

Universidade de Brasília
Faculdade de Tecnologia

**Projeto e Implementação de estratégias de
controle de estabilidade veicular em ambiente
virtual: Abordagem com avaliações objetivas e
subjetivas**

Lucas Alves Torres

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM SISTEMAS MECATRÔNICOS

Brasília
2025

Universidade de Brasília
Faculdade de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Sistemas Mecatrônicos

**Projeto e Implementação de estratégias de controle de
estabilidade veicular em ambiente virtual: Abordagem com
avaliações objetivas e subjetivas**

Lucas Alves Torres

*Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Sistemas
Mecatrônicos da Universidade Brasília como parte dos requisitos necessários para a
obtenção do grau de Mestre*

Prof. Dr. André Murilo de Almeida Pinto,
Universidade Federal de Lavras
Orientador

Prof. Dr. Renato Vilela Lopes, Universidade
de Brasília
Examinador interno

Dr. Vinícius Leal, Stellantis
Examinador externo

Brasília
2025

Alves Torres, Lucas

Projeto e Implementação de estratégias de controle de estabilidade veicular em ambiente virtual: Abordagem com avaliações objetivas e subjetivas / Lucas Alves Torres- Brasília, 2025.

104 p.

Orientador: Prof. Dr. André Murilo de Almeida Pinto

Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Sistemas Mecatrônicos) – Universidade de Brasília, 2025.

1. Dinâmica veicular. 2. Controle eletrônico de estabilidade (ESC). 3. Controle preditivo baseado em modelo (MPC). 4. Controle SDRE. I. Murilo de Almeida Pinto, André. II. Universidade de Brasília. III. Programa de Pós-Graduação em Sistemas Mecatrônicos. IV. Projeto e Implementação de estratégias de controle de estabilidade veicular em ambiente virtual: Abordagem com avaliações objetivas e subjetivas.

Agradecimentos

Meus sinceros agradecimentos aos professores André Murilo e Rafael Rodrigues por confiarem no meu potencial e me guiarem rumo ao sucesso tanto na minha carreira acadêmica quanto na profissional.

Agradeço também aos meus colegas de trabalho, que me apoiaram e se dispuseram a contribuir para a pesquisa, e ao time de projeto do laboratório ARC da Universidade de Brasília, que continua inovando e entregando ótimos resultados no setor automotivo.

Agradeço especialmente à minha querida parceira na vida, Lygia Paloma, por estar sempre ao meu lado, me suportando e comemorando cada conquista.

Por último, dedico este trabalho à minha família, que, mesmo morando distante, se faz presente com muito amor, carinho, educação e incentivo nos meus objetivos.

Lucas Alves Torres

*“If I have seen farther than others,
it is because I was standing on the shoulders of giants.”*

(Sir Isaac Newton)

*“If a person has no dreams, they no longer have any reason to live.
Dreaming is necessary, although in the dream reality should be glimpsed.*

For me this is a principle of life.”

(Ayrton Senna)

Resumo

O Controle Eletrônico de Estabilidade (ESC) consolidou-se como uma das funções essenciais para segurança ativa de veículos, sendo obrigatório em diversos países. O desenvolvimento dessa função envolve a modelagem, projeto e a calibração de controladores avançados capazes de regular as principais variáveis associadas à estabilidade direcional: a taxa de guinada e o ângulo de deslizamento lateral. A virtualização desse processo no setor automotivo torna-se estratégica para a redução de custos e do tempo de desenvolvimento. Esta pesquisa explora o desenvolvimento e a calibração de um sistema de controle eletrônico de estabilidade (ESC) baseado em modelo, aplicando as técnicas de controle ótimo *State-Dependent Riccati Equation* (SDRE) e *Model Predictive Control* (MPC). O estudo foi conduzido integralmente em ambiente virtual de alta fidelidade com o software *VI-CarRealTime* (VI-CRT), acoplado ao MATLAB/Simulink e validado subjetivamente em simulador automotivo *Driver-in-the-Loop* (DiL). Os métodos propostos abrangeram desde a modelagem dinâmica veicular até a avaliação de desempenho, considerando tanto métricas objetivas quanto percepções humanas. Inicialmente, foram desenvolvidos modelos teóricos de 2 graus de liberdade (2-DOF) em versões Linear Invariante no Tempo (LTI) e Linear Variante no Tempo (LTV), derivados do modelo de alta fidelidade VI-CRT. A correlação entre os modelos e os dados experimentais confirmou a superioridade do VI-CRT como planta virtual e a eficiência do modelo LTV como base simplificada orientada ao controle. A partir disso, implementaram-se e calibraram-se controladores SDRE e MPC para estabilização do veículo sob manobras homologativas do tipo *Sine With Dwell* (SWD). O MPC apresentou excelente rastreamento e suavidade de atuação, enquanto o SDRE se destacou pela robustez e menor custo computacional, sendo mais adequado a aplicações em tempo real. A etapa de avaliação subjetiva em simulador DiL demonstrou que a calibração do ESC depende fortemente das características dos pneus. Os testes revelaram que calibrações universais podem comprometer o equilíbrio entre segurança e conforto, sendo necessário ajustar os parâmetros conforme o tipo de pneu e a sensibilidade desejada. Assim, o trabalho comprovou que a integração entre modelagem numérica, controle baseado em modelo e validação subjetiva constitui um processo eficiente para o desenvolvimento de sistemas de estabilidade veicular, reduzindo a necessidade de testes físicos e fortalecendo a engenharia virtual como ferramenta central na concepção de veículos modernos.

Palavras-chave: Dinâmica veicular. Controle eletrônico de estabilidade (ESC). Controle preditivo baseado em modelo (MPC). Controle SDRE. Modelo linear variante no tempo (LTV). Correlação experimental-numérica. Simulador automotivo. Calibração de ESC. Sensibilidade de pneus.

Abstract

The Electronic Stability Control (ESC) has established itself as one of the essential functions for active vehicle safety and is mandatory in several countries. The development of this function involves the modeling and calibration of advanced controllers capable of regulating the main variables associated with directional stability: the yaw rate and the side-slip angle. The virtualization of this process in the automotive sector has become strategic for reducing development costs and time. This research explores the development and calibration of a model-based Electronic Stability Control (ESC) system using optimal control techniques, namely the State-Dependent Riccati Equation (SDRE) and the Model Predictive Control (MPC). The study was fully conducted in a high-fidelity virtual environment using the VI-CarRealTime (VI-CRT) software coupled with MATLAB/Simulink, and subjectively validated through a Driver-in-the-Loop (DiL) automotive simulator. The proposed methodology covered the entire process — from vehicle dynamic modeling to performance assessment — considering both objective metrics and human perception. Initially, two-degree-of-freedom (2-DOF) theoretical models were developed in Linear Time-Invariant (LTI) and Linear Time-Varying (LTV) versions, derived from the high-fidelity VI-CRT vehicle model. Correlation analyses with experimental data confirmed the superiority of the VI-CRT as a virtual plant and the efficiency of the LTV model as a simplified control-oriented base. Subsequently, SDRE and MPC controllers were implemented and calibrated for vehicle stabilization under Sine With Dwell (SWD) maneuvers. The MPC showed excellent tracking performance and smooth actuation, while the SDRE demonstrated robustness and lower computational cost, being more suitable for real-time applications. The subjective evaluation in the DiL simulator revealed that ESC calibration is highly dependent on tire characteristics and driver preferences. Tests indicated that universal calibrations may compromise the balance between safety and comfort, requiring parameter tuning according to tire type and desired sensitivity. Therefore, this work demonstrates that the integration of numerical modeling, model-based control, and subjective validation represents an efficient process for the development of vehicle stability systems, reducing the need for physical tests and reinforcing virtual engineering as a key tool in modern vehicle design.

Keywords: Vehicle dynamics. Electronic stability control (ESC). Model predictive control (MPC). SDRE control. Linear time-varying model (LTV). Experimental–numerical correlation. Driving simulator. ESC calibration. Tire sensitivity.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Dados relacionados aos acidentes de trânsito no Brasil nos últimos anos (Agência Nacional de Transportes, 2024).	19
Figura 2 – Funções de segurança ativa e assistências ao motorista efetuadas pela central eletrônica de freios.	21
Figura 3 – Concepção integrada HIL e DIL no desenvolvimento da dinâmica veicular (Adaptado de Boreanaz (2021)).	22
Figura 4 – Sistema de coordenadas veicular adotado conforme norma SAE J670 (Adaptado de Jazar (2008)).	26
Figura 5 – Fenômenos de formação de forças e momentos na interação pneu-pista (Adaptado de Genta e Morello (2019)).	27
Figura 6 – Gráficos característicos das forças longitudinais e laterais dos pneus em função de κ e α respectivamente (PAUWELUSSEN, 2014).	28
Figura 7 – Representação clássica do modelo de bicicleta para dinâmica lateral. . .	29
Figura 8 – Ciclo V da indústria automotiva (Adaptado de Silva <i>et al.</i> (2014)). . .	31
Figura 9 – Modelo <i>VI-CarRealTime</i> com 14-DOF (Adaptado de VI-grade (2023)).	33
Figura 10 – Cenários de comportamento direcional de veículos em curva (Adaptado de Balkwill (2017)).	34
Figura 11 – Lógica operacional da frenagem individualizada do ESC conforme condição de subesterço ou sobresterço (Adaptado de Rill e Castro (2022)).	35
Figura 12 – Diagrama de blocos de um sistema de controle genérico em malha fechada.	37
Figura 13 – Princípio de funcionamento do horizonte de predição do MPC (Adaptado de Murilo (2009)).	40
Figura 14 – Exemplificação do horizonte de predição do comando de um MPC parametrizado (Adaptado de Alamir (2013)).	43
Figura 15 – Número de artigos publicados por ano e quantidade de publicações em função da região (dados coletados em 21/10/2025 na base Scopus). . .	46
Figura 16 – Mapa de calor de ocorrência de palavras-chave nas pesquisas relacionadas; tamanho da fonte e coloração indicam maior ocorrência (dados coletados em 21/10/2025 na base Scopus).	47
Figura 17 – Comparativo da força lateral pura nos pneus entre os modelos <i>Magic Formula</i> (MF) e ganho-saturação (GS), e variação do coeficiente de rigidez lateral em função da carga vertical com valores de eixo censurados devido a confidencialidade do projeto.	51
Figura 18 – Janela de histerese para ativação e desativação do controle.	55

Figura 19 – Lógica de limitação por deslizamento longitudinal análogo a ABS com valores de eixo censurados devido a confidencialidade do projeto (Adaptado de Souza <i>et al.</i> (2025)).	56
Figura 20 – Diagrama de funcionamento do MPC desenvolvido.	58
Figura 21 – Diagrama de funcionamento do SDRE desenvolvido.	59
Figura 22 – Fluxo de desenvolvimento virtual proposto para o ESC.	60
Figura 23 – Campo de provas do Circuito dos cristais em Curvelo (MG) (CIRCUITO DOS CRISTAIS, 2023).	61
Figura 24 – Entrada do volante para manobra <i>step steer</i>	61
Figura 25 – Entrada do volante para manobra <i>ramp steer</i>	62
Figura 26 – Entrada do volante para manobra <i>sweep steer</i>	63
Figura 27 – Entrada do volante para manobra <i>sine with dwell</i>	63
Figura 28 – Disposição de cones normatizados para manobra DLC (Adaptado de VI-grade (2023)).	64
Figura 29 – Tabela de parâmetros utilizados nos modelos virtuais referentes ao veículo, aos freios e aos pneus.	65
Figura 30 – Diagrama demonstrativo da interação entre planta VI-CRT e controle desenvolvido em <i>Matlab-Simulink</i>	66
Figura 31 – Modelo <i>Matlab-Simulink</i> dos controladores desenvolvidos com entradas e saídas do modelo VI-CRT para compilação.	67
Figura 32 – Perfil do ângulo de volante das manobras SWD para as intensidades suave e agressiva analisadas.	68
Figura 33 – Tabela de parâmetros específicos de controle ajustáveis do ESC com suas respectivas aplicações.	69
Figura 34 – Simulador dinâmico veicular DIM 150 utilizado nos testes de ESC virtual com pilotos.	70
Figura 35 – Diagrama do processo de compilação do modelo <i>Simulink</i> do controlador para as máquinas de simulação.	71
Figura 36 – Tabela de configurações testadas em simulador com suas respectivas calibrações dos parâmetros de controle e de pneu do ESC, o pneu correspondente montado no veículo virtual, os avaliadores responsáveis e os objetivos dos testes.	72
Figura 37 – Comparativo das forças longitudinal e lateral puras entre os distintos pneus disponibilizados com tabela resumo de atrito e rigidez relativos entre eles e com valores de eixo censurados devido a confidencialidade do projeto.	73
Figura 38 – Comparação entre respostas experimentais (EXP) e simuladas (VI-CRT, 2-DOF LTI, 2-DOF LTV) para manobra <i>Ramp Steer</i> à esquerda.	75

Figura 39 – Comparação entre respostas experimentais (EXP) e simuladas (VI-CRT, 2-DOF LTI, 2-DOF LTV) para manobra <i>Ramp Steer</i> à direita.	75
Figura 40 – Comparação entre respostas experimentais (EXP) e simuladas (VI-CRT, 2-DOF LTI, 2-DOF LTV) para manobra <i>Step Steer</i> de 30°.	76
Figura 41 – Comparação entre respostas experimentais (EXP) e simuladas (VI-CRT, 2-DOF LTI, 2-DOF LTV) para manobra <i>Step Steer</i> de 60°.	77
Figura 42 – Comparação de ganho e fase no domínio da frequência entre respostas experimentais (EXP) e simuladas (VI-CRT, 2-DOF LTI, 2-DOF LTV) para manobra <i>Sweep Steer</i>	78
Figura 43 – Comparação de ganho e fase no domínio da frequência entre respostas experimentais (EXP) e simuladas (VI-CRT, 2-DOF LTI, 2-DOF LTV) para manobra SWD suave com ESC desligado.	79
Figura 44 – Comparação de ganho e fase no domínio da frequência entre respostas experimentais (EXP) e simuladas (VI-CRT, 2-DOF LTI, 2-DOF LTV) para manobra SWD agressiva com ESC desligado.	79
Figura 45 – Tabela avaliativa das métricas de correlação R^2 e FIT com qualificação por mapa de calor para manobras no domínio do tempo.	80
Figura 46 – Comparação da resposta dos dados experimentais com ESC ligado (ON) e desligado (OFF) para manobra SWD.	81
Figura 47 – Comparação da resposta do modelo virtual com ESC ligado (ON) e desligado (OFF) para manobra SWD, partindo da calibração base T0 do MPC clássico.	82
Figura 48 – Tabela comparativa das principais propostas de calibração por estratégia MPC-C, MPC-P e SDRE, enumeradas como T- n , com seus respectivos parâmetros e tempos médios de processamento nas manobras SWD simuladas. Em amarelo destacam-se os parâmetros alterados em relação à calibração de referência. Os tempos médios de simulação com menor custo computacional são indicados em verde e os de maior custo em vermelho.	83
Figura 49 – Resposta da calibração MPC-C T0 para manobras SWD: comportamento baseado na resposta das medições experimentais que estabiliza adequadamente o veículo e serve de referência para as demais calibrações.	86
Figura 50 – Resposta da calibração MPC-C T11 para manobras SWD: maior constante de filtro do sistema hidráulico que suaviza o comando, atrasa a atuação e aumenta o erro de rastreamento.	87
Figura 51 – Resposta da calibração MPC-C T12 para manobras SWD: menor constante de filtro do sistema hidráulico que melhora o rastreamento da taxa de guinada e aumenta os picos de frenagem de forma irreal.	88

Figura 52 – Resposta da calibração MPC-C T14 para manobras SWD: maior ganho de saturação da frenagem na traseira que amplia o limite e redistribui o esforço, reduzindo a sobrecarga na dianteira e mantendo a estabilidade.	89
Figura 53 – Resposta da calibração MPC-P T1 para manobras SWD: parametrização do MPC de menor quantidade de pontos e desempenho equivalente ao MPC-C T0, porém com custo computacional superior ao esperado.	90
Figura 54 – Resposta da calibração SDRE T0 para manobras SWD: estabilização efetiva com picos de atuação mais agudos e custo computacional reduzido.	91
Figura 55 – Resposta do veículo real medido para manobras SWD.	92
Figura 56 – Tabela descritiva das calibrações de ESC com os respectivos parâmetros alterados, destacados em amarelo para cada proposta, e a síntese geral da avaliação pelos pilotos.	94
Figura 57 – Comparação da resposta da manobra DLC medida experimentalmente no veículo real com ESC ligado e desligado.	95
Figura 58 – Comparação da resposta da manobra DLC replicada em simulador DiL no modelo virtual com ESC ligado e desligado.	96

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros do modelo 2-DOF do veículo.	30
Tabela 2 – Principais publicações mais citadas sobre controle de estabilidade veicular (dados coletados em 21/10/2025 na base Scopus).	47
Tabela 3 – Estrutura lógica resumida de decisão de frenagem do ESC com classificação de atuação por tipo de instabilidade (Adaptado de Bai <i>et al.</i> (2024)).	56

Lista de abreviaturas e siglas

ACC	Adaptive Cruise Control (controle de cruzeiro adaptativo)
AEB	Automatic Emergency Braking (frenagem autônoma de emergência)
ADAS	Advanced Driver-Assistance Systems (assistências avançadas ao motorista)
AFS	Active Front Steering (direção ativa dianteira)
CG	Centro de gravidade
DIL	Driver-in-the-Loop
DNIT	Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes
DYC	Direct Yaw Control (controle direto do momento de guinada)
EBD/EBV	Electronic Brakeforce Distribution (distribuição eletrônica de frenagem)
ESC/ESP	Electronic Stability Control/Program (controle eletrônico de estabilidade)
GDL/DOF	Graus de liberdade / Degrees of Freedom
HIL	Hardware-in-the-Loop
LQR	Linear Quadratic Regulator (regulador linear quadrático)
LTI	Linear Time-Invariant (linear invariante no tempo)
LTV	Linear Time-Variant (linear variante no tempo)
MBD	Model-Based Design (projeto baseado em modelo)
MIL	Model-in-the-Loop
MPC	Model Predictive Control (controle preditivo baseado em modelo)
NHTSA	National Highway Traffic Safety Administration
QP	Quadratic Programming (programação quadrática)
RENAEST	Registro Nacional de Acidentes e Estatísticas de Trânsito
SDRE	State-Dependent Riccati Equation (equação de Riccati dependente do estado)

SWD	Sine With Dwell (manobra padronizada)
UCC	Unified Chassis Control (controle unificado de chassi)
VI-CRT	VI-CarRealTime

Lista de símbolos

Subíndices $i = f,r$	Denota eixo dianteiro e traseiro respectivamente
Subíndices $j = l,r$	Denota lado esquerdo e direito respectivamente
Subíndices $m = x,y$	Denota direção longitudinal e lateral respectivamente
g	Aceleração da gravidade
t	Tempo contínuo
k	Instante de tempo discreto
m	Massa total do veículo
a	Distância do eixo dianteiro até o centro de gravidade
b	Distância do eixo traseiro até o centro de gravidade
I_z	Momento de inércia no eixo de guinada
h	Altura do centro de gravidade
δ_f	Ângulo de esterçamento da roda dianteira
v_x	Velocidade longitudinal do veículo
v_y	Velocidade lateral do veículo
β	Deslizamento lateral do veículo
r	Taxa de guinada do veículo
R_e	Raio efetivo do pneu
α	Ângulo de deriva do pneu
κ	Deslizamento longitudinal do pneu
ω	Velocidade angular do pneu
v_w	Velocidade linear resultante na roda
ω	Velocidade angular da roda
μ_x, μ_y	Coefficientes de atrito longitudinal e lateral
B_m	Fator de rigidez

C_m	Fator de forma
D_m	Fator de pico
E_m	Fator de curvatura
SH_m	<i>Offset</i> horizontal
SV_m	<i>Offset</i> vertical
C_α	Rigidez lateral do pneu
C_κ	Rigidez longitudinal do pneu
F_x	Força longitudinal do pneu
F_y	Força lateral do pneu
F_z	Força vertical do pneu
M_z	Momento de guinada
M_{ESC}	Momento de guinada corretivo gerado pelo ESC
F_B	Força de frenagem
K_B	Constante equivalente aos componentes de freios
P_B	Pressão de frenagem
A, B, C, D	Matrizes do modelo em espaço de estados no tempo contínuo
A_d, B_d	Matrizes do modelo em espaço de estados no tempo discreto
T_s	Período de amostragem da discretização
$J(k)$	Função de custo do controle ótimo discreto
H	Matriz Hessiana
F	Vetor gradiente
y_r, y_d	Saída regulada e referência desejada
τ_d, τ_{ESC}	Constantes de tempo do filtro das variáveis desejadas e do atraso hidráulico do ESC
$u(k)$	Comando de controle discreto no instante k
$x(k)$	Vetor de estados no instante k

N	Horizonte de predição do MPC
Φ, Ψ	Matrizes de predição do estado e da entrada no MPC
$\Pi(\mathbf{n}, N)$	Matriz de seleção no horizonte de predição
$\mathbf{Q}_u, \mathbf{Q}_y$	Matrizes de ponderação dos estados e dos comandos para MPC
\mathbf{p}	Variável de decisão reduzida
Δu	Variação do comando de controle
\mathbf{u}_{opt}	Sequência ótima de controle
\mathbf{K}_{opt}	Matriz otimizada de ganho de realimentação de estados do SDRE
\mathbf{Q}, \mathbf{R}	Matrizes de ponderação dos estados e dos comandos para SDRE
FIT	Métrica de ajuste entre sinais simulados e experimentais
R^2	Coefficiente de determinação da correlação entre sinais

Sumário

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Contextualização	19
1.2	Relevância	22
1.3	Objetivos	23
1.4	Organização do trabalho	23
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	25
2.1	Modelagem e simulação da dinâmica veicular	25
2.1.1	Modelo de pneus	26
2.1.2	Modelo de veículo	29
2.1.3	Simulação computacional	31
2.2	Controle eletrônico de estabilidade (ESC)	33
2.3	Teorias de controle	36
2.3.1	Controlador MPC (<i>Model Predictive Control</i>)	40
2.3.2	Controlador SDRE (<i>State-Dependent Riccati Equation</i>)	44
2.4	Estado da arte	45
3	MÉTODOS	49
3.1	Modelagem numérica da dinâmica veicular	49
3.1.1	Modelo linearizado de pneu	50
3.1.2	Derivação matemática do modelo bicicleta	52
3.2	Projeto dos controladores de estabilidade	53
3.2.1	Estratégia de intervenção de controle	54
3.2.2	Controlador MPC	57
3.2.3	Controlador SDRE	58
3.3	Aplicação, ajuste e validação do controle em ambiente virtual	60
3.3.1	Ambiente de simulação e validação	64
3.3.2	Preparação e correlação dos modelos numéricos	67
3.3.3	Calibração do sistema de controle	68
3.3.4	Integração e aplicação em simulador <i>Driver-in-the-Loop</i>	70
4	RESULTADOS	74
4.1	Preparação e correlação dos modelos numéricos	74
4.1.1	Manobra <i>Ramp Steer</i>	74
4.1.2	Manobra <i>Step Steer</i>	76
4.1.3	Manobra <i>Sweep Steer</i>	77

4.1.4	Manobra <i>Sine With Dwell</i> (SWD)	78
4.1.5	Métricas estatísticas	79
4.2	Desempenho e calibração da resposta do controle	80
4.2.1	Comparativo experimental e virtual	80
4.2.2	Calibração virtual	82
4.3	Avaliação do controle em simulador DiL	92
4.3.1	Avaliações subjetivas das propostas de controle	93
4.3.2	Comparativo experimental e simulador	94
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	97
	REFERÊNCIAS	99

1 Introdução

O setor automotivo está em constante evolução, impulsionado pelo surgimento de novas tecnologias que visam aprimorar a experiência dos usuários e, sobretudo, garantir sua segurança. Este capítulo busca situar o leitor no contexto atual da indústria automotiva, destacando as principais inovações tecnológicas e os desafios relacionados à segurança veicular. Além disso, introduz-se o tema central deste trabalho, evidenciando sua importância para o avanço da área, os objetivos que se pretende alcançar e, por fim, delinea-se a estrutura da dissertação, abordando os principais tópicos que serão explorados nos capítulos subsequentes.

1.1 Contextualização

A segurança no trânsito tem sido um dos principais impulsionadores da inovação tecnológica no setor automotivo. No Brasil, o cenário de acidentes de trânsito é crítico, estima-se que a cada 7 minutos uma pessoa é vítima de um acidente em alguma via, conforme noticiado no Portal do Trânsito (PORTAL DO TRÂNSITO, 2020). A Figura 1 apresenta dados relevantes, disponibilizados pelo Registro Nacional de Acidentes e Estatísticas de Trânsito (RENAEST), dos acidentes registrados anualmente no Brasil. Além do impacto à vida, é notável o prejuízo financeiro causado por acidentes de trânsito, de acordo com o Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT) os acidentes geram um custo de R\$ 52,2 bilhões anualmente ao Brasil (DNIT, 2020).

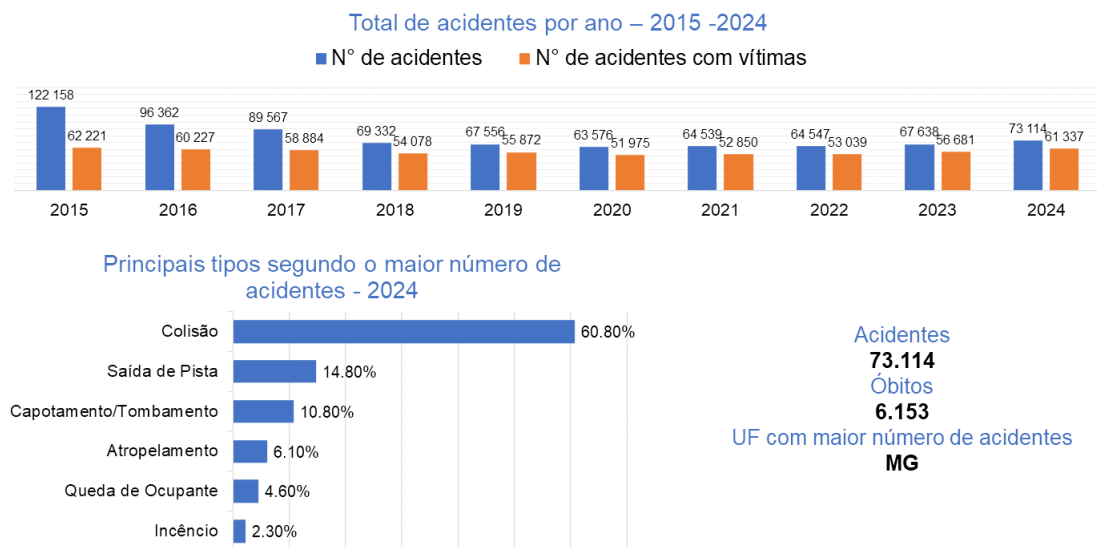


Figura 1 – Dados relacionados aos acidentes de trânsito no Brasil nos últimos anos (Agência Nacional de Transportes, 2024).

O investimento em sistemas de segurança veicular torna-se essencial para prevenção destes acidentes, assim, os sistemas eletromecânicos presentes nos veículos modernos, introduzem sensores e atuadores que monitoram, auxiliam ou até mesmo executam comandos automáticos em veículos para melhoria tanto da segurança quanto do desempenho e do conforto na condução. Estes sistemas de segurança podem ser ativos ou passivos. Cintos de segurança e *airbags* são exemplos de sistemas passivos, que servem para reduzir os danos de acidentes, enquanto os sistemas ativos previnem sua ocorrência ao evitar eventos indesejados, como o travamento das rodas, capotamento ou derrapagem, que podem ocasionar a perda do controle pelo motorista (AZADI; KAZEMI; NEDAMANI, 2021).

Entre os sistemas de segurança ativa, o Controle Eletrônico de Estabilidade (*Electronic Stability Control* - ESC) destaca-se como uma tecnologia essencial para a prevenção de acidentes. Estudos realizados por instituições de renome mundial, como a *National Highway Traffic Safety Administration* (NHTSA) nos Estados Unidos, estimaram que, de 2011 a 2015, mais de 7000 vidas foram salvas devido ao uso do ESC (NHTSA, 2017). O impacto positivo foi tão expressivo que sua obrigatoriedade foi implementada nos principais mercados globais, incluindo os Estados Unidos a partir de 2012 (NHTSA, 2007), a União Europeia a partir de 2014 (EU, 2009) e o Brasil, onde se tornou compulsório para todos os veículos novos a partir de 2024 (CONTRAN, 2022).

Tradicionalmente, o desenvolvimento do ESC na indústria é um processo complexo, caro e demorado, fortemente dependente de protótipos físicos e de extensos testes em pistas especializadas. Engenheiros de teste submetem os veículos a manobras extremas para avaliar o comportamento do sistema e calibrar centenas de parâmetros até atingir um desempenho que seja ao mesmo tempo seguro e alinhado com a identidade de dirigibilidade da marca. Este processo iterativo, embora eficaz, consome tempo e recursos significativos, além de expor pilotos e equipamentos a riscos.

Atualmente, a central eletrônica de freios realiza diversas funções além do ESC, como o ABS (*Anti-lock Brake System*), o EBD (*Electronic Brake Distribution*) e o TCS (*Traction Control System*) mostrados na Figura 2. Adicionalmente, ela já suporta uma vasta gama de funções auxiliares e de Sistemas Avançados de Assistência ao Motorista (*Advanced Driver-Assistance Systems* - ADAS) como o Controle de Cruzeiro Adaptativo (*Adaptive Cruise Control* - ACC) e a Frenagem Autônoma de Emergência (*Autonomous Emergency Braking* - AEB). Isso torna a calibração e a robustez do sistema de controle de estabilidade ainda mais críticas.

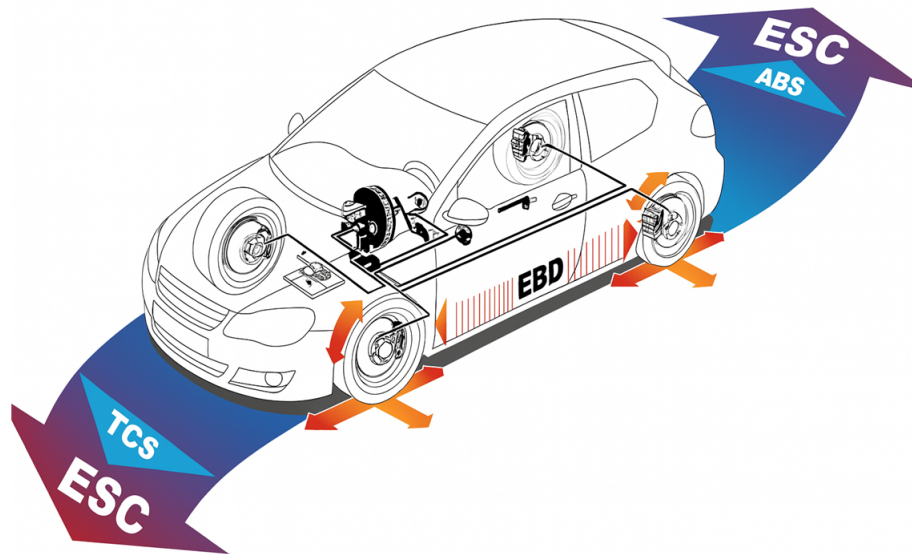


Figura 2 – Funções de segurança ativa e assistências ao motorista efetuadas pela central eletrônica de freios.

Para enfrentar a crescente complexidade e os custos do desenvolvimento, a indústria automotiva vem passando por uma profunda transformação digital, adotando a virtualização dos processos de desenvolvimento. Este novo paradigma, fundamentado no Projeto Baseado em Modelo (*Model-Based Design* - MDB) propõe a redução de protótipos físicos por modelos virtuais de alta fidelidade nas fases de projeto. A difusão de simuladores automotivos é consequência direta dessa virtualização, em que um motorista humano interage com o veículo virtual em tempo real em um sistema chamado *Driver-in-the-Loop* (DiL). Esta ferramenta possibilita a realização de testes e calibração de componentes virtuais, como o próprio sistema ESC, em diversos cenários controláveis e repetíveis, além de permitir a avaliação de um aspecto crucial que é a percepção subjetiva do motorista. Alguns sistemas mais aprimorados, com aplicações *Hardware-in-the-Loop* (HIL), são capazes de integrar bancadas de componentes, como motor, pneu, direção e amortecedor, na simulação em tempo real, como mostrado na Figura 3.



Figura 3 – Conceção integrada HIL e DIL no desenvolvimento da dinâmica veicular (Adaptado de Boreanaz (2021)).

1.2 Relevância

O controle de estabilidade é um requisito consolidado de segurança ativa veicular e exerce papel determinante não apenas na mitigação de acidentes, mas também no conforto e na dirigibilidade percebidos pelo motorista. Dessa forma, a calibração adequada do ESC impacta diretamente a qualidade dinâmica do veículo como produto e, conseqüentemente, seu valor agregado, o que justifica os investimentos contínuos da indústria automotiva nesta área de engenharia de controle.

Entretanto, o processo de desenvolvimento e calibração do ESC representa um desafio significativo para a engenharia veicular, pois está atrelado a diversas não linearidades operacionais, associadas principalmente às variações de atrito pneu-pista, à transferência de carga, à troca de pneus e às condições extremas de manobra. Tradicionalmente, a validação dessas condições exige extensas campanhas de testes físicos, incluindo avaliações em superfícies de alto e baixo atrito, o que implica elevados custos financeiros, logísticos e de tempo.

Nesse contexto, a virtualização do desenvolvimento surge como uma alternativa promissora, porém introduz uma lacuna relevante: a necessidade de garantir que os modelos virtuais e os controladores calibrados sejam representativos do comportamento real do veículo, tanto sob métricas objetivas quanto sob a percepção subjetiva do motorista. Esse processo demanda a correlação rigorosa de modelos numéricos para permitir a aplicação, calibração e validação comparativa de diferentes estratégias de controle em um ciclo de desenvolvimento virtual confiável. Adicionalmente, a aplicação em simuladores automotivos

possibilita a inclusão sistemática da avaliação subjetiva e da interação homem-máquina no processo de calibração.

O aprimoramento dos métodos de desenvolvimento e calibração aplicados ao ESC não apenas resulta em veículos mais seguros, mas também contribui para a redução do tempo e do custo de desenvolvimento, além de fomentar a inovação tecnológica. Ensaios virtuais mais rápidos e confiáveis permitem a exploração de estratégias de controle avançadas, potencialmente mais robustas e menos intrusivas, bem como sua integração ao ecossistema de ADAS, contribuindo diretamente para uma visão de trânsito sem acidentes.

1.3 Objetivos

Esta dissertação tem como foco a investigação de duas estratégias de controle baseado em modelo, *Model Predictive Control* (MPC) e *State-Dependent Riccati Equation* (SDRE), selecionadas por suas características complementares: o MPC pela capacidade preditiva e tratamento explícito de restrições, e o SDRE pela robustez e viabilidade computacional em aplicações em tempo real. O principal objetivo reside na proposição de um processo completo de desenvolvimento virtual do ESC, desde a modelagem numérica correlacionada, o projeto e a calibração objetiva de controladores baseados em modelo, até a validação subjetiva em simulador dinâmico veicular. Para alcançar o objetivo principal, são propostas as seguintes metas específicas a serem contempladas ao longo do projeto:

- Desenvolvimento de modelos teóricos simplificados de 2 graus de liberdade com efeitos de filtro e parâmetros adaptativos com viabilidade para implementação em controle;
- Correlação de manobras padronizadas entre dados experimentais, modelos teóricos desenvolvidos e modelo complexo de simulação VI-CarRealTime;
- Implementação, calibração e comparação de estratégias de controle avançado baseadas em modelo conforme critérios objetivos de estabilidade lateral;
- Avaliação subjetiva do comportamento do veículo com distintas calibrações de controle em simulador veicular dinâmico DiL.

1.4 Organização do trabalho

A estrutura do trabalho propõe uma sequência lógica, alinhada à evolução do projeto e ao cumprimento gradual dos objetivos específicos, a fim de facilitar a leitura e torná-la mais dinâmica. Os capítulos do trabalho seguem listados abaixo, seguidos de uma breve abordagem dos assuntos tratados:

- Capítulo 01 - Introdução: Apresenta a contextualização do tema, a relevância do trabalho, os objetivos que nortearam a pesquisa e a estrutura do documento.
- Capítulo 02 - Fundamentação teórica: Estabelece o embasamento teórico necessário, cobrindo os fundamentos da dinâmica veicular, dos sistemas de controle de estabilidade e das teorias de controle SDRE e MPC, além de posicionar o trabalho frente ao estado da arte.
- Capítulo 03 - Métodos: Descreve detalhadamente todos os passos e ferramentas utilizados na pesquisa, incluindo a modelagem numérica, o projeto dos controladores e a metodologia de validação em ambiente virtual, desde a correlação até os testes em simulador DiL.
- Capítulo 04 - Resultados: Apresenta os resultados obtidos em cada etapa da validação, incluindo a análise de correlação, os comparativos de desempenho objetivo em simulação offline e os resultados da avaliação subjetiva no simulador DiL, seguidos de uma discussão aprofundada sobre seus significados.
- Capítulo 05 - Conclusões: Sintetiza os principais resultados do trabalho, reitera as contribuições alcançadas, discute as limitações da pesquisa e propõe caminhos para trabalhos futuros.

2 Fundamentação Teórica

Para alicerçar o desenvolvimento de um sistema de controle de estabilidade veicular baseado em modelo, é imprescindível uma profunda compreensão dos princípios teóricos que governam o problema. Este capítulo estabelece a fundamentação teórica indispensável para o desenvolvimento e a compreensão da presente dissertação estruturada em quatro pilares sequenciais e complementares.

Inicialmente, serão abordados os fundamentos da dinâmica veicular, com ênfase na derivação e nas características do modelo bicicleta, que constitui a base para o projeto dos controladores. Complementarmente, descreve-se o ambiente de simulação virtual empregado para as etapas de desenvolvimento e teste.

Posteriormente, serão explorados os princípios do Controle Eletrônico de Estabilidade, fundamentados nos conceitos de estabilidade direcional, nos fenômenos de subesterço e sobresterço e nos limites de dirigibilidade, que definem os objetivos de controle.

Em seguida, será realizada uma incursão na teoria de controle, detalhando as formulações matemáticas e as propriedades das estratégias de controle avançado empregadas neste trabalho: o Controle via Equação de Riccati Dependente de Estado (*State-Dependent Riccati Equation* - SDRE) e o Controle Preditivo Baseado em Modelo (*Model Predictive Control* - MPC).

Por fim, será conduzida uma revisão do estado da arte, com a análise de trabalhos científicos seminais e de pesquisas recentes, para mapear a evolução, as tendências, as abordagens consolidadas e as lacunas na literatura sobre o desenvolvimento virtual de controle de estabilidade veicular baseado em modelo.

Ao final deste capítulo, o leitor terá a base conceitual desde o modelo físico do sistema até as ferramentas de controle de estabilidade veicular contextualizadas no panorama científico atual, e estará preparado para acompanhar o desenvolvimento da metodologia e a análise dos resultados apresentados nos capítulos subsequentes.

2.1 Modelagem e simulação da dinâmica veicular

A capacidade de projetar e sintonizar um sistema de controle de estabilidade depende fundamentalmente da compreensão e da representação matemática da dinâmica veicular (ULSOY; PENG; CAKMAKCI, 2012). O veículo é um sistema dinâmico complexo e não linear que, ao ser modelado, pode possuir inúmeros graus de liberdade (*Degrees of Freedom* - DOF) caso sejam considerados, por exemplo, todos os movimentos da suspensão e a flexibilidade de componentes. No entanto, para a análise de estabilidade e controle

direcional, é comum e eficaz simplificar o sistema para focar nos graus de liberdade dominantes (GILLESPIE, 1992).

Como referência para o embasamento teórico da dinâmica veicular, o movimento do veículo é descrito através de um sistema de coordenadas fixo com a origem no centro de gravidade (CG) conforme a norma SAE J670 (SAE, 2008), como mostra a Figura 4.

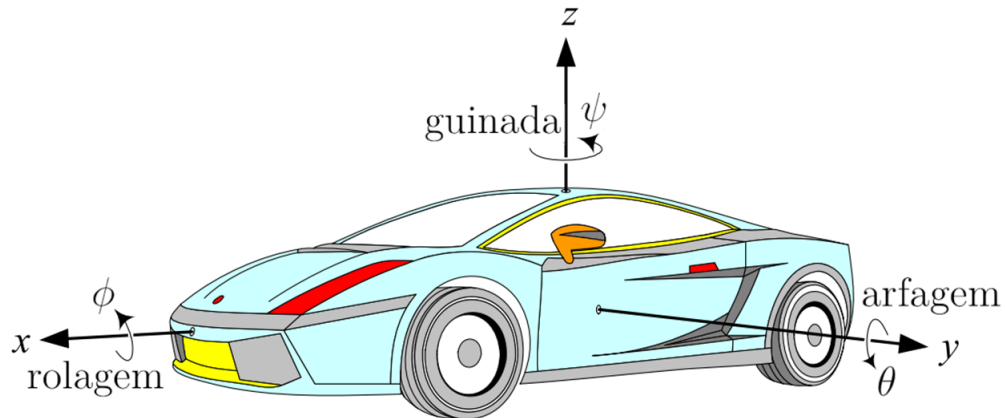


Figura 4 – Sistema de coordenadas veicular adotado conforme norma SAE J670 (Adaptado de Jazar (2008)).

O controle eletrônico de estabilidade atua primordialmente sobre a dinâmica veicular em curvas, o que envolve uma mistura de velocidade longitudinal e rotação no eixo vertical ou guinada do veículo (BALKWILL, 2017). Portanto, a modelagem para esta aplicação pode ser simplificada para incluir apenas os graus de liberdade essenciais, garantindo ainda alta fidelidade aos fenômenos de interesse. A base para essa modelagem, no entanto, reside na compreensão prévia da dinâmica dos pneus, cujas características são um requisito fundamental para a previsão do comportamento do veículo.

2.1.1 Modelo de pneus

A interação pneu–pista é a principal responsável pela geração das forças que governam a dinâmica veicular, tornando a modelagem dos pneus um dos aspectos mais críticos para a fidelidade da simulação (GILLESPIE, 1992). Em curvas, quando a velocidade resultante no centro da roda não se encontra em seu plano médio, a área de contato sofre deformação, caracterizando o ângulo de deriva α (GENTA; MORELLO, 2019). De modo análogo, as deflexões tangenciais associadas à rotação da roda originam o deslizamento longitudinal κ (PACEJKA, 2012). Estes fenômenos, representados na Figura 5, são os

principais responsáveis pela formação de forças e momentos de reação equivalentes nos pneus.

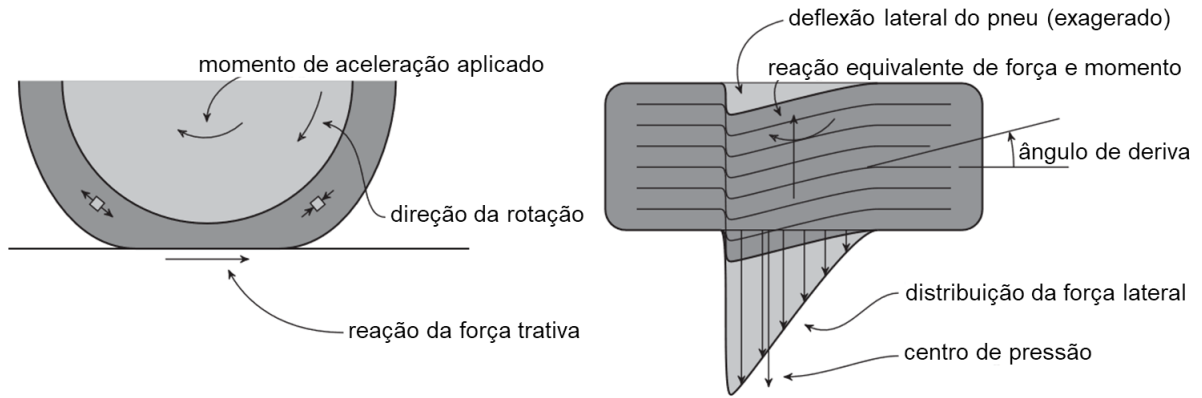


Figura 5 – Fenômenos de formação de forças e momentos na interação pneu-pista (Adaptado de Genta e Morello (2019)).

Os valores de α e κ podem ser determinados pelas componentes da velocidade do veículo no centro da roda e pela velocidade angular da própria roda. A Equação 2.1 expressa o cálculo, no qual são utilizados a velocidade angular da roda ω_{ij} , o raio efetivo do pneu R_e , e as componentes de velocidade longitudinal v_{wxij} e lateral v_{wyij} , considerando os índices i para o eixo (dianteiro/traseiro) e j para o lado (esquerdo/direito).

$$\kappa_{ij} = \frac{\omega_{ij} R_e - v_{wxij}}{\max(\omega_{ij} R_e, v_{wxij})}, \quad \alpha_{ij} = \arctan\left(\frac{v_{wyij}}{v_{wxij}}\right) \quad (2.1)$$

A modelagem matemática das forças no contato pneu-solo é complexa e não linear. Uma formulação amplamente utilizada em simulações é a *Magic Formula*, desenvolvida por Bakker, Nyborg e Pacejka (1987) (PACEJKA, 2012). Este método semi-empírico baseia-se em dados experimentais ajustados a curvas com estrutura derivada de modelos físicos. Em geral, o modelo é capaz de descrever o comportamento dos pneus em pavimentos de baixa rugosidade até frequências de 8 Hz, sendo aplicável em análises genéricas de dirigibilidade e estabilidade veicular (HEXAGON, 2023).

A formulação completa da *Magic Formula* utiliza uma série de parâmetros constantes, definidos a partir de ensaios experimentais do pneu, em conjunto com variáveis de entrada para o cálculo das forças e momentos gerados no contato pneu solo. Ainda existem várias versões deste equacionamento, que têm sido aprimoradas ao longo do tempo, com a inclusão, por exemplo, de efeitos combinados e da influência da pressão de enchimento.

Em muitos casos, o equacionamento pode ser simplificado para representar os efeitos mais significativos para a aplicação desejada. Para estudos de controle de estabilidade, as forças longitudinais e laterais em regime puro são de interesse primordial e podem ser calculadas através da Equação 2.2.

$$F_m = D_m \sin\{C_m \arctan[B_m s_m - E_m(B_m s_m - \arctan(B_m s_m))]\} + SV_m \quad (2.2)$$

$$s_x = \kappa + SH_x \quad , \quad s_y = \alpha + SH_y \quad , \quad m = x \text{ ou } y \text{ (longitudinal ou lateral)}$$

Os coeficientes que governam a equação são definidos a partir dos parâmetros do pneu e incluem: o fator de rigidez B_m , o fator de forma C_m , o fator de pico D_m , o fator de curvatura E_m , o *offset* horizontal SH_m e o *offset* vertical SV_m .

O comportamento característico dessas forças pode ser observado no gráfico da Figura 6, que evidencia sua natureza não linear. Para pequenas amplitudes de deslizamento, contudo, a força lateral é aproximadamente proporcional a α assim como a força longitudinal a κ . Essas relações são descritas pelos coeficientes de rigidez lateral C_α e de rigidez longitudinal C_κ dos pneus.

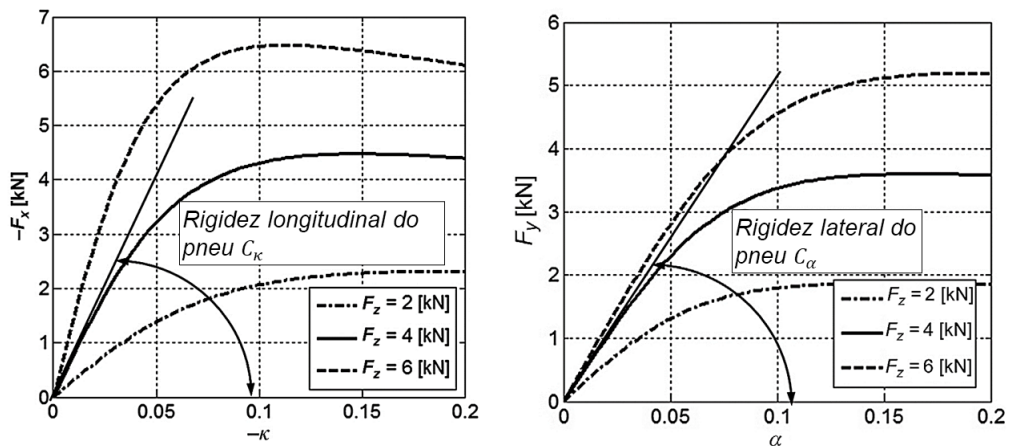


Figura 6 – Gráficos característicos das forças longitudinais e laterais dos pneus em função de κ e α respectivamente (PAUWELUSSEN, 2014).

Apesar da variação dinâmica desses coeficientes, especialmente pela transferência de carga, uma prática recorrente no projeto de sistemas de controle é a linearização do modelo de pneu. Nessa abordagem, consideram-se C_α e C_κ como constantes, o que permite representar, de forma simplificada, as forças longitudinais e laterais conforme a Equação 2.3.

$$F_x = \kappa C_\kappa \quad , \quad F_y = \alpha C_\alpha \quad (2.3)$$

2.1.2 Modelo de veículo

Na concepção de sistemas com controle de estabilidade veicular, o modelo de bicicleta, ilustrado na Figura 7, é amplamente empregado pela literatura por conciliar simplicidade e capacidade de representar os fenômenos dominantes da dinâmica veicular. Sob a hipótese de pequenos ângulos de esterçamento e de deslizamento das rodas, as diferenças entre as rodas interna e externa à curva tornam-se desprezíveis, o que permite unificar a notação dos eixos dianteiro e traseiro. Este modelo pode ser configurado com diferentes graus de liberdade, a depender dos efeitos e dos movimentos dinâmicos de interesse.

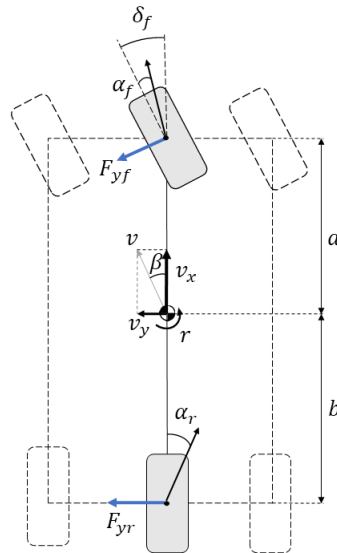


Figura 7 – Representação clássica do modelo de bicicleta para dinâmica lateral.

O modelo transiente clássico de 2 graus de liberdade (2-DOF) contempla os movimentos lateral e de guinada (rotação em torno do eixo vertical) da dinâmica veicular (ULSOY; PENG; CAKMAKCI, 2012). Os parâmetros necessários para o equacionamento são apresentados na Tabela 1.

Perturbação		Variáveis de estado	
Ângulo de esterçamento	δ_f	Velocidade longitudinal	v_x
Comando do controlador		Velocidade lateral	v_y
Momento de guinada	M_{ESC}	Ângulo de deslizamento lateral	β
Forças nos pneus		Taxa de guinada	r
Força longitudinal	F_{xi}	Parâmetros do veículo	
Força lateral	F_{yi}	Massa total	m
Eixo (f dianteiro / r traseiro)	i	Distância CG eixo dianteiro	a
		Distância CG eixo traseiro	b
		Momento de inércia de guinada	I_z

Tabela 1 – Parâmetros do modelo 2-DOF do veículo.

Primeiramente, estabelecem-se as relações geométricas para o ângulo de deslizamento lateral do veículo β e para os ângulos de deriva dos pneus dianteiro α_f e traseiro α_r . Adotando a aproximação para pequenos ângulos, as expressões correspondentes são apresentadas na Equação 2.4.

$$\tan \beta = \frac{v_y}{v_x}, \quad v_y \approx \beta v_x$$

$$\alpha_f = \delta_f - \frac{(v_y + a r)}{v_x} = \delta_f - \beta - \frac{a r}{v_x}, \quad \alpha_r = \frac{-(v_y - b r)}{v_x} = \frac{b r}{v_x} - \beta \quad (2.4)$$

Em seguida, a aplicação da Segunda Lei de Newton aos movimentos de corpo rígido leva ao equacionamento da força lateral e do momento de guinada resultantes no veículo conforme a Equação 2.5.

$$\sum F_y = F_{yf} + F_{yr} = m(v_x r + \dot{v}_y) = m v_x (\dot{\beta} + r)$$

$$\sum M_z = a F_{yf} - b F_{yr} = I_z \dot{r} \quad (2.5)$$

Ao adotar a linearidade no modelo de pneus, em que as forças laterais são substituídas por expressões proporcionais ao deslizamento, e usar as definições geométricas de α_f e α_r , as equações de movimento do veículo assumem a forma mostrada na Equação 2.6.

$$m v_x \dot{\beta} + m v_x r = -(C_{\alpha f} + C_{\alpha r}) \beta + \left(\frac{C_{\alpha r} b - C_{\alpha f} a}{v_x} \right) r + C_{\alpha f} \delta_f$$

$$I_z \dot{r} = (b C_{\alpha r} - a C_{\alpha f}) \beta - \left(\frac{C_{\alpha f} a^2 + C_{\alpha r} b^2}{v_x} \right) r + a C_{\alpha f} \delta_f \quad (2.6)$$

Com base nesse equacionamento, infere-se que os acoplamentos dinâmicos e cinemáticos do sistema decorrem do movimento no plano de guinada induzido pela direção das rodas (ATTIA; ORJUELA; BASSET, 2014). O modelo resultante é adequado tanto

para simulação da dinâmica veicular quanto para a incorporação de estratégias de controle eletrônico de estabilidade, que serão detalhadas adiante.

2.1.3 Simulação computacional

A crescente complexidade dos veículos modernos, associada à pressão do mercado automotivo por redução de custos e prazos de desenvolvimento, consolidou a utilização de metodologias de Projeto Baseado em Modelo neste setor. Essa abordagem integra continuamente o desenvolvimento e o teste ao longo do ciclo de projeto, de modo que cada etapa seja validada antes do avanço para a seguinte, minimizando retrabalhos e correções tardias. Nesta plataforma, tanto o sistema quanto seus testes evoluem durante o desenvolvimento, podendo inclusive ser reaproveitados em modelos e rotinas semelhantes (ULSOY; PENG; CAKMAKCI, 2012).

Essa filosofia permite identificar falhas de maneira precoce, otimizar parâmetros e avaliar diferentes cenários em ambiente virtual, mesmo antes da existência de qualquer componente físico. A estrutura que organiza formalmente o MBD na indústria é o ciclo de desenvolvimento em V (*V-Model*), representado na Figura 8. O lado esquerdo do “V” representa as etapas de decomposição e projeto, que vão desde a definição de requisitos até o detalhamento de componentes. O lado direito representa a integração e os testes, em que cada nível do sistema é progressivamente validado em relação às especificações da etapa correspondente no lado esquerdo.

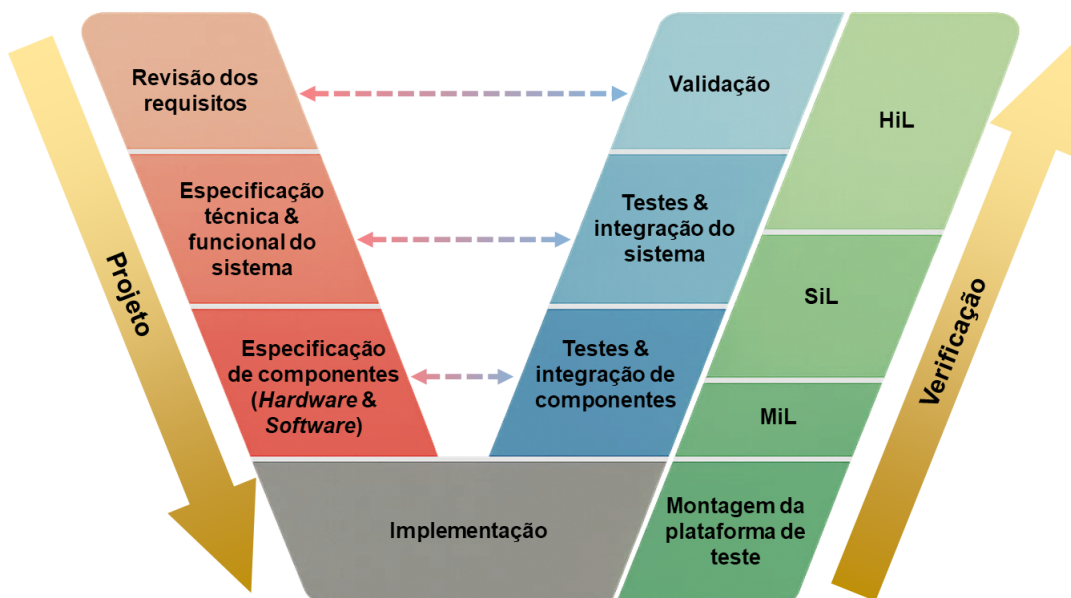


Figura 8 – Ciclo V da indústria automotiva (Adaptado de Silva *et al.* (2014)).

A execução do ciclo em V é sustentada por uma cadeia de ferramentas de simulação que podem representar o sistema em malha aberta ou fechada. Para caracterizar a resposta do veículo a manobras específicas de esterçamento, é comum empregar simulações em malha

aberta, denominadas de resposta direcional (GILLESPIE, 1992). Contudo, a interação motorista e veículo constitui um sistema em malha fechada, no qual o condutor observa a trajetória e ajusta continuamente o esterçamento para manter o curso desejado. Nesse contexto, é possível simular os sistemas e malha fechada através dos métodos *Model-in-the-loop* (MiL), *Software-in-the-loop* (SiL), *Hardware-in-the-loop* (HiL) e *Driver-in-the-Loop* (DiL).

Por um lado, o MiL permite testar e validar modelos matemáticos em ambiente computacional através de algoritmos, assim, quaisquer melhorias ou falhas podem ser resolvidas com a alteração do modelo o que minimiza o tempo e o custo do projeto. O HiL, por sua vez, integra unidades eletrônicas reais com modelos matemáticos implementados em plataformas que geram sinais de realimentação e simulam em tempo real a resposta do veículo aos comandos de controle, sendo amplamente usado em testes de mudança de código, de funcionalidades e de tolerância a falhas de unidades de controle eletrônico (EMIRLER; ACARMAN, 2016). Já o DiL é capaz de antecipar a avaliação da interação homem-máquina, reproduzindo as sensações de condução e permitindo análises subjetivas em complemento às métricas objetivas (ZHANG *et al.*, 2025).

Para análises mais detalhadas, em que a cinemática completa da suspensão e a flexibilidade de componentes são relevantes, utilizam-se softwares de multicorpos, como o *MSC Adams*. Esses programas descrevem o veículo como um conjunto de corpos rígidos ou flexíveis interligados, fornecendo alta fidelidade a um custo computacional elevado. No entanto, para sistemas que exigem a execução em tempo real, onde o avanço do tempo na simulação corresponde exatamente ao tempo cronológico, opta-se por modelos paramétricos com graus de liberdade reduzidos, como os disponíveis em ferramentas *CarSim*, *IPG CarMaker* e *VI-CarRealTime*. Apesar de serem mais simplificados em relação às ferramentas multicorpos, essas ferramentas ainda possuem modelos matemáticos complexos e validados, nos quais o veículo é definido através de um conjunto de parâmetros e de curvas de seus subsistemas e componentes.

Algumas plataformas de programação, como o *Matlab-Simulink*, permitem desenvolver algoritmos de controle e integrá-los a diferentes softwares de simulação, seja por compilação direta ou co-simulação (TORRES *et al.*, 2024). O *VI-CarRealTime* (VI-CRT), em sua configuração padrão, ilustrada na Figura 9, contempla 14 graus de liberdade, em que o chassi, considerado como uma massa suspensa, possui 6 graus de liberdade e cada roda, massa não suspensa, possui 2 graus de liberdade (MASTINU *et al.*, 2020). Ele permite o acoplamento de modelos externos para a expansão das dinâmicas consideradas ou para a inclusão de sistemas de controle (VI-GRADE, 2023). Adicionalmente, o VI-CRT possui ampla aplicação em simuladores veiculares para sistemas DiL, especialmente com mecanismos de movimento conhecidos como *Driver-in-Motion* (DiM).

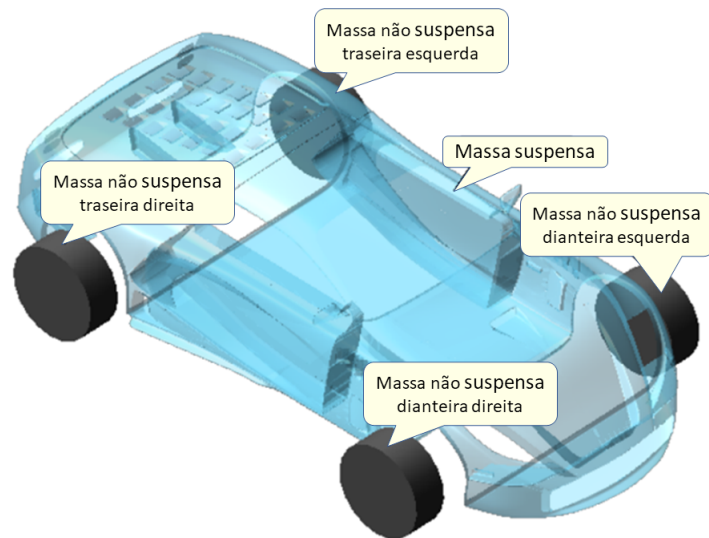


Figura 9 – Modelo *VI-CarRealTime* com 14-DOF (Adaptado de VI-grade (2023)).

2.2 Controle eletrônico de estabilidade (ESC)

O Controle Eletrônico de Estabilidade é um sistema de segurança ativa que atua preventivamente para evitar acidentes, cujo propósito fundamental é corrigir desvios da trajetória desejada pelo condutor, intervindo quando há indícios de perda iminente de controle.

Essa perda de controle está diretamente relacionada aos conceitos de estabilidade direcional em curvas, frequentemente descritos pelas condições apresentadas na Figura 10. O esterçamento neutro ocorre quando os ângulos de deslizamento lateral dianteiro e traseiro do veículo são iguais e o raio de curvatura da manobra permanece constante. O subesterço ocorre quando o ângulo de deslizamento lateral dianteiro supera o traseiro e o raio de curvatura da manobra tende a aumentar com o mesmo ângulo de esterçamento. O sobresterço, por outro lado, ocorre quando o ângulo de deslizamento lateral traseiro supera o dianteiro e o raio de curvatura da manobra tende a diminuir com o mesmo ângulo de esterçamento (GILLESPIE, 1992).

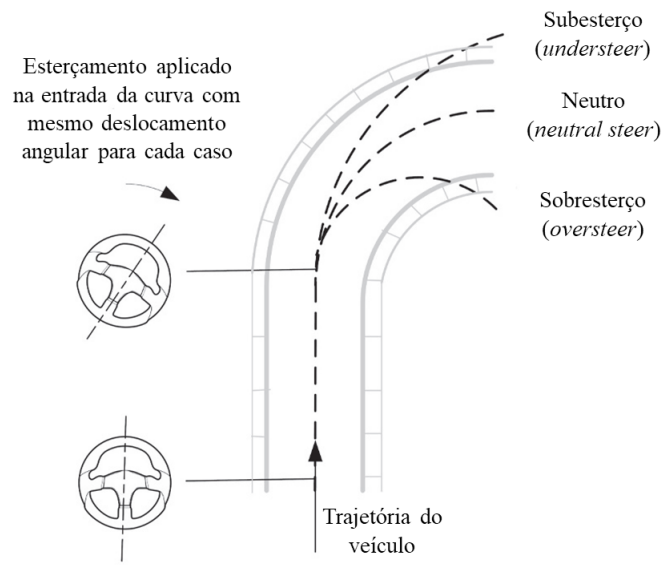


Figura 10 – Cenários de comportamento direcional de veículos em curva (Adaptado de Balkwill (2017)).

Quando algumas destas condições implicam na instabilidade direcional do veículo, diversos tipos de atuadores de controle podem ser empregados para correção. Entre eles, tem-se esterçamento ativo das rodas dianteiras (*Active Front Steering – AFS*), distribuição ativa de torque (*Active Torque Distribution* ou *Torque Vectoring*) e, mais comumente, a frenagem diferencial (*Differential Braking*) (RAJAMANI, 2012). Para a estabilização do veículo, estas técnicas podem ser combinadas ou até serem auxiliadas por outros comandos do veículo, como o corte de torque do motor ou o bloqueamento do diferencial da transmissão. A eficácia e o desempenho dos sistemas ESC são rigorosamente avaliados através de manobras padronizadas, como o ensaio *Sine with Dwell*, projetado para induzir sobresterço e verificar a capacidade de estabilização do sistema (UNECE, 2017).

Nos sistemas ESC baseados em frenagem diferencial, a arquitetura integra componentes já existentes, como módulos hidráulicos do ABS, sensores de velocidade de roda, ângulo de direção e sensores inerciais, além de interfaces com a unidade de controle do motor (GENTA; MORELLO, 2019). Em veículos mais modernos, há integração com dados adicionais oriundos de outras centrais eletrônicas, bem como cooperação com sistemas avançados de assistência ao condutor (ADAS), ampliando o escopo de atuação do ESC.

A implementação dessa estratégia de controle é tipicamente dividida em uma arquitetura de dois níveis: o controlador de alto nível, responsável por determinar o momento de guinada corretivo (M_{ESC}), e o controlador de baixo nível, encarregado de converter essa demanda em pressões diferenciais nos freios das rodas selecionadas. A lógica operacional pode ser descrita da seguinte forma ilustrada na Figura 11: para atenuar o sobresterço, aplica-se frenagem na roda dianteira externa à curva, o que gera um momento contrário à guinada; para reduzir o subesterço, freia-se a roda traseira interna, induzindo

o veículo a girar para dentro da curva (ZANTEN, 2000).

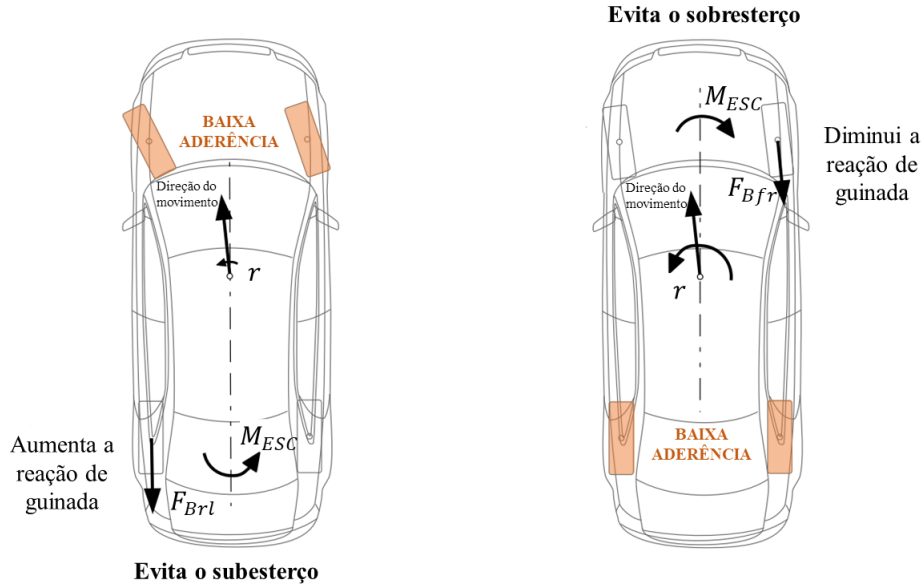


Figura 11 – Lógica operacional da frenagem individualizada do ESC conforme condição de subesterço ou sobresterço (Adaptado de Rill e Castro (2022)).

A formulação matemática dessa lógica de alto nível pode ser integrada ao modelo 2-DOF do veículo, no qual o momento corretivo é inserido diretamente em uma das equações de movimento, conforme representado na Equação 2.7.

$$I_z \dot{r} = (bC_{\alpha r} - aC_{\alpha f})\beta - \left(\frac{C_{\alpha f}a^2 + C_{\alpha r}b^2}{v_x} \right) r + aC_{\alpha f}\delta_f + M_{ESC} \quad (2.7)$$

Para o modelo de baixo nível, o momento de guinada é convertido em forças de frenagem diferenciais, relacionando-se com os parâmetros de bitola dianteira w_f e traseira w_r , como expresso na Equação 2.8, adotando a simplificação para pequenos ângulos de deslizamento e de esterçamento (RAJAMANI, 2012). Em seguida, a pressão de freio é calculada a partir das constantes específicas de cada eixo K_{Bf} e K_{Br} conforme a Equação 2.9, que traduzem características construtivas dos componentes do sistema. Assim, a intensidade da frenagem depende da estratégia de seleção de rodas a serem acionadas.

$$M_{ESC} = -\frac{w_f}{2} F_{Bfl} + \frac{w_f}{2} F_{Bfr} - \frac{w_r}{2} F_{Brl} + \frac{w_r}{2} F_{Brr} \quad (2.8)$$

$$P_{Bfj} = \frac{F_{Bfj} R_e}{K_{Bf}} \quad , \quad P_{Brj} = \frac{F_{Brj} R_e}{K_{Br}} \quad (2.9)$$

A estabilidade direcional é estimada a partir da intenção do motorista, em termos de taxa de guinada e ângulo de deslizamento lateral desejados. Esses valores derivam do modelo bicicleta em regime estacionário, utilizando a velocidade longitudinal e o ângulo

de esterçamento como entradas (CHANG; GORDON, 2007). O controle busca rastrear tais referências, respeitando um limite imposto pela aderência do pneu-pista, dependente do coeficiente de atrito médio μ_{xmed} , conforme a Equação 2.10 (WANG *et al.*, 2020).

$$\begin{aligned} \beta_d &= \min \left(\delta_f \frac{b - \left(\frac{mav_x^2}{2LC_{\alpha r}} \right)}{L + mv_x^2 \frac{bC_{\alpha r} - aC_{\alpha f}}{2C_{\alpha r}C_{\alpha f}L}}, \arctan(0.02g\mu_{xmed}) \right) \\ r_d &= \min \left(\delta_f \frac{v_x}{L + mv_x^2 \frac{bC_{\alpha r} - aC_{\alpha f}}{2C_{\alpha r}C_{\alpha f}L}}, 0.85v_xg \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

A calibração prática do ESC deve equilibrar a precisão no rastreamento das variáveis de referência com as limitações físicas do sistema de freios e o consumo de energia. Intervenções excessivamente rápidas ou intensas podem comprometer a estabilidade das rodas e sobrecarregar o módulo de freio. As forças de frenagem permitidas devem evitar o deslizamento instável das rodas (BARBARISI *et al.*, 2009). O módulo precisa respeitar os atrasos hidráulicos e as frequências máximas de modulação das válvulas. A negociação entre o consumo de energia e a operação do sistema é particularmente crítica em veículos elétricos, onde a frenagem diferencial consome potência significativa (CHEN *et al.*, 2021). Portanto, a sintonia do sistema deve considerar tanto critérios de estabilidade e conforto dinâmico quanto a eficiência energética, assegurando a viabilidade da aplicação em veículos modernos.

2.3 Teorias de controle

Após a modelagem da dinâmica veicular e a definição do problema de estabilidade, torna-se necessário compreender o ferramental matemático e conceitual que fundamenta o projeto de controladores. Nesse contexto, o controle baseado em modelo, em que uma representação matemática do sistema é utilizada explicitamente para sintetizar a lei de controle, se destaca por empregar estratégias de controle ótimo que servem de base para metodologias avançadas, como o SDRE e o MPC.

Na engenharia de controle, a planta representa o sistema físico a ser controlado, o controlador é o elemento que aplica a ação corretiva para garantir o comportamento desejado, o sistema é o conjunto de componentes que atuam de forma coordenada em prol de um objetivo definido, as perturbações ou distúrbios correspondem a sinais que podem afetar as variáveis internas e de saída, e o sistema de controle com realimentação é aquele que compara a diferença entre a entrada de referência e a saída do sistema para usá-la como meio de controle (OGATA, 2011).

O sistema de controle com realimentação, portanto, constitui um sistema de malha fechada, conforme ilustrado na Figura 12. Essa configuração é fundamental para lidar com distúrbios ou efeitos imprevisíveis, uma vez que permite a correção contínua do erro entre

a referência e a saída. No entanto, sua implementação tende a elevar a complexidade e o custo de operação deste sistema (OGATA, 2011).

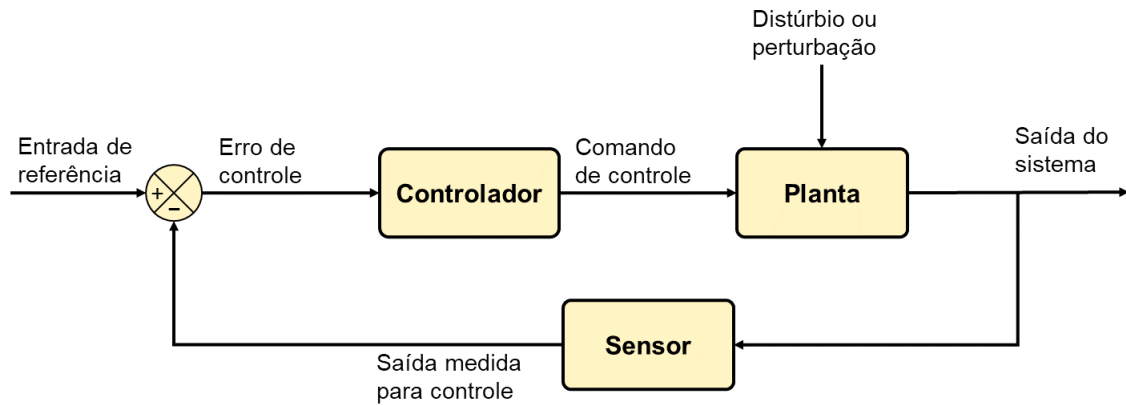


Figura 12 – Diagrama de blocos de um sistema de controle genérico em malha fechada.

A representação em espaço de estados oferece uma abordagem poderosa para o tratamento de problemas de controle, descrevendo a evolução temporal dos sinais de entrada e saída do sistema. Esta representação envolve três tipos de variáveis: as variáveis de entrada, as variáveis de saída e as variáveis de estado. O estado do sistema, por sua vez, se trata do conjunto destas variáveis de estado, de modo que seu conhecimento junto com as condições iniciais e os sinais de entrada a partir deste tempo, determina a resposta do sistema em qualquer instante (OGATA, 2011).

Essa formulação é particularmente vantajosa para sistemas com Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas (*Multiple-Input Multiple-Output - MIMO*), como ocorre na dinâmica veicular. O modelo vetorial genérico desses sistemas é apresentado na Equação 2.11, em que $\dot{\mathbf{x}}(t)$ representa o vetor de estados, $\mathbf{y}(t)$ o vetor de saídas, $\mathbf{f}(x, u, t)$ o vetor das funções que operam a equação de estado e $\mathbf{g}(x, u, t)$ o vetor das funções que operam a equação de saída (OGATA, 2011).

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(x, u, t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}(x, u, t)\end{aligned}\tag{2.11}$$

Quando o sistema é linearizado em torno de um ponto de operação e as funções \mathbf{f} e \mathbf{g} dependem explicitamente do tempo, o modelo é denominado linear variante no tempo (*Linear Time-Variant - LTV*), como mostrado na Equação 2.12, com \mathbf{A} a matriz de estado, \mathbf{B} a matriz de entrada, \mathbf{C} a matriz de saída e \mathbf{D} a matriz de transmissão direta.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(t)x(t) + \mathbf{B}(t)u(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}(t)x(t) + \mathbf{D}(t)u(t)\end{aligned}\tag{2.12}$$

Por outro lado, se as funções f e g não envolverem explicitamente o tempo, o sistema é classificado como linear e invariante no tempo (*Linear Time-Invariant* - LTI) e as matrizes que definem o sistema serão constantes como mostra a Equação 2.13.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t)\end{aligned}\tag{2.13}$$

Como os controladores são implementados em processadores digitais, o modelo contínuo precisa ser convertido para tempo discreto. A discretização de um sistema resulta na Equação 2.14, em que k representa o instante de amostragem e as matrizes \mathbf{A}_d e \mathbf{B}_d correspondem às versões discretizadas das matrizes contínuas.

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d u(k)\tag{2.14}$$

Um método amplamente utilizado para a discretização das matrizes do sistema em espaço de estados é o Retentor de Ordem Zero (*Zero-Order Hold* - ZOH), que assume que o sinal de controle $u(t)$ permanece constante durante cada intervalo de amostragem T_s . A conversão é obtida de forma exata por meio da exponencial de matriz, conforme as Equações 2.15, método numericamente estável e preciso (OGATA, 1995). O processo, quando implementado em algoritmo, consiste em aumentar as matrizes do sistema, calcular a exponencial da matriz aumentada e, então, extrair as matrizes discretizadas correspondentes.

$$\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}T_s} \quad , \quad \mathbf{B}_d = \left(\int_0^{T_s} e^{\mathbf{A}\lambda} d\lambda \right) \mathbf{B} \quad , \quad \lambda = T_s - t\tag{2.15}$$

Na prática, muitos sistemas, como os eletromecânicos, hidráulicos e pneumáticos, envolvem relações não lineares entre as variáveis. Entretanto, quando um sistema não linear opera em torno de um ponto de equilíbrio e os sinais envolvidos possuem pequena amplitude, é possível aproximá-lo por um sistema linear, que o torna interessante para diversas aplicações de controle, desde que se respeitem as limitações de operação envolvidas (OGATA, 2011).

Um sistema físico também possui energia armazenada, a resposta do sistema a partir de um sinal de entrada apresenta uma resposta transitória antes de atingir um regime permanente ou uma resposta estacionária. A resposta transitória descreve o comportamento entre o estado inicial e o final, que pode ser caracterizado por oscilações amortecidas antes de atingir o regime permanente, que, por sua vez, representa o comportamento do sinal de

saída quando o tempo tende ao infinito. Quando a resposta em regime permanente difere da entrada, o sistema exibe erro estacionário, indicativo de sua precisão (OGATA, 2011).

A formulação de leis de controle modernas é fortemente apoiada pela teoria do controle ótimo, na qual a estabilização do sistema tem sido tratada com sucesso em diversas áreas além da engenharia (TORRE *et al.*, 2015). Esta técnica consiste basicamente na minimização de uma função de custo que quantifica o desempenho desejado, tipicamente ponderando o erro do estado em relação a uma referência e o gasto de energia de controle (KIRK, 2004).

Para a alocação do controle ótimo, é natural enunciar o problema como uma otimização convexa, conforme a Equação 2.16, em sua forma genérica. Nesta formulação, busca-se determinar o vetor de variáveis de otimização s que minimiza uma função de custo $\mathbf{J}(s)$ sob um conjunto de restrições definidas pela inequação $f_i(s) \leq b_i$.

$$\begin{aligned} \text{minimiza: } & f(s) \\ \text{sujeito a: } & f_i(s) \leq b_i, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{2.16}$$

A Programação Quadrática (*Quadratic Programming* - QP) constitui uma técnica amplamente utilizada na literatura, que emprega uma função de custo quadrática em relação às variáveis de otimização, como mostrado na Equação 2.17, onde \mathbf{H} é a matriz simétrica Hessiana, \mathbf{F} é o vetor gradiente e cte é um termo constante que não depende das variáveis de otimização.

$$J(s) = \frac{1}{2}s^T \mathbf{H}s + \mathbf{F}^T s + cte \tag{2.17}$$

A resolução eficiente desses problemas de otimização em tempo real muitas vezes é o fator determinante para a viabilidade prática do controlador. Algoritmos como o *qpOASES* são especificamente projetados para serem numericamente robustos e computacionalmente eficientes, sendo tipicamente aplicados para o processamento de controladores preditivos em tempo real (FERREAU *et al.*, 2014). O *qpOASES* é uma implementação de código aberto em C++ que materializa um algoritmo de QP paramétrica, cuja arquitetura é orientada a objetos, utilizando classes distintas para diferentes tipos de problemas. Notavelmente, a ferramenta encapsula todas as operações de matriz-vetor, o que permite que sejam facilmente adaptadas às características específicas de cada problema abordado. Existem diversos algoritmos semelhantes aplicados à resolução de QP com funções específicas para modelos preditivos, como mostra Montoya *et al.* (2023), que compara o desempenho de processamento de distintos *solvers* de QP.

2.3.1 Controlador MPC (*Model Predictive Control*)

O MPC constitui uma classe de estratégias de controle ótimo em malha fechada que, a cada amostra, resolve um problema de otimização finito, incorporando explicitamente restrições de estados e entradas. Essa característica, aliada à manipulação direta de sistemas multivariáveis e à flexibilidade para ajustar o equilíbrio entre desempenho e esforço de controle por meio de ponderações, explica seu protagonismo em aplicações industriais e automotivas. O termo “preditivo” se refere ao uso explícito de um modelo matemático para antecipar o comportamento do sistema ao longo de um horizonte de predição de tamanho N . A intuição por trás do método é ilustrada na Figura 13: a partir do estado medido $x(k)$, o controlador gera uma sequência ótima de comandos, aplica apenas o primeiro ($u(k)$) e otimiza novamente no instante seguinte, no conhecido esquema de horizonte deslizante (ALAMIR, 2013).

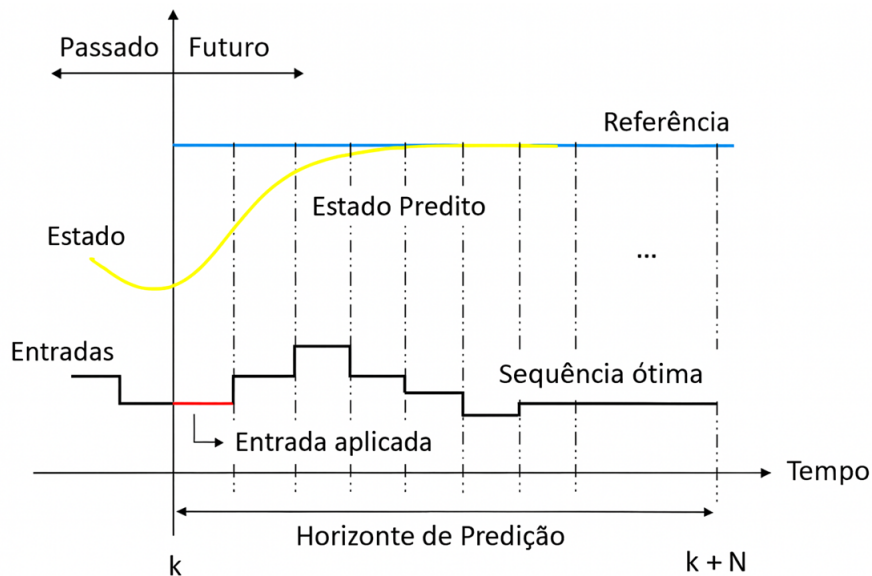


Figura 13 – Princípio de funcionamento do horizonte de predição do MPC (Adaptado de Murilo (2009)).

A estabilização do sistema proposta pelo controlador MPC é realizada através de um ciclo repetitivo a cada passo de tempo da seguinte forma:

1. Mede-se o estado atual do sistema $x(k)$;
2. Prediz-se o comportamento futuro ao longo do horizonte e predição N ;
3. Resolve-se o problema de otimização para determinar a sequência ótima de entradas que minimiza a função de custo e satisfaz as restrições impostas;
4. Aplica-se a primeira entrada ótima $u(k)$ ao sistema;

5. Repete-se o processo no instante subsequente $(k + 1)$, como o novo estado medido.

A formulação do MPC é construída a partir de um modelo em espaço de estados discreto em malha aberta, incluindo o mapa de predição. A sequência de controle $\tilde{\mathbf{u}}(k)$ definida sobre o horizonte de predição N é expressa na Equação 2.18, assim como a sequência de estados resultantes $\tilde{\mathbf{x}}(k)$, em que $\mathbf{u}(k + i)$ e $\mathbf{x}(k + i)$ representam, respectivamente, os vetores de entrada e de estado a cada passo i após o instante k .

$$\tilde{\mathbf{u}}(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{u}(k + 1) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k + N - 1) \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{x}}(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k + 1) \\ \mathbf{x}(k + 2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(k + N) \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

O mapa de predição pode ser definido pela Equação 2.19, em que $\Phi_{\mathbf{i}}$ e $\Psi_{\mathbf{i}}$ são, respectivamente, as matrizes de predição do estado e do comando, derivadas das matrizes do modelo em espaço de estados discretizadas $\mathbf{A}_{\mathbf{d}}$ e $\mathbf{B}_{\mathbf{d}}$.

$$\mathbf{x}(k + i) = \Phi_{\mathbf{i}}\mathbf{x}(k) + \Psi_{\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{u}}(k) \quad (2.19)$$

$$\Phi_{\mathbf{i}} = \mathbf{A}_{\mathbf{d}}^i, \quad \Psi_{\mathbf{i}} = \left(\mathbf{A}_{\mathbf{d}}^{i-1}\mathbf{B} \cdots \mathbf{A}_{\mathbf{d}}\mathbf{B}\mathbf{B} \right)^T \begin{pmatrix} \Pi_{\mathbf{1}}^{(n_u, N)} \\ \Pi_{\mathbf{2}}^{(n_u, N)} \\ \vdots \\ \Pi_{\mathbf{i}}^{(n_u, N)} \end{pmatrix}$$

Os termos $\Pi_{(n, N)}^{(i)}$, calculados conforme a Equação 2.20, são denominados matrizes de seleção, utilizadas para extrair o i -ésimo vetor de dimensão n de um vetor composto pela concatenação de N vetores de dimensão n (ALAMIR, 2013).

$$\Pi_{\mathbf{i}}^{(n, N)} = \left(\mathbf{0}_{n \times n(i-1)} \quad \mathbf{I}_{n \times n} \quad \mathbf{0}_{n \times n(N-i)} \right) \quad (2.20)$$

A formulação do MPC permite o controle das saídas como uma combinação linear dos estados, compondo o vetor de saídas reguladas, conforme a Equação 2.21, onde $\mathbf{C}_{\mathbf{r}}$ é a matriz das saídas reguladas.

$$\mathbf{y}_{\mathbf{r}}(k) = \mathbf{C}_{\mathbf{r}}\mathbf{x}(k) \quad (2.21)$$

O problema de otimização para o MPC é definido pela função custo $J(k)$, expressa na Equação 2.22, onde o desempenho ao longo do horizonte de predição é balanceado entre o rastreamento da trajetória desejada e o esforço de controle. As matrizes de ponderação $\mathbf{Q}_{\mathbf{y}}$ e $\mathbf{Q}_{\mathbf{u}}$ penalizam, respectivamente, o erro de rastreamento da saída regulada e a magnitude do comando, enquanto $\mathbf{y}_{\mathbf{d}}$ e $\mathbf{u}_{\mathbf{d}}$ representam as trajetórias desejadas de saída e entrada.

$$J(k) = \sum_{i=1}^N \|\mathbf{y}_r(k+i) - \mathbf{y}_d(k+i)\|_{\mathbf{Q}_y}^2 + \sum_{i=1}^N \|\mathbf{\Pi}_i^{(n_u, N)} \tilde{\mathbf{u}}(k) - \mathbf{u}_d\|_{\mathbf{Q}_u}^2 \quad (2.22)$$

A forma quadrática da função custo é mostrada na Equação 2.23 assim como a formulação da matriz Hessiana \mathbf{H} e do vetor gradiente \mathbf{F} correspondentes, sendo o problema de otimização resolvido a cada instante de tempo k sobre o horizonte de predição N .

$$\begin{aligned} J(k) &= \frac{1}{2} \mathbf{u}^T(k) \mathbf{H} \mathbf{u}(k) + \mathbf{F}^T(k) \mathbf{u}(k) + cte, \\ \mathbf{H} &= 2 \sum_{i=1}^N \left[\mathbf{\Psi}_i^T \mathbf{C}_y^T \mathbf{Q}_y \mathbf{C}_y \mathbf{\Psi}_i + (\mathbf{\Pi}_i^{(n_y, N)})^T \mathbf{Q}_u \mathbf{\Pi}_i^{(n_y, N)} \right], \quad \mathbf{F}(k) = \mathbf{F}_1 x(k) + \mathbf{F}_2 y_d + \mathbf{F}_3 \dot{y}_d, \\ \mathbf{F}_1 &= 2 \sum_{i=1}^N \left[\mathbf{\Psi}_i^T \mathbf{C}_y^T \mathbf{Q}_y \mathbf{C}_y \mathbf{\Phi}_i \right], \quad \mathbf{F}_2 = -2 \sum_{i=1}^N \left[\mathbf{\Psi}_i^T \mathbf{C}_y^T \mathbf{Q}_y \mathbf{\Pi}_i^{(n_y, N)} \right], \quad \mathbf{F}_3 = 2 \sum_{i=1}^N \left[(\mathbf{\Pi}_i^{(n_y, N)})^T \mathbf{Q}_u \right] \end{aligned} \quad (2.23)$$

O MPC ainda se destaca por sua capacidade de lidar explicitamente com restrições, que podem ser impostas por limitações físicas ou por requisitos de segurança. Estas restrições são aplicáveis ao longo do horizonte de predição tanto nas saídas e quanto nos comandos de controle da seguinte forma:

- Saídas restringidas: $\mathbf{y}_c(k) = \mathbf{C}_c x(k)$
- Limites das saídas restringidas: $\mathbf{y}_{\min} \leq \mathbf{y}_c(k) \leq \mathbf{y}_{\max}$
- Limites dos comandos de controle: $\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(k) \leq \mathbf{u}_{\max}$
- Limites das variações dos comandos: $\Delta \mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(k+i) - \mathbf{u}(k+i-1) \leq \Delta \mathbf{u}_{\max}$

Essas relações podem ser expressas em forma matricial por meio de uma inequação linear que relaciona a sequência ótima $\tilde{\mathbf{u}}$ com a matriz constante \mathbf{A}_{ineq} e a matriz \mathbf{B}_{ineq} que é atualizada para cada instante e depende dos sinais atuais de estado e comando (ALAMIR, 2013). Enfim, a solução completa do problema de otimização é formulada conforme a Equação 2.24.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{u}}^{opt}(k) &= \arg \min_{\tilde{\mathbf{u}}} \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{u}}^T \mathbf{H} \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{F}^T(k) \tilde{\mathbf{u}} \\ \text{sujeito a:} & \quad \mathbf{A}_{ineq} \tilde{\mathbf{u}} \leq \mathbf{B}_{ineq}(k) \\ & \quad \tilde{\mathbf{u}}_{min} \leq \tilde{\mathbf{u}} \leq \tilde{\mathbf{u}}_{max} \end{aligned} \quad (2.24)$$

A aplicação do MPC em tempo real enfrenta desafios associados ao tempo de computação exigido para resolver o problema de otimização a cada amostra (FARONI *et*

al., 2017; CHEN *et al.*, 2020). A parametrização surge como uma técnica de redução de complexidade que diminui o número de variáveis de decisão e ainda mantém o desempenho aceitável. A Figura 14 ilustra esse conceito, onde o horizonte de predição é subdividido em intervalos nos quais o comando é mantido constante.

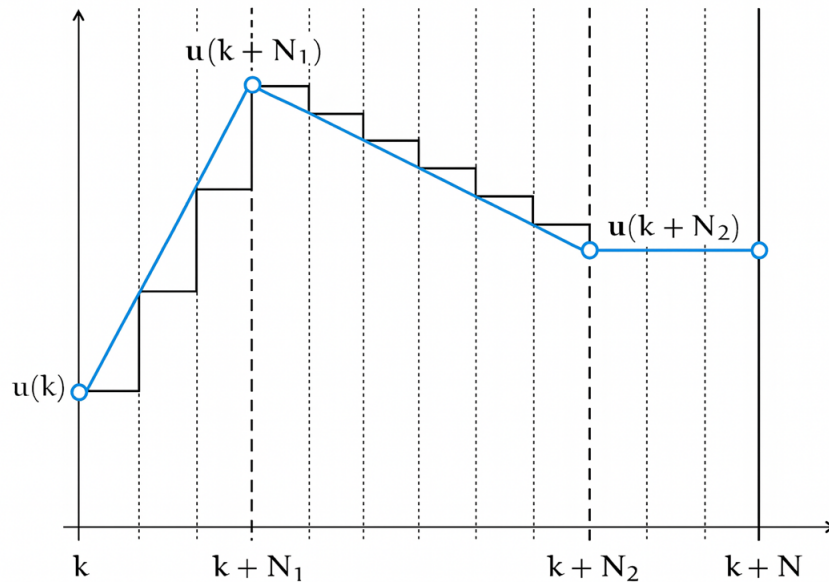


Figura 14 – Exemplificação do horizonte de predição do comando de um MPC parametrizado (Adaptado de Alamir (2013)).

Uma abordagem trivial da parametrização consiste na manutenção de amostras específicas do horizonte de predição como constante e na interpolação das demais. O espaço de otimização é reduzido de Nn_u para $n_r n_u$, onde n_r é o número de intervalos de parametrização. Uma nova variável de decisão é definida conforme a Equação 2.25, onde o perfil de controle durante o horizonte de predição é definido por instantes intermediários ao longo de $\{0 = N_0, N_1, \dots, N_{n_r-1}, N_{n_r} = N\}$.

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} u(k) \\ u(k + N_1 - 1) \\ \vdots \\ u(k + N_{n_r-1} - 1) \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Baseado nesta definição, o valor do controle em qualquer instante é obtido pela Equação 2.26, onde $j_i = \max j \in 0, \dots, N \mid j < i$.

$$u(k + i) = \mathbf{R}_i \mathbf{p} \quad (2.26)$$

$$\mathbf{R}_i = \left[\left(n_u - \frac{i - N_{ij}}{N_{ij+1} - N_{ij}} \right) \mathbf{\Pi}_{ij+1}^{(n_u, N)} + \frac{i - N_{ij}}{N_{ij+1} - N_{ij}} \mathbf{\Pi}_{ij+2}^{(n_u, N)} \right]$$

A sequência ótima de comandos é então representada pela Equação 2.27, com a introdução da matriz de parametrização $\mathbf{\Pi}_r$, que estrutura o problema em função das novas variáveis.

$$\tilde{\mathbf{u}}(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k+N-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{N-1} \end{pmatrix} \mathbf{p} = \mathbf{\Pi}_r \mathbf{p} \quad (2.27)$$

As restrições do MPC são reescritas em função da nova variável de decisão p , resultando em novas definições das matrizes \mathbf{A}_{ineq} e \mathbf{B}_{ineq} para o problema parametrizado, conforme a Equação 2.28.

$$\mathbf{A}_r = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{ineq} \mathbf{\Pi}_r \\ -\mathbf{\Pi}_r \\ +\mathbf{\Pi}_r \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_r(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{ineq}(k) \\ -\tilde{\mathbf{u}}^{\min} \\ +\tilde{\mathbf{u}}^{\max} \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

Portanto, o problema de otimização atualizado é expresso na forma quadrática mostrada na Equação 2.29, em que se busca minimizar a função custo considerando a variável de decisão reduzida \mathbf{p} .

$$\begin{aligned} \mathbf{p}^{opt}(k) &= \arg \min_{\mathbf{p}} \frac{1}{2} \mathbf{p}^T (\mathbf{\Pi}_r^T \mathbf{H} \mathbf{\Pi}_r) \mathbf{p} + (\mathbf{\Pi}_r^T \mathbf{F})^T \mathbf{p} \\ \text{sujeito a: } &\mathbf{A}_r \mathbf{p} \leq \mathbf{B}_r(k) \\ &\tilde{\mathbf{u}}_{min} \leq \mathbf{\Pi}_r \mathbf{p} \leq \tilde{\mathbf{u}}_{max} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Por fim, o MPC pode ser projetado de modo adaptativo para sistemas variantes no tempo ou sujeitos a incertezas. Nessa configuração, o modelo de predição utilizado pelo controlador não é estático, mas é atualizado em tempo real a partir de medições do sistema. Portanto, o controlador adapta seu modelo interno para refletir com maior precisão a dinâmica atual da planta, melhorando a robustez e o desempenho diante de variações nos parâmetros (RAWLINGS; MAYNE; DIEHL, 2017).

2.3.2 Controlador SDRE (*State-Dependent Riccati Equation*)

O controle SDRE é uma metodologia que estende a teoria do Regulador Linear Quadrático (*Linear-Quadratic Regulator* - LQR) para uma classe ampla de sistemas não lineares, por meio de uma representação SDC (*State-Dependent Coefficient*), em que a dinâmica é “pseudo-linearizada” com matrizes que dependem do estado atual. A ideia central consiste em “congelar” a dinâmica a cada instante k , resolver um problema quadrático discreto com matrizes dependentes de $\mathbf{x}(k)$, produzindo uma lei de realimentação ótima local e recursiva do tipo $\mathbf{u}(k) = -\mathbf{K}_{opt}(k)\mathbf{x}(k)$ (CLOUTIER, 1997; ÇIMEN, 2008).

O sistema não linear $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(x, u)$ é reescrito para um modelo pseudo-linear em espaço de estados no tempo discreto, conforme a Equação 2.30.

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k) \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k) \mathbf{u}(k), \quad \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(k) \mathbf{x}(k) \quad (2.30)$$

O problema de otimização no SDRE visa obter a matriz de realimentação de estados otimizada por meio da minimização de uma função de custo quadrática mostrada na Equação 2.31, em que \mathbf{Q} e \mathbf{R} ponderam, respectivamente, o erro de estado e o esforço de controle, permitindo ajustar o compromisso entre desempenho e energia aplicada.

$$J(k) = \sum_0^{\infty} \left(\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k) \mathbf{R} \mathbf{u}(k) \right) \quad (2.31)$$

A lei de controle para extrair a matriz de realimentação de estados otimizada $\mathbf{K}_{\text{opt}}(k)$ decorre da solução, a cada instante, de $\mathbf{P}(k)$ que satisfaz equação algébrica de Riccati discreta correspondente, como mostra a Equação 2.32, onde a solução analítica para a matriz $\mathbf{P}(k)$ existe uma vez que o sistema em malha fechada é estável (OGATA, 2011).

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{\text{opt}}(k) &= \left(\mathbf{R} + \mathbf{B}^T(k) \mathbf{P}(k) \mathbf{B}(k) \right)^{-1} \mathbf{B}^T(k) \mathbf{P}(k) \mathbf{A}(k) \\ \mathbf{P}(k) &= \mathbf{A}^T(k) \mathbf{P}(k) \mathbf{A}(k) + \\ &\quad \mathbf{A}^T(k) \mathbf{P}(k) \mathbf{B}(k) \left(\mathbf{R} + \mathbf{B}^T(k) \mathbf{P}(k) \mathbf{B}(k) \right)^{-1} \mathbf{B}^T(k) \mathbf{P}(k) \mathbf{A}(k) + \mathbf{Q} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Em analogia ao MPC para sistemas LTI, o LQR pode ser visto como um caso particular de MPC quando o horizonte de predição tende ao infinito e não há restrições nos estados nem nos comandos. Neste caso, a solução torna-se analítica via equação de Riccati (ALAMIR, 2013). Para sistemas variantes (LTV), a mesma analogia estende-se ao SDRE ao adotar a atualização das matrizes de estado também para o MPC. Em síntese, o SDRE oferece uma ponte entre controle ótimo clássico e adaptação ponto a ponto, adequando-se a dinâmicas não lineares com custo computacional competitivo quando comparado a MPC com restrições explícitas.

2.4 Estado da arte

A consolidação do ESC nas últimas décadas como função essencial de segurança veicular ativa impulsionou um amplo corpo de pesquisas sobre desenvolvimento, aplicação e calibração do sistema. Os fundamentos teóricos para sua implementação permanecem ancorados em estudos clássicos de dinâmica veicular, notadamente o modelo bicicleta e sua sistematização para controle automotivo (GILLESPIE, 1992; METZ; MILLIKEN;

MILLIKEN, 1998; RAJAMANI, 2012; PACEJKA, 2012; ULSOY; PENG; CAKMAKCI, 2012). Esses trabalhos formam o pilar conceitual para compreender a estabilidade lateral e o controle de guinada, sustentando o desenho de controladores modernos embarcados.

A partir de uma análise bibliométrica na base Scopus, estimou-se o volume de publicações relacionadas ao ESC e às estratégias de controle aplicadas à dinâmica veicular nos anos recentes. Observa-se um crescimento expressivo de artigos em periódicos e congressos na última década (Figura 15), corroborando Restrepo *et al.* (2019), que associa a difusão de sistemas eletrônicos aos regulamentos de segurança. Nota-se, ainda, concentração de publicações em países-sede de grandes fabricantes, com destaque para a China; no Brasil, o tema permanece relativamente pouco explorado.

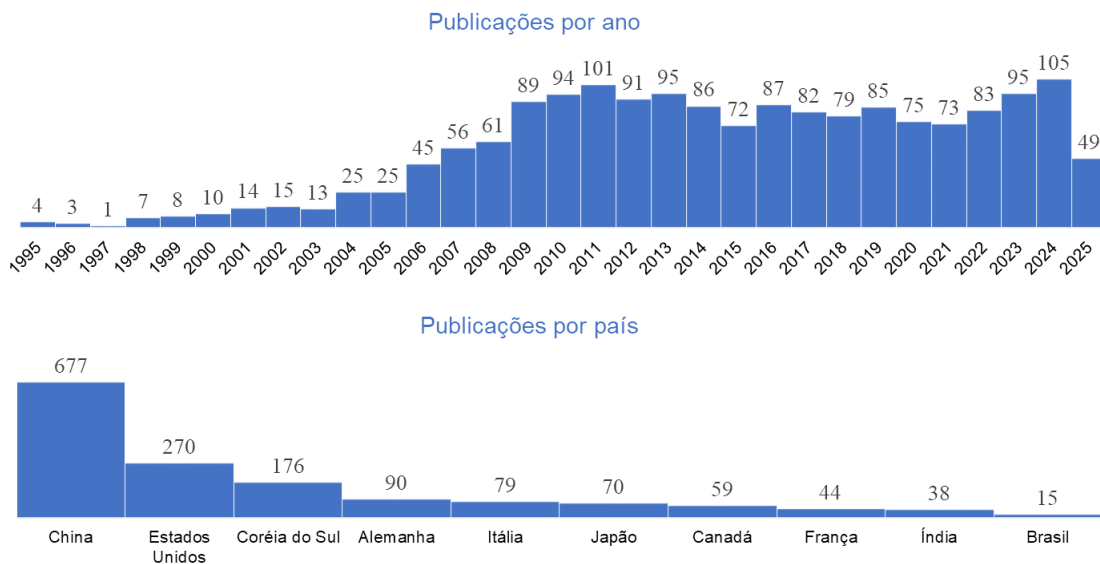


Figura 15 – Número de artigos publicados por ano e quantidade de publicações em função da região (dados coletados em 21/10/2025 na base Scopus).

A análise de conteúdo dessas publicações revela tendências e técnicas emergentes. O mapa de calor de palavras-chave (Figura 16) mostra a predominância de nomenclaturas de estabilidade veicular — *Electronic Stability Control*, *Vehicle Stability Control* (VSC), *Electronic Stability Program* (ESP) e *Direct Yaw Control* (DYC). O *Model Predictive Control* surge como técnica mais destacada, seguido por lógica *fuzzy* e controle robusto. Entre as estratégias de atuação, sobressai a frenagem diferencial; o *active front steering* aparece em menor escala. Variáveis como taxa de guinada e ângulo de deslizamento lateral mantêm centralidade, bem como *state estimation* e *Kalman filter*.

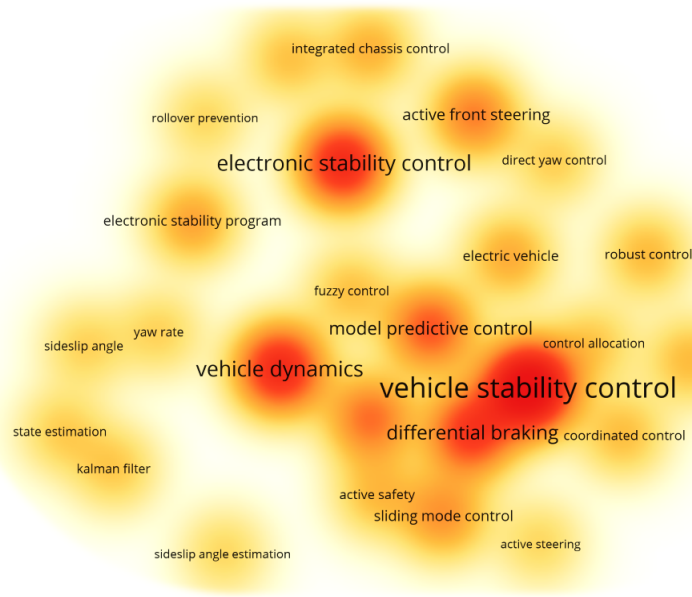


Figura 16 – Mapa de calor de ocorrência de palavras-chave nas pesquisas relacionadas; tamanho da fonte e coloração indicam maior ocorrência (dados coletados em 21/10/2025 na base Scopus).

As tendências confirmam o protagonismo de controladores preditivos no contexto do ESC, dada a capacidade do MPC de lidar com restrições físicas e otimizar a resposta em sistemas não lineares. Em paralelo, cresce o foco em veículos elétricos, nos quais, além da frenagem diferencial, ganha relevância a vetorização de torque. A Tabela 2 sintetiza artigos mais citados na Scopus, com ênfase em integrações recentes entre controle de estabilidade, torque vetorial e inteligência artificial.

Título	Ano	Total de citações
Modular integrated longitudinal and lateral vehicle stability control for electric vehicles (NAHIDI <i>et al.</i> , 2017)	2017	97
Evaluating Model Predictive Path following and Yaw Stability Controllers for Over-Actuated Autonomous Electric Vehicles (ZHANG <i>et al.</i> , 2020)	2020	81
Fault-Tolerant Predictive Control with Deep-Reinforcement-Learning-Based Torque Distribution for Four In-Wheel Motor Drive Electric Vehicles (DENG <i>et al.</i> , 2023)	2023	76
An Optimal Torque Vectoring Control for Vehicle Applications via Real-Time Constraints (KASINATHAN <i>et al.</i> , 2016)	2016	62
Novel Constrained Nonlinear Control of Vehicle Dynamics Using Integrated Active Torque Vectoring and Electronic Stability Control (TAHOUNI; MIRZAEI; NAJJARI, 2019)	2019	54

Tabela 2 – Principais publicações mais citadas sobre controle de estabilidade veicular (dados coletados em 21/10/2025 na base Scopus).

O avanço da virtualização automotiva também fomentou modelos numéricos mais

ricos e ambientes de simulação realistas. Ferramentas em tempo real passaram a integrar o ciclo de desenvolvimento, alinhadas a *Model-in-the-Loop*, *Hardware-in-the-Loop* e *Driver-in-the-Loop*, com co-simulação entre modelos e controladores externos (VI-GRADE, 2023; JALALI *et al.*, 2017; BRUSCHETTA *et al.*, 2019), testes com ECUs reais em HiL (EMIRLER; ACARMAN, 2016; SCHUETTE; WAELTERMANN, 2005; WANG *et al.*, 2020; MAGALHÃES; MURILO; LOPES, 2019) e avaliações subjetivas em simuladores DiL.

No âmbito do controle, estratégias ótimas ganharam destaque pela robustez frente a não linearidades. O MPC foi amplamente aplicado em dinâmica veicular, demonstrando eficiência no tratamento de restrições e na antecipação de respostas (CHANG; GORDON, 2007; BARBARISI *et al.*, 2009; MAGALHÃES; MURILO; LOPES, 2022; CAO *et al.*, 2013; ATTIA; ORJUELA; BASSET, 2014; BAI *et al.*, 2024; CHOI; CHOI, 2016; JALALIYAZDI *et al.*, 2015; ATAEI; KHAJEPOUR; JEON, 2020). Em paralelo, o SDRE desponta como alternativa promissora, conciliando simplicidade e baixo custo computacional (CEBECI *et al.*, 2019; ACARMAN, 2009; SANDHU; SELAMAT; MAHALLEH, 2016); o LQR permanece como referência comparativa (MEOLA *et al.*, 2009; MAGALHÃES; MURILO; LOPES, 2019).

Em síntese, o estado da arte indica uma tecnologia consolidada em evolução contínua, impulsionada pela integração entre controle, eletrônica e simulação. Controladores como MPC e SDRE ampliam o desempenho e a robustez, enquanto a virtualização reduz custos e acelera as calibrações. Persistem, porém, desafios na correlação de modelos virtuais com veículos reais e na incorporação sistemática da avaliação subjetiva em DiL, lacunas que justificam o escopo desta dissertação ao unir modelagem simplificada, controle avançado e validação virtual com extensão para a análise subjetiva de dirigibilidade.

3 Métodos

Este capítulo detalha os procedimentos metodológicos e as ferramentas empregados na obtenção dos resultados desta dissertação. O desenvolvimento e a validação de sistemas de controle automotivo em um ciclo virtual exigem um processo sistemático que se inicia na abstração matemática do sistema e culmina na sua avaliação em ambientes de simulação de alta fidelidade. Transpondo os conceitos teóricos para a aplicação prática, será descrito de forma sistemática e sequencial como a pesquisa foi executada. As etapas metodológicas foram definidas conforme a seguinte estrutura:

1. **Modelagem numérica da dinâmica veicular:** formulação dos modelos teóricos de dois graus de liberdade (2-DOF) nas versões LTI e LTV, empregadas para comparação, correlação e viabilização do projeto dos controladores;
2. **Projeto dos controladores de estabilidade:** utilização do modelo 2-DOF LTV como base para definir as condições de intervenção e sintetizar as estratégias avançadas de controle SDRE e MPC;
3. **Aplicação e validação em ambiente virtual:** integração dos controladores em uma plataforma de co-simulação, correlação entre os dados simulados e experimentais, calibração e comparação de desempenho dos controladores projetados, e implementação em plataforma de simulação DiL para avaliação subjetiva.

3.1 Modelagem numérica da dinâmica veicular

A fidelidade de um sistema de controle baseado em modelo depende, sobretudo, da coerência e da representatividade do modelo dinâmico que o fundamenta. Para o desenvolvimento do modelo numérico da dinâmica veicular, que serve de base para o projeto dos algoritmos de controle de estabilidade, não se busca reproduzir todos os fenômenos físicos com alta fidelidade, mas sim construir um modelo orientado ao controle (*control-oriented model*). Essa abordagem prioriza uma representação simplificada que capture a dinâmica essencial do sistema, com capacidade de implementação em tempo real.

Os modelos de bicicleta lineares de 2-DOF empregados neste trabalho são detalhados desde a derivação de suas equações de movimento até sua formulação em espaço de estados, incluindo os efeitos dinâmicos relevantes para o controle. O sistema ESC projetado atua sobre o sistema de freios, aplicando frenagem diferencial, gerando um momento corretivo

em torno do eixo vertical e assegurando a estabilidade direcional do veículo. A derivação e validação desse modelo constituem a base prática de todo o sistema de controle.

A evolução para modelos com mais graus de liberdade pode aprimorar a correlação do modelo e incluir efeitos adicionais, como mostrado em Torres *et al.* (2024). Contudo, os modelos mais simples ainda são satisfatórios se modelados adequadamente e têm menor ordem, o que contribui para um menor custo computacional.

3.1.1 Modelo linearizado de pneu

A modelagem dos pneus é o ponto de partida para a construção do modelo veicular. Embora o controlador seja projetado a partir de um modelo linear, incluir efeitos não lineares dominantes de forma adaptativa aumenta sua robustez. Um dos efeitos mais significativos durante manobras em curva é a transferência de carga vertical. Quando o veículo é submetido a acelerações lateral (a_y) e longitudinal (a_x), há redistribuição de carga entre as rodas lateralmente durante curvas e longitudinalmente durante aceleração e frenagem. Esse fenômeno altera a capacidade de geração de força de cada pneu (GILLESPIE, 1992).

Assumindo movimentos de arfagem e rolagem negligíveis, as forças verticais em cada roda podem ser estimadas pela Equação 3.1, onde h é a altura do centro de gravidade e t_f , t_r são as bitolas dianteira e traseira do veículo. As acelerações são as variáveis mais relevantes e podem ser obtidas por sensores inerciais do veículo real ou sensores virtuais em modelos numéricos de dinâmica veicular.

$$\begin{aligned}
 F_{Zfl} &\cong \frac{mgb}{2L} - \frac{ma_x h}{2L} + \frac{ma_y h}{t_f L} \\
 F_{Zfr} &\cong \frac{mgb}{2L} - \frac{ma_x h}{2L} - \frac{ma_y h}{t_f L} \\
 F_{Zrl} &\cong \frac{mga}{2L} + \frac{ma_x h}{2L} + \frac{ma_y h}{t_r L} \\
 F_{Zrr} &\cong \frac{mga}{2L} + \frac{ma_x h}{2L} - \frac{ma_y h}{t_r L}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Para simplificação e linearização, o modelo de pneu é representado como um ganho com saturação (PASCHOAL *et al.*, 2024), baseado em parâmetros derivados de modelos mais complexos compatíveis com o padrão *MFTire/Swift 6.2*. Os coeficientes de rigidez lateral e de atrito, além das forças longitudinais e laterais máximas são calculados a partir das relações da *Magic Formula* de Pacejka, conforme as Equações 3.2.

$$\begin{aligned}
C_{\alpha ij} &= -PKY1F_{NOM} + PDX2\Delta F_{zij} \cdot \sin\left(2\arctan\left(\frac{F_{zij}}{PKY2F_{NOM}}\right)\right) \\
\mu_{y ij} &= PDY1 + PDY2\left(\frac{F_{zij} - F_{NOM}}{F_{NOM}}\right) \\
F_{ymax ij} &= D_{y ij} = \mu_{y ij}F_{zij} \\
\mu_{x ij} &= PDX1 + PDX2\left(\frac{F_{zij} - F_{NOM}}{F_{NOM}}\right) \\
F_{xmax ij} &= D_{x ij} = \mu_{x ij}F_{zij}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

A Figura 17 apresenta o comportamento da força lateral em função do ângulo de deriva, comparando o modelo *Magic Formula* (MF) com a abordagem de ganho com saturação (GS) sob diferentes cargas verticais. Adicionalmente, a figura evidencia a variação do coeficiente de rigidez lateral C_α em relação à carga vertical, confirmando a importância de não se adotar esse parâmetro como constante. Assim, os coeficientes dependentes da carga podem ser considerados adaptativos, sendo ajustados em tempo real conforme as acelerações medidas pela planta do sistema.

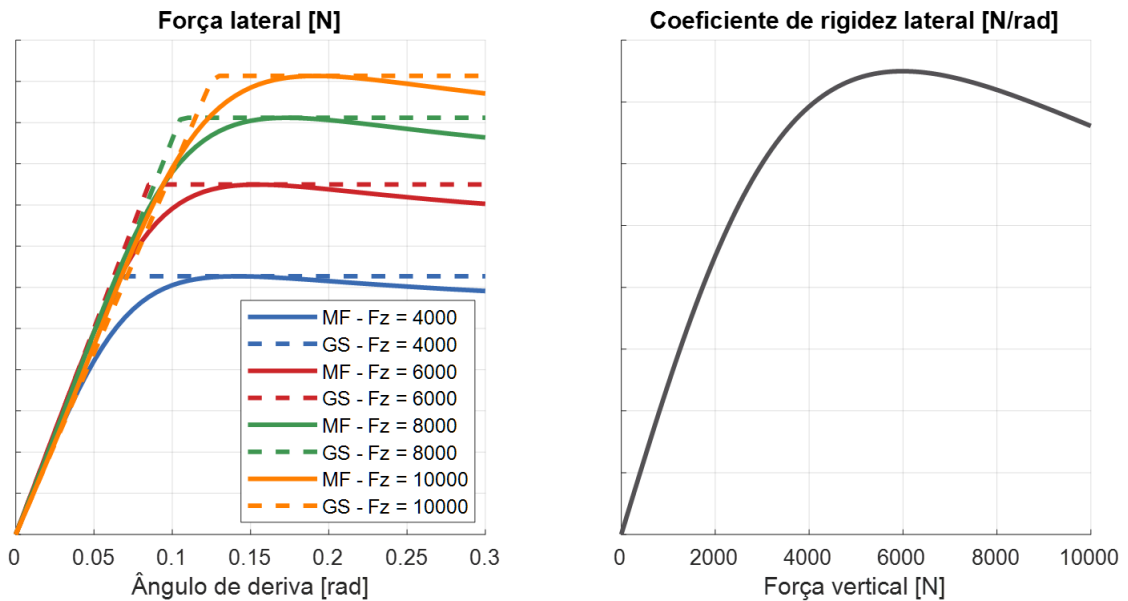


Figura 17 – Comparativo da força lateral pura nos pneus entre os modelos *Magic Formula* (MF) e ganho-saturação (GS), e variação do coeficiente de rigidez lateral em função da carga vertical com valores de eixo censurados devido a confidencialidade do projeto.

Ainda que os parâmetros sejam determinados separadamente para cada roda, no modelo bicicleta a representação dinâmica é simplificada pela combinação das rigidezes laterais de cada lado do veículo. Assim, a rigidez lateral efetiva de cada eixo é obtida pela soma das rigidezes esquerda e direita, originando dois coeficientes lineares $C_{\alpha f}$ e $C_{\alpha r}$ que representam, respectivamente, os eixos dianteiro e traseiro.

3.1.2 Derivação matemática do modelo bicicleta

O modelo bicicleta linear 2-DOF empregado nos controladores ESC projetados é linear na estrutura, porém pode conter parâmetros adaptativos uma vez que a velocidade longitudinal e os coeficientes de rigidez lateral são atualizados em tempo real. As equações de movimento, derivadas na Revisão Teórica, são apresentadas na Equação 3.3, já inclusa a conversão do momento de guinada corretivo para as forças longitudinais de frenagem.

$$\begin{cases} \sum F_y = mv_x \dot{\beta} + mv_x \dot{r} = F_{yf} + F_{yr} = C_{\alpha f} \left(\delta_f - \beta - \frac{ar}{v_x} \right) + C_{\alpha r} \left(\frac{br}{v_x} - \beta \right) \\ \sum M_z = I_z \dot{r} = aF_{yf} - bF_{yr} + M_{ESC} = aC_{\alpha f} \left(\delta_f - \beta - \frac{ar}{v_x} \right) - bC_{\alpha r} \left(\frac{br}{v_x} - \beta \right) \\ \quad + \left(-\frac{w_f}{2} F_{Bfl} + \frac{w_f}{2} F_{Bfr} - \frac{w_r}{2} F_{Brl} + \frac{w_r}{2} F_{Brr} \right) \end{cases} \quad (3.3)$$

Para a síntese dos controladores, o modelo é reescrito na forma de espaço de estados, conforme apresentado na Equação 3.4. O vetor de estados \mathbf{x} é composto pelo ângulo de deslizamento lateral β e pela taxa de guinada r , enquanto o vetor de entrada de controle \mathbf{u} representa as forças de frenagem nas rodas F_{Bij} . O distúrbio externo é definido pelo ângulo de esterçamento da roda dianteira δ_f . A dependência temporal explícita nas matrizes $\mathbf{A}(t)$ e $\mathbf{B}_\delta(t)$ indica onde estão contidos os parâmetros suscetíveis de atualização dinâmica para o sistema LTV. Por outro lado, o sistema LTI adota todas as matrizes constantes com os coeficientes de rigidez lateral equivalentes à condição estática do veículo e a velocidade longitudinal constante.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_u & \mathbf{B}_\delta(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \delta_f \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

A entrada de controle, composta pela frenagem diferencial, deve levar em consideração que a aplicação da força de frenagem não ocorre de forma instantânea. A dinâmica do sistema hidráulico, desde o comando da unidade eletrônica de freio até a geração de pressão nas pinças, introduz um atraso característico. Esse comportamento pode ser aproximado por um filtro de primeira ordem, conforme representado na Equação 3.5, onde F_{Blagij} representa a força de frenagem com atraso e τ_{ESC} é a constante de tempo associada ao modelo hidráulico.

$$\tau_{ESC} \dot{F}_{Blagij} + F_{Blagij} = F_{Bij} \quad (3.5)$$

No projeto do controlador, a dinâmica associada ao atraso hidráulico é incorporada ao modelo em espaço de estados pela introdução de variáveis adicionais que descrevem o comportamento transitório das forças de frenagem. Essa ampliação do vetor de estados

resulta em um sistema de ordem superior, capaz de representar simultaneamente a dinâmica lateral e os efeitos do retardo do atuador. Assim, o modelo completo, com as forças de frenagem incluídas, é expresso na Equação 3.1.2.

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \\ \dot{F}_{Blagfl} \\ \dot{F}_{Blagrr} \\ \dot{F}_{Blagrl} \\ \dot{F}_{Blagrr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{nn} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{nn} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{nn} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ F_{Blagfl} \\ F_{Blagrr} \\ F_{Blagrl} \\ F_{Blagrr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & h_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & h_2 \\ b_{nn} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{nn} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{nn} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{nn} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{Bfl} \\ F_{Bfr} \\ F_{Brl} \\ F_{Brr} \\ \delta_f \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= -\frac{C_{\alpha f} + C_{\alpha r}}{mv_x} & b_1 &= -\frac{w_f}{2I_z} & h_1 &= \frac{C_{\alpha f}}{mv_x} \\
 a_{12} &= \frac{-aC_{\alpha f} + bC_{\alpha r}}{mv_x^2} - 1 & b_2 &= \frac{w_f}{2I_z} & h_2 &= \frac{aC_{\alpha f}}{I_z} \\
 a_{21} &= \frac{-aC_{\alpha f} + bC_{\alpha r}}{I_z} & b_3 &= -\frac{w_r}{2I_z} & a_{nn} &= 1 - \tau_{ESC} \\
 a_{22} &= -\frac{a^2C_{\alpha f} + b^2C_{\alpha r}}{I_z v_x} & b_4 &= \frac{w_r}{2I_z} & b_{nn} &= \tau_{ESC}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Por fim, as forças otimizadas de frenagem, já considerando o atraso hidráulico, devem ser convertidas em pressões de frenagem P_{Bij} , conforme os componentes de freio instalados no veículo. Esses componentes geralmente diferem entre os eixos dianteiro e traseiro, a fim de garantir uma distribuição adequada da frenagem. Essa relação, apresentada na Equação 3.7, aplica-se a sistemas de freio a disco e envolve o raio efetivo do pneu R_{eij} , a área do pistão da pinça de freio $A_{p_{ij}}$, o coeficiente de atrito pastilha-disco μ_{dij} e o raio efetivo do disco de freio R_{dij} .

$$P_{Bij} = \frac{F_{Blagij} R_{eij}}{2 A_{p_{ij}} \mu_{dij} R_{dij}} \tag{3.7}$$

3.2 Projeto dos controladores de estabilidade

A tradução dos modelos matemáticos e das leis de controle teóricas para um ambiente de simulação funcional requer a definição de métodos numéricos específicos, configurações de processamento e um fluxo de compilação robusto. Isso tem início na formulação do sistema em tempo discreto, condição necessária para a implementação computacional.

Para o comparativo entre as técnicas de controle baseadas em modelo abordadas neste trabalho, adota-se o modelo em espaço de estados 2-DOF LTV discretizado da

dinâmica veicular, no qual a constante de discretização também será um parâmetro calibrável. Assim, as matrizes do modelo são atualizadas a cada instante e discretizadas pelo método ZOH, considerando um período de amostragem constante. Como hipótese, os estados do modelo de controle são conhecidos a partir das medições em tempo real da planta, representada pelo modelo *VI-CarRealTime* (VI-CRT).

3.2.1 Estratégia de intervenção de controle

Antes da aplicação de qualquer algoritmo, estabelece-se uma camada de lógica supervisória que gere a intervenção do controle. Essa lógica define as metas de estabilização, os limites operacionais e as condições sob as quais o ESC deve atuar, constituindo o elo entre o comportamento dinâmico do veículo e a estratégia de controle.

Para o ESC, as variáveis de referência rastreadas são a taxa de guinada r_d e o ângulo de deslizamento lateral β_d , calculadas com base no modelo 2-DOF em regime estacionário, conforme descrito na Fundamentação Teórica pela Equação 2.10. Como essas formulações dependem diretamente do ângulo de esterçamento da roda dianteira, suas respostas são instantâneas e não consideram os atrasos inerentes à dinâmica dos pneus e do veículo. Assim, para emular a não instantaneidade do sistema real, aplica-se um filtro de primeira ordem aos sinais de referência, conforme a Equação 3.8, na qual τ_d é a constante de tempo de atraso, r_{dlag} é a taxa de guinada com atraso e β_{dlag} é o ângulo de deslizamento lateral com atraso.

$$\tau_d \dot{\beta}_{dlag} + \beta_{dlag} = \beta_d, \quad \tau_d \dot{r}_{dlag} + r_{dlag} = r_d \quad (3.8)$$

A ativação do controle ocorre quando o erro entre o estado medido e a referência filtrada excede um limiar pré-definido. Para evitar oscilações de ativação e desativação imediatas, implementa-se uma lógica de histerese, ou seja, o sistema é ativado quando o erro ultrapassa um limiar superior e desativado apenas quando o erro cai abaixo de um limiar inferior, conforme ilustrado na Figura 18.

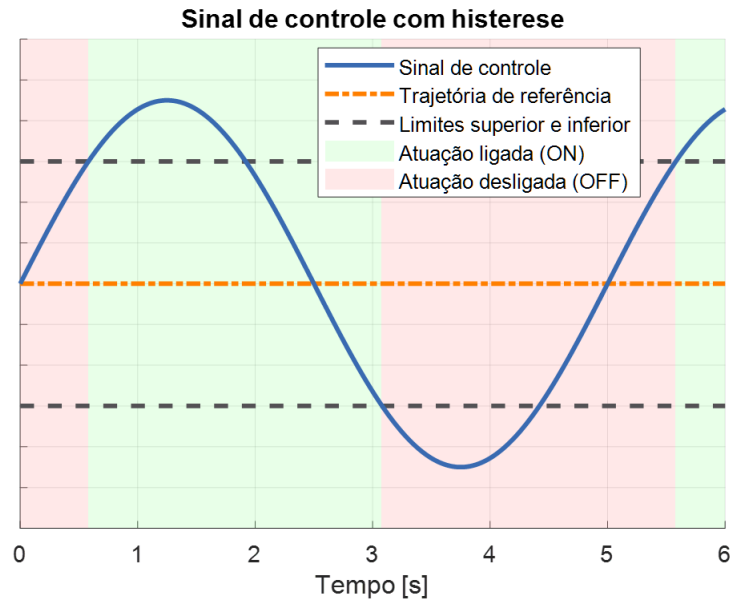


Figura 18 – Janela de histerese para ativação e desativação do controle.

Os limites de controle são definidos em torno de limiares acima e abaixo do valor de referência, conforme a Equação 3.9. Para o ângulo de deslizamento lateral considera-se um único limiar β_{lim} , enquanto para a taxa de guinada o limiar é distinto para as condições de subesterço (*understeer* – US) com o parâmetro r_{US} , e de sobresterço (*oversteer* – OS) com o parâmetro r_{OS} . Essa diferenciação é fundamental para a lógica de baixo nível de distribuição das forças de frenagem, uma vez que, em veículos de passeio, o sobresterço representa condição mais crítica de segurança e requer intervenções antecipadas e incisivas, ao passo que o subesterço é desejável e apenas deve ser corrigido quando excessivo.

$$\begin{aligned} \beta_{min} &= |\beta_{dlag}| - \beta_{lim}, & \beta_{max} &= |\beta_{dlag}| + \beta_{lim} \\ r_{min} &= |r_{dlag}| - r_{US}, & r_{max} &= |r_{dlag}| + r_{OS} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Outro fator que condiciona a intervenção é a limitação física do pneu. A força de frenagem aplicável em cada roda é restringida pelo atrito máximo disponível, o qual depende da carga vertical e do deslizamento longitudinal no pneu. Para evitar o travamento da roda e garantir operação na região de maior aderência, é incorporada uma lógica análoga ao ABS, também com histerese: quando o deslizamento longitudinal ultrapassa um limiar crítico, o comando de força é suspenso até o retorno à faixa segura. A Figura 19 ilustra a relação entre o coeficiente de atrito, o deslizamento e a carga vertical, destacando a região operacional para o controle de deslizamento incorporado ao ESC.

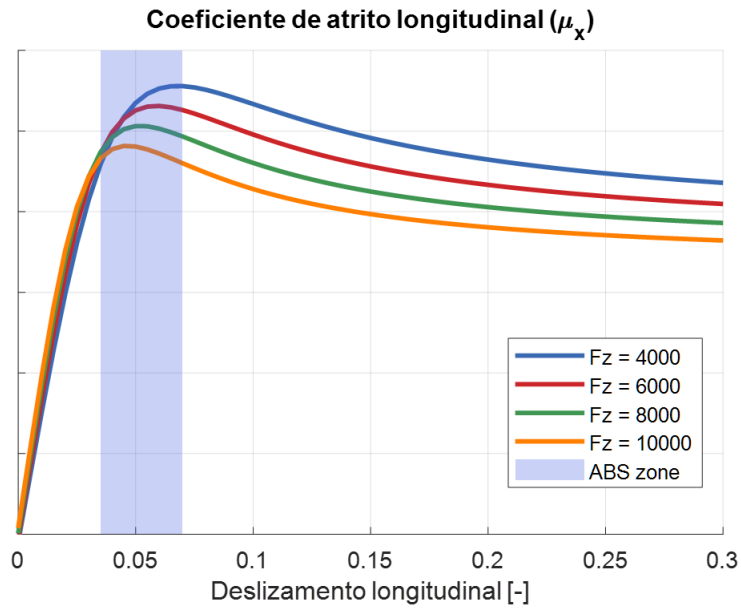


Figura 19 – Lógica de limitação por deslizamento longitudinal análogo a ABS com valores de eixo censurados devido a confidencialidade do projeto (Adaptado de Souza *et al.* (2025)).

Analogamente às variáveis de estado, o deslizamento longitudinal é associado a um valor de referência κ_d e a um limiar de controle κ_{lim} , que determinam a força máxima de frenagem admissível. Essa relação é definida pela Equação 3.10, em que, para κ superior ao limiar, a força de frenagem é anulada, evitando a instabilidade do veículo devido ao deslizamento excessivo ou até ao travamento da roda.

$$F_{Bmax\ ij} = \begin{cases} \mu_{x\ ij} F_{z\ ij}, & \kappa < \kappa_d - \kappa_{lim} \\ 0, & \kappa \geq \kappa_d + \kappa_{lim} \end{cases} \quad (3.10)$$

Por fim, as condições de intervenção do ESC são organizadas na Tabela 3, que resume as regras de atuação do sistema conforme a direção, o tipo de instabilidade, e o lado das rodas de aplicação da frenagem, que ainda integra as lógicas de histerese e a limitação de força de frenagem pelo controle de deslizamento.

Ângulo de volante	Relação taxa de guinada atual e limites	Condição de esterçamento	Instrução de frenagem
$\delta_f > 0$	$ r > r_{max} $	Sobrestерço	Rodas direitas
	$ r < r_{min} $	Subesterço	Rodas esquerdas
$\delta_f < 0$	$ r > r_{max} $	Sobrestерço	Rodas esquerdas
	$ r < r_{min} $	Subesterço	Rodas direitas

Tabela 3 – Estrutura lógica resumida de decisão de frenagem do ESC com classificação de atuação por tipo de instabilidade (Adaptado de Bai *et al.* (2024)).

3.2.2 Controlador MPC

A primeira técnica de controle aplicada é o MPC, cuja estrutura lida naturalmente com sistemas multivariáveis, restrições e perturbações, tornando-o adequado ao controle de estabilidade. A cada passo de tempo, o controlador utiliza o modelo de predição definido pelo sistema 2-DOF LTV discretizado para prever a evolução dos estados e dos comandos ao longo de um horizonte de predição N . A perturbação associada ao ângulo de esterçamento é tratada como um comando medido, e seu valor no instante atual é considerado constante durante todo o horizonte de predição para o cálculo da trajetória futura.

A principal vantagem do MPC é a capacidade de incorporar explicitamente as restrições do sistema. Essas restrições são aplicadas ao problema de otimização sobre os estados, os comandos e as variações de comando, conforme mostrado na Equação 3.11. No caso do ESC, os limites de controle possuem limiares ajustáveis e são atualizados a cada instante, conforme descrito nas condições de ativação para as variáveis de estado e para os comandos. O ângulo de esterçamento é restringido ao seu próprio valor medido, de forma que não interfira nos comandos de correção da instabilidade (MAGALHÃES, 2020). A limitação da variação dos comandos é determinada pela capacidade estimada de geração de força de frenagem de um sistema real; no entanto, com o filtro aplicado no sistema, tais limites dificilmente são excedidos.

$$\begin{aligned}
 r_{min} &\leq r \leq r_{max} \\
 \beta_{min} &\leq \beta \leq \beta_{max} \\
 \delta_f &\leq \delta_f \leq \delta_f \\
 0 &\leq F_{Bij} \leq F_{Bmaxij} \\
 \Delta F_{Bminij} &\leq \Delta F_{Bij} \leq \Delta F_{Bmaxij}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

O desempenho do controlador é ajustado por meio das matrizes de ponderação \mathbf{Q}_y e \mathbf{Q}_u , apresentadas na Equação 3.12. Essas matrizes definem o custo associado ao estado e ao esforço de controle, respectivamente, dentro da função de custo minimizada pelo problema de otimização. A penalização para as variáveis de estado rastreadas é separada para o ângulo de deslizamento lateral ($Q_{y\beta}$) e para a taxa de guinada (Q_{yr}), enquanto as penalizações para os comandos de força de frenagem são distintas entre o eixo dianteiro (Q_{uf}) e o traseiro (Q_{ur}).

$$\mathbf{Q}_y = \begin{bmatrix} Q_{y\beta} & 0 \\ 0 & Q_{yr} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_u = \begin{bmatrix} Q_{uf} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{uf} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{ur} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{ur} \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

O MPC possui a versão parametrizada, na qual pontos intermediários do horizonte

de predição são mantidos constantes e os demais interpolados. Define-se, portanto, o horizonte de parametrização \mathbf{N}_r (Equação 3.13), onde os instantes inicial e final são necessariamente inclusos.

$$\mathbf{N}_r = [0 = N_0, N_1, \dots, N_{n_r-1}, N_{n_r} = N] \quad (3.13)$$

O processamento do MPC no ambiente de simulação precisa resolver um problema de programação quadrática que minimiza uma função de custo sujeita a um conjunto de restrições a cada passo de tempo. Para a implementação, utiliza-se o *qpOASES*, um *solver* de código aberto desenvolvido especificamente para problemas de QP de alta velocidade (FERREAU *et al.*, 2014). A função implementada mapeia diretamente a formulação teórica para as entradas do *solver*, o qual retorna o vetor ótimo $\tilde{\mathbf{u}}$. A lei de controle aplicada ao sistema é composta pela primeira entrada otimizada, todo este processo é ilustrado pela Figura 20.

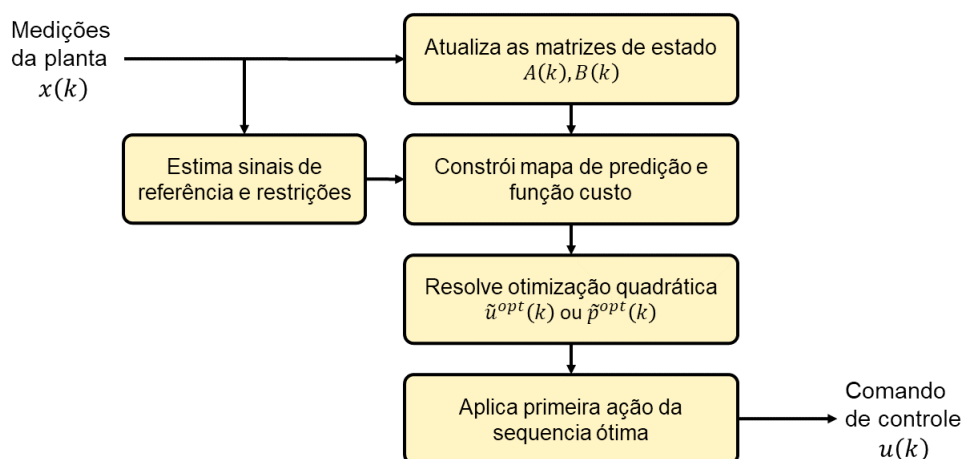


Figura 20 – Diagrama de funcionamento do MPC desenvolvido.

3.2.3 Controlador SDRE

A segunda técnica de controle aplicada é o SDRE que regula o erro do sistema em relação às referências desejadas. A síntese, realizada em tempo discreto, tem como objetivo minimizar os erros da taxa de guinada e do ângulo de deslizamento lateral em relação às referências calculadas dinamicamente.

Nesse controlador, o ângulo de esterçamento δ_f , resultante da ação do motorista, é tratado como uma perturbação externa. Com base no princípio da estabilidade perturbada, o controlador é projetado para garantir a estabilidade assintótica do sistema não perturbado. A teoria estabelece que, se o controlador for estabilizante para o sistema autônomo, o

sistema de malha fechada permanecerá estável em uma vizinhança da origem na presença de perturbações limitadas (SCOKAERT; MAYNE, 1998). Dessa forma, a formulação do problema, a partir do modelo LTV, resulta no sistema apresentado na Equação 3.14.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t) \mathbf{x} + \mathbf{B}_u \mathbf{u} \quad (3.14)$$

Assim como no MPC, o desempenho do controlador SDRE é ajustado pelas matrizes de ponderação \mathbf{Q} e \mathbf{R} , que definem o custo associado ao estado e ao esforço de controle, respectivamente, conforme mostra a Equação 3.15. A penalização das variáveis de estado rastreadas é separada entre o ângulo de deslizamento lateral ($Q_{y\beta}$) e a taxa de guinada (Q_{yr}), enquanto as penalizações aplicadas aos comandos de força de frenagem são distintas para o eixo dianteiro (Q_{uf}) e para o traseiro (Q_{ur}).

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_{y\beta} & 0 \\ 0 & Q_{yr} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} Q_{uf} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_{uf} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{ur} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{ur} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

O processamento do controlador SDRE requer a solução da equação algébrica de Riccati discreta a cada passo de tempo, utilizando matrizes dependentes do estado. Para tal, implementa-se uma função em *Matlab* que resolve esta equação iterativamente e de forma eficiente, com base nas entradas medidas da planta. A lei de controle aplicada ao sistema consiste na realimentação do estado com o ganho ótimo obtido. Todo o processo é ilustrado na Figura 21.

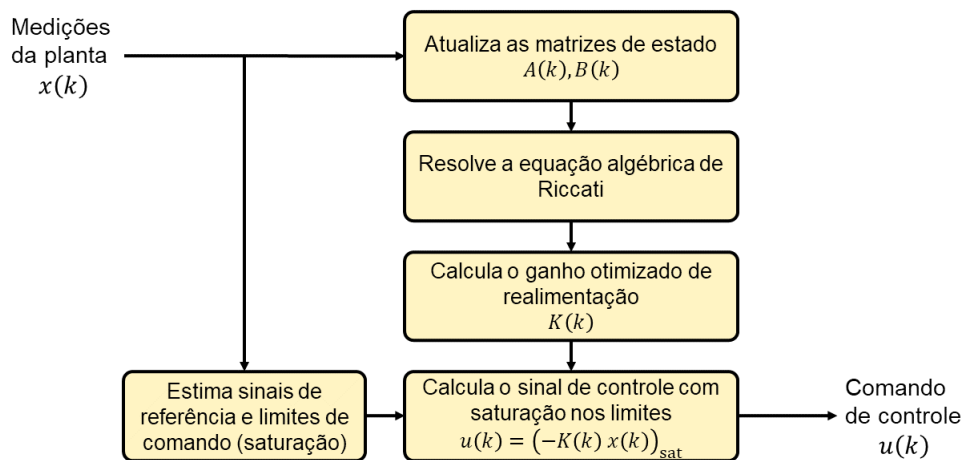


Figura 21 – Diagrama de funcionamento do SDRE desenvolvido.

Ao comparar metodologicamente o MPC e o SDRE, observa-se que, no MPC, as restrições são consideradas antes da otimização, o que permite prever os limites do sistema e gerar um comando mais adequado à estabilização. No SDRE, por outro lado, as limitações são aplicadas apenas após o cálculo da ação de controle. Ainda assim, o custo computacional do SDRE tende a ser menor, tornando-o uma alternativa competitiva ao MPC, especialmente para aplicações em tempo real.

3.3 Aplicação, ajuste e validação do controle em ambiente virtual

O processo de desenvolvimento do sistema ESC em ambiente virtual proposto segue uma metodologia lógica conforme a Figura 22 que abrange desde a instrumentação de um veículo real para obtenção de dados de referência, passando pela correlação de modelos e calibração dos controladores, até a avaliação subjetiva em simulador automotivo. O intuito é estabelecer uma ponte entre o mundo real e o ambiente de simulação, garantindo que os resultados obtidos virtualmente tenham relevância e representatividade.

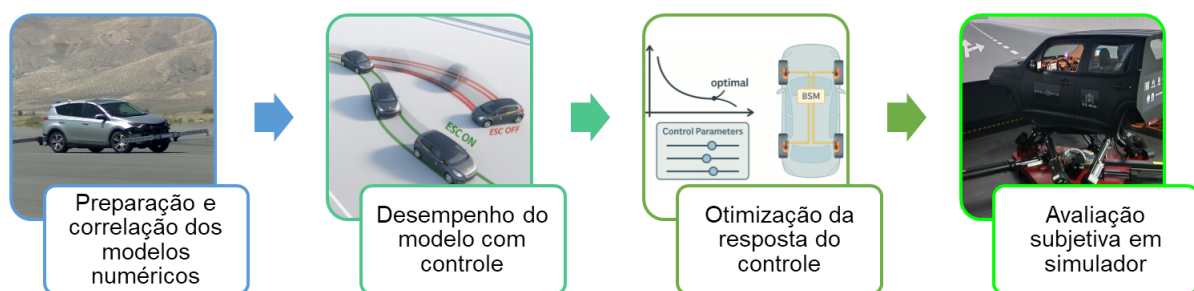


Figura 22 – Fluxo de desenvolvimento virtual proposto para o ESC.

O objeto de estudo consiste em um veículo real, cujo modelo virtual equivalente em VI-CRT foi disponibilizado pelos parceiros do projeto, porém seus detalhes são confidenciais por razões de propriedade industrial. Adicionalmente, o veículo de teste foi instrumentado com um sistema de navegação inercial de alta precisão sincronizado com a rede automotiva CAN, capaz de medir os principais sinais da dinâmica veicular e das centrais eletrônicas, tais como velocidades, acelerações, taxa de guinada e ângulo de deslizamento lateral. As medições experimentais foram realizadas no campo de provas Circuito dos Cristais, em Curvelo (MG), na região destacada pela Figura 23, denominada VDA (*Vehicle Dynamics Area*), que consiste em um pátio asfaltado plano com ampla área destinada à realização de manobras. A seleção das manobras utilizadas neste trabalho segue normas e práticas industriais aplicadas à caracterização da resposta do veículo e validação do ESC.



Figura 23 – Campo de provas do Circuito dos cristais em Curvelo (MG) (CIRCUITO DOS CRISTAIS, 2023).

A primeira manobra é o esterçamento degrau (*step steer*), amplamente utilizada para avaliar o regime estacionário e transitório devido à sua excitação rápida (SONDHI; PERINCILOLO, 2018). Em sua execução, conforme ilustrado na Figura 24, a velocidade é mantida constante em 100 km/h, aplicando-se um golpe de volante com taxa aproximada de $300^\circ/\text{s}$ até atingir um ângulo final de volante determinado, normalmente definido para alcançar uma aceleração lateral-alvo.

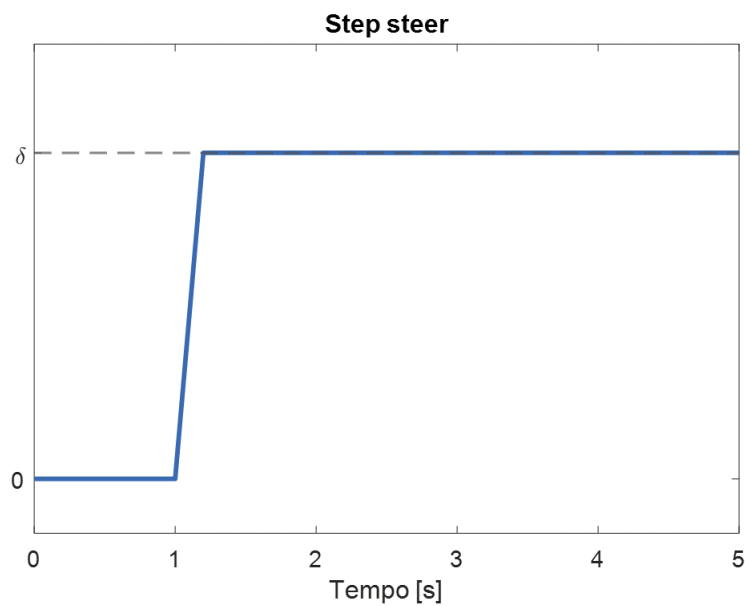


Figura 24 – Entrada do volante para manobra *step steer*.

A segunda manobra é o esterçamento em rampa (*ramp steer*), utilizada para avaliar a resposta quase-estática do veículo por meio das relações entre o ângulo de volante e as

variáveis de resposta em função da aceleração lateral, que definem coeficientes conhecidos por gradientes (SONDHI; PERINCILOLO, 2018). Em sua execução, conforme a Figura 25, a velocidade é mantida constante próxima de 80 km/h, com esterçamento lento a uma taxa de aproximadamente $13,5 \text{ }^\circ/\text{s}$ até atingir um ângulo final pré-estabelecido. Após a saturação, a manutenção da velocidade torna-se difícil, e o ensaio é considerado arriscado nas condições limite do veículo, exigindo amplo espaço para execução.

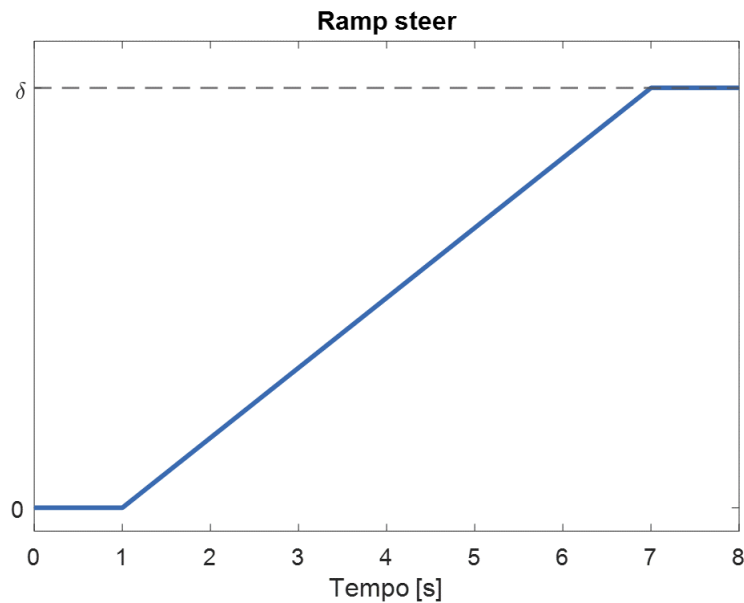


Figura 25 – Entrada do volante para manobra *ramp steer*.

A terceira manobra é o esterçamento senoidal com frequência variável (*sweep steer*), utilizada para avaliar as respostas do veículo em diferentes frequências de atuação do ângulo de volante. Os veículos modernos de passageiros apresentam sensibilidade considerável a variações de parâmetros apenas na faixa de 0,2 Hz a 3 Hz (SONDHI; PERINCILOLO, 2018). O limite inferior define a transição entre a resposta quase-estática e a dinâmica, enquanto o limite superior está associado à filtragem das entradas de alta frequência causada por elasticidades estruturais e pela limitação física do condutor em esterçar a roda a frequências superiores a 3 Hz com amplitude relevante. Conforme a Figura 26, a manobra é executada a 100 km/h com esterçamento senoidal de amplitude constante que cobre a faixa de frequência de 0,2 a 3 Hz.

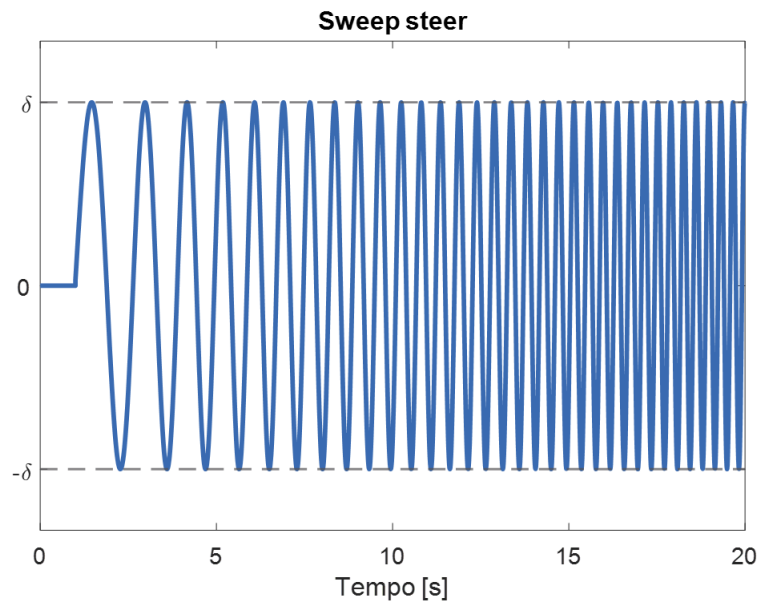


Figura 26 – Entrada do volante para manobra *sweep steer*.

A quarta manobra é o *Sine With Dwell* (SWD), utilizada na homologação de sistemas ESC. O veículo é submetido a diferentes amplitudes de esterçamento senoidal com o objetivo de induzir a intervenção do controle. Em sua execução, conforme a Figura 27, o veículo inicia o ensaio a aproximadamente 80 km/h; em seguida, o pedal do acelerador é liberado e aplica-se um esterçamento senoidal de 0,7 Hz, com *dwell* de 500 ms no segundo pico de volante, mantendo-se a desaceleração natural em marcha alta (UNECE, 2017).

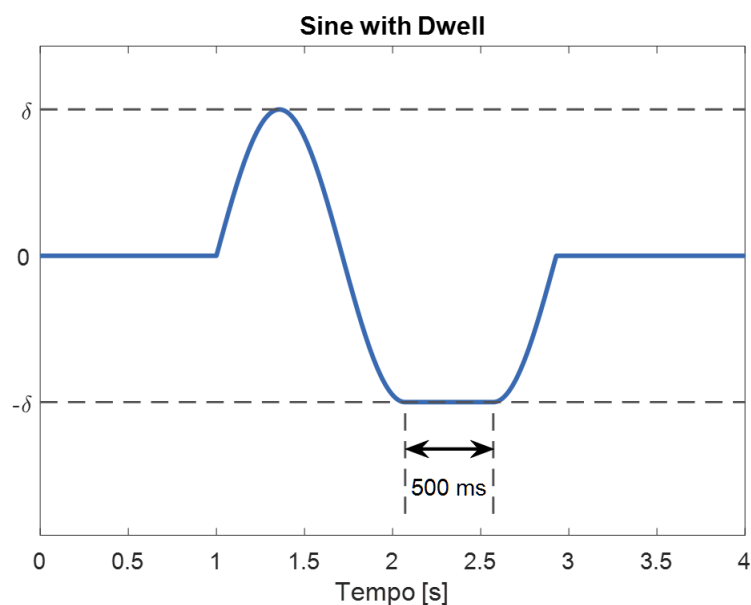


Figura 27 – Entrada do volante para manobra *sine with dwell*.

A quinta manobra, conhecida como “teste do alce” (*moose test*) ou dupla mudança de faixa (*Double Lane Change – DLC*), é conduzida em malha fechada com motorista e

avalia a agilidade e a estabilidade sob alta aceleração lateral, simulando um desvio de obstáculo ou uma ultrapassagem rápida. Na execução, os cones são dispostos conforme a Figura 28 para duas variações distintas da DLC, de acordo com as normas (ISO, 2018; ISO, 2011). O motorista deve seguir a trajetória sem derrubar cones, com o veículo em desaceleração natural. As passagens variam a velocidade inicial para avaliar a capacidade do veículo e a efetividade do ESC.

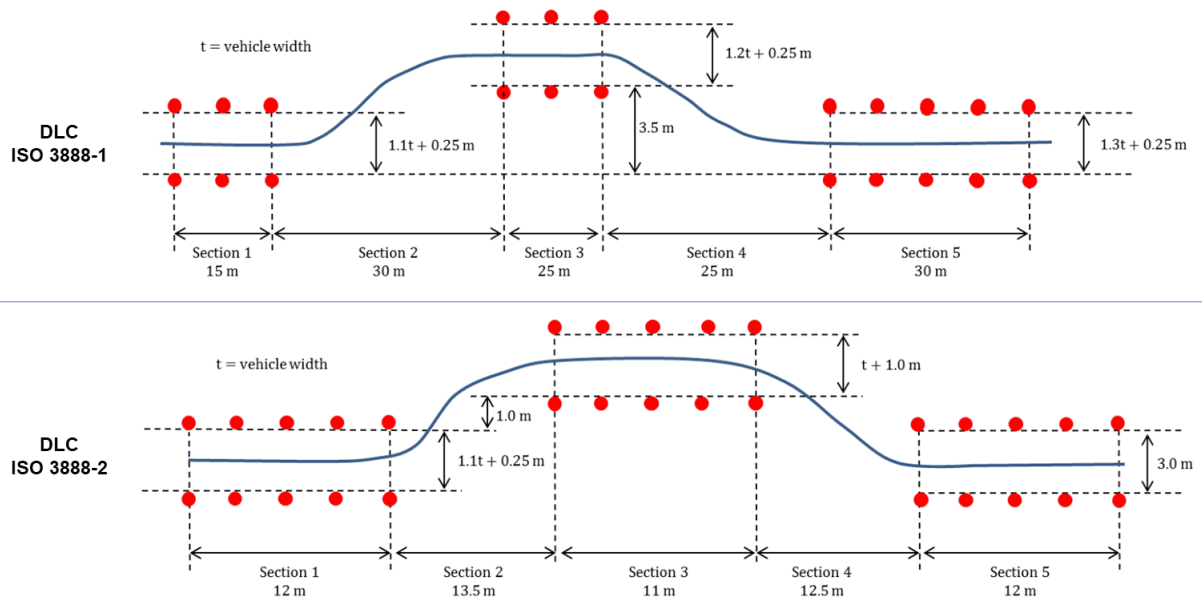


Figura 28 – Disposição de cones normatizados para manobra DLC (Adaptado de VI-grade (2023)).

3.3.1 Ambiente de simulação e validação

O processo de desenvolvimento de veículos virtuais na indústria, em geral, envolve a modelagem multicorpos, na qual as simulações apresentam alta precisão devido ao grande número de graus de liberdade e aos efeitos não lineares considerados. No entanto, aplicações em ambientes de HiL ou DiL exigem simulação dos modelos em tempo real. O elevado custo computacional dos modelos multicorpos fomenta, portanto, a necessidade de converter o modelo completo em uma versão equivalente em tempo real que mantenha correlação suficiente com o modelo original.

O modelo VI-CRT do veículo fornecido para este trabalho originou-se da conversão de um modelo multicorpos e preserva a complexidade dos subsistemas de suspensão, direção e pneus, assegurando simultaneamente a capacidade de execução em tempo real. Alguns ajustes prévios foram necessários para adequar o modelo às simulações realizadas. As condições de pista foram definidas como superfície horizontal e seca, com parâmetros constantes. Os sistemas de controle nativos do *software*, como o ABS e o TCS, foram desativados para evitar interferências com os controladores externos desenvolvidos. O modelo de pneu adotado é o *MF-Tire*, definido por meio de um arquivo de pneu (.tir), que

pode ser facilmente substituído para análises comparativas.

Esse modelo também fornece os parâmetros constantes listados na Tabela 29, utilizados na formulação do modelo 2-DOF apresentado anteriormente. Parte dos parâmetros geométricos foi extraída diretamente dos arquivos do modelo de veículo e de pneu, enquanto outra parte foi estimada por simulação de assentamento, que representa o equilíbrio estático do veículo, condição em que as forças de suspensão, pneus e peso estão balanceadas. Embora assumidos como constantes nos modelos utilizados, a variabilidade desses parâmetros em um mesmo veículo indica a sugere o estudo de robustez dos controladores sob diferentes condições de carga e tipos de pneu.

	PARÂMETRO	SÍMBOLO	UNIDADE	APLICAÇÃO	FONTE
VEÍCULO 	Entre eixos	L	[m]	Construção matrizes 2-DOF	Parâmetro modelo CRT
	Distância CG ao eixo dianteiro	a	[m]	Construção matrizes 2-DOF	Assentamento pré-simulação (.rep)
	Bitola média	w	[m]	Controle baixo nível	Parâmetro modelo CRT
	Massa total	m	[kg]	Construção matrizes 2-DOF	Assentamento pré-simulação (.rep)
	Momento de inércia de guinada	I_{zz}	[kg/m ²]	Construção matrizes 2-DOF	Assentamento pré-simulação (.rep)
	Altura do CG	H_{CG}	[m]	Construção matrizes 2-DOF	Assentamento pré-simulação (.rep)
	Raio efetivo médio do pneu	R_e	[m]	Conversão baixo nível	Assentamento pré-simulação (.rep)
	Relação de direção volante roda	tau	[-]	Cálculo ângulo de esterçamento da roda	Calculado pelo modelo CRT
FREIOS 	Área pistão freio dianteiro	A_{p_f}	[m ²]	Conversão baixo nível	Parâmetro modelo CRT
	Coefficiente atrito freio dianteiro	μ_{p_f}	[-]	Conversão baixo nível	Parâmetro modelo CRT
	Raio efetivo freio dianteiro	R_{d_f}	[m]	Conversão baixo nível	Parâmetro modelo CRT
	Área pistão freio traseiro	A_{p_r}	[m ²]	Conversão baixo nível	Parâmetro modelo CRT
	Coefficiente atrito freio traseiro	μ_{p_r}	[-]	Conversão baixo nível	Parâmetro modelo CRT
	Raio efetivo freio traseiro	R_{d_r}	[m]	Conversão baixo nível	Parâmetro modelo CRT
PNEUS 	MF Carga nominal	FNOMIN	[N]	Cálculo rigidez lateral 2-DOF LTV	Arquivo de pneu (.tir)
	MF Lateral	PKY1	[-]	Cálculo rigidez lateral 2-DOF LTV	Arquivo de pneu (.tir)
	MF Lateral	PKY2	[-]	Cálculo rigidez lateral 2-DOF LTV	Arquivo de pneu (.tir)
	MF Lateral	PKY4	[-]	Cálculo rigidez lateral 2-DOF LTV	Arquivo de pneu (.tir)
	MF Lateral	PDY1	[-]	Cálculo saturação lateral 2-DOF LTV	Arquivo de pneu (.tir)
	MF Lateral	PDY2	[-]	Cálculo saturação lateral 2-DOF LTV	Arquivo de pneu (.tir)
	MF Longitudinal	PKX1	[-]	Cálculo rigidez longitudinal do controle deslizamento	Arquivo de pneu (.tir)
	MF Longitudinal	PKX2	[-]	Cálculo rigidez longitudinal do controle deslizamento	Arquivo de pneu (.tir)
	MF Longitudinal	PKX3	[-]	Cálculo rigidez longitudinal do controle deslizamento	Arquivo de pneu (.tir)
	MF Longitudinal	PDX1	[-]	Cálculo saturação longitudinal do controle deslizamento	Arquivo de pneu (.tir)
MF Longitudinal	PDX2	[-]	Cálculo saturação longitudinal do controle deslizamento	Arquivo de pneu (.tir)	

Figura 29 – Tabela de parâmetros utilizados nos modelos virtuais referentes ao veículo, aos freios e aos pneus.

Para o desenvolvimento e teste dos controladores, foi estabelecida uma plataforma de co-simulação *offline* entre o VI-CRT e o *Matlab-Simulink*, conforme o diagrama da Figura 30. Essa arquitetura é composta por um bloco de função que hospeda os algoritmos de controle baseados em modelo (SDRE e MPC) e pelo bloco de processamento do VI-CRT, responsável pela dinâmica veicular. A cada passo de simulação, o algoritmo de controle envia os comandos de frenagem individual por roda, e o VI-CRT calcula a resposta veicular, retornando os sinais virtuais dos sensores (velocidade, taxa de guinada, aceleração, etc.),

fechando assim a malha de controle. Embora existam outras estratégias de atuação, como o controle de torque do motor ou do diferencial da transmissão, este trabalho enfatiza exclusivamente o controle do tipo *differential braking*.

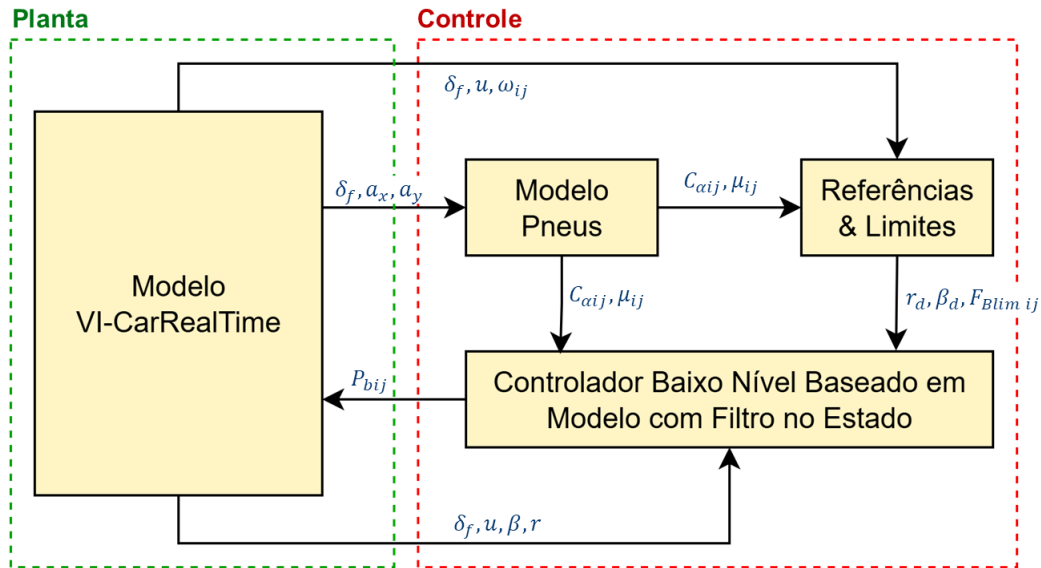


Figura 30 – Diagrama demonstrativo da interação entre planta VI-CRT e controle desenvolvido em *Matlab-Simulink*.

A base do ambiente de simulação e construção de modelos é o *Simulink*, configurado para garantir consistência, repetibilidade e capacidade de execução em tempo real. O método numérico adotado foi o *ode4* (Runge–Kutta de 4ª ordem), um método explícito de passo único reconhecido pelo bom equilíbrio entre precisão e custo computacional em sistemas dinâmicos (MATHWORKS, 2025). O passo fixo foi definido em 1 ms, em conformidade com o passo de integração do modelo VI-CRT. A escolha de um *solver* de passo fixo é mandatória tanto para a co-simulação quanto para a compilação de código em plataformas de tempo real (HiL/DiL), pois garante previsibilidade e sincronização dos cálculos.

Por fim, para integração em plataformas de tempo real, utilizou-se a ferramenta *Simulink Coder* para compilação do modelo completo apresentado na Figura 31. Esse modelo foi convertido em um subsistema contendo os parâmetros constantes de ajuste de veículo, pneu e controle, e com as entradas e saídas padrão do VI-CRT, além de três saídas adicionais para acompanhamento em tempo real: o ângulo de deslizamento lateral desejado, a taxa de guinada desejada e o sinal de ativação do ESC. O processo de *Build* do *Simulink* analisa o diagrama de blocos e gera automaticamente código C/C++ otimizado, compilado em executável ou biblioteca (.dll/.so). Esse processo, fundamental à metodologia MBD, assegura que o mesmo algoritmo testado em simulação seja implementado no *hardware* em tempo real do simulador DiL, ou até mesmo em uma ECU embarcada, garantindo consistência e eliminando erros de tradução manual.

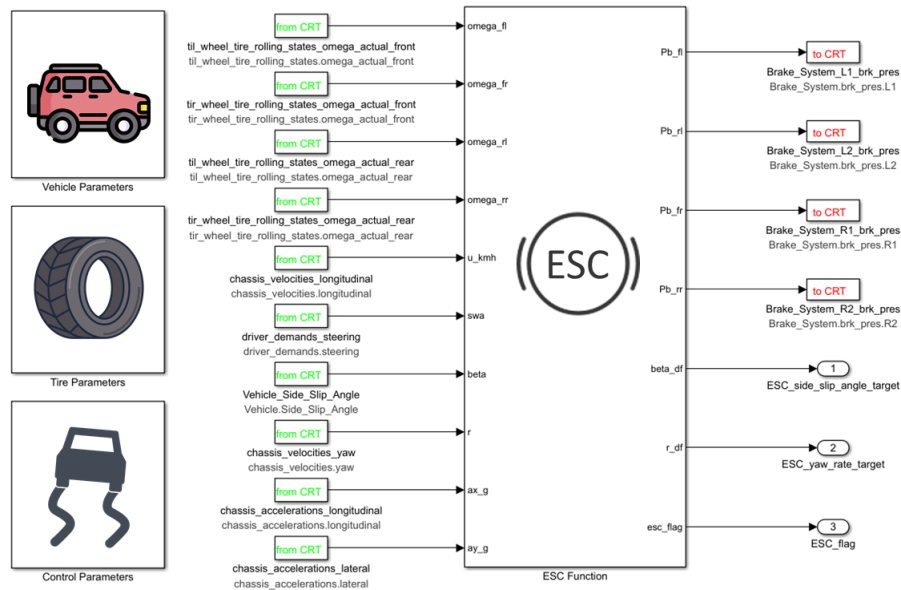


Figura 31 – Modelo *Matlab-Simulink* dos controladores desenvolvidos com entradas e saídas do modelo VI-CRT para compilação.

3.3.2 Preparação e correlação dos modelos numéricos

Antes da validação dos controladores, é imprescindível garantir a consistência entre o modelo de controle (2-DOF) e o modelo de planta de alta fidelidade (VI-CRT). Além disso, o comparativo com dados experimentais orienta o grau de aderência entre o comportamento real e o modelo de simulação. As configurações LTI e LTV do modelo 2-DOF também são analisadas quanto à qualificação para o ESC.

O processo de correlação tem início na dinâmica sem controle, empregando manobras padronizadas em malha aberta. As variáveis de interesse são o ângulo de deslizamento lateral (β) e a taxa de guinada (r), avaliadas graficamente e estatisticamente. Para quantificar a correlação, utilizam-se o coeficiente estatístico R^2 e o índice FIT, definidos pelas expressões seguintes, onde y_{ref} representa os dados de referência e y os dados do modelo:

- Somatório dos quadrados dos erros: $SSE = \sum(\mathbf{y}_{ref} - \mathbf{y})^2$
- Somatório dos quadrados totais: $SST = \sum(\mathbf{y}_{ref} - \bar{\mathbf{y}}_{ref})^2$
- Erro quadrático médio normalizado: $NMSE = \frac{SSE}{SST}$
- Coeficiente de determinação: $R^2 = 1 - NMSE$
- Índice de ajuste: $FIT = 1 - \sqrt{NMSE}$

3.3.3 Calibração do sistema de controle

A calibração dos controladores foi realizada de forma iterativa no ambiente de co-simulação. A metodologia de comparação e ajuste de parâmetros consistiu na execução da manobra SWD, reconhecida por sua capacidade de induzir instabilidade direcional e por seu uso consolidado na homologação de sistemas ESC. Dois níveis de intensidade foram considerados, um suave e outro agressivo, definidos pelo ângulo de volante aplicado durante o ensaio, conforme mostra a Figura 32.

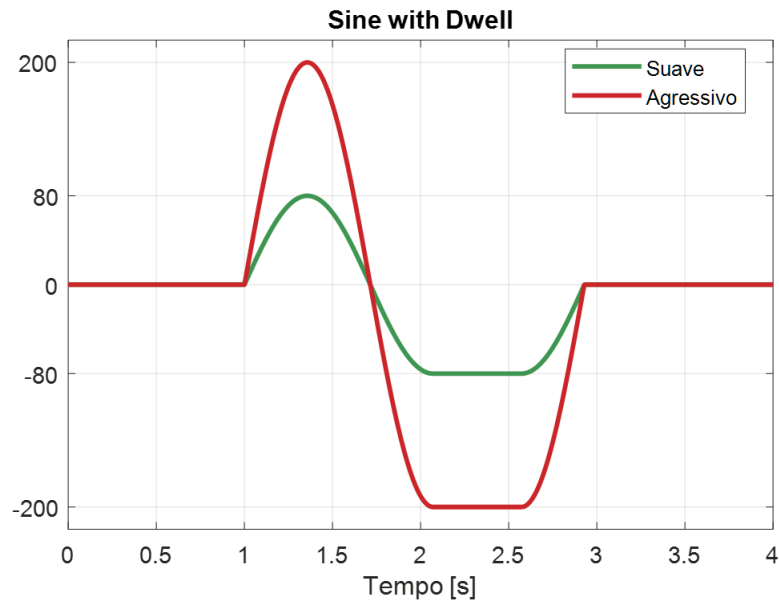


Figura 32 – Perfil do ângulo de volante das manobras SWD para as intensidades suave e agressiva analisadas.

A resposta dos controladores ESC modelados é influenciada por parâmetros agrupados nas categorias: veículo, freios, pneus e controle. Os parâmetros de controle determinam os instantes e as intensidades de intervenção via frenagem individual por roda e são subdivididos segundo sua aplicação, conforme a Figura 33. Esses parâmetros podem ser isolados para a calibração específica dos controladores, enquanto os demais são mantidos fixos. O algoritmo SDRE desenvolvido compartilha a base paramétrica com o MPC, sendo que o MPC possui parâmetros adicionais em sua versão clássica e um parâmetro extra na versão parametrizada.

APLICAÇÃO	PARÂMETRO	UNIDADE	SÍMBOLO
Discretização & Filtro	Constante de discretização do modelo	s	tau_c2d
	Constante filtro do estado desejado	s	tau_des
	Constante filtro do comando (sistema hidráulico)	s	tau_esc
Deslizamento	Deslizamento rastreado	-	kappa_d
	Deslizamento limite histerese	-	kappa_lim
Limites	Limite de side-slip angle	deg	lim_beta
	Limite sobresterço de taxa de guinada	deg/s	lim_r_os
	Limite subesterço de taxa de guinada	deg/s	lim_r_us
Ponderações	Ponderação de ângulo de deslizamento lateral	-	Qy_beta
	Ponderação de taxa de guinada	-	Qy_r
	Ponderação no comando dianteiro	-	Qu_f
	Ponderação no comando traseiro	-	Qu_r
MPC	Fator de restrição no comando dianteiro	-	K_Fb_f
	Fator de restrição no comando traseiro	-	K_Fb_r
	Restrição da variação do comando	N/s	delta_Fb
	Horizonte de predição	-	N
Parametrizado	Horizonte de parametrização	-	Nr

Figura 33 – Tabela de parâmetros específicos de controle ajustáveis do ESC com suas respectivas aplicações.

O passo de validação objetiva, baseado no comparativo de desempenho entre o controle virtual e as medições experimentais, constitui a base do processo de calibração. Essa avaliação verifica se os controladores desenvolvidos fornecem estabilização comparável ou superior ao sistema de referência, analisando graficamente as principais variáveis de controle, os comandos de frenagem, o tempo de estabilização e o desvio de trajetória. A partir desse processo, definem-se os parâmetros iniciais do controlador.

Na sequência do processo de calibração, a variação dos parâmetros de controle permite observar seu impacto sobre a eficácia na estabilidade veicular. A orientação de ajuste manual dos parâmetros tem como objetivo mapear a influência individual de cada um, principalmente para o MPC clássico. Posteriormente, a parametrização do MPC permite avaliar o tempo de processamento em relação à manutenção do desempenho de resposta para uma mesma calibração do MPC clássico. Por fim, o SDRE é empregado no comparativo, por oferecer uma formulação mais simples, sem necessidade de resolução de problema de otimização quadrática (QP).

Os principais critérios de desempenho adotados consideram a capacidade de manter as variáveis rastreadas de ângulo de deslizamento lateral e de taxa de guinada dentro dos limites de controle após o esterçamento. A intrusividade do controle também é avaliada, especialmente na manobra suave, em que não se espera intervenção abrupta. As velocidades do veículo e das rodas subsidiam a análise dos comandos de frenagem, uma vez que o travamento de alguma roda pode gerar instabilidade. Por fim, os limites máximos de frenagem auxiliam na verificação da existência de margem para o reforço das ponderações.

3.3.4 Integração e aplicação em simulador *Driver-in-the-Loop*

A validação final foi conduzida em um simulador automotivo com o objetivo de avaliar a interação entre o motorista e o sistema de controle. O simulador DiM 150 utilizado neste estudo consiste em uma plataforma de movimento com nove graus de liberdade, equipada com *cockpit*, volante com *force feedback* de alta fidelidade e sistema de projeção visual imersivo, conforme mostrado na Figura 34. O *software* do simulador executa o modelo *VI-CarRealTime* em tempo real, assegurando latência mínima entre a ação do motorista e a resposta do veículo virtual.



Figura 34 – Simulador dinâmico veicular DIM 150 utilizado nos testes de ESC virtual com pilotos.

A integração dos controladores ao simulador foi realizada por meio da compilação do modelo SDRE no ambiente *Simulink* para execução na máquina de simulação em tempo real denominada *Concurrent*, conforme ilustrado na Figura 35. O processo de compilação gera dois arquivos de biblioteca: um arquivo *.dll*, utilizado em sistemas *Windows* para a montagem do modelo com o controlador, que posteriormente é exportado para a *Concurrent*; e um arquivo *.so*, destinado a sistemas *Linux*, que corresponde ao sistema operacional nativo da *Concurrent*. A escolha do SDRE deve-se à sua constância no tempo de processamento, característica desejável para aplicações em tempo real, e ao seu desempenho satisfatório nas análises objetivas.



Figura 35 – Diagrama do processo de compilação do modelo *Simulink* do controlador para as máquinas de simulação.

Diferentemente das análises objetivas, nas quais as métricas de desempenho foram observadas numericamente por meio de gráficos, as avaliações em simulador incorporam a análise subjetiva, em que o condutor humano é colocado à prova para qualificar o comportamento do veículo em termos de sensação e dirigibilidade.

Este trabalho contou com a colaboração de pilotos de teste profissionais da indústria automotiva com experiência em avaliação em simuladores veiculares. Ressalta-se que esse tipo de ensaio exige elevado nível de concentração e habilidade, uma vez que todas as sensações do veículo são emuladas, requerendo do piloto a “correlação mental” entre o veículo real e o ambiente virtual (SEKAR, 2020).

Cada piloto possui uma percepção única, ainda que geralmente alinhada a critérios técnicos da atividade. A definição dos cenários de teste e dos critérios de avaliação subjetiva foi deixada a cargo dos pilotos, previamente instruídos a avaliar diferentes propostas de calibração do ESC em manobras variadas, desde situações rotineiras até condições severas e emergenciais. Neste estudo, as atividades realizadas no simulador envolveram um veículo previamente conhecido pelos pilotos e dois experimentos principais:

- O aprofundamento iterativo na calibração do controlador SDRE;
- A análise de sensibilidade do sistema ESC ao modelo de pneu.

As calibrações submetidas às análises subjetivas foram definidas com base em uma calibração inicial derivada dos resultados objetivos, sendo posteriormente refinadas a partir do *feedback* dos pilotos. A Figura 36 apresenta a sequência das propostas avaliadas,

distinguindo a calibração do controlador ESC e dos pneus, o modelo de pneu montado no veículo virtual, os avaliadores responsáveis e o objetivo de cada teste. As versões de calibração do ESC são identificadas como T- n , enquanto os modelos de pneu são designados como TIR- n , sendo o modelo principal de referência denotado por REF.

CALIBRAÇÃO ESC	CALIBRAÇÃO PNEU	PNEU MONTADO	AVALIADOR	OBJETIVO DE AVALIAÇÃO
ESC OFF	N/A	TIR REF	Piloto 01, 02 e 03	Referência de ESC desligado
ESC T1	TIR REF	TIR REF	Piloto 01	Referência calibração ESC e pneu
		TIR 1	Piloto 01	Sensibilidade pneu para mesma calibração
		TIR 2	Piloto 01	Sensibilidade pneu para mesma calibração
		TIR 3	Piloto 01	Sensibilidade pneu para mesma calibração
ESC T2	TIR REF	TIR 4	Piloto 01	Sensibilidade pneu para mesma calibração
		TIR REF	Piloto 01	Variação calibração ESC
		TIR 1	Piloto 01	Sensibilidade pneu para mesma calibração
		TIR 2	Piloto 01	Sensibilidade pneu para mesma calibração
ESC T3	TIR REF	TIR 3	Piloto 01	Sensibilidade pneu para mesma calibração
		TIR 4	Piloto 01	Sensibilidade pneu para mesma calibração
		TIR REF	Piloto 02 e 03	Nova Referência Calibração ESC
		TIR 1	Piloto 02 e 03	Sensibilidade pneu para mesma calibração
ESC T4	TIR REF	TIR 4	Piloto 02 e 03	Sensibilidade pneu com calibração específica
			Piloto 02	Sensibilidade pneu para mesma calibração
ESC T5	TIR REF	TIR 1	Piloto 02	Sensibilidade pneu com calibração específica
ESC T6			Piloto 02	Sensibilidade pneu com calibração específica
ESC T4	TIR REF	TIR REF	Piloto 02 e 03	Variação calibração ESC
ESC T5			Piloto 03	Variação calibração ESC
ESC T6			Piloto 03	Variação calibração ESC

Figura 36 – Tabela de configurações testadas em simulador com suas respectivas calibrações dos parâmetros de controle e de pneu do ESC, o pneu correspondente montado no veículo virtual, os avaliadores responsáveis e os objetivos dos testes.

Os destaques em vermelho na Figura 36 indicam três momentos distintos da campanha de avaliação subjetiva. O piloto 01, especialista em pneus, avaliou manobras de mudança de faixa de baixa a alta severidade na pista virtual “reta infinita”, comparando duas calibrações de ESC com diversos modelos de pneus, culminando na sugestão de uma calibração melhorada. O piloto 02 partiu dessa nova calibração para testar a sensibilidade do ESC em relação a calibrações específicas para o pneu montado em circuito de corrida, onde os efeitos não lineares são mais pronunciados, resultando na sugestão de uma calibração mais equilibrada. O piloto 03 seguiu abordagem semelhante, realizando duas manobras padronizadas de mudança de faixa, DLC ISO 3888-1 (suave) e ISO 3888-2 (severa), além de refinar diretamente a calibração do ESC para um mesmo pneu.

Quanto aos modelos de pneus disponibilizados, suas características se diferenciam em atrito e rigidez conforme a Figura 37. O gráfico mostra as curvas de força lateral e longitudinal puras geradas por cada pneu, evidenciando comportamento plausível frente a pneus reais, ainda que virtualizados.

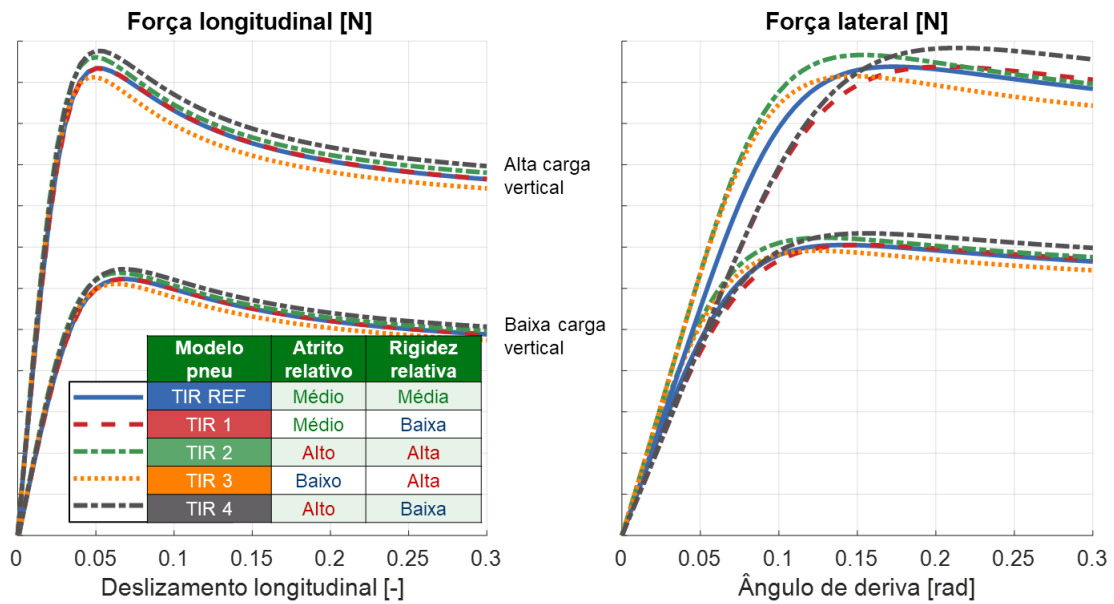


Figura 37 – Comparativo das forças longitudinal e lateral puras entre os distintos pneus disponibilizados com tabela resumo de atrito e rigidez relativos entre eles e com valores de eixo censurados devido a confidencialidade do projeto.

Além das avaliações subjetivas dos pilotos, os dados de telemetria das manobras foram registrados para comparação direta com a resposta do veículo real em pista. Para tal, a manobra DLC ISO 3888-2, também realizada experimentalmente, foi reproduzida no simulador DiL pelo piloto 3 com a melhor calibração de ESC escolhida.

De modo geral, os comentários qualitativos foram consolidados para capturar nuances da experiência de condução e selecionar as alternativas de controle que melhor conciliam conforto e segurança. Espera-se que esse processo resulte em uma calibração de ESC eficaz, subjetivamente agradável e coerente com o comportamento observado no veículo real.

4 Resultados

Este capítulo aprofunda-se na apresentação e interpretação dos resultados obtidos, constituindo o núcleo da validação empírica desta dissertação. O foco reside não apenas em descrever os dados coletados, mas em construir uma narrativa analítica que conecta a correlação de modelos numéricos com o desenvolvimento e calibração do sistema ESC objetivamente e subjetivamente através da percepção humana em um ambiente de simulação imersivo DiL. A progressão dos resultados busca demonstrar o processo desde a validação fundamental dos modelos numéricos até a obtenção de análises refinadas sobre a interação entre controlador, veículo e motorista em ambiente virtual.

4.1 Preparação e correlação dos modelos numéricos

A credibilidade de qualquer simulação numérica está intrinsecamente associada à fidelidade com que os modelos de planta e de controle representam o comportamento dinâmico do veículo real. Nesta etapa, busca-se validar o modelo VI-CRT como base confiável para as análises e os modelos teóricos 2-DOF como abstrações matemáticas consistentes para o projeto de controle.

A primeira fase dos resultados consistiu no preenchimento dos parâmetros dos modelos teóricos 2-DOF LTI e 2-DOF LTV, extraídos do modelo VI-CRT disponibilizado a partir de um veículo real. Em razão de acordos de confidencialidade com os parceiros do projeto, determinados valores e escalas foram censurados nas figuras apresentadas. Para fins de comparação, todas as escalas gráficas foram padronizadas conforme o tipo de manobra.

As simulações foram realizadas para cada manobra em malha aberta descrita na metodologia, com o objetivo de avaliar graficamente e estatisticamente a correlação entre dados experimentais e simulados a partir dos modelos VI-CRT, 2-DOF LTI e 2-DOF LTV, considerando a ausência do sistema ESC.

4.1.1 Manobra *Ramp Steer*

Os resultados da manobra *Ramp Steer* são apresentados nas Figuras 38 e 39 para curvas à esquerda e à direita, respectivamente. Observou-se boa simetria entre as respostas, confirmando a coerência dos modelos. As análises revelam a transição do comportamento linear para o não linear, especialmente no ângulo de deslizamento lateral, que após aproximadamente 4 s, quando o ângulo de volante excede 40°, passa a divergir entre os modelos. O modelo VI-CRT manteve maior fidelidade à amplitude experimental,

seguido pelo modelo 2-DOF LTV, que apresentou leve superestimação na taxa de guinada e subestimação no ângulo de deslizamento lateral. O modelo LTI mostrou comportamento semelhante, mas com perda adicional de amplitude devido aos parâmetros fixos que limitam sua linearidade, nota-se especialmente que sua velocidade é constante em todo o intervalo da manobra.

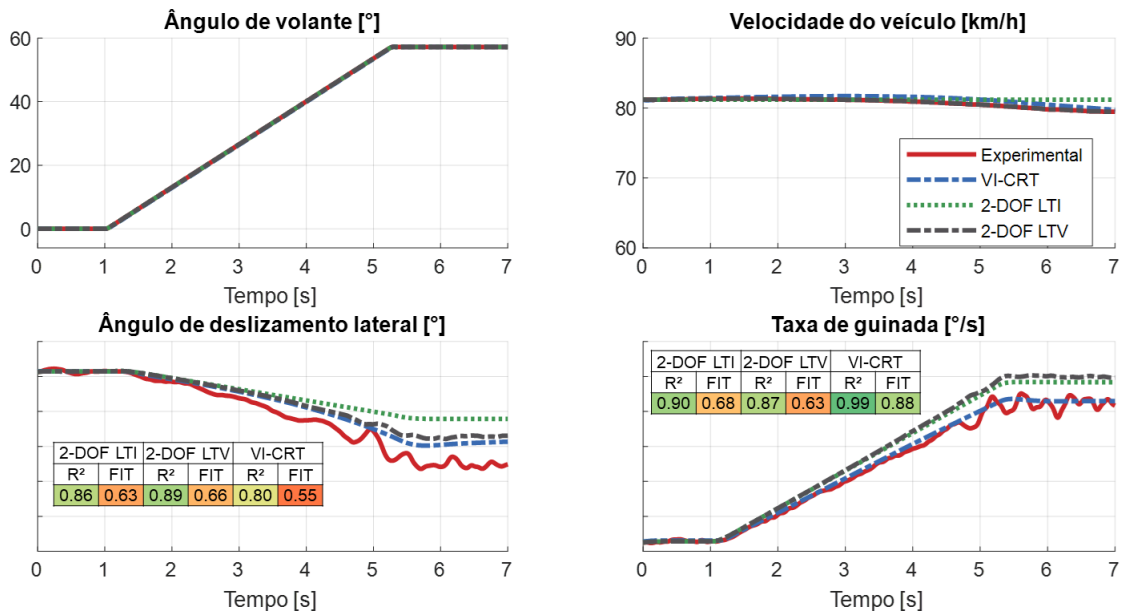


Figura 38 – Comparação entre respostas experimentais (EXP) e simuladas (VI-CRT, 2-DOF LTI, 2-DOF LTV) para manobra *Ramp Steer* à esquerda.

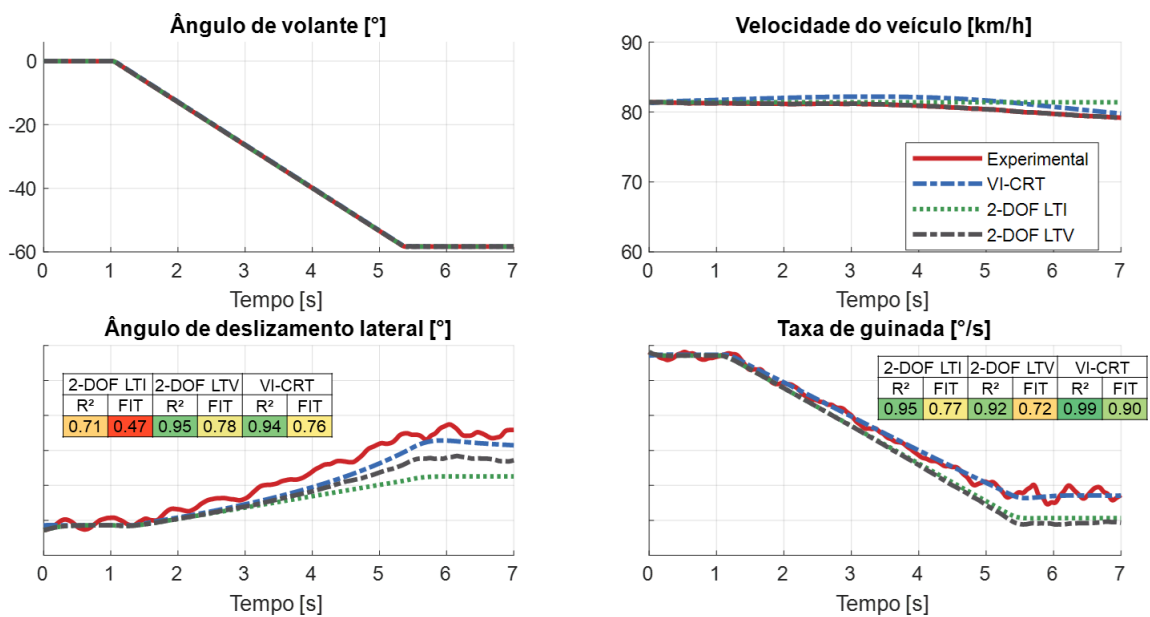


Figura 39 – Comparação entre respostas experimentais (EXP) e simuladas (VI-CRT, 2-DOF LTI, 2-DOF LTV) para manobra *Ramp Steer* à direita.

4.1.2 Manobra *Step Steer*

A manobra *Step Steer*, com amplitudes de 30° e 60° de esterçamento, é apresentada, respectivamente, nas Figuras 40 e 41. Essa variação permitiu avaliar o comportamento dos modelos em diferentes condições de transiente rápido e regime estacionário. O modelo VI-CRT reproduziu com precisão o ganho em regime permanente da taxa de guinada, bem como o fenômeno de *overshoot* e o tempo de acomodação, refletindo os efeitos combinados da suspensão e dos pneus. O modelo 2-DOF LTV, ao atualizar seus parâmetros de rigidez de esterçamento conforme a carga vertical, acompanhou a tendência de resposta, ainda que com divergência na amplitude. Já o modelo 2-DOF LTI apresentou resposta mais constante e amortecida, característica de sua limitação a um único ponto de operação linearizado.

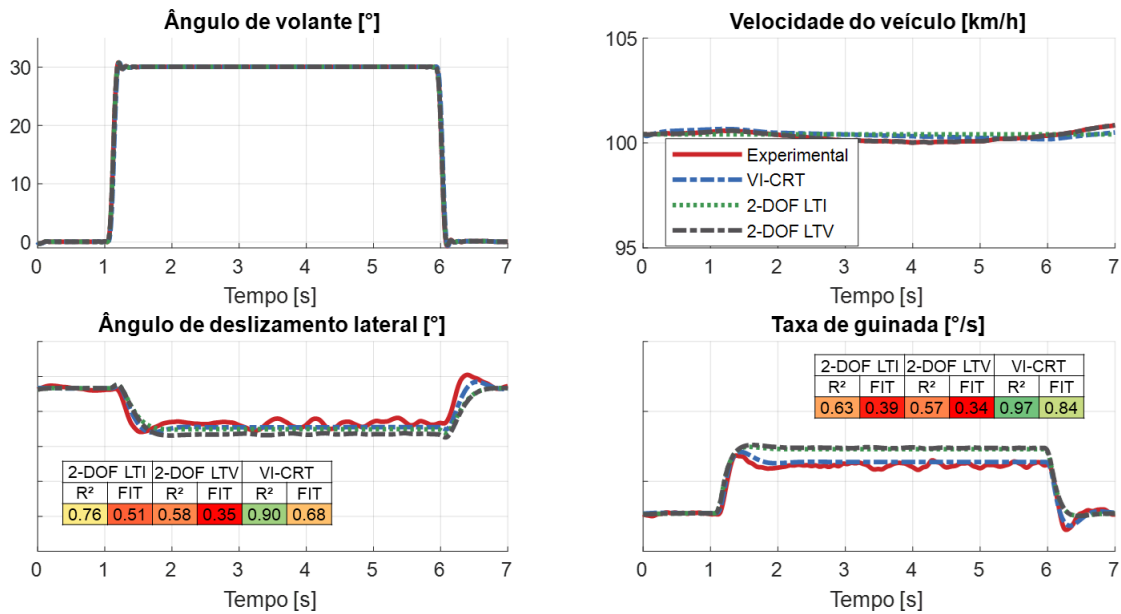


Figura 40 – Comparação entre respostas experimentais (EXP) e simuladas (VI-CRT, 2-DOF LTI, 2-DOF LTV) para manobra *Step Steer* de 30° .

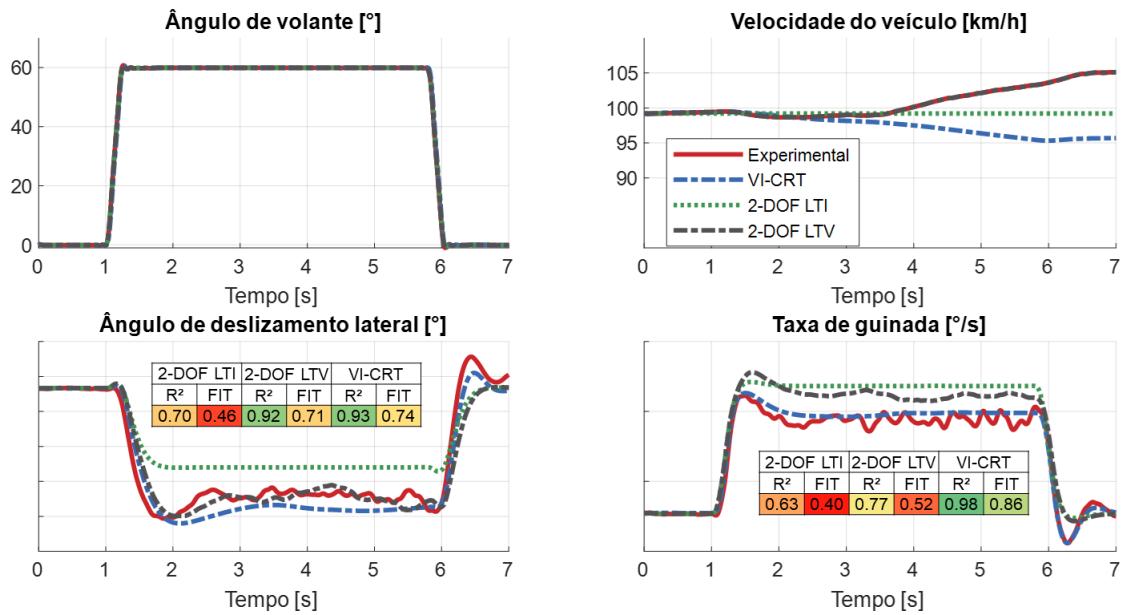


Figura 41 – Comparação entre respostas experimentais (EXP) e simuladas (VI-CRT, 2-DOF LTI, 2-DOF LTV) para manobra *Step Steer* de 60°.

4.1.3 Manobra *Sweep Steer*

A análise no domínio da frequência foi conduzida por meio da manobra *Sweep Steer*, caracterizando a resposta do veículo em diferentes frequências de atuação do ângulo de volante. Os resultados são apresentados na Figura 42, sob a forma de diagramas de Bode que contêm o ganho e a fase para o ângulo de deslizamento lateral e a taxa de guinada. Apesar das limitações de correlação decorrentes de ruídos experimentais e de limitações de processamento, o modelo VI-CRT apresentou comportamento compatível com o experimental, reproduzindo o aumento inicial do ganho e sua posterior atenuação. O modelo LTV manteve boa coerência de fase, muito próxima ao LTI, que apresentou leve degradação da correlação em baixas frequências.

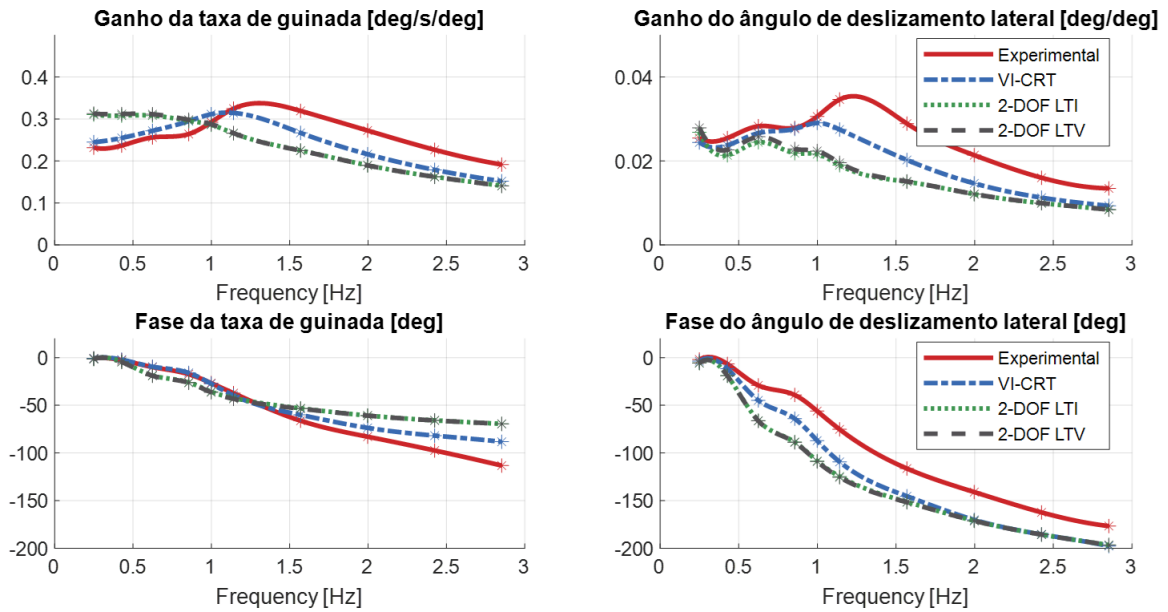


Figura 42 – Comparação de ganho e fase no domínio da frequência entre respostas experimentais (EXP) e simuladas (VI-CRT, 2-DOF LTI, 2-DOF LTV) para manobra *Sweep Steer*.

4.1.4 Manobra *Sine With Dwell* (SWD)

A manobra SWD, considerada a mais relevante para avaliação do ESC, foi utilizada para analisar o comportamento dos modelos em condições próximas à instabilidade, devido às elevadas amplitudes de deslizamento lateral e resposta oscilatória de guinada. As Figuras 43 e 44 apresentam os resultados para severidades suave e agressiva, respectivamente, com o sistema ESC desativado. Na condição suave, as respostas de taxa de guinada apresentaram boa concordância entre modelos, enquanto o ângulo de deslizamento lateral divergiu mais, mantendo o VI-CRT como o mais fiel ao experimental, seguido pelo LTV e, por último, o LTI. Sob severidade alta, apenas o VI-CRT conseguiu reproduzir a instabilidade direcional após o segundo pico de esterçamento, enquanto o LTV capturou parcialmente o fenômeno, e o LTI estabilizou prematuramente. Nesta última condição fica mais evidente como a velocidade longitudinal constante também afeta a correlação das demais variáveis do modelo LTI.

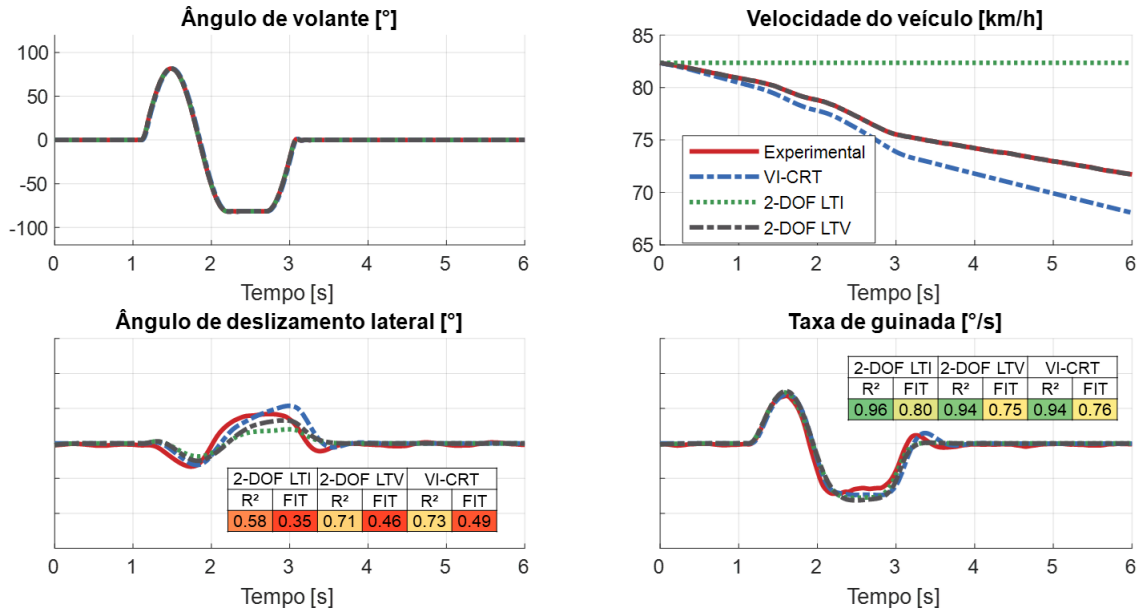


Figura 43 – Comparação de ganho e fase no domínio da frequência entre respostas experimentais (EXP) e simuladas (VI-CRT, 2-DOF LTI, 2-DOF LTV) para manobra SWD suave com ESC desligado.

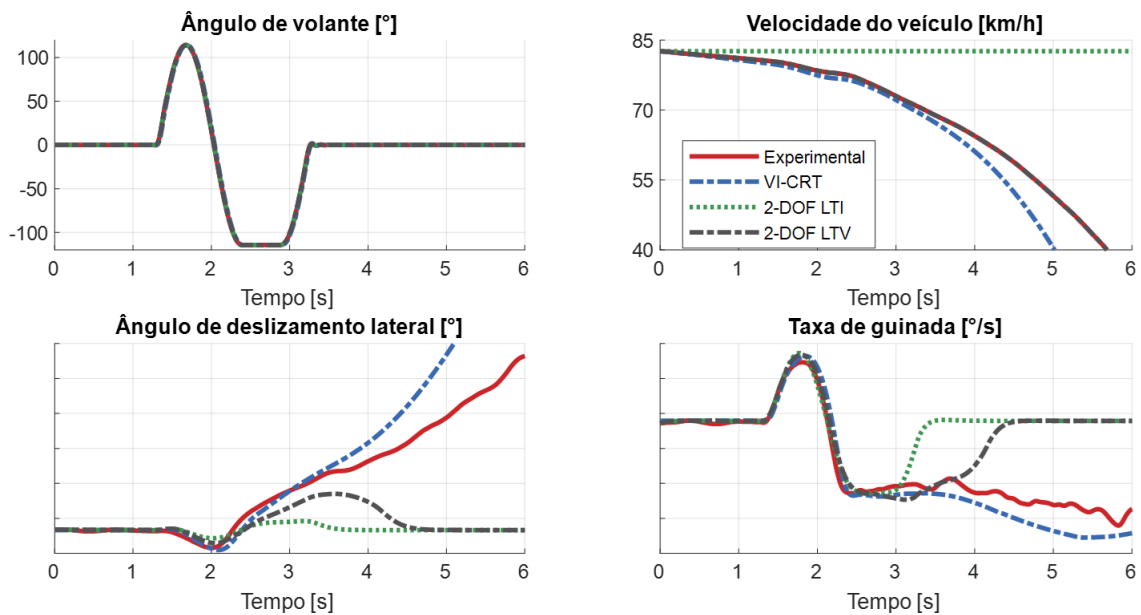


Figura 44 – Comparação de ganho e fase no domínio da frequência entre respostas experimentais (EXP) e simuladas (VI-CRT, 2-DOF LTI, 2-DOF LTV) para manobra SWD agressiva com ESC desligado.

4.1.5 Métricas estatísticas

Para quantificação objetiva do erro, foram calculadas as métricas coeficiente de determinação (R^2) e índice de ajuste (FIT) para as variáveis ângulo de deslizamento lateral e taxa de guinada com base nos dados experimentais no domínio do tempo. A Figura 45 apresenta os resultados médios obtidos para cada manobra, com coloração indicativa

da qualidade da correlação. Observou-se superioridade do modelo VI-CRT, seguido pelo 2-DOF LTV e, por último, o 2-DOF LTI.

MANOBRA	Ângulo de deslizamento lateral (β)						Taxa de guinada (r)					
	2-DOF LTI		2-DOF LTV		VI-CRT		2-DOF LTI		2-DOF LTV		VI-CRT	
	R ²	FIT	R ²	FIT	R ²	FIT	R ²	FIT	R ²	FIT	R ²	FIT
<i>Ramp Steer Esquerda</i>	0.86	0.63	0.89	0.66	0.80	0.55	0.90	0.68	0.87	0.63	0.99	0.88
<i>Ramp Steer Direita</i>	0.71	0.47	0.95	0.78	0.94	0.76	0.95	0.77	0.92	0.72	0.99	0.90
<i>Step Steer 30°</i>	0.76	0.51	0.58	0.35	0.90	0.68	0.63	0.39	0.57	0.34	0.97	0.84
<i>Step Steer 60°</i>	0.70	0.46	0.92	0.71	0.93	0.74	0.63	0.40	0.77	0.52	0.98	0.86
<i>Sine With Dwell Suave</i>	0.58	0.35	0.71	0.46	0.73	0.49	0.96	0.80	0.94	0.75	0.94	0.76
MÉDIA	0.72	0.48	0.81	0.59	0.86	0.64	0.81	0.61	0.81	0.59	0.97	0.85




Figura 45 – Tabela avaliativa das métricas de correlação R^2 e FIT com qualificação por mapa de calor para manobras no domínio do tempo.

Conclui-se que o modelo VI-CRT, por incluir representações complexas de suspensão, cinemática e pneus não lineares, serve como planta virtual validada e confiável para o desenvolvimento e calibração do ESC. Os modelos 2-DOF, embora simplificados, mostraram competência como modelos orientados ao controle na região linear em que o ESC opera, assim, não se mostrou a necessidade de avançar para mais graus de liberdade com o intuito do controle direto da guinada e do deslizamento lateral. O 2-DOF LTV destacou-se por equilibrar precisão e simplicidade computacional, consolidando-se como base adequada para controladores baseados em modelo. Isto também demonstra que o desenvolvimento de veículos a partir de modelos robustos com parâmetros adaptativos como este possibilitam antever comportamentos instáveis e até nortear condições de entrada do ESC.

4.2 Desempenho e calibração da resposta do controle

A partir dos modelos validados, esta etapa desloca a análise do comportamento passivo do veículo para a implementação, a análise e a calibração dos controladores de estabilidade por meio da manobra SWD. Foram conduzidas simulações *offline* extensivas para explorar o espaço de calibração de cada arquitetura de controle proposta — MPC clássico, MPC parametrizado e SDRE.

4.2.1 Comparativo experimental e virtual

Inicialmente, analisou-se o efeito da ativação do ESC no veículo real medido, por meio do comparativo entre o controle ligado e desligado, apresentado na Figura 46. Como ponto de partida, os parâmetros do controlador MPC clássico desenvolvido no ambiente virtual foram ajustados para reproduzir um comportamento corretivo semelhante ao experimental, cujo resultado é mostrado na Figura 47 também comparando o controle ligado e desligado.

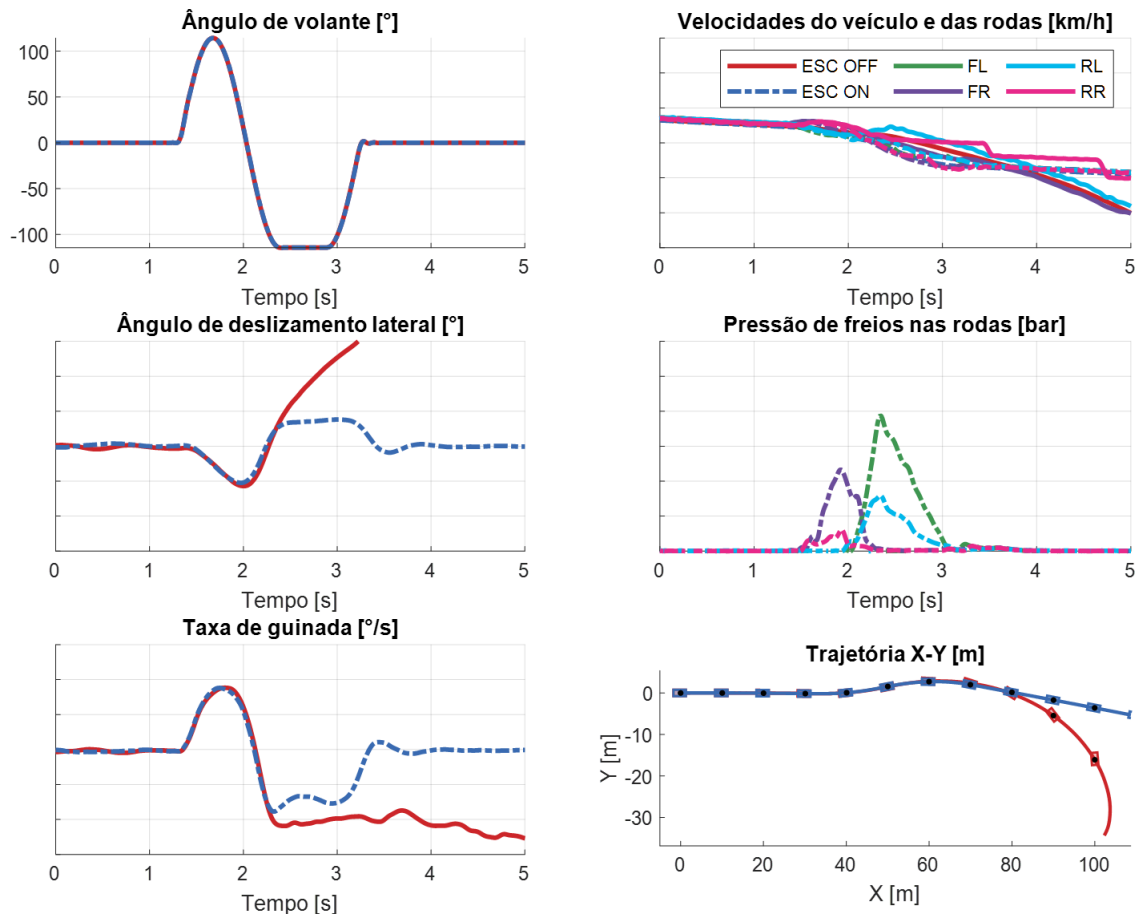


Figura 46 – Comparação da resposta dos dados experimentais com ESC ligado (ON) e desligado (OFF) para manobra SWD.

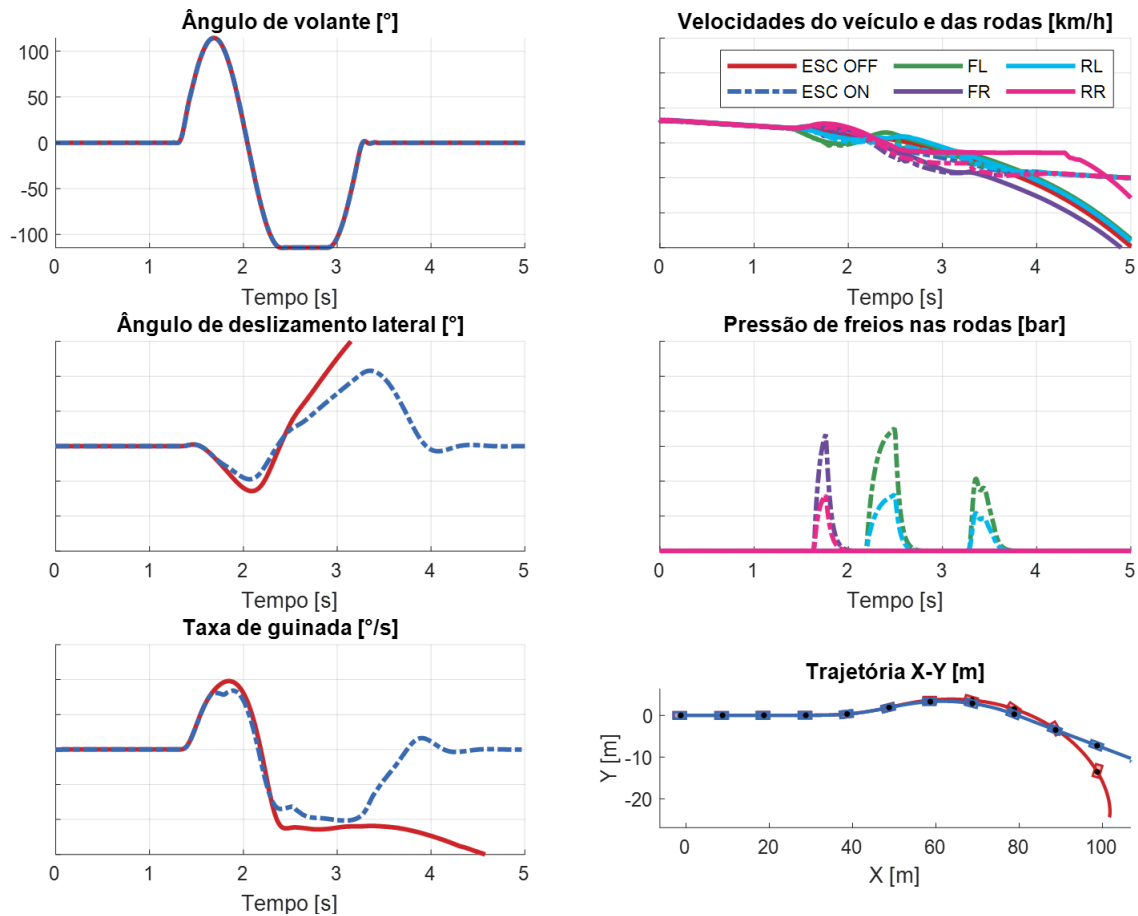


Figura 47 – Comparação da resposta do modelo virtual com ESC ligado (ON) e desligado (OFF) para manobra SWD, partindo da calibração base T0 do MPC clássico.

Os resultados, tanto experimentais quanto virtuais, evidenciam comportamento similar: sem o ESC, o veículo apresenta desvio severo no ângulo de deslizamento lateral e na taxa de guinada, caracterizando uma condição de derrapagem. Com o ESC ativado, a frenagem diferencial atua para corrigir tais variáveis, restabelecendo a estabilidade direcional e cumprindo o objetivo primário de segurança. Nota-se ainda que as pressões de frenagem são aplicadas alternadamente entre os lados direito e esquerdo, com maior intensidade no eixo dianteiro. A partir desse resultado, definiu-se a calibração base T0 para o controlador MPC clássico, utilizada como referência nas etapas seguintes.

4.2.2 Calibração virtual

As simulações *offline* para calibração contemplaram duas severidades da manobra SWD: uma suave (SWD S), que requer intervenções leves, e outra agressiva (SWD A), que exige esforço elevado dos controladores para estabilização. Para a análise de desempenho e do tempo de processamento, a Figura 48 apresenta as calibrações propostas por estratégia de controle SDRE, MPC clássico (MPC-C) e MPC parametrizado (MPC-P) e por versão de calibração representada por T- n , nas quais cada parâmetro é alterado isoladamente

para análise de sensibilidade na dinâmica do veículo. Para cada proposta de calibração, os tempos de processamento da simulação T_{sim} são apresentados considerando as duas severidades do SWD.

PARAM	UND	MPC-C T0	MPC-C T1	MPC-C T2	MPC-C T3	MPC-C T4	MPC-C T5	MPC-C T6	MPC-C T7	MPC-C T8	MPC-C T9	MPC-C T10	MPC-C T11	MPC-C T12	MPC-C T13	MPC-C T14	MPC-P T0	MPC-P T1	MPC-P T2	SDRE T0
tau_c2d	s	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.02	0.02	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
tau_des	s	0.15	0.10	0.20	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
tau_esc	s	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.10	0.02	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
kappa_d	-	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
kappa_lim	-	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
lim_beta	deg	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
lim_r_os	deg/s	2	2	2	2	2	2	2	2	2	4	1	2	2	2	2	2	2	2	2
lim_r_us	deg/s	8	8	8	8	8	8	8	8	8	10	6	8	8	8	8	8	8	8	8
Qy_beta	-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Qy_r	-	1E11	1E11	1E11	1E11	1E11	1E11	1E11	5E11	5E10	1E11	1E11	1E11	1E11	1E11	1E11	1E11	1E11	1E11	1E11
Qu_f	-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Qu_r	-	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.4	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
K_Fb_f	-	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
K_Fb_r	-	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.4	0.2	0.2	0.2	0.2
delta_Fb	-	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	N/A
N	-	10	10	10	20	5	10	20	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Nr	-	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	[1,3,6]	[1,5]	[1,4,7,10]	N/A
T _{sim} SWD S	s	4.001	3.246	2.889	5.157	2.291	2.603	4.757	2.568	2.590	2.698	4.493	3.391	3.846	2.562	2.814	3.815	2.617	2.950	3.865
T _{sim} SWD A	s	5.413	5.899	4.881	19.776	3.189	5.359	19.460	5.296	5.295	5.415	5.936	6.199	5.498	5.327	5.132	7.371	5.887	10.221	3.637

Figura 48 – Tabela comparativa das principais propostas de calibração por estratégia MPC-C, MPC-P e SDRE, enumeradas como T- n , com seus respectivos parâmetros e tempos médios de processamento nas manobras SWD simuladas. Em amarelo destacam-se os parâmetros alterados em relação à calibração de referência. Os tempos médios de simulação com menor custo computacional são indicados em verde e os de maior custo em vermelho.

Em geral, as respostas dos controles tiveram maior efeito com a alteração de alguns parâmetros em relação a outros. Ao listar o impacto no desempenho resumido de cada parâmetro, pode-se chegar às seguintes conclusões:

- A constante de discretização do modelo (**tau_c2d**) não alterou o desempenho dinâmico, apesar de sua influência no tempo de predição;
- A constante de filtro das variáveis de estado desejadas (**tau_des**) antecipa o rastreamento da trajetória quando reduzida, mas pode aumentar intervenções desnecessárias, devendo ser ajustada conforme o atraso natural do veículo;

-
- A constante de filtro do sistema hidráulico (τ_{esc}) diminui o atraso na aplicação das pressões de freio quando reduzida, porém causa intervenções mais intensas e frequentes. Seu valor deve equilibrar realismo e eficiência;
 - Os parâmetros de deslizamento longitudinal e de ângulo de deslizamento lateral são desconsiderados neste cenário de calibração, visto que apenas complementam ou desarmam a intervenção;
 - Os limites de taxa de guinada rastreada possuem o fator para subesterço ($lim_{r_{us}}$) e para sobresterço ($lim_{r_{os}}$), que estreitam o intervalo de confiança em relação à referência ao reduzi-los, aumentando o número de intervenções. Em veículos de passeio, é desejável o comportamento de subesterço, por ser mais intuitivo para um motorista comum, o que direciona um fator mais alto de limite de subesterço em relação ao sobresterço, que é mais crítico e inseguro;
 - A ponderação focada na taxa de guinada (Qy_r) impacta na intensidade do comando para trazer o sinal medido para a referência rastreada, sendo diretamente proporcional ao seu valor; ou seja, quanto maior, maior a intensidade de atuação;
 - As ponderações do comando separadas entre eixo dianteiro (Qu_f) e traseiro (Qu_r) funcionam de forma similar à ponderação da taxa de guinada, permitindo controlar a distribuição da intensidade de frenagem entre os eixos. O eixo traseiro, por ser mais suscetível ao travamento de roda ao frear, é o principal alvo de ajuste, pois seu aumento gera maior intensidade de frenagem, auxiliando na estabilidade, mas pode causar travamento se excessivo, condição que piora a estabilidade;
 - Os ganhos da saturação de frenagem também são separados entre eixo dianteiro (K_{Fb_f}) e traseiro (K_{Fb_r}) e regulam os limites máximos de força de frenagem calculados dinamicamente. Tal como nas ponderações, o eixo traseiro é mais penalizado para evitar travamento das rodas;
 - O horizonte de predição (N) impacta diretamente no tempo de processamento do controlador MPC e no tamanho do intervalo previsto à frente. O aumento do seu valor não melhorou o desempenho de forma significativa, mas aumentou o tempo de processamento, o que pode ser limitante para aplicações em tempo real;
 - O horizonte de parametrização (N_r) surge nas versões de MPC parametrizado como um vetor dos passos do horizonte de predição que serão utilizados. Contudo, a redução esperada do tempo de processamento não ocorreu, mesmo para versões com menos passos de parametrização. Uma hipótese para esse efeito é a possível ineficiência na preparação das matrizes aplicadas ao *solver* da QP para um modelo variante no tempo;

- O controlador SDRE possui parâmetros em comum com o MPC, exceto os específicos de predição, e seu desempenho com a calibração base é semelhante. Destaca-se sua consistência no tempo de processamento, tornando-o mais apto a aplicações em tempo real em relação ao MPC, que apresenta variação significativa de tempo de processamento entre as manobras suave e agressiva.

As calibrações analisadas identificaram os parâmetros mais influentes no desempenho objetivo do ESC, sendo eles a constante de filtro do sistema hidráulico (τ_{esc}) e o ganho de saturação da frenagem no eixo traseiro (K_{Fbr}), que merecem destaque gráfico. Além deles, a parametrização do MPC e o controlador SDRE também se mostraram relevantes de serem apresentados graficamente.

Os gráficos apresentam, de um lado, as variáveis de controle, dadas pelo ângulo de deslizamento lateral e pela taxa de guinada, sobrepostas com suas trajetórias desejadas e seus limites de controle correspondentes. No outro, exibem-se as velocidades do veículo (CAR) e das rodas (FL – dianteira esquerda, FR – dianteira direita, RL – traseira esquerda, RR – traseira direita), bem como as forças de frenagem solicitadas em cada roda, sobrepostas aos limites de frenagem (pontilhado nos gráficos) atualizados dinamicamente.

Começando pela calibração base MPC-C T0, utilizada como referência para os comparativos gráficos, a Figura 49 apresenta o comportamento nas manobras SWD suave e agressiva. O desempenho é satisfatório em ambos os casos: na manobra suave, observa-se uma pequena intervenção rápida que não compromete a dinâmica do veículo; já na manobra agressiva, o rastreamento da taxa de guinada é bem-sucedido, ainda que ocorra ultrapassagem dos limites no segundo golpe de volante, situação corrigida imediatamente. O controlador atende aos limites de comando de frenagem sem provocar travamento das rodas. Por outro lado, a violação dos limites do ângulo de deslizamento lateral não é crítica desde que a taxa de guinada permaneça sob controle, pois o rastreamento do ângulo de deslizamento lateral apenas complementa as correções da taxa de guinada, variável de maior relevância.

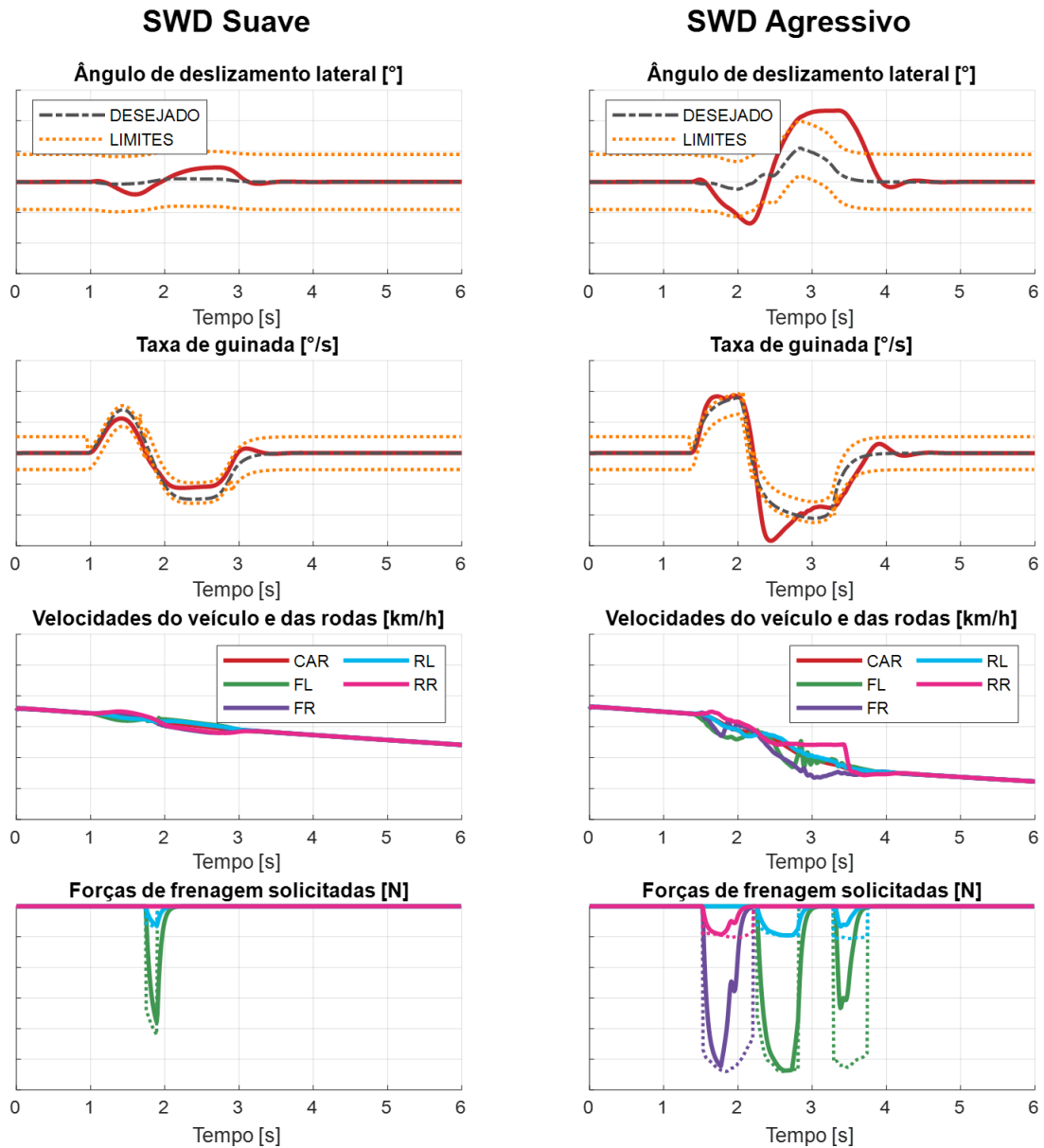


Figura 49 – Resposta da calibração MPC-C T0 para manobras SWD: comportamento baseado na resposta das medições experimentais que estabiliza adequadamente o veículo e serve de referência para as demais calibrações.

Em seguida, a proposta de calibração MPC-C T11, na qual foi aumentado o valor da constante de filtro do sistema hidráulico (τ_{esc}), resultou no comportamento mostrado na Figura 50. Essa modificação suavizou o comando de frenagem, tornando-o mais progressivo e confortável. Contudo, na manobra agressiva, observou-se um desvio maior da referência da taxa de guinada, o que pode transmitir sensação de insegurança. Os limites de comando tornam-se mais difíceis de atingir em função da maior filtragem do sistema hidráulico.

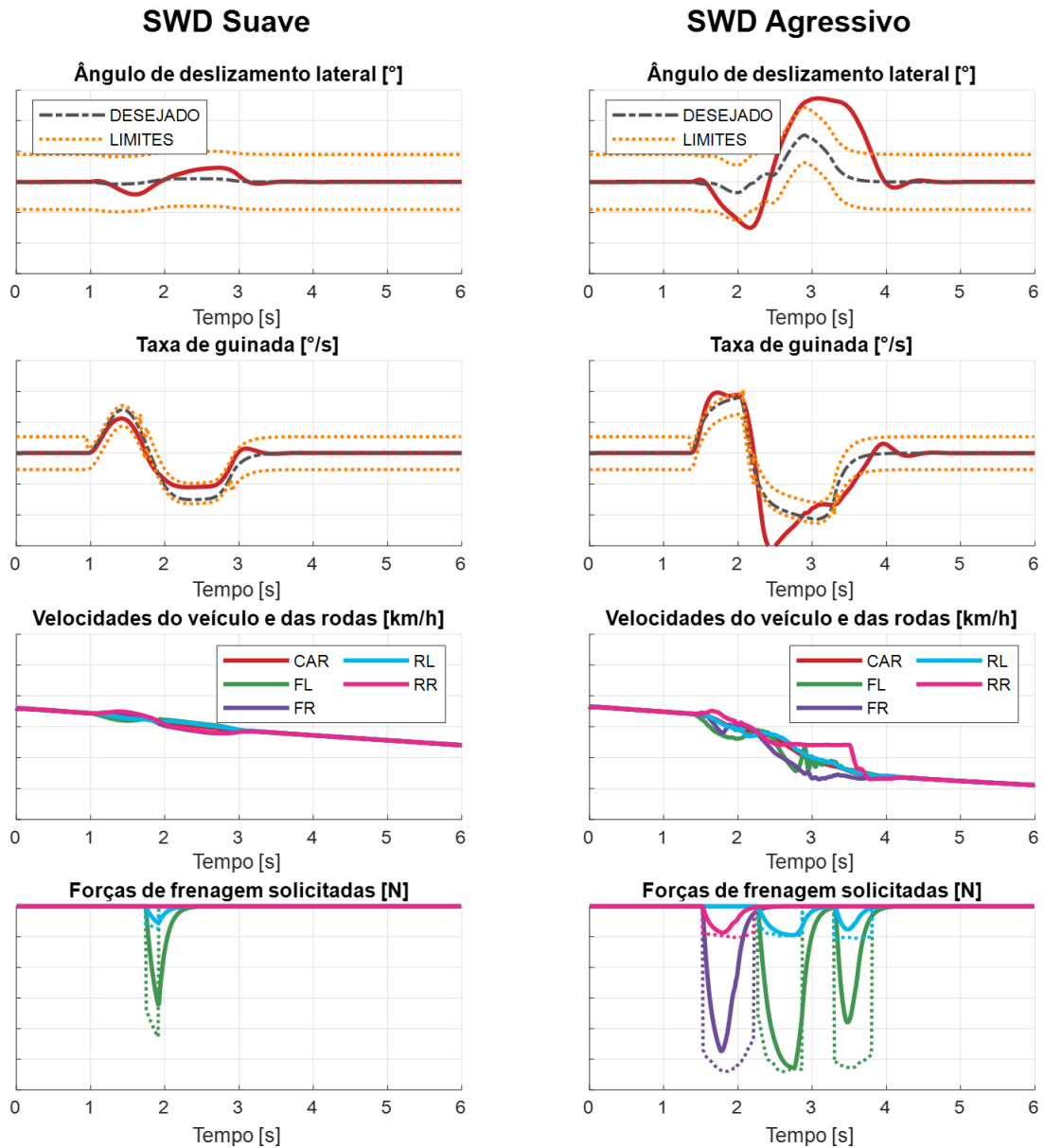


Figura 50 – Resposta da calibração MPC-C T11 para manobras SWD: maior constante de filtro do sistema hidráulico que suaviza o comando, atrasa a atuação e aumenta o erro de rastreamento.

Por outro lado, o resultado da calibração MPC-C T12, ilustrado na Figura 51, em que se reduziu a constante de filtro do sistema hidráulico (τ_{esc}), apresentou conclusões opostas. Apesar da melhora no rastreamento da taxa de guinada, as intervenções de frenagem tornaram-se intensas e praticamente instantâneas, comportamento irreal para um sistema hidráulico. Essa calibração reforça a importância da filtragem no modelo e a necessidade de seu ajuste para manter a plausibilidade física do controlador.

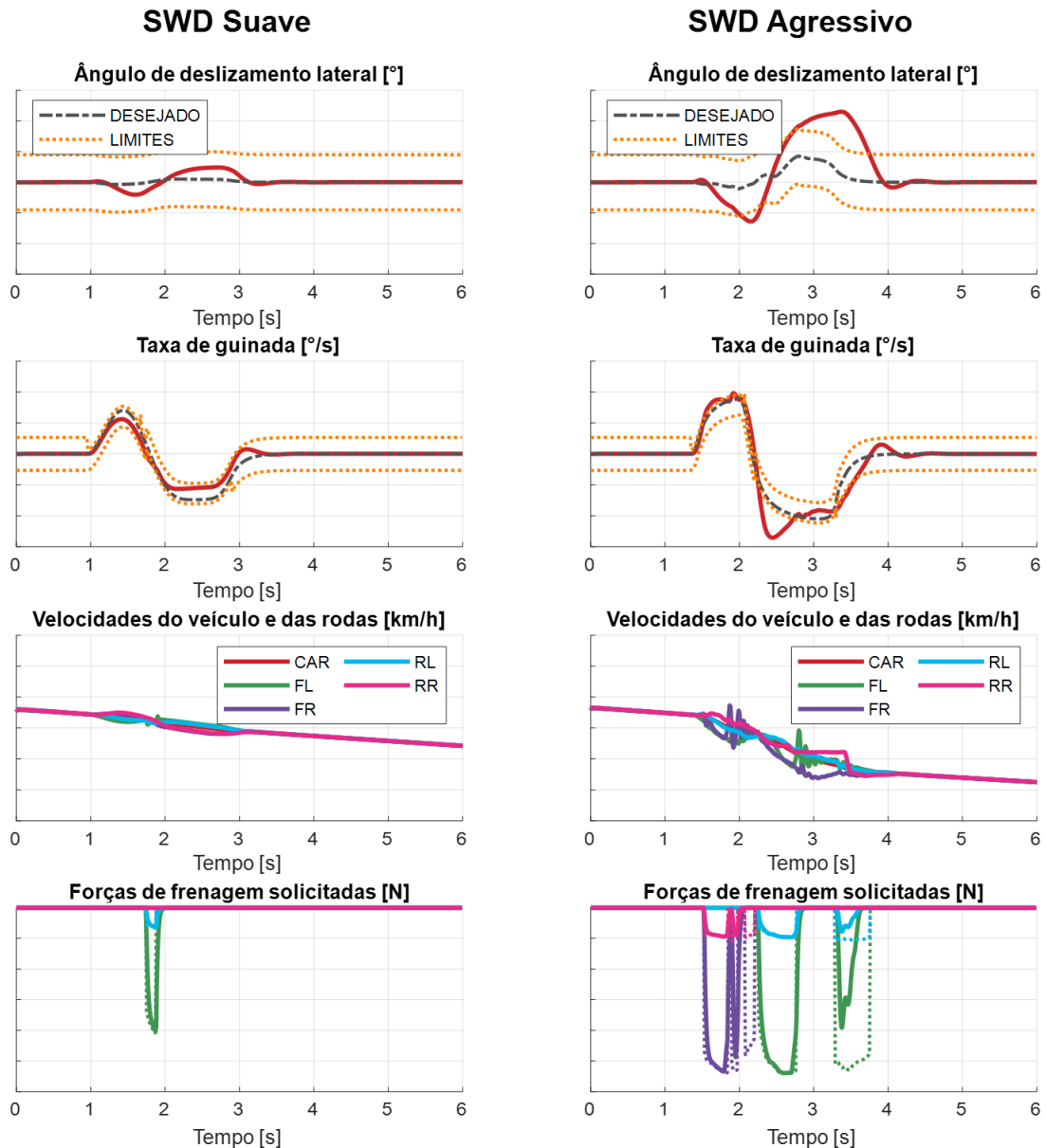


Figura 51 – Resposta da calibração MPC-C T12 para manobras SWD: menor constante de filtro do sistema hidráulico que melhora o rastreamento da taxa de guinada e aumenta os picos de frenagem de forma irreal.

Outra calibração relevante foi a MPC-C T14, apresentada na Figura 52, que elevou o limite de intervenção no eixo traseiro por meio do aumento do ganho de saturação da frenagem (K_{Fb_r}). Embora essa alteração pudesse, teoricamente, aumentar o risco de instabilidade devido ao travamento das rodas traseiras, o balanceamento obtido foi adequado para evitar isso e ainda reduziu a sobrecarga da dianteira, facilitando o controle do veículo. O rastreamento da taxa de guinada foi aprimorado na manobra agressiva e os comandos permaneceram dentro dos limites sem prejuízo à estabilidade.

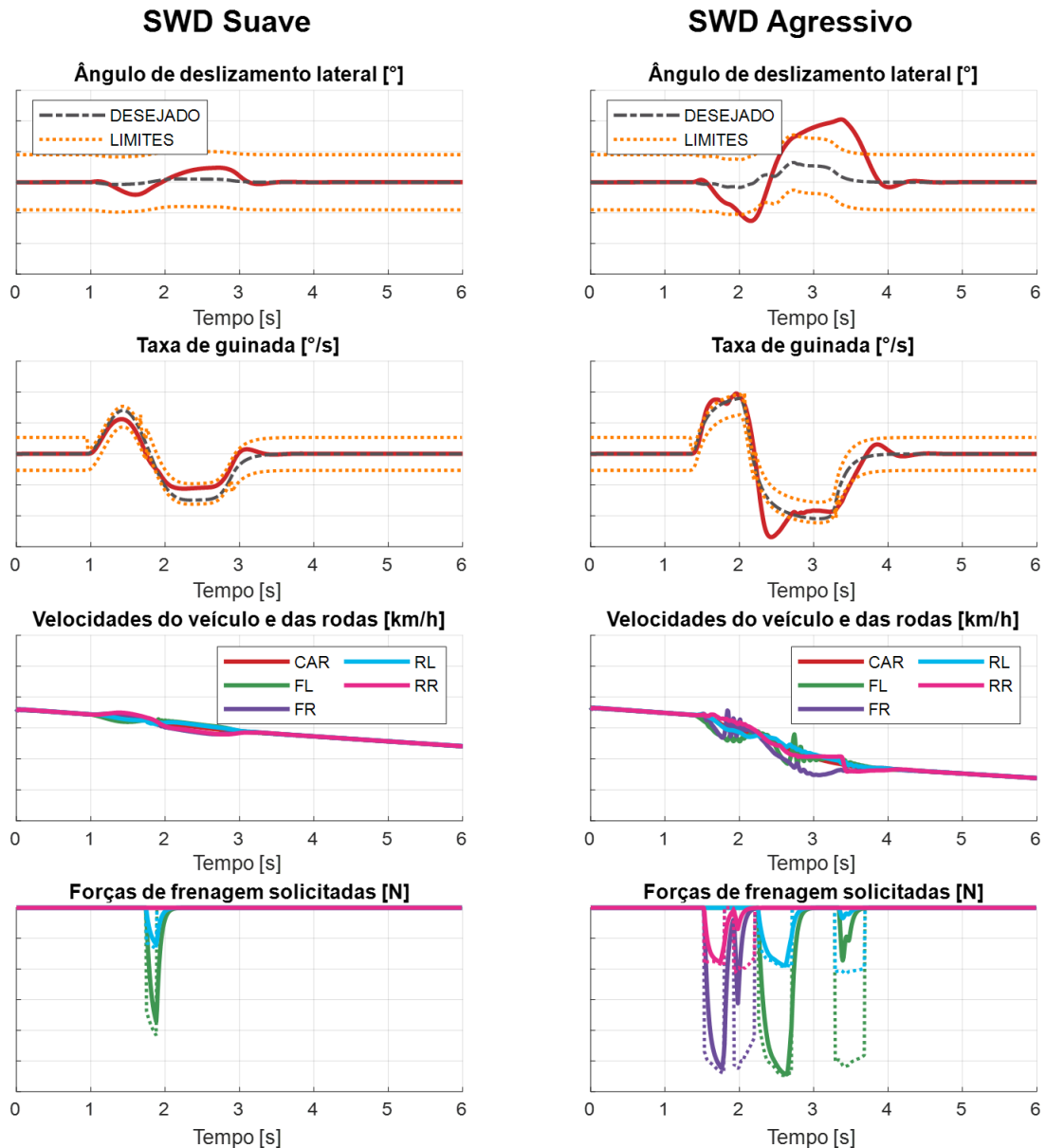


Figura 52 – Resposta da calibração MPC-C T14 para manobras SWD: maior ganho de saturação da frenagem na traseira que amplia o limite e redistribui o esforço, reduzindo a sobrecarga na dianteira e mantendo a estabilidade.

Quanto à parametrização do MPC, os horizontes de parametrização com diferentes pontos apresentaram comportamento semelhante ao MPC clássico, considerando os demais parâmetros de calibração iguais. A calibração MPC-P T1, mostrada na Figura 53, com menor número de pontos de parametrização, apresentou diferenças objetivas imperceptíveis. Entretanto, observou-se aumento inesperado no tempo de processamento, o que descredenciou a parametrização como alternativa eficiente para esta aplicação.

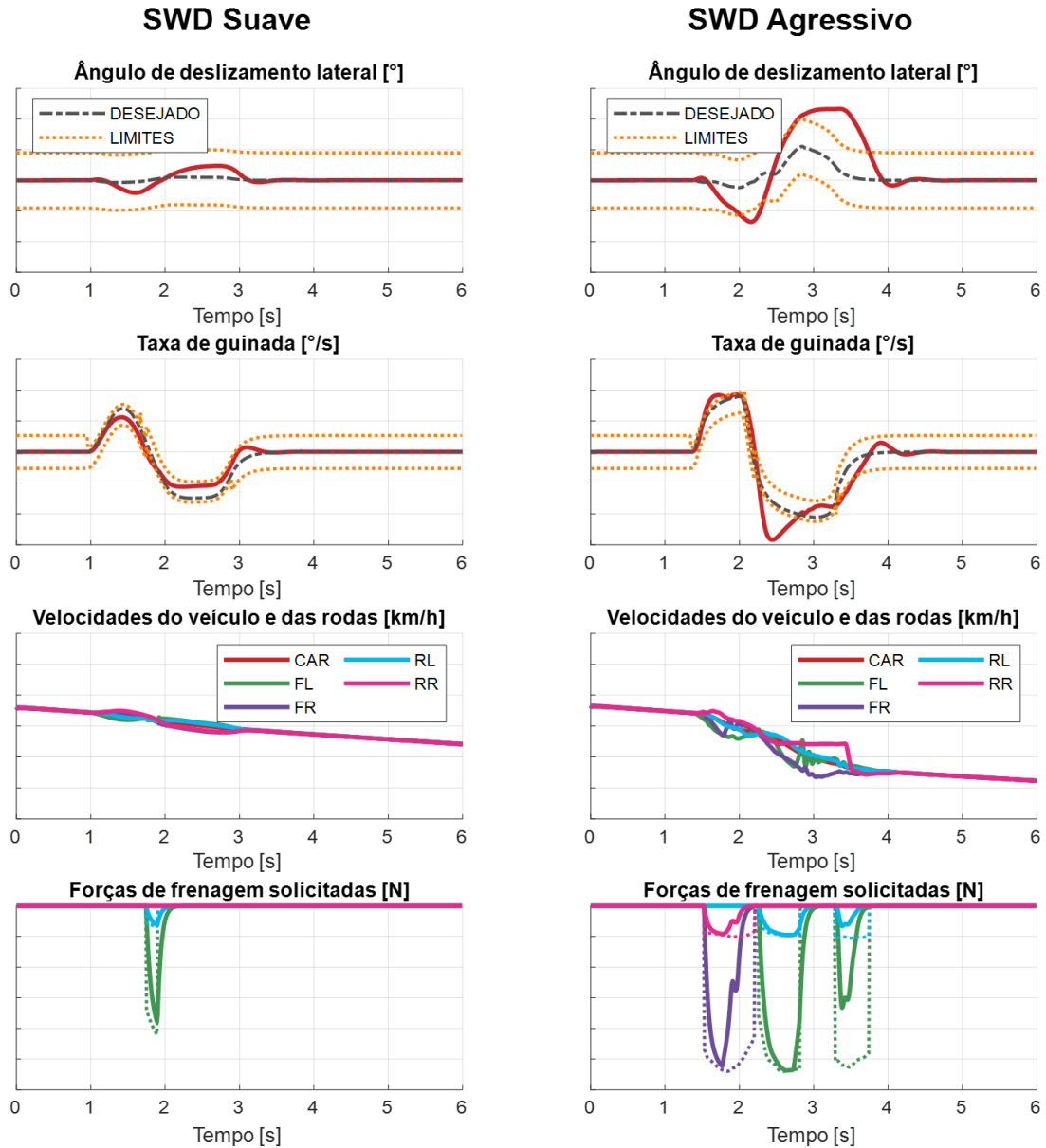


Figura 53 – Resposta da calibração MPC-P T1 para manobras SWD: parametrização do MPC de menor quantidade de pontos e desempenho equivalente ao MPC-C T0, porém com custo computacional superior ao esperado.

A análise do algoritmo de controle SDRE, na mesma calibração base do MPC, é mostrada na Figura 54. Em termos objetivos, o MPC apresentou comandos mais suaves e antecipados, devido à sua natureza preditiva, enquanto o SDRE exibiu picos mais pronunciados e um perfil de atuação reativo, porém igualmente eficaz na estabilização do veículo. O SDRE destacou-se pela facilidade de ajuste e pelo menor e consistente custo computacional, ainda que com leve perda de refinamento em relação ao MPC.

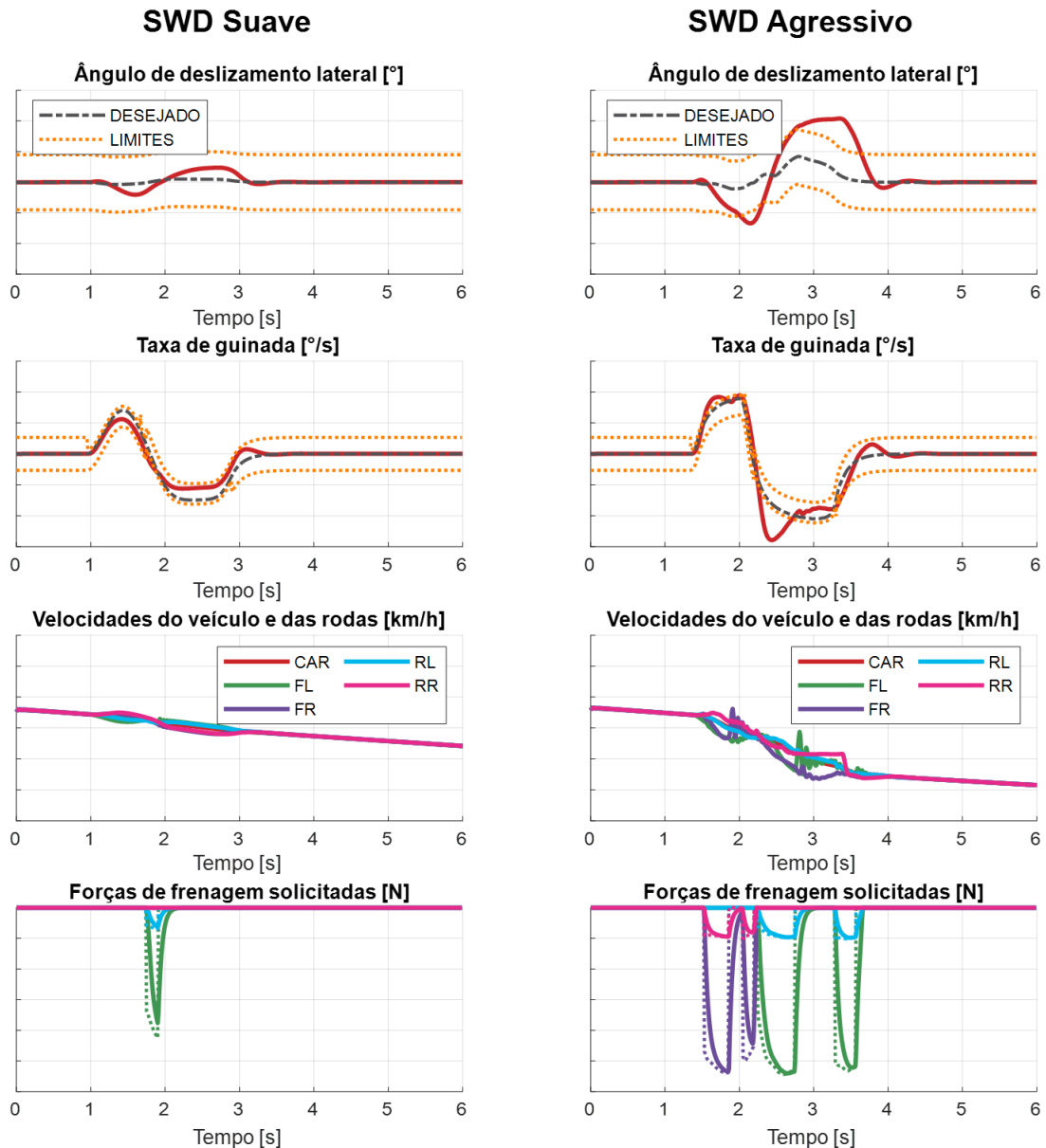


Figura 54 – Resposta da calibração SDRE T0 para manobras SWD: estabilização efetiva com picos de atuação mais agudos e custo computacional reduzido.

Por fim, como etapa de validação das calibrações virtuais, os resultados do veículo real para as mesmas manobras são apresentados na Figura 55. Embora as forças de frenagem não tenham sido medidas diretamente, a análise das velocidades das rodas permite inferir que, na manobra suave, não houve intervenção significativa, conforme esperado. Na manobra agressiva, contudo, observou-se frenagem intensa com elevado deslizamento das rodas, indicando risco de travamento. A taxa de guinada atingiu valores superiores aos dos modelos virtuais, mas apresentou estabilização semelhante, caracterizada por duas intervenções intensas após cada golpe de volante. A maior redução da velocidade sugere que o veículo real admite intervenções mais fortes, mesmo à custa de deslizamento excessivo.

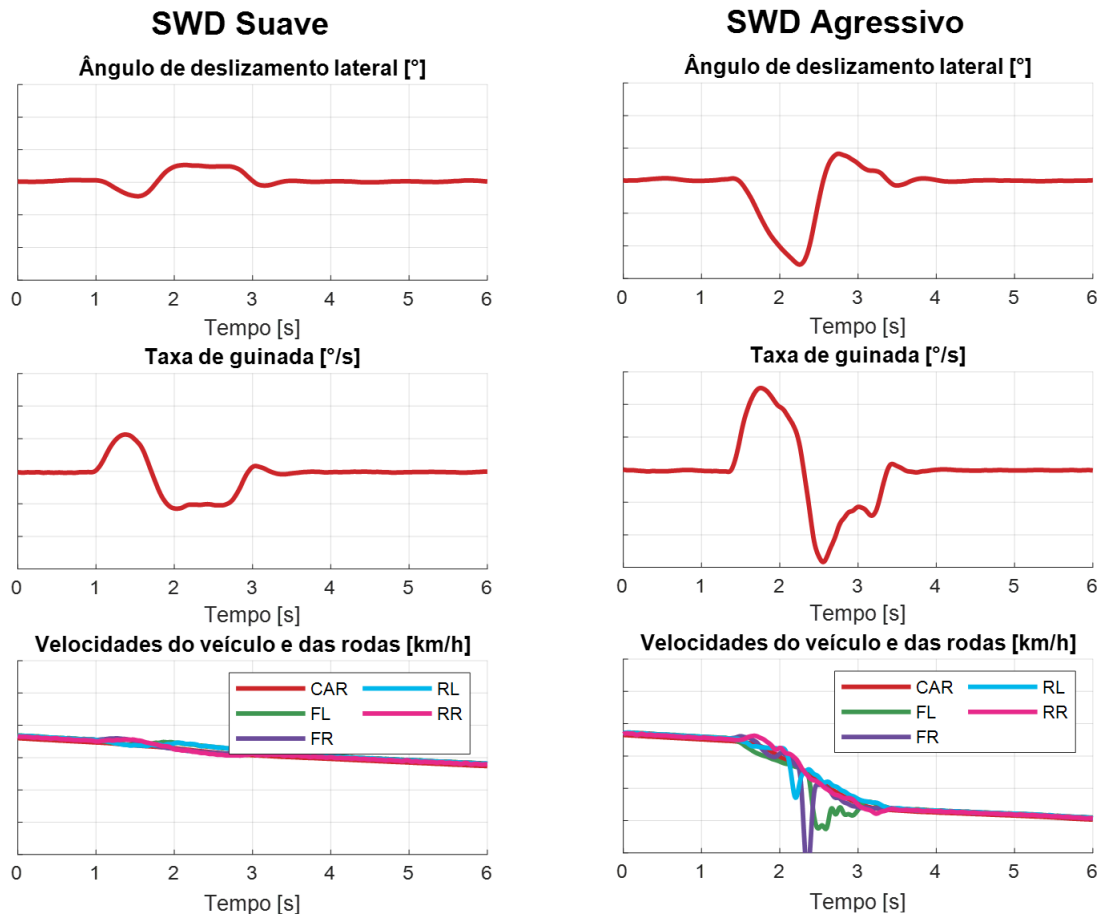


Figura 55 – Resposta do veículo real medido para manobras SWD.

De forma conclusiva, as análises de calibração revelaram aspectos fundamentais, especialmente quanto à robustez do ESC ao utilizar estimativas filtradas de estado nos controladores MPC e SDRE. Ao incorporar a filtragem do comando como parte do estado, o MPC antecipou a evolução do sistema, compensando atrasos de sensores e atuadores e proporcionando intervenções mais precoces e suaves, com ganhos objetivos e maior conforto. Em contrapartida, o custo computacional reforçou a atratividade do SDRE e limitou os benefícios da parametrização do MPC nesta aplicação. As simulações *offline* forneceram um panorama consistente do comportamento objetivo dos controladores, estabelecendo calibrações candidatas e hipóteses claras para as avaliações subjetivas subsequentes.

4.3 Avaliação do controle em simulador DiL

A avaliação em ambiente DiL constituiu a etapa em que as métricas objetivas foram confrontadas com a percepção humana. Dois experimentos centrais foram conduzidos: o refinamento iterativo da calibração do controlador SDRE e a análise de sensibilidade do modelo de pneu. Além de complementar as simulações objetivas, o simulador DiL eleva o nível da análise para o campo subjetivo, possibilitando observar a influência de parâmetros de calibração sob a ótica do condutor. Adicionalmente, os testes experimentais realizados

para a manobra DLC contribuíram para a validação do comportamento com e sem ESC, também reproduzido em simulador.

4.3.1 Avaliações subjetivas das propostas de controle

A etapa de avaliação das amostras apresentadas na Figura 36 dos métodos traz as principais conclusões de cada um dos pilotos de teste profissionais orientados para julgar a segurança e o conforto influenciados pelas propostas de ESC projetadas. Os pilotos selecionados realizaram os testes com o conhecimento do veículo e de seu comportamento com ESC desligado, contudo, as amostras de pneus e calibração de ESC são colocadas às “cegas”, apenas informando a versão de cada item para usarem como referência.

O Piloto 1, especialista em testes de pneus, apresentou percepção clara da influência dos pneus na dinâmica do veículo durante manobras de mudança de faixa de diferentes severidades. Seu julgamento sobre aderência e elasticidade obteve 100% de assertividade comparado à análise objetiva. Ele observou que pneus de maior aderência exigem menor intervenção do ESC, e concluiu que, entre as calibrações avaliadas, a mais suave é inaceitável em termos de segurança, enquanto a mais severa é eficaz, mas desconfortável. Como resultado, sugeriu uma calibração intermediária para equilibrar estabilidade e conforto.

O Piloto 2 iniciou os testes com base no ajuste derivado das conclusões do primeiro. Sua condução em circuito de corrida considerou efeitos de pista e amplitudes de esterçamento maiores. Ele percebeu atuações prematuras na primeira reação do veículo e durante o realinhamento do volante. Também realizou análise de sensibilidade de pneus e reforçou a conclusão anterior: “O ajuste do ESC específico para o pneu do veículo melhora o comportamento em comparação a uma calibração única para todos os pneus”.

O Piloto 3, responsável pelos eventos padronizados *Double Lane Change* (DLC), focou na qualidade das calibrações em função da segurança e do esforço corretivo necessário para completar as manobras. Identificou que a melhor calibração possui menor atraso e maior ganho, mas ainda é insuficiente para a manobra mais severa. Segundo ele, “a intervenção ao acentuar o ângulo de volante na manobra mais suave é discutível, pois não há eficácia”. Ele também testou a sensibilidade dos pneus e acrescentou que ajustes específicos do ESC para cada pneu, embora pareçam mais adequados, aumentam a intrusividade e reduzem o conforto.

De forma geral, os resultados de sensibilidade de pneus ao sistema ESC foram conclusivos e acordados entre todos os pilotos: ao aplicar a mesma calibração em pneus diferentes, o desempenho tende a se degradar. Por um lado, ao usar pneus de menor aderência, calibrações brandas tornam-se inseguras, exigindo calibrações mais intensas. Por outro lado, ao usar pneus de maior aderência, as calibrações intensas provocam desconforto e sensação de intervenção desnecessária, tornando as calibrações mais brandas

adequadas. A elaboração de calibrações específicas para cada modelo de pneu restaurou o comportamento desejado, atingindo elevado nível de conforto, segurança e previsibilidade.

Ao tratar da variação das calibrações de ESC a partir da referência extraída das análises objetivas, o direcionamento dos pilotos concentrou-se na modificação da ponderação da taxa de guinada (Q_{y_r}), da constante de filtro das variáveis de estado desejado (τ_{des}) e da constante de filtro do sistema hidráulico (τ_{esc}). A Figura 56 destaca os parâmetros alterados para cada proposta construída, com suas respectivas conclusões gerais resumidas das avaliações realizadas pelos pilotos. Por fim, a calibração ESC T6 foi apontada como a melhor proposta para o modelo virtual.

Calibração ESC	Q_{y_r} [-]	τ_{des} [s]	τ_{esc} [s]	Síntese das avaliações dos pilotos
ESC T1	1E11	0.20	0.05	Muito intrusiva e segura, porém desconfortável
ESC T2	1E11	0.20	0.20	Muito branda e confortável, mas gera insegurança em alguns casos
ESC T3	1E11	0.20	0.10	Meio termo aceitável, mas falta intensidade
ESC T4	2E11	0.20	0.10	Muita intensidade e desconforto com intervenções questionáveis
ESC T5	1E11	0.15	0.10	Equilíbrio das intervenções, mas falta intensidade
ESC T6	2E11	0.15	0.10	Equilíbrio das intervenções com intensidade aceitável para segurança

Figura 56 – Tabela descritiva das calibrações de ESC com os respectivos parâmetros alterados, destacados em amarelo para cada proposta, e a síntese geral da avaliação pelos pilotos.

4.3.2 Comparativo experimental e simulador

Para ancorar as avaliações subjetivas à realidade, foi realizada uma comparação direta da manobra DLC com o ESC ativado e desativado entre as medições experimentais e os resultados do simulador DiL da manobra efetuada pelo piloto 3. A Figura 57 traz o comportamento do veículo real com e sem ESC, enquanto a Figura 58 mostra a simulação virtual nas mesmas condições, considerando a melhor calibração desenvolvida. Esta análise objetiva permite inferir semelhanças entre os ambientes real e virtual. O veículo com o ESC desligado apresentou a taxa de guinada inadequada, gerando sensação de insegurança e exigindo correções antecipadas não triviais que foram efetuadas pelo piloto profissional. Já, com o ESC ligado, a taxa de guinada é controlada e a velocidade ajustada pela frenagem diferencial, permitindo que o piloto efetue maior ângulo de volante para a realização segura da manobra. Embora ambos os casos sejam possíveis de concluir a manobra, o nível de dificuldade e o risco envolvido se não houver ESC é bem maior, o que evidencia o papel essencial do sistema.

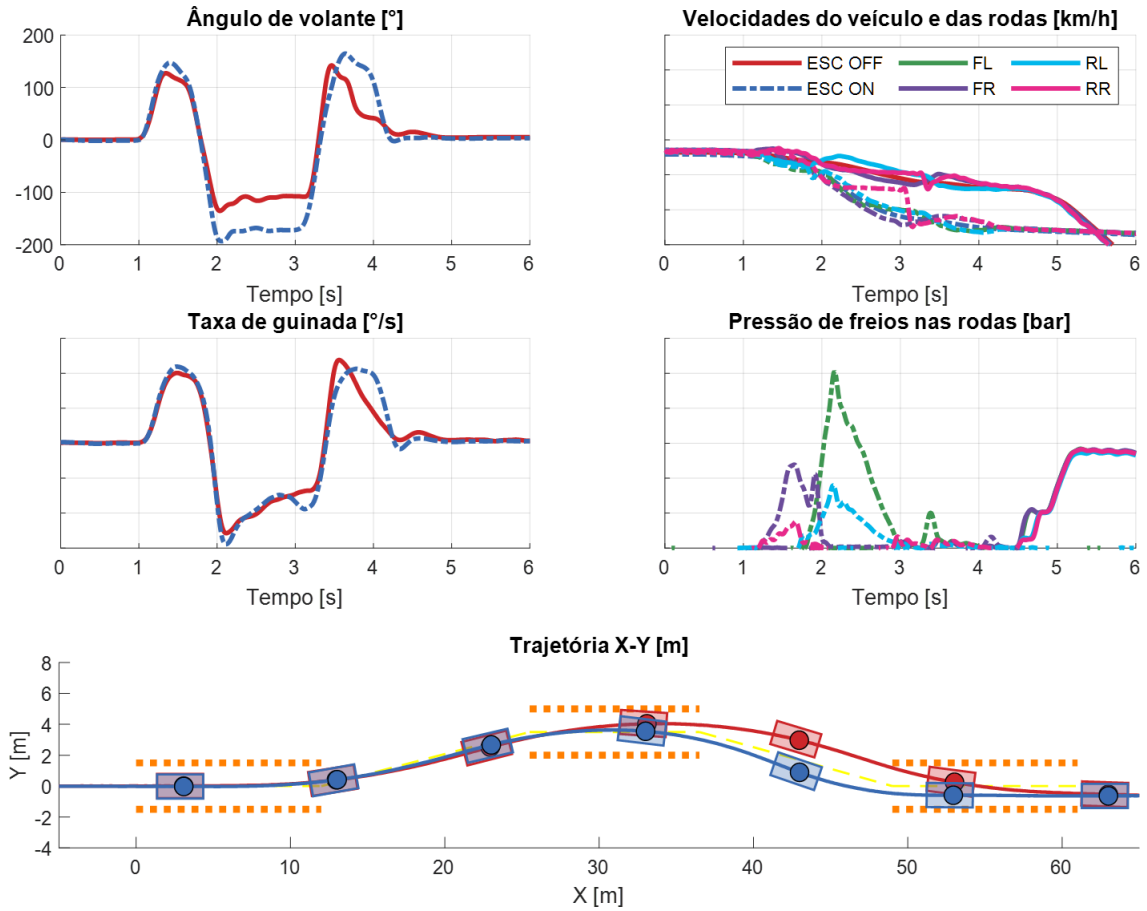


Figura 57 – Comparação da resposta da manobra DLC medida experimentalmente no veículo real com ESC ligado e desligado.

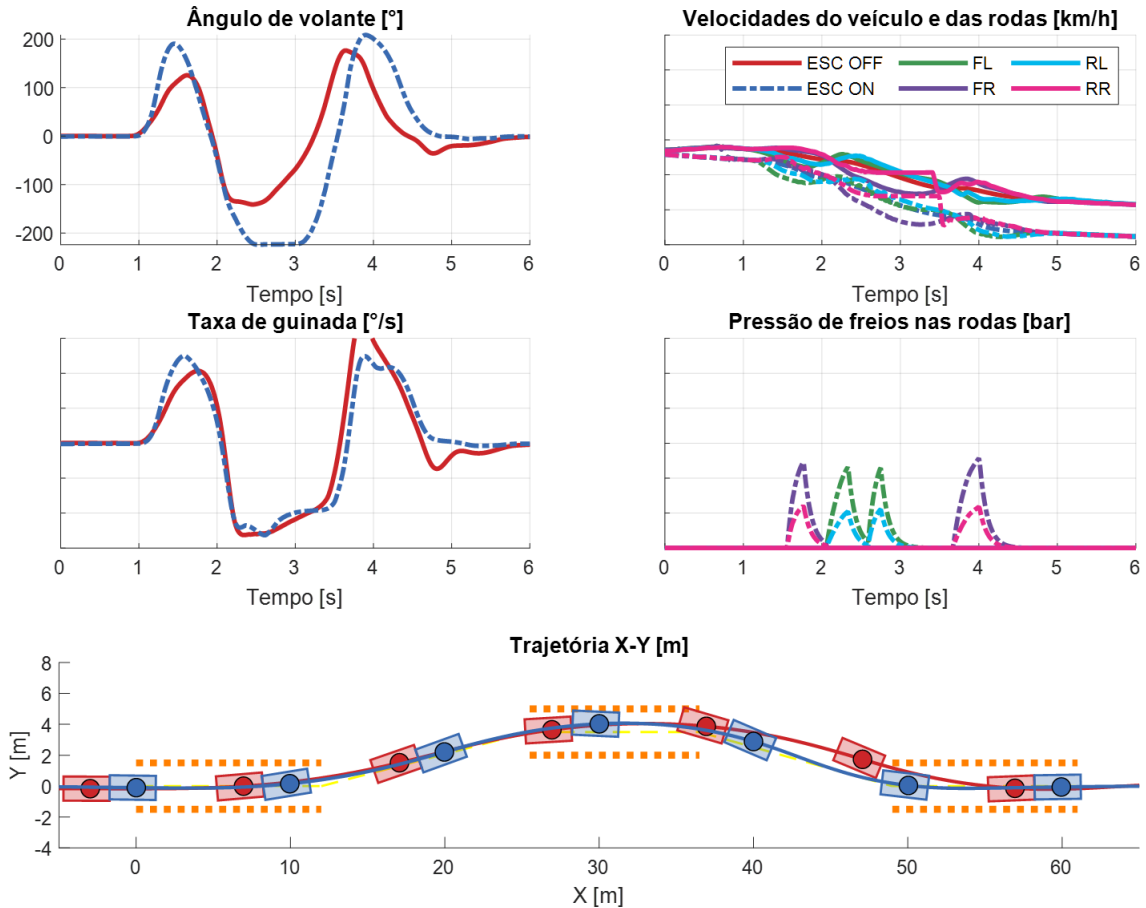


Figura 58 – Comparação da resposta da manobra DLC replicada em simulador DiL no modelo virtual com ESC ligado e desligado.

A análise da interação com os pilotos de teste evidenciou que a percepção subjetiva em ambiente DiL é extremamente valiosa no ciclo de desenvolvimento do veículo virtual. Observou-se que métricas objetivas, como rastreamento de referência, não traduzem integralmente a qualidade de condução. Atributos como a intrusividade, a previsibilidade e a naturalidade da intervenção são avaliáveis apenas por um condutor e são determinantes para a aceitação e a confiança no sistema. As avaliações subjetivas, portanto, refinaram as calibrações de modo que dados puramente objetivos não seriam capazes de alcançá-las, confirmando que o projeto de sistemas de assistência deve, essencialmente, ser centrado no ser humano.

5 Conclusões e Trabalhos Futuros

O presente estudo atingiu integralmente seus objetivos ao propor, desenvolver e validar um sistema de controle eletrônico de estabilidade baseado em modelo, utilizando abordagens de controle ótimo e ferramentas de simulação virtual. A metodologia adotada permitiu explorar, de forma sistemática, o ciclo completo de concepção, calibração e validação de controladores, demonstrando a eficácia de ambientes virtuais no desenvolvimento de sistemas automotivos.

A modelagem numérica, fundamentada no modelo VI-CarRealTime, mostrou-se altamente representativa da dinâmica real do veículo. Os modelos simplificados 2-DOF, especialmente na forma LTV, apresentaram desempenho satisfatório para aplicações de controle, mantendo precisão adequada com custo computacional reduzido. A correlação entre modelos confirmou a validade das aproximações empregadas e a confiabilidade do VI-CRT como planta virtual de referência.

Os controladores SDRE e MPC foram projetados, calibrados e comparados em ambiente de co-simulação. O MPC demonstrou superior rastreamento e suavidade de atuação, ao passo que o SDRE se destacou pela simplicidade e eficiência computacional, o que o torna promissor para aplicações embarcadas. Ambos os controladores cumpriram com sucesso o objetivo de estabilizar o veículo em condições críticas, apresentando desempenho previsível e estável.

A etapa de avaliação subjetiva, conduzida no simulador automotivo *Driver-in-the-Loop*, revelou que o desempenho percebido do controle depende fortemente da calibração e das características dos pneus. Foi constatado que calibrações universais não garantem um bom comportamento em diferentes configurações de pneu ou aderência, reforçando a necessidade de abordagens adaptativas. O *feedback* dos pilotos de teste profissionais foi essencial para equilibrar a intensidade do controle para segurança e conforto.

Entre as principais contribuições do trabalho, destacam-se: a consolidação de uma metodologia integrada que une modelagem, controle e avaliação subjetiva; a demonstração da viabilidade do SDRE como alternativa de baixo custo computacional ao MPC; o uso de simulação DiL como ferramenta de pré-avaliação de sistemas ESC; e a integração entre métricas objetivas e percepções humanas no processo de calibração.

Como perspectivas futuras, propõe-se investigar a sensibilidade do ESC à carga do veículo e à robustez do controle, incorporando variações dinâmicas de massa e transferência de carga; o uso de um horizonte de predição dependente do ângulo de volante previsto, permitindo ao ESC antecipar reações do motorista; o desenvolvimento de estimadores para o ângulo de deslizamento lateral, utilizando sensores disponíveis em veículos reais; a

identificação dinâmica das condições de atrito dos pneus para adequação à cenários de distintas aderências como asfalto molhado e terra batida; a combinação de outras técnicas de controle com a frenagem diferencial, como o corte de torque do motor e a desaceleração regenerativa de bateria para veículos elétricos e híbridos; e a implementação do sistema em ambiente *Hardware-in-the-Loop*, possibilitando a emulação de sinais e integração direta com ECUs virtuais.

Em síntese, a pesquisa demonstrou que o desenvolvimento de controladores baseados em modelo, aliado à simulação imersiva e à validação humana, representa um avanço significativo para a engenharia automotiva contemporânea, permitindo a criação de sistemas mais seguros, realistas e eficientes.

Referências

- ACARMAN, T. Nonlinear optimal integrated vehicle control using individual braking torque and steering angle with on-line control allocation by using state-dependent Riccati equation technique. **Vehicle System Dynamics**, 2009. Citado na página 48.
- Agência Nacional de Transportes. **Relatório Anual de Mobilidade Urbana**. 2024. Acessado em julho de 2025. Disponível em: <https://www.acnt.gov.br/relatorios/2024/mobilidade>. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 19.
- ALAMIR, M. **A Pragmatic Story of Model Predictive Control**. [S.l.: s.n.]: CreateSpace, 2013. Citado 6 vezes nas páginas 7, 40, 41, 42, 43 e 45.
- ATAEI, M.; KHAJEPOUR, A.; JEON, S. Model Predictive Control for integrated lateral stability, traction/braking control, and rollover prevention of electric vehicles. **Vehicle System Dynamics**, 2020. Citado na página 48.
- ATTIA, R.; ORJUELA, R.; BASSET, M. Combined longitudinal and lateral control for automated vehicle guidance. **Vehicle System Dynamics**, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 48.
- AZADI, S.; KAZEMI, R.; NEDAMANI, H. **Vehicle Dynamics and Control: Advanced Methodologies**. [S.l.: s.n.]: Elsevier, 2021. Citado na página 20.
- BAI, X.; WANG, Y.; JIA, M.; TAN, X.; ZHOU, L.; CHU, L.; ZHAO, D. An NMPC-Based Integrated Longitudinal and Lateral Vehicle Stability Control Based on the Double-Layer Torque Distribution. **Sensors**, 2024. Citado 3 vezes nas páginas 11, 48 e 56.
- BALKWILL, J. **Performance Vehicle Dynamics: Engineering and Applications**. [S.l.: s.n.]: Elsevier, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 7, 26 e 34.
- BARBARISI, O.; PALMIERI, G.; SCALA, S.; GLIELMO, L. LTV-MPC for yaw rate and side slip control with differential braking. **European Journal of Control**, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 48.
- BOREANAZ, G. Stellantis - The NEW approach on Vehicle Dynamics Development. **VI-grade 2021 ZERO PROTOTYPES Summit**, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 22.
- BRUSCHETTA, M.; PICOTTI, E.; MION, E.; CHEN, Y.; BEGHI, A.; MINEN, D. A Nonlinear Model Predictive Control based Virtual Driver for high performance driving. **IEEE**, 2019. Citado na página 48.
- CAO, J.; JING, L.; GUO, K.; YU, F. Study on Integrated Control of Vehicle Yaw and Rollover Stability Using Nonlinear Prediction Model. **Mathematical Problems in Engineering**, 2013. Citado na página 48.
- CEBECI, C.; GRIMBLE, M.; RECALDE-CAMACHO, L.; KATEBI, R. SDRE Preview Control for a LPV Modelled Autonomous Vehicle. **IFAC-PapersOnLine**, 2019. Citado na página 48.

CHANG, S.; GORDON, T. Model-based predictive control of vehicle dynamics. **International Journal of Vehicle Autonomous Systems**, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 48.

CHEN, L.; LI, Z.; YANG, J.; SONG, Y. Lateral Stability Control of Four-Wheel-Drive Electric Vehicle Based on Coordinated Control of Torque Distribution and ESP Differential Braking. **Actuators**, 2021. Citado na página 36.

CHEN, Y.; SCARABOTTOLO, N.; BRUSCHETTA, M.; BEGHI, A. Efficient move blocking strategy for multiple shooting-based non-linear model predictive control. **IET Control Theory & Applications**, 2020. Citado na página 43.

CHOI, M.; CHOI, S. B. MPC for vehicle lateral stability via differential braking and active front steering considering practical aspects. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering**, 2016. Citado na página 48.

CIRCUITO DOS CRISTAIS. **Campo de Provas e Autódromo Internacional**. [S.l.], 2023. Acessado em novembro de 2025. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 61.

CLOUTIER, J. State-dependent Riccati equation techniques: an overview. *In: Proceedings of the 1997 American Control Conference*. [S.l.: s.n.], 1997. Citado na página 44.

CONSELHO NACIONAL DE TRÂNSITO. **Resolução nº 954, de 28 de março de 2022 — Dispõe sobre a obrigatoriedade do uso do sistema de controle de estabilidade nos veículos das categorias M1, M2, M3, N1, N2, N3, O3 e O4 novos saídos de fábrica, nacionais e importados**. Brasília, Brasil, 2022. Citado na página 20.

DENG, H.; ZHAO, Y.; NGUYEN, A.-T.; HUANG, C. Fault-Tolerant Predictive Control with Deep-Reinforcement-Learning-Based Torque Distribution for Four In-Wheel Motor Drive Electric Vehicles. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, 2023. Citado na página 47.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES. **Acidentes de trânsito: a colisão é mais do que você imagina**. [S.l.], 2020. Acessado em setembro de 2021. Citado na página 19.

EMIRLER, M.; ACARMAN, T. Hardware-in-the-Loop Evaluation of an Electronic Stability Controller. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 48.

EUROPEAN PARLIAMENT AND COUNCIL OF THE EUROPEAN UNION. **Regulation (EC) No 661/2009 of the European Parliament and of the Council of 13 July 2009 concerning type-approval requirements for the general safety of motor vehicles, their trailers and systems, components and separate technical units intended therefor**. Brussels, Belgium, 2009. Citado na página 20.

FARONI, M.; BESCHI, M.; BERENGUEL, M.; VISIOLI, A. Fast MPC with staircase parametrization of the inputs: Continuous input blocking. *In: Proceedings of the 22nd IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA)*. [S.l.: s.n.], 2017. Citado na página 43.

- FERREAU, H. J.; KIRCHES, C.; POTSCHKA, A.; BOCK, H. G.; DIEHL, M. qpOASES: a parametric active-set algorithm for quadratic programming. **Mathematical Programming Computation**, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 58.
- GENTA, G.; MORELLO, L. **The Automotive Chassis: Components Design**. [S.l.: s.n.]: Springer, 2019. Citado 4 vezes nas páginas 7, 26, 27 e 34.
- GILLESPIE, T. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. [S.l.: s.n.]: SAE International, 1992. Citado 6 vezes nas páginas 26, 32, 33, 45, 46 e 50.
- HEXAGON AB. **Adams Car 2023.3 — Tire Models PAC2002**. Stockholm, Sweden, 2023. Disponível em: https://nexus.hexagon.com/documentationcenter/pt-PT/bundle/adams_2023.3/page/adams_help/Adams_Car_Package/tire/tire_models_pac2002/tire.models.pac2002.xhtml. Acesso em outubro de 2025. Citado na página 27.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **Passenger cars — Test track for a severe lane-change manoeuvre — Part 2: Obstacle avoidance**. Geneva, Switzerland, 2011. Citado na página 64.
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **Passenger cars — Test track for a severe lane-change manoeuvre — Part 1: Double lane-change**. Geneva, Switzerland, 2018. Citado na página 64.
- JALALI, M.; KHOSRAVANI, S.; KHAJEPOUR, A.; CHEN, S.-k.; LITKOUHI, B. Model predictive control of vehicle stability using coordinated active steering and differential brakes. **Mechatronics**, 2017. Citado na página 48.
- JALALIYAZDI, M.; KHAJEPOUR, A.; CHEN, S.-K.; LITKOUHI, B. Handling Delays in Stability Control of Electric Vehicles Using MPC. **SAE International**, 2015. Citado na página 48.
- JAZAR, R. **Vehicle Dynamics**. [S.l.: s.n.]: Springer, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 26.
- KASINATHAN, D.; KASAIEZADEH, A.; WONG, A.; KHAJEPOUR, A.; CHEN, S.-K.; LITKOUHI, B. An Optimal Torque Vectoring Control for Vehicle Applications via Real-Time Constraints. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, 2016. Citado na página 47.
- KIRK, D. **Optimal Control Theory: An Introduction**. [S.l.: s.n.]: Dover Publications, 2004. Citado na página 39.
- MAGALHÃES, Z. Vehicle Stability Controller Based on Model Predictive Control. **Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília**, 2020. Citado na página 57.
- MAGALHÃES, Z.; MURILO, A.; LOPES, R. V. Development and evaluation with MIL and HIL simulations of a LQR-based upper-level electronic stability control. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, 2019. Citado na página 48.
- MAGALHÃES, Z. R.; MURILO, A.; LOPES, R. V. Vehicle Stability Upper-Level-Controller Based on Parameterized Model Predictive Control. **IEEE Access**, 2022. Citado na página 48.

MASTINU, G.; BIGGIO, D.; ROSSA, F. D.; FAINELLO, M. Straight running stability of automobiles: experiments with a driving simulator. **Nonlinear Dynamics**, 2020. Citado na página 32.

MATHWORKS. **ode45 — Solve nonstiff differential equations — medium order method**. Natick, Massachusetts, USA, 2025. Disponível em: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/ode45.html>. Acessado em outubro de 2025. Citado na página 66.

MEOLA, D.; GAMBINO, G.; PALMIERI, G.; GLIELMO, L. A comparison between LTV-MPC and LQR Yaw Rate-Side Slip Controller. **IFAC Proceedings Volumes**, 2009. Citado na página 48.

METZ, L.; MILLIKEN, W.; MILLIKEN, D. **Race Car Vehicle Dynamics Workbook**. [S.l.: s.n.]: SAE International, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.

MONTOYA, J. D. G.; TEIXEIRA, E. L. S.; MURILO, A.; SILVA, R. R. D. A Comprehensive Analysis of Model Predictive Control for Lane Keeping Assist System. **IEEE Access**, 2023. Citado na página 39.

MURILO, A. **Contributions on Nonlinear Model Predictive Control for Fast Systems**. 2009 — Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG), 2009. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 40.

NAHIDI, A.; KASAIEZADEH, A.; KHOSRAVANI, S.; KHAJEPOUR, A.; CHEN, S.-K.; LITKOUHI, B. Modular integrated longitudinal and lateral vehicle stability control for electric vehicles. **Mechatronics**, 2017. Citado na página 47.

NATIONAL HIGHWAY TRAFFIC SAFETY ADMINISTRATION. **Federal Motor Vehicle Safety Standard (FMVSS) No. 126 — Electronic Stability Control Systems**. Washington, D.C., USA, 2007. Citado na página 20.

NATIONAL HIGHWAY TRAFFIC SAFETY ADMINISTRATION. **Estimating Lives Saved by Electronic Stability Control, 2011–2015**. [S.l.], 2017. Citado na página 20.

OGATA, K. **Discrete-time Control Systems**. [S.l.: s.n.]: Prentice Hall, 1995. Citado na página 38.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. [S.l.: s.n.]: Pearson Prentice Hall, 2011. Citado 5 vezes nas páginas 36, 37, 38, 39 e 45.

PACEJKA, H. **Tire and Vehicle Dynamics**. [S.l.: s.n.]: Butterworth-Heinemann, 2012. Citado 4 vezes nas páginas 26, 27, 45 e 46.

PASCHOAL, W.; SOUZA, I.; TORRES, L.; PINTO, A. M.; OZELO, R. Comparative Study of Tire Models Applied to Electronic Stability Control in Automotive Simulator. **IEEE Latin America Transactions**, 2024. Citado na página 50.

PAUWELUSSEN, J. **Essentials of vehicle dynamics**. [S.l.: s.n.]: Elsevier, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 28.

PORTAL DO TRÂNSITO E MOBILIDADE. **Em 2020, 80 pessoas morreram por dia em consequência de acidente de trânsito no país.** [S.l.], 2020. Acessado em setembro de 2021. Citado na página 19.

RAJAMANI, R. **Vehicle Dynamics and Control**. 2. ed. [S.l.: s.n.]: Springer, 2012. Citado 4 vezes nas páginas 34, 35, 45 e 46.

RAWLINGS, J. B.; MAYNE, D. Q.; DIEHL, M. **Model predictive control: theory, computation, and design**. 2nd. ed. [S.l.: s.n.]: Nob Hill Publishing, 2017. Citado na página 44.

RESTREPO, E.; LØVIK, A.; WIDMER, R.; WÄGER, P.; MÜLLER, D. Historical Penetration Patterns of Automobile Electronic Control Systems and Implications for Critical Raw Materials Recycling. **Resources**, 2019. Citado na página 46.

RILL, G.; CASTRO, A. **Road Vehicle Dynamics: Fundamentals and Modeling with MATLAB (R)**. [S.l.: s.n.]: Taylor & Francis Limited, 2022. (Ground Vehicle Engineering). Citado 2 vezes nas páginas 7 e 35.

SAE INTERNATIONAL. **SAE J670: Vehicle dynamics terminology**. [S.l.], 2008. Citado na página 26.

SANDHU, F.; SELAMAT, H.; MAHALLEH, V. B. S. Direct Yaw Control of Vehicle using State Dependent Riccati Equation with Integral Terms. **Advances in Electrical and Computer Engineering**, 2016. Citado na página 48.

SCHUETTE, H.; WAELTERMANN, P. Hardware-In-The-Loop Testing of Vehicle Dynamics Controllers - A Technical Survey. **SAE International**, 2005. Citado na página 48.

SCOKAERT, P.; MAYNE, D. Min-max feedback model predictive control for constrained linear systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 1998. Citado na página 59.

SEKAR, R. **Evaluation of Motion Cueing Algorithms for a Limited Motion Platform Driver-in-Loop Simulator**. 2020 — Ohio State University, 2020. Citado na página 71.

SILVA, M. D. A. C. E.; FIGUEIREDO, H. V. D.; BOGLIETTI, B. G. N.; SAOTOME, O.; VILLANI, E.; KIENITZ, K. H. A Framework for Development of Satellite Attitude Control Algorithms. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 31.

SONDHI, E.; PERINCILOLO, P. Model Based Handling Analyses. **KTH Vehicle Engineering Report**, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 62.

SOUZA, I. S. B.; TORRES, L.; MURILO, A.; SILVA, R. R. da. Design and Validation of an ABS and TCS Control Strategy Applied in an Automotive Simulator Using Model-Based Design Methodology. **University of Brasília Repository**, 2025. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 56.

TAHOUNI, A.; MIRZAEI, M.; NAJJARI, B. Novel Constrained Nonlinear Control of Vehicle Dynamics Using Integrated Active Torque Vectoring and Electronic Stability Control. **Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.**, 2019. Citado na página 47.

TORRE, D. L.; KUNZE, H.; RUIZ-GALAN, M.; MALIK, T.; MARSIGLIO, S. Optimal Control: Theory and Application to Science, Engineering, and Social Sciences. **Abstract and Applied Analysis**, 2015. Citado na página 39.

TORRES, L. A.; MURILO, A.; LOPES, R. V.; LEAL, V. Analysis and Virtual Validation of Vehicle Dynamics Models for Electronic Stability Control. **IEEE Latin America Transactions**, 2024. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 50.

ULSOY, A.; PENG, H.; CAKMAKCI, M. **Automotive Control Systems**. [*S.l.: s.n.*]: Cambridge University Press, 2012. Citado 5 vezes nas páginas 25, 29, 31, 45 e 46.

UNITED NATIONS ECONOMIC COMMISSION FOR EUROPE. **Uniform provisions concerning the approval of passenger cars with regard to Electronic Stability Control (ESC) Systems**. Geneva, Switzerland, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 63.

VI-GRADE GMBH. **VI-CarRealTime 2023 User Manual**. [*S.l.*], 2023. Citado 6 vezes nas páginas 7, 8, 32, 33, 48 e 64.

WANG, J.; LIU, S.; WU, J.; YANG, J.; LI, A. Model Predictive Control Method for Vehicle Lateral Stability Based on HIL Tests. **Mathematical Problems in Engineering**, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 48.

ZANTEN, A. V. Bosch ESP Systems: 5 Years of Experience. **SAE Technical Paper**, 2000. Citado na página 35.

ZHANG, S.; ZHAO, C.; ZHANG, Z.; LV, Y. Driving simulator validation studies: A systematic review. **Simulation Modelling Practice and Theory**, 2025. Citado na página 32.

ZHANG, W.; WANG, Z.; DRUGGE, L.; NYBACKA, M. Evaluating Model Predictive Path following and Yaw Stability Controllers for Over-Actuated Autonomous Electric Vehicles. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, 2020. Citado na página 47.

ÇIMEN, T. State-Dependent Riccati Equation (SDRE) Control: A Survey. **IFAC Proceedings Volumes**, 2008. Citado na página 44.