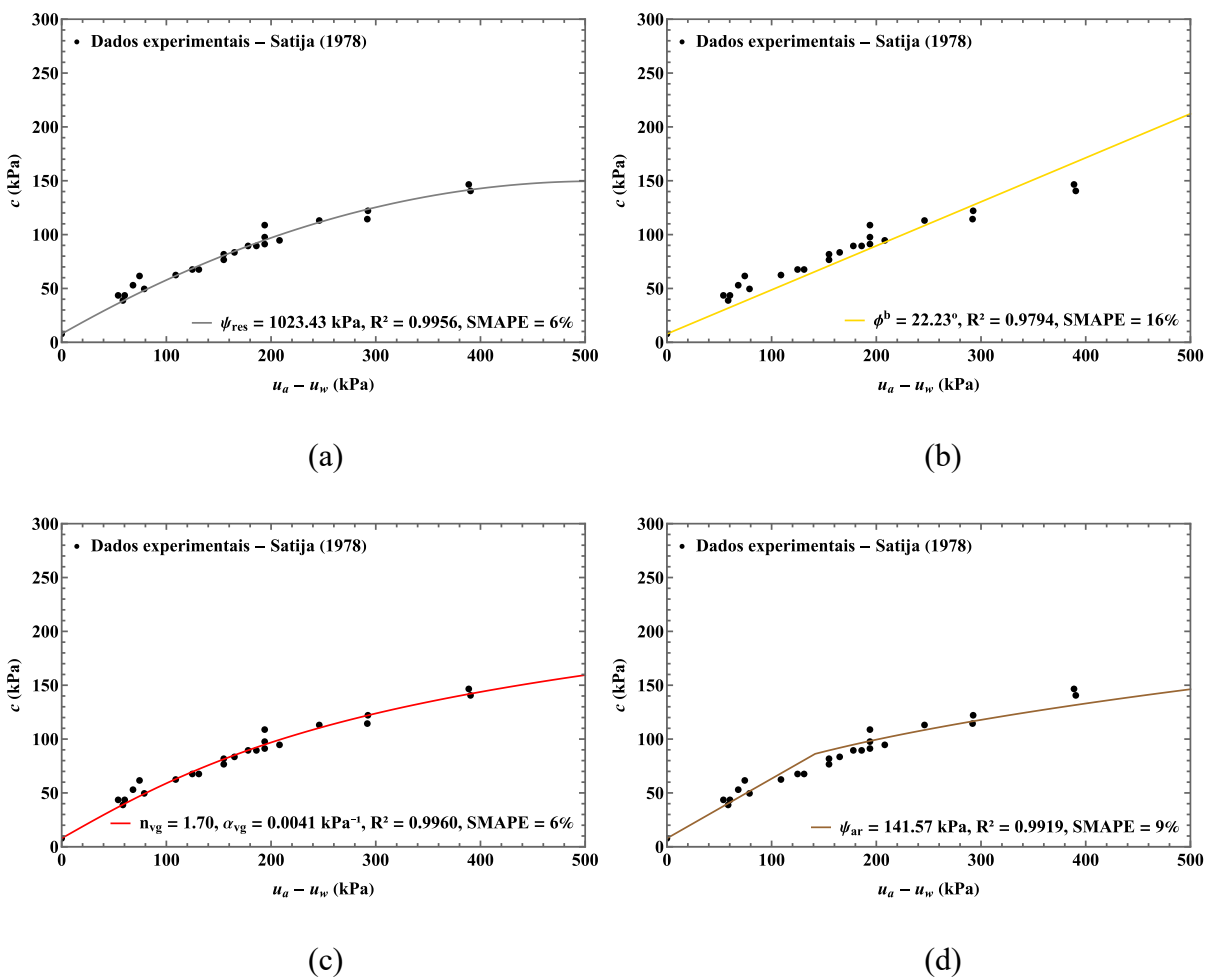


Figura A.2: Curvas de coesão não saturada obtidas para o till glacial – Vanapalli et al. (1996) pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa para solos bimodais (2024), (j) proposta desta pesquisa.



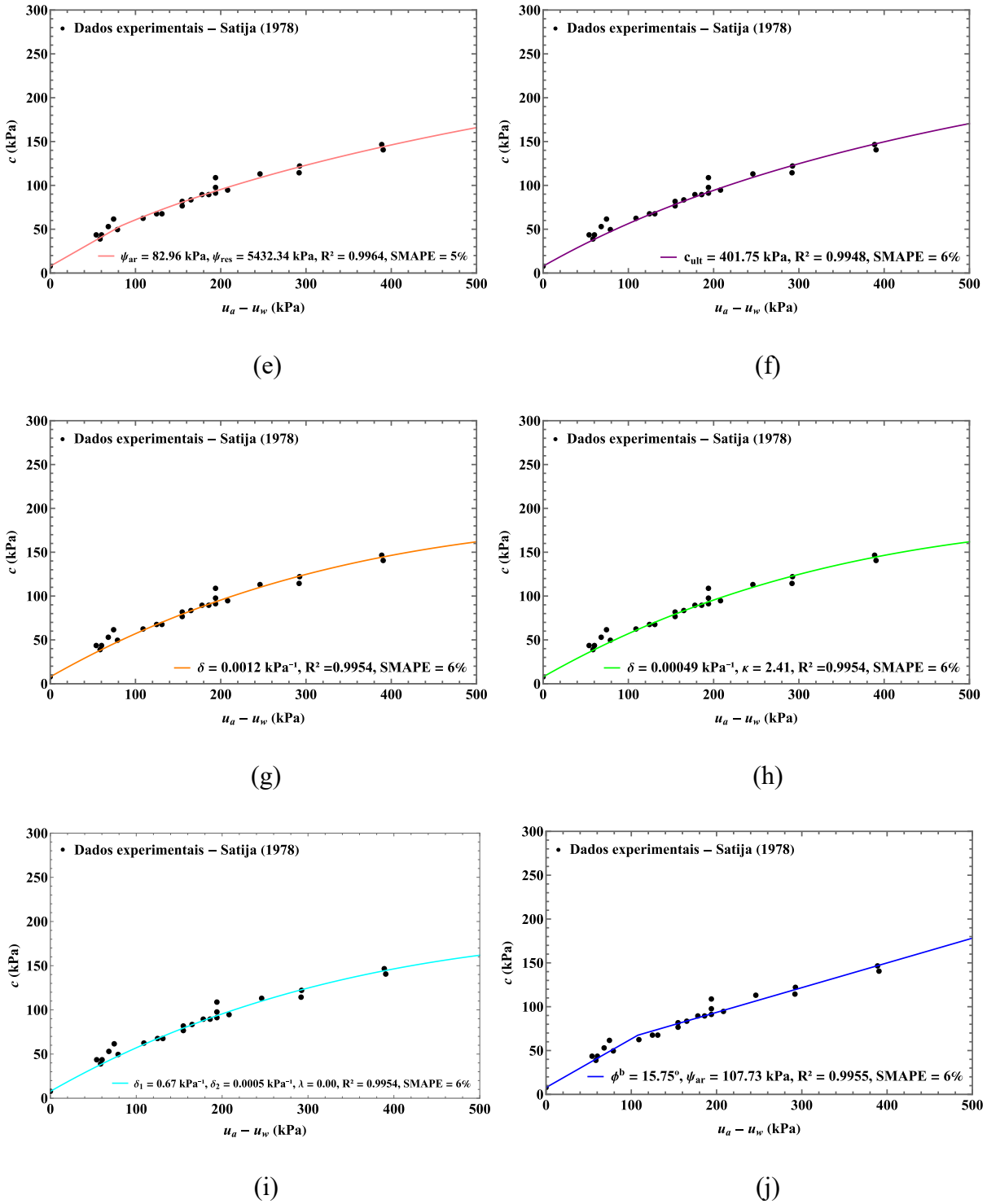
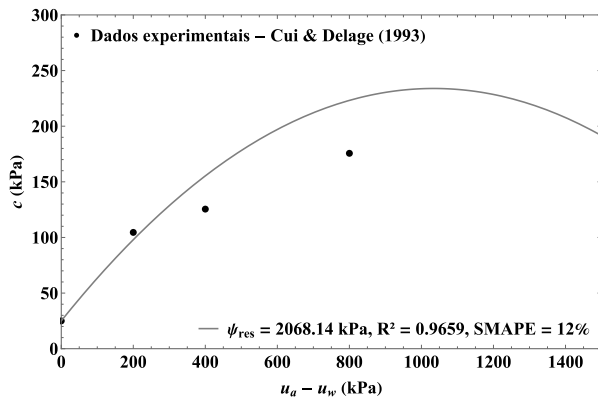
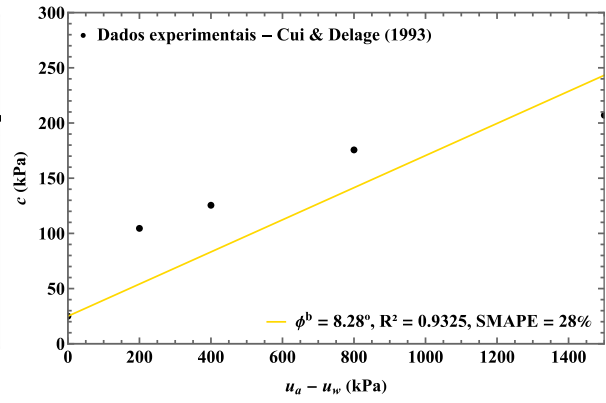


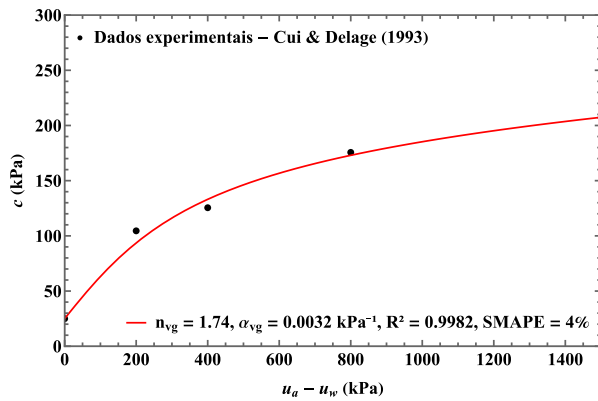
Figura A.3: Curvas de coesão não saturada obtidas para a argila de Dhanauri – Sajita (1978) pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa para solos bimodais (2024), (j) proposta desta pesquisa.



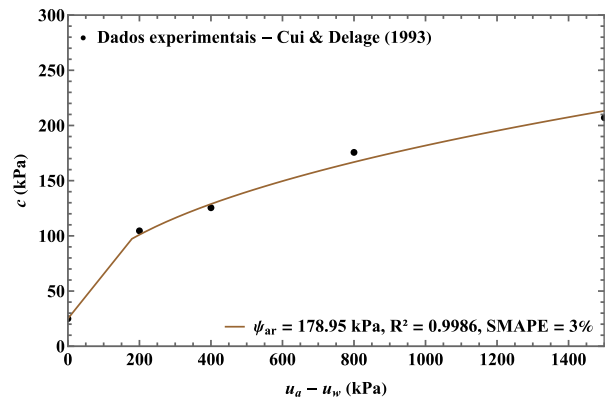
(a)



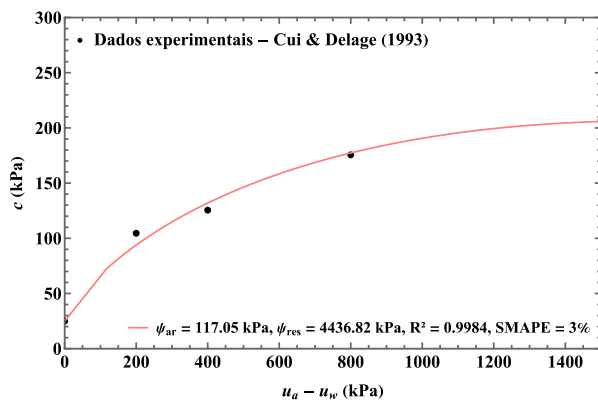
(b)



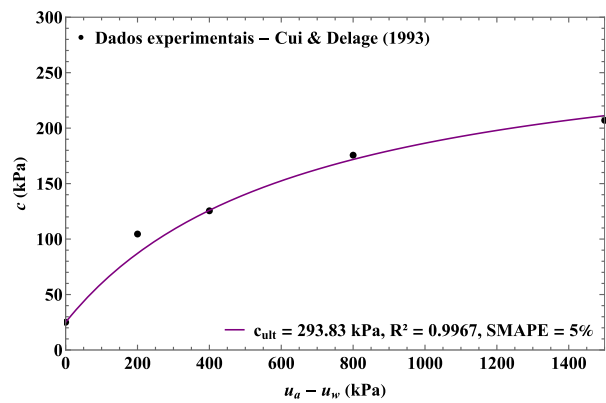
(c)



(d)



(e)



(f)

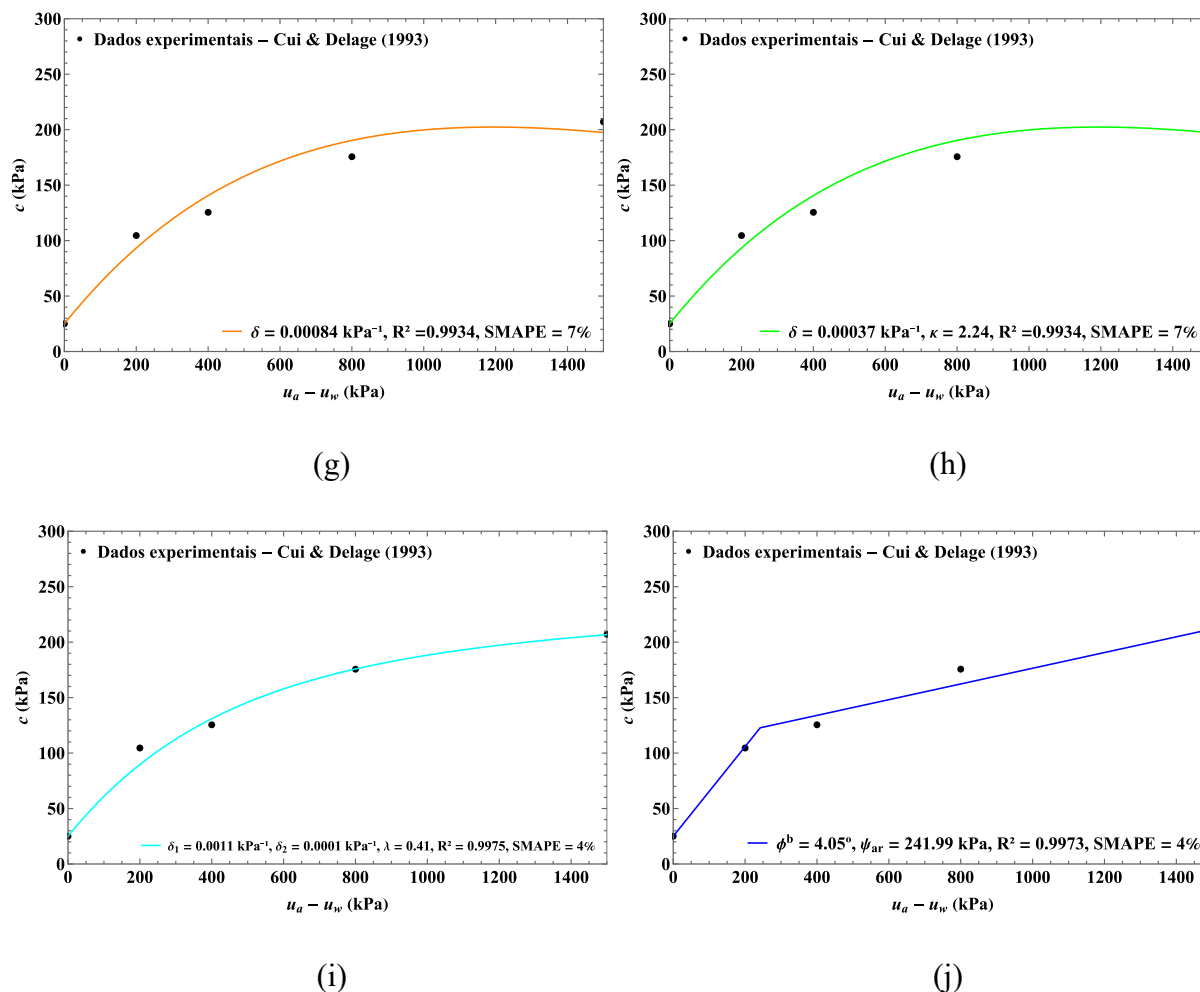


Figura A.4: Curvas de coesão não saturada obtidas para o silte de Jossigny – Cui & Delage (1993) pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa para solos bimodais (2024), (j) proposta desta pesquisa.

As Figuras A.5 a A.8 agrupam os modelos em dois conjuntos: (a) modelos baseados em funções explicitamente não lineares em relação à sucção matricial e (b) modelos lineares ou parcialmente lineares.

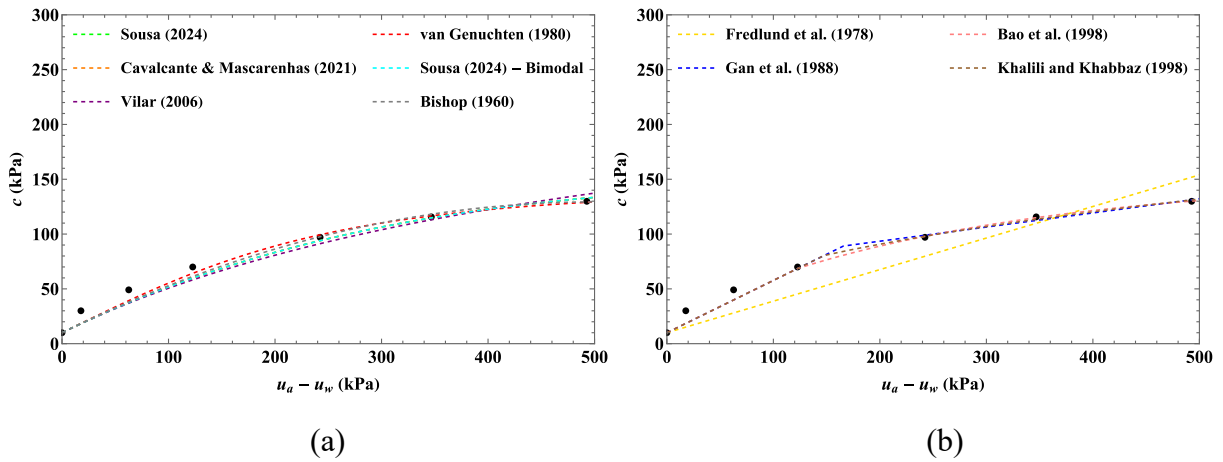


Figura A.5: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para o solo Till glacial - Gan et al. (1988).

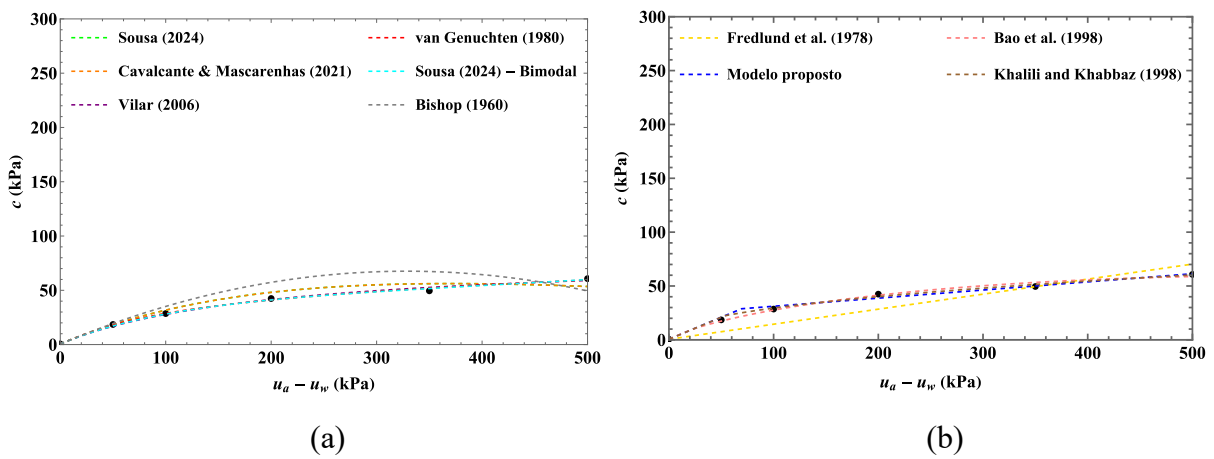


Figura A.6: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para o till glacial – Vanapalli et al. (1996).

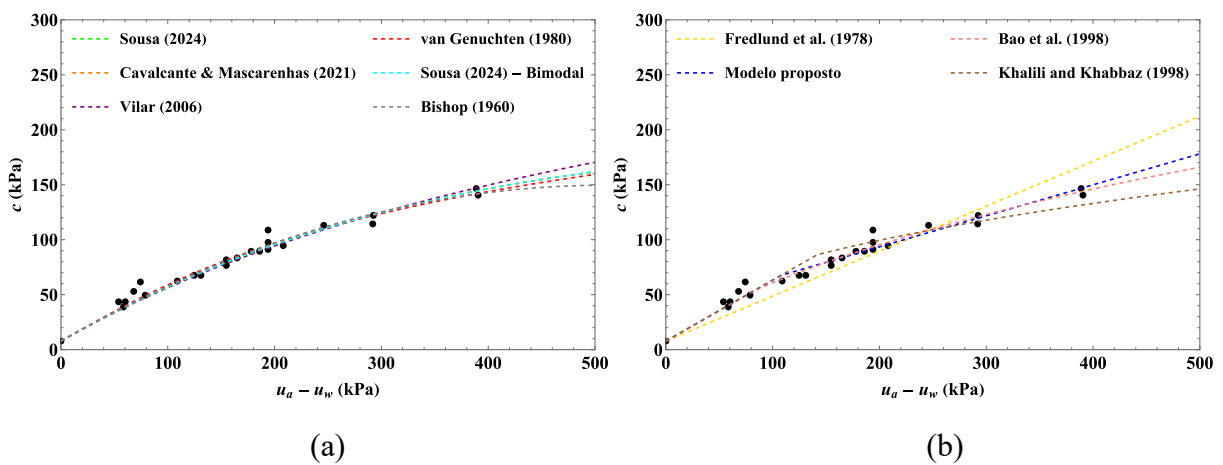


Figura A.7: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para a argila de Dhanauri – Sajita (1978).

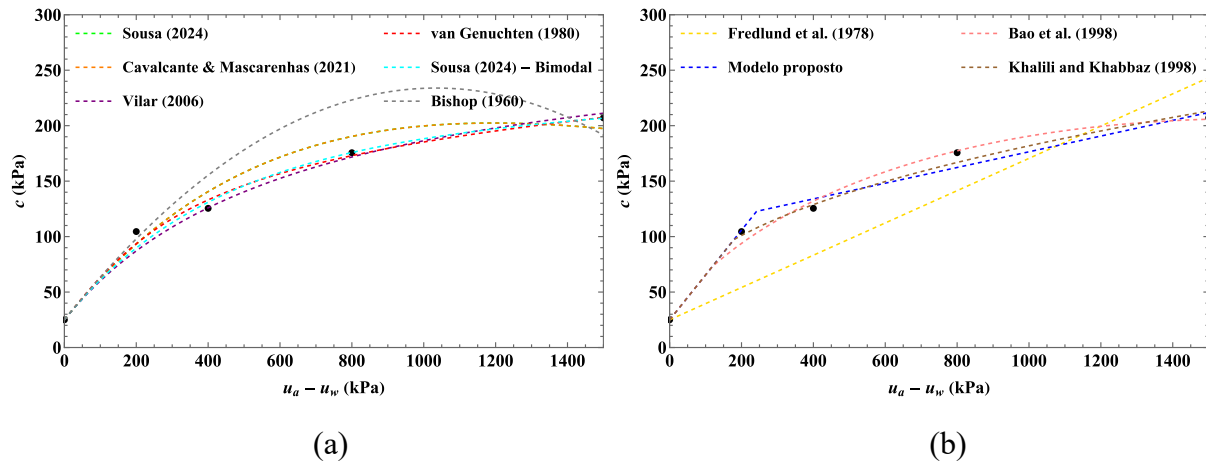


Figura A.8: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para o silte de Jossigny – Cui & Delage (1993).

Tabela A.1: Síntese dos resultados dos modelos para o solo Till glacial - Gan et al. (1988)

Modelo	$c_{ult}$ (kPa)	$\delta$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\kappa$	$\delta_1$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\delta_2$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\lambda$	$\alpha_{vg}$ (kPa <sup>-1</sup> )	$n_{vg}$	$\psi_{ar}$ (kPa)	$\psi_{res}$ (kPa)	$\phi^b$ (°)	R <sup>2</sup>	SMAPE (%)
Bishop (1960)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1000,61	-	0,9929	12,87
Fredlund et al. (1978)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	16,06	0,9565	29,11
van Genuchten (1980)	-	-	-	-	-	-	0,0034	2,04	-	-	-	0,9943	11,78
Khalili & Khabbaz (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	147,63	-	-	0,9952	10,63
Bao et al. (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	122,72	2104,30	-	0,9954	10,31
Vilar (2006)	283,29	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9894	15,56
Cavalcante & Mascarenhas (2021)	-	0,0013	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9918	13,90
Sousa (2024)	-	0,00058	2,26	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9918	13,90
Bimodal de Sousa (2024)	-	-	2,26	0,00058	0,00058	0,51	-	-	-	-	-	0,9918	13,90
Proposta da pesquisa	-	-	-	-	-	-	-	-	165,77	-	7,35	0,9951	10,90

Tabela A.2: Síntese dos resultados dos modelos para o till glacial – Vanapalli et al. (1996)

Modelo	$c_{ult}$ (kPa)	$\delta$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\kappa$	$\delta_1$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\delta_2$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\lambda$	$\alpha_{vg}$ (kPa <sup>-1</sup> )	$n_{vg}$	$\psi_{ar}$ (kPa)	$\psi_{res}$ (kPa)	$\phi^b$ (°)	R <sup>2</sup>	SMAPE (%)
Bishop (1960)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	657,32	-	0,9219	17,71
Fredlund et al. (1978)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7,94	0,9335	33,97
van Genuchten (1980)	-	-	-	-	-	-	0,013	1,65	-	-	-	0,9990	2,28
Khalili & Khabbaz (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	53,55	-	-	0,9982	4,29
Bao et al. (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	23,82	1688,99	-	0,9977	3,77
Vilar (2006)	82,55	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9982	3,87
Cavalcante & Mascarenhas (2021)	-	0,0027	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9848	8,15
Sousa (2024)	-	0,0012	2,26	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9848	8,15
Bimodal de Sousa (2024)	-	-	2,26	0,0042	0,0001	0,45	-	-	-	-	-	0,9989	3,08
Proposta da pesquisa	-	-	-	-	-	-	-	-	69,36	-	4,32	0,9970	5,37

Tabela A.3: Síntese dos resultados dos modelos para a argila de Dhanauri – Sajita (1978)

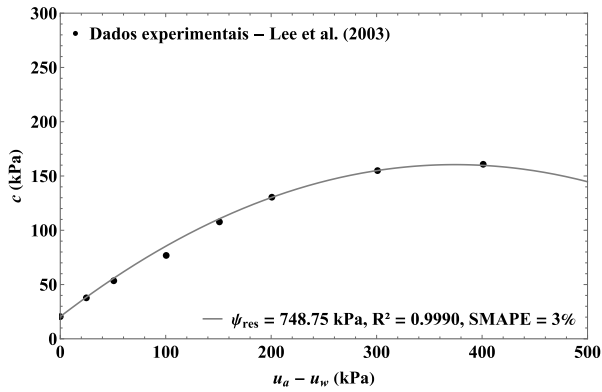
Modelo	$c_{ult}$ (kPa)	$\delta$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\kappa$	$\delta_1$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\delta_2$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\lambda$	$\alpha_{vg}$ (kPa <sup>-1</sup> )	$n_{vg}$	$\psi_{ar}$ (kPa)	$\psi_{res}$ (kPa)	$\phi^b$ (°)	R <sup>2</sup>	SMAPE (%)
Bishop (1960)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1023,43	-	0,9956	5,91
Fredlund et al. (1978)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	22,23	0,9794	15,57
van Genuchten (1980)	-	-	-	-	-	-	0,0041	1,70	-	-	-	0,9960	5,53
Khalili & Khabbaz (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	141,57	-	-	0,9919	8,53
Bao et al. (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	82,96	5432,34	-	0,9964	5,38
Vilar (2006)	401,75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9948	6,42
Cavalcante & Mascarenhas (2021)	-	0,0012	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9954	6,03
Sousa (2024)	-	0,00049	2,41	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9954	6,03
Bimodal de Sousa (2024)	-	-	2,41	0,67	0,0005	0,00	-	-	-	-	-	0,9954	6,03
Proposta da pesquisa	-	-	-	-	-	-	-	-	107,73	-	15,75	0,9955	5,87

Tabela A.4: Síntese dos resultados dos modelos para o silte de Jossigny – Cui &amp; Delage (1993)

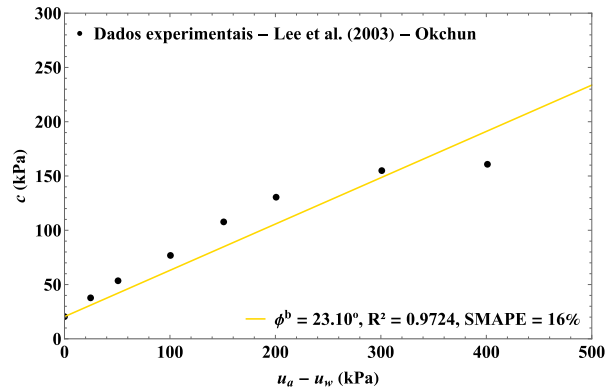
Modelo	$c_{ult}$ (kPa)	$\delta$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\kappa$	$\delta_1$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\delta_2$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\lambda$	$\alpha_{vg}$ (kPa <sup>-1</sup> )	$n_{vg}$	$\psi_{ar}$ (kPa)	$\psi_{res}$ (kPa)	$\phi^b$ (°)	R <sup>2</sup>	SMAPE (%)
Bishop (1960)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2068,14	-	0,9659	11,88
Fredlund et al. (1978)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	8,28	0,9325	28,36
van Genuchten (1980)	-	-	-	-	-	-	0,0032	1,74	-	-	-	0,9982	3,73
Khalili & Khabbaz (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	178,95	-	-	0,9986	2,83
Bao et al. (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	117,05	4436,82	-	0,9984	3,47
Vilar (2006)	293,83	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9967	4,55
Cavalcante & Mascarenhas (2021)	-	0,00084	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9934	7,09
Sousa (2024)	-	0,00037	2,24	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9934	7,09
Bimodal de Sousa (2024)	-	-	2,24	0,0011	0,0001	0,41	-	-	-	-	-	0,9975	3,95
Proposta da pesquisa	-	-	-	-	-	-	-	-	241,99	-	4,05	0,9973	3,59

## APÊNDICE B – SOLOS ARENOSOS

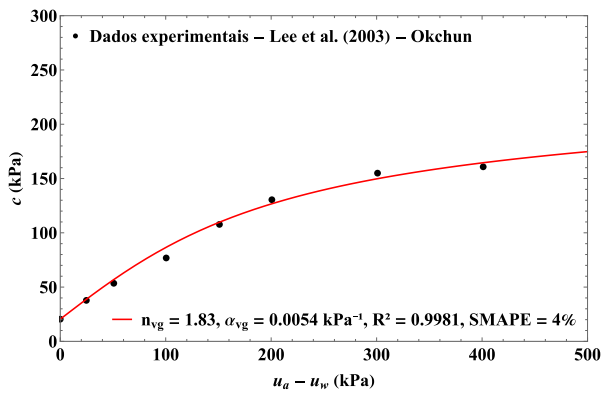
As Figuras B.1 a B.4 apresentam os resultados dos comportamentos dos modelos graficamente para os solos arenosos. Mais detalhes dos valores individuais de cada parâmetro podem ser conferidos nas Tabelas B.1 a B.4.



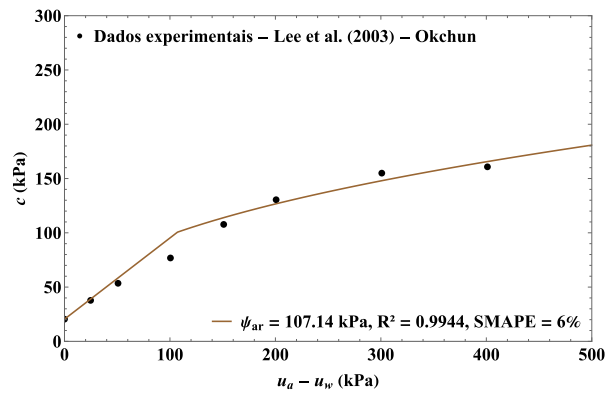
(a)



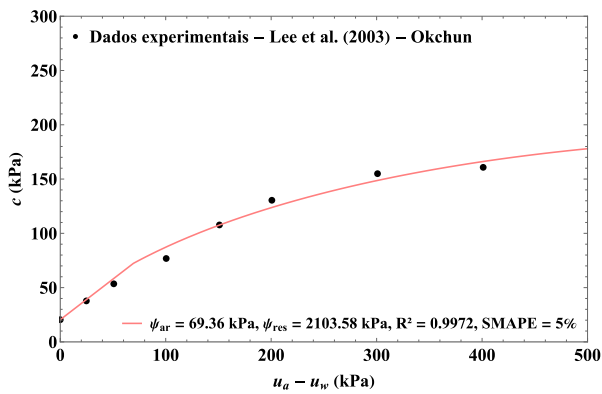
(b)



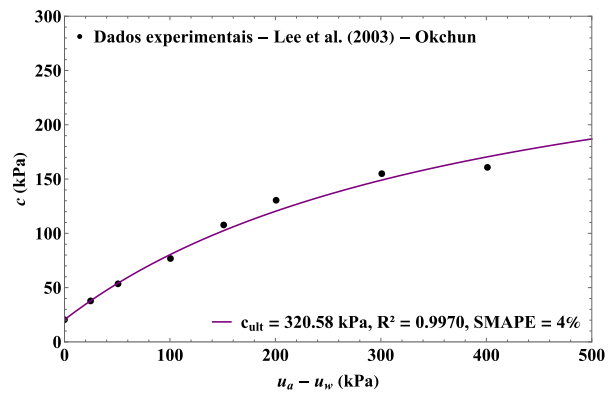
(c)



(d)



(e)



(f)

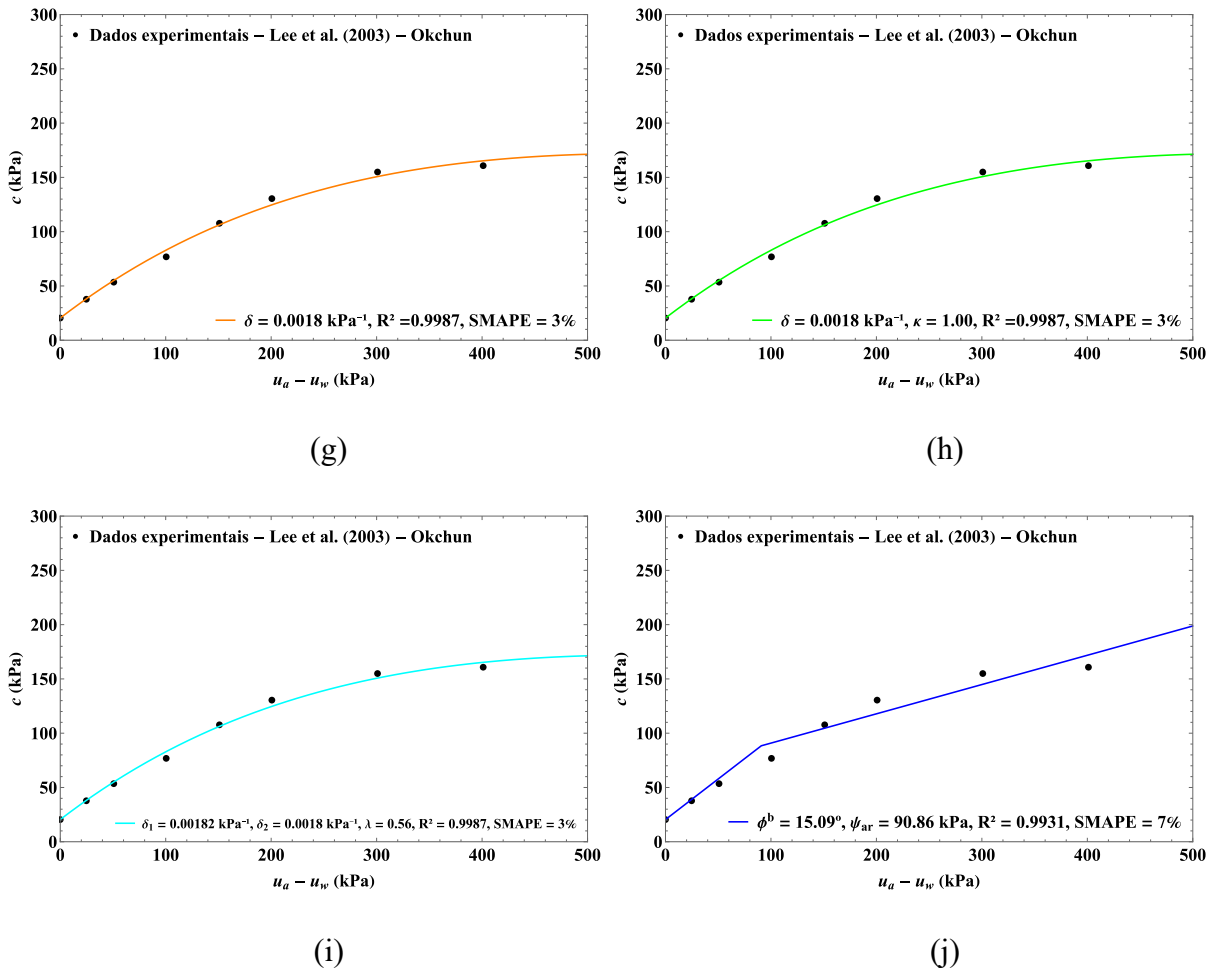
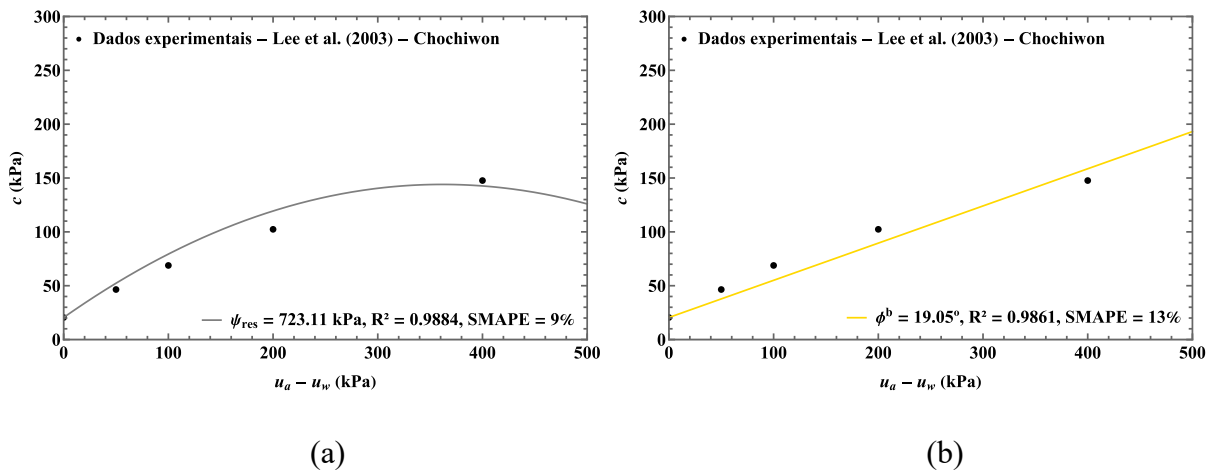
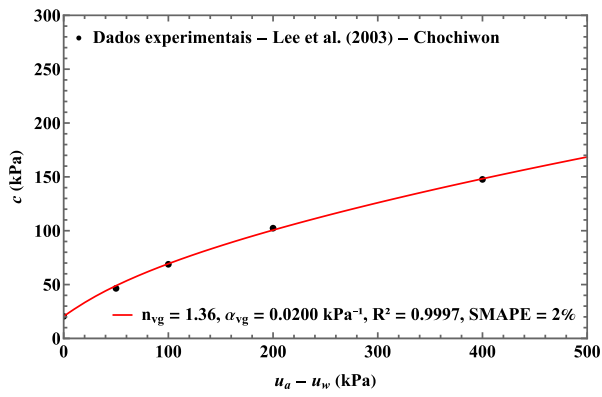
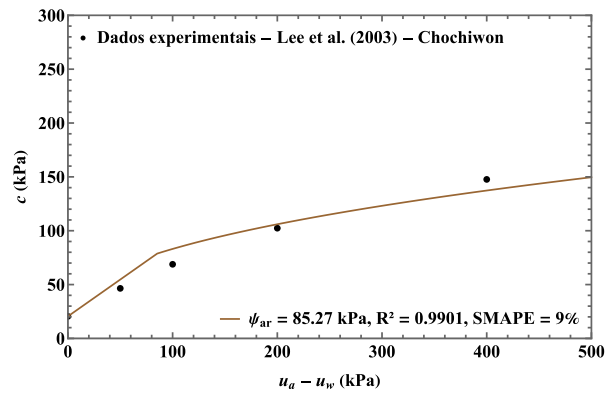


Figura B.1: Curvas de coesão não saturada obtidas para a areia úmida de Okchun – Lee et al. (2003) pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa para solos bimodais (2024), (j) proposta desta pesquisa.

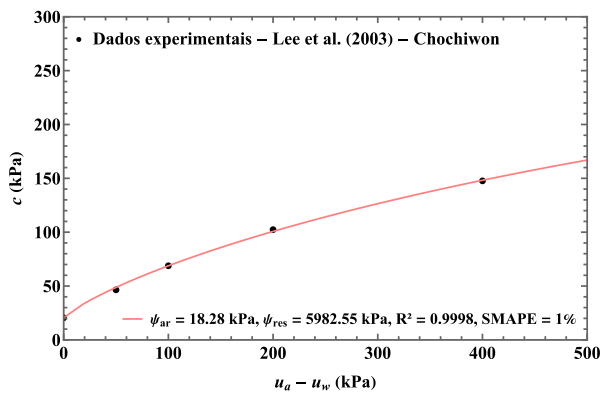




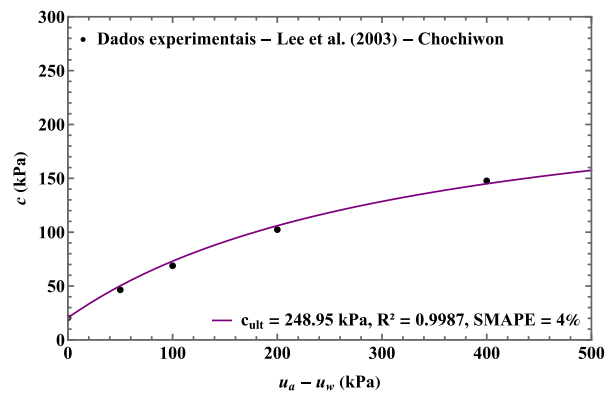
(c)



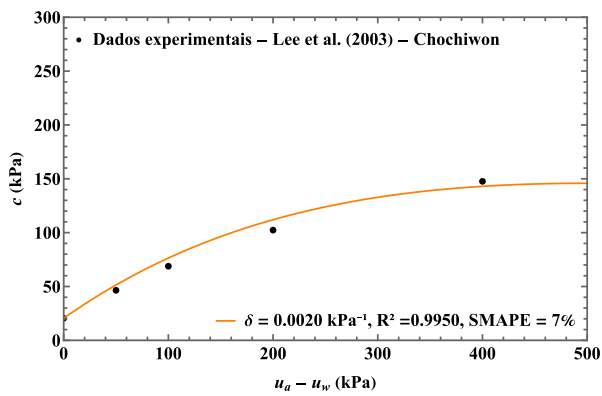
(d)



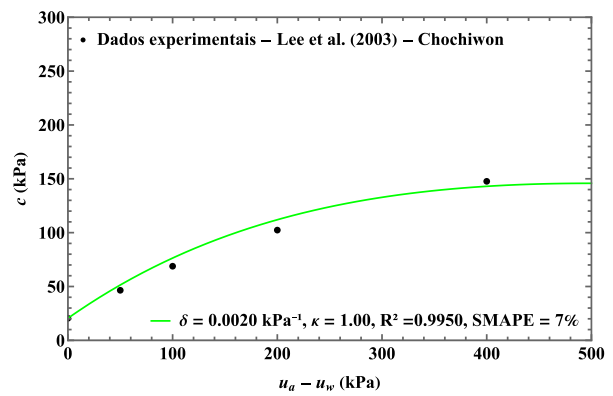
(e)



(f)



(g)



(h)

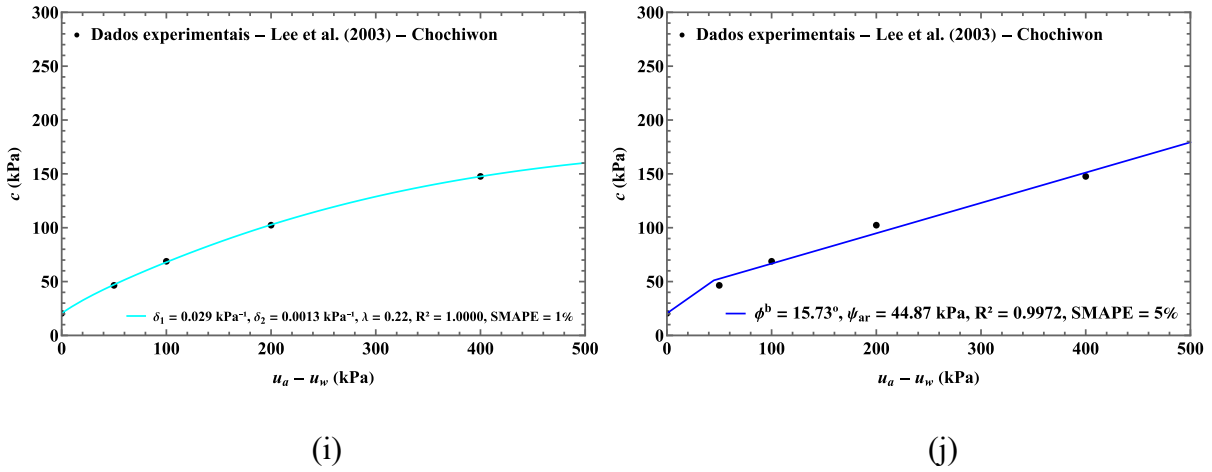
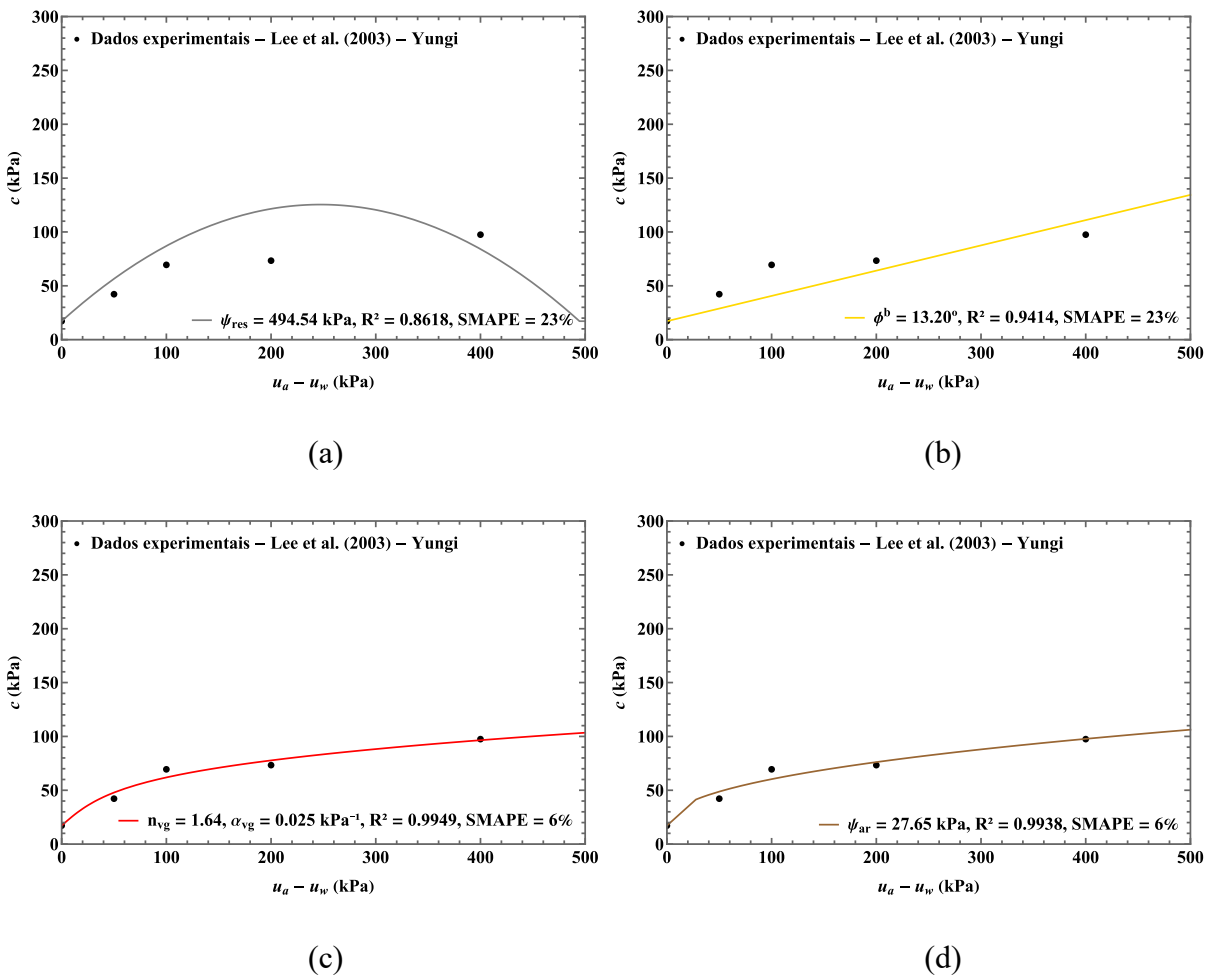


Figura B.2: Curvas de coesão não saturada obtidas pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa para solos bimodais (2024), (j) proposta desta pesquisa.



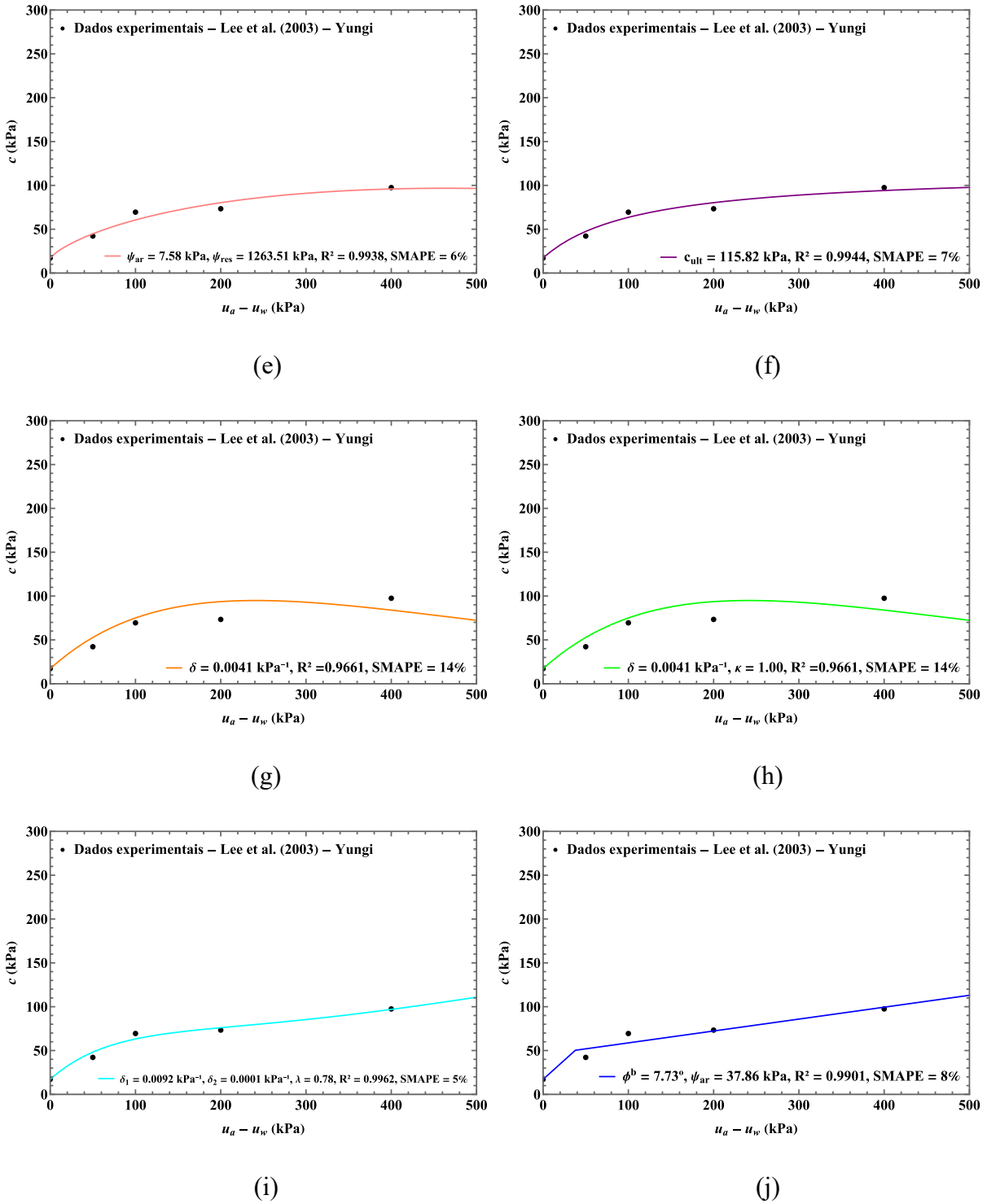
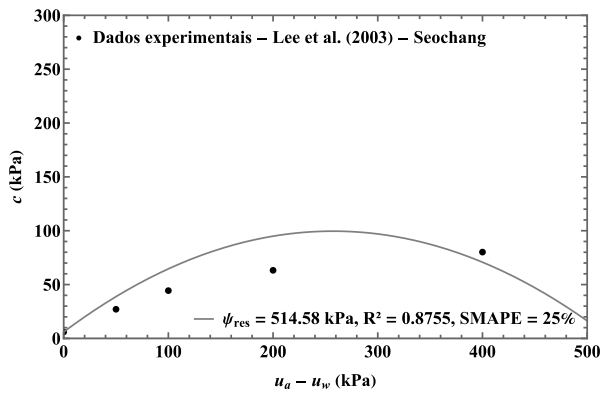
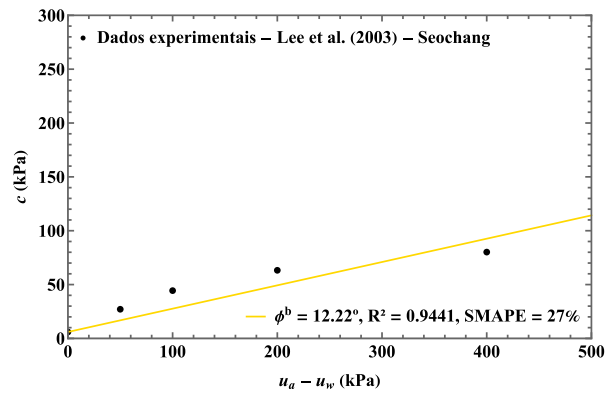


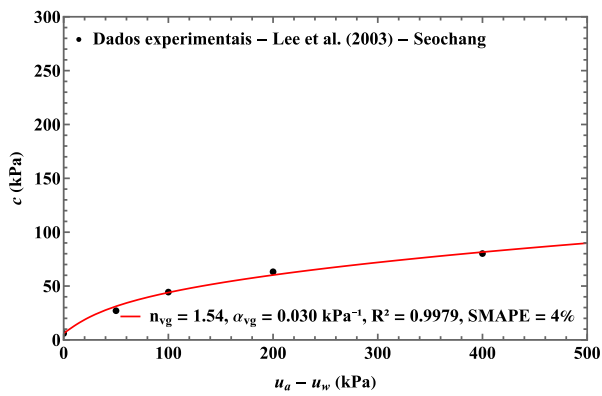
Figura B.3: Curvas de coesão não saturada obtidas para a areia úmida de Yungui – Lee et al. (2003) pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa (bimodal) (2024), (j) proposta desta pesquisa.



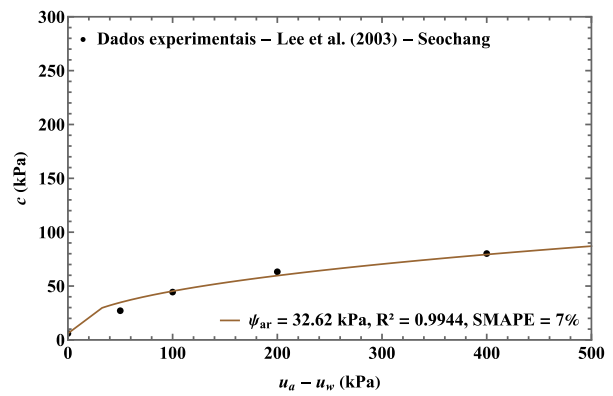
(a)



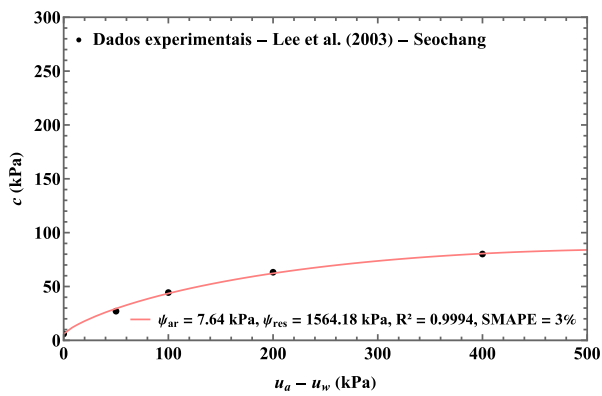
(b)



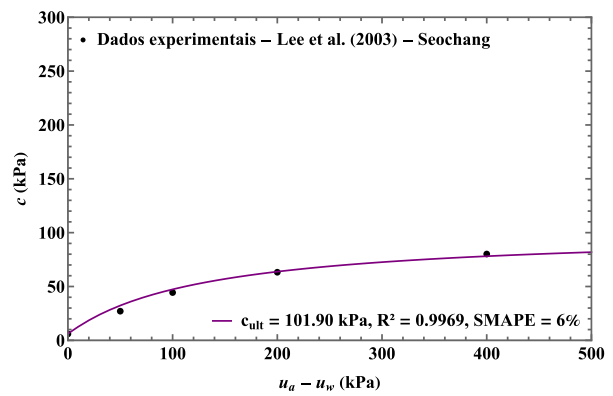
(c)



(d)



(e)



(f)

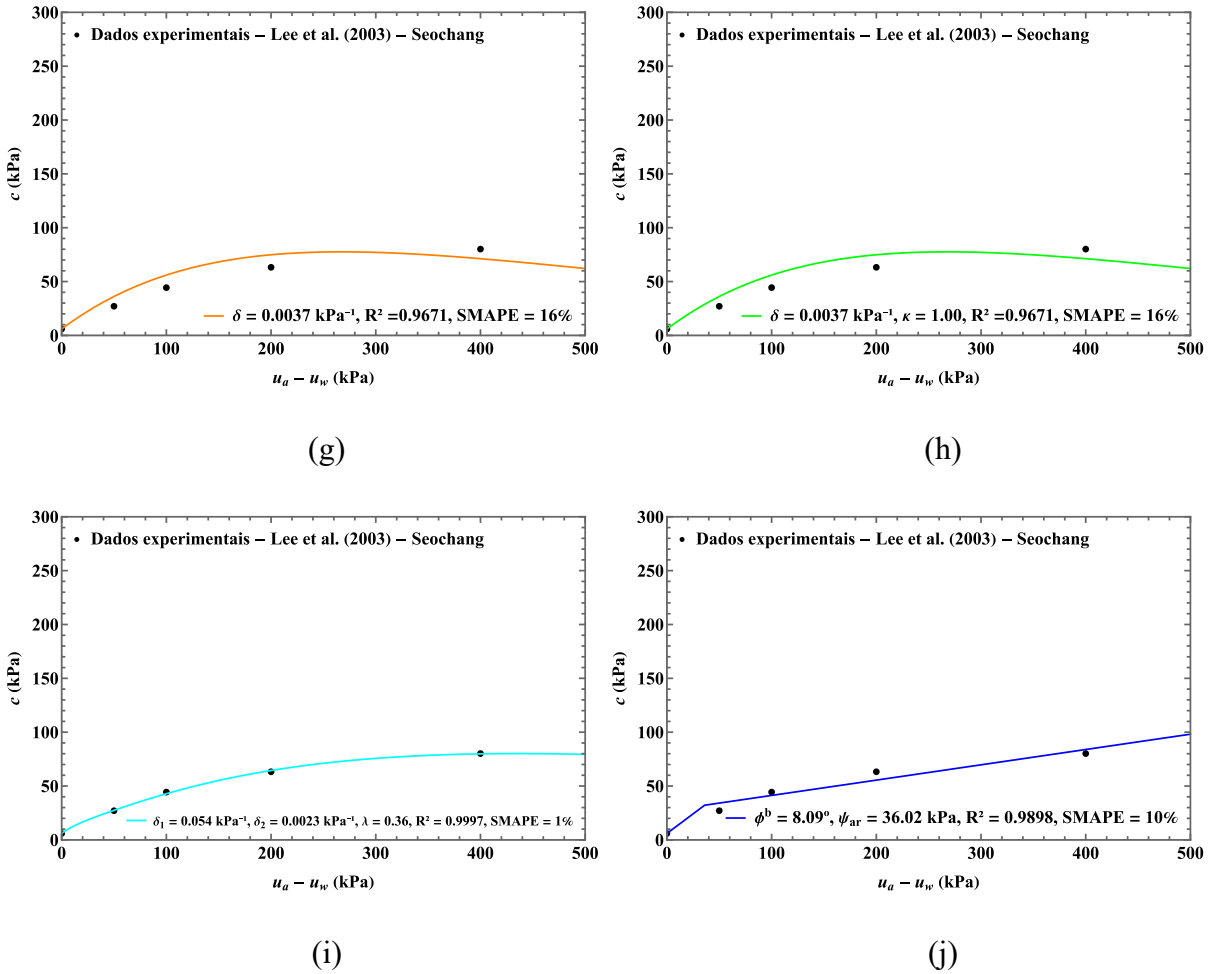


Figura B.4: Curvas de coesão não saturada obtidas para a areia úmida de Seochang – Lee et al. (2003) pelos modelos de: (a) Bishop (1960), (b) Fredlund et al. (1978), (c) van Genuchten (1980), (d) Khalili & Khabbaz (1998), (e) Bao et al. (1998), (f) Vilar (2006), (g) Cavalcante & Mascarenhas (2021), (h) Sousa (2024), (i) Sousa para solos bimodais (2024), (j) proposta desta pesquisa.

As Figuras B.5 a B.8 agrupam os modelos em dois conjuntos: (a) modelos baseados em funções explicitamente não lineares em relação à sucção matricial e (b) modelos lineares ou parcialmente lineares.

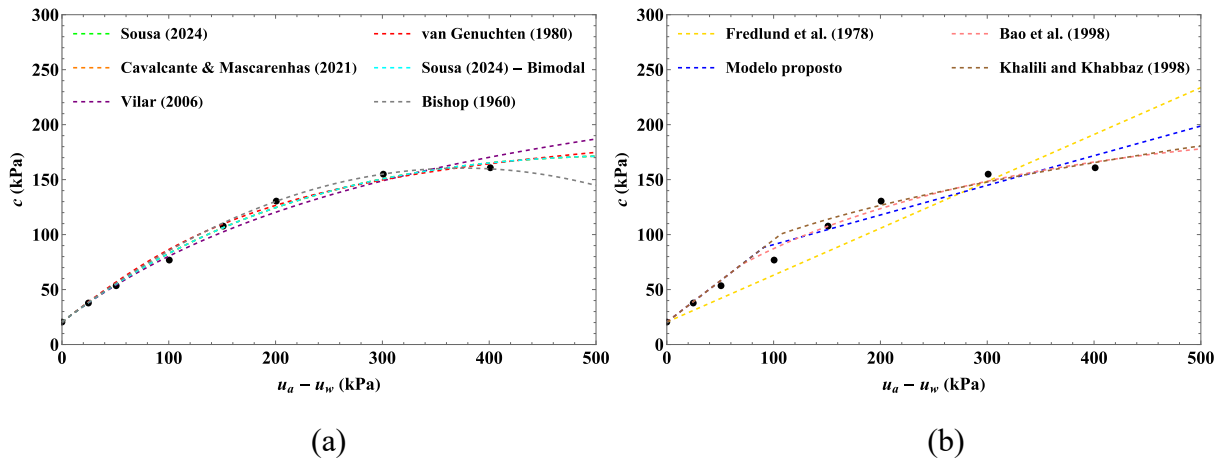


Figura B.5: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para a areia úmida de Okchun – Lee et al. (2003).

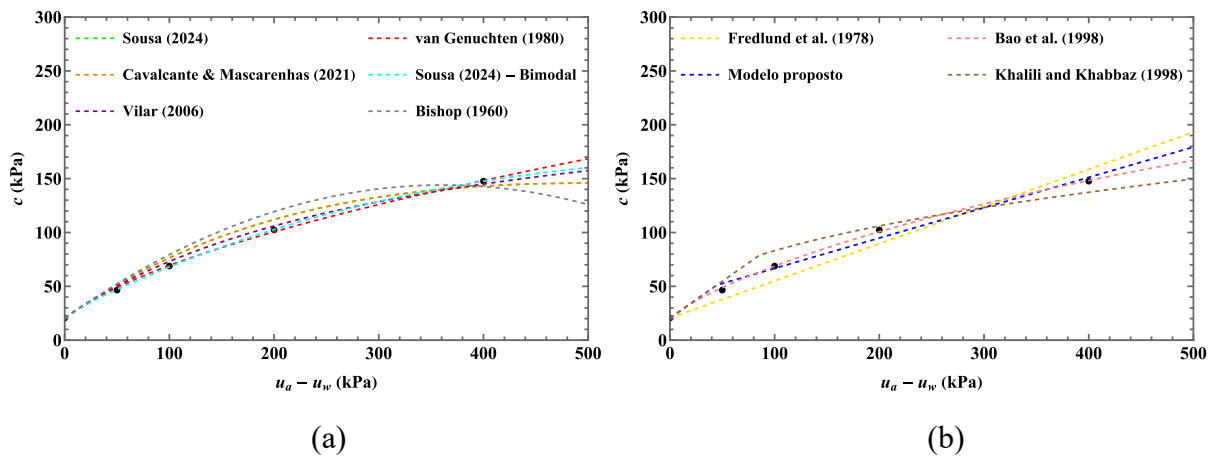


Figura B.6: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para a areia úmida de Chochiwon – Lee et al. (2003).

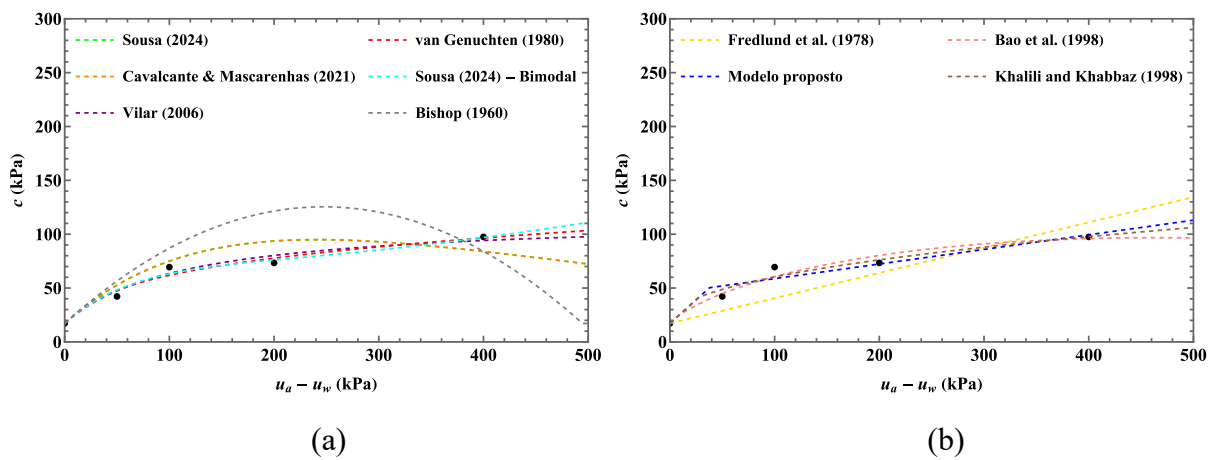


Figura B.7: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para a areia úmida de Yungi – Lee et al. (2003).

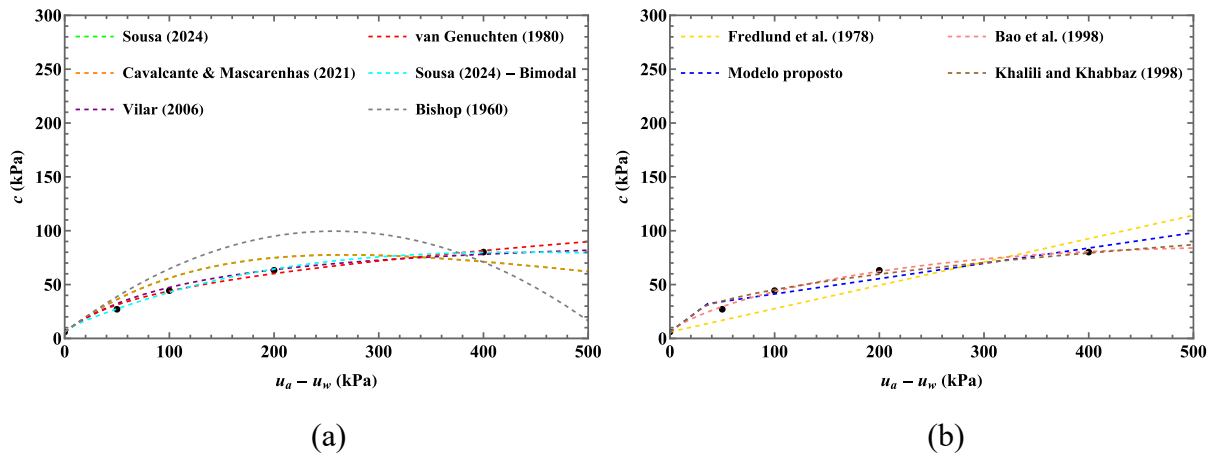


Figura B.8: Trajetórias que apresentam comportamento não linear (a) e trajetórias que apresentam comportamento linear (b) para a areia úmida de Seochoang – Lee et al. (2003).

Tabela B.1: Síntese dos resultados dos modelos para a areia úmida de Okchun – Lee et al. (2003)

Modelo	$c_{ult}$ (kPa)	$\delta$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\kappa$	$\delta_1$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\delta_2$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\lambda$	$\alpha_{vg}$ (kPa <sup>-1</sup> )	$n_{vg}$	$\psi_{ar}$ (kPa)	$\psi_{res}$ (kPa)	$\phi^b$ (°)	R <sup>2</sup>	SMAPE (%)
Bishop (1960)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	748,75	-	0,9990	2,50
Fredlund et al. (1978)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	23,10	0,9724	16,09
van Genuchten (1980)	-	-	-	-	-	-	0,0054	1,83	-	-	-	0,9981	3,91
Khalili & Khabbaz (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	107,14	-	-	0,9944	6,22
Bao et al. (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	69,36	2103,58	-	0,9972	4,70
Vilar (2006)	320,58	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9970	3,62
Cavalcante & Mascarenhas (2021)	-	0,0018	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9987	2,89
Sousa (2024)	-	0,0018	1,00	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9987	2,89
Bimodal de Sousa (2024)	-	-	1,00	0,00182	0,0018	0,56	-	-	-	-	-	0,9987	2,89
Proposta da pesquisa	-	-	-	-	-	-	-	-	90,86	-	15,09	0,9931	6,90

Tabela B.2: Síntese dos resultados dos modelos para a areia úmida de Chochiwon – Lee et al. (2003)

Modelo	$c_{ult}$ (kPa)	$\delta$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\kappa$	$\delta_1$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\delta_2$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\lambda$	$\alpha_{vg}$ (kPa <sup>-1</sup> )	$n_{vg}$	$\psi_{ar}$ (kPa)	$\psi_{res}$ (kPa)	$\phi^b$ (°)	R <sup>2</sup>	SMAPE (%)
Bishop (1960)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	723,11	-	0,9884	8,97
Fredlund et al. (1978)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	19,05	0,9861	12,70
van Genuchten (1980)	-	-	-	-	-	-	0,020	1,36	-	-	-	0,9997	1,62
Khalili & Khabbaz (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	85,27	-	-	0,9901	9,15
Bao et al. (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	18,28	5982,55	-	0,9998	1,36
Vilar (2006)	248,95	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9987	3,83
Cavalcante & Mascarenhas (2021)	-	0,0020	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9950	6,54
Sousa (2024)	-	0,0020	1,00	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9950	6,54
Bimodal de Sousa (2024)	-	-	1,00	0,029	0,0013	0,22	-	-	-	-	-	1,0000	0,61
Proposta da pesquisa	-	-	-	-	-	-	-	-	44,87	-	15,73	0,9972	5,10

Tabela B.3: Síntese dos resultados dos modelos para a areia úmida de Yungi – Lee et al. (2003)

Modelo	$c_{ult}$ (kPa)	$\delta$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\kappa$	$\delta_1$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\delta_2$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\lambda$	$\alpha_{vg}$ (kPa <sup>-1</sup> )	$n_{vg}$	$\psi_{ar}$ (kPa)	$\psi_{res}$ (kPa)	$\phi^b$ (°)	R <sup>2</sup>	SMAPE (%)
Bishop (1960)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	494,54	-	0,8616	23,12
Fredlund et al. (1978)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13,20	0,9414	23,26
van Genuchten (1980)	-	-	-	-	-	-	0,025	1,64	-	-	-	0,9949	6,18
Khalili & Khabbaz (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	27,65	-	-	0,9938	6,50
Bao et al. (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	7,58	1263,51	-	0,9938	6,05
Vilar (2006)	115,82	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9944	6,63
Cavalcante & Mascarenhas (2021)	-	0,0041	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9661	13,84
Sousa (2024)	-	0,0041	1,00	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9661	13,84
Bimodal de Sousa (2024)	-	-	1,00	0,0092	0,0001	0,78	-	-	-	-	-	0,9962	5,38
Proposta da pesquisa	-	-	-	-	-	-	-	-	37,86	-	7,73	0,9901	8,17

Tabela B.4: Síntese dos resultados dos modelos para a areia úmida de Seochang – Lee et al. (2003)

Modelo	$c_{ult}$ (kPa)	$\delta$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\kappa$	$\delta_1$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\delta_2$ (kPa <sup>-1</sup> )	$\lambda$	$\alpha_{vg}$ (kPa <sup>-1</sup> )	$n_{vg}$	$\psi_{ar}$ (kPa)	$\psi_{res}$ (kPa)	$\phi^b$ (°)	R <sup>2</sup>	SMAPE (%)
Bishop (1960)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	514,58	-	0,8755	25,05
Fredlund et al. (1978)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	12,22	0,9441	26,52
van Genuchten (1980)	-	-	-	-	-	-	0,030	1,54	-	-	-	0,9979	4,33
Khalili & Khabbaz (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	32,62	-	-	0,9944	6,74
Bao et al. (1998)	-	-	-	-	-	-	-	-	7,64	1564,18	-	0,9994	2,51
Vilar (2006)	101,90	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9969	5,53
Cavalcante & Mascarenhas (2021)	-	0,0037	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9671	16,11
Sousa (2024)	-	0,0037	1,00	-	-	-	-	-	-	-	-	0,9671	16,11
Bimodal de Sousa (2024)	-	-	1,00	0,054	0,0023	0,36	-	-	-	-	-	0,9997	1,43
Proposta da pesquisa	-	-	-	-	-	-	-	-	36,02	-	8,09	0,9898	9,61