

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**DETECÇÃO DE VAZAMENTOS EM CONDUTOS
FORÇADOS POR MEIO DE FILTROS DIGITAIS E
MÉTODO TRANSIENTE INVERSO CONSIDERANDO
VISCOELASTICIDADE**

RENZO DE FREITAS DUSI

ORIENTADOR: ALEXANDRE KEPLER SOARES

COORIENTADOR: KLEBER MELO E SILVA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM TECNOLOGIA AMBIENTAL
E RECURSOS HÍDRICOS**

BRASÍLIA/DF: MAIO – 2025

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**DETECÇÃO DE VAZAMENTOS EM CONDUTOS FORÇADOS POR MEIO DE
FILTROS DIGITAIS E MÉTODO TRANSIENTE INVERSO CONSIDERANDO
VISCOELASTICIDADE**

RENZO DE FREITAS DUSI

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
TECNOLOGIA AMBIENTAL E RECURSOS HÍDRICOS.**

APROVADA POR:

Prof. Alexandre Kepler Soares, Dr. (ENC – UnB)
(Orientador)

Prof. Kleber Melo e Silva, Dr. (ENE – UnB)
(Coorientador)

Prof. Sergio Koide, Ph.D. (ENC – UnB)
(Examinador Interno)

Prof^a. Dídia Isabel Cameira Covas, Dra. (IST – UTL)
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF: MAIO – 2025

FICHA CATALOGRÁFICA

DUSI, RENZO DE FREITAS

Detecção de vazamentos em condutos forçados por meio de filtros digitais e método transiente inverso considerando viscoelasticidade [Distrito Federal] 2025.

xix, 148 p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Tecnologia Ambiental e Recursos Hídricos, 2025).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

- | | |
|--------------------------------|--|
| 1. Transientes hidráulicos | 2. Detecção de vazamento |
| 3. Transformada <i>wavelet</i> | 4. Filtro <i>differentiator-smoother</i> |
| 5. Simulador hidráulico | |

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

DUSI, R.F. (2025). *Detecção de vazamentos em condutos forçados por meio de filtros digitais e método transiente inverso considerando viscoelasticidade*. Dissertação de Mestrado em Tecnologia Ambiental e Recursos Hídricos, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 148 p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Renzo de Freitas Dusi

TÍTULO: Detecção de vazamentos em condutos forçados por meio de filtros digitais e método transiente inverso considerando viscoelasticidade

GRAU: Mestre

ANO: 2025

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Renzo de Freitas Dusi
renzodusi@gmail.com

À minha família.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, professor Alexandre Kepler Soares (ENC – UnB), pela valiosa orientação e por todo o apoio, disponibilidade e ensinamentos durante o período do mestrado.

Ao meu coorientador, professor Kleber Melo e Silva (ENE – UnB), por tornar possível essa interface de diferentes áreas e por toda a contribuição para desenvolvimento do projeto.

À professora Dídya Isabel Cameira Covas (IST – UTL) pela cessão dos sinais experimentais relativos à rede hidráulica do Imperial College.

Aos professores Arthur Tavares Schleicher e Sergio Koide por todo o incentivo referente ao meu ingresso no mestrado.

Ao PTARH e seus professores, colegas e funcionários pelo conhecimento, oportunidades e auxílio.

Aos meus pais, Raul Luís e Ana Cristina, pelo amor, suporte e dedicação à família.

Ao meu irmão, Rodrigo, e cunhada, Rafaela. Dedico essa dissertação para minha sobrinha Renée, que está prestes a nascer no momento em que escrevo.

À minha namorada, Vitória, pela correção textual do documento, e, principalmente, por todo o amor e companheirismo.

A todos os meus amigos e amigas da época da escola e graduação que permaneceram ao meu lado.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela concessão da bolsa de mestrado.

Ao forró e a tudo que essa cultura me proporcionou. Viva o forró pé de serra.

Obrigado a todos e a todas.

RESUMO

DETECÇÃO DE VAZAMENTOS EM CONDUTOS FORÇADOS POR MEIO DE FILTROS DIGITAIS E MÉTODO TRANSIENTE INVERSO CONSIDERANDO VISCOELASTICIDADE

Vazamentos em redes hidráulicas podem impactar fortemente a eficiência de um sistema. Métodos tradicionais muitas vezes se mostram ineficientes, caros ou pouco confiáveis, especialmente para detecção e localização de vazamentos, por exigirem operações complexas. Assim, em busca de métodos mais eficientes, precisos, econômicos e rápidos de detecção de vazamentos, a análise de transientes hidráulicos tem demonstrado grande potencial. Essa técnica pode ser utilizada para detectar distúrbios causados por singularidades, como vazamentos, por meio do comportamento de ondas de pressão, oferecendo uma alternativa promissora para o problema. O presente trabalho, portanto, investigou novas ferramentas de detecção e localização de vazamentos em redes hidráulicas. Foram utilizadas três técnicas distintas: a transformada *wavelet* discreta (TWD), a transformada *wavelet* discreta redundante (TWDR) e, como novidade do estudo, o filtro *differentiator-smoother* (DS). Suas aplicações envolveram tanto o processamento direto de sinais de pressão experimentais com vazamento quanto acoplamento com o método transiente inverso (MTI). O MTI contempla um simulador hidráulico considerando fator de atrito variável, viscoelasticidade da tubulação e formulação de vazamentos não nodais e também métodos de otimização global (algoritmo genético) e local (método de Levenberg-Marquardt). Foram fornecidos dados experimentais secundários de duas redes hidráulicas no modelo reservatório-tubo-válvula (RTV), uma com tubulação de cobre e outra de polietileno de alta densidade (PEAD), em que, na última, havia testes com vazamentos de diferentes magnitudes e em diferentes posições. Enquanto a TWD e a TWDR identificaram com sucesso as reflexões de ondas causadas por vazamentos em simulações teóricas, seu desempenho em cenários reais foi insatisfatório. Em contraste, o filtro DS mostrou-se altamente eficaz, oferecendo resultados precisos e de fácil visualização, com uma precisão de localização do vazamento entre 2% e 3% em relação ao comprimento total da tubulação, para vazamentos entre 25% e 54% do fluxo inicial, além de promover melhora da convergência do resultado do MTI quando utilizados em conjunto. O filtro DS oferece, portanto, uma solução simples, porém eficiente, para a detecção de vazamentos em condutos forçados, demonstrando potencial para estudos futuros.

ABSTRACT

LEAK DETECTION IN PRESSURIZED PIPELINES BY MEANS OF DIGITAL FILTERS AND INVERSE TRANSIENT METHOD CONSIDERING VISCOELASTICITY

Leaks in hydraulic networks can significantly impact system efficiency. Traditional methods often prove inefficient, costly, or unreliable, particularly for leak detection and localization, as they typically require complex operations. Therefore, in the search for more efficient, accurate, cost-effective, and faster leak detection techniques, hydraulic transient analysis has shown great potential. This technique can be used to detect disturbances caused by singularities, such as leaks, through the behavior of pressure waves, offering a promising alternative to address the problem. This study thus investigated novel tools for leak detection and localization in hydraulic networks. Three distinct techniques were employed: the discrete wavelet transform (DWT), the maximal overlap discrete wavelet transform (MODWT), and, as an innovation of this work, the differentiator-smoother (DS) filter. Their applications involved both direct processing of experimental pressure signals with leaks and coupling with the inverse transient analysis method (ITA), implemented via a hydraulic simulator that considers unsteady friction factor, pipe viscoelasticity and non-nodal leak formulation, and both global (genetic algorithm) and local (Levenberg-Marquardt method) optimization methods. Secondary experimental data from two reservoir-pipe-valve (RPV) systems were used: one with copper pipes and another with high-density polyethylene (HDPE) pipes, the latter involving leak tests with varying magnitudes and locations. While the DWT and MODWT successfully identified wave reflections from leaks in theoretical simulations, their performance in laboratory conditions was unsatisfactory. In contrast, the DS filter proved highly effective, providing accurate and easily interpretable results, with leak localization precision ranging from 2% to 3% of the total pipe length for leaks representing 25% to 54% of the initial flow. Additionally, the DS filter enhanced the convergence of ITA results when used in combination. Thus, the DS filter presents a simple yet efficient solution for leak detection in pressurized conduits and shows strong potential for future research.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVOS	4
2.1. OBJETIVO GERAL.....	4
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	4
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA	5
3.1. ESCOAMENTO EM REGIME TRANSIENTE.....	5
3.1.1. Análise do escoamento em regime transiente.....	5
3.1.1.1. Método das características (MOC)	7
3.1.1.2. Condições de contorno	9
3.1.1.3. Condição de estabilidade	10
3.1.2. Resistência ao escoamento em regime transiente	10
3.1.3. Viscoelasticidade	13
3.1.4. MOC considerando fator de atrito variável e viscoelasticidade.....	19
3.1.5. Simulação de vazamentos não nodais para o MOC.....	21
3.2. MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO.....	22
3.2.1. Métodos de busca local baseados em derivadas	24
3.2.1.1. Método do Gradiente	24
3.2.1.2. Método de Newton-Raphson	24
3.2.1.3. Método de Levenberg-Marquardt	25
3.2.2. Algoritmos genéticos.....	26
3.3. TRANSFORMADA <i>WAVELET</i>	28
3.3.1. Princípio da incerteza de Heisenberg em processamento de sinais	28
3.3.2. Fundamentos matemáticos da transformada <i>wavelet</i>	31
3.3.2.1. Transformada <i>wavelet</i> discreta (TWD)	31
3.3.2.2. Transformada <i>wavelet</i> discreta redundante (TWDR)	33
3.3.3. Diferenças entre TWD e TWDR	34
3.3.4. Escolha da <i>wavelet</i> mãe.....	36
3.4. FILTRO <i>DIFFERENTIATOR-SMOOTHER</i>	37
3.5. MÉTODOS BASEADOS NO TRANSIENTE HIDRÁULICO PARA DETECÇÃO DE VAZAMENTOS.....	39
3.6. SÍNTESE.....	45
4. MÉTODO CIENTÍFICO	46
4.1. REDES EXPERIMENTAIS	48
4.1.1. Rede hidráulica com condutos metálicos.....	48
4.1.2. Rede hidráulica com condutos plásticos	51
4.2. SIMULADOR HIDRÁULICO.....	55

4.3.	FILTROS DIGITAIS.....	56
4.4.	ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO.....	56
4.5.	DESCRIÇÃO DO CÓDIGO IMPLEMENTADO.....	57
5.	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	62
5.1.	VERIFICAÇÃO DO MODELO HIDRÁULICO.....	62
5.1.1.	Verificação do fator de atrito variável.....	62
5.1.2.	Verificação da viscoelasticidade.....	66
5.1.3.	Verificação do vazamento não nodal.....	67
5.2.	APLICAÇÃO DOS FILTROS DIGITAIS.....	71
5.2.1.	Transformada <i>wavelet</i> discreta e transformada <i>wavelet</i> discreta redundante.....	71
5.2.2.	Filtro <i>differentiator-smoother</i>	83
5.3.	MÉTODO TRANSIENTE INVERSO.....	89
5.3.1.	Algoritmo genético.....	90
5.3.2.	Algoritmo genético com filtro DS.....	94
5.3.3.	Método híbrido.....	100
5.3.4.	Comparativo das melhores soluções e do tempo computacional.....	108
6.	CONCLUSÃO.....	114
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	118
	APÊNDICE A – DESENVOLVIMENTO DA FORMULAÇÃO DO MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS.....	135
	APÊNDICE B – DESENVOLVIMENTO DOS COEFICIENTES DO MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS CONSIDERANDO FATOR DE ATRITO VARIÁVEL E VISCOELASTICIDADE.....	137
	APÊNDICE C – DESENVOLVIMENTO DA FORMULAÇÃO PARA VAZAMENTO NÃO NODAL.....	141
	APÊNDICE D – FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DA TWD E TWDR.....	144

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Linhas características (Chaudhry 2014, adaptado)	7
Figura 3.2 - Linhas características com nova notação (Covas 2003)	8
Figura 3.3 - Malha característica (Chaudhry 2014, adaptado)	8
Figura 3.4 - Efeito da resistência ao escoamento em regime transiente (Elaboração do autor).....	11
Figura 3.5 - Evolução das curvas tensão-deformação (Elaboração do autor)	14
Figura 3.6 - Consequência da viscoelasticidade na atenuação do transiente hidráulico (Elaboração do autor)	15
Figura 3.7 - Efeito histerético da viscoelasticidade (Elaboração do autor).....	15
Figura 3.8 - Modelo generalizado de Kelvin-Voigt para um sólido viscoelástico (Shaw e MacKnight 2005).....	17
Figura 3.9 - Modelos elástico e viscoelástico para tubos de PVC e PEAD (Diniz <i>et al.</i> 2019).....	19
Figura 3.10 - Vazamento em ponto não nodal para característica positiva (Vítkovský 2001).....	21
Figura 3.11 - Vazamento em ponto não nodal para característica negativa (Vítkovský 2001).....	21
Figura 3.12 - Função com mais de um extremo (Goldberg 1989)	23
Figura 3.13 - Função não diferenciável (Goldberg 1989)	23
Figura 3.14 - Princípio da incerteza de Heisenberg para o domínio da frequência e do tempo (Elaboração do autor)	28
Figura 3.15 - Plano tempo-frequência e funções base da transformada de Fourier janelada (Graps 1995, adaptado).....	29
Figura 3.16 - Plano tempo-frequência da transformada <i>wavelet</i> e uma de suas <i>wavelets</i> mães em diferentes escalas (Fonte: Graps 1995, adaptado)	29
Figura 3.17 - Exemplos de <i>wavelets</i> mães (Elaboração do autor).....	30
Figura 3.18 - Padrão fractal da <i>wavelet</i> Daubechies (Graps 1995)	30
Figura 3.19 - Etapa da decomposição da MRA da TWD (Elaboração do autor)	32
Figura 3.20 - Etapa da síntese da MRA da TWD (Elaboração do autor)	33
Figura 3.21 - Algoritmo piramidal da MRA da TWD (Elaboração do autor).....	33
Figura 3.22 - Etapa da decomposição da MRA da TWDR (Elaboração do autor)	34

Figura 3.23 - Etapa da síntese da MRA da TWDR (Elaboração do autor)	34
Figura 3.24 - Algoritmo piramidal da MRA da TWDR (Elaboração do autor)	34
Figura 3.25 - Efeito da variação no tempo para: (a) TWD e (b) TWDR (Silva 2009)...	35
Figura 3.26 - Respostas em frequência dos filtros da (a) TWDR e (b) TWD (Silva 2009)	36
Figura 3.27 - (a) Janela de coeficientes do filtro DS; (b) Saída para função degrau (Lopes <i>et al.</i> 2019, adaptado)	38
Figura 3.28 - Influência da escolha do <i>NDS</i> (Lopes <i>et al.</i> 2019)	39
Figura 3.29 - Efeito dos vazamentos no sinal de pressão (Colombo <i>et al.</i> 2009, adaptada)	39
Figura 4.1 - Desenvolvimento do simulador hidráulico	46
Figura 4.2 - Aplicação dos filtros digitais	47
Figura 4.3 - Aplicação do MTI.....	47
Figura 4.4 - (a) Conduto de cobre; (b) tanque hidropneumático à montante; e (c) válvulas a jusante (Soares <i>et al.</i> 2015).....	48
Figura 4.5 - Simulação experimental da rede de cobre: Caso I (Elaboração do autor)..	49
Figura 4.6 - Simulação experimental da rede de cobre: Caso II (Elaboração do autor).	50
Figura 4.7 - Simulação experimental da rede de cobre: Caso III (Elaboração do autor)	50
Figura 4.8 - Desenho esquemático da rede de PEAD (Covas 2003, adaptado)	51
Figura 4.9 - (a) Tanque hidropneumático; (b) Válvulas globo a jusante da rede; (c) Transdutores de pressão a jusante da rede; (d) curvas longas; (e) e (f) locais de simulação dos vazamentos (Covas 2003, adaptado).....	52
Figura 4.10 - Simulação experimental da rede de PEAD: Caso sem vazamento para $Q_0 =$ 1 L/s (Elaboração do autor)	53
Figura 4.11 - Perfis de pressão dos casos 1, 4 e 7 (Elaboração do autor)	54
Figura 4.12 - Perfis de pressão dos casos 2 ao 6 (Elaboração do autor)	54
Figura 4.13 - Comparação visual do tempo computacional das simulações numéricas sem e com Numba.....	60
Figura 5.1 - Solução numérica para simulação experimental de cobre: Caso I (0,5 s) ..	62
Figura 5.2 - Solução numérica para simulação experimental de cobre: Caso II (0,5 s) .	63
Figura 5.3 - Solução numérica para simulação experimental de cobre: Caso III (0,5 s) 63	
Figura 5.4 - Solução numérica para simulação experimental de cobre: Caso I (5 s)	64
Figura 5.5 - Solução numérica para simulação experimental de cobre: Caso II (5 s)....	65
Figura 5.6 - Solução numérica para simulação experimental de cobre: Caso III (5 s)...	65

Figura 5.7 - Solução numérica para simulação experimental de PEAD: Implementação da viscoelasticidade.....	66
Figura 5.8 - Solução numérica para simulação experimental de PEAD: Implementação do atrito variável e viscoelasticidade.....	67
Figura 5.9 - Solução numérica para simulação experimental de PEAD com vazamento: Caso 1 ($Lvazreal = 82,86$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	68
Figura 5.10 - Solução numérica para simulação experimental de PEAD com vazamento: Caso 2 ($Lvazreal = 162,48$ m e $QL0 = 0,12$ L/s).....	69
Figura 5.11 - Solução numérica para simulação experimental de PEAD com vazamento: Caso 4 ($Lvazreal = 162,48$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	69
Figura 5.12 - Solução numérica para simulação experimental de PEAD com vazamento: Caso 6 ($Lvazreal = 162,48$ m e $QL0 = 0,54$ L/s).....	70
Figura 5.13 - Solução numérica para simulação experimental de PEAD com vazamento: Caso 7 ($Lvazreal = 227,38$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	70
Figura 5.14 - Simulação numérica para vazamento fictício em rede de cobre com fechamento instantâneo da válvula.....	73
Figura 5.15 - Simulação numérica para vazamento fictício em rede de cobre com fechamento real da válvula.....	73
Figura 5.16 - Simulação numérica para vazamento fictício em rede de PEAD com fechamento instantâneo da válvula.....	74
Figura 5.17 - Simulação experimental com vazamento da rede de cobre.....	74
Figura 5.18 - MRA da TWD para rede de cobre com fechamento instantâneo da válvula. Eixo Y: Carga de pressão (mca).....	75
Figura 5.19 - MRA da TWDR para rede de cobre com fechamento instantâneo da válvula. Eixo Y: Carga de pressão (mca).....	76
Figura 5.20 - MRA da TWD para rede de cobre com fechamento real da válvula. Eixo Y: Carga de pressão (mca).....	77
Figura 5.21 - MRA da TWDR para rede de cobre com fechamento real da válvula. Eixo Y: Carga de pressão (mca).....	78
Figura 5.22 - MRA da TWD para rede de PEAD com fechamento instantâneo da válvula. Eixo Y: Carga de pressão (mca).....	79
Figura 5.23 - MRA da TWDR para rede de PEAD com fechamento instantâneo da válvula. Eixo Y: Carga de pressão (mca).....	80

Figura 5.24 - MRA da TWD para rede de PEAD com fechamento real da válvula. Eixo Y: Carga de pressão (mca)	81
Figura 5.25 - MRA da TWDR para rede de PEAD com fechamento real da válvula. Eixo Y: Carga de pressão (mca)	82
Figura 5.26 - Filtro DS: Caso 2 ($L_{vazreal} = 162,48$ m e $QL0 = 0,12$ L/s).....	84
Figura 5.27 - Filtro DS: Caso 1 ($L_{vazreal} = 82,86$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	84
Figura 5.28 - Filtro DS: Caso 3 ($L_{vazreal} = 162,48$ m e $QL0 = 0,25$ L/s).....	85
Figura 5.29 - Filtro DS: Caso 4 ($L_{vazreal} = 162,48$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	85
Figura 5.30 - Filtro DS: Caso 5 ($L_{vazreal} = 162,48$ m e $QL0 = 0,45$ L/s).....	86
Figura 5.31 - Filtro DS: Caso 6 ($L_{vazreal} = 162,48$ m e $QL0 = 0,54$ L/s).....	86
Figura 5.32 - Filtro DS: Caso 7 ($L_{vazreal} = 227,38$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	87
Figura 5.33 - Simulações do AG: Caso 1 ($L_{vazreal} = 82,86$ m e $QL0 = 0,34$ L/s)...	91
Figura 5.34 - Simulações do AG: Caso 4 ($L_{vazreal} = 162,48$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).	91
Figura 5.35 - Simulações do AG: Caso 6 ($L_{vazreal} = 162,48$ m e $QL0 = 0,54$ L/s).	92
Figura 5.36 - Simulações do AG: Caso 7 ($L_{vazreal} = 227,38$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).	92
Figura 5.37 - Simulações do AG+DS: Caso 1 ($L_{vazreal} = 82,86$ m e $QL0 = 0,34$ L/s)	95
Figura 5.38 - Simulações do AG+DS: Caso 4 ($L_{vazreal} = 162,48$ m e $QL0 = 0,34$ L/s)	95
Figura 5.39 - Simulações do AG+DS: Caso 6 ($L_{vazreal} = 162,48$ m e $QL0 = 0,54$ L/s)	96
Figura 5.40 - Simulações do AG+DS: Caso 7 ($L_{vazreal} = 227,38$ m e $QL0 = 0,34$ L/s)	96
Figura 5.41 - Comparativo das soluções AG e AG+DS: Caso 1 ($L_{vazreal} = 82,86$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	98
Figura 5.42 - Comparativo das soluções AG e AG+DS: Caso 4 ($L_{vazreal} = 162,48$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	98
Figura 5.43 - Comparativo das soluções AG e AG+DS: Caso 6 ($L_{vazreal} = 162,48$ m e $QL0 = 0,54$ L/s).....	99
Figura 5.44 - Comparativo das soluções AG e AG+DS: Caso 7 ($L_{vazreal} = 227,38$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	99
Figura 5.45 - Simulações do (AG+DS)(50)+LM: Caso 1 ($L_{vazreal} = 82,86$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	101

Figura 5.46 - Simulações do (AG+DS)(50)+LM: Caso 4 ($Lvazreal = 162,48$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	101
Figura 5.47 - Simulações do (AG+DS)(50)+LM: Caso 6 ($Lvazreal = 162,48$ m e $QL0 = 0,54$ L/s).....	102
Figura 5.48 - Simulações do (AG+DS)(50)+LM: Caso 7 ($Lvazreal = 227,38$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	102
Figura 5.49 - Simulações do (AG+DS)(25)+LM: Caso 1 ($Lvazreal = 82,86$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	103
Figura 5.50 - Simulações do (AG+DS)(25)+LM: Caso 4 ($Lvazreal = 162,48$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	103
Figura 5.51 - Simulações do (AG+DS)(25)+LM: Caso 6 ($Lvazreal = 162,48$ m e $QL0 = 0,54$ L/s).....	104
Figura 5.52 - Simulações do (AG+DS)(25)+LM: Caso 7 ($Lvazreal = 227,38$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	104
Figura 5.53 - Simulações do (AG+DS)(1)+LM: Caso 1 ($Lvazreal = 82,86$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	105
Figura 5.54 - Simulações do (AG+DS)(1)+LM: Caso 4 ($Lvazreal = 162,48$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	105
Figura 5.55 - Simulações do (AG+DS)(1)+LM: Caso 6 ($Lvazreal = 162,48$ m e $QL0 = 0,54$ L/s).....	106
Figura 5.56 - Simulações do (AG+DS)(1)+LM: Caso 7 ($Lvazreal = 227,38$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	106
Figura 5.57 - Perfil de pressão do resultado médio das otimizações: Caso 1 ($Lvazreal = 82,86$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	109
Figura 5.58 - Perfil de pressão do resultado médio das otimizações: Caso 4 ($Lvazreal = 162,48$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	109
Figura 5.59 - Perfil de pressão do resultado médio das otimizações: Caso 6 ($Lvazreal = 162,48$ m e $QL0 = 0,54$ L/s).....	110
Figura 5.60 - Perfil de pressão do resultado médio das otimizações: Caso 7 ($Lvazreal = 227,38$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	110
Figura 5.61 - Tempo computacional dos métodos de otimização: Caso 1 ($Lvazreal = 82,86$ m e $QL0 = 0,34$ L/s).....	111

Figura 5.62 - Tempo computacional dos métodos de otimização: Caso 4 ($Lvazreal = 162,48$ m e $QL0 = 0,34$ L/s)	111
Figura 5.63 - Tempo computacional dos métodos de otimização: Caso 6 ($Lvazreal = 162,48$ m e $QL0 = 0,54$ L/s)	112
Figura 5.64 - Tempo computacional dos métodos de otimização: Caso 7 ($Lvazreal = 227,38$ m e $QL0 = 0,34$ L/s)	112

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Valores sugeridos para os coeficientes da equação 3.27 (Vardy <i>et al.</i> 1993)	13
Tabela 3.2 - Coeficientes do MOC (Soares <i>et al.</i> 2008, adaptado)	20
Tabela 4.1 - Vazões e pressões das simulações experimentais em rede metálica	49
Tabela 4.2 - Parâmetros das simulações experimentais da rede de PEAD com vazamento	54
Tabela 4.3 - Valores dos parâmetros τk e Jk	55
Tabela 4.4 - Parâmetros do AG	57
Tabela 4.5 - Efeito do Numba em relação ao tempo computacional.....	59
Tabela 5.1 - Definição dos parâmetros HT e a	68
Tabela 5.2 - Localização do vazamento pelo filtro DS com $a = asim$	88
Tabela 5.3 - Localização do vazamento pelo filtro DS com $a = ainf$	89
Tabela 5.4 - Localização do vazamento pelo filtro DS com $a = asup$	89
Tabela 5.5 - Resultados das simulações com AG.....	93
Tabela 5.6 - Novo espaço de busca para $Lvaz$	94
Tabela 5.7 - Resultados das simulações com AG+DS	97
Tabela 5.8 - Resultados das simulações com (AG+DS)(50)+LM.....	107
Tabela 5.9 - Resultados das simulações com (AG+DS)(25)+LM.....	107
Tabela 5.10 - Resultados das simulações com (AG+DS)(1)+LM.....	108

LISTA DE SÍMBOLOS

a	celeridade da onda de pressão
A	área da seção transversal da tubulação
\mathcal{A}	matriz da TWD
$\tilde{\mathcal{A}}$	matriz da TWDR
\mathcal{B}	matriz da TWD
$\tilde{\mathcal{B}}$	matriz da TWDR
C^+	linha característica positiva
C^-	linha característica negativa
C_d	coeficiente de descarga
$C_d A_L$	coeficiente de vazamento
D	diâmetro da tubulação
\mathcal{D}	versão detalhado do sinal para TWD
$\tilde{\mathcal{D}}$	versão detalhada do sinal para TWDR
e	espessura da tubulação
e_0	espessura inicial da tubulação
E_r	função erro
E_0	módulo de elasticidade de Young da parede da tubulação
E_k	módulo de elasticidade de Young do elemento Kelvin-Voigt
f	fator de atrito de Darcy-Weisbach; função qualquer
FO	função objetivo
g	aceleração da gravidade
g_l	coeficientes do filtro escala da TWD
\tilde{g}_l	coeficientes do filtro escala da TWDR
h_l	coeficientes do filtro <i>wavelet</i> da TWD
\tilde{h}_l	coeficientes do filtro <i>wavelet</i> da TWDR
H	carga de pressão
H_0	carga de pressão no regime permanente
I	matriz identidade
$J_{máx}$	resolução máxima da TWD ou TWDR
J	função fluência

J_0	coeficiente de fluência elástico
J_k	coeficiente de fluência da mola do elemento Kelvin-Voigt
J	último nível de resolução
K	módulo de elasticidade do fluido
L	comprimento tubulação; número de coeficientes da <i>wavelet</i> mãe
m_1, m_2	parâmetros de Vardy (1993)
\mathcal{M}	matriz da TWD
$\tilde{\mathcal{M}}$	matriz da TWDR
n_1, n_2	parâmetros de Vardy (1993)
n_t	número de discretizações no tempo do MOC
n_x	número de discretizações no espaço do MOC
N	dimensão da série de dados
N_{kv}	número de elementos Kelvin-Voigt
\mathcal{N}	matriz da TWD
$\tilde{\mathcal{N}}$	matriz da TWDR
Q	vazão
Q_0	vazão em regime permanente
Re	número de Reynolds
\mathcal{S}	versão aproximada do sinal para TWD
$\tilde{\mathcal{S}}$	versão aproximada do sinal para TWDR
t	tempo
T	tempo do transiente
U	velocidade
V	matriz da TWD
\tilde{V}	matriz da TWDR
\mathcal{V}	matriz da TWD
$\tilde{\mathcal{V}}$	matriz da TWDR
W	função peso de Vardy (1993); matriz da TWD
\tilde{W}	matriz da TWDR
\mathcal{W}	matriz da TWD
$\tilde{\mathcal{W}}$	matriz da TWDR
x	coordenada ao longo da tubulação

X	conjunto de dados do sinal coletado
Y	função do tempo para método de Vardy (1993)
α	parâmetro adimensional do modelo viscoelástico
α_0	parâmetro adimensional inicial do modelo viscoelástico
ε	deformação total
ε_e	deformação instantânea elástica
ε_r	deformação lenta
$\tilde{\varepsilon}$	rugosidade da tubulação
ξ	conjunto de variáveis de decisão
σ	desvio padrão
λ	multiplicador desconhecido (MOC); passo do método do gradiente; coeficiente de relaxação do método LM; fator de escala <i>wavelet</i>
γ	peso específico do fluido
ν	coeficiente de Poisson
ν	viscosidade cinemática do fluido
ρ	massa específica do fluido
μ	viscosidade dinâmica do fluido
Υ	função da transformada <i>wavelet</i> contínua
ψ	função da <i>wavelet</i> mãe
Ψ	parâmetro adimensional de tempo para método de Vardy (1993)
Ψ^*	parâmetro adimensional de tempo para método de Vardy (1993)
τ	coeficiente de manobra da válvula; fator deslocamento <i>wavelet</i>
τ_k	tempo de relaxação do amortecedor do elemento Kelvin-Voigt
τ_w	resistência ao escoamento total
τ_{ws}	resistência ao escoamento em regime permanente
τ_{wu}	resistência ao escoamento em regime transiente
\mathcal{T}	deslocamento circular dos coeficientes da <i>wavelet</i>
Δt	intervalo de discretização da tubulação no tempo
Δx	intervalo de discretização da tubulação no espaço
∇	gradiente
∇^2	hessiana

1. INTRODUÇÃO

A detecção de vazamentos em redes hidráulicas tem sido um foco crítico para as autoridades responsáveis pelo abastecimento de água em razão de seu impacto na eficiência do sistema, na gestão de recursos, na preservação e proteção ambiental e na saúde pública. Vazamentos frequentemente indicam manutenção inadequada e, em regiões onde a água é escassa, representam um ônus social e econômico significativo devido à perda de água, a qual não é faturada, ao aumento do consumo de energia para bombeamento e tratamento e ao desperdício de produtos químicos utilizados no tratamento. Em adição a isso, vazamentos em redes hidráulicas podem representar riscos à saúde humana como consequência da possível intrusão de contaminantes, além de causar danos a infraestruturas e edifícios próximos. No caso de tubulações que transportam fluidos perigosos, os vazamentos podem resultar em danos ambientais severos.

Os métodos tradicionais de detecção de vazamentos incluem diversas técnicas, cada uma com suas próprias limitações. Um dos métodos mais simples envolve a inspeção visual de toda a rede, na qual uma equipe de funcionários se dedica a identificar sinais de vazamento. Essa técnica é relativamente ineficiente em virtude do alto custo de pessoal, às dificuldades de percorrer toda a rede e à incerteza na obtenção de observações confiáveis. Uma abordagem semelhante utiliza equipamentos acústicos para detectar vibrações propagadas pelo solo a partir do ponto de vazamento. No entanto, esse método também é financeiramente ineficiente e apresenta limitações, como interferências de outras vibrações, dependência das características do vazamento e possíveis erros em casos de múltiplos vazamentos (Seaford 1994). Entre os métodos baseados em análise hidráulica, alguns são amplamente reconhecidos. O teste hidrostático envolve a pressurização de uma rede fechada e a análise do comportamento da pressão. Contudo, esse método não é particularmente promissor devido à dificuldade de vedar o sistema e à sua incapacidade de localizar o vazamento (Schwendeman 1987). O teste de balanço de volume baseia-se em medições de fluxo em vários pontos para determinar se há perdas indesejadas, mas é limitado a sistemas mais simples e não fornece informações sobre a localização do vazamento (Smith *et al.* 2000). Nesse contexto, visto as limitações de elevado custo, necessidade de equipes treinadas e possibilidade de falsas detecções (Farah e Shahrour 2024), há a necessidade de métodos de detecção de vazamentos mais

eficientes, precisos, econômicos, rápidos, que não exijam a interrupção das operações para inspeção e que façam uso da tecnologia de medição disponível (Romero-Ben *et al.* 2023). Assim, a análise de transientes hidráulicos surge como uma alternativa promissora.

Os métodos de detecção de vazamentos baseados em transientes hidráulicos aproveitam as características únicas das ondas de pressão instáveis para identificar e localizar vazamentos em redes hidráulicas (Chaudhry 2014). Um vazamento, por ser um fenômeno hidráulico, provoca uma perturbação nos padrões de fluxo e pressão do sistema de tubulação, que pode ser detectada por meio da análise do escoamento transiente (Ayati *et al.* 2019). Quando ocorre um evento transiente, geralmente produzido pelo fechamento rápido de válvula ou falha no bombeamento, ondas de pressão se propagam pela tubulação, incidindo sobre singularidades como vazamentos, obstruções, junções ou mudanças no diâmetro da rede. Essas interações resultam em reflexões e atenuações das ondas, que carregam informações valiosas sobre a estrutura do sistema e a presença de falhas. Ao analisar essas influências nas ondas de pressão, é possível detectar mudanças no comportamento do sistema. Além disso, os métodos baseados em transientes apresentam vantagens como custos mais baixos em comparação com técnicas tradicionais de investigação em campo e fornecem uma visão mais abrangente sobre a condição do sistema ao capturar uma ampla gama de fenômenos hidráulicos (Wylie e Streeter 1993; Chaudhry 2014).

Dentre os vários métodos baseados em transientes hidráulicos, Che *et al.* (2021) os classificam em dois grandes grupos: métodos baseados em modelagem hidráulica e métodos baseados em análise de sinais. O primeiro apresenta a desvantagem da complexidade, uma vez que o equacionamento clássico dos transientes hidráulicos é capaz de fornecer, com certo nível de precisão, apenas a máxima pressão, sendo ineficiente para ser considerado representativo devido às suas simplificações. Para isso, foram desenvolvidos na literatura modelos que consideram o fator de atrito variável na modelagem (Daily *et al.* 1956; Carstens e Roller 1959; Zielke 1968; Trikha 1975; Vardy *et al.* 1993; Vítkovský *et al.* 2000), responsável por maior atenuação dos sinais de pressão, modelos que consideram o comportamento viscoelástico da tubulação (Covas 2003; Covas *et al.* 2004, 2005b) para abrangência de simulações em tubulações plásticas, e também outros ajustes para sistemas mais complexos, como mudanças de diâmetro, junções, entre outros. Já o segundo grupo, por sua vez, oferece aplicações mais simples, mas com limitações dependendo da complexidade do caso. Não há consenso sobre o melhor método, e a discussão permanece aberta.

Portanto, o presente estudo tem por objetivo a investigação de técnicas de processamento de sinal para a detecção de vazamentos durante transientes hidráulicos. Essas técnicas são: transformada *wavelet* discreta (TWD), transformada *wavelet* discreta redundante (TWDR) e filtro *differentiator-smoother* (DS), em que a TWDR, sendo uma variação da TWD, ainda não foi explorada nesse âmbito, e o filtro DS é uma técnica de recente aplicação para a detecção de faltas em linhas de transmissão de energia (Schweitzer *et al.* 2014, 2016, 2018; Ribeiro *et al.* 2018; Lopes *et al.* 2019). Para isso, o estudo dispõe de sinais de pressão experimentais secundários de duas redes distintas, sendo essas de cobre e polietileno de alta densidade (PEAD). A investigação é realizada de duas maneiras: primeiro, é analisada a capacidade dos três filtros digitais para detecção e localização utilizando sinais experimentais de pressão e, em seguida, aplica-se o método transiente inverso (MTI) para detecção, localização e quantificação do vazamento. O MTI pressupõe o desenvolvimento de um simulador hidráulico representativo do sistema em questão e a utilização de métodos de otimização, em que, para o presente estudo, aplica-se o método de busca global do algoritmo genético (AG) e o método de busca local de Levenberg-Marquardt (LM), visando compreender o efeito do acoplamento dos filtros digitais ao MTI.

A estrutura da dissertação é composta pelas seguintes seções: os objetivos geral e específicos são apresentados na seção 2, enquanto, na seção 3, é abordada a fundamentação teórica e revisão bibliográfica de escoamento e modelagem em regime transiente, métodos de otimização, transformadas *wavelet*, filtro *differentiator-smoother* e métodos para detecção de vazamentos com base na análise de transientes hidráulicos. Em seguida, na seção 4, é exposto, em detalhes, o método científico do estudo, descrevendo os procedimentos a serem seguidos em busca de cumprir com os objetivos propostos. Já na seção 5, são apresentados os resultados dos procedimentos descritos anteriormente, assim como discussões pertinentes a serem feitas. Por fim, na seção 6, faz-se uma abordagem geral do que foi realizado no estudo, assim como as considerações finais e recomendações para futuros estudos acerca do tema.

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GERAL

O objetivo geral do trabalho é investigar a capacidade de detecção, localização e quantificação de vazamentos em sistemas hidráulicos com condutos forçados por meio dos filtros digitais transformada *wavelet* discreta, transformada *wavelet* discreta redundante e filtro *differentiator-smoother*, a partir de dados experimentais, em regime transiente, de perfis de pressão com vazamento e posterior acoplamento com o método transiente inverso.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Implementar uma rotina computacional para simulação hidráulica em regime transiente e avaliá-la em termos da representação dos efeitos do fator de atrito variável, da viscoelasticidade e de vazamentos;
- Validar os modelos hidráulicos por meio de perfis de pressão secundários de regime transiente de redes experimentais;
- Analisar a capacidade de detecção e localização de vazamentos dos três filtros digitais por meio da filtragem e extração de informação de sinais de pressão experimentais;
- Investigar a influência da informação da localização do vazamento, fornecida pela utilização dos filtros digitais, na aplicação do método transiente inverso utilizando métodos de busca global, por algoritmo genético, e de busca local, por método de Levenberg-Marquardt.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA

Os fundamentos da simulação hidráulica em regime transiente são abordados inicialmente, seguidos pela revisão da literatura de modelos desenvolvidos para esse problema, como o fator de atrito variável e viscoelasticidade. São referidos alguns métodos de otimização para busca local (método do gradiente, de Newton-Raphson e de Levenberg-Marquardt) e global (algoritmos genéticos), e, posteriormente, adentrado na teoria dos filtros digitais transformada *wavelet* discreta, transformada *wavelet* discreta redundante e filtro *differentiator-smoother*. Por fim, é feita uma revisão da literatura dos diferentes métodos para detecção de vazamentos com base em análise do escoamento transiente em condutos forçados.

3.1. ESCOAMENTO EM REGIME TRANSIENTE

3.1.1. Análise do escoamento em regime transiente

O fluxo hidráulico em regime permanente pressupõe um estado de equilíbrio, sendo suas variáveis de análise independentes em relação à variável tempo. Alterações de operação no sistema, como os clássicos exemplos de fechamento brusco de válvula ou mau funcionamento do sistema de bombeamento, são capazes de perturbar o estabelecido equilíbrio, provocando grandes alterações no escoamento, como sobrepressões elevadas e inversão do fluxo. Esse novo regime é denominado regime transiente e seu tempo de duração está diretamente relacionado ao tempo de dissipação da energia injetada pela perturbação no sistema, tendendo a atingir, novamente, o estado de equilíbrio. Portanto, o regime transiente é entendido como um regime temporário entre dois permanentes.

O regime transiente pode ser modelado por dois modelos clássicos: o modelo da coluna rígida e o modelo da coluna elástica. O modelo da coluna rígida é adequado para representar variações lentas no escoamento, em que as compressibilidades da tubulação e da água podem ser desconsideradas, e incapaz de representar variações rápidas. Já o modelo da coluna elástica atende à essa demanda, negligenciando as simplificações anteriores. As equações governantes do modelo elástico clássico, as quais descrevem o escoamento em regime transiente por meio da física Newtoniana, formam um par de equações diferenciais parciais não-lineares hiperbólicas de primeira ordem (Wylie e

Streeter 1993; Chaudhry 2014). A partir da aplicação do teorema de transporte de Reynolds e da segunda lei de Newton ao volume de controle, a qual estabelece que a taxa de variação da quantidade de movimento é igual ao somatório de forças externas, é possível deduzir a equação da quantidade de movimento:

$$\frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} = 0 \quad 3.1$$

Também a partir do teorema de transporte de Reynolds, analisando um volume de controle e aplicando a lei da conservação de massa, obtém-se a equação da continuidade:

$$\frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad 3.2$$

em que $H = H(x, t)$ e $Q = Q(x, t)$ são as variáveis de interesse, sendo pressão e vazão, respectivamente, t e x as variáveis independentes tempo e espaço, respectivamente, a a velocidade de propagação da onda, g a aceleração da gravidade e A a área da seção transversal do conduto, f o fator de atrito de Darcy-Weisbach e D o diâmetro interno da tubulação.

Para dedução das equações, são feitas algumas considerações e simplificações. Foi considerado um fluido homogêneo, monofásico e compressível; a variação de temperatura e massa específica do fluido são desprezíveis frente às variações de pressão e vazão; o conduto apresenta comportamento reológico elástico linear; o escoamento é unidimensional; a resistência ao escoamento em regime transiente é a mesma que em regime permanente; não há interação fluido-estrutura; e o conduto é uniforme e retilíneo (Covas 2003). A velocidade radial devida à expansão e contração da tubulação foi desconsiderada em razão de sua pequena magnitude, apesar de que essa alteração da seção interior da tubulação é importante ser levada em consideração. Os termos convectivos são desprezados, uma vez que a velocidade de escoamento é desprezível quando comparada com a velocidade de propagação da onda. Essa depende das características mecânicas do conduto e das propriedades do fluido, sendo calculada por:

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho \left(1 + \frac{\alpha D}{e} \frac{K}{E_0}\right)}} \quad 3.3$$

sendo K o módulo de compressibilidade do fluido, ρ a densidade do fluido, α um parâmetro adimensional que depende da seção transversal e juntas axiais, e a espessura da parede da tubulação e E_0 o módulo de elasticidade da tubulação.

Para solucionar as equações governantes, há diversos métodos para cálculos computacionais, como: método das características, método implícito, método das diferenças finitas, entre outros.

3.1.1.1. Método das características (MOC)

Com o objetivo de simular transientes hidráulicos em condutos forçados por meio do modelo da coluna elástica, é amplamente utilizado o método das características (MOC, do inglês *method of characteristics*), o qual transforma o par de equações 3.1 e 3.2 nas equações diferenciais ordinárias 3.4 e 3.5 de simples resolução considerando uma malha discretizada espacial e temporalmente. Essas novas equações são válidas sob condições denominadas linhas características, como mostra Figura 3.1. As linhas características representam linhas com inclinação $\pm a$ e permitem que, conhecendo as variáveis nos pontos A e B (instante t_0), seja possível determiná-las no ponto P, após um intervalo de tempo Δt .

$$C^+: \frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0, \text{ se } \frac{\Delta x}{\Delta t} = a \quad 3.4$$

$$C^-: \frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0, \text{ se } \frac{\Delta x}{\Delta t} = -a \quad 3.5$$

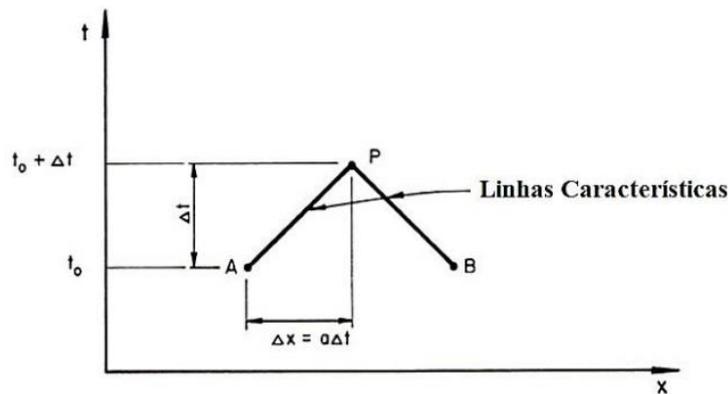


Figura 3.1 - Linhas características (Chaudhry 2014, adaptado)

É necessário explicitar a notação a ser utilizada daqui em diante. As seções da tubulação são identificadas pelo subscrito i , sendo $i = 1, 2, \dots, n_x$, em que n_x é o número total de intervalos, todos igualmente espaçados por Δx . Similarmente, o passo de tempo é identificado por j , com $j = 1, 2, \dots, n_t$, sendo n_t o número total de intervalos de tempo Δt . Nota-se, portanto, as relações $n_x \Delta x = L$ e $n_t \Delta t = T$, em que L é o comprimento total da tubulação e T o tempo total da simulação. O subscrito 0 indica as condições em regime permanente. Essa notação está ilustrada na Figura 3.2.

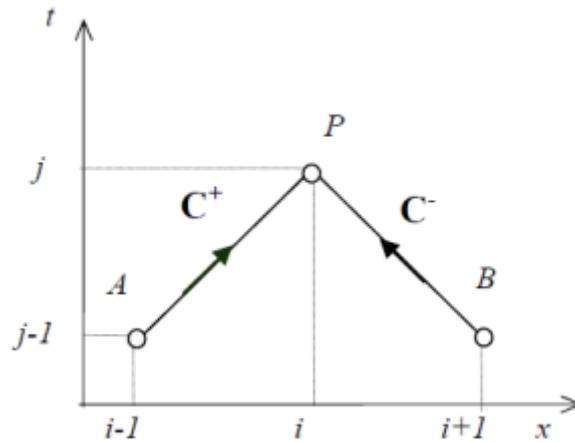


Figura 3.2 - Linhas características com nova notação (Covas 2003)

Assim, considerando uma aproximação de primeira ordem para cálculo termo respectivo a resistência do escoamento em regime permanente, são válidas as seguintes relações para a resolução do MOC, as quais duas deduções estão conforme Apêndice A:

$$Q_{i,j} = C_p - C_a H_{i,j} \quad 3.6$$

$$Q_{i,j} = C_n + C_a H_{i,j} \quad 3.7$$

$$C_p = Q_{i-1,j-1} + \frac{gA}{a} H_{i-1,j-1} - R Q_{i-1,j-1} |Q_{i-1,j-1}| \Delta t \quad 3.8$$

$$C_n = Q_{i+1,j-1} - \frac{gA}{a} H_{i+1,j-1} - R Q_{i+1,j-1} |Q_{i+1,j-1}| \Delta t \quad 3.9$$

$$C_a = \frac{gA}{a} \quad 3.10$$

Portanto, as variáveis Q_p e H_p podem ser obtidas resolvendo 3.6 e 3.7 de forma simultânea. É importante explicitar que essa relação é válida para pontos internos da rede, enfatizando, então, a importância das condições de contorno, representadas na Figura 3.3 pelos limites, as quais são essenciais para a aplicação do MOC.

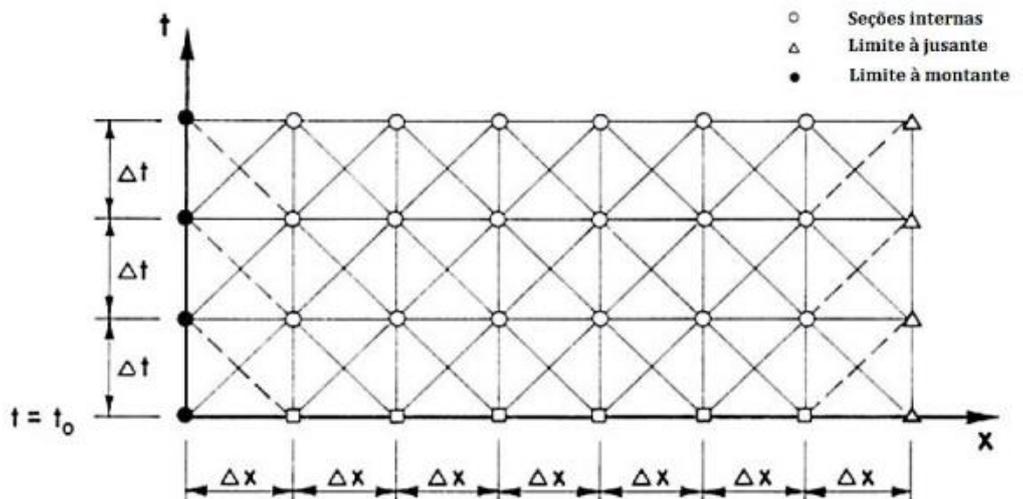


Figura 3.3 - Malha característica (Chaudhry 2014, adaptado)

Com isso, torna-se visual o funcionamento do método, em que um conduto é dividido em diversas seções de tamanho Δx para todos os instantes de tempo separados por Δt , sendo possível, a partir de uma condição inicial, propagar os cálculos para cada passo de tempo a fim de obter a solução final.

3.1.1.2. Condições de contorno

Sobre as condições de contorno mencionadas anteriormente, as seguintes serão abordadas: reservatório de nível fixo a montante, válvula a jusante com descarga livre e vazamentos com formulação para orifício.

- Reservatório de nível fixo a montante

Para o reservatório de nível fixo, a consideração de que esse permanece constante geralmente é válida para grandes volumes. A formulação varia conforme é considerada a perda de carga na saída ou não. Caso seja desprezada, segue:

$$H_{1,j} = H_{res} \quad 3.11$$

- Válvula a jusante com descarga livre para a atmosfera

A válvula a jusante com descarga livre segue a formulação de orifícios, sendo essa para o regime permanente:

$$Q_{1,0} = C_d A_{L0} \sqrt{2gH_{1,0}} \quad 3.12$$

em que Cd é o coeficiente de descarga e $C_d A_{L0}$ o coeficiente de vazamento, ambos para regime permanente. Para um instante qualquer:

$$Q_{i,j} = C_d A_L \sqrt{2gH_{i,j}} \quad 3.13$$

Manipulando as equações 3.12 e 3.13:

$$H_{i,j} = \frac{H_{1,0}}{Q_{1,0}^2 \tau^2} Q_{i,j} \quad 3.14$$

com τ definido como o coeficiente de abertura e fechamento da válvula, calculado pela equação 3.15, em que $\tau = 0$ representa a válvula totalmente fechada e $\tau = 1$ totalmente aberta.

$$\tau = \frac{C_d A_L}{C_d A_{L0}} \quad 3.15$$

Assim, a partir da característica positiva, descrita pela equação 3.6, e a equação da válvula (3.14), é possível concluir que:

$$Q_{i,j} = 0,5 \left(-C_v + \sqrt{C_v^2 + 4C_p C_v} \right) \quad 3.16$$

$$C_v = \frac{\tau Q_{1,0}}{C_a H_{1,0}} \quad 3.17$$

- Vazamentos (formulação de orifícios)

Finalmente, para os vazamentos, é tomado como base a formulação de orifícios, sendo seguido o mesmo equacionamento proposto para válvulas a jusante com descarga livre, porém com abertura completa $\tau = 1$.

3.1.1.3. Condição de estabilidade

Para a convergência do método, deve ser respeitada a condição de Courant-Friedrich-Lewy, ou simplesmente condição de Courant, a qual estabelece a seguinte relação para garantir a estabilidade e convergência:

$$\Delta x \geq a \Delta t \quad 3.18$$

O número de Courant, portanto, é definido pela equação 3.19.

$$C_N = \frac{a \Delta t}{\Delta x} \quad 3.19$$

Então, Δx e Δt devem ser escolhidos de tal forma que $C_N \leq 1$.

3.1.2. Resistência ao escoamento em regime transiente

Na dedução das equações clássicas que descrevem o comportamento do escoamento em regime transiente em condutos forçados, uma das simplificações feitas foi assumir que a resistência ao escoamento, em qualquer instante da simulação, é calculada da mesma maneira que é em regime permanente, caracterizando, assim, um modelo semipermanente, uma vez que essa resistência varia conforme a variação da velocidade em cada instante de tempo. Dessa forma, ao investigar a imprecisão dos simuladores hidráulicos no que tange ao comportamento dos picos de pressão frente ao fenômeno, sendo agravada com a evolução do escoamento no tempo, um dos motivos evidenciados foi essa aproximação em relação ao fator de atrito.

Vardy e Brown (2003) explicam que a resistência ao escoamento considerando contribuições do regime transiente influencia, principalmente, na velocidade de propagação da onda de pressão e, portanto, em seu formato, diminuindo e atrasando os

picos, como é possível observar na Figura 3.4. Os autores dividem os modelos desenvolvidos para uma simulação unidimensional em três grupos: (i) baseados na aceleração instantânea; (ii) baseados no histórico de velocidades/acelerações; e (iii) baseados em termodinâmica irreversível.

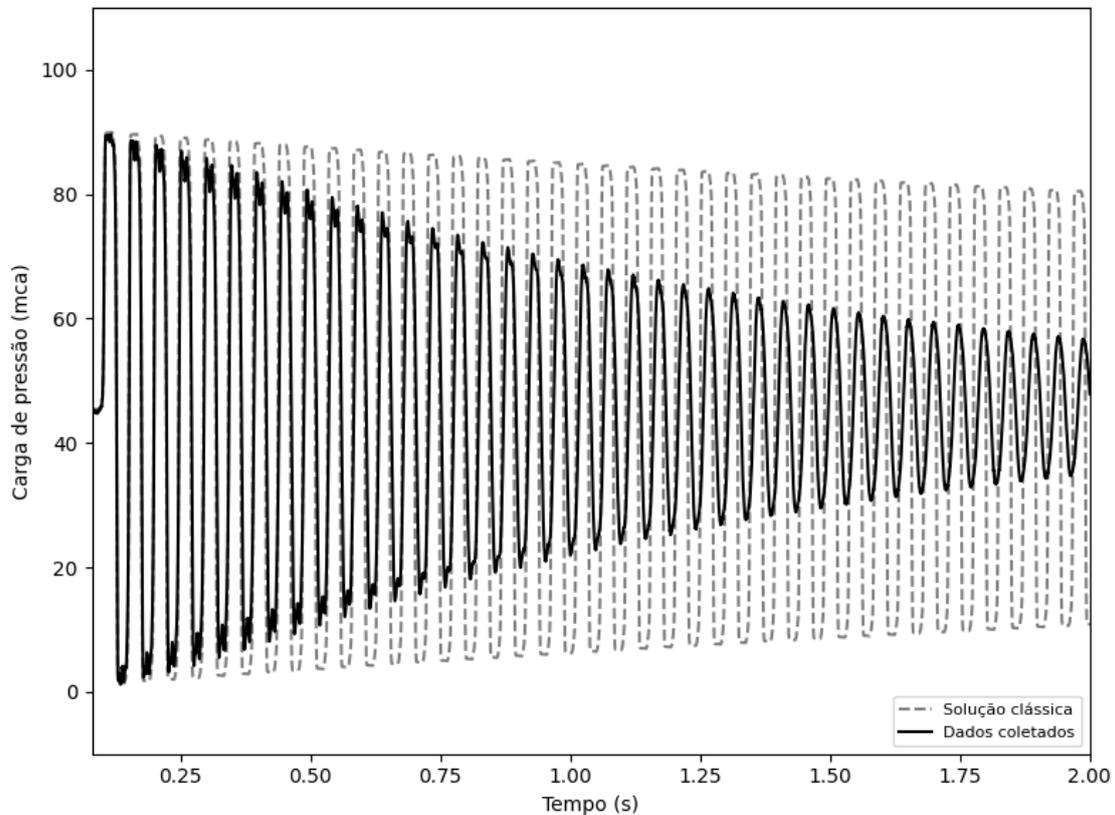


Figura 3.4 - Efeito da resistência ao escoamento em regime transiente (Elaboração do autor)

Trazendo à luz a segunda classe de métodos, esses foram desenvolvidos com base na teoria proposta por Zielke (1968), o qual considerou, para um regime transiente laminar, uma função peso relacionada à velocidade quando deduzida a resistência ao escoamento local. Em termos de resultados, seu modelo era acurado, porém a necessidade de armazenar informação dos tempos anteriores tornava-o inviável em simulações de grande porte.

Dessa forma, é considerado que a resistência ao escoamento total equivale ao somatório da parcela da resistência em regime permanente com a parcela da resistência em regime transiente.

$$\tau_w = \tau_{ws} + \tau_{wu} \quad 3.20$$

A ideia de que τ_{wu} estava relacionado com as propriedades do fluido, com a geometria local, com a velocidade média e com a aceleração e suas taxas de variação de ordem maior já havia sido desenvolvida por autores anteriormente (Daily *et al.* 1956;

Carstens e Roller 1959). A partir dessa linha, o método proposto da função peso de Zielke (1968) tornava a formulação explícita:

$$\tau_{wu_{i,j}} = \frac{16\nu}{gD^2} \sum_{j=1,3,\dots}^N (U_{i,j+1} - U_{i,j-1}) W(k-j)\Delta t \quad 3.21$$

em que W é a função peso, ν a viscosidade cinemática, U a velocidade e $N = \frac{T}{\Delta t}$, em que T é o tempo total de simulação. Trikha (1975) explica que, conforme menor Δt , maior o número de valores a serem armazenados, comprometendo, então, a eficiência computacional. Com isso, o autor desenvolveu o modelo para que seu tempo computacional fosse reduzido drasticamente, aproximando a função peso por uma série exponencial, conforme mostra 3.22.

$$\tau_{wu_{i,j}} = \frac{16\nu}{gD^2} (Y_{1i,j} + Y_{2i,j} + Y_{3i,j}) \quad 3.22$$

As funções Y_1, Y_2, Y_3 são dependentes do tempo, assumindo valor inicial zero, e permitem que apenas a informação do último passo de tempo seja armazenada. Assim, o método de Trikha (1975) busca aproximar a função peso W , proposta por Zielke (1968) por meio de uma função aproximada W_{ap} , ambas calculadas conforme:

$$W = \frac{1}{4} fRe \sum_{k=1}^{\infty} \exp(-(k\pi fRe)^2 \Psi / 16) \quad 3.23$$

$$W_{ap} \simeq m_1 e^{-n_1 \Psi} + m_2 e^{-n_2 \Psi} + \dots \quad 3.24$$

em que $\Psi = \nu t^* / R^2$ e ν é a viscosidade cinemática. Assim, os coeficientes $m_1, n_1, m_2, n_2, \dots$ são obtidos pela minimização da função erro definida por:

$$E_r = \sum (W - W_{ap})^2 \quad 3.25$$

a qual é calculada para vários Ψ . Dessa forma, Y_1, Y_2, \dots são calculados a seguir:

$$t = 0: Y_{k,i,j} = 0 \quad 3.26$$

$$t > 0: Y_{k,i,j} = Y_{k,i,j-1} e^{-n_k \Psi^*} + m_k (U_{i,j} - U_{i,j-1}) \quad 3.27$$

onde $\Psi^* = \nu \Delta t / R^2$ e $k = 1, 2, 3$. Dessa forma, o fator Ψ^* permite que Y_k decaia exponencialmente para passos de tempo anteriores, descartando a necessidade de armazenar esses valores.

Vardy *et al.* (1993) explicam que não há necessidade de diversos termos para uma boa aproximação em 3.24, sendo dois suficientes para um bom resultado, havendo então 4 coeficientes a serem calculados.

$$\tau_{wu_{i,j}} = \frac{16v}{gD^2} (Y_{1,i,j} + Y_{2,i,j}) \quad 3.28$$

Assim, em primeira instância, para o caso $1/4 fRe = 69,5$ e $5 \times 10^{-7} \leq \Psi \leq 5 \times 10^{-5}$, foi obtido $m_1 = 365, n_1 = 120.000, m_2 = 35, n_2 = 5.000$. Posteriormente, os autores sugeriram a seguinte tabela para valores dos coeficientes:

Tabela 3.1 - Valores sugeridos para os coeficientes da equação 3.27 (Vardy *et al.* 1993)

Alcance de validade								
$\frac{1}{4}fRe$	$\Psi_{mín}$	$\Psi_{máx}$	$W_{mín}$	$W_{máx}$	m_1	n_1	m_2	n_2
250	6×10^{-7}	5×10^{-5}	30	330	250	$4,4 \times 10^5$	74	$4,2 \times 10^4$
500	5×10^{-7}	5×10^{-5}	8,8	330	260	$5,6 \times 10^5$	65	$1,15 \times 10^5$
1000	4×10^{-7}	∞	0	330	350	$9,8 \times 10^5$	65	$4,12 \times 10^5$
2000	3×10^{-7}	∞	0	330	470	$2,8 \times 10^6$	65	$1,62 \times 10^6$

Dessa forma, a resistência ao escoamento em regime transiente é considerada na equação da quantidade de movimento (3.1) da seguinte forma:

$$\frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} + \tau_{wu} = 0 \quad 3.29$$

3.1.3. Viscoelasticidade

Tubulações metálicas ou de concreto armado eram de uso predominante em redes para escoamento hidráulico, porém, houve um crescimento no uso de tubulações plásticas, como policloreto de vinila (PVC), polietileno (PE) e polietileno de alta densidade (PEAD). Isso se deve a alguns fatores, sendo os principais seu custo, sendo competitivo com os materiais já vigentes, fácil fabricação, eficiente execução e boas propriedades mecânicas e químicas, de forma que apresenta boa resposta a alterações de pressão na rede e boa resistência aos aspectos químicos da água. Dessa forma, tubulações plásticas, sendo compostas por polímeros, possuem um comportamento reológico diferente do elástico, denominado viscoelástico, o qual é um estágio intermediário entre um sólido elástico e um líquido viscoso, em que apresenta uma diferente relação entre tensão e deformação (Shaw e MacKnight 2005).

Os polímeros não respondem imediatamente à tensão aplicada, ou seja, a deformação é atrasada na presença de uma força externa, fenômeno esse denominado histerese. Esse comportamento se mostrou evidente nos experimentos ao observar que, durante a primeira sobrepessão, a tubulação se comportou de forma elástica, porém,

enquanto havia aplicação constante de tensão durante essa primeira onda de pressão, havia aumento na deformação, e, ao inverter a onda de pressão, o perfil de deformação no retorno era diferente, algo que se mostrou divergente ao comportamento elástico observado em tubulações metálicas e de concreto armado, como mostrado na Figura 3.5. Nota-se que a carga de pressão relativa é calculada por $H(t) - H_0$.

Essa diferença entre a curva de deformação nas fases de carregamento e relaxamento, a qual tende a formar um laço no perfil de pressão por deformação, é responsável pela dissipação de energia, promovendo maior atenuação das ondas de pressão, além de diminuir consideravelmente sua velocidade, alongando o efeito no tempo, representado na Figura 3.6.

É interessante citar também que o laço formado pela histerese se forma em torno do que seria uma reta, essa sendo o módulo de elasticidade médio do material, conforme é possível observar na Figura 3.7 (Covas *et al.* 2004; Duan *et al.* 2010).

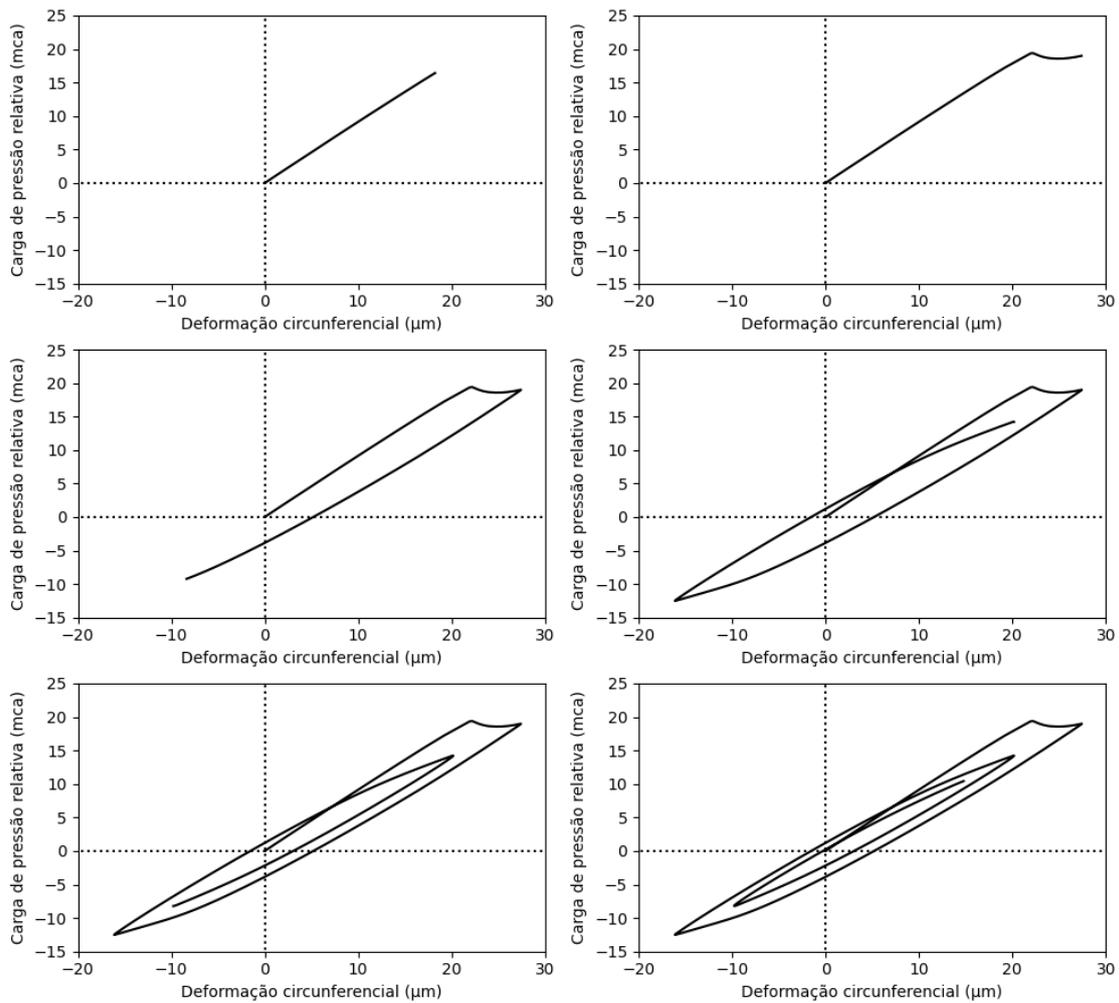


Figura 3.5 - Evolução das curvas tensão-deformação (Elaboração do autor)

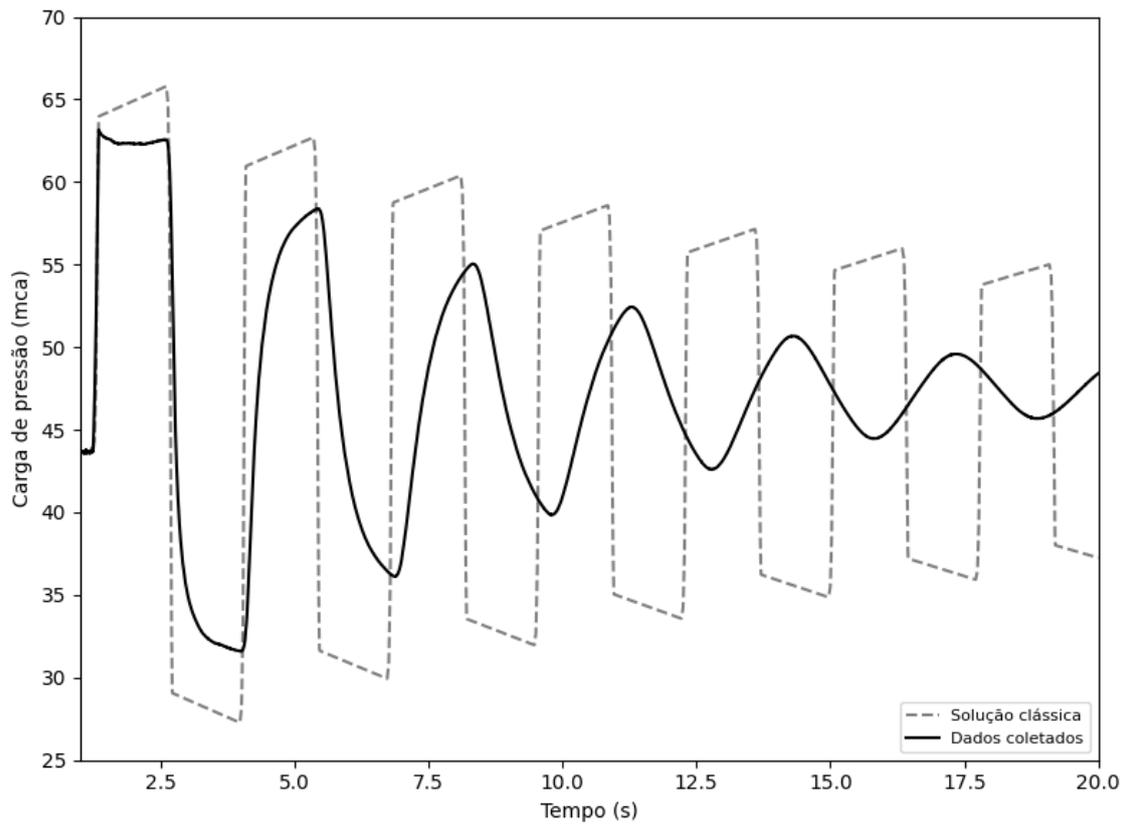


Figura 3.6 - Consequência da viscoelasticidade na atenuação do transiente hidráulico (Elaboração do autor)

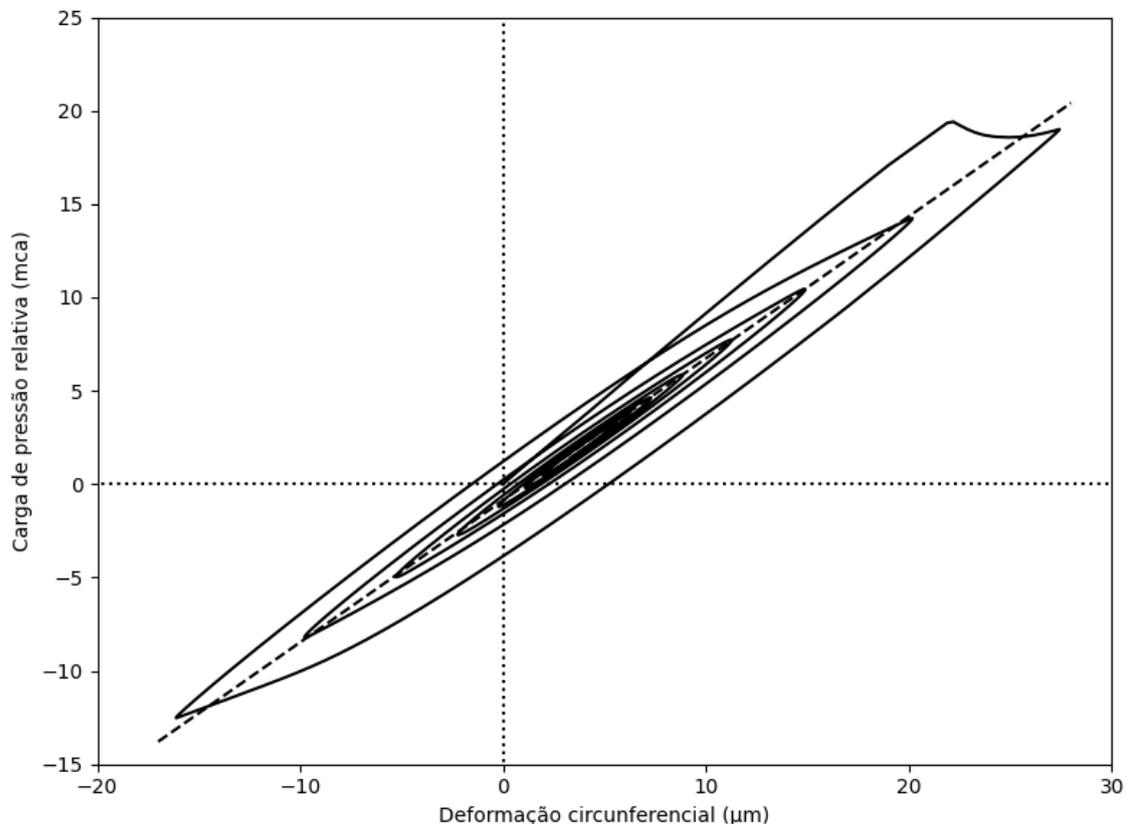


Figura 3.7 - Efeito histerético da viscoelasticidade (Elaboração do autor)

Portanto, no modelo elástico clássico para o desenvolvimento das equações governantes do regime transiente, é considerado o comportamento elástico da tubulação, sendo esse inadequado para prever a resposta de tubulações plásticas, havendo então a necessidade de um ajuste na formulação que considere esse diferente comportamento reológico do material. Covas *et al.* (2004, 2005b) desenvolveram um modelo matemático com esse objetivo, em que, de forma inicial, foi considerado, com base no Princípio da Superposição de Boltzmann, que poderia haver uma adição linear entre as parcelas de deformações independentes, cada uma gerada a partir de uma fase do carregamento de tensão. Com isso, a deformação total seria a soma entre a deformação instantânea elástica, ε_e , e a deformação retardada, ε_r .

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e + \varepsilon_r(t) \quad 3.30$$

É importante inserir na discussão o termo fluência, o qual sua definição já foi abordada anteriormente, sendo utilizado para se referir ao comportamento da deformação dependente do tempo e da tensão aplicada. Assim, para uma tensão contínua $\sigma(t)$, fluência instantânea J_0 (o qual é o inverso do módulo de elasticidade, $J_0 = 1/E_0$) e fluência variável no tempo t' :

$$\varepsilon(t) = J_0\sigma(t) + \int_0^t \sigma(t-t') \frac{\partial J(t')}{\partial t'} dt' \quad 3.31$$

Conforme explicam Covas *et al.* (2005b), faz-se as seguintes considerações acerca do material da tubulação: (i) é homogêneo e isotrópico; (ii) para pequenas deformações, apresenta comportamento viscoelástico linear; (iii) o coeficiente de Poisson ν é constante, logo o comportamento mecânico depende apenas da função fluência; e (iv) a tensão circunferencial é dada por $\sigma = \alpha\Delta HD/2e$, e, então, a deformação circunferencial total, $\varepsilon = (D - D_0)/D_0$, é calculada por:

$$\varepsilon(t) = \frac{\alpha_0 D_0}{2e_0} [H(t) - H_0] J_0 + \int_0^t \frac{\alpha(t-t') D(t-t')}{2e(t-t')} [H(t-t') - H_0] \frac{\partial J(t')}{\partial t'} dt' \quad 3.32$$

em que $P(t)$ é a pressão no tempo t , P_0 é a pressão no regime permanente, $D(t)$ e D_0 são os diâmetros da tubulação no tempo t e inicial, respectivamente, $e(t)$ e e_0 são a espessura da parede da tubulação no tempo t e inicial, respectivamente, $\alpha(t)$ e α_0 são os coeficientes relacionados à ancoragem do tubo no tempo t e inicial, respectivamente, sendo o último obtido conforme 3.33:

$$\alpha = \frac{2e}{D}(1 + \nu) + \frac{D}{D + e}(1 - \nu^2) \quad 3.33$$

Ainda de acordo com Covas *et al.* (2005b), dessa forma, para incluir o efeito da viscoelasticidade no cálculo dos transientes hidráulicos, a equação da continuidade (3.2) deve ser deduzida novamente por meio do teorema de transporte de Reynolds. Nota-se que a deformação elástica ε_e já está considerada no termo da carga piezométrica e no cálculo da velocidade da onda elástica, sendo necessário então incluir apenas a deformação retardada ε_r . Nota-se que, na dedução, os termos convectivos foram desprezados, permitindo a notação em termos da derivada parcial ou total sem perda de informação.

$$\frac{\alpha^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{2\alpha^2}{g} \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} = 0 \quad 3.34$$

A derivada de ε_r , em relação ao tempo, pode ser obtida derivando o segundo termo da equação 3.32. Para isso, a função fluência $J(t)$ deve ser representada por uma expressão matemática, sendo utilizado o modelo generalizado de Kelvin-Voigt para um sólido viscoelástico, conforme Figura 3.8.

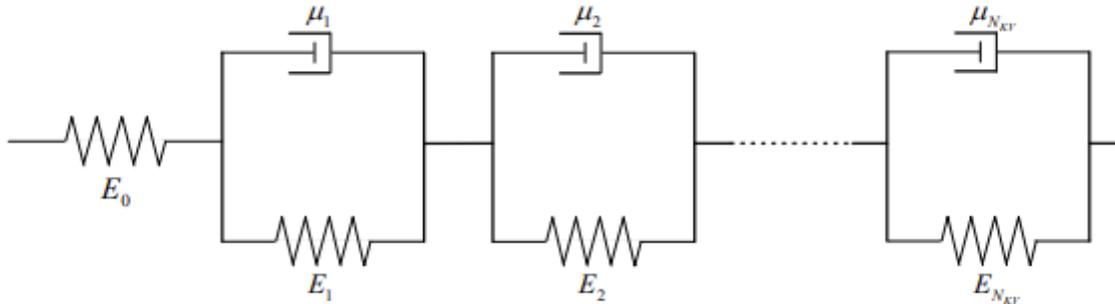


Figura 3.8 - Modelo generalizado de Kelvin-Voigt para um sólido viscoelástico (Shaw e MacKnight 2005)

Então, a expressão matemática para a função fluência é dada por:

$$J(t) = J_0 + \sum_{k=1}^{N_{kv}} J_k (1 - e^{-t/\tau_k}) \quad 3.35$$

em que J_0 é a fluência da primeira mola e J_k é a fluência da mola do k-ésimo elemento, sendo ambas calculadas por $J_0 = 1/E_0$ e $J_k = 1/E_k$, respectivamente. Além disso, τ_k é o tempo de relaxação do k-ésimo elemento, valendo a relação $\tau_k = \mu_k/E_k$, sendo μ_k a viscosidade cinemática do k-ésimo elemento e N_{kv} o número de elementos Kelvin-Voigt. A função fluência é calibrada por meio dos parâmetros J_k e τ_k conforme dados experimentais da rede. Assim, a deformação retardada, ou lenta, e sua derivada são calculadas conforme:

$$\varepsilon_r(x, t) = \sum_{k=1}^{N_{kv}} \varepsilon_{r_k}(x, t) \quad 3.36$$

$$\varepsilon_r(x, t) = \sum_{k=1}^{N_{kv}} \left\{ \frac{\alpha D}{2e} \gamma \int_0^t [H(x, t - t') - H_0(x)] \frac{J_k}{\tau_k} e^{-t'/\tau_k} dt' \right\} \quad 3.37$$

$$\frac{\partial \varepsilon_r(x, t)}{\partial t} = \sum_{k=1}^{N_{kv}} \frac{\partial \varepsilon_{r_k}(x, t)}{\partial t} \quad 3.38$$

$$\frac{\partial \varepsilon_r(x, t)}{\partial t} = \sum_{k=1}^{N_{kv}} \left\{ \frac{\alpha D J_k}{2e \tau_k} \gamma [H(x, t - t') - H_0(x)] - \frac{\varepsilon_{r_k}(x, t)}{\tau_k} \right\} \quad 3.39$$

Ademais, tem-se, para cada elemento Kelvin-Voigt, o seguinte equacionamento:

$$\varepsilon_{r_k}(x, t) = \int_0^t F(x, t - t') \frac{J_k}{\tau_k} e^{-t'/\tau_k} dt' \quad 3.40$$

$$F(x, t) = \frac{\alpha D}{2e} \gamma [H(x, t) - H_0(x)] \quad 3.41$$

Por fim, após manipulações matemáticas, cada k-ésimo elemento pode ser calculado pela aproximação numérica:

$$\frac{\partial \varepsilon_{r_k}(x, t)}{\partial t} = \frac{J_k}{\tau_k} F(x, t) - \frac{\tilde{\varepsilon}_{r_k}(x, t)}{\tau_k} \quad 3.42$$

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_{r_k}(x, t) &= J_k F(x, t) - J_k e^{-\Delta t/\tau_k} F(x, t - \Delta t) \\ &\quad - J_k \tau_k (1 - e^{-\Delta t/\tau_k}) \frac{F(x, t) - F(x, t - \Delta t)}{\Delta t} \\ &\quad + e^{-\Delta t/\tau_k} \tilde{\varepsilon}_{r_k}(x, t - \Delta t) \end{aligned} \quad 3.43$$

É interessante ressaltar que, como mencionado anteriormente, o modelo viscoelástico é adequado para simular transientes hidráulicos em tubulações plásticas, substituindo o modelo elástico nessa circunstância. No entanto, sua adequabilidade não se traduz igualmente para todos os tipos de tubulações plásticas. Diniz *et al.* (2019) mostram que a aplicabilidade varia entre condutos de PVC e PEAD. Na Figura 3.9, é visível que o modelo elástico representa bem a magnitude dos picos de pressão dos condutos de PVC, apesar de falhar em simular, de forma adequada, o formato da curva. Já para PEAD, o modelo viscoelástico mostra-se necessário para ambos os casos, PVC e PEAD. Os autores explicam que a deformação apresentada nos condutos de PEAD foi significativamente superior aos de PVC, provocando essa diferença entre as simulações. No entanto, enfatiza-se que, apesar do modelo elástico ser capaz de prever as envoltórias de pressão para PVC, ele não reproduz bem o sinal dessa grandeza, ou seja, caso a

finalidade seja calibração do modelo para detecção de falhas, é necessária a implementação da viscoelasticidade.

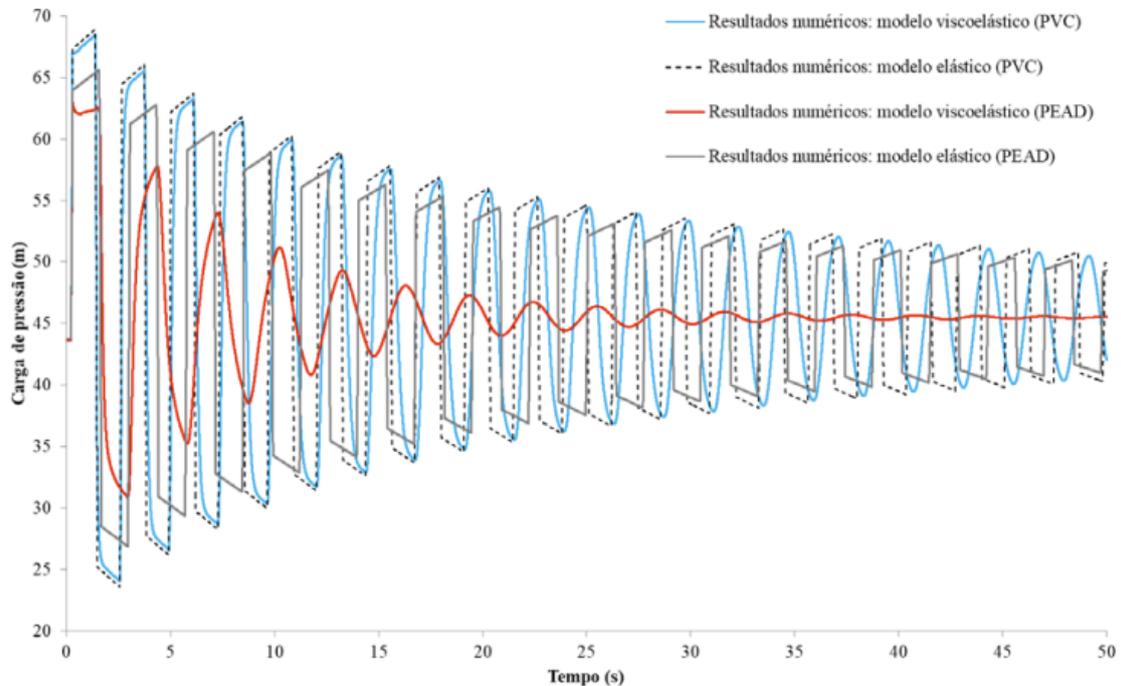


Figura 3.9 - Modelos elástico e viscoelástico para tubos de PVC e PEAD (Diniz *et al.* 2019)

3.1.4. MOC considerando fator de atrito variável e viscoelasticidade

Como mencionado anteriormente, a formulação clássica das equações governantes do escoamento transiente foi deduzida sobre diversas considerações e simplificações, e as equações 3.29 e 3.34 implementam a influência do fator de atrito em regime transiente e do efeito viscoelástico das tubulações plásticas, respectivamente. Dessa forma, surge a necessidade de implementá-las no MOC, havendo então novas formas para as equações 3.6 a 3.10. Soares *et al.* (2008) propuseram esse novo modelo, e, com base no que foi apresentado no artigo, a partir de algumas correções e reduções, é possível obter a Tabela 3.2, a qual seve de base para as equações 3.44 a 3.51. A dedução está conforme demonstrada no Apêndice B.

Tabela 3.2 - Coeficientes do MOC (Soares *et al.* 2008, adaptado)

Fator de atrito em regime permanente [']		
Sem fator	$C'_{P1} = C'_{P2} = 0$	$C'_{N1} = C'_{N2} = 0$
Acurácia de primeira ordem	$C'_{P1} = -R\Delta t Q_{i-1,j-1} Q_{i-1,j-1} $ $C'_{P2} = 0$	$C'_{N1} = -R\Delta t Q_{i+1,j-1} Q_{i+1,j-1} $ $C'_{N2} = 0$
Acurácia de segunda ordem	$C'_{P1} = 0$ $C'_{P2} = R\Delta t Q_{i-1,j-1} $	$C'_{N1} = 0$ $C'_{N2} = R\Delta t Q_{i+1,j-1} $
Fator de atrito variável [']		
Sem fator	$C''_{P1} = C''_{P2} = 0$	$C''_{N1} = C''_{N2} = 0$
Vardy <i>et al.</i> (1993)	$C''_{P1} = C''_{N1} = -\frac{16\nu A}{D^2} \Delta t \sum_{k=1,2} \left\{ e^{-n_k \frac{4\nu}{D^2} \Delta t} Y_{k,j-1} - \frac{m_k}{A} Q_{i,j-1} \right\}$ $C''_{P2} = C''_{N2} = \frac{16\nu}{D^2} \Delta t \sum_{k=1,2} m_k$	
Comportamento reológico da parede da tubulação [''']		
Linear elástico	$C'''_{P1} = C'''_{P2} = 0$	$C'''_{N1} = C'''_{N2} = 0$
Linear viscoelástico	$C'''_{P1} = -C'''_{N1} = -2aA\Delta t \sum_{k=1}^{N_{kv}} \left\{ \frac{J_k}{\tau_k} e^{-\Delta t/\tau_k} F_{i,j-1} + \frac{J_k C_0}{\Delta t} (e^{-\Delta t/\tau_k} - 1) H_{i,j-1} - \frac{e^{-\Delta t/\tau_k}}{\tau_k} \tilde{\epsilon}_{rk,i,j-1} \right\}$ $C'''_{P2} = C'''_{N2} = 2aAC_0 \sum_{k=1}^{N_{kv}} J_k (1 - e^{-\Delta t/\tau_k})$	

$$C^+ : Q_{i,j} = C_P - C_{a+} H_{i,j} \quad 3.44$$

$$C^- : Q_{i,j} = C_N + C_{a-} H_{i,j} \quad 3.45$$

$$C_P = \frac{Q_{i-1,j-1} + BH_{i-1,j-1} + C'_{P1} + C''_{P1} + C'''_{P1}}{1 + C'_{P2} + C''_{P2}} \quad 3.46$$

$$C_N = \frac{Q_{i+1,j-1} - BH_{i+1,j-1} + C'_{N1} + C''_{N1} + C'''_{N1}}{1 + C'_{N2} + C''_{N2}} \quad 3.47$$

$$C_{a+} = \frac{B + C'''_{P2}}{1 + C'_{P2} + C''_{P2}} \quad 3.48$$

$$C_{a-} = \frac{B + C'''_{N2}}{1 + C'_{N2} + C''_{N2}} \quad 3.49$$

$$B = \frac{gA}{a} \quad 3.50$$

$$C_0 = \frac{\alpha_0 D_0}{2e_0} \gamma \quad 3.51$$

3.1.5. Simulação de vazamentos não nodais para o MOC

Os vazamentos podem ser simulados como condição de contorno no MOC, sendo aplicado em determinados nós da malha, seguindo o conceito apresentado no item 3.1.1.2. No entanto, esse método tem a grande desvantagem de necessitar que o vazamento na rede hidráulica real esteja localizado numa posição que seja compatível com o nó do modelo hidráulico computacional. Para contornar esse problema, seria necessário aumentar a discretização até que as posições fossem coincidentes, ação que incrementaria substancialmente o tempo computacional. Nesse contexto, Vítkovský (2001) desenvolveu uma formulação para vazamentos não nodais, permitindo maior liberdade de discretização da malha do MOC, porém com uma formulação mais complexa do problema.

A formulação de vazamentos não nodais é feita de forma explícita, considerando um passo intermediário na malha do MOC, conforme mostra Figura 3.10 e Figura 3.11.

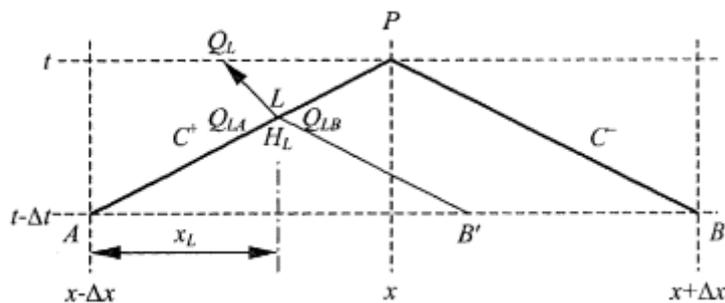


Figura 3.10 - Vazamento em ponto não nodal para característica positiva (Vítkovský 2001)

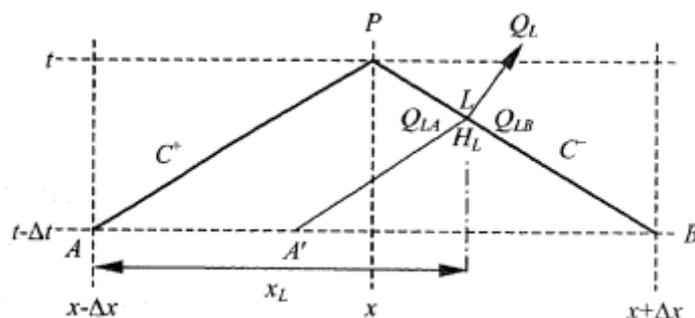


Figura 3.11 - Vazamento em ponto não nodal para característica negativa (Vítkovský 2001)

Para a característica positiva, o equacionamento torna-se:

$$Q_P + Q_L - Q_A + B(H_P - H_A) + \frac{R}{\alpha} [Q_A |Q_A| x_L + Q_{LB} |Q_{LB}| (\Delta x - x_L)] \quad 3.52$$

Já para a negativa:

$$\begin{aligned} Q_P - Q_L - Q_B + B(H_P - H_B) \\ - \frac{R}{a} [Q_B |Q_B| (2\Delta x - x_L) - Q_{LA} |Q_{LA}| (x_L - \Delta x)] \end{aligned} \quad 3.53$$

A dedução da formulação de vazamento não nodal proposta por Vítkovský (2001) está conforme Apêndice C.

3.2. MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

A modelagem ótima de sistemas, prevenção de riscos e detecção de falhas estão intimamente relacionados com a estimativa das características desconhecidas do sistema. Para isso, busca-se um modelo representativo, ou seja, um modelo que seja capaz de simular, com precisão, os dados coletados em campo. Em um modelo qualquer, existem os parâmetros, os quais são dados previamente conhecidos, e as variáveis de decisão, as quais deverão ser estimadas para que o modelo seja adequado.

Dessa forma, no contexto de análise de transientes hidráulicos, a estimativa das variáveis de decisão baseia-se no conceito de ajuste de curva, o qual é sistematizado pela minimização do erro entre os perfis de pressão coletados em campo e os obtidos por meio de simulação computacional. Esse erro pode ser quantificado por uma função matemática, estabelecida pelo usuário, denominada de função objetivo (*FO*). Assim, métodos de otimização são aplicados para a minimização dessa função objetivo.

Para entender a classificação dos métodos de otimização, é necessário, primeiramente, compreender o conceito de extremos da função. Extremos são candidatos a pontos ótimos, onde a função tem sua primeira derivada ($f'(x)$, caso exista) nula, sendo esses extremos máximos ou mínimos, em que são caracterizados pelo sinal da segunda derivada da função ($f''(x)$, caso exista), assumindo valores negativos para máximo e positivos para mínimo, em que x representa um conjunto de variáveis a serem determinadas.

Assim, os métodos de otimização podem ser divididos em duas grandes classes: busca local e busca global. Os de busca local podem ser classificados em métodos baseados em derivadas, métodos de busca direta e métodos para casos especiais. Com isso, são aqueles que irão atingir o extremo em uma determinada região do domínio, estando sujeitos aos extremos locais a depender do valor inicial admitido (Schütze *et al.* 2002).

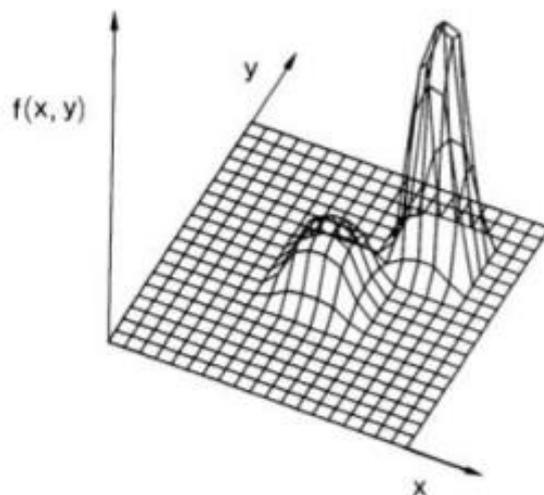


Figura 3.12 - Função com mais de um extremo (Goldberg 1989)

Dentre os métodos de busca local baseados em derivadas, enfatiza-se os seguintes: método do gradiente, Newton-Raphson e Levenberg-Marquardt, os quais avaliam as derivadas de primeira e/ou segunda ordem para encontrar o valor ótimo a partir de um ponto de partida. Nota-se que extremos podem ser locais ou globais, e, quando um processo de otimização local atinge um valor ótimo, ele permanecerá nesse ponto, não havendo certeza, a princípio, de que esse ponto é o extremo global de todo o domínio. É importante elucidar sobre os pontos de inflexão, os quais podem comprometer a busca por também possuírem a primeira derivada nula, porém não representando extremos (Chapra e Canale 2010). Outra limitação dos métodos de busca local baseados em derivada é a necessidade de uma superfície em que se aplique os conceitos de continuidade e diferenciabilidade, algo não aplicável em diversas situações. Assim, mesmo se for considerado aproximações numéricas para a derivada na ausência de uma função explícita, o método pode ser inadequado.

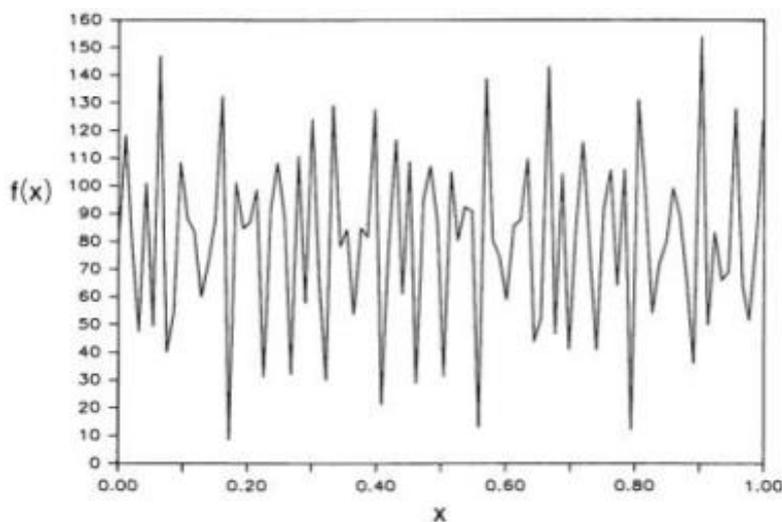


Figura 3.13 - Função não diferenciável (Goldberg 1989)

Já os métodos de busca global permitem um alcance de todo o domínio da função objetivo a ser minimizada por meio de um elevado número de estimativas iniciais, sendo um de seus representantes o algoritmo genético.

3.2.1. Métodos de busca local baseados em derivadas

A seguir são apresentados o método do Gradiente, Newton-Raphson e Levenberg-Marquardt, como estão interligados e suas vantagens e desvantagens.

3.2.1.1. Método do Gradiente

Esse método consiste em, a partir de um valor inicial, determinar a direção do gradiente (direção de maior crescimento da função) e deslocar, nessa direção, proporcionalmente ao passo λ . Essa ideia é representada matematicamente por:

$$x_{(i+1)} = x_{(i)} - \lambda \nabla f(x_{(i)}) \quad 3.54$$

em que $x_{(i)}$ representa a posição atual, $x_{(i+1)}$ a posição do passo seguinte a ser calculada, λ o quanto será deslocado e $\nabla f(x_{(i)})$ o gradiente da função sob análise. Nota-se o sinal negativo devido a ser um problema de minimização, logo, deve-se ir contrário à direção do gradiente. É um método que apresenta boa estabilidade, porém convergência lenta, sendo essa acelerada pelo cálculo do passo de tempo ideal.

3.2.1.2. Método de Newton-Raphson

O método de Newton Raphson possui uma lógica similar ao anterior, porém leva em consideração, além do gradiente, a curvatura da superfície. Possui uma boa velocidade de convergência, porém é um método instável e altamente dependente do valor inicial, uma vez que, ao envolver a matriz hessiana (3.56), e, principalmente, sua inversão, torna-se sujeito a erros de cálculo e divergência.

$$x_{(i+1)} = x_{(i)} - \left(\nabla^2 f(x_{(i)}) \right)^{-1} \nabla f(x_{(i)}) \quad 3.55$$

$$\nabla^2 f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad 3.56$$

3.2.1.3. Método de Levenberg-Marquardt

Frente aos problemas apresentados dos dois métodos anteriores, o método de Levenberg-Marquardt, ou simplesmente Levenberg-Marquardt, combina o método do Gradiente com Newton-Raphson, propondo um modelo estável e de convergência rápida. Press *et al.* (1992) explicam que, devido ao seu sucesso nos cálculos de otimização, Levenberg-Marquardt passou a ser frequentemente utilizado em problemas de minimização, sobretudo em problemas de mínimos quadrados. Dessa forma, apresenta a seguinte formulação:

$$x_{(i+1)} = x_{(i)} - (\nabla^2 f(x_{(i)}) + \lambda I)^{-1} \nabla f(x_{(i)}) \quad 3.57$$

sendo I a matriz identidade com a mesma dimensão da matriz hessiana, a qual, por sua vez, possui n dimensões para um vetor x de n variáveis de decisão. A lógica desse método é uma flutuação entre o método do Gradiente e Newton-Raphson, sendo isso determinado pelo multiplicador λ . Esse multiplicador, ao assumir valores expressivos, torna a hessiana desprezível, e, portanto, o método atua como o método do Gradiente. Caso assumam valores pequenos, a hessiana dominará o termo e então o comportamento será como o de Newton-Raphson.

Para que isso aconteça, a partir de um ponto de partida $x_{(0)}$ e um multiplicador inicial $\lambda = 0,001$, é calculado $f(x_{(0)})$, $\nabla f(x_{(0)})$ e $\nabla^2 f(x_{(0)})$ para obter o próximo valor de x . A cada interação é avaliada o novo valor $f(x_{(i+1)})$ obtido, algo que não era presente nos outros métodos. Se o novo valor for inferior a $f(x_{(i)})$, ou seja, houve um decréscimo no valor da função, λ assumirá valores cada vez menores, dividindo-o por 100, acelerando a convergência. Caso contrário, $f(x_{(i+1)})$ será negado e λ assumirá valores maiores, multiplicando-o por 10, e será recalculado $f(x_{(i+1)})$, garantindo a estabilidade do método.

3.2.2. Algoritmos genéticos

Com a evolução dos problemas a serem otimizados, métodos convencionais têm-se mostrado ineficientes em sua capacidade de encontrar a melhor solução para problemas complexos, e, nesse contexto, os algoritmos genéticos (AG) prevalecem. Por meio de múltiplos pontos iniciais de busca e mecanismos os quais simulam a natureza, como sobrevivência do mais adaptado, reprodução, recombinação e mutação, são capazes de solucionar tais problemas complexos. Mesmo sendo considerado um método probabilístico, o AG combina elementos de busca direcionada e busca estocástica (Michalewicz 1996).

Dentre as vantagens desse método, Goldberg (1989) cita quatro principais: trabalha a partir do código dos parâmetros e não com os parâmetros em si; a busca é feita por meio de uma população de pontos e não um ponto apenas; é avaliada uma função objetivo somente, então não necessita de derivadas ou outros mecanismos direcionais; usa regras probabilísticas, e não determinísticas. Além dessas, Soares *et al.* (2007) citam também que o AG permite a otimização de diversas variáveis em superfícies complexas, reduzindo a incidência de extremos locais; não necessita de conhecimento matemático aprofundado; fornece uma gama de soluções ótimas a partir da varredura do espaço de busca; e pode ser facilmente hibridizado com outras técnicas.

Conforme a terminologia do método, cada parâmetro a ser avaliado é denominado gene, cada indivíduo, representando uma possível solução, é denominado cromossomo e o conjunto dos indivíduos é denominado população. Cada cromossomo em cada interação é avaliado por meio de um valor numérico, denominado aptidão, o qual é em relação à função objetivo. Assim, um AG simples envolve três operações: reprodução, recombinação e mutação. A reprodução é simplesmente a cópia exata de um cromossomo para a próxima interação, sendo determinada por sua aptidão, ou seja, os que possuem maior aptidão, possuem maior probabilidade de serem reproduzidos. Já a recombinação é o processo em que dois cromossomos trocam uma de suas soluções dentre o conjunto de soluções, logo, dois cromossomos “pais” geram dois novos cromossomos “filhos”. Por fim, a mutação é o descarte de uma solução no conjunto de soluções, sendo substituída por uma nova, representando uma movimentação randomizada pelo espaço de soluções. É interessante mencionar que a mutação é um processo secundário na otimização, assumindo uma função de recuperar uma possível solução perdida.

No presente estudo, foi utilizada a biblioteca PyGAD do Python, descrita em Gad (2021). Para isso, serão abordados aqui alguns dos parâmetros customizáveis fornecidos pela biblioteca em questão. Primeiramente, são exigidos 5 parâmetros obrigatórios: o número de gerações, quantos indivíduos irão compor a população, o número de pais a serem selecionados para reprodução, o número de genes e qual será a função aptidão.

As opções de método para seleção de pais são:

- “sss” (*steady-state selection*): os indivíduos com melhor aptidão serão escolhidos para reprodução;
- “rws” (*roulette wheel selection*): os pais são selecionados de maneira probabilística, em que a probabilidade é diretamente proporcional à aptidão do indivíduo;
- “sus” (*stochastic universal sampling*): variação do “rws”, garantindo uma distribuição mais uniforme da seleção;
- “rank” (*rank selection*): os indivíduos são classificados com base na aptidão, e a eles é atribuído um ranking, o qual é utilizado como base para a escolha;
- “random” (*random selection*): indivíduos são escolhidos de forma aleatória;
- “tournament” (*tournament selection*): é selecionado um grupo aleatório de K indivíduos, em que o melhor é escolhido.

Já para os métodos de recombinação, as opções são:

- “single_point”: os genes dos pais são divididos em duas regiões, em que cada um fornece uma região para o filho;
- “two_points”: similar ao anterior, porém com dois pontos aleatórios, alternando os genes que serão passados para o filho;
- “uniform”: para cada gene, a chance de vir de um pai ou de outro é igual;
- “scattered”: similar ao anterior, porém com base binária para a escolha.

Por fim, sobre os métodos de mutação:

- “random”: o valor do gene é mudado aleatoriamente para outro dentro do limite imposto;
- “swap”: 2 genes são trocados aleatoriamente;
- “inversion”: seleciona um intervalo de genes e inverte a sequência deles;
- “scramble”: seleciona um intervalo de genes e os embaralha;
- “adaptative”: funciona de maneira similar ao “random”, porém é atribuída uma probabilidade para indivíduos de baixa aptidão e outra para os de alta.

3.3. TRANSFORMADA WAVELET

3.3.1. Princípio da incerteza de Heisenberg em processamento de sinais

Criado no âmbito da mecânica quântica, o princípio da incerteza de Heisenberg estabelece que, para uma partícula em movimento, não é possível determinar sua posição e momento com alta precisão simultaneamente. Na esfera de análise de sinais, esse princípio impõe que não é possível obter uma resolução perfeita no tempo e na frequência de maneira concomitante. Em outras palavras, a alta resolução de tempo e frequência são excludentes entre si (Kaiser 2011).

De maneira mais prática, ao aplicar a transformada de Fourier em uma série temporal, todo o conteúdo é descrito no domínio da frequência, perdendo a informação de quando ocorreram os componentes de frequência. Por outro lado, ao analisar no domínio do tempo, não há nenhuma informação do espectro de frequência da série. Essa relação está representada na Figura 3.14.

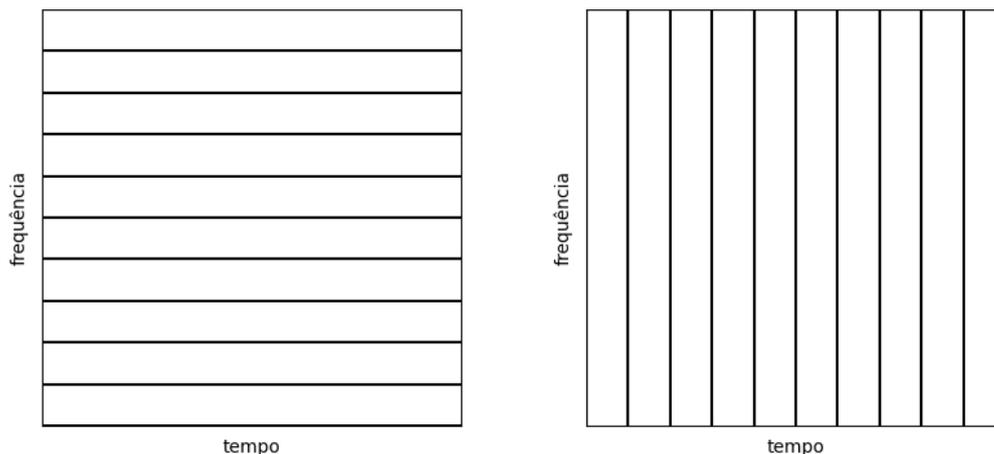


Figura 3.14 - Princípio da incerteza de Heisenberg para o domínio da frequência e do tempo (Elaboração do autor)

Portanto, na prática acerca do princípio da incerteza, um aumento na precisão temporal (diminuição do Δt) resulta na diminuição da resolução de frequência (aumento do Δf), e a mesma relação valendo para a análise contrária.

Assim, Vetterli e Herley (1992) explicam que, visando solucionar esse problema, foram criadas as transformadas de Fourier janeladas, as quais apresentam uma versão modulada de senoides que podem ser transladas no tempo. No entanto, essa janela é fixa para todas as frequências, mantendo a resolução no plano tempo-frequência também fixa, conforme Figura 3.15.

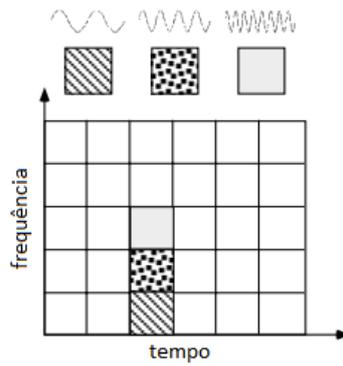


Figura 3.15 - Plano tempo-frequência e funções base da transformada de Fourier janelada (Graps 1995, adaptado)

É criada então a ideia de variar a janela a ser utilizada, renunciando resolução de tempo em troca de resolução de frequência para diferentes resoluções (Figura 3.16), surgindo, assim, as *wavelets*, capazes de contornar as incertezas do plano tempo-frequência por meio da adaptabilidade da onda utilizada no processamento do sinal.

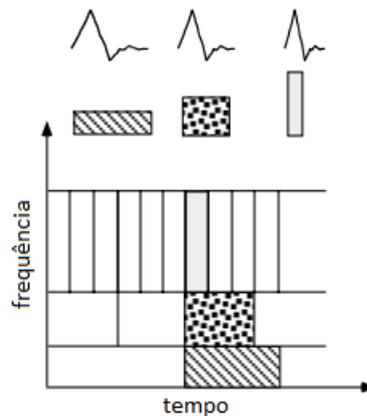


Figura 3.16 - Plano tempo-frequência da transformada *wavelet* e uma de suas *wavelets* mães em diferentes escalas (Fonte: Graps 1995, adaptado)

As *wavelets*, portanto, são funções locais capazes de processar um sinal por meio do translado e contração/dilatação de uma *wavelet* mãe. Em outras palavras, para uma detalhada análise temporal, em que há prevalência de altas frequências, são utilizadas as versões contraídas das *wavelets*. Para uma análise temporal mais geral, em que há prevalência de baixas frequências, utiliza-se as versões dilatadas (Combes *et al.* 1990; Daubechies 1992). Mallat e Hwang (1992) reforçam essa ideia, acrescentando que essas singularidades (componentes captados pela resolução de alta frequência), muitas vezes, armazenam as informações mais importantes do sinal coletado, variando de contorno de imagens até picos em eventos transientes.

Alguns exemplos de *wavelets* mães estão conforme Figura 3.17.

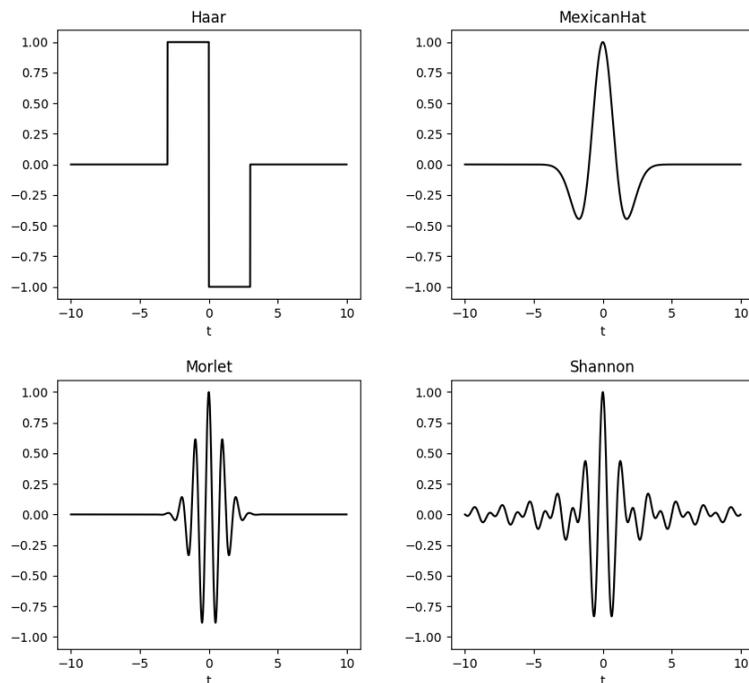


Figura 3.17 - Exemplos de *wavelets* mães (Elaboração do autor)

É possível notar que cada família apresenta um formato distinto, o qual influencia em sua escolha para analisar determinado sinal. É interessante citar que certas famílias possuem, inclusive, padrão fractal, como é o caso das *wavelets* Daubechies (Figura 3.18).

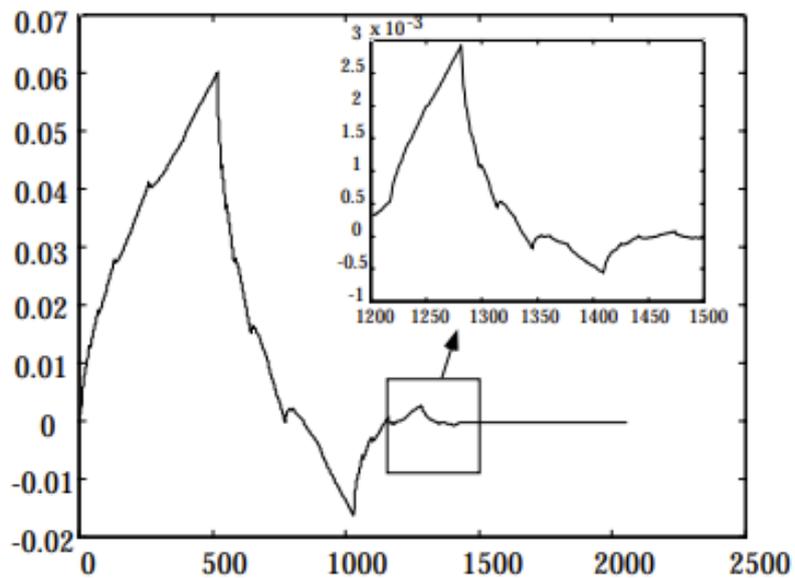


Figura 3.18 - Padrão fractal da *wavelet* Daubechies (Graps 1995)

3.3.2. Fundamentos matemáticos da transformada *wavelet*

O termo *wavelet* pode, então, ser traduzido como “ondaleta”, assumindo a ideia de “pequena onda”, ou seja, é definida em um intervalo limitado, sendo caracterizada como uma função local. Dessa forma, conforme Percival e Walden (2000), considerando uma função *wavelet* $\psi(\cdot)$, há duas principais condições de existência:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)dt = 0 \quad 3.58$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi^2(t)dt = 1 \quad 3.59$$

A equação 3.58 diz que todos os valores que a função assume maiores que zero devem ser contrabalanceados por valores negativos, caracterizando a função como oscilatória e, portanto, de fato uma onda, enquanto a 3.59 impõe que a função $\psi(\cdot)$ deve possuir energia unitária. Uma consequência da equação 3.59 é que $\psi(\cdot)$ deve desviar de maneira insignificante de zero fora do intervalo $[T, -T]$, logo, $\psi(\cdot)$ essencialmente assume valores não nulos apenas no intervalo $[T, -T]$, relação essa representada por:

$$\int_{-T}^T \psi^2(t)dt \simeq 1 \quad 3.60$$

A transformada *wavelet* (TW) possui duas técnicas de análise de sinais: a transformada *wavelet* contínua (TWC) e transformada *wavelet* discreta (TWD). A TWC é aplicada para dados contínuos e é de elevada resolução, porém com grande custo computacional, enquanto a TWD é mais compacta, eficiente e prática para análise de sinais discretos, promovendo análise em múltiplas resoluções e em tempo real. Devido ao caráter de aplicação, será abordado apenas a segunda técnica neste capítulo.

3.3.2.1. Transformada *wavelet* discreta (TWD)

No contexto de processamento de sinais, a TWD permite a análise de um sinal em diversos níveis de resolução, capturando tanto componentes de baixa frequência (informações gerais) quanto componentes de alta frequência (detalhes finos), característica essencial para a detecção de singularidades em séries temporais. Essa técnica de visualização em níveis de resolução é denominada de análise multiresolucional (MRA, do inglês *multiresolution analysis*) (Mallat 1989).

Para continuar com a definição, é importante mencionar uma das principais características da MRA da TWD: é uma transformada que utiliza do processo de decimação, ou seja, a amostragem é reduzida pela metade a cada decomposição feita, removendo a redundância de informação e acelerando o tempo de processamento. Com isso, surge a condição de que o sinal analisado X deve ser de dimensão $N = 2^J$. Definindo L como o número de coeficientes da *wavelet* mãe escolhida (mais detalhes adiante), o nível máximo de resolução J é calculado por:

$$J = \text{int} \left[\log_2 \left(\frac{N}{L} \right) + 1 \right] \quad 3.61$$

Assim, para j níveis de resolução, em que $j \leq J$, a MRA suporta que a série X pode ser fracionada em:

$$X = \sum_{k=1}^j \mathcal{D}_k + \mathcal{S}_j \quad 3.62$$

em que \mathcal{D}_k representa a versão detalhada do sinal a cada nível de resolução $k \leq j$ e \mathcal{S}_j a versão aproximada no último nível de resolução. Para que isso seja possível, a MRA possui duas etapas de aplicação: a decomposição e a síntese. A decomposição utiliza o processo de *downsampling*, como mencionado anteriormente, para aplicação das matrizes referentes aos filtros passa alta (\mathcal{B}) e passa baixa (\mathcal{A}) e posterior obtenção das matrizes de coeficientes da transformada (W e V), agora representados no domínio *wavelet*. É importante explicar que esses coeficientes não possuem relação direta com o sinal observado. Esse processo está conforme Figura 3.19.

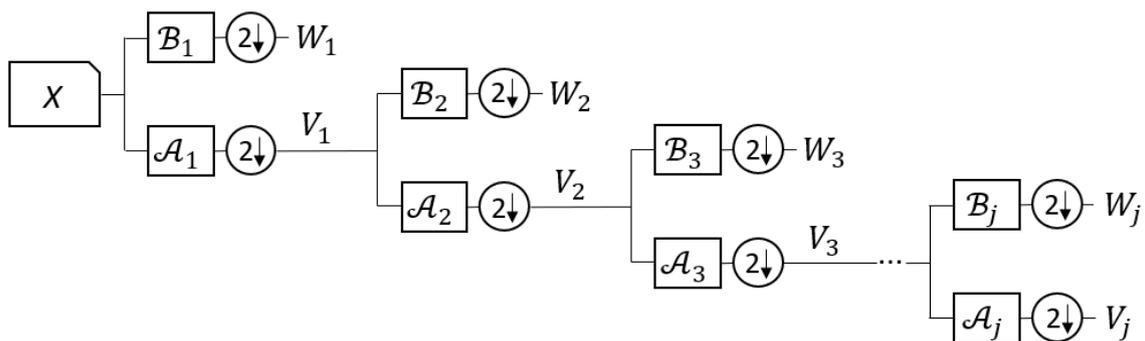


Figura 3.19 - Etapa da decomposição da MRA da TWD (Elaboração do autor)

A síntese consiste no inverso da transformada, em que as matrizes de coeficientes retornam ao domínio inicial, dando origem às versões detalhadas e aproximada, possibilitando a comparação com o sinal original X . Para isso, é empregado o *upsampling* para que a amostragem das versões nos diferentes níveis de resolução seja igual à do sinal X . Assim, a síntese e a reconstrução do sinal são realizadas conforme Figura 3.20.

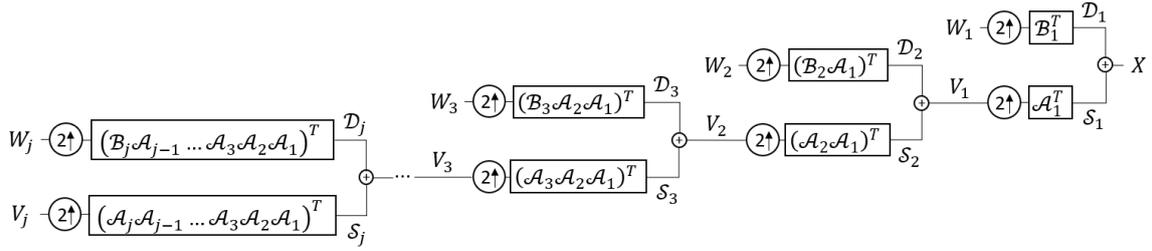


Figura 3.20 - Etapa da síntese da MRA da TWD (Elaboração do autor)

Dessa forma, de maneira mais prática, o fracionamento do sinal X pela MRA da TWD é feita por um algoritmo piramidal de cálculo, como mostra a Figura 3.21. A formulação dos procedimentos descritos está conforme Apêndice D.

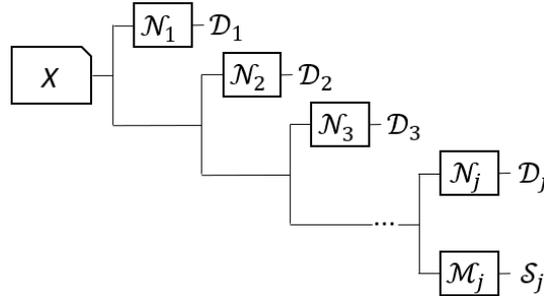


Figura 3.21 - Algoritmo piramidal da MRA da TWD (Elaboração do autor)

3.3.2.2. Transformada *wavelet* discreta redundante (TWDR)

A TWDR opera de maneira semelhante à TWD para a MRA de uma série X de dimensão N , em que a principal diferença reside na construção das matrizes dos coeficientes, uma vez que é uma transformada redundante, ou seja, não utiliza da decimação no processo de aplicação dos filtros. Para j níveis de resolução, em que $j \leq J$, o fracionamento do sinal X e o número máximo de níveis de resolução pela MRA da TWDR estão conforme equação 3.63 e equação 3.64.

$$X = \sum_{k=1}^j \tilde{D}_k + \tilde{S}_j \quad 3.63$$

$$J = \text{int} \left[\log_2 \left(\frac{N-1}{L-1} \right) + 1 \right] \quad 3.64$$

A decomposição, a síntese e o algoritmo piramidal de cálculo estão conforme Figura 3.22, Figura 3.23 e Figura 3.24, respectivamente. A formulação da MRA da TWDR é desenvolvida conforme Apêndice E.

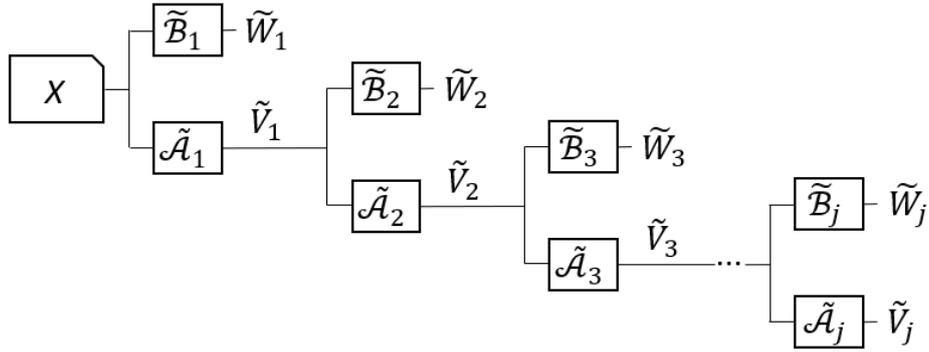


Figura 3.22 - Etapa da decomposição da MRA da TWDR (Elaboração do autor)

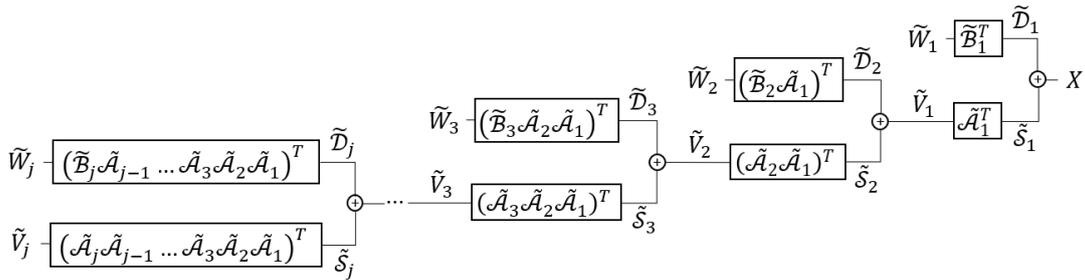


Figura 3.23 - Etapa da síntese da MRA da TWDR (Elaboração do autor)

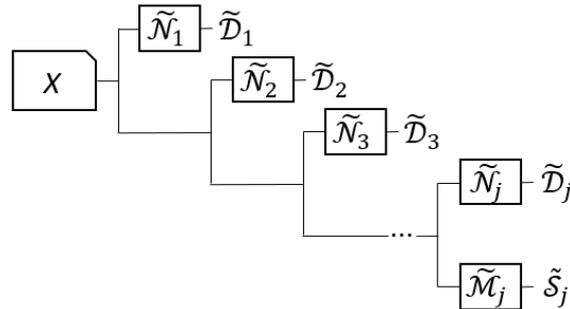


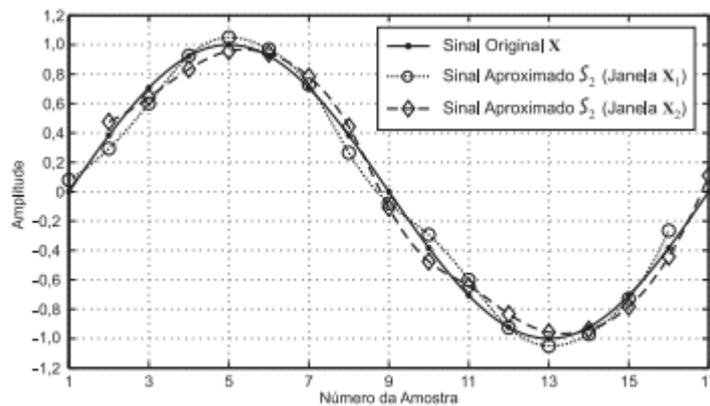
Figura 3.24 - Algoritmo piramidal da MRA da TWDR (Elaboração do autor)

3.3.3. Diferenças entre TWD e TWDR

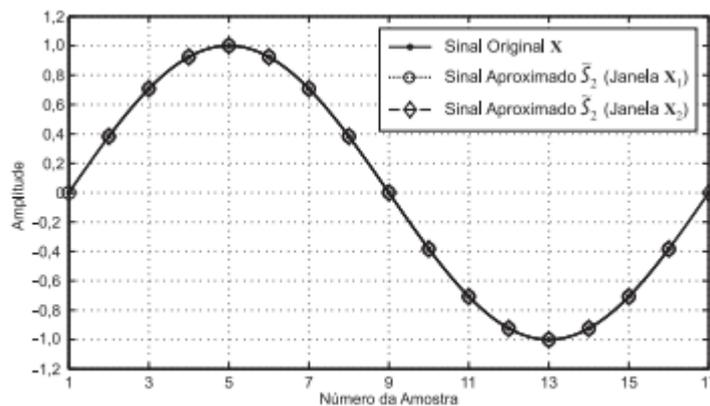
A transformada *wavelet* discreta redundante (TWDR), também chamada de não decimada, é uma versão modificada da TWD. A principal diferença, como sugere sua nomenclatura, é que não há decimação da série sob análise, característica que tira a restrição da série X possuir dimensão de potência de 2. É importante frisar que há um preço pela não decimação, sendo esse o aumento do tempo computacional. Enquanto a TWD mostra-se mais rápida que as transformadas rápidas de Fourier (FFT, do inglês *fast Fourier transform*), a TWDR possui tempo computacional similar, não sendo então um fator agravante de seu uso. Além disso, enquanto a TWD é uma transformada ortonormal, a TWDR é não ortogonal redundante e invariante no tempo. Outro ponto a ser abordado sobre a não redundância da TWD é que, o fato de ser necessário determinar um ponto de

partida para a série de dados X para que a decimação ocorra, pode ocasionar distorções do sinal gerado pela transformada, estando a TWDR isenta desse problema (Percival e Walden 2000).

Silva (2009) exemplifica a questão sobre a TWDR ser invariante no tempo. A partir de um sinal senoidal, foram consideradas duas janelas de dados, a primeira contendo amostras de 1 a 16 e a segunda contendo amostras de 2 a 17. Com isso, o autor ilustrou a aproximação \mathcal{S}_2 e $\tilde{\mathcal{S}}_2$, calculadas com a db8 e 2 níveis de resolução, na Figura 3.25. Nela, nota-se que a TWD apresenta distorções em relação ao sinal original, além das janelas divergirem entre si, mostrando o efeito da variação no tempo da transformada. Já a TWDR, por ser invariante, apresentou aproximações perfeitas para ambos os casos, sendo mais adequada para aproximação de sinais.



(a)



(b)

Figura 3.25 - Efeito da variação no tempo para: (a) TWD e (b) TWDR (Silva 2009)

A qualidade de filtragem também é um fator de grande influência na escolha entre a TWD e a TWDR. Como explicado anteriormente, a análise multiresolucional consiste em decompor um sinal em vários níveis de resolução, sendo reconstruído pela soma do aproximado com os detalhados. O aproximado, representado por \mathcal{M} e $\tilde{\mathcal{M}}$, respectivamente, detecta as lentas variações do sinal, enquanto o detalhado, \mathcal{N} e $\tilde{\mathcal{N}}$, capta

as rápidas variações, sendo esses conceitos diretamente relacionados à frequência. Logo, as matrizes da TWD, \mathcal{M} e \mathcal{N} , e da TWDR, $\tilde{\mathcal{M}}$ e $\tilde{\mathcal{N}}$, podem ser interpretadas como filtros, sendo os de lenta variação filtros passa baixa e os de rápida variação filtros passa alta. Na Figura 3.26, demonstrando três níveis de resolução, observa-se a resposta em frequência dos filtros da TWD e da TWDR, em que é possível observar uma qualidade superior de filtragem da TWDR, sendo isso devido à decimação da primeira transformada.

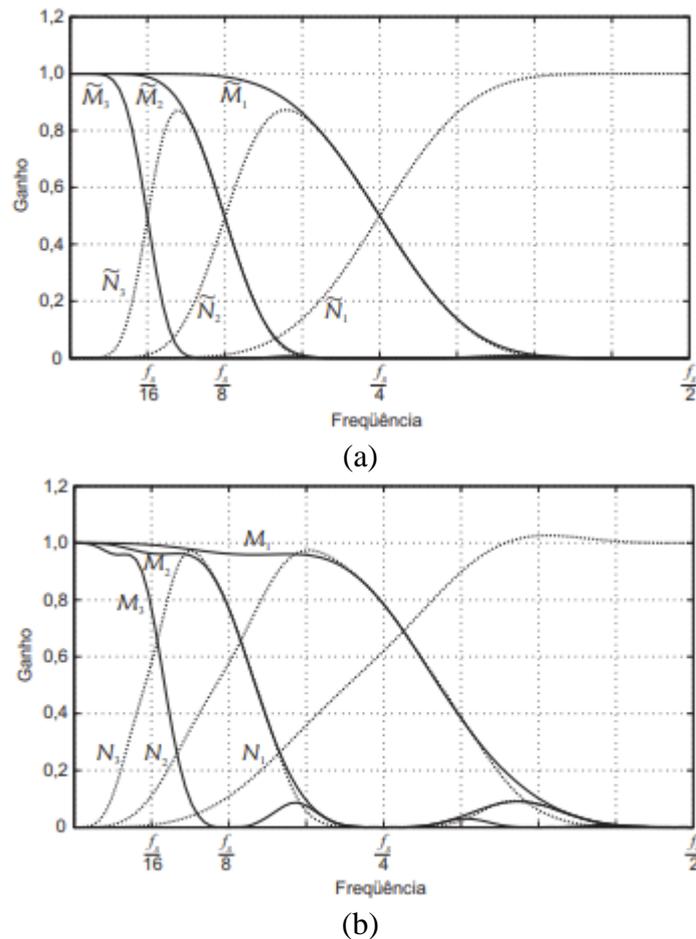


Figura 3.26 - Respostas em frequência dos filtros da (a) TWDR e (b) TWD (Silva 2009)

3.3.4. Escolha da *wavelet* mãe

Conforme explicam Rafiee *et al.* (2009), um dos grandes desafios da MRA é determinar qual a melhor *wavelet* mãe para o sinal a ser analisado, sendo essa uma questão em aberto, uma vez que não é verdadeira a ideia de que qualquer família pode ser utilizada para qualquer problema.

É necessário explicar que a natureza da *wavelet* mãe influencia diretamente na forma em que o sinal é detectado, uma vez que a singularidade tende a ter o mesmo formato da *wavelet* correspondente ao nível de resolução vigente. Essa propriedade

apresenta um desafio ao determinar o instante em que a falha foi realmente detectada, uma vez a forma do sinal varia dependendo da aplicação.

Para análise de sistemas transientes, principalmente com foco em detecção de falhas, a família Daubechies (db) é a mais indicada pela literatura. As famílias db4 e db6 mostraram-se eficientes para transientes rápidos e curtos, enquanto, para mais lentos, db8 e db10 são mais adequados (Megahed *et al.* 2008; Ngui *et al.* 2013). Em contrapartida, há uma discussão sobre a db8 ser mais eficiente que a db4 para eventos transientes por ser mais suave e oscilatória em sua natureza (Megahed *et al.* 2008).

3.4. FILTRO DIFFERENTIATOR-SMOOTHER

Originalmente proposto por Nathanson *et al.* (1969) e posteriormente aplicado à detecção de falhas em linhas de transmissão de energia por Ando *et al.* (1985), o filtro *differentiator-smoother* (DS) é uma técnica moderna e promissora para a detecção de singularidades em sinais. No entanto, há uma escassez de estudos sobre esse assunto dentro do ramo da engenharia elétrica e faltam aplicações em transientes hidráulicos.

O filtro DS é discreto, janelado e tem um formato semelhante a uma função degrau, sendo caracterizado por dois parâmetros: o número de coeficientes N_{DS} e o ganho G . Para sua implementação, N_{DS} deve ser ímpar, de modo que os primeiros $(N_{DS} - 1)/2$ coeficientes possuem um ganho de $-G$, um coeficiente central com ganho zero e os $(N_{DS} - 1)/2$ coeficientes subsequentes com ganho G . Schweitzer *et al.* (2014) explicam que essa construção do filtro permite uma fase de suavização seguida por uma fase de diferenciação durante o processo de filtragem. Os autores também demonstram que, para sinais em rampa, o sinal de saída é uma parábola, e o tempo de reflexão da singularidade é obtido pelo tempo do vértice da parábola. Ribeiro *et al.* (2018) demonstram que, para uma entrada em degrau, a saída apresenta um formato triangular, e a amplitude desse triângulo, ao seguir a relação $G = 2/N_{DS}$, é igual à da entrada, como é visto na Figura 3.27.

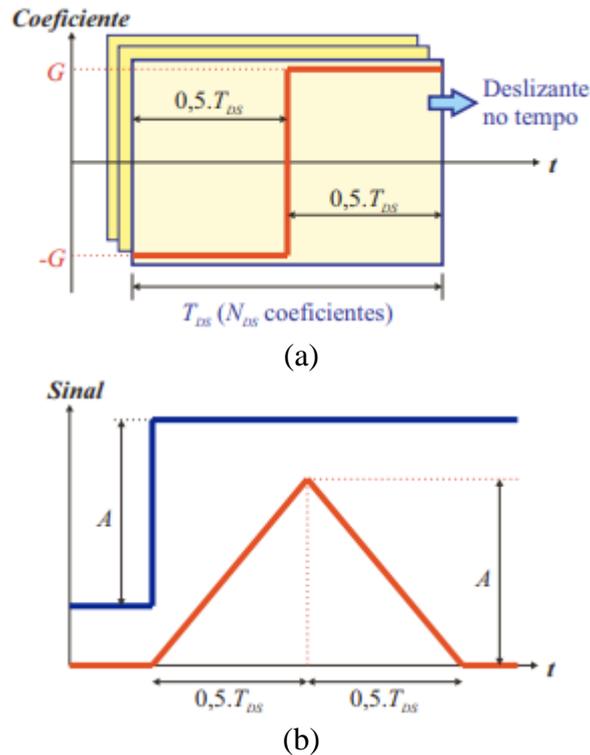


Figura 3.27 - (a) Janela de coeficientes do filtro DS; (b) Saída para função degrau (Lopes *et al.* 2019, adaptado)

Lopes *et al.* (2019) também mencionam que a janela do filtro DS é tipicamente definida em $20 \mu\text{s}$ para aplicações em campo na detecção de falhas em linhas de transmissão. Lopes *et al.* (2019) esclarecem que N_{DS} deve ser determinado dividindo o tempo de janela desejado T_{DS} pelo período de amostragem Δt . Além disso, enfatizam que T_{DS} deve ser selecionado de forma a evitar a sobreposição de variações do sinal, pois tal sobreposição seria prejudicial ao desempenho do filtro (Figura 3.28). Os autores também demonstram que, conforme mencionado anteriormente, quando a entrada consiste em sinais em rampa, a saída assumirá a forma de uma parábola e, à medida que a inclinação da rampa diminui, a parábola se torna mais dispersa, invalidando assim a equivalência da amplitude e comprometendo a detecção de singularidades. Por fim, destaca-se que as principais vantagens do filtro DS incluem sua facilidade de aplicação e saídas de limpa visualização. Mais informações sobre o filtro DS e suas aplicações podem ser encontradas em Schweitzer *et al.* (2016, 2018) e Lopes *et al.* (2022).

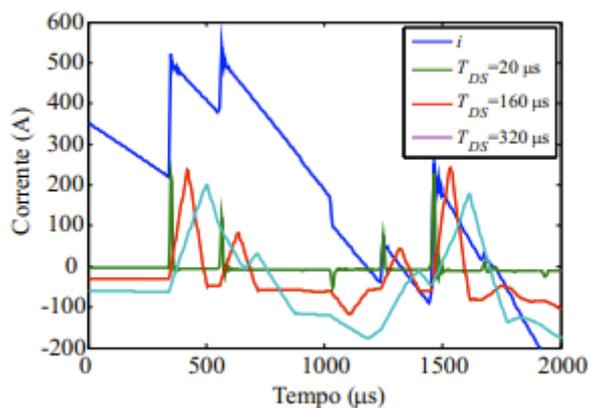


Figura 3.28 - Influência da escolha do N_{DS} (Lopes *et al.* 2019)

3.5. MÉTODOS BASEADOS NO TRANSIENTE HIDRÁULICO PARA DETECÇÃO DE VAZAMENTOS

Colombo *et al.* (2009) explicam que, por vazamentos serem um fenômeno hidráulico, é esperado que sejam detectados por meio de sua influência no comportamento do sistema no qual estão inseridos. Essa ideia não se aplica apenas a vazamentos, sendo estendida também, por exemplo, para bloqueios de seção, os quais provocam variações no sinal de pressão do transiente hidráulico devido ao efeito da reflexão da onda na singularidade. Outro efeito a ser considerado também é a maior atenuação, ou seja, decaimento, da onda de pressão na rede. Os efeitos estão representados pela Figura 3.29.

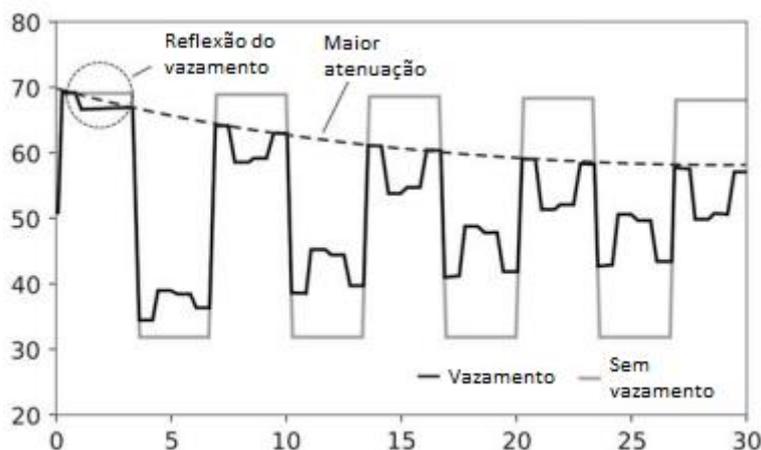


Figura 3.29 - Efeito dos vazamentos no sinal de pressão (Colombo *et al.* 2009, adaptada)

Dessa forma, diversos métodos foram desenvolvidos para aprimorar a detecção de vazamentos em redes hidráulicas por meio da análise de transientes. De modo geral, esses métodos podem ser classificados em duas categorias (Che *et al.* 2021): métodos baseados em modelagem hidráulica e métodos baseados em processamento de sinais.

Os métodos de modelagem hidráulica são baseados no método transiente inverso (MTI) para detecção de vazamentos e, geralmente, utilizam duas informações geradas por anomalias para a detecção: a reflexão e o amortecimento das ondas. O MTI envolve a modelagem numérica e representativa, geralmente pelo método das características (MOC), de um sistema real, onde variáveis de estado, como pressão e vazão, são conhecidas, e um algoritmo de otimização é aplicado para minimizar a diferença entre os dados calculados e experimentais a fim de determinar as incógnitas do sistema, como os vazamentos. Pudar e Ligget (1992) propuseram o MTI sob condições de fluxo em regime permanente e Ligget e Chen (1994) o aplicaram a regimes de fluxo transiente. Devido ao desafio de encontrar o mínimo global da função objetivo, com frequente convergência para mínimos locais, Vítkovský *et al.* (2000) aprimoraram o método incorporando um modelo de fricção não estacionária e algoritmos genéticos (AG) para solucionar o problema. Kapelan *et al.* (2003) melhoraram a técnica por meio da otimização híbrida, acoplando o AG ao principal algoritmo de otimização nesses estudos, o método de Levenberg-Marquardt (LM). Soares *et al.* (2007) aplicaram um modelo de viscoelasticidade ao modelo inverso para redes de tubulações plásticas. Referências adicionais podem ser encontradas em Covas e Ramos (2001, 2010), Vítkovský *et al.* (2001, 2002, 2007), Stephens *et al.* (2004, 2007), Taïeb e Taïeb (2009), Soares *et al.* (2011) e Meniconi *et al.* (2013).

A principal vantagem do MTI é sua aplicabilidade geral, pois depende apenas de um simulador hidráulico robusto. No entanto, esse fator também representa sua principal desvantagem, uma vez que modelar sistemas reais com exatidão apresenta desafios significativos, em que a dificuldade acresce conforme maior complexidade do sistema. É necessário um entendimento profundo de suas singularidades e condições de contorno, o que dificulta o desenvolvimento de um modelo preciso e representativo. Todos os casos mencionados acima são baseados no domínio do tempo. Lee *et al.* (2002) aplicaram o MTI no domínio da frequência analisando picos ressonantes por meio da função de resposta em frequência (FRF) (Mpesha *et al.* 2001, 2002), desenvolvendo assim o método da ressonância inversa. Considerando que o domínio da frequência é mais eficiente computacionalmente, Kim *et al.* (2014) introduziram o método da impedância, no qual o transiente é calculado no domínio da frequência e depois convertido para o domínio do tempo para posterior aplicação do MTI. Desenvolvimentos adicionais desse método podem ser encontrados em Kim (2014, 2017, 2018, 2020). Enquanto isso, Wang e Ghidaoui (2018a) desenvolveram o método do processamento de campo coincidente para

aplicação do MTI em todo o domínio da frequência. Esse método provou ser robusto e eficiente, embora tenha alta complexidade. Mais informações podem ser encontradas em Wang e Ghidaoui (2018b, 2019) e em Wang *et al.* (2019a; b).

Os métodos baseados em processamento de sinais são divididos em três subcategorias (Che *et al.* 2021): método da reflexão de onda transiente (MROT), método do amortecimento de onda transiente (MAOT) e método do padrão do pico de frequência (MPPF). A principal vantagem desses métodos é que não requerem modelagem hidráulica, tornando sua aplicação mais simples. No entanto, eles dependem da complexidade do sistema, pois as ondas refletidas por singularidades previstas ou a dissipação de energia em componentes da rede podem obscurecer ou impedir a identificação dos efeitos de reflexão e amortecimento gerados por vazamentos.

O MROT detecta anomalias com base nas ondas refletidas geradas por essas singularidades. Conhecendo a velocidade da onda e o tempo necessário para sua propagação, é possível determinar a localização da singularidade. Jönsson e Larson (1992) foram pioneiros na aplicação dessa técnica, seguidos por Jönsson (1995), Silva *et al.* (1996) e Brunone (1999). Vale ressaltar que o MROT pode atuar separadamente com outras técnicas, como MROT para localização de vazamentos e MTI para quantificação de vazamentos (Brunone e Ferrante 2001), ou ser acoplado para aprimorar sua aplicação, como na função de resposta ao impulso (FRI) (Liou 1998; Vítkovský *et al.* 2003; Kim 2005; Lee *et al.* 2007a), correlação cruzada (Beck *et al.* 2005; Tang *et al.* 2009), transformada *wavelet* (TW), a qual será abordada em mais detalhes (Stoianov *et al.* 2000, 2001, 2002; Al-Shidhani *et al.* 2003; Ferrante e Brunone 2003; Ferrante *et al.* 2007, 2009a; b; Meniconi *et al.* 2011; Srirangarajan *et al.* 2013; Amin *et al.* 2014; Rashid *et al.* 2014; Butterfield *et al.* 2015; Hamat *et al.* 2017; Hanafi *et al.* 2021; Lee *et al.* 2021; Rad *et al.* 2024), análise de cepstrum (Beck *et al.* 2004; Taghvaei *et al.* 2006; Hanafi *et al.* 2017), transformada de Hilbert (Ghazali *et al.* 2010), somas cumulativas (Lee *et al.* 2007b) e coeficientes de reflexão de onda (Zhang *et al.* 2023).

O MAOT, por sua vez, baseia-se na análise do amortecimento da pressão, pois as singularidades modificam seu padrão. Inicialmente proposto por Wang *et al.* (2002), foi posteriormente estudado por Nixon *et al.* (2006), Brunone *et al.* (2018) e Capponi *et al.* (2020).

Por fim, o MPPF analisa os padrões gerados pelos picos ressonantes da FRF do sistema, que diferem dos casos sem vazamento. O primeiro estudo sobre esse método foi realizado por Lee *et al.* (2005a), sendo aprofundado por Lee *et al.* (2005b), Lee *et al.*

(2006), Sattar e Chaudhry (2008), Duan *et al.* (2011, 2012), Gong *et al.* (2013, 2014), Duan (2017) e Pan *et al.* (2021).

Outros diversos estudos também devem ser reconhecidos. Em relação a métodos menos abordados, destacam-se o método da diferença de onda estacionária (Covas *et al.* 2005a), a detecção de vazamentos usando recozimento simulado (Huang *et al.* 2015), a transformação adimensional para o esquema do método das características (MOC) (Bohorquez *et al.* 2019), o FRI emparelhado (Zeng *et al.* 2020, 2025), o MOC direto e reverso (Pan *et al.* 2022), a energia do transiente (Pan *et al.* 2023), a fusão de dados (Li e Zhang 2024) e o uso da desaceleração repentina durante *pigging* para geração de transientes (Zhang *et al.* 2025).

É importante mencionar também que, nos últimos anos, a área de inteligência artificial (IA) tem recebido atenção crescente para aplicação na detecção de vazamentos, como demonstrado em Bohorquez *et al.* (2020, 2022), Liao *et al.* (2021), Ayati *et al.* (2022), Ayati e Haghghi (2023), Capponi *et al.* (2024), Siddique *et al.* (2024), Tajalli *et al.* (2024) e Waqar *et al.* (2025).

Agora, mais especificamente sobre a TW, a implementação da TWD em artigos da área da engenharia hidráulica, no âmbito da detecção de vazamentos em sistemas hidráulicos, foi inicialmente proposta por Stoianov *et al.* (2000). No experimento, por meio da utilização da TWD, mais especificamente das famílias db4 e biortogonal BIOR 1.5 com 3 níveis de resolução, acopladas com redes neurais e lógica *fuzzy*, verificou-se, em uma rede hidráulica urbana de menor porte na Inglaterra, é possível detectar falhas no sistema por meio de seu sinal de pressão gerado por um transiente hidráulico e coletado por telemetria, comparando o sinal de um cenário ideal com outro apresentando falhas na rede. Os autores reforçam que as *wavelet* são uma boa ferramenta para detectar tanto tendências no sinal quanto mudanças abruptas, essas geradas por falhas. Stoianov *et al.* (2001) continuaram a linha de pesquisa em uma rede hidráulica de laboratório localizada na Imperial College. Os autores explicam que, no período da pesquisa, modelos numéricos representativos ainda estavam em desenvolvimento, principalmente acerca da viscoelasticidade, sendo então o MTI uma técnica de difícil aplicação, havendo necessidade de recorrer a outras formas de análise do evento. Assim, aplicando a TWD por meio da db8 e 8 níveis de resolução em conjunto com redes neurais artificiais, é mostrado que, além da detecção, foi possível realizar a localização e quantificação com erros dentro do aceitável. Nota-se, porém, que para baixas vazões de fuga, o modelo não apresentou bons resultados.

Ferrante e Brunone (2003) e Brunone e Ferrante (2004) utilizaram a TWC como forma de localização de vazamentos. Para isso, foram utilizados coeficientes em sua formulação contínua e uma aproximação que torna o sinal discreto em um sinal contínuo. A saída da TWC se dá na forma de um mapa de calor, no qual é possível observar os pontos em que foi detectado o vazamento e, assim, a partir do tempo de viagem da onda refletida pela falha, estimar a localização de onde a onda foi gerada.

Ferrante *et al.* (2007) deram prosseguimento à linha de pesquisa, aplicando, ambas TWC e TWD, com as famílias db, em um sinal gerado numericamente pelo MOC baseado em uma rede hidráulica experimental com vazamento. Para o sinal sem ruído, observaram que a TWC apresentou performance melhor que a TWD por ter o espectro mais regular, ainda que com elevado tempo computacional. Além disso, notaram que, como o sinal não possuía ruídos, ou seja, as descontinuidades eram bem delimitadas, as famílias db com menor número de coeficientes apresentaram melhor resultado, sendo a db1 (Haar) mais eficiente em detectar vazamentos sem falsos positivos. Em seguida, os mesmos testes foram realizados para um sinal com ruído induzido, em que os autores explicaram que, geralmente, se originam em erros de medição randômicos e turbulência. A partir de um processo de filtragem do ruído, foi possível obter um sinal com mais claras indicações de descontinuidades, obtendo resultados similares ao caso anterior. Por fim, de maneira similar, foi aplicada a CWT no sinal experimental coletado na rede e registrado resultados satisfatórios para sua capacidade de localização.

Visto isso, Ferrante *et al.* (2009a) aplicaram a TWMZ (transformada *wavelet* de Mallat e Zhong), sendo uma variação da TWC em que possui uma característica de filtragem de ruído antes de ser aplicada. Acoplando a TWMZ com o modelo Lagrangiano de simulação hidráulica para uma rede laboratorial e outra real ramificada, ambas com vazamento, foi verificado o potencial do método para detecção de falhas. Mais aplicações da TWMZ podem ser encontradas em Ferrante *et al.* (2009b). Meniconi *et al.* (2011b) reforçam a questão da importância de o sinal possuir descontinuidades bruscas, por exemplo geradas por fechamento instantâneo de válvula, as quais são mais facilmente detectáveis quando comparadas a descontinuidades suavizadas, essas geradas por fechamentos com maior duração de tempo. Visto isso, com o objetivo de diagnosticar falhas em sistemas hidráulicos por meio de ondas de pressão com baixa amplitude e com descontinuidades bem delimitadas, foi utilizado um equipamento gerador de ondas de pressão portátil (PPWM, do inglês *portable pressure wave maker*). Utilizando a TWMZ, é corroborado que, por meio da detecção dos tempos de chegada das ondas refletidas, essa

transformada mostrou-se adequada. Outros estudos de caso, seguindo essa linha de pesquisa, são encontrados em Meniconi *et al.* (2011a).

Já no âmbito da engenharia mecânica e elétrica, Al-Shidhani *et al.* (2003) também apresentam um estudo de detecção de vazamentos em redes hidráulicas. Por meio da aplicação da db4 com 12 níveis de resolução e variando a resistência de uma junção localizada na tubulação, foi mostrado que, além da detecção mais clara a partir da TWD em comparação com a análise temporal do sinal de pressão, a resistência aplicada na junção assume importante papel, em que resistências mais fracas, liberando mais a vibração da tubulação, promovem picos menores na análise do sinal, e, portanto, diminuem a capacidade de detecção. Foi explicado também que os maiores níveis de resolução da TWD estão interligados com as singularidades de falhas, como vazamentos.

Tang *et al.* (2009) propuseram o uso da TWD, mais especificamente a db4 com 5 níveis de resolução para retirar o ruído de dois sensores para analisar seus sinais de pressão com vazamentos, e, a partir do uso da função máxima verossimilhança, obter a localização precisa da falha por meio da correlação cruzada dos sinais. Djeziri *et al.* (2012) explicam que métodos de processamento de sinais possuem a vantagem de serem de fácil aplicação e de não necessitarem grande quantidade de sensores de pressão. Dessa forma, similarmente ao experimento de Tang *et al.* (2009), foi utilizada uma rede laboratorial com dois sensores de pressão. A TWD foi aplicada para retirar o ruído do sinal, mas mantendo sua informação acerca do vazamento, sendo então acoplada a transformada de Fourier e correlação cruzada para localizar a posição da falha.

De maneira similar, Srirangarajan *et al.* (2013) também utilizaram a TWD com essa finalidade, aplicando a db1 com 4 níveis de resolução e utilizando os últimos 2 níveis do detalhe para extrair as mudanças bruscas no sinal em uma rede de distribuição de água. Reiterando, Rashid *et al.* (2014) mostraram que a família de *wavelets* Daubechies se mostrou a melhor para decompor um sinal, retirando seu ruído no processo de MRA, fator decisivo para melhorar velocidade e acurácia dos algoritmos de detecção em redes complexas.

Finalmente em relação às TW, mais recentemente, Hanafi *et al.* (2021), aplicando a TWC com a família Morlet, reafirmaram sua capacidade de detecção de vazamentos de baixa intensidade, além de bons resultados em retirada do ruído do sinal. Já Park *et al.* (2021), ao analisarem redes enterradas com grande presença de vibração, pontuaram que a TWC não é eficiente para monitoramento em tempo real, mas, por outro lado, seria mais eficiente que métodos de correlação cruzada. Outros exemplos de aplicação da TWC e

suas variações, como harmônica, *synchrosqueeze* e padrão, podem ser encontrados em Hu *et al.* (2011), Amin *et al.* (2014) e Hamat *et al.* (2017), respectivamente.

Além disso, várias discussões têm sido exploradas na literatura. Brunone e Ferrante (2004) apresentaram uma discussão sobre o uso de métodos baseados no domínio do tempo, domínio da frequência e *wavelets*, destacando suas respectivas vantagens e desvantagens. Duan *et al.* (2010) explicaram os efeitos da reflexão e do amortecimento causados por singularidades e sua relevância para os métodos de detecção. Lee *et al.* (2013) elucidaram a análise de falhas nos domínios do tempo e da frequência, oferecendo detalhes sobre a formulação de equações, desenvolvimento e interpretação de resultados. Wang *et al.* (2020) investigaram o uso de múltiplas simulações em regime transiente para minimizar detecções falsas. Zhang *et al.* (2022) focaram na análise da dominância de vários parâmetros relacionados à aplicação do método de reflexão de ondas transientes. Revisões mais aprofundadas podem ser encontradas em Wang *et al.* (2001), Colombo *et al.* (2009), Puust *et al.* (2010), Xu e Karney (2017), Ayati *et al.* (2019) e Che *et al.* (2021).

3.6. SÍNTESE

Diversas áreas do conhecimento foram abordadas neste capítulo de fundamentação teórica e revisão bibliográfica, iniciando na área de hidráulica, com os conceitos iniciais de escoamento em regime transiente e como podem ser simulados computacionalmente por meio do MOC, assim como os novos modelos que incorporam esse método com o intuito de torná-lo mais representativo. Em seguida, métodos de otimização foram explicados a fim de mapear uma de suas diferentes formas de classificação e de forma a apresentar os conceitos de busca local e global de soluções ótimas, assim como seus principais representantes que são de interesse desta pesquisa.

Em seguida, a transformada *wavelet* e o filtro DS foram introduzidos como ferramentas de grande aplicabilidade para processamento de sinais. Por fim, foi feito um apanhado geral de uma grande gama de métodos de detecção de vazamentos com base em análise do escoamento em regime transiente.

Dessa forma, este capítulo serve como uma base conceitual para a pesquisa, apresentando os fundamentos, aplicações e inovações da literatura, permitindo melhor compreensão do método científico apresentado a seguir.

4. MÉTODO CIENTÍFICO

O objetivo principal do estudo é avaliar a utilização de filtros digitais no âmbito da detecção, localização e quantificação de vazamentos. Essa aplicação foi feita de duas maneiras: (i) filtragem dos sinais de pressão experimentais e extração de informações por meio dos filtros digitais TWD, TWDR e filtro DS, possibilitando apenas a detecção e localização dos vazamentos; e (ii) a união dessas ferramentas com o MTI com o resultado da filtragem, tornando possível também a quantificação dos vazamentos. Os sinais de pressão experimentais são secundários, ou seja, foram fornecidos de experimentos anteriores em redes metálica e plástica, os quais são abordados na próxima seção.

Assim, primeiramente foi desenvolvido o simulador hidráulico para posterior aplicação do MTI. Para que seja uma rotina computacional capaz de representar vazamentos em regime transiente, foram implementados o fator de atrito variável, a viscoelasticidade da tubulação e a formulação de vazamentos não nodais. Suas respectivas verificações foram realizadas utilizando os perfis de pressão de dados experimentais secundários de redes metálica e plástica, como mostra a Figura 4.1.

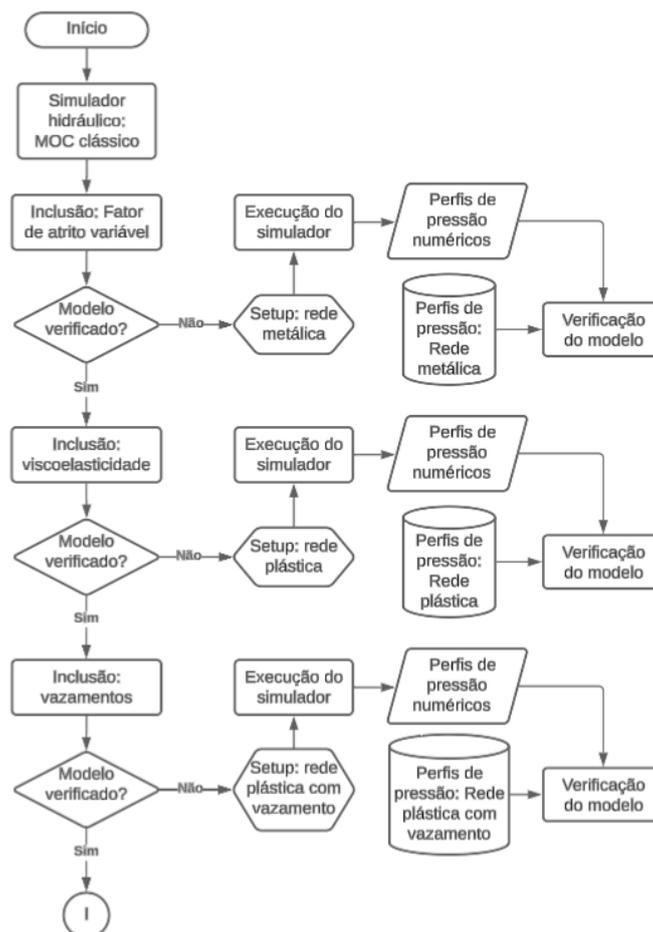


Figura 4.1 - Desenvolvimento do simulador hidráulico

Em seguida, conforme Figura 4.2, foram utilizados os filtros digitais TWD, sua variante TWDR e filtro DS para filtragem dos sinais experimentais. Dessa forma, caso apresentem bons resultados, é obtida a informação referente à posição do vazamento por meio da estimativa do tempo de viagem da onda refletida baseada no resultado da extração de singularidades de cada filtro.

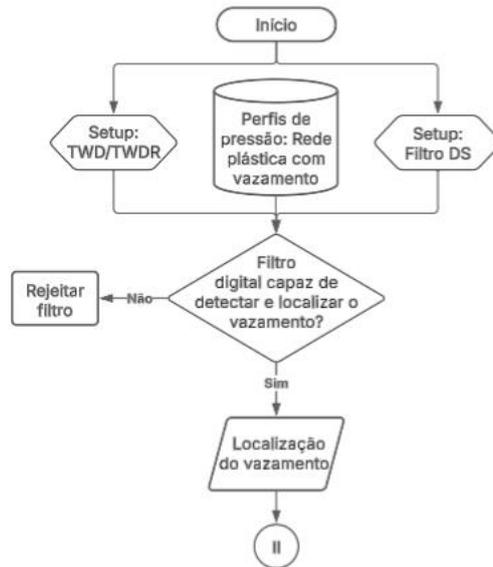


Figura 4.2 - Aplicação dos filtros digitais

Por fim, para a aplicação do MTI, foram realizados três diferentes cenários: atuação apenas do AG para localização e quantificação do vazamento; utilização da localização do vazamento pelos filtros digitais (FD) como informação prévia para estimativa inicial do AG; e em esquema híbrido, também utilizando a informação prévia da filtragem do sinal, em que foi iniciada a busca com AG, com a finalidade de aproximar a melhor solução, e posterior implementação do algoritmo LM para convergência final. O fluxograma dessa etapa está conforme Figura 4.3.

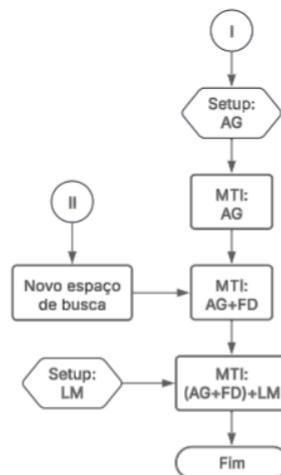


Figura 4.3 - Aplicação do MTI

Portanto, no presente capítulo, são apresentados os procedimentos, parâmetros e variáveis empregados para a geração dos resultados. Primeiramente, são descritas as redes experimentais, fontes dos dados experimentais secundários, que foram utilizadas como referência para avaliação das soluções. Em seguida, é descrito o desenvolvimento do modelo hidráulico responsável pela simulação do escoamento em regime transiente, incluindo suas condições de contorno, implementação dos efeitos dinâmicos e etapas para verificação da representatividade do modelo. São dispostos também os parâmetros utilizados nos filtros digitais e a operação dos métodos de otimização. Por fim, são descritos detalhes acerca do código utilizado.

4.1. REDES EXPERIMENTAIS

4.1.1. Rede hidráulica com condutos metálicos

Localizada no Laboratório de Hidráulica do Instituto Superior Técnico, em Lisboa, Portugal, essa rede segue o modelo RTV. Consiste em uma tubulação reta de cobre, comprimento total de 15,22 m, diâmetro interno de 20 mm e espessura de 1 mm. Também possui duas válvulas a jusante, uma responsável por gerar o transiente, outra por controlar a vazão. A rede é abastecida por um tanque hidropneumático de 60 L a montante. A rede descrita acima é demonstrada na Figura 4.4.

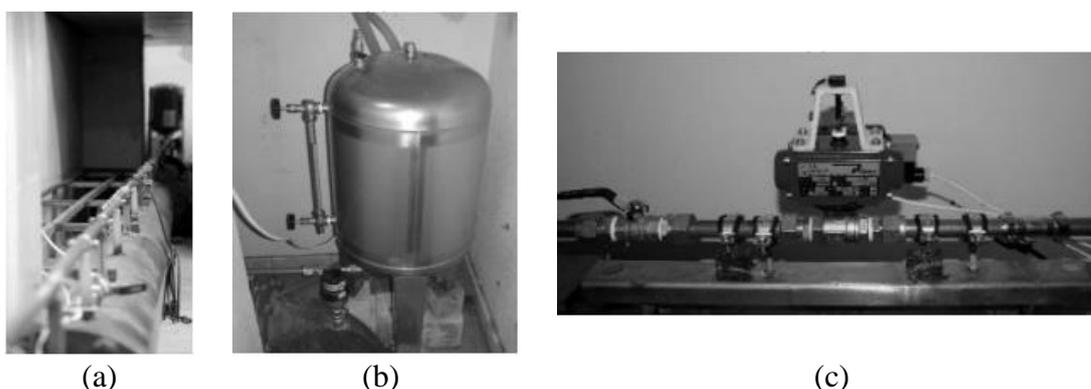


Figura 4.4 - (a) Conduto de cobre; (b) tanque hidropneumático à montante; e (c) válvulas a jusante (Soares *et al.* 2015)

O sinal de pressão foi adquirido por um sistema composto por dois transdutores de pressão do tipo *strain-gauge*, localizados na extremidade a jusante e no ponto médio da tubulação, um osciloscópio para leitura dos transdutores e um sincronizador de disparo, para que a coleta de dados inicie exatamente quando o evento passa a ocorrer. Mais detalhes podem ser encontrados em Soares *et al.* 2015 e Martins *et al.* (2016).

A rede em questão foi utilizada para a verificação da implementação do fator de atrito variável a partir de dados de pressão coletados, pelo transdutor a jusante, durante um transiente hidráulico, uma vez que, na ausência da viscoelasticidade, é possível a análise isolada do efeito dissipador. Foram disponibilizadas três simulações em regime transiente para a rede de cobre. Todas as simulações possuem velocidade da onda $a = 1255$ m/s, rugosidade da tubulação $\varepsilon = 1e-6$ m, massa específica da água $\rho = 1000$ kg/m³ e viscosidade cinemática da água $\nu = 1e-6$ m²/s. O valor da vazão em regime permanente (Q_0) e a carga de pressão em regime permanente (H_0) estão conforme Tabela 4.1, enquanto os respectivos perfis de pressão estão conforme Figura 4.5, Figura 4.6 e Figura 4.7.

Tabela 4.1 - Vazões e pressões das simulações experimentais em rede metálica

Simulação Experimental - Casos	Q_0 (10^{-3} L/s)	H_0 (m ²)
I	85,005	45,596
II	109,105	45,606
III	133,004	44,605

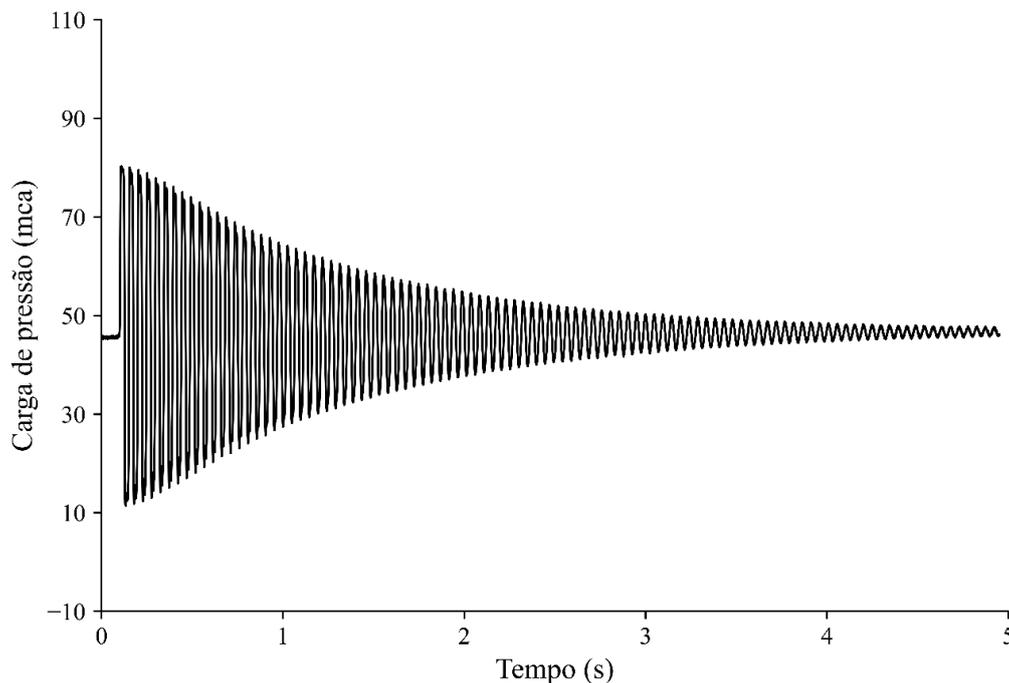


Figura 4.5 - Simulação experimental da rede de cobre: Caso I (Elaboração do autor)

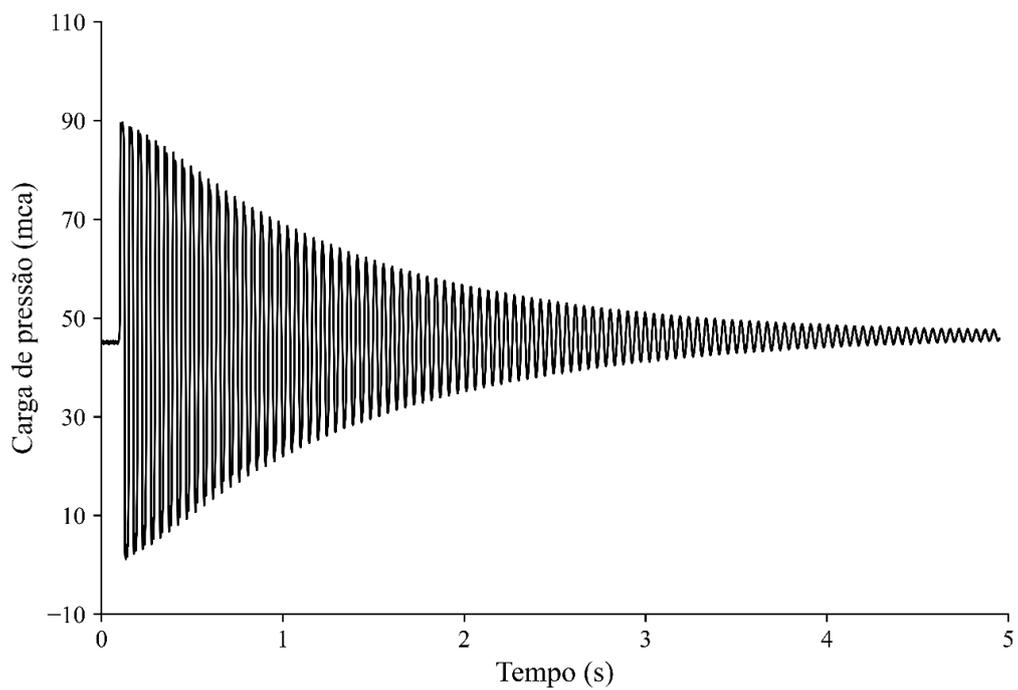


Figura 4.6 - Simulação experimental da rede de cobre: Caso II (Elaboração do autor)

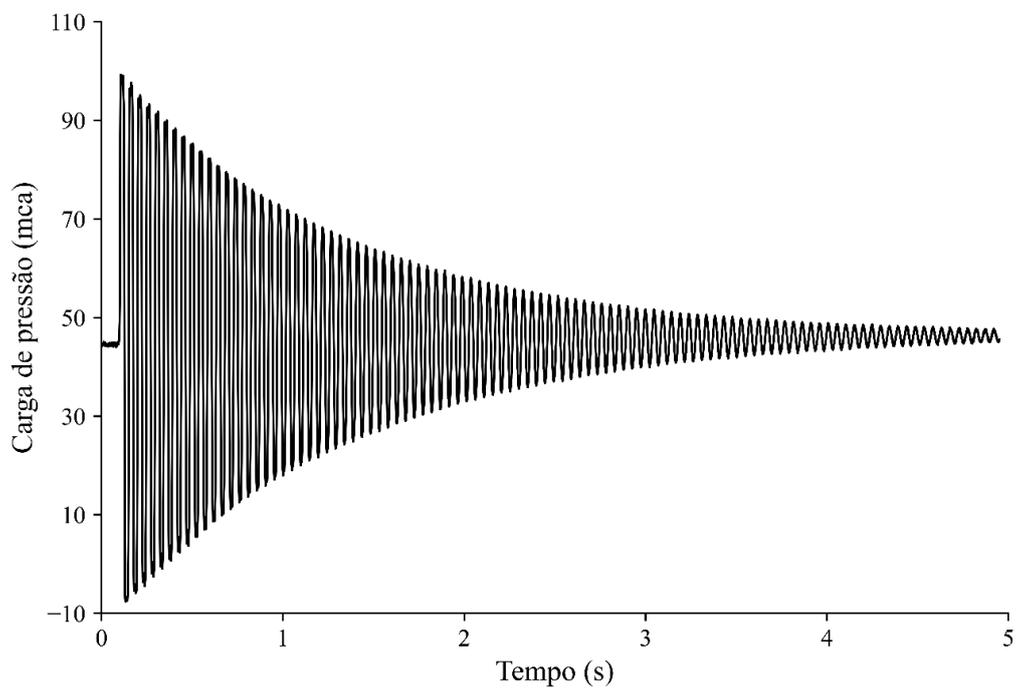


Figura 4.7 - Simulação experimental da rede de cobre: Caso III (Elaboração do autor)

4.1.2. Rede hidráulica com condutos plásticos

A rede com condutos plásticos, localizada no Imperial College, Londres, Inglaterra, é construída em polietileno de alta densidade (PEAD) no modelo RTV. Consiste em sete *loops*, um acima do outro, utilizando curvas longas de 90°, com diâmetro nominal de 63 mm e espessura de 6,25 mm, resultando em um diâmetro interno de 50,6 mm. Possui comprimento total de 277 m, sendo o efetivo de 271,8 m. A tubulação é fixada em uma estrutura de concreto com abraçadeiras de plástico a cada 1 m e com estruturas metálicas nas curvas para prevenir movimento axial. No fim da rede, há duas válvulas, uma para gerar o transiente, outra para controlar a vazão, e é abastecida por um tanque hidropneumático de 750 L de volume a montante. A visão esquemática da rede está disposta na Figura 4.8.

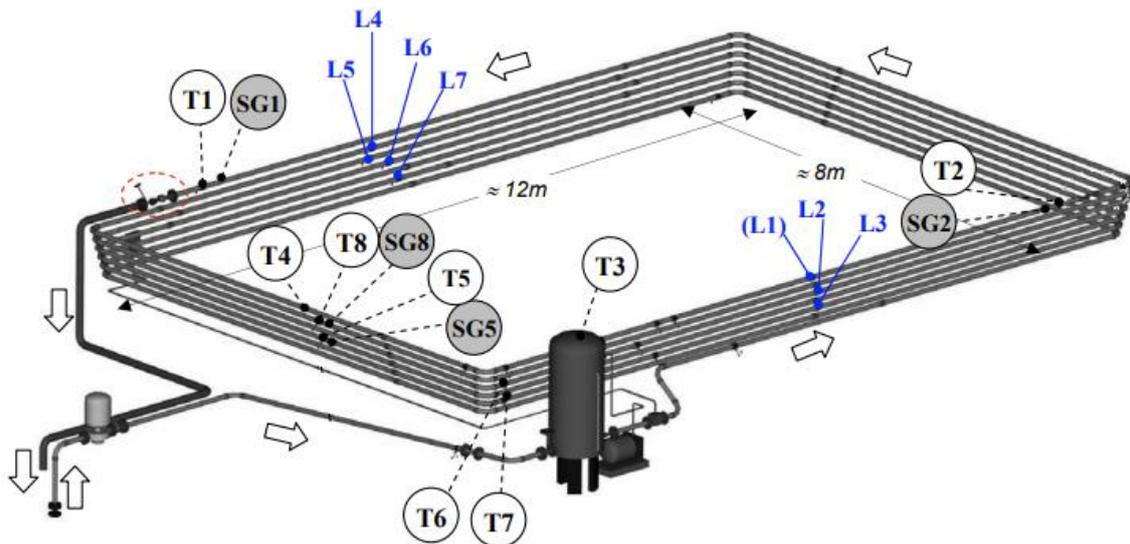


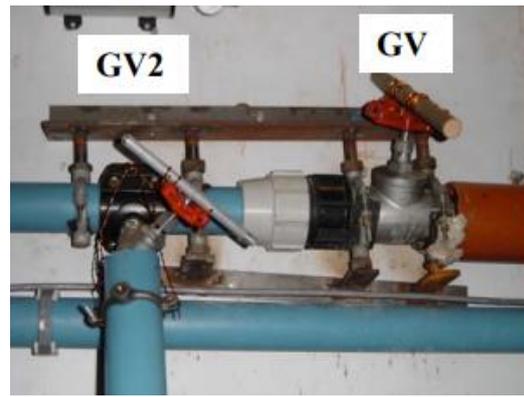
Figura 4.8 - Desenho esquemático da rede de PEAD (Covas 2003, adaptado)

Por ser uma rede mais complexa, com diversos dispositivos instalados e utilizada para outras análises além do abordado no vigente estudo, serão pontuados apenas os detalhes mais relevantes. Assim, na Figura 4.8, a nomenclatura “T” corresponde a transdutor de pressão, “SG” a transdutor do tipo *strain-gauge*, “L” a locais em que foram simulados vazamentos e o círculo vermelho no canto superior direito indica duas válvulas globo, GV e GV2, a jusante da rede. Esses componentes e outros citados anteriormente estão dispostos na Figura 4.9.

Para o presente estudo, foram utilizados os sinais de pressão coletados ao fim da rede pelo transdutor T1. Além disso, os vazamentos simulados ocorreram nas posições L2 (162,48 m), L3 (82,86 m) e L4 (227,38 m).



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 4.9 - (a) Tanque hidropneumático; (b) Válvulas globo a jusante da rede; (c) Transdutores de pressão a jusante da rede; (d) curvas longas; (e) e (f) locais de simulação dos vazamentos (Covas 2003, adaptado)

Mais detalhes acerca da construção, desafios e operação da rede podem ser encontrados em Covas (2003).

A verificação do modelo viscoelástico foi feita utilizando o sinal de pressão da rede hidráulica descrita acima, obtido durante a ocorrência de transiente hidráulico, conforme Figura 4.10. É importante explicar que o tanque hidropneumático não é capaz de simular perfeitamente um reservatório de nível fixo. Dessa forma, foi percebido um leve aumento da carga de pressão fornecida durante o decorrer do experimento, essa curva que foi medida pelo ponto T3 e está presente também na Figura 4.10 pela curva tracejada.

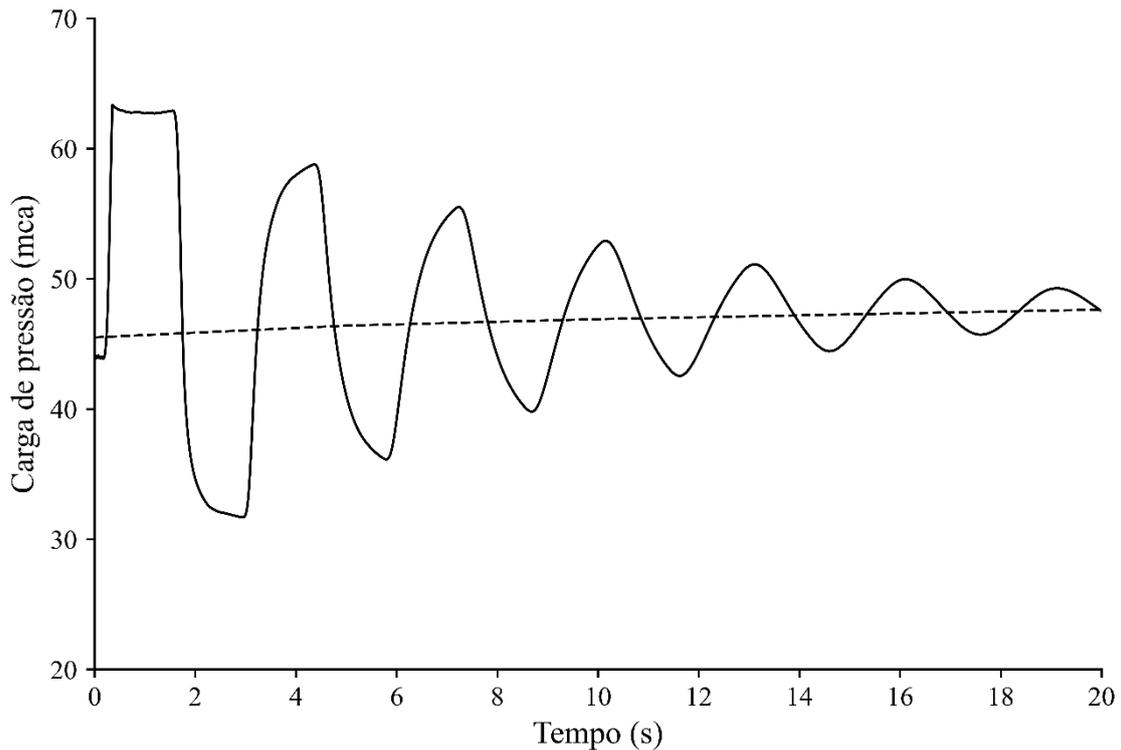


Figura 4.10 - Simulação experimental da rede de PEAD: Caso sem vazamento para $Q_0 = 1 \text{ L/s}$ (Elaboração do autor)

Além disso, também em regime transiente, foram simulados experimentalmente vazamentos em diferentes posições e magnitudes, os quais seus respectivos dados de pressão foram utilizados para as simulações numéricas de detecção e localização de vazamentos. As simulações disponibilizadas estão dispostas na Tabela 4.2, em que L_{vaz}^{real} indica a posição do vazamento real, Q_{L0} a vazão inicial do vazamento e $C_d A_L^{real}$ o coeficiente do vazamento real. Covas (2003) estimou, por meio de medições de tempo de viagem entre transdutores localizados na rede experimental, os limites inferiores e superiores para o valor da velocidade de propagação da onda, sendo esses a_{inf} e a_{sup} , respectivamente.

Para os outros valores, tem-se: vazão em regime permanente $Q_0 = 1 \text{ L/s}$, rugosidade da tubulação $\epsilon = 0,1 \text{ mm}$, massa específica da água $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, viscosidade cinemática da água $\nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ e coeficiente de Poisson da tubulação $\nu = 0,4$.

Os perfis de pressão dos casos 1, 4 e 7 e dos casos 2 ao 6 estão conforme Figura 4.11 e Figura 4.12, respectivamente. Os gráficos estão normalizados para melhor visualização.

Tabela 4.2 - Parâmetros das simulações experimentais da rede de PEAD com vazamento

Simulação Experimental - Casos	L_{vaz}^{real} (m)	Q_{L0} (L/s)	$C_d A_L^{real}$ (10^{-5} m^2)	a_{inf} (m/s)	a_{sup} (m/s)
1	82,86	0,34	1,210	374	407
2		0,12	0,424	375	408
3		0,25	-	-	-
4	162,48	0,34	1,210	373	394
5		0,45	-	-	-
6		0,54	1,890	370	408
7	227,38	0,34	1,210	364	394

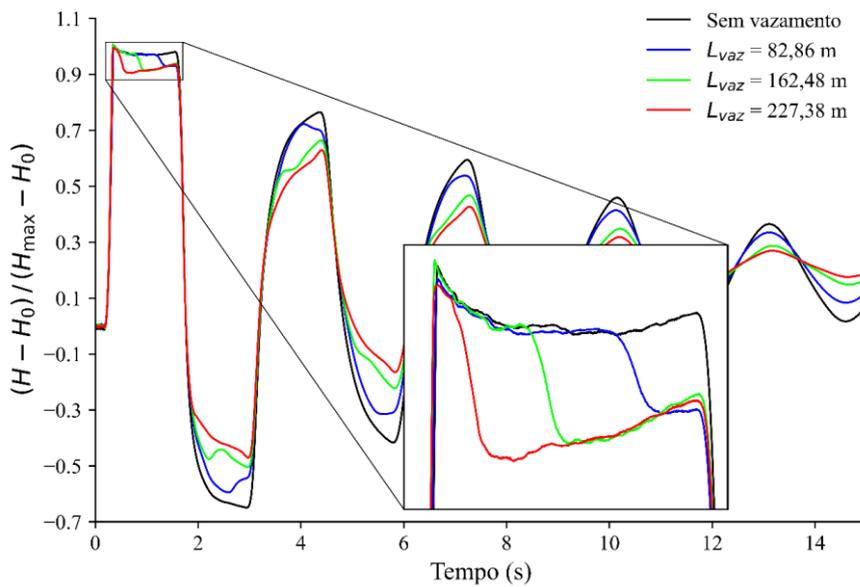


Figura 4.11 - Perfis de pressão dos casos 1, 4 e 7 (Elaboração do autor)

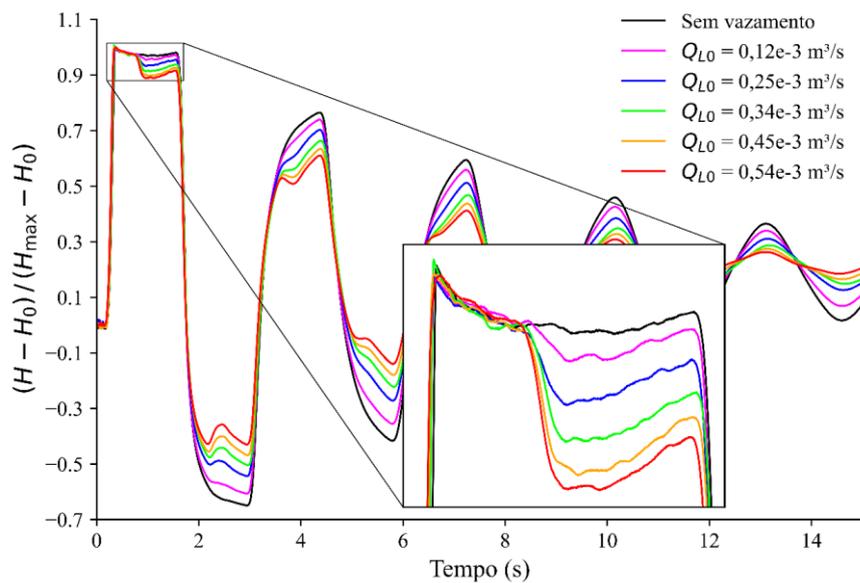


Figura 4.12 - Perfis de pressão dos casos 2 ao 6 (Elaboração do autor)

4.2. SIMULADOR HIDRÁULICO

O simulador hidráulico foi desenvolvido utilizando o MOC para o cálculo do transiente. Primeiramente foi implementado o modelo da coluna elástica clássica, para então serem acoplados os modelos de fator de atrito variável de Vardy *et al.* (1993) e modelo viscoelástico. Dessa forma, foram utilizadas as condições de contorno de reservatório de nível fixo a montante (3.11) e válvula com descarga livre a jusante (3.17), sendo o equacionamento dos pontos internos da malha conforme seção 3.1.4.

Como explicado anteriormente, o modelo do fator de atrito variável foi verificado bom base nos gráficos das Figura 4.5, Figura 4.6 e Figura 4.7. Enfatiza-se que o modelo não necessita de calibração. O modelo viscoelástico, por sua vez, foi verificado com base no perfil de pressão da Figura 4.10. O fator de atrito variável e o modelo viscoelástico alteram a forma de onda do transiente de maneira similar, gerando a atenuação dos picos de pressão e atraso na propagação da onda. Assim, o modelo viscoelástico pode ser calibrado sem considerar o fator de atrito variável, em que, durante o processo de calibração, os parâmetros do modelo são ajustados para compensar essa ausência, ou então considerando o fator de atrito variável, e, por consequência, obtendo valores diferentes para os parâmetros do modelo viscoelástico, os quais resultariam em menor atenuação e atraso da onda. Admitindo 3 elementos Kelvin-Voigt, conforme Covas (2003), com fluência elástica $J_0 = 0,7 \text{ GPa}^{-1}$, os valores dos parâmetros do modelo viscoelástico para os dois casos, obtidos também de Covas (2003), são:

Tabela 4.3 - Valores dos parâmetros τ_k e J_k

Modelo	$J_k (10^{-9} \text{ Pa}^{-1})$		
	$\tau_1 = 0,05 \text{ s}$ (10^{-10})	$\tau_2 = 0,5 \text{ s}$ (10^{-10})	$\tau_3 = 10 \text{ s}$ (10^{-10})
Viscoelástico	1,040	1,240	4,100
Fator de atrito variável + Viscoelástico	0,801	1,100	5,660

Por último, foi implementada a formulação de vazamentos não nodais descrita na seção 3.1.5, válida para qualquer local contido na malha interna de cálculo. A verificação desse modelo foi feita com base nos perfis da Figura 4.11 e da Figura 4.12.

4.3. FILTROS DIGITAIS

Para processamento do sinal de pressão e extração de singularidades (vazamento), foram utilizados a TWD, a sua variante TWDR e o filtro DS. Primeiramente os métodos foram testados no cenário de vazamento teórico da rede de cobre, visando um entendimento prévio enquanto em um cenário ideal. Em seguida, foram empregados para as simulações experimentais da rede de PEAD, representadas na Figura 4.11 e Figura 4.12.

A localização do vazamento se deu pelo tempo de viagem da onda de reflexão gerada pela singularidade. Uma vez que a velocidade da onda pode ser considerada constante para uma boa aproximação, é possível aplicar o conceito de movimento uniforme para a estimativa da posição. Sabendo o tempo de início do transiente (t_1) e o tempo de detecção da onda refletida pelo vazamento (t_2), a equação 4.1 fornece a posição do vazamento:

$$L_{vaz} = a \frac{t_2 - t_1}{2} \quad 4.1$$

Ambas TWD e TWDR dependem do nível de resolução e da família *wavelet* escolhida. Assim, para o vazamento teórico, foram utilizados 3 níveis de resolução, enquanto para as simulações experimentais de vazamento, foram utilizados 8 níveis de resolução. Todas as filtragens utilizando a TW foram realizadas com a família db4. O filtro DS, por sua vez, depende do tamanho da janela deslizante do filtro e do ganho dos coeficientes. A janela adotada foi de $N_{DS} = 25$ amostras, para uma taxa de amostragem de $\Delta t = 1/600$ segundo. O ganho dos coeficientes utilizado foi de $G = 0,35$.

4.4. ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO

Como demonstrado na Figura 4.3, os métodos de otimização foram aplicados de três maneiras distintas. Em um primeiro instante, foi utilizado apenas o AG para analisar a velocidade de convergência e precisão das soluções encontradas. Foram consideradas apenas duas variáveis de decisão: a posição (L_{vaz}) e o coeficiente ($C_d A_L$) do vazamento, em que o espaço de busca para a posição é todo o comprimento da tubulação. Para o coeficiente de vazamento, o limite inferior é o correspondente à $Q_{L0} = 0$ e o superior à $Q_{L0} = Q_0$. Em seguida, a localização indicada pelo uso dos filtros digitais foi acoplada

como uma informação prévia para o espaço de busca do AG. Para esses cenários, foram utilizadas 500 gerações. Para os outros parâmetros, tem-se:

Tabela 4.4 - Parâmetros do AG

População das soluções	100
Número de pais reproduzindo	50
Método de seleção dos pais	Torneio (K=5)
Recombinação	Simplex
Probabilidade de recombinação	0,8
Mutação	Adaptativa
Probabilidade de mutação	0,1 – 0,01

Por último, foi acoplado ao AG (com informação prévia da localização do vazamento) o método de busca local LM, o qual utiliza a melhor solução do AG para um resultado mais preciso. Foi admitida uma tolerância de $1e-6$ como critério de parada do método LM. Com isso, foram avaliadas mudanças no número de gerações, em que o método híbrido foi aplicado para 50, 25 e 1 geração do GA. Além disso, foi considerado apenas o primeiro pico de pressão para o ajuste de curva, devido a ser o instante em que a reflexão da onda se apresenta de maneira pura.

Para a função objetivo FO , foi utilizada a seguinte equação:

$$FO(L_{vaz}, C_d A_L) = \sum_{t=1}^{n_t} \left[(P_t(L_{vaz}, C_d A_L) - P_t^*) / \sum_{t=1}^{n_t} P_t^* / n_t \right]^2 \quad 4.2$$

em que P_t é o vetor de pressão calculado na válvula, o qual é função da posição e coeficiente do vazamento, P_t^* é o vetor de pressão experimental na válvula e n_t é o tamanho dos vetores P_t e P_t^* .

4.5. DESCRIÇÃO DO CÓDIGO IMPLEMENTADO

Esta seção é reservada para a descrição dos principais aspectos relacionados ao código implementado, como linguagem de programação escolhida, bibliotecas utilizadas e desafios encontrados. Assim, foi utilizada a linguagem Python pelo ambiente de desenvolvimento integrado (IDE, do inglês *integrated development environment*) Spyder, fornecido nativamente pela distribuição Anaconda. Essa IDE foi escolhida devido a sua interface voltada para programação científica, fornecendo acesso a um console interativo,

possibilidade de visualização das variáveis, depurador de código em tempo real e integração com bibliotecas científicas (NumPy, SciPy, Pandas e Matplotlib).

O simulador hidráulico, como comentado anteriormente, foi desenvolvido utilizando o MOC como base. Assim, o código foi estruturado da seguinte forma: (i) importação de arquivos .csv contendo os perfis de pressão e razões de fechamento de válvulas por meio da biblioteca Pandas; (ii) definição dos dados da rede experimental (comprimento, diâmetro, velocidade da onda de pressão, espessura da tubulação e rugosidade); (iii) definição da malha de cálculo; (iv) definição das condições de operação (vazão e pressão em regime permanente, criação do vetor de pressão variável do tanque hidropneumático e criação do vetor de fechamento da válvula); (v) definição de outros parâmetros (viscosidade cinemática, densidade da água, coeficiente de Poisson, parâmetros do fator de atrito variável e da viscoelasticidade); e (vi) implementação da rotina do MOC.

Para a resolução do MOC, foi definido inicialmente os valores de vazão e pressão nos nós no tempo $t = 0$. Assim, por meio de um *loop* “for” para os intervalos de tempo agregando um *loop* “for” para os nós no comprimento da tubulação, foram implementados os cálculos referentes aos coeficientes da Tabela 3.2 para o fator de atrito em regime permanente com acurácia de primeira ordem, o fator de atrito variável de Vardy *et al.* (1993) e a viscoelasticidade. Nota-se que esses coeficientes são apenas para os pontos internos da malha, em que, para as condições de contorno, foi implementada formulação de reservatório de nível fixo (ou quasi-fixo, no caso de disponibilidade do vetor de pressão do tanque hidropneumático em que a pressão do reservatório é atualizada a cada instante de tempo) a montante e válvula com descarga livre para a atmosfera a jusante. Além disso, a formulação de vazamentos não nodais foi implementada de tal forma que o $C_d A_L$ e o L_{vaz} são dados de entrada antes da execução da simulação, sendo calculado, então, o vazamento apenas para aquele ponto. Portanto, o regime transiente é estabelecido por meio do vetor de fechamento da válvula, em que assume valores unitários por um determinado período de tempo para convergência inicial e inicia seu decréscimo até zero a partir de um tempo estabelecido previamente. Comenta-se também que foram utilizadas as técnicas de vetorização do Numpy para mais agilidade em termos de tempo computacional.

Uma questão fundamental a ser abordada é a utilização da biblioteca Numba. Python é uma linguagem de programação interpretada, ou seja, o computador é responsável por traduzir e executar simultaneamente o código, enquanto algumas outras

linguagens de programação, como C++, são linguagens compiladas, ou seja, o código é compilado previamente à execução, agilizando o tempo computacional. Frente a esse problema, o Numba é um compilador do Python desenvolvido para cálculos numéricos extensivos. Mais detalhes estão descritos em Lam *et al.* (2015). Para que seja possível sua implementação, é necessário que a rotina do MOC esteja definida como uma função no Python e que apenas ferramentas do Numpy sejam utilizadas nessa rotina. Como exemplo, qualquer procedimento utilizando Scipy ou Pandas deve ser realizado anteriormente à rotina contida na função. Assim, com a função para cálculo do MOC implementada, foi aplicado o decorador @njit na linha de código anterior, indicando ao Python que ocorrerá a compilação da função em tempo real. Para demonstração de efeito do Numba, foram realizadas dez simulações numéricas da rede hidráulica de PEAD considerando fator de atrito variável, viscoelasticidade e um vazamento não nodal. Os resultados dos respectivos tempos computacionais foram:

Tabela 4.5 - Efeito do Numba em relação ao tempo computacional

Simulação	Tempo computacional (s)	
	Sem Numba	Com Numba
1	1062,64	11,77
2	1060,69	6,02
3	1064,70	6,09
4	1059,39	6,06
5	1062,38	6,14
6	1063,84	5,94
7	1063,53	5,92
8	1059,75	6,19
9	1063,36	6,03
10	1062,50	6,17

Dessa forma, alguns pontos devem ser abordados. Primeiramente, nota-se que, para as simulações sem a utilização do Numba, o tempo médio foi de 1062,28 s. Já para as simulações com a utilização do Numba, a compilação em tempo real para posterior execução do código, como foi o caso da simulação 1, custou 11,77 s. Para os demais casos (2 ao 10), a média do tempo computacional foi de 6,06 s. Assim, são enfatizados dois aspectos de sua aplicação: (i) o Numba, em uma simulação única, apresenta um custo computacional composto pela soma do custo da compilação com o custo da execução da

rotina e (ii) para simulações sequenciais, como o código já foi compilado, o custo computacional das demais simulações é referente apenas ao custo de execução, como é possível perceber visualmente na Figura 4.13.

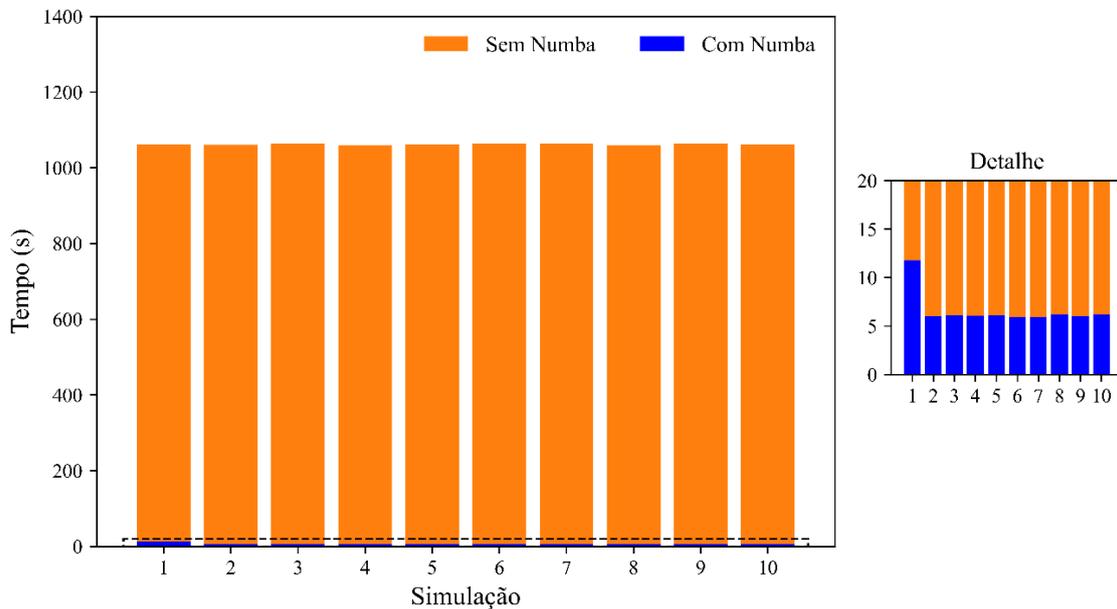


Figura 4.13 - Comparação visual do tempo computacional das simulações numéricas sem e com Numba

Portanto, considerando a rotina computacional descrita anteriormente e simulações sequenciais, quando comparados o custo computacional de execução do código sem e com a implementação do Numba, percebe-se uma diminuição por um fator de 175 vezes, fator determinante para as simulações envolvendo AG.

Sobre os filtros digitais, ambas TWD e TWDR, por serem de construção mais complexa, o autor decidiu primeiramente pela implementação manual destas para posterior comparação com os resultados da biblioteca PyWavelets. Assim, verificada a igualdade das saídas dos filtros obtidas por implementação própria e pela implementação da biblioteca citada acima, optou-se prosseguir com o uso da biblioteca por ser mais automatizada e com menos custo computacional para cálculo das matrizes. Para o filtro DS, não há bibliotecas disponíveis, mas é um filtro janelado em forma de degrau de fácil implementação, então foi utilizada uma rotina desenvolvida pelo próprio autor.

Por fim, em relação aos métodos de otimização, foi utilizada a biblioteca PyGAD para implementação do AG. A escolha dessa biblioteca ocorreu pela simples implementação dos parâmetros, sendo necessária pouca programação e possibilidade de elevada customização e flexibilidade do problema. Mais detalhes podem ser encontrados em Gad (2021). É necessário comentar que essa biblioteca possui uma função

denominada “save_solutions”, a qual é responsável por armazenar as soluções já calculadas para que não haja cálculo redundante. No entanto, durante a implementação dessa biblioteca, o autor notou que a função “save_solutions”, quando configurada para “True”, não estava operando como deveria. Assim, o desenvolvedor do PyGAD foi contactado acerca do problema, e foi então constatado que haveria um *bug* no funcionamento da biblioteca, em que, quando a mutação era configurada para ser adaptativa, o parâmetro “save_solutions” não apresentava efeito. Com isso, para manter o uso da mutação adaptativa, o autor do presente trabalho implementou um dicionário de soluções, em que, para cada dupla de C_dA_L e L_{vaz} testados, era armazenado o respectivo valor da FO , evitando então cálculos repetitivos. Para o método LM, foi utilizada a biblioteca LMFIT, em que a proposta dessa é ser uma versão melhorada da biblioteca SciPy.optimize. De fácil e direta implementação, foi necessário apenas a determinação da função residual, resultante da subtração ponto a ponto do perfil de pressão experimental pelo perfil de pressão numérico, definição do ponto de partida e dos critérios de parada, fornecendo também acesso ao estado de convergência durante a otimização.

Portanto, após expostos o passo a passo da metodologia, esclarecido o planejamento para execução dos objetivos e descrito o código utilizado, é possível seguir para os resultados e discussões.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1. VERIFICAÇÃO DO MODELO HIDRÁULICO

5.1.1. Verificação do fator de atrito variável

A partir da inclusão da formulação do fator de atrito variável proposta por Vardy *et al.* (1993) ao modelo da coluna elástica clássico, foram utilizados os perfis de pressão da tubulação de cobre, demonstrados nas Figura 4.5, Figura 4.6 e Figura 4.7 para verificação do modelo. Foi calculada também a raiz do erro quadrático médio (RSME) de cada solução para quantificar a representatividade das simulações numéricas.

$$RSME = \sqrt{\frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t} (P_t - P_t^*)^2} \quad 5.1$$

Com a celeridade $a = 1255$ m/s, a malha de cálculo foi construída por uma discretização espacial de $\Delta x = 0,5$ m e temporal de $\Delta t = 0,5/1255$ s. Para as simulações numéricas da rede de cobre, o primeiro 0,5 segundo de simulação para os perfis de pressão está conforme:

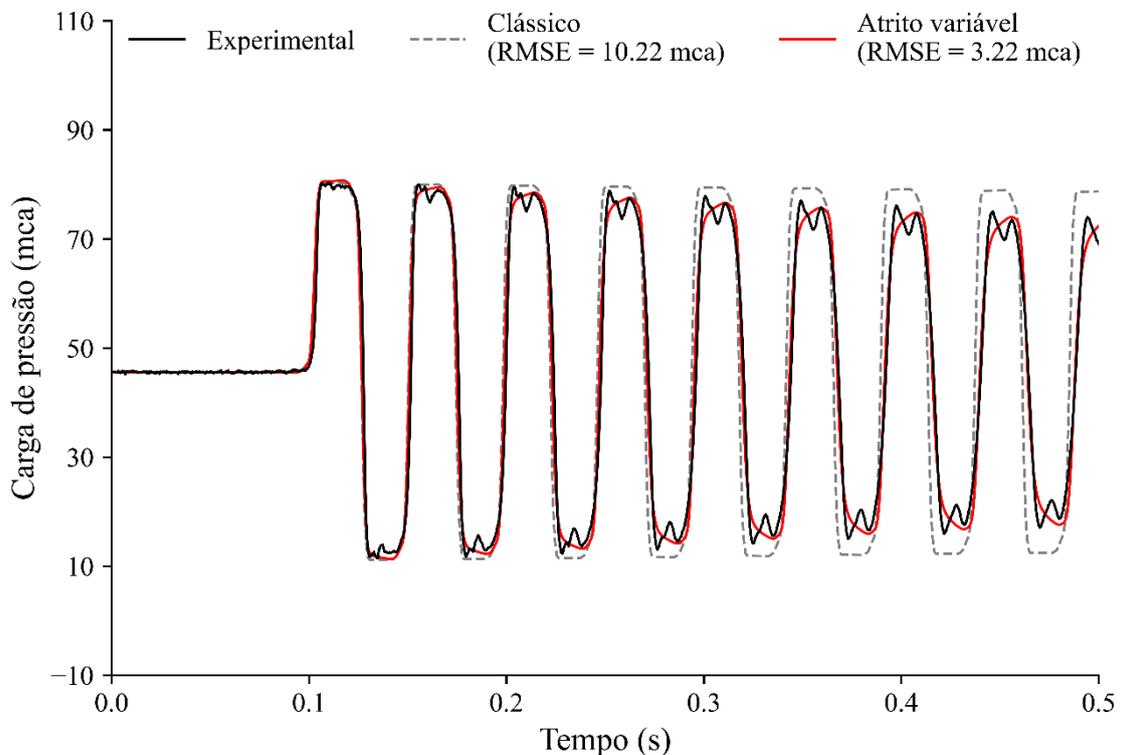


Figura 5.1 - Solução numérica para simulação experimental de cobre: Caso I (0,5 s)

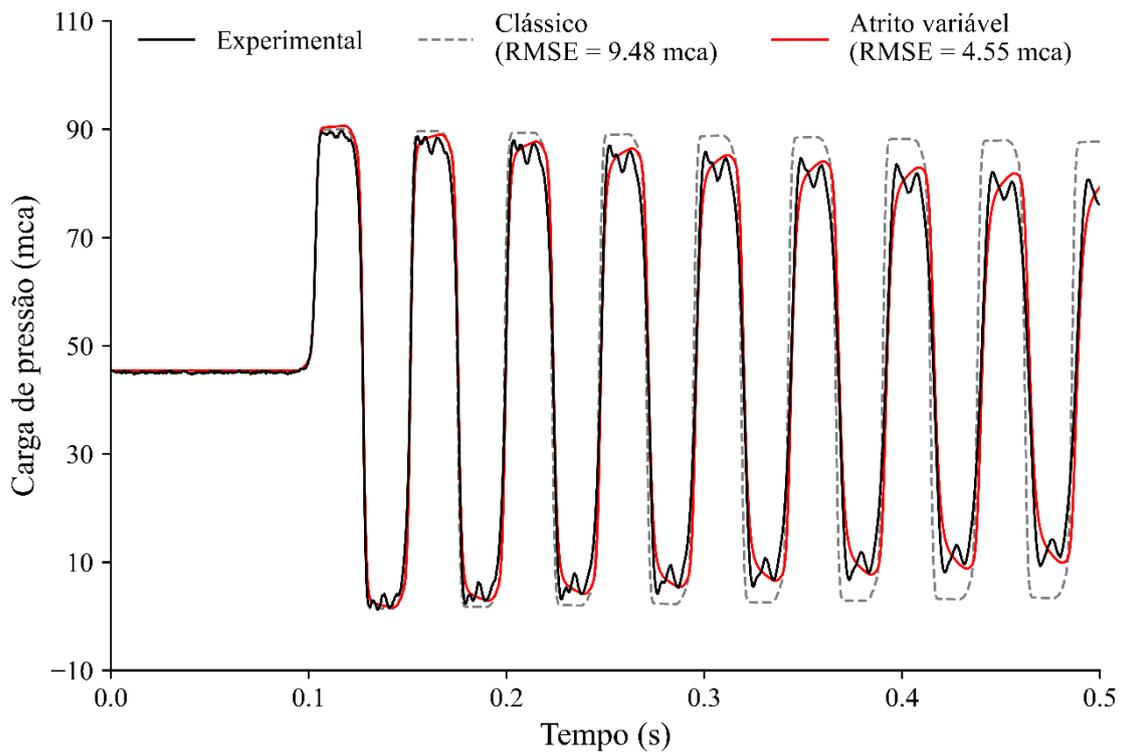


Figura 5.2 - Solução numérica para simulação experimental de cobre: Caso II (0,5 s)

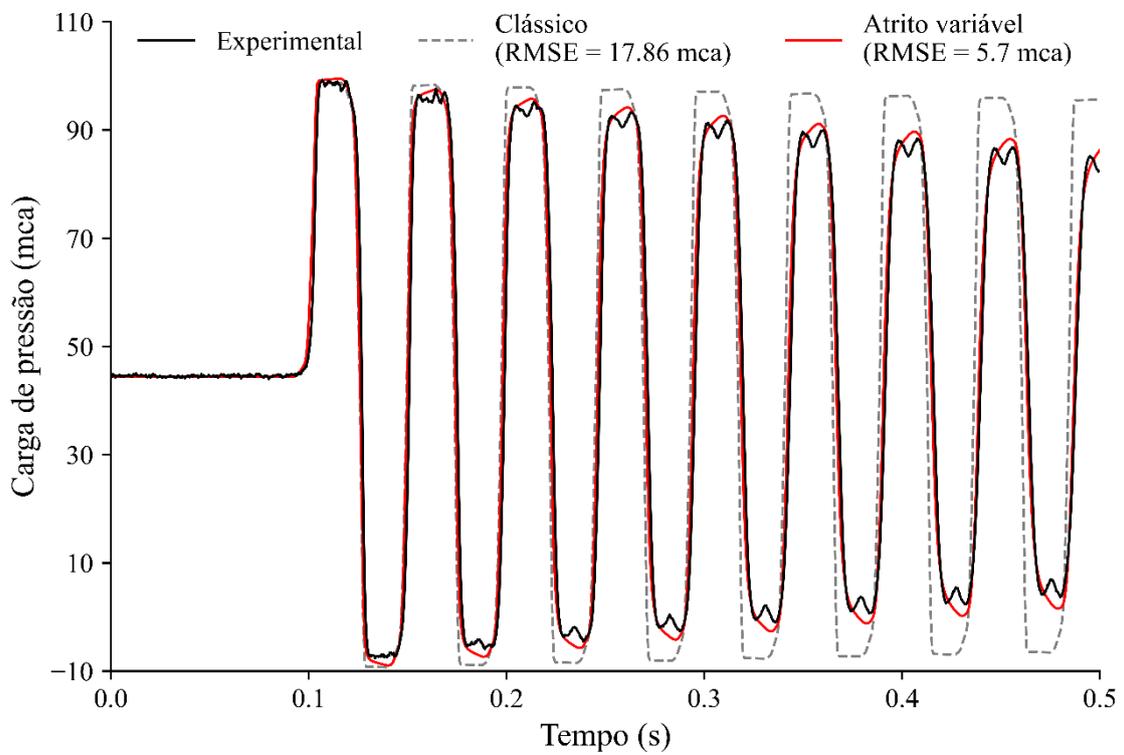


Figura 5.3 - Solução numérica para simulação experimental de cobre: Caso III (0,5 s)

Assim, é possível notar que o modelo clássico demonstra boa representatividade apenas na primeira onda de pressão, sendo bem similar ao resultado considerando também o fator de atrito variável. Isso deve-se principalmente ao fato de que é um transiente de alta velocidade de propagação da onda de pressão, influenciando no tempo de desenvolvimento e acúmulo do efeito de dissipação. Por outro lado, o modelo com o fator de atrito variável apresenta mais precisão no cálculo dos extremos de pressão e atraso da propagação da onda. O tempo completo de simulação das soluções numéricas para os três perfis de pressão do cobre está disposto nas Figura 5.4, Figura 5.5 e Figura 5.6.

O modelo proposto por Vardy *et al.* (1993) apresenta a grande vantagem de não ser um modelo que necessita de calibração, indicando maior facilidade de aplicação. Por outro lado, durante a evolução do transiente, a discordância do perfil de pressão experimental e numérico é acumulativa, o que explica a diferença nos picos de pressão e de período da onda. Sobre a diferença acerca da pressão média, acredita-se que se deve ao fato de que o tanque hidropneumático não é capaz de fornecer uma pressão constante durante o evento, havendo leve aumento do nível. Para compensar isso, seria necessária a obtenção da curva de pressão na saída do tanque hidropneumático.

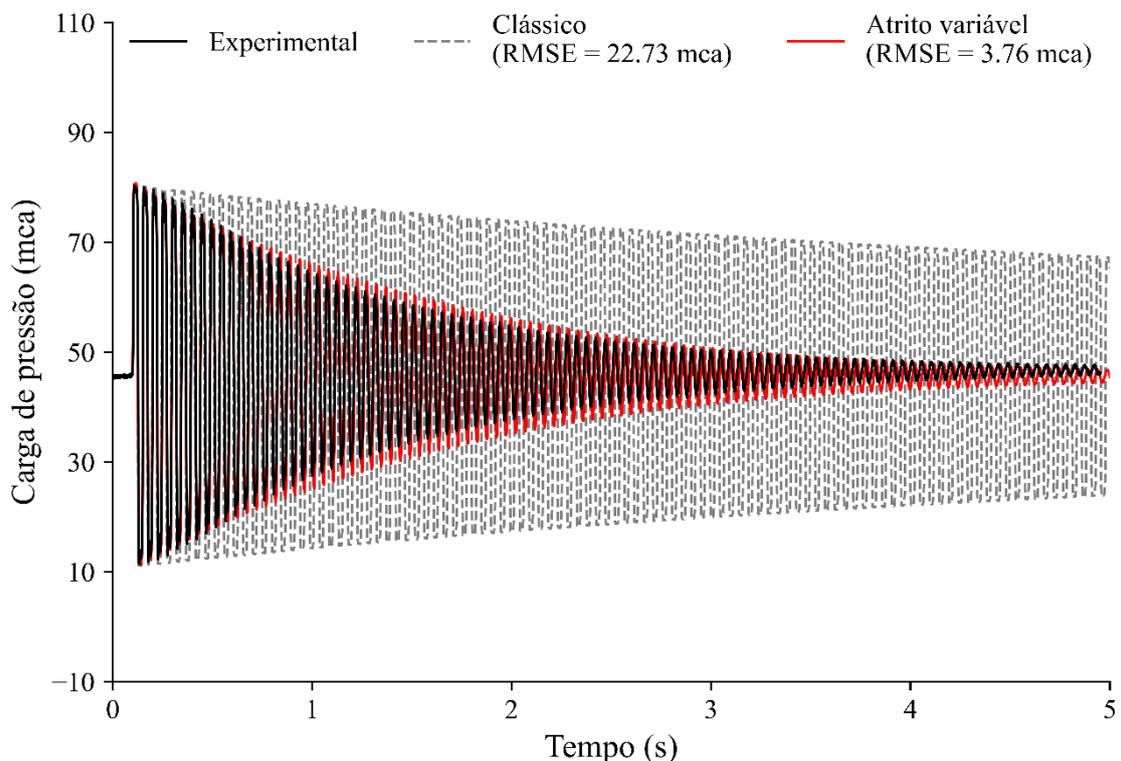


Figura 5.4 - Solução numérica para simulação experimental de cobre: Caso I (5 s)

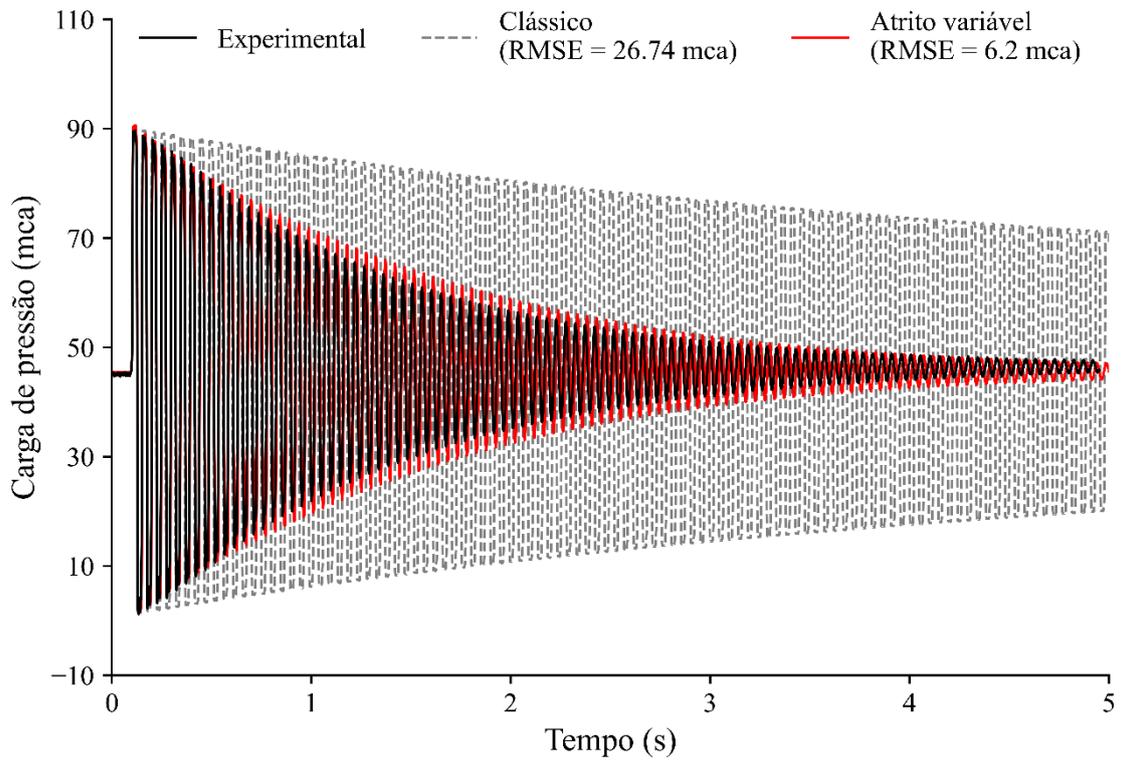


Figura 5.5 - Solução numérica para simulação experimental de cobre: Caso II (5 s)

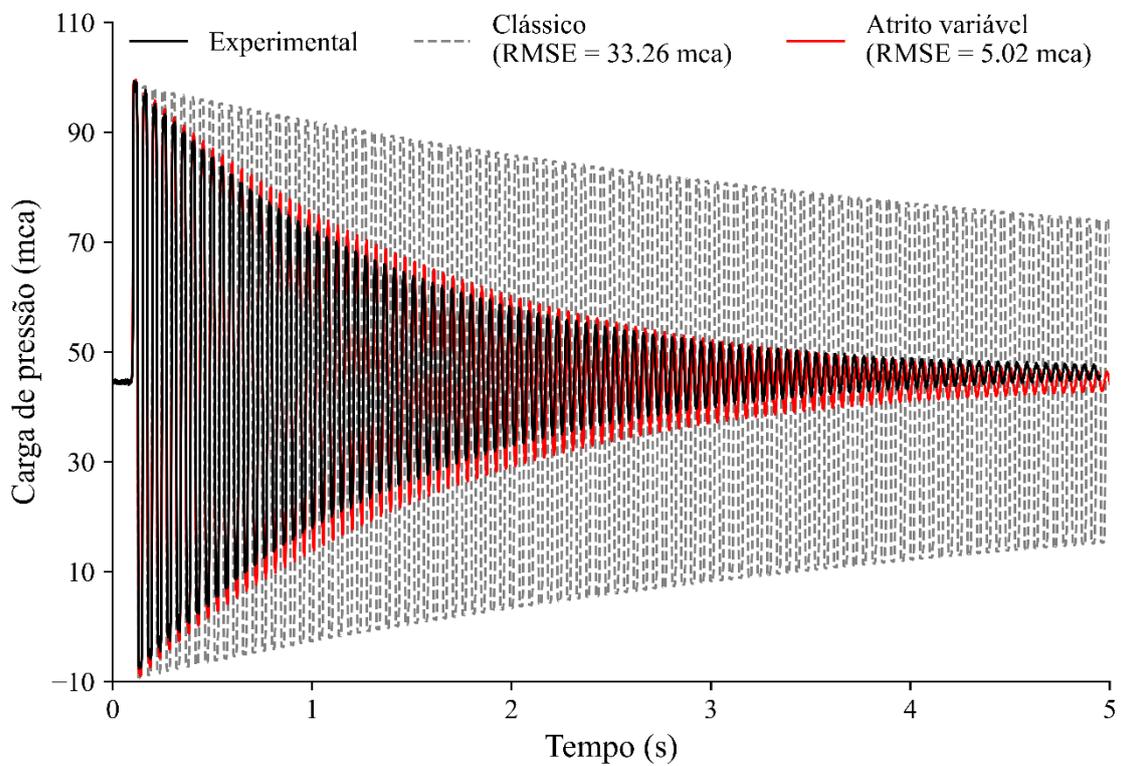


Figura 5.6 - Solução numérica para simulação experimental de cobre: Caso III (5 s)

5.1.2. Verificação da viscoelasticidade

Como mencionado anteriormente, foi utilizado o perfil de pressão da Figura 4.10 para verificação do modelo viscoelástico. Para isso, foram considerados dois cenários: sem e com o fator de atrito variável, em que os parâmetros da viscoelasticidade da tubulação eram previamente conhecidos, conforme exposto na Tabela 4.3. Com a celeridade $a = 402$ m/s, discretização espacial $\Delta x = 0,4$ m e temporal $\Delta t = 0,4/402$ s, foram obtidos os perfis da Figura 5.7 e Figura 5.8, em que também foi utilizado o parâmetro RMSE para quantificação da representatividade da solução numérica.

Primeiramente, evidencia-se a magnitude do efeito da viscoelasticidade da tubulação, em que a atenuação dos picos de pressão e atraso dos períodos da onda foram muito além do previsto pelo fator de atrito variável. A simulação da Figura 5.8 apresentou melhores resultados quanto à representatividade do transiente hidráulico quando comparada com o perfil de pressão numérico da Figura 5.7. Como citado na seção 4.1.2, foi fornecida a curva de variação de pressão no tanque hidropneumático durante o evento, sendo utilizada como dado de entrada para a condição de contorno de reservatório de nível fixo, tornando-se variável em cada passo de tempo.

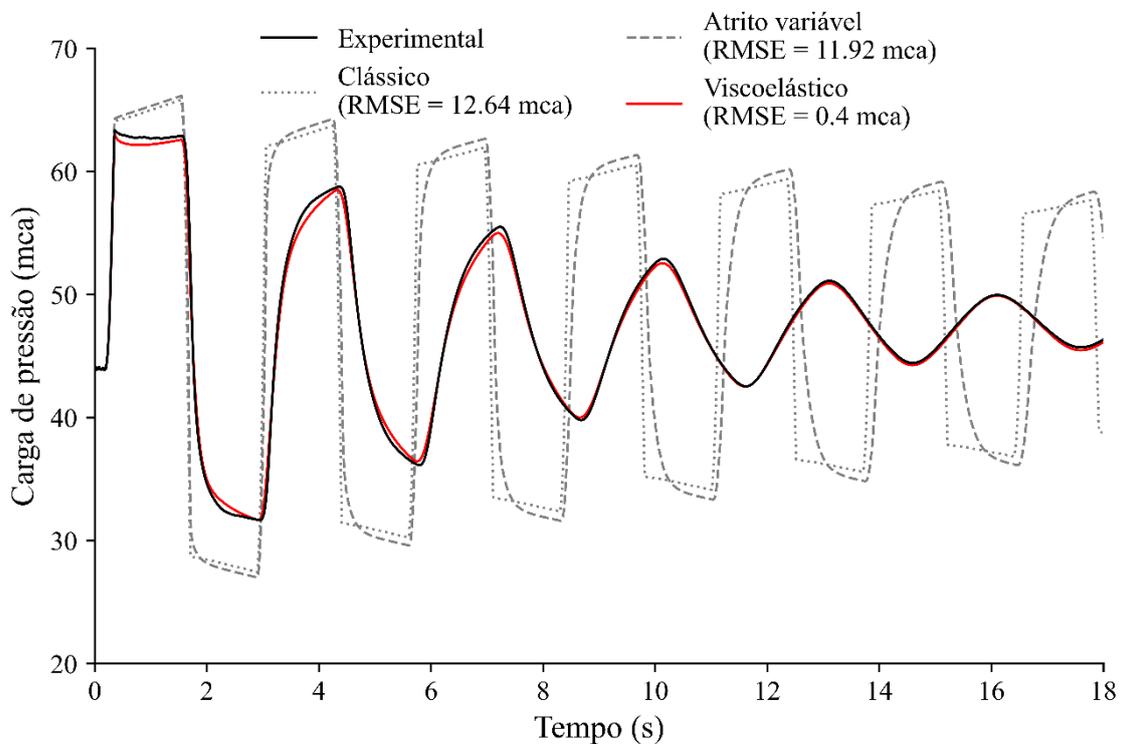


Figura 5.7 - Solução numérica para simulação experimental de PEAD: Implementação da viscoelasticidade

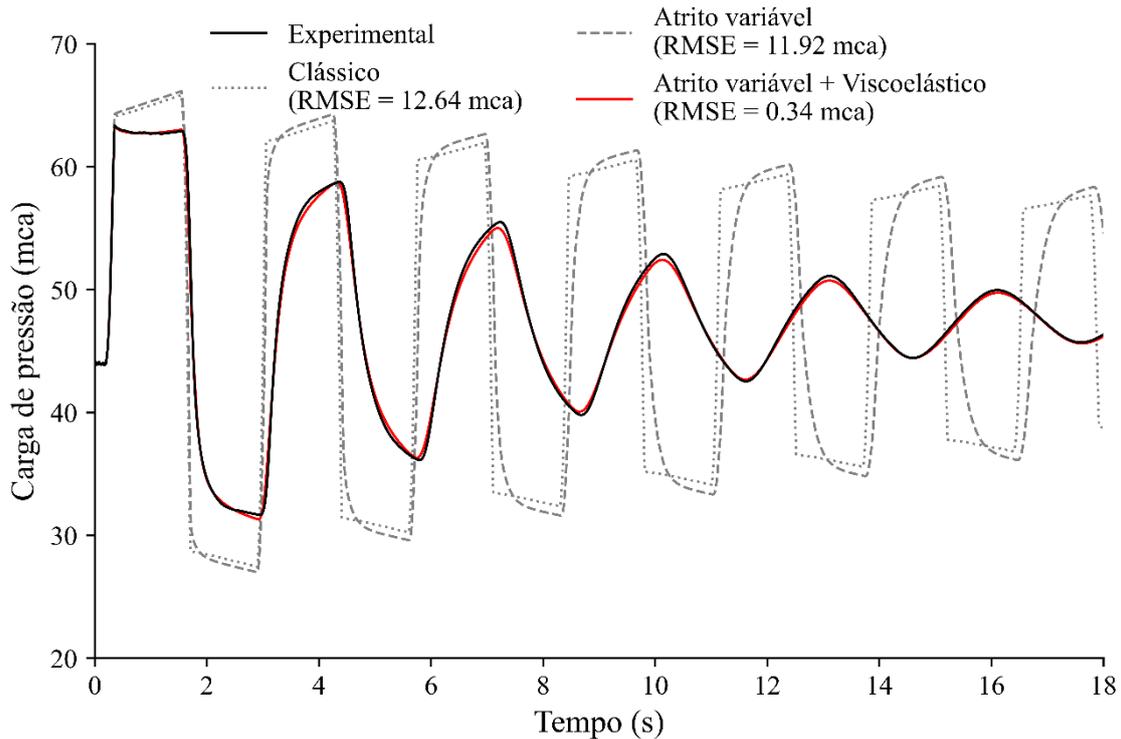


Figura 5.8 - Solução numérica para simulação experimental de PEAD: Implementação do atrito variável e viscoelasticidade

Dessa forma, a partir da demonstração da diferença entre as possibilidades de calibração do modelo viscoelástico e das vantagens descritas anteriormente, o modelo admitido para prosseguimento das simulações numéricas da rede em PEAD foi conforme o modelo da Figura 5.8.

5.1.3. Verificação do vazamento não nodal

Foram utilizados os perfis de pressão com vazamento descritos na Tabela 4.2 e representados na Figura 4.11 e Figura 4.12, considerando $L_{vaz} = L_{vaz}^{real}$ e $C_d A_L = C_d A_L^{real}$. Nota-se que não foram fornecidos os valores do coeficiente de vazamento para o caso 3 e caso 5 da Tabela 4.2, portanto não foram considerados para essa etapa de verificação. Assim, a fim de atingir melhor precisão com o simulador hidráulico, dois parâmetros foram ajustados: a carga de pressão na saída do tanque hidropneumático e a velocidade da onda para cada simulação. Sobre a pressão do tanque hidropneumático (H_T), foi fornecido apenas o vetor de pressão para a simulação sem vazamento (denominado aqui de H_T^0) observado na Figura 4.10. Foi observado que a pressão do

tanque havia um comportamento similar para as simulações com vazamento, sendo necessário apenas um ajuste devido às diferentes pressões em regime permanente.

As velocidades de propagação da onda de pressão foram ajustadas caso a caso em busca de igualar a fase e período das ondas. O resultado dos ajustes estão conforme Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Definição dos parâmetros H_T e a

Caso	H_T (m)	a_{sim} (m/s)
1	$H_T^0 - 0,975$	400
2	$H_T^0 - 0,3$	401
4	$H_T^0 - 0,95$	398
6	$H_T^0 - 1,35$	399
7	$H_T^0 - 0,8$	399

Dessa forma, as soluções numéricas para verificação da formulação de vazamento não nodal, com a inclusão do fator de atrito variável e viscoelasticidade, foram:

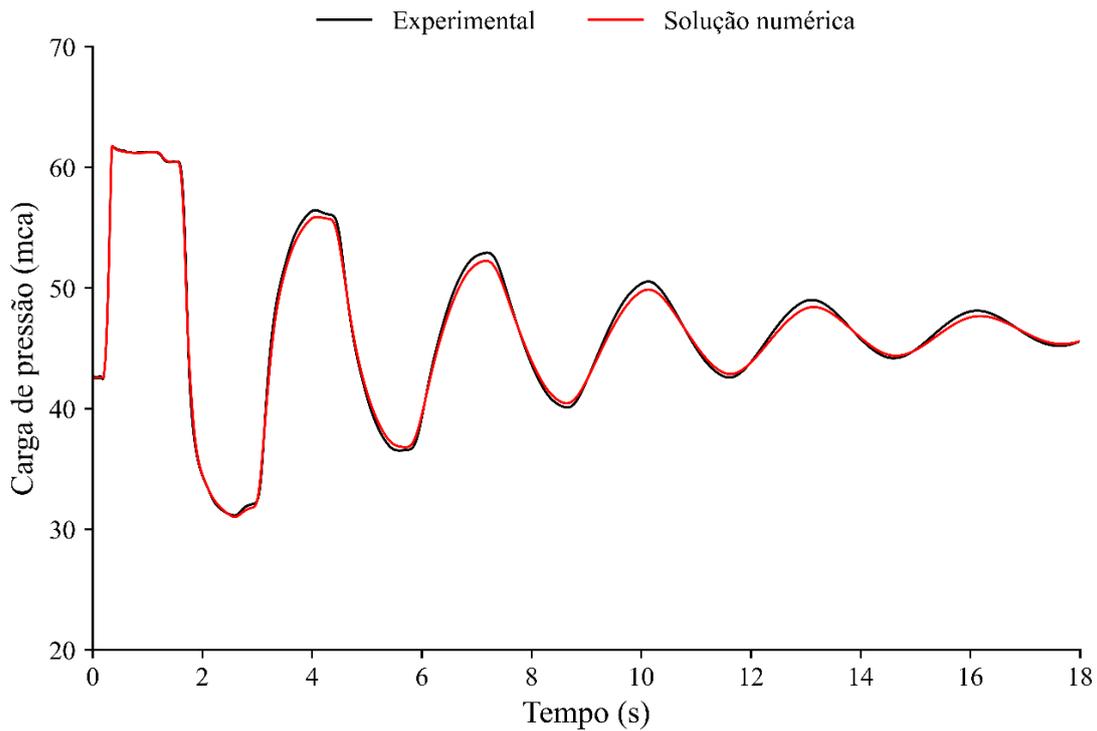


Figura 5.9 - Solução numérica para simulação experimental de PEAD com vazamento:
Caso 1 ($L_{vaz}^{real} = 82,86$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

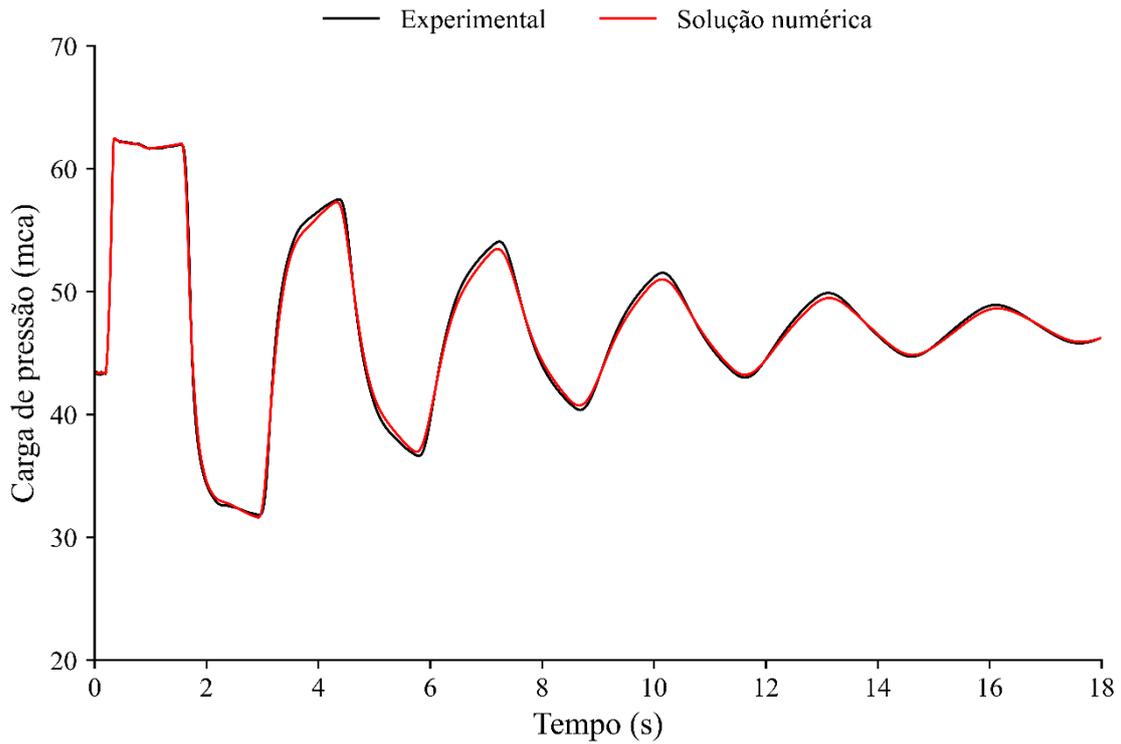


Figura 5.10 - Solução numérica para simulação experimental de PEAD com vazamento:
 Caso 2 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,12$ L/s)

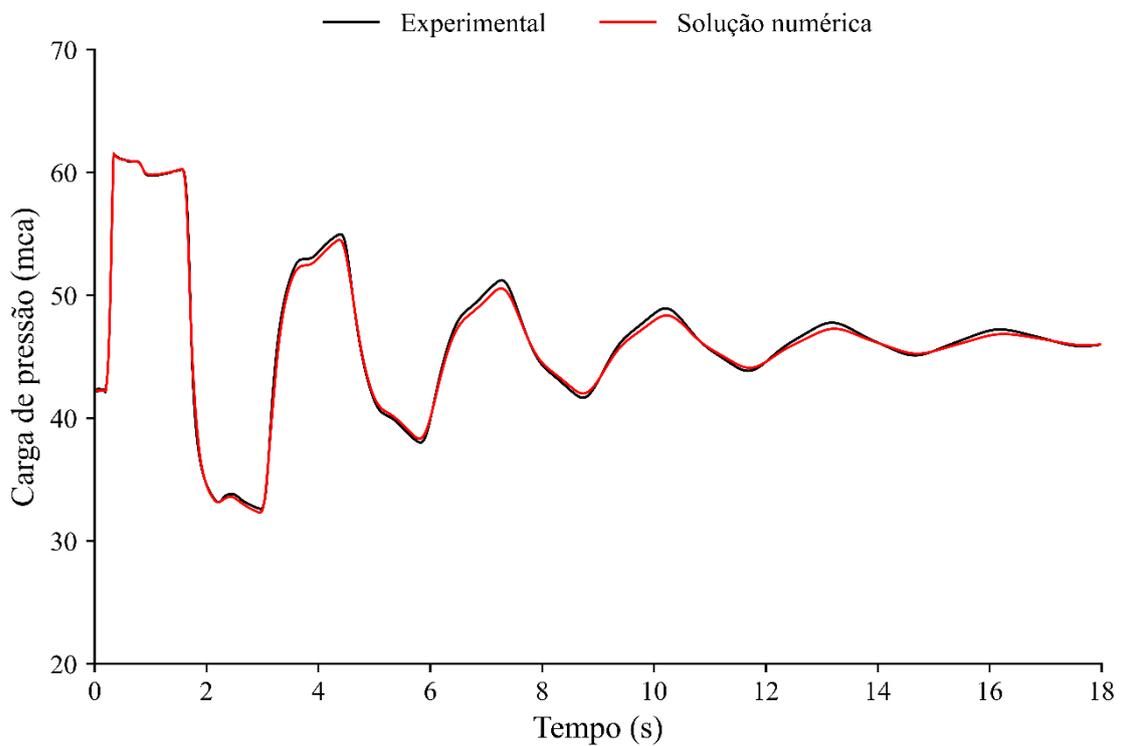


Figura 5.11 - Solução numérica para simulação experimental de PEAD com vazamento:
 Caso 4 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

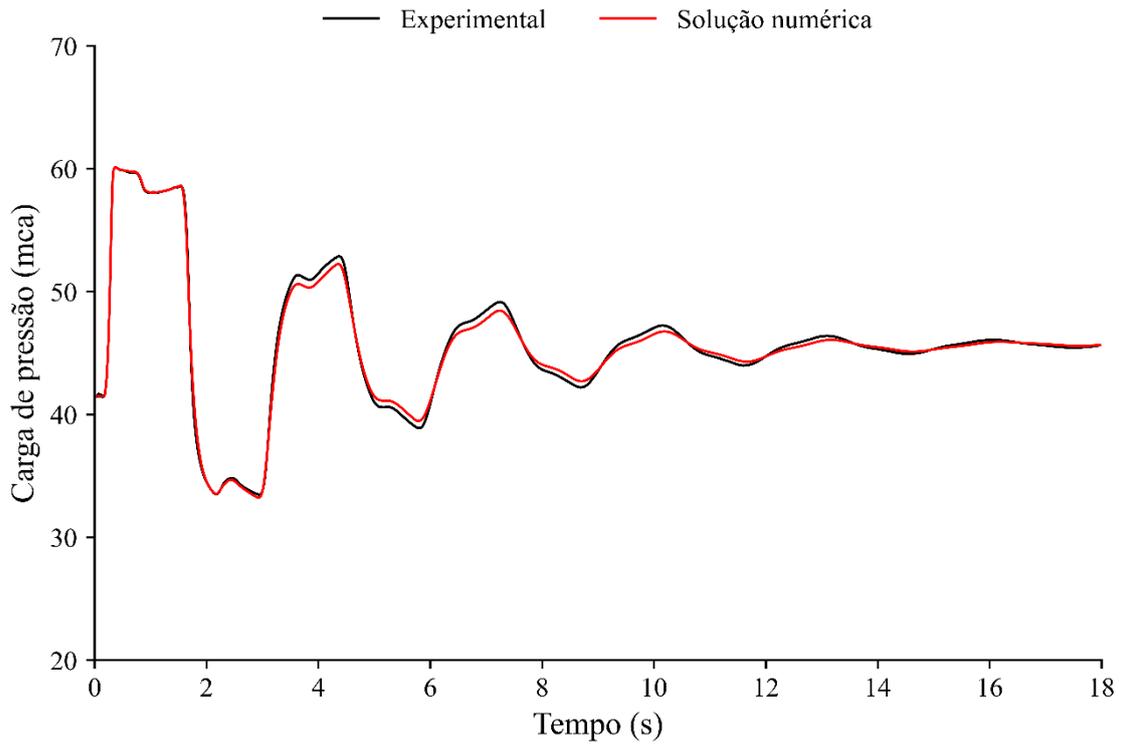


Figura 5.12 - Solução numérica para simulação experimental de PEAD com vazamento:
 Caso 6 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,54$ L/s)

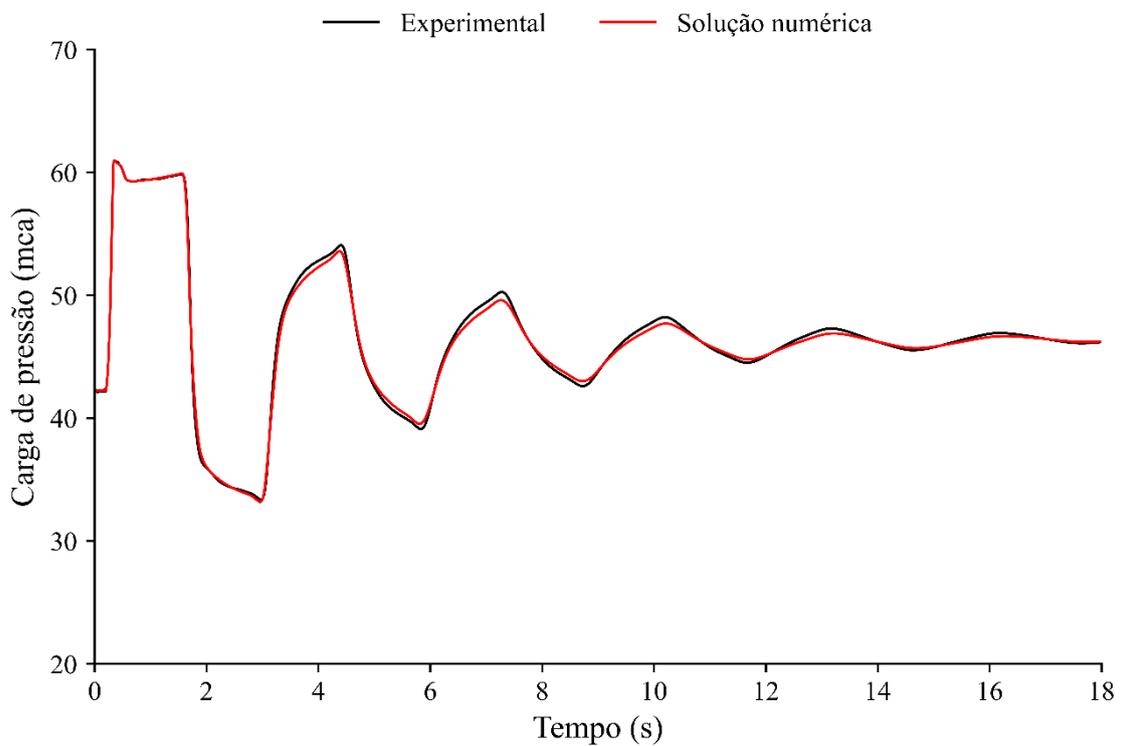


Figura 5.13 - Solução numérica para simulação experimental de PEAD com vazamento:
 Caso 7 ($L_{vaz}^{real} = 227,38$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

5.2. APLICAÇÃO DOS FILTROS DIGITAIS

5.2.1. Transformada *wavelet* discreta e transformada *wavelet* discreta redundante

A detecção de singularidades com base na MRA da TWD e TWDR depende de como a onda é refletida. Mudanças abruptas são detectadas mais facilmente, enquanto aquelas com maior dispersão do efeito se tornam um desafio. Essa dispersão pode ser gerada por diversos fatores, como a forma de fechamento da válvula e efeitos de dissipação de energia – fator de atrito variável e viscoelasticidade.

A filtragem por meio da TWD e TWDR foi feita empregando a MRA para a rede de cobre e para a rede de PEAD, ambas considerando fechamento instantâneo e real da válvula dos respectivos experimentos. Esse procedimento teve como objetivo a comparação da TWD com a TWDR e a avaliação da influência do fechamento da válvula na capacidade de detecção de singularidades das *wavelets*, considerando a presença de diferentes efeitos de dissipação de energia em razão da natureza do material da tubulação.

Como não havia simulação experimental com vazamento para a rede de cobre, foi admitido um vazamento fictício considerando $L_{vaz} = 10,47$ m e $C_d A_L = 0,5 \cdot 10^{-6}$ m² (correspondente a 14% da vazão total). Foram obtidas duas simulações numéricas baseadas no perfil de pressão da Figura 5.2, ambas com a inclusão do fator de atrito variável, em que para a primeira foi considerado o fechamento instantâneo da válvula e para a segunda o fechamento real da válvula. Os resultados estão demonstrados na Figura 5.14 e Figura 5.15, respectivamente.

A rede de PEAD, por sua vez, disponibilizava de diversas simulações com vazamentos, conforme Tabela 4.2. Dessa forma, foi escolhido o caso 6 devido à maior magnitude do vazamento, correspondendo a 54% da vazão total, sendo, assim, o caso mais favorável disponível para análise. Para a simulação do fechamento instantâneo da válvula, foi utilizada a solução numérica da Figura 5.12, alterando apenas a lei de fechamento da válvula. Os resultados estão apresentados na Figura 5.16 e Figura 5.17.

A partir então dos quatro perfis de pressão descritos acima, foram aplicadas a TWD e TWDR, totalizando 8 filtragens distintas, dispostas da Figura 5.18 à Figura 5.25.

Em um primeiro instante, nota-se a diferença dos níveis de resolução entre as redes de cobre e PEAD. A MRA da TW tem, por característica, a capacidade de extração de componentes de alta frequência do sinal original a cada nível de resolução, gerando um sinal detalhado, resultado desses componentes de alta frequência, e um sinal mais suavizado, resultado dessa extração. Assim, por meio da dilatação da *wavelet* mãe, a frequência dos componentes extraídos diminui gradativamente a cada nível, e a forma do sinal aproximado vai ao encontro da tendência do sinal. Para a rede de cobre, três níveis de detalhamento foram suficientes para o início da captação de tendências, enquanto, para a de PEAD, oito níveis foram necessários para o mesmo efeito, enfatizando o aspecto individual de aplicação da TW. É evidente também a diferença de filtragem entre a TWD e a TWDR, em que a qualidade dos resultados dos filtros da TWDR são perceptivelmente superiores, apresentando mais homogeneidade nos sinais detalhados e suavidade nos sinais aproximados.

Além do explicado acima, a diferença do tipo de fechamento da válvula foi determinante para rejeitar a TWD e TWDR como filtros capazes de detectar vazamentos. É importante lembrar que, como mencionado anteriormente, Stoianov *et al.* (2001) realizaram uma aplicação similar da TWD, porém foram utilizadas redes neurais com treinamento prévio para localização dos vazamentos, e a proposta do presente estudo é buscar um filtro de simples e rápida aplicação, sem necessitar de acoplamento de métodos. A forma do fechamento da válvula influencia diretamente em como se dá a reflexão das ondas em um transiente hidráulico, em que, para um fechamento instantâneo, as alterações são bruscas, pelo menos enquanto os efeitos de dissipação ainda não predominam sobre o escoamento. Já para um fechamento real, o qual, mesmo que rápido, ocorre de maneira gradual, as reflexões das ondas também seguem esse estímulo inicial. A TW mostrou-se eficiente em detectar variações bruscas em condições de fechamento instantâneo de válvula, como é possível observar nos pulsos demarcado por círculos vermelhos nas Figura 5.18, Figura 5.19, Figura 5.22 e Figura 5.23. No entanto, ao introduzir o fechamento real da válvula, a dispersão da variação de pressão impactou de forma negativa a extração de informações por meio do filtro, não sendo possível notar as saídas proeminentes do sinal no instante do vazamento.

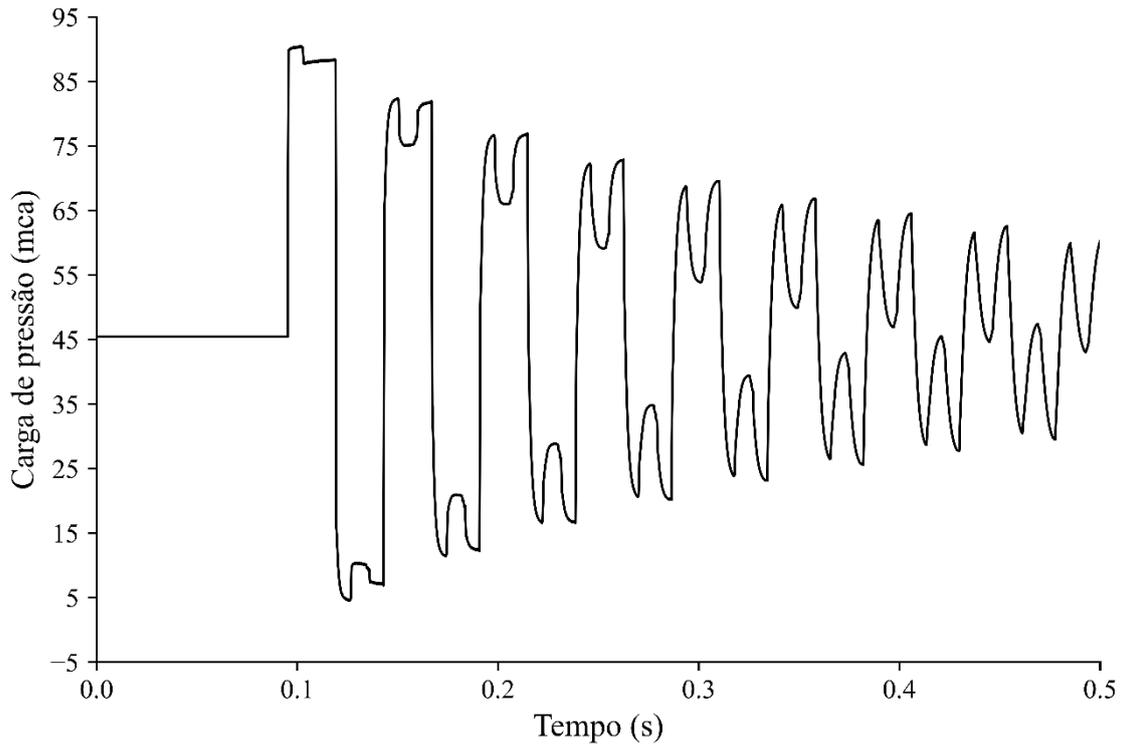


Figura 5.14 - Simulação numérica para vazamento fictício em rede de cobre com fechamento instantâneo da válvula

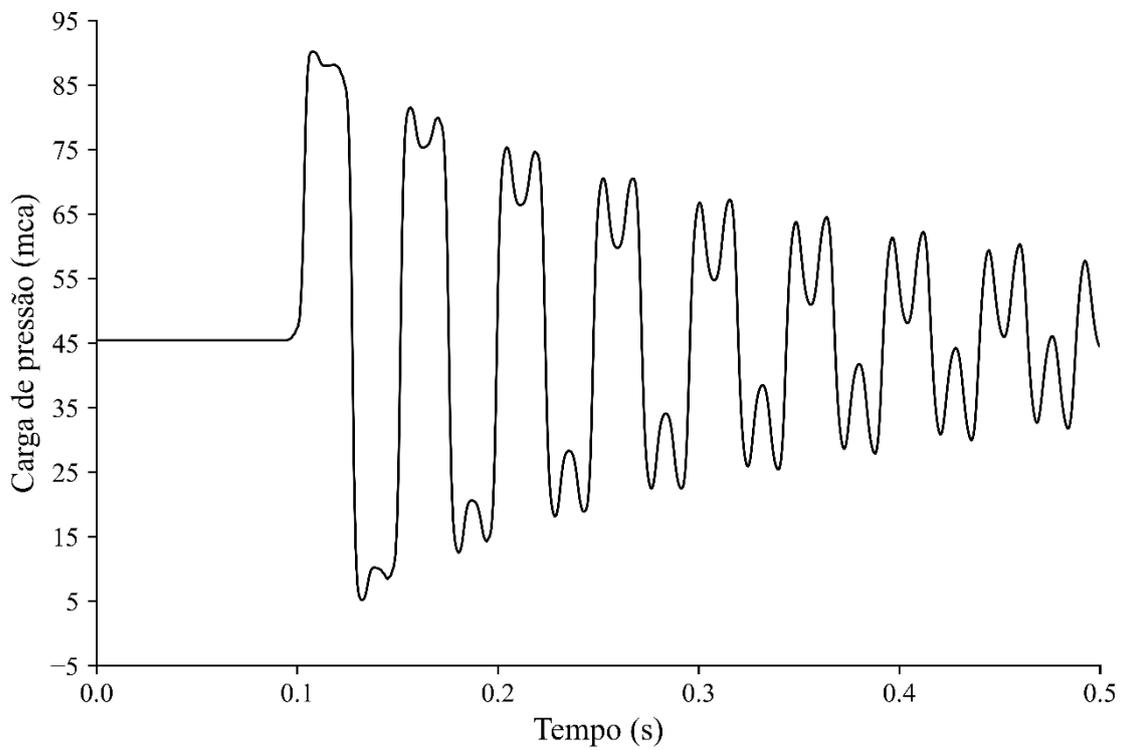


Figura 5.15 - Simulação numérica para vazamento fictício em rede de cobre com fechamento real da válvula

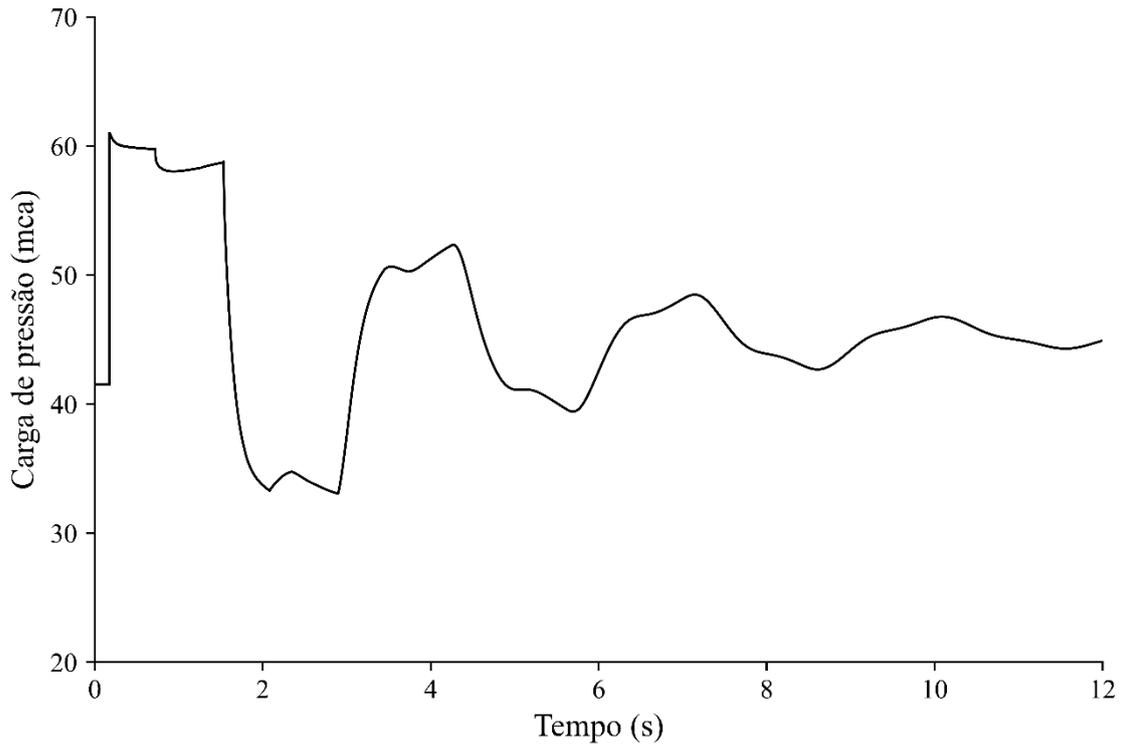


Figura 5.16 - Simulação numérica para vazamento fictício em rede de PEAD com fechamento instantâneo da válvula

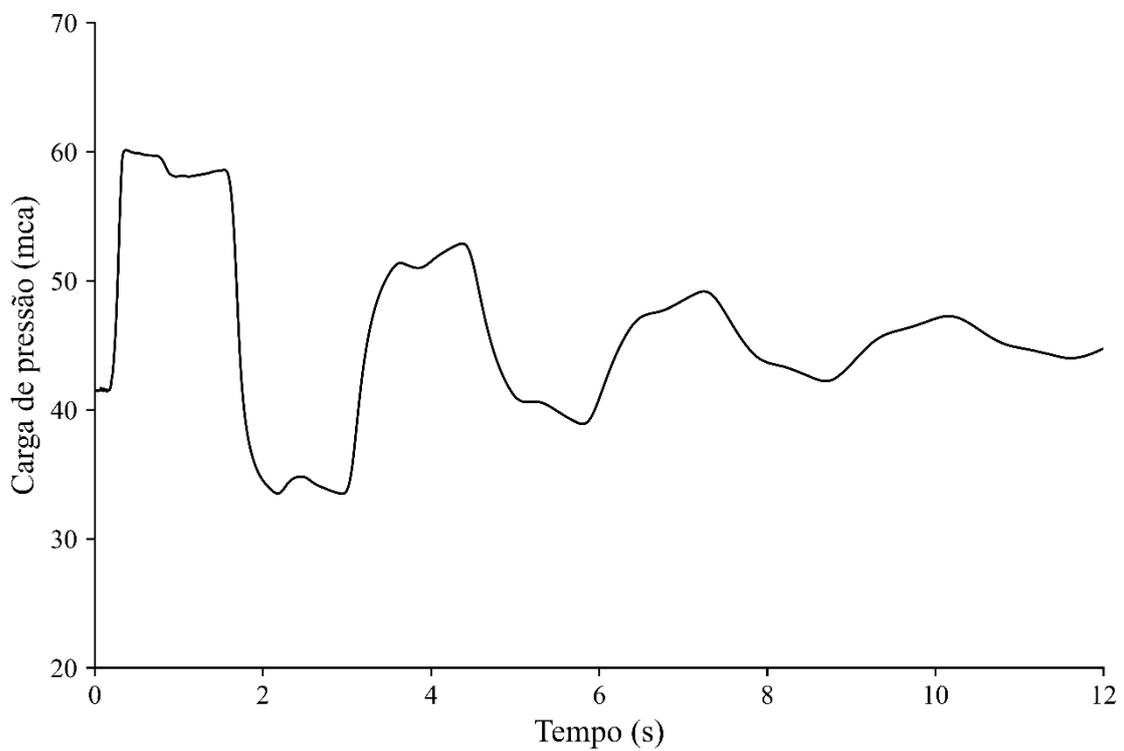


Figura 5.17 - Simulação experimental com vazamento da rede de cobre

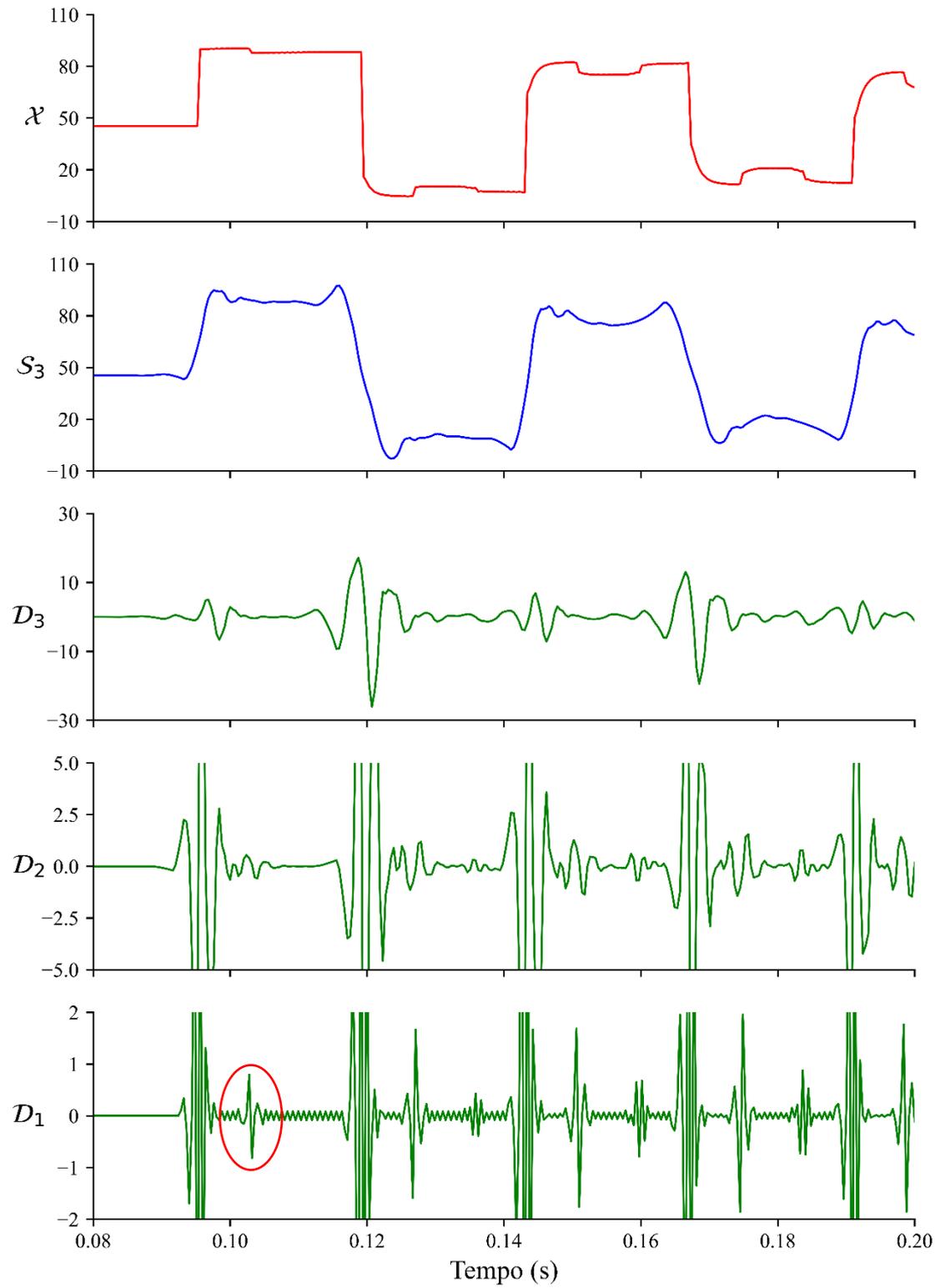


Figura 5.18 - MRA da TWD para rede de cobre com fechamento instantâneo da válvula.
 Eixo Y: Carga de pressão (mca)

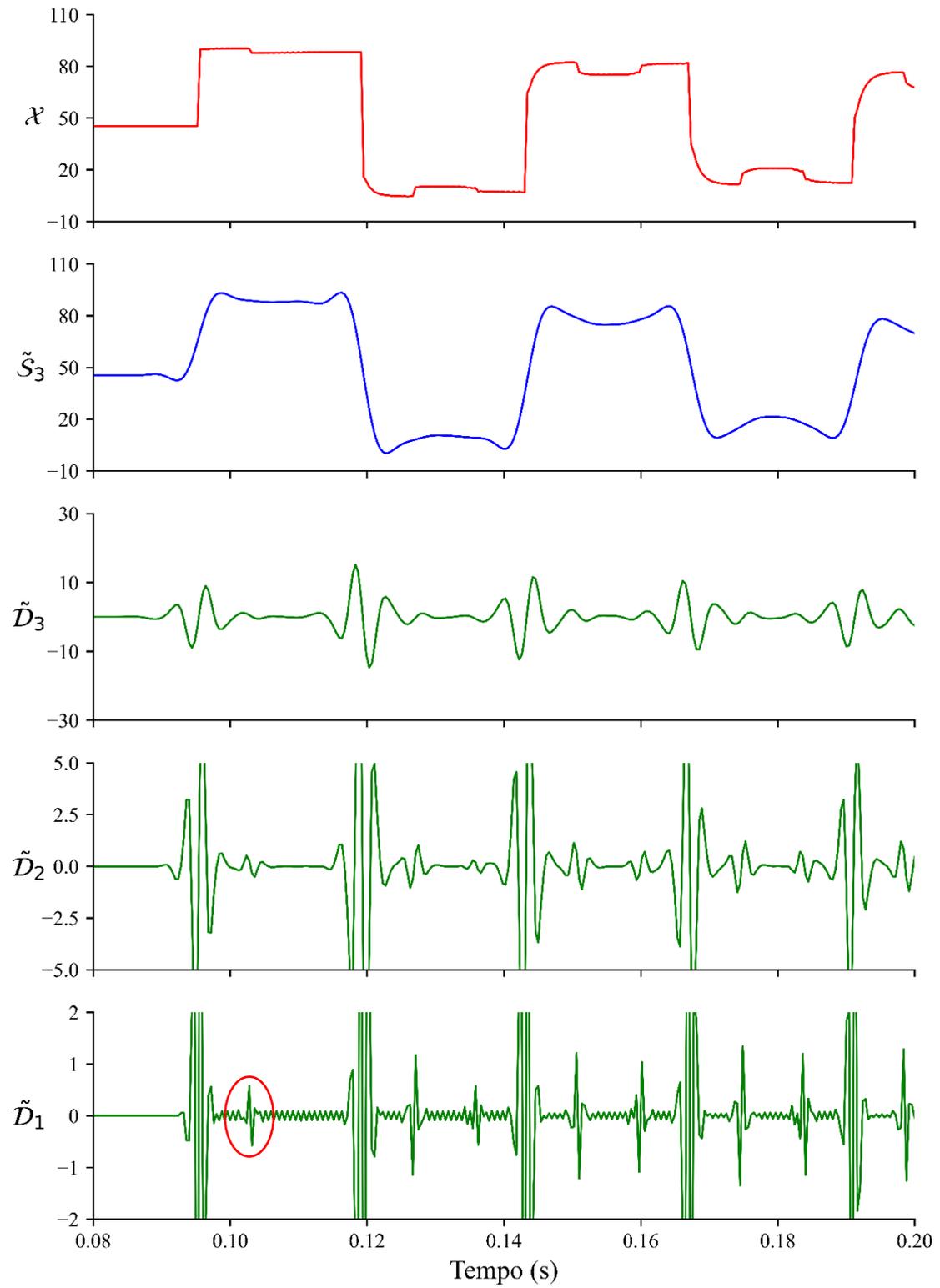


Figura 5.19 - MRA da TWDR para rede de cobre com fechamento instantâneo da válvula. Eixo Y: Carga de pressão (mca)

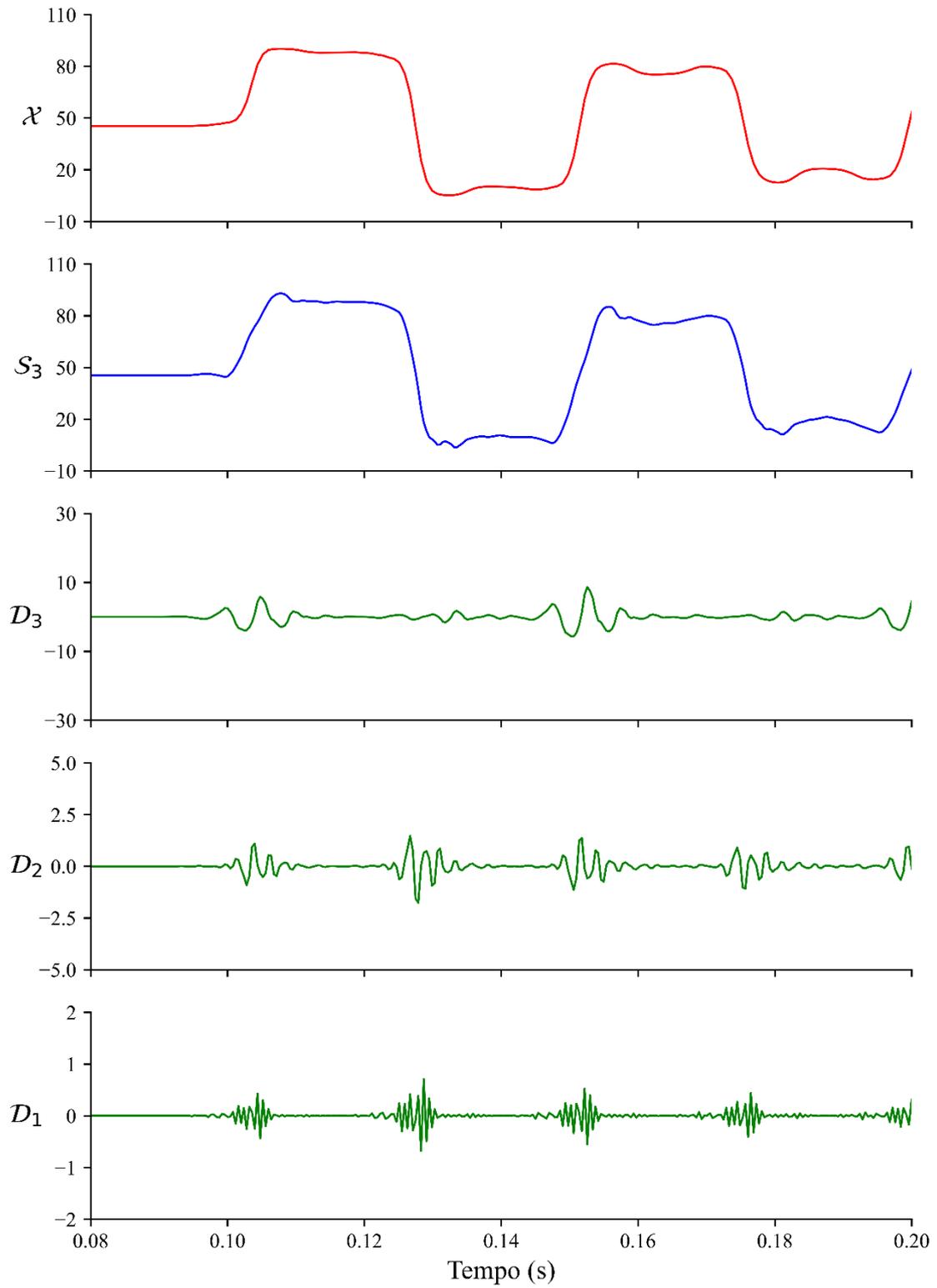


Figura 5.20 - MRA da TWD para rede de cobre com fechamento real da válvula. Eixo Y: Carga de pressão (mca)

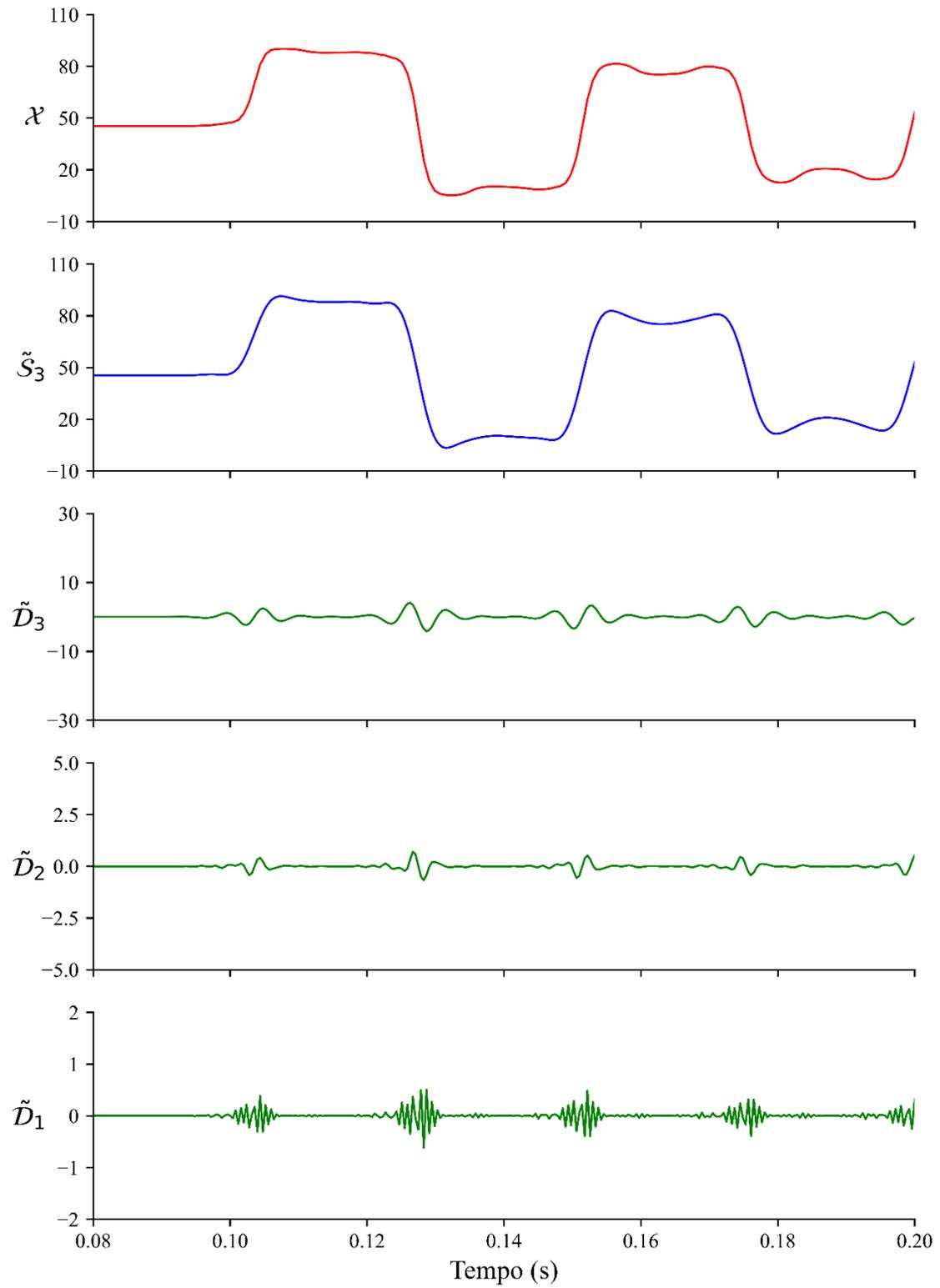


Figura 5.21 - MRA da TWDR para rede de cobre com fechamento real da válvula. Eixo Y: Carga de pressão (mca)

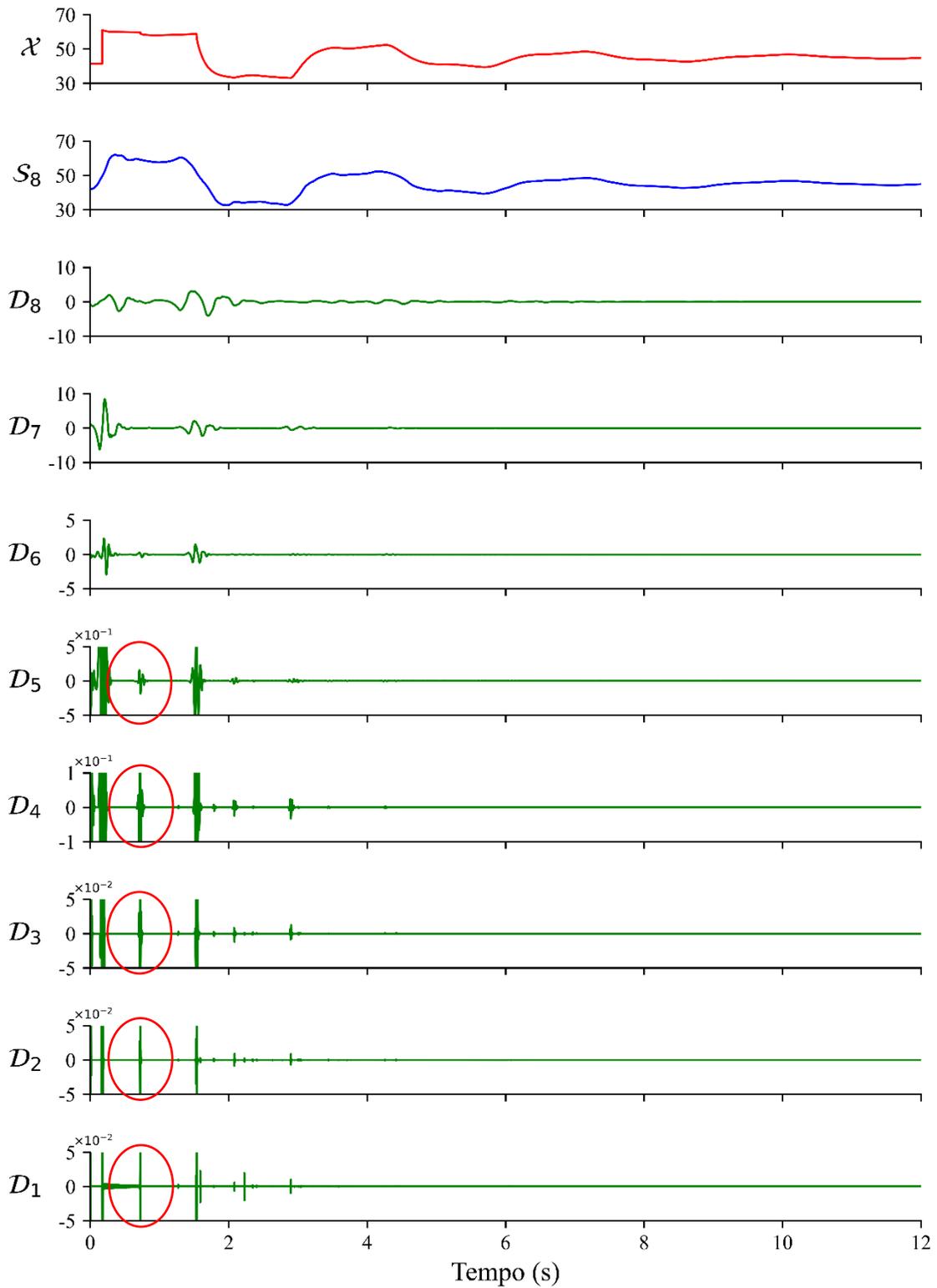


Figura 5.22 - MRA da TWD para rede de PEAD com fechamento instantâneo da válvula. Eixo Y: Carga de pressão (mca)

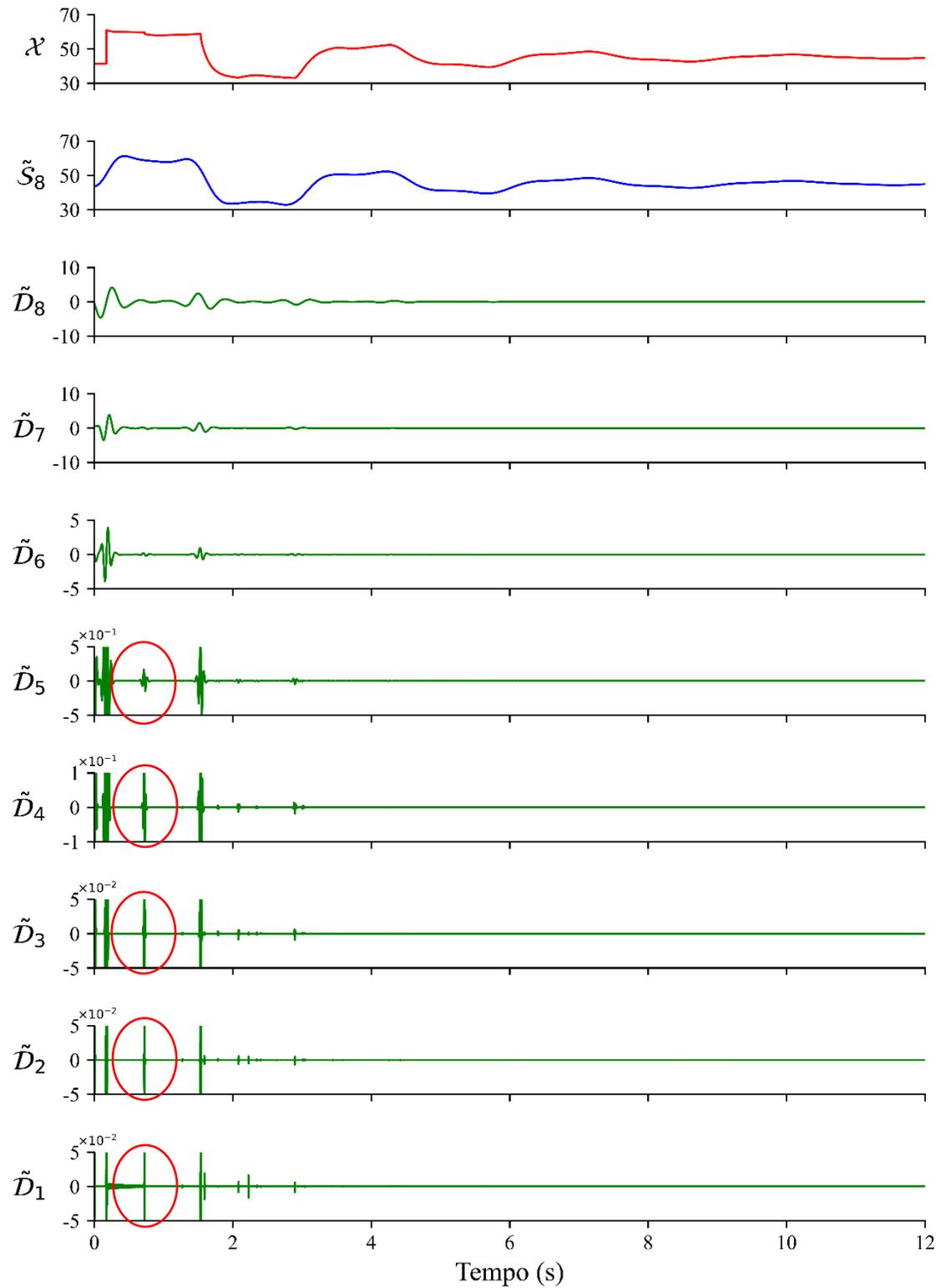


Figura 5.23 - MRA da TWDR para rede de PEAD com fechamento instantâneo da válvula. Eixo Y: Carga de pressão (mca)

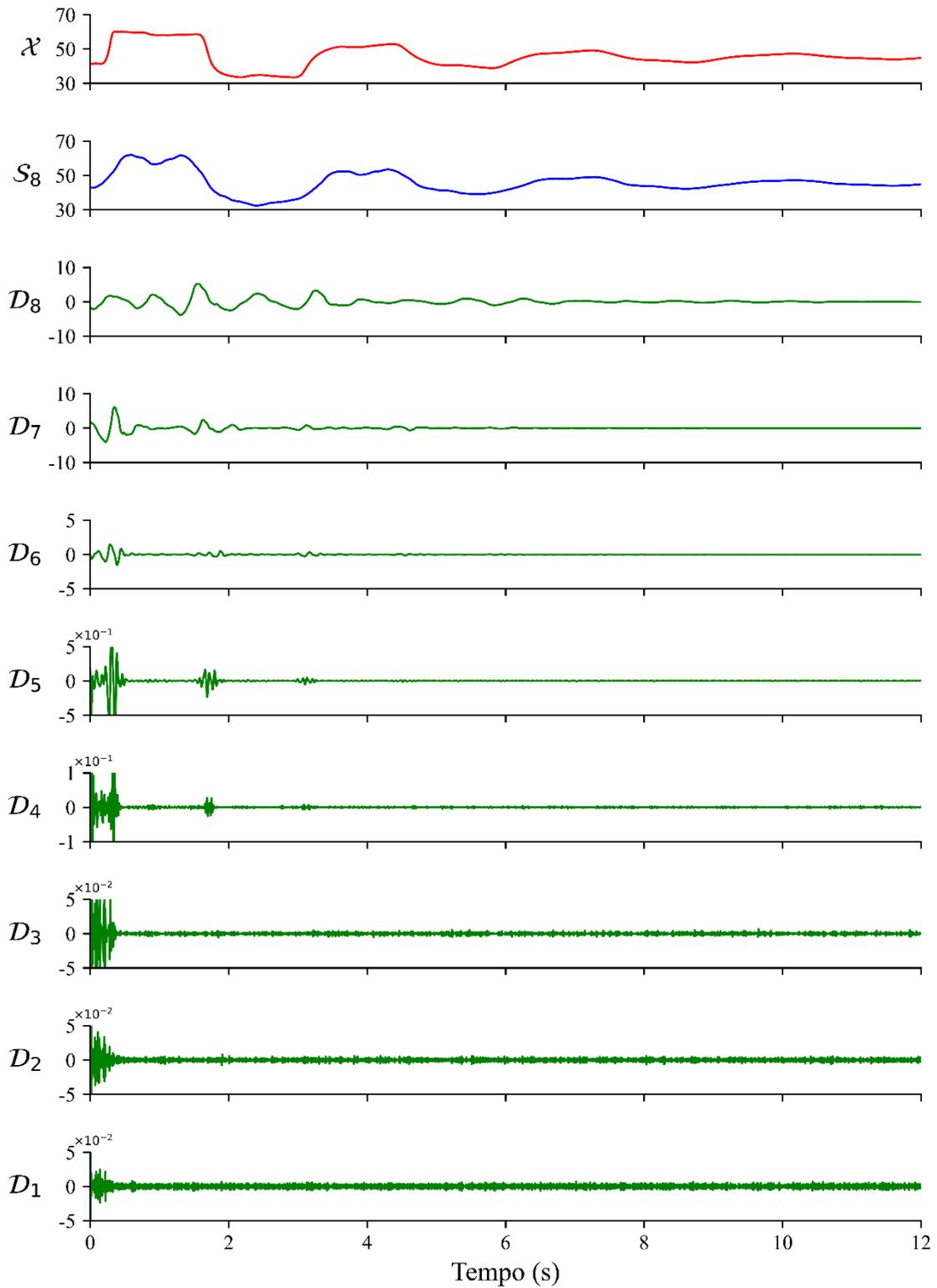


Figura 5.24 - MRA da TWD para rede de PEAD com fechamento real da válvula. Eixo Y: Carga de pressão (mca)

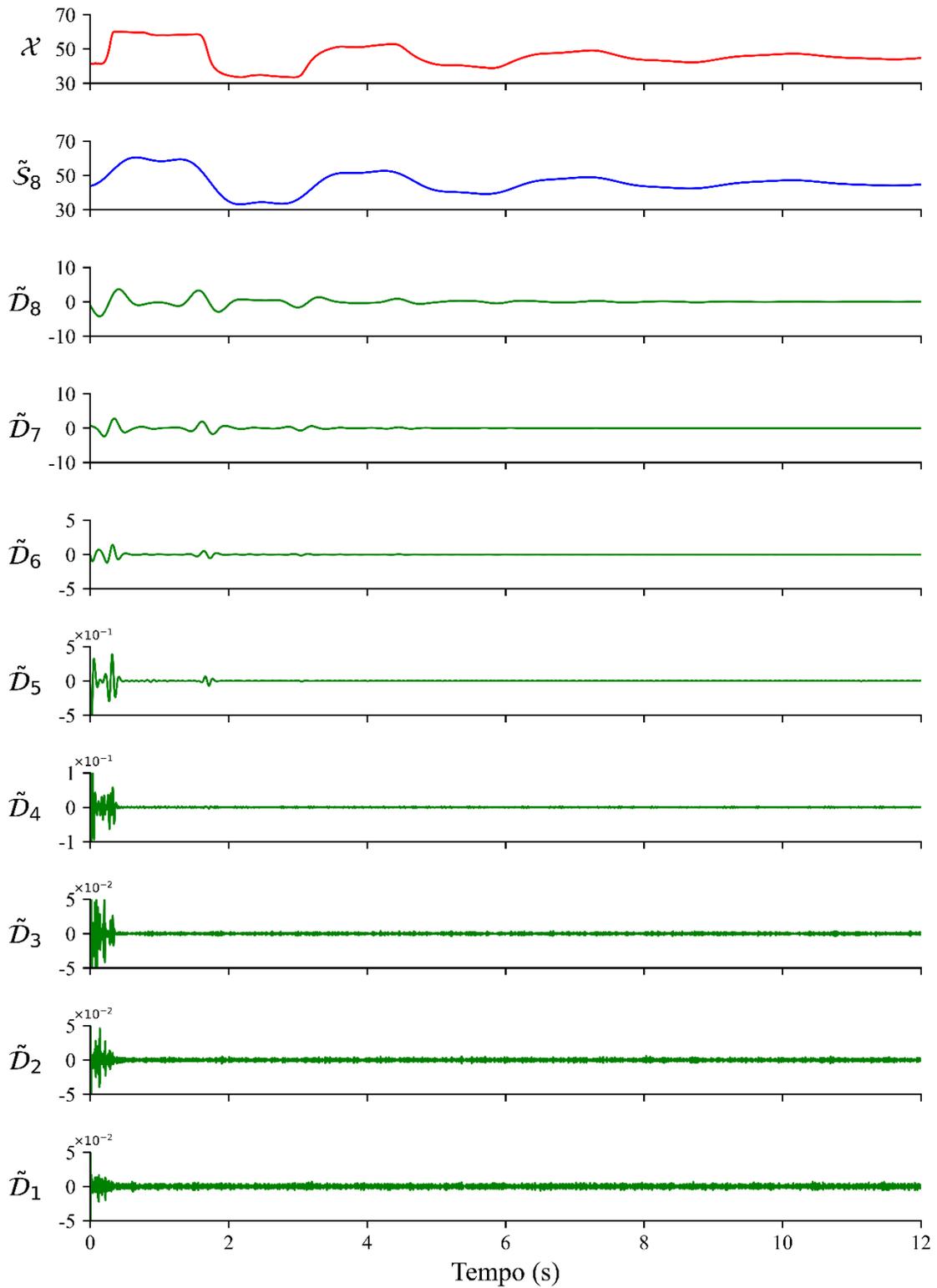


Figura 5.25 - MRA da TWDR para rede de PEAD com fechamento real da válvula.
Eixo Y: Carga de pressão (mca)

5.2.2. Filtro *differentiator-smoother*

Ao contrário da situação exposta na seção 5.1.3 (verificação da implementação dos vazamentos não nodais), em que não foi possível considerar alguns casos da Tabela 4.2 por falta de dados experimentais, o procedimento nesta seção necessita apenas de duas entradas: o perfil de pressão experimental para aplicação do filtro DS e a velocidade de propagação da onda de pressão para estimar a posição do vazamento por meio do tempo de reflexão da onda (equação 4.1). Os perfis de pressão utilizados são os dispostos na Figura 4.11 e Figura 4.12. Já para a velocidade de propagação da onda de pressão, foi considerado o valor ajustado presente na Tabela 5.1, uma vez que um dos objetivos do presente estudo é investigar a capacidade teórica do filtro DS na aplicação de transientes hidráulicos. Nota-se que os valores de a para os casos 3 e 5 não foram ajustados devido à ausência da verificação do simulador hidráulico. Nesse caso, foi considerado o valor médio das velocidades de onda, resultando na estimativa $a = 399$ m/s.

Com base em testes preliminares, o parâmetro referente ao ganho do filtro (G) é responsável pela magnitude do vetor resultante do processo de filtragem, atuando como um multiplicador. Assim, buscou-se a escolha de um valor para G no qual a saída do filtro apresentasse magnitude similar ao sinal normalizado. O parâmetro N_{DS} , por sua vez, é referente à quantidade de coeficientes do filtro, e, intuitivamente, quanto maior N_{DS} , menos ruídos e mais dispersão das variações de pressão, por estar realizando o procedimento de média ponderada em uma janela de valores maior. Dessa forma, N_{DS} foi escolhido de forma que os ruídos fossem reduzidos, mas também que a detecção das singularidades se mantivesse pronunciada. Do mesmo modo, é importante elucidar que o filtro DS preserva a polaridade da alteração, ou seja, caso a mudança de pressão seja positiva (negativa), a saída do filtro também será positiva (negativa).

Dessa forma, com $G = 0,35$ e $N_{DS} = 25$, a aplicação do filtro nas redes experimentais de PEAD está conforme Figura 5.26 à Figura 5.32.

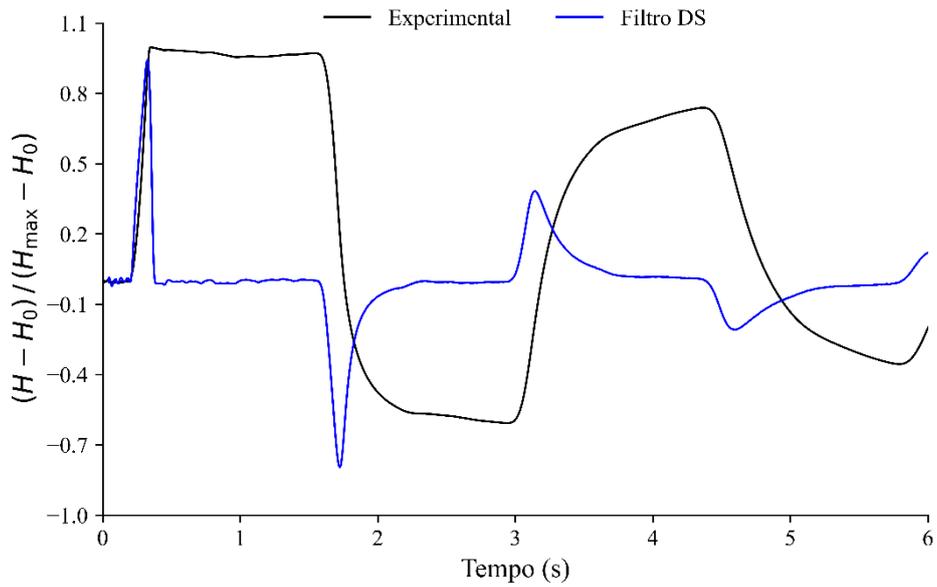


Figura 5.26 - Filtro DS: Caso 2 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,12$ L/s)

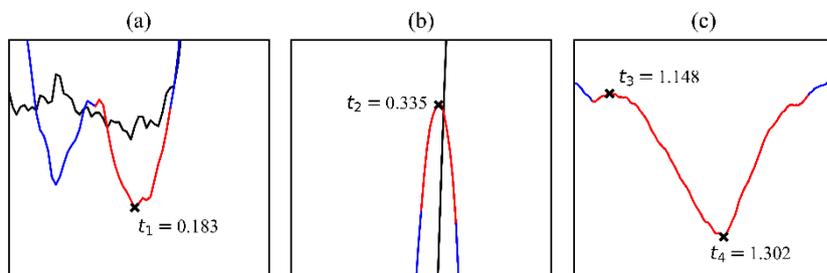
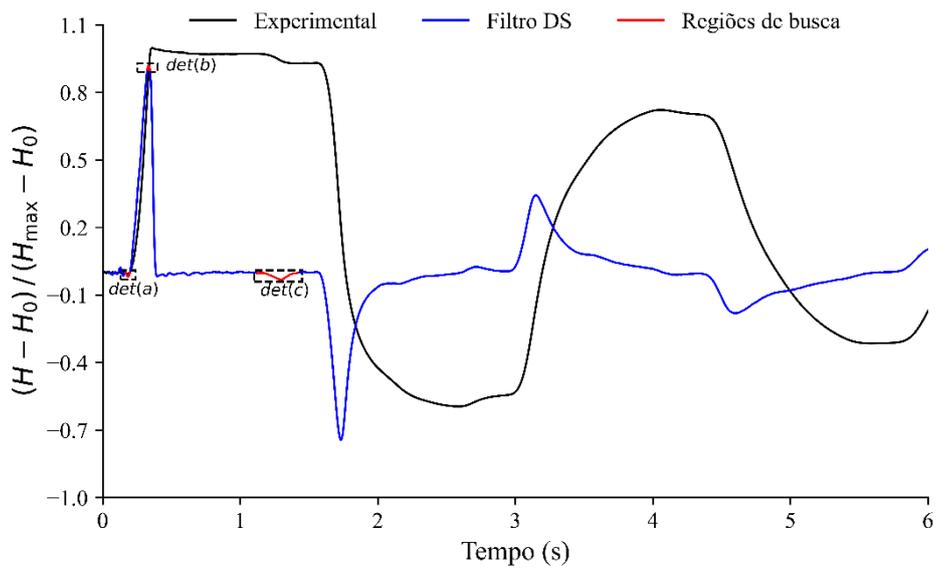


Figura 5.27 - Filtro DS: Caso 1 ($L_{vaz}^{real} = 82,86$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

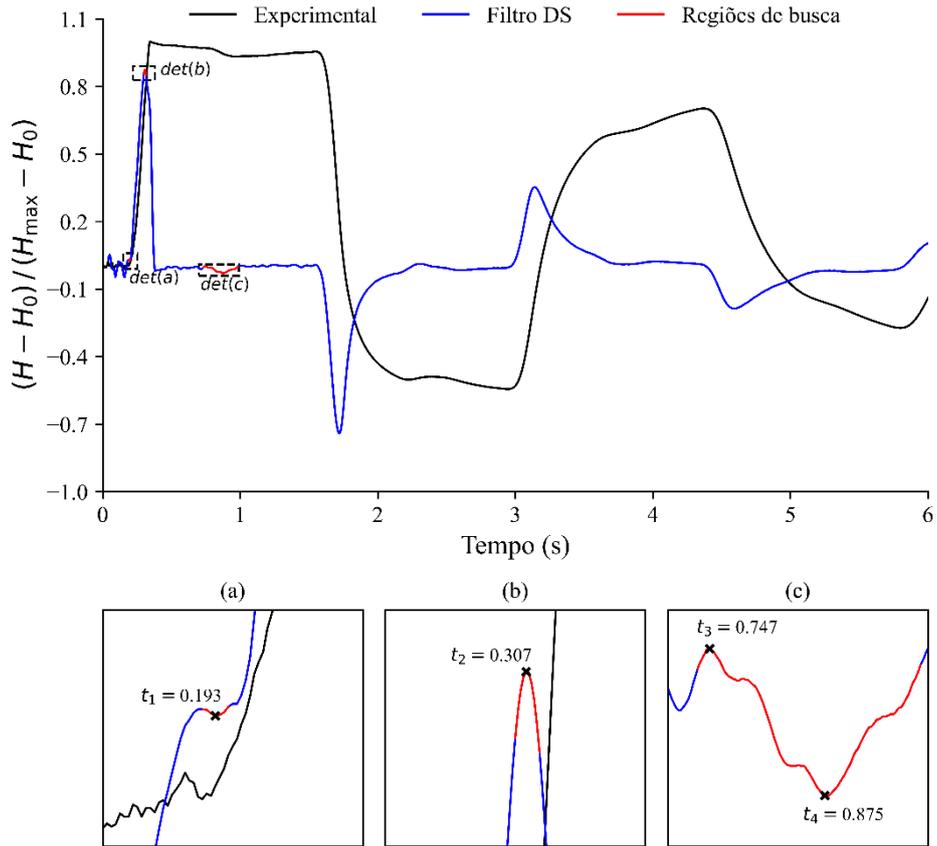


Figura 5.28 - Filtro DS: Caso 3 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,25$ L/s)

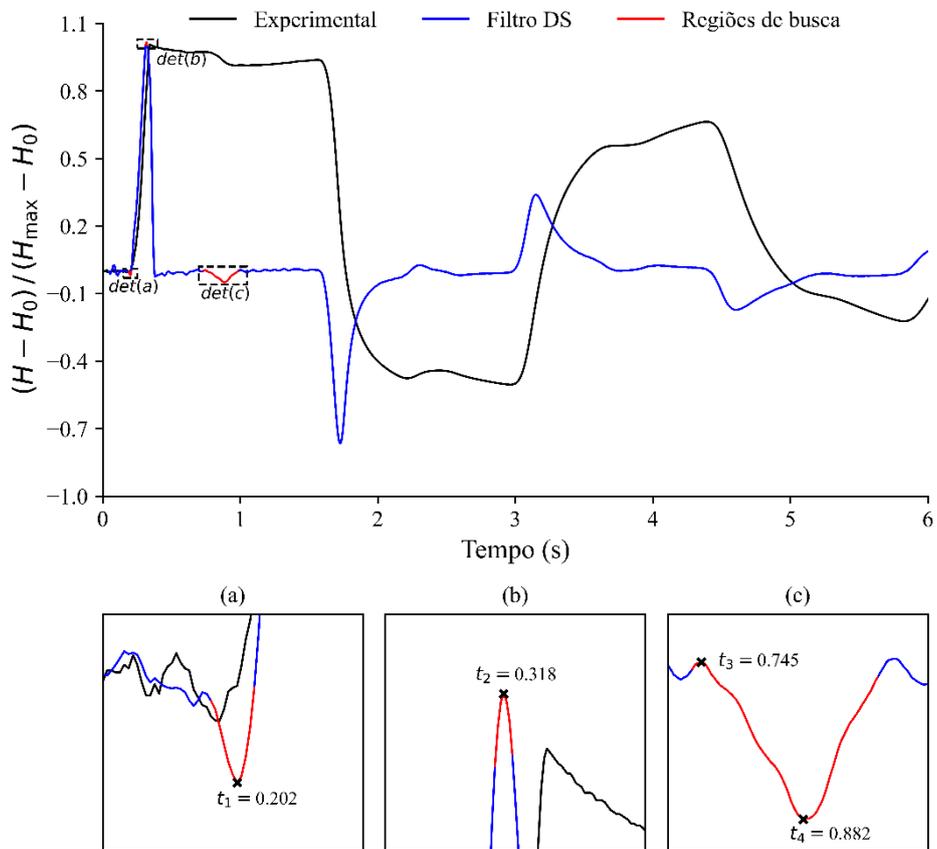


Figura 5.29 - Filtro DS: Caso 4 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

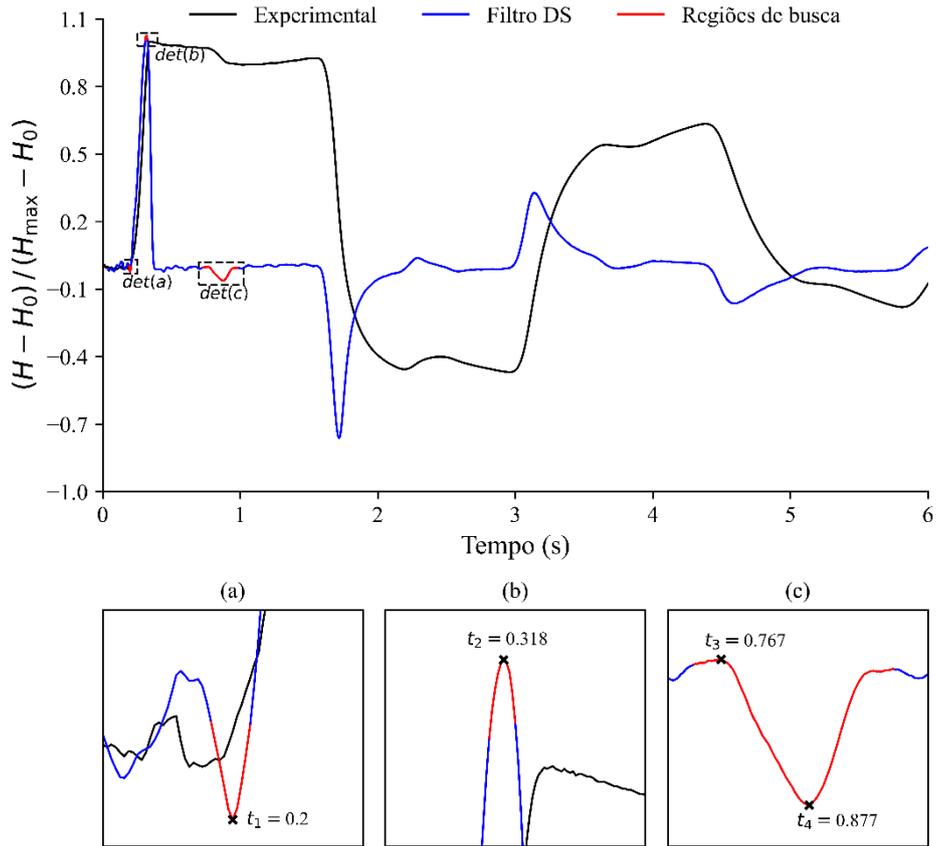


Figura 5.30 - Filtro DS: Caso 5 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,45$ L/s)

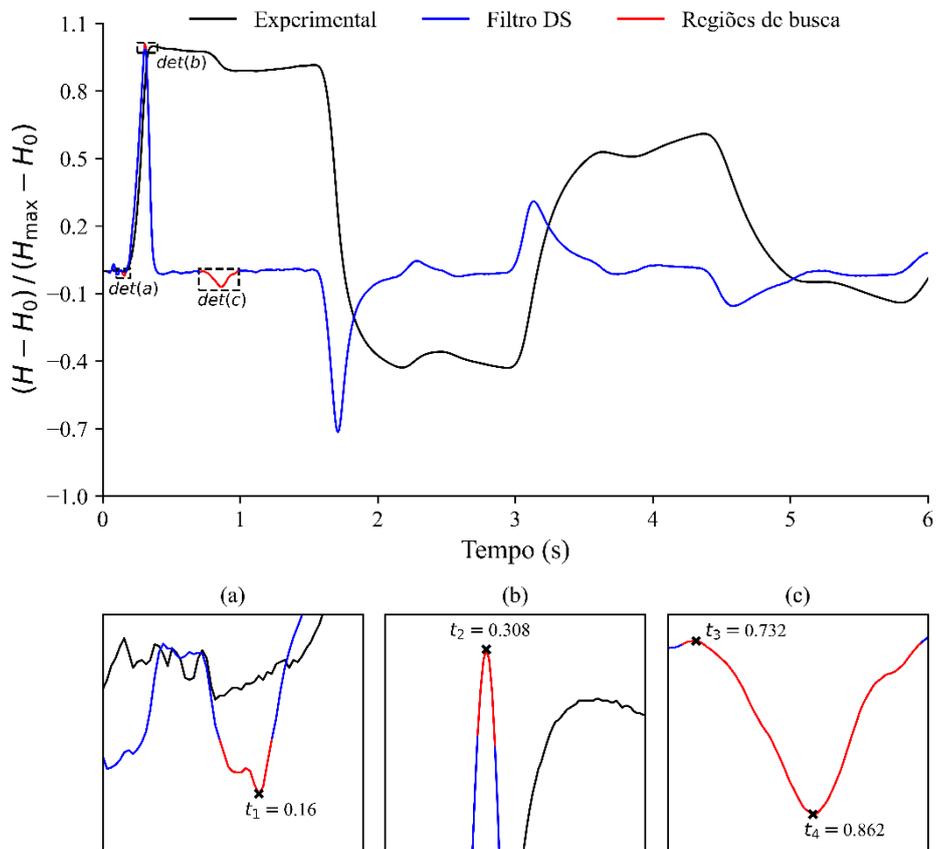


Figura 5.31 - Filtro DS: Caso 6 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,54$ L/s)

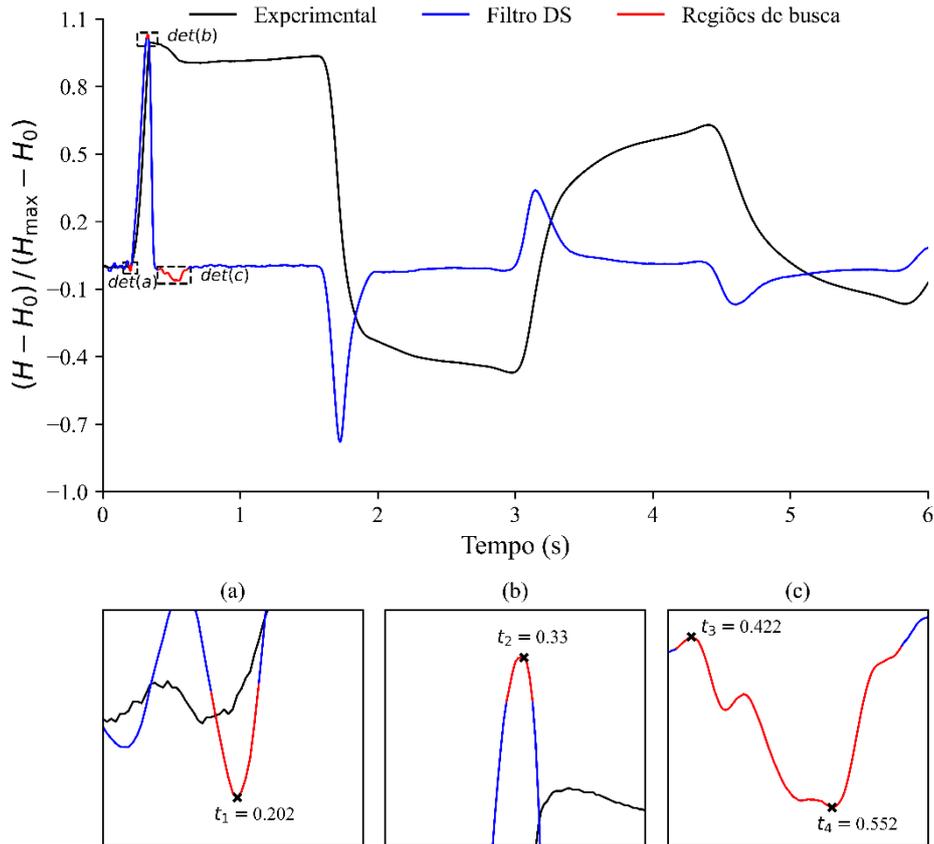


Figura 5.32 - Filtro DS: Caso 7 ($L_{vaz}^{real} = 227,38$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

Primeiramente, pela Figura 5.26 foi observado que o filtro DS não foi capaz de detectar, de maneira clara, o caso mais crítico, correspondente ao vazamento de menor magnitude (12% da vazão inicial do sistema), o qual gera menor variação no sinal de pressão devido à reflexão de onda. No entanto, o filtro apresentou bons resultados para os outros casos, com a vazão do vazamento variando entre 25% e 54% da vazão inicial do sistema e em diferentes posições. Foram apresentados evidentes vales, referentes à queda de pressão, após o primeiro pico em razão do início do transiente. Aqui, a preservação da polaridade da mudança de pressão é essencial para essa identificação. É importante enfatizar que é considerada apenas a primeira metade do primeiro período da onda do transiente hidráulico, uma vez que apresenta reflexões puras do efeito do vazamento.

Dessa forma, para cada caso, foram estabelecidas três regiões de busca, as quais fornecem, em conjunto, quatro instantes temporais de análise. A primeira é referente ao vale logo antes do maior pico do filtro, relativo ao intervalo de tempo em que houve o fechamento da válvula e, por consequência, início do transiente. Foi considerado que o ponto de mínimo desse vale (t_1) corresponde ao instante de início do fechamento da válvula. A segunda região de busca abrange o extremo do primeiro pico do filtro, em que

o ponto de máximo (t_2) foi considerado como o instante de finalização do fechamento da válvula. Por último, a terceira região é o vale referente ao momento de detecção da onda refletida pelo vazamento. Para cálculo do tempo de viagem da onda, foi admitido o ponto de máximo da região de busca como t_3 e o ponto de mínimo como t_4 .

Com os instantes demarcados, resultantes da saída do filtro DS, foram realizadas duas análises em paralelo. Considerou-se o tempo de viagem $t_3 - t_1$, relativo ao início do fechamento da válvula e ao início da detecção do vazamento, e o tempo de viagem $t_4 - t_2$, relativo ao término do fechamento da válvula e instante de detecção do vazamento. Assim, a equação 4.1, para cálculo da localização do vazamento, foi ajustada resultando na equação 5.2, uma vez que a distância calculada seria a partir do ponto de medição, no caso localizado na válvula, no entanto, comumente, o ponto de referência é o ponto mais a montante, lembrando que o comprimento efetivo da tubulação é $L = 271,8$ m. Foi calculado também o erro absoluto pela equação 5.3.

$$L_{vaz}^{i,j} = L - a \frac{t_i - t_j}{2} \quad 5.2$$

$$E_r^{i,j} = L_{vaz}^{real} - L_{vaz}^{i,j} \quad 5.3$$

Para a velocidade de propagação da onda de pressão, foram considerados três valores para cada caso: a ajustada por meio de simulação hidráulica (a_{sim}) e os limites inferiores (a_{inf}) e superiores (a_{sup}) estimados experimentalmente por Covas (2003). A tabela de resultados considerando $a = a_{sim}$ está conforme Tabela 5.2. Os resultados considerando $a = a_{inf}$ e $a = a_{sup}$ de Covas (2003), por sua vez, estão conforme Tabela 5.3 e Tabela 5.4. É importante pontuar que, como não havia o conhecimento dos limites das velocidades da propagação da onda dos casos 3 e 5, esses não constaram para o cálculo da localização do vazamento.

Tabela 5.2 - Localização do vazamento pelo filtro DS com $a = a_{sim}$

Caso	L_{vaz}^{real} (m)	a_{sim} (m/s)	$t_3 - t_1$ (s)	$L_{vaz}^{3,1}$ (m)	$E_r^{3,1}$ (m)	$t_4 - t_2$ (s)	$L_{vaz}^{4,2}$ (m)	$E_r^{4,2}$ (m)
1	82,86	400	0,965	78,80	4,06	0,967	78,40	4,46
3		399	0,554	161,28	1,20	0,568	158,48	4,00
4	162,48	398	0,543	163,74	-1,26	0,564	159,56	2,92
5		399	0,567	158,68	3,80	0,559	160,28	2,20
6		399	0,572	157,69	4,79	0,554	161,28	1,20
7	227,38	399	0,220	227,91	-0,53	0,222	227,51	-0,13

Tabela 5.3 - Localização do vazamento pelo filtro DS com $a = a_{inf}$

Caso	L_{vaz}^{real} (m)	a_{inf} (m/s)	$t_3 - t_1$ (s)	$L_{vaz}^{3,1}$ (m)	$E_r^{3,1}$ (m)	$t_4 - t_2$ (s)	$L_{vaz}^{4,2}$ (m)	$E_r^{4,2}$ (m)
1	82,86	374	0,965	91,35	-8,49	0,967	90,97	-8,11
4	162,48	373	0,543	170,53	-8,05	0,564	166,61	-4,13
6		370	0,572	165,98	-3,50	0,554	169,31	-6,83
7	227,38	364	0,220	231,76	-4,38	0,222	231,40	-4,02

Tabela 5.4 - Localização do vazamento pelo filtro DS com $a = a_{sup}$

Caso	L_{vaz}^{real} (m)	a_{sup} (m/s)	$t_3 - t_1$ (s)	$L_{vaz}^{3,1}$ (m)	$E_r^{3,1}$ (m)	$t_4 - t_2$ (s)	$L_{vaz}^{4,2}$ (m)	$E_r^{4,2}$ (m)
1	82,86	407	0,965	75,42	7,44	0,967	75,02	7,84
4	162,48	394	0,543	164,83	-2,35	0,564	160,69	1,79
6		408	0,572	155,11	-7,37	0,554	158,78	3,70
7	227,38	394	0,220	228,46	-1,08	0,222	228,07	-0,69

Para a Tabela 5.2, em ambas as análises, os erros $E_r^{3,1}$ e $E_r^{4,2}$ não passaram de 2% do comprimento total da tubulação L (equivalente a 5,44 m) e mostraram resultados bastante similares quanto à precisão da localização. Já para a Tabela 5.3 e Tabela 5.4, em que foram considerados valores estimados experimentalmente, apenas um resultado ultrapassou ligeiramente o erro de 3% do comprimento total da tubulação, sendo o $E_r^{3,1}$ do caso 1 da Tabela 5.3.

Diante do exposto, como a verificação da eficiência do filtro DS para detecção e localização de vazamentos foi um sucesso, optou-se, para prosseguimento do estudo, utilizar os valores obtidos na Tabela 5.2. Além disso, foram escolhidos os resultados $L_{vaz}^{3,1}$ pela justificativa de que, geralmente, as análises se baseiam no instante de início do fechamento da válvula.

5.3. MÉTODO TRANSIENTE INVERSO

A utilização do MTI foi feita com o objetivo de avaliar a influência da informação prévia da localização do vazamento, fornecida pelo filtro DS, no processo de otimização. As simulações foram efetuadas para os casos da Tabela 4.2, com exceção do caso 2, por não ter sido detectado pelo filtro DS, e dos casos 3 e 5, pela ausência de dados experimentais de referência.

Dessa forma, para efeitos de comparação, primeiro foi aplicado apenas o método de busca global AG, para então ser acoplado como dado de entrada a saída do filtro DS. Por fim, acoplou-se também o método de busca local LM, caracterizando-se assim como um método híbrido. Foram plotados, após finalização das soluções, os perfis de pressão resultantes de cada método, assim como a comparação de seus respectivos tempos computacionais.

5.3.1. Algoritmo genético

A partir da configuração do AG descrita na Tabela 4.4 e com 500 gerações como critério de parada, foi utilizado como base de cálculo o simulador hidráulico com fator de atrito variável, viscoelasticidade e formulação de vazamentos não nodais. A função objetivo (FO), obtida na equação 4.2, é utilizada para calcular a aptidão, uma vez que o algoritmo utilizado busca a maximização desse parâmetro. O cálculo foi feito conforme a equação 5.4, em que é adicionado um termo irrisório no denominador a fim de evitar indeterminações matemáticas.

$$Aptidão = \frac{1}{FO + 0,00000001} \quad 5.4$$

Assim, sendo as variáveis de decisão L_{vaz} e $C_d A_L$, os limites de busca do L_{vaz} correspondem ao comprimento da tubulação. Para $C_d A_L$, considerando Q_{L0} conforme equação 3.12, o limite inferior é referente à $Q_{L0} = 0$, portanto $C_d A_L^{inf} = 0$, e o limite superior à $Q_{L0} = Q_0$. Nesse caso, a formulação depende de H_0 , o qual é obtido como sendo a parte permanente de H_T (Tabela 5.1). Porém, a diferença da pressão em regime permanente é pequena para os casos considerados, então é possível admitir o mesmo valor para todos, sendo esse a parte permanente de H_T^0 . Dessa forma, é obtido o valor $C_d A_L^{sup} = 3,3 \cdot 10^{-5}$.

Foram feitas 10 simulações com soluções iniciais diferentes para cada caso devido ao caráter não determinístico do AG. Os resultados estão dispostos da Figura 5.33 à Figura 5.36. Os resultados numéricos obtidos ao fim de todas as simulações estão presentes na Tabela 5.5.

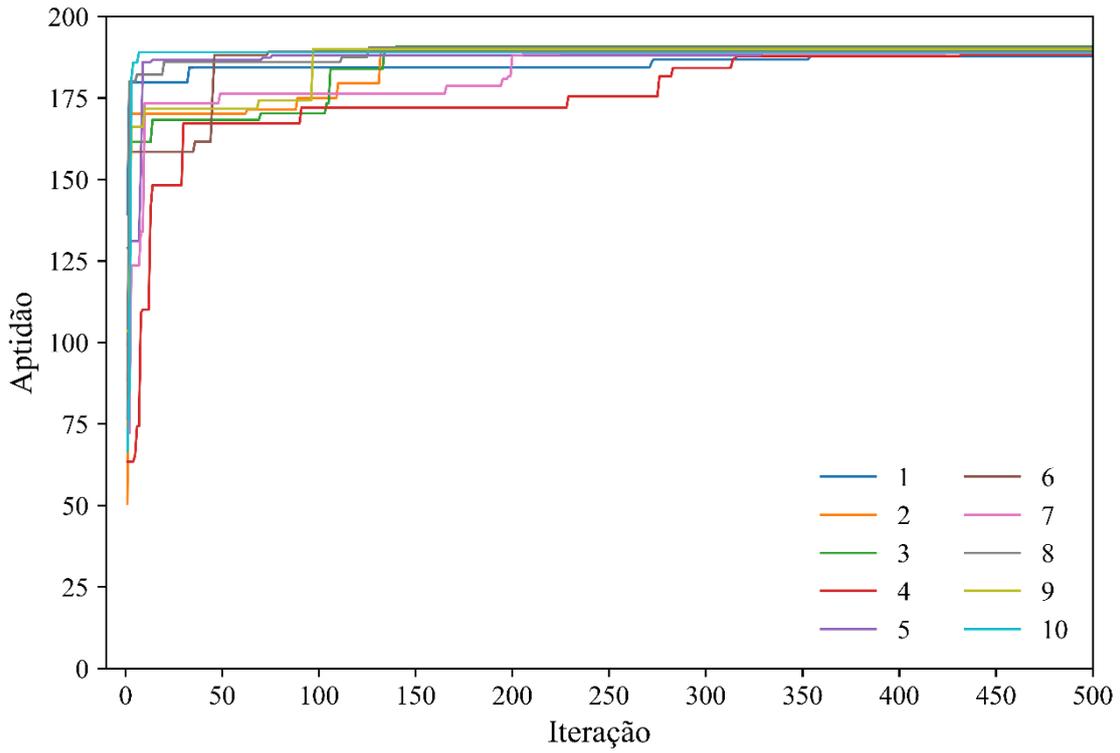


Figura 5.33 - Simulações do AG: Caso 1 ($L_{vaz}^{real} = 82,86$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

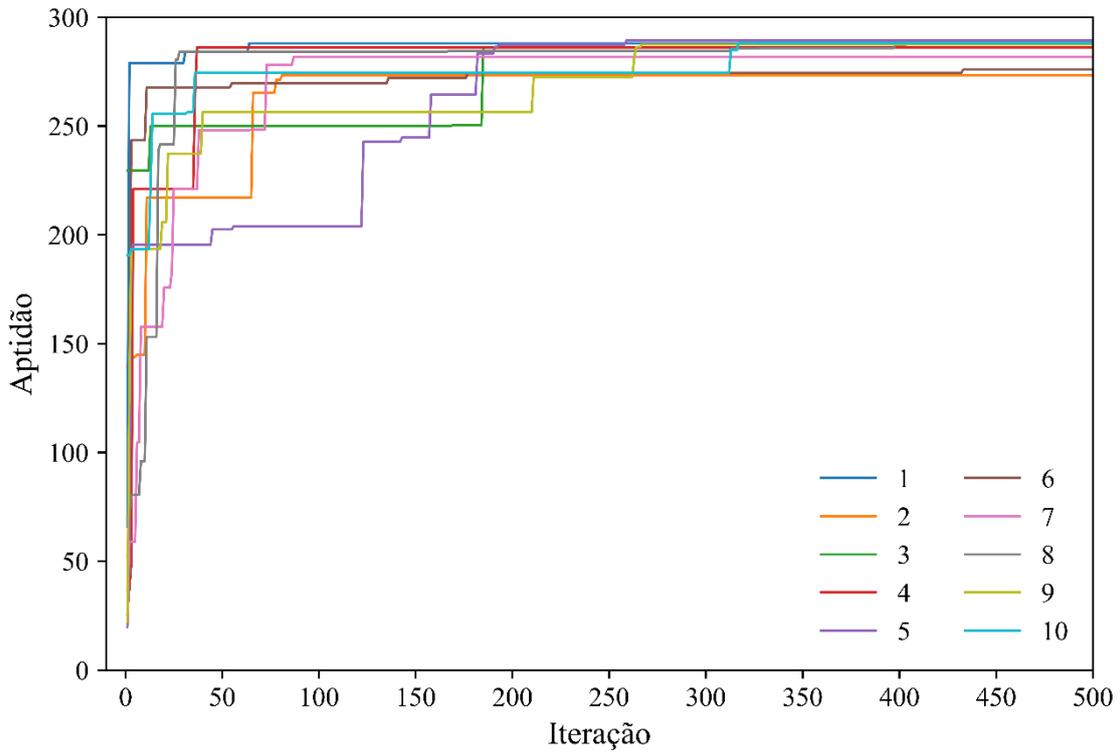


Figura 5.34 - Simulações do AG: Caso 4 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

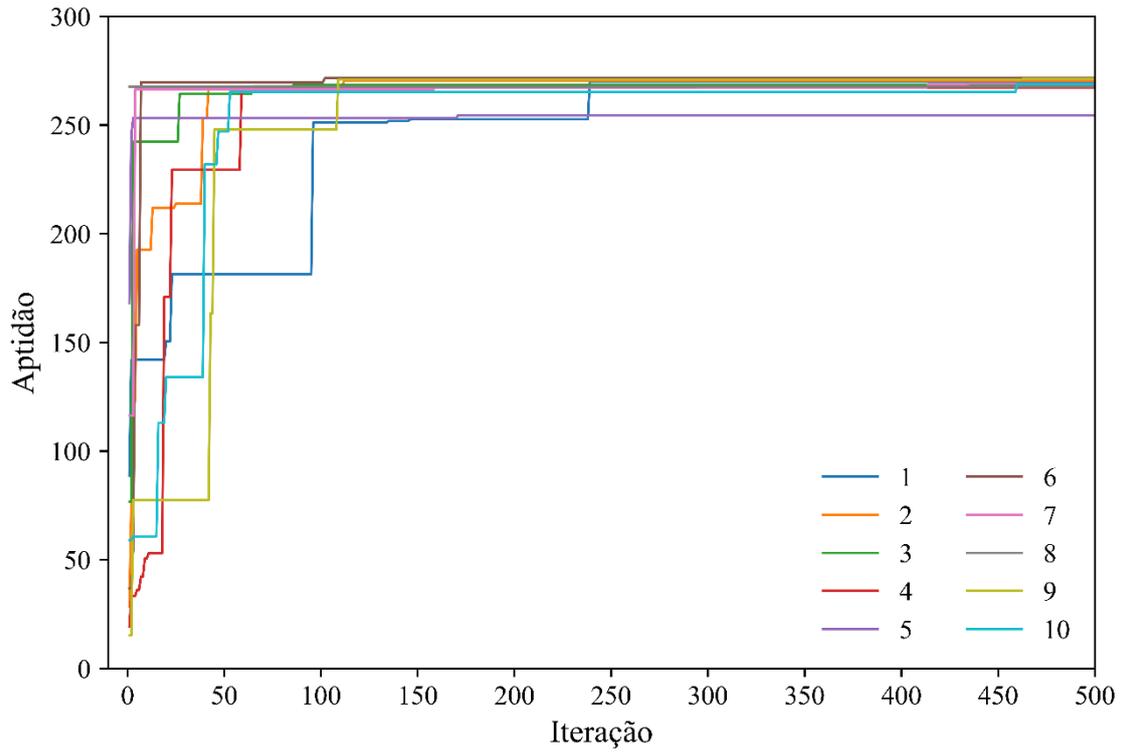


Figura 5.35 - Simulações do AG: Caso 6 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,54$ L/s)

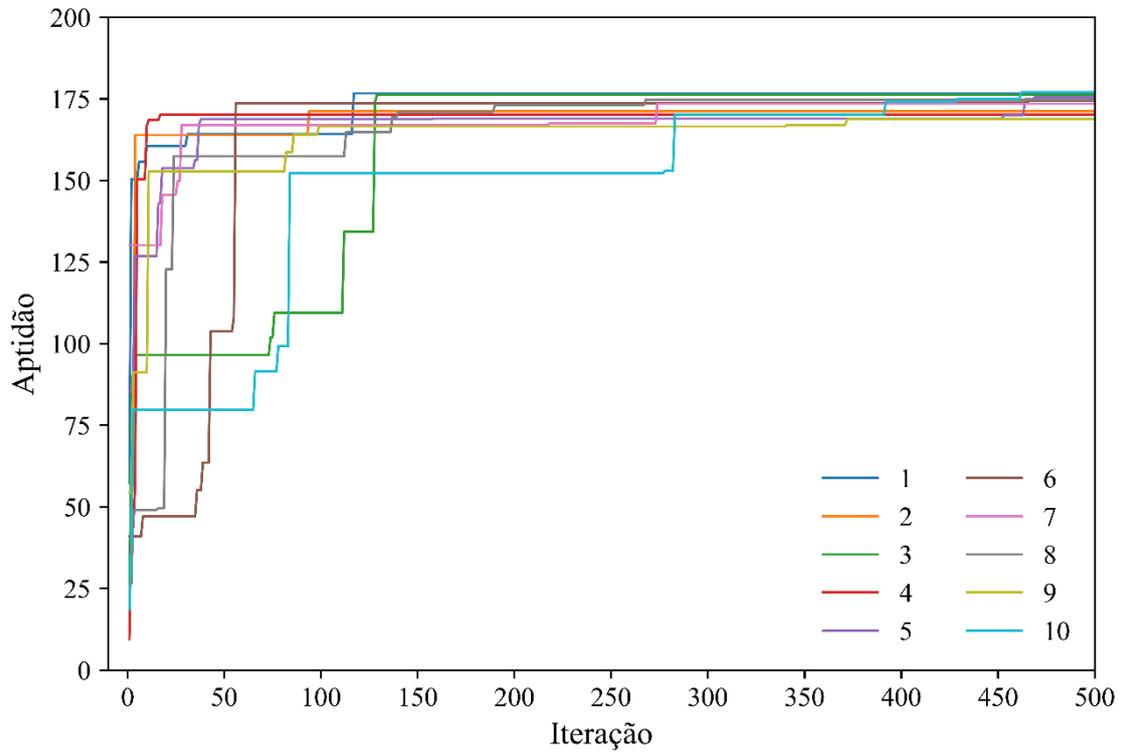


Figura 5.36 - Simulações do AG: Caso 7 ($L_{vaz}^{real} = 227,38$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

Tabela 5.5 - Resultados das simulações com AG

AG	Caso 1		Caso 4		Caso 6		Caso 7	
	L_{vaz}^{num}	$C_d A_L^{num}$						
	(m)	(m ²) (10 ⁻⁵)						
1	90,46	1,06	163,08	1,23	164,82	1,85	228,69	1,21
2	88,89	1,09	163,64	1,21	164,15	1,87	227,95	1,22
3	88,47	1,09	162,41	1,21	164,84	1,86	228,34	1,21
4	90,01	1,06	162,41	1,21	165,01	1,89	227,52	1,22
5	88,19	1,10	163,64	1,22	164,90	1,87	226,71	1,22
6	88,73	1,11	163,22	1,20	164,94	1,87	228,35	1,22
7	87,86	1,10	163,03	1,21	165,26	1,86	228,58	1,20
8	89,27	1,08	162,33	1,22	164,92	1,87	227,34	1,21
9	89,65	1,07	162,30	1,23	165,05	1,90	228,37	1,22
10	88,39	1,11	162,87	1,23	164,80	1,85	228,29	1,22
Média	88,99	1,09	162,87	1,22	164,87	1,87	228,01	1,22
Real	82,86	1,21	162,48	1,21	162,48	1,89	227,38	1,21

É possível observar que foram obtidos bons resultados para os casos 4, 6 e 7, porém divergência para o caso 1 quando comparada a média dos resultados com o real esperado. Isso pode ser explicado por imprecisão do simulador hidráulico, em que, por não ser 100% representativo, houve a possibilidade de parâmetros distantes do ideal gerarem uma solução interpretada como melhor pela *FO*.

5.3.2. Algoritmo genético com filtro DS

Essa simulação diferencia-se da anterior pela alteração dos limites de busca do gene referente ao L_{vaz} por meio da incorporação da localização obtida pelo Filtro DS, resultando no que foi denominado de AG+DS. Como notado anteriormente, o erro absoluto não ultrapassou o limite de 2% do comprimento total da tubulação. A consideração do erro absoluto em detrimento do erro relativo foi feita para possibilitar melhor comparativo em diferentes redes para possíveis análises futuras, uma vez que haveria uma diferença de magnitude expressiva quando comparadas redes com comprimentos distintos.

Fazendo $L_{vaz}^{inf} = L_{vaz}^{3,1} - 2\%L$ e $L_{vaz}^{sup} = L_{vaz}^{3,1} + 2\%L$ para cada caso, os resultados foram:

Tabela 5.6 - Novo espaço de busca para L_{vaz}

Caso	L_{vaz}^{inf} (m)	L_{vaz}^{sup} (m)
1	73,36	84,24
4	158,31	169,18
6	152,25	163,12
7	222,47	233,35

Assim, com o novo espaço de busca $L_{vaz} = [L_{vaz}^{inf}, L_{vaz}^{sup}]$, o mesmo procedimento anterior é repetido, em que são utilizados os parâmetros de AG da Tabela 4.4 com critério de parada de 500 gerações. Também foram realizadas 10 simulações para cada caso com vazamento considerado. A convergência do AG+DS está representada da Figura 5.37 à Figura 5.40.

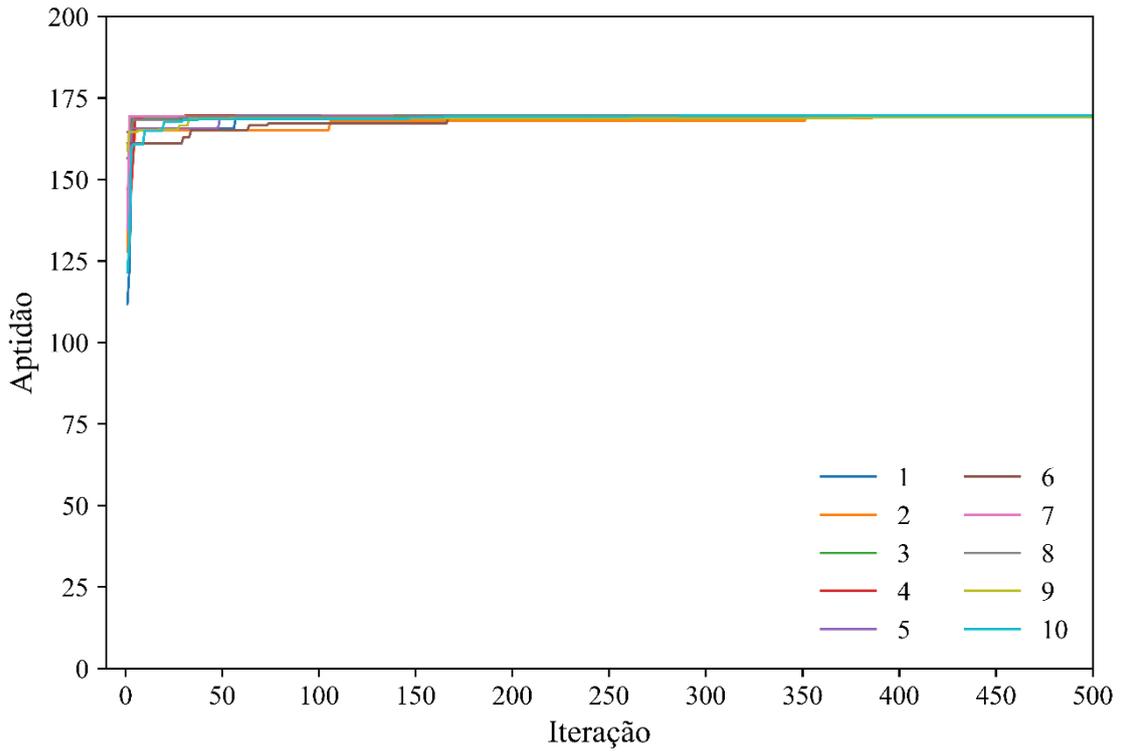


Figura 5.37 - Simulações do AG+DS: Caso 1 ($L_{vaz}^{real} = 82,86$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

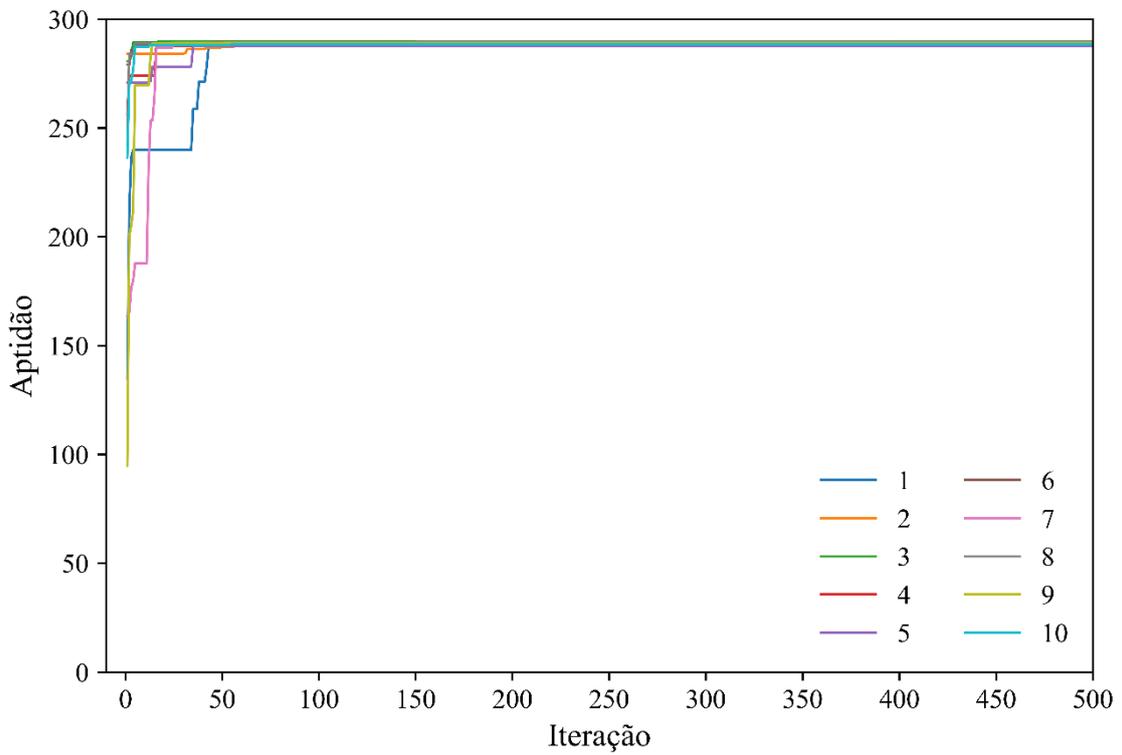


Figura 5.38 - Simulações do AG+DS: Caso 4 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

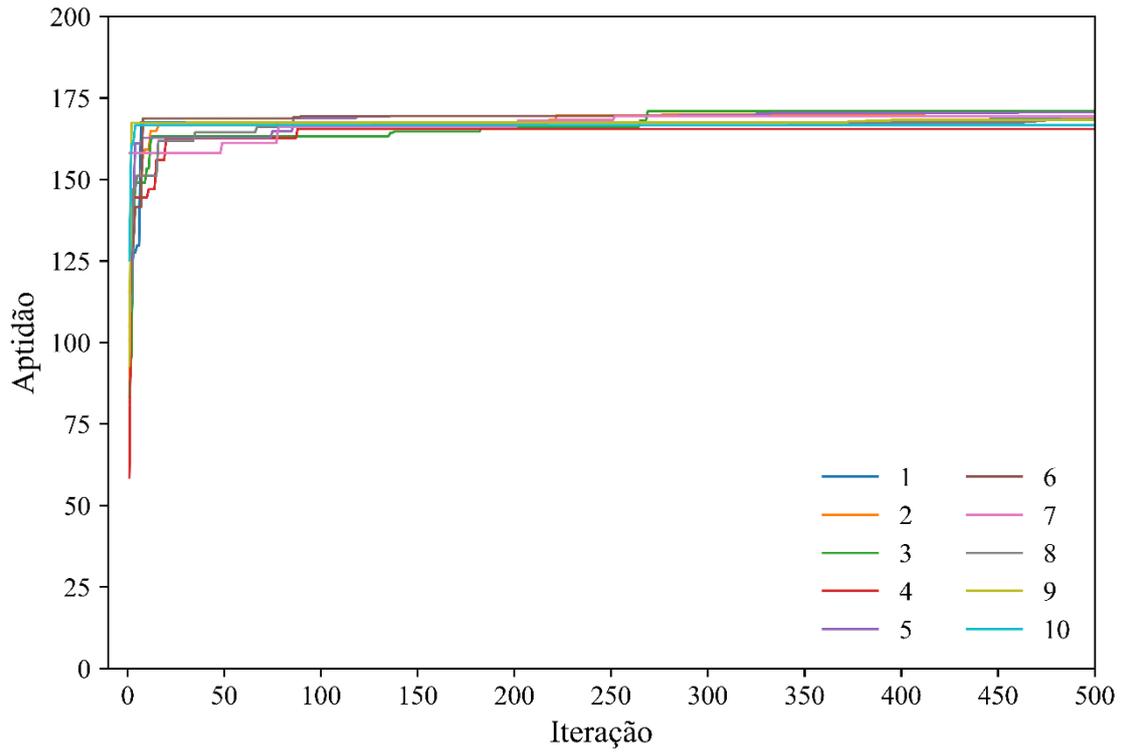


Figura 5.39 - Simulações do AG+DS: Caso 6 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,54$ L/s)

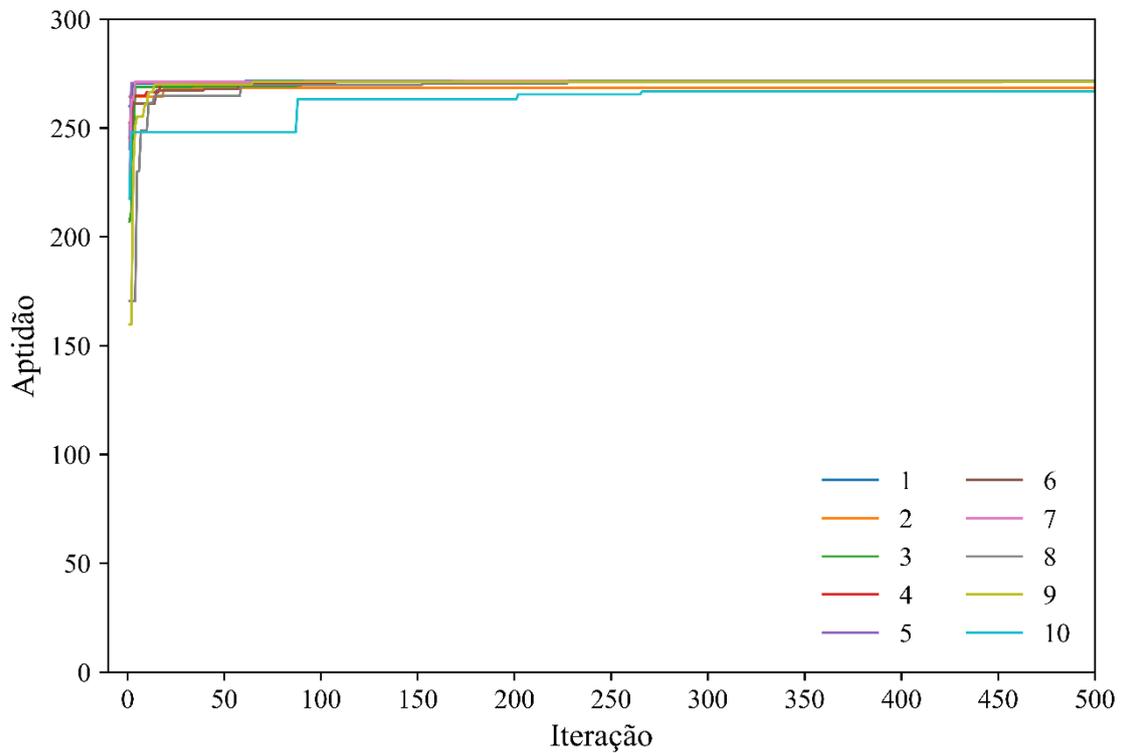


Figura 5.40 - Simulações do AG+DS: Caso 7 ($L_{vaz}^{real} = 227,38$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

Os resultados numéricos obtidos ao fim de todas as simulações estão presentes na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 - Resultados das simulações com AG+DS

AG+DS	Caso 1		Caso 4		Caso 6		Caso 7	
	L_{vaz}^{num}	$C_d A_L^{num}$						
	(m)	(m ²) (10 ⁻⁵)						
1	84,09	1,13	162,72	1,23	162,86	1,88	228,28	1,21
2	84,06	1,14	162,50	1,21	162,80	1,87	228,01	1,19
3	84,03	1,14	162,69	1,23	162,80	1,87	228,31	1,22
4	84,01	1,14	162,62	1,22	162,94	1,89	228,30	1,21
5	84,01	1,14	162,79	1,24	162,82	1,87	228,34	1,22
6	84,03	1,13	162,65	1,22	162,85	1,88	228,40	1,22
7	84,01	1,14	162,59	1,22	162,83	1,88	228,28	1,21
8	84,03	1,13	162,68	1,23	162,87	1,88	228,33	1,22
9	84,05	1,15	162,59	1,22	162,88	1,88	228,36	1,22
10	84,02	1,14	162,55	1,22	162,89	1,89	228,03	1,19
Média	84,03	1,14	162,64	1,22	162,85	1,88	228,26	1,21
Real	82,86	1,21	162,48	1,21	162,48	1,89	227,38	1,21

Primeiramente, foi observado que a convergência se deu de maneira mais rápida e uniforme entre as simulações, o que era de se esperar devido à estimativa inicial muito próxima de uma das duas variáveis que estavam sendo calculadas. Para uma análise complementar e mais visual do comparativo, as soluções calculadas pelo AG e pelo AG+DS foram plotadas em conjunto, como demonstrado da Figura 5.41 à Figura 5.44. Nessas figuras, foi plotada a razão entre o $C_d A_L$ calculado e o $C_d A_L$ de referência, o mesmo para o parâmetro L_{vaz} . Assim, conforme a razão se aproxima de 100%, como indica a linha horizontal tracejada, mais próximo o valor calculado está do real. Nota-se, então, a maior precisão obtida para o caso 1 quando utilizada a informação prévia do filtro DS, mesmo que tenha apresentado uma convergência para um menor valor de aptidão, sendo resultado de imprecisões inerentes do simulador hidráulico.

Dessa forma, o filtro DS proporcionou dois ganhos significativos para o método: possibilidade de menor número de gerações para uma convergência satisfatória e auxílio para casos de imprecisão do simulador hidráulico. O próximo passo foi acoplar esse método com o método de busca local LM, implementando também a ideia de necessidade de menos gerações para convergência do resultado.

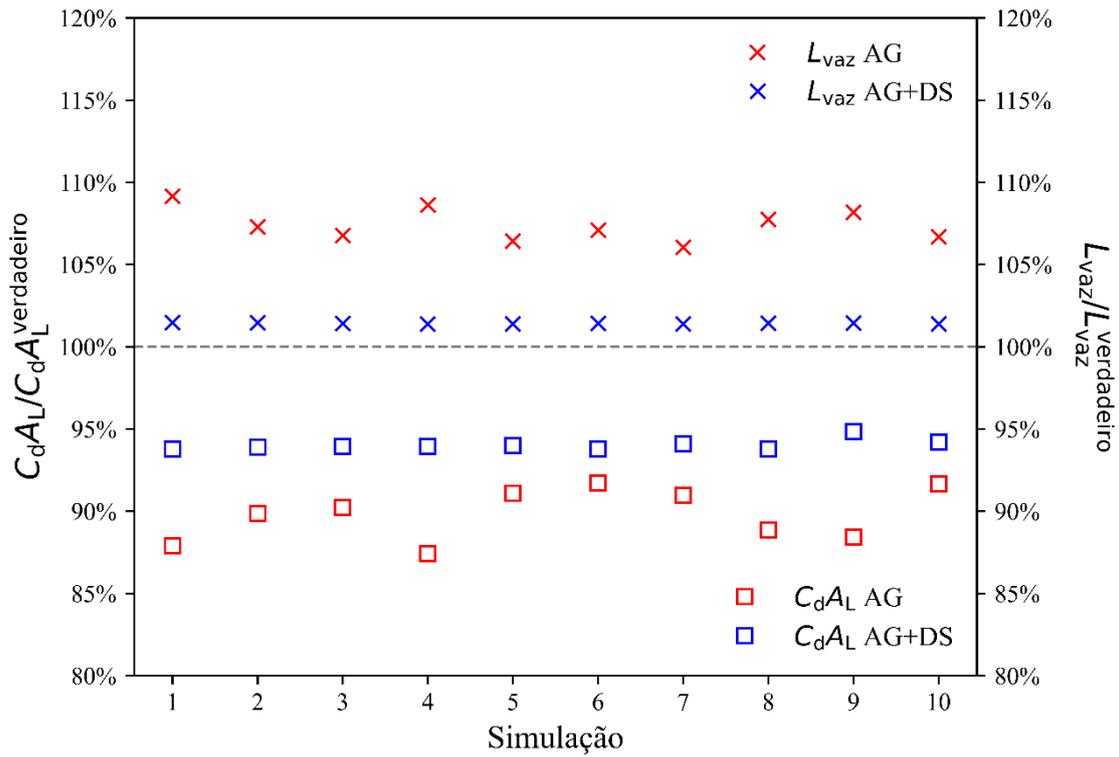


Figura 5.41 - Comparativo das soluções AG e AG+DS: Caso 1 ($L_{vaz}^{real} = 82,86$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

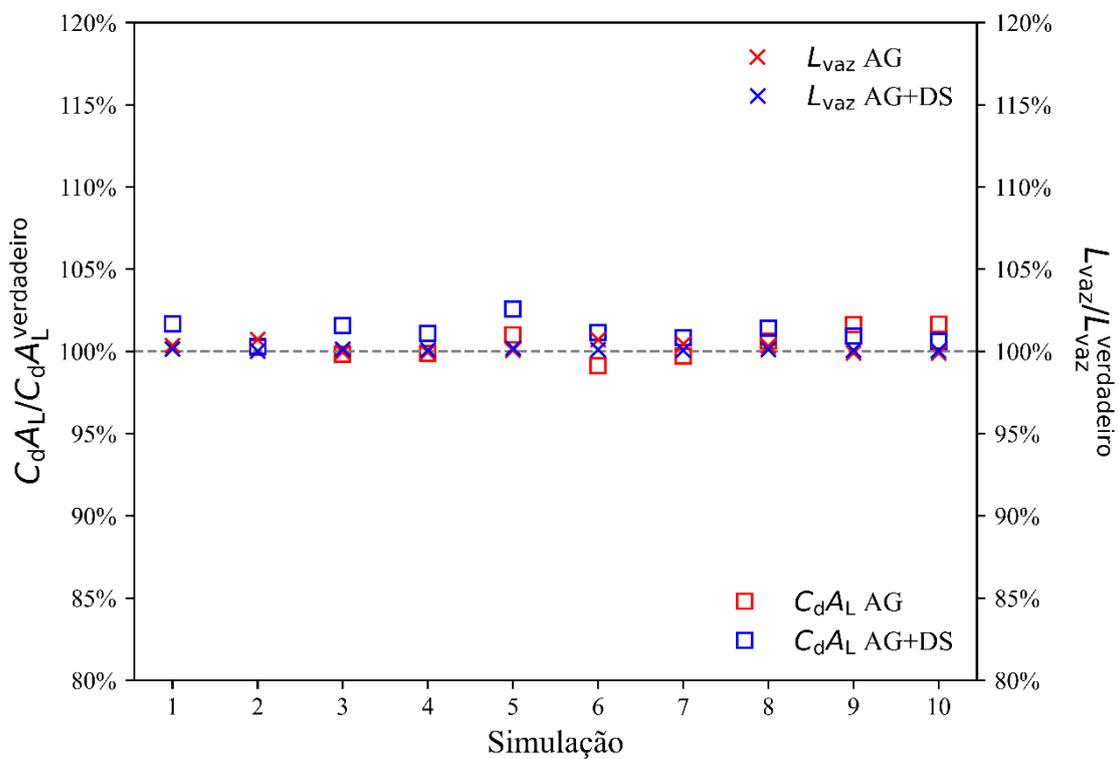


Figura 5.42 - Comparativo das soluções AG e AG+DS: Caso 4 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

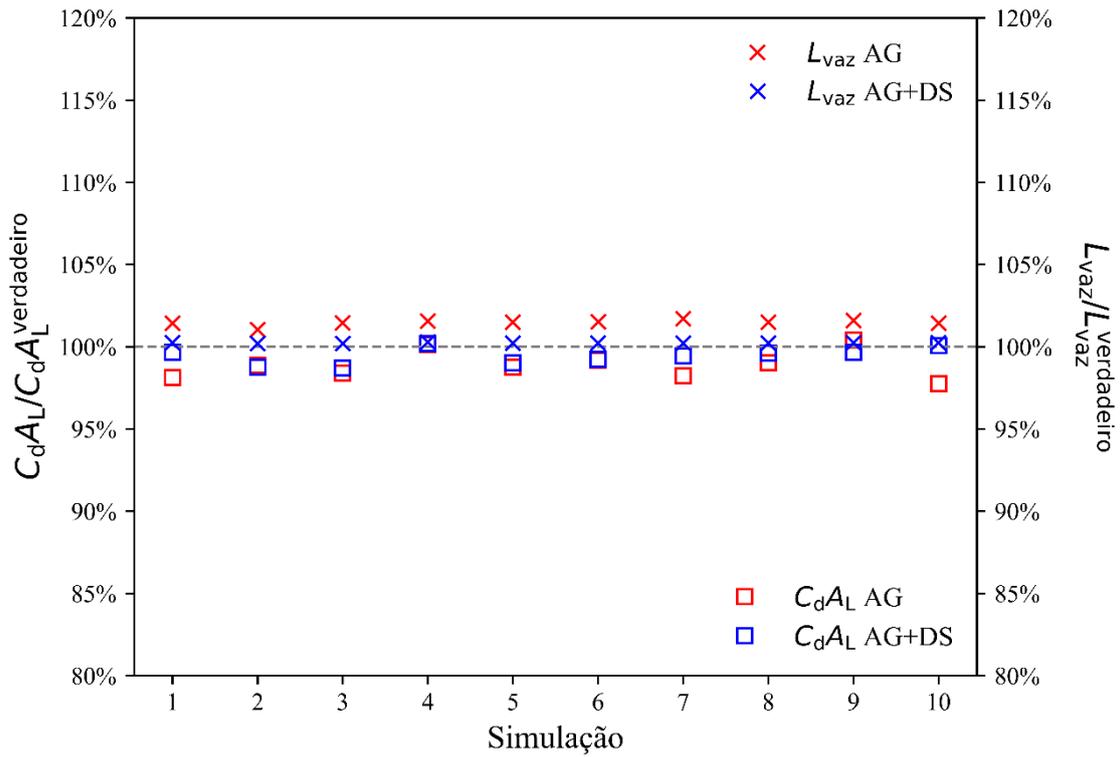


Figura 5.43 - Comparativo das soluções AG e AG+DS: Caso 6 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,54$ L/s)

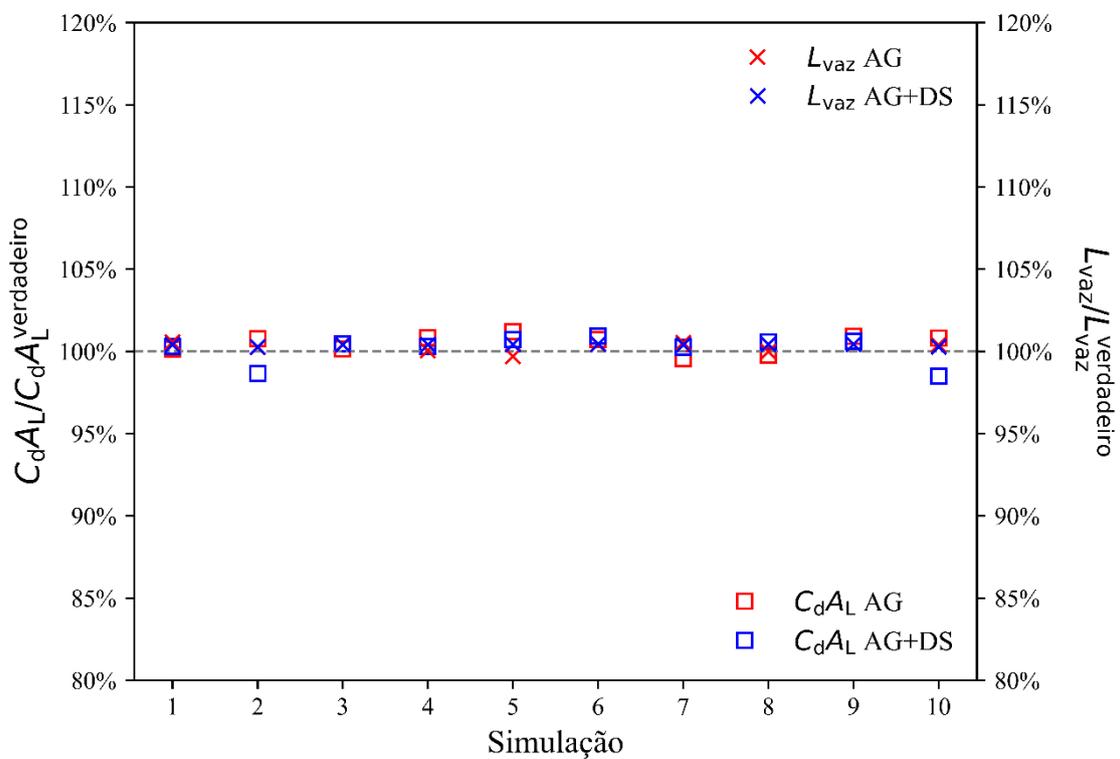


Figura 5.44 - Comparativo das soluções AG e AG+DS: Caso 7 ($L_{vaz}^{real} = 227,38$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

5.3.3. Método híbrido

Como explicado anteriormente, nesta parte final do estudo, foi utilizado um método híbrido baseado em duas etapas. A primeira consiste em uma busca global por meio do AG com os parâmetros da Tabela 4.4 e com inclusão da informação prévia fornecida pelo filtro DS, enquanto, a segunda, na implementação do método de busca local LM, partindo da solução calculada pela etapa anterior, para uma convergência final do resultado. Para isso, foram testados três cenários diferentes variando as gerações do AG, sendo eles: (i) 50 gerações do AG, denominado (AG+DS)(50)+LM; (ii) 25 gerações do AG, denominado (AG+DS)(25)+LM; e (iii) 1 geração do AG, denominado (AG+DS)(1)+LM.

Os resultados das simulações estão dispostos da Figura 5.45 à Figura 5.56. O tracejado vertical demarca o fim da busca global e início da busca local. Ao observar os gráficos de aptidão, são notórios os diversos vales. Isso é explicado pelo funcionamento do método LM, em que, como explicado na seção 3.2.1.3, ao detectar uma piora na solução, essa é descartada e a anterior volta a ser vigente, trocando de Newton-Raphson para o método do Gradiente. Percebe-se também que os padrões dos vales se repetiram para cada caso analisado quando observado suas frequências e magnitudes, certamente influenciados pelo perfil de pressão em análise e sua relação com a FO e a sensibilidade dos parâmetros. Além disso, intuitivamente, foi esperado que, quanto menor o número de gerações do AG, mais heterogêneas seriam as soluções encontradas, uma vez que o método LM é altamente dependente de seu ponto de partida. No entanto, isso foi observado em maior escala apenas na Figura 5.55 e em menor escala na Figura 5.53.

Como dito anteriormente, foram considerados três cenários variando o número de gerações do AG. Para cada cenário, há quatro casos experimentais da rede de PEAD com vazamento, e, para cada caso, foram realizadas dez simulações, totalizando assim 120 simulações distintas para o método híbrido. Todas essas soluções numéricas estão dispostas na Tabela 5.8, Tabela 5.9 e Tabela 5.10. Por terem sido realizadas dez simulações para cada caso, a média dessas simulações, quando observados os diferentes cenários e comparados os respectivos resultados, foi possível perceber que as médias apresentaram valores próximos do idêntico.

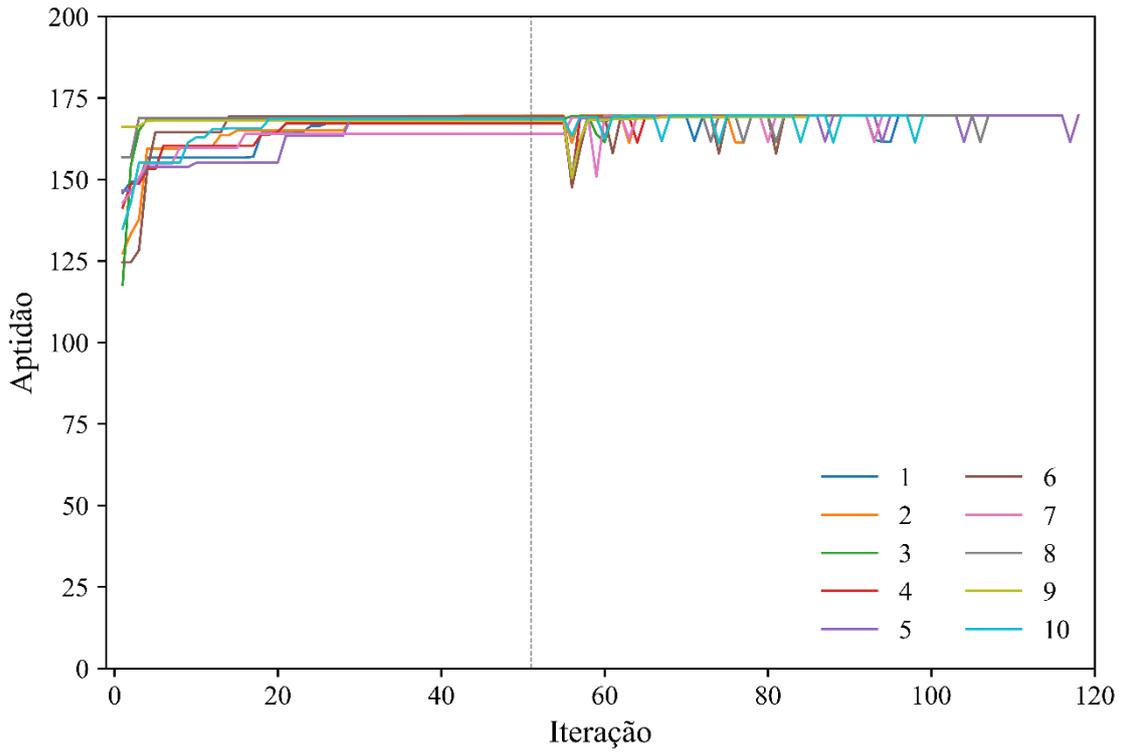


Figura 5.45 - Simulações do (AG+DS)(50)+LM: Caso 1 ($L_{vaz}^{real} = 82,86$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

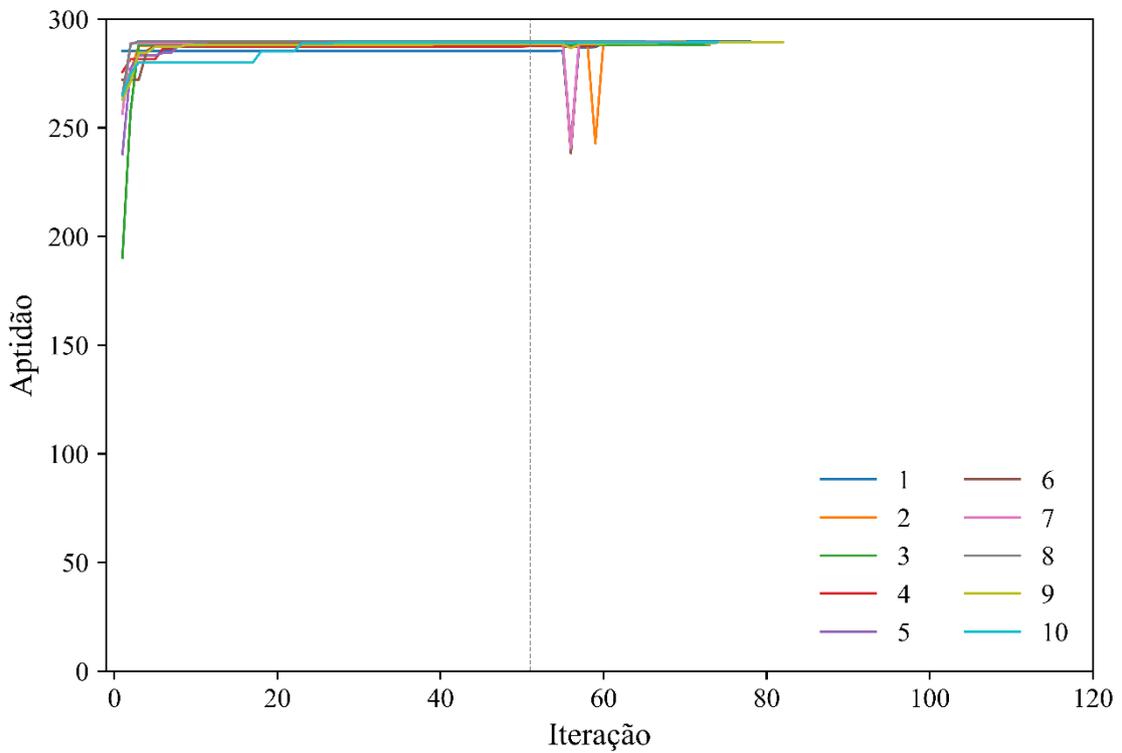


Figura 5.46 - Simulações do (AG+DS)(50)+LM: Caso 4 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

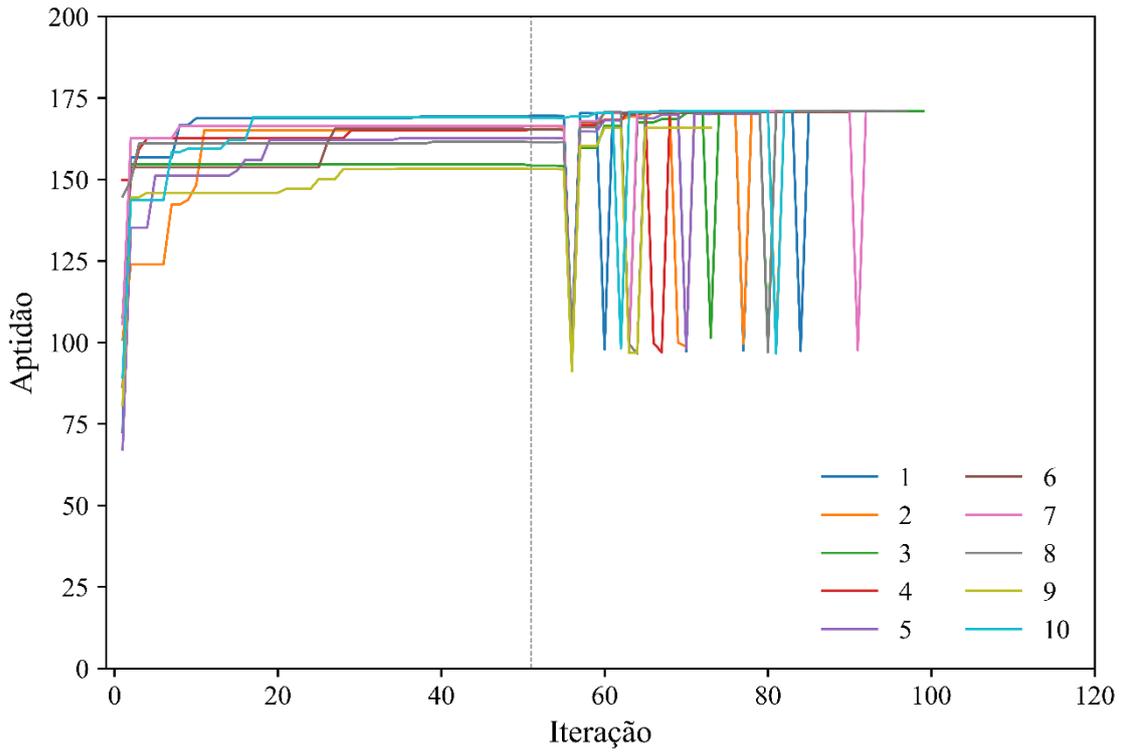


Figura 5.47 - Simulações do (AG+DS)(50)+LM: Caso 6 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,54$ L/s)

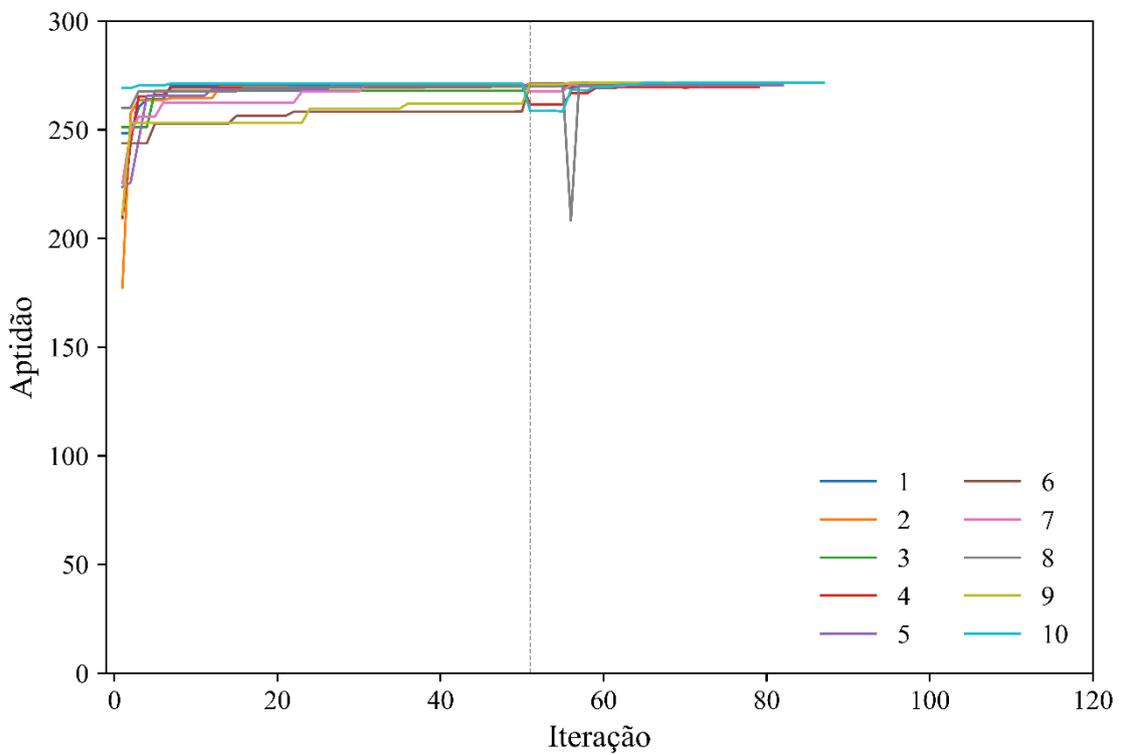


Figura 5.48 - Simulações do (AG+DS)(50)+LM: Caso 7 ($L_{vaz}^{real} = 227,38$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

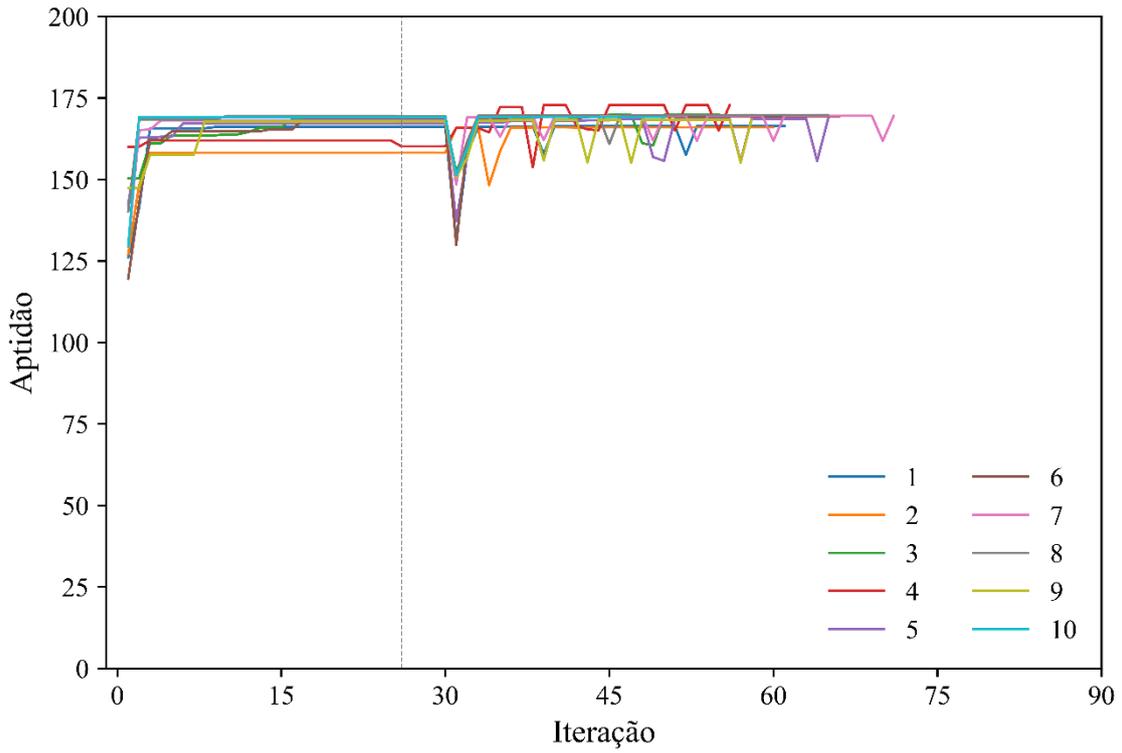


Figura 5.49 - Simulações do (AG+DS)(25)+LM: Caso 1 ($L_{vaz}^{real} = 82,86$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

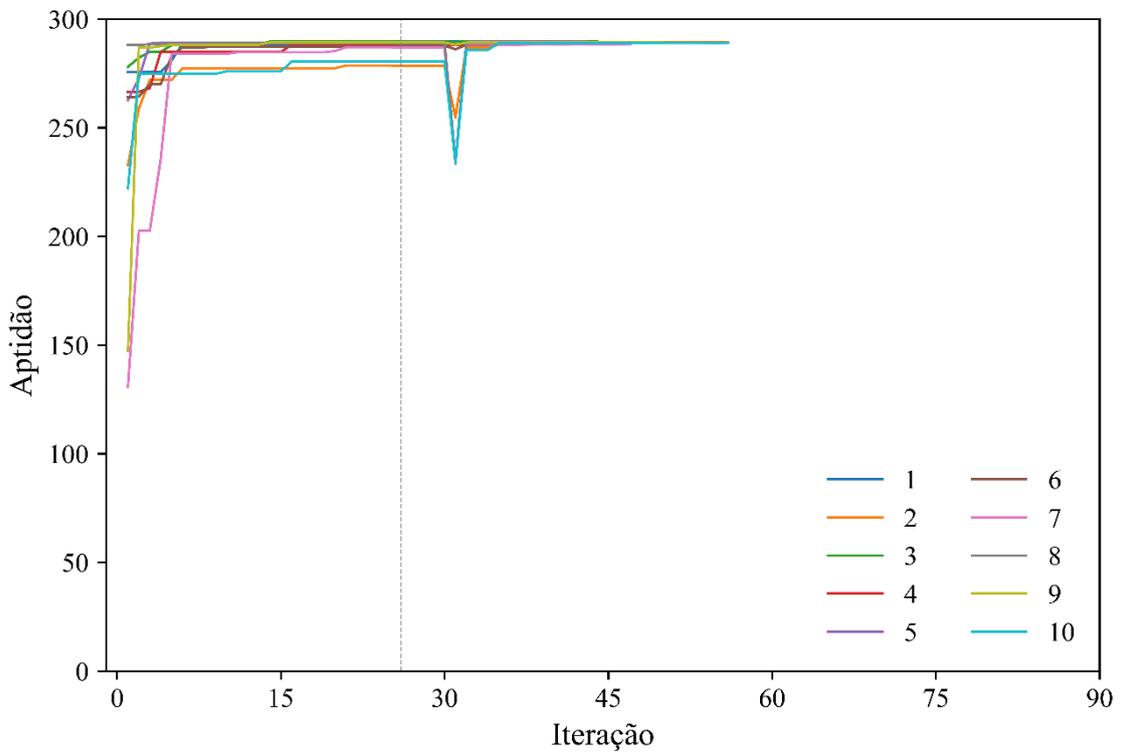


Figura 5.50 - Simulações do (AG+DS)(25)+LM: Caso 4 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

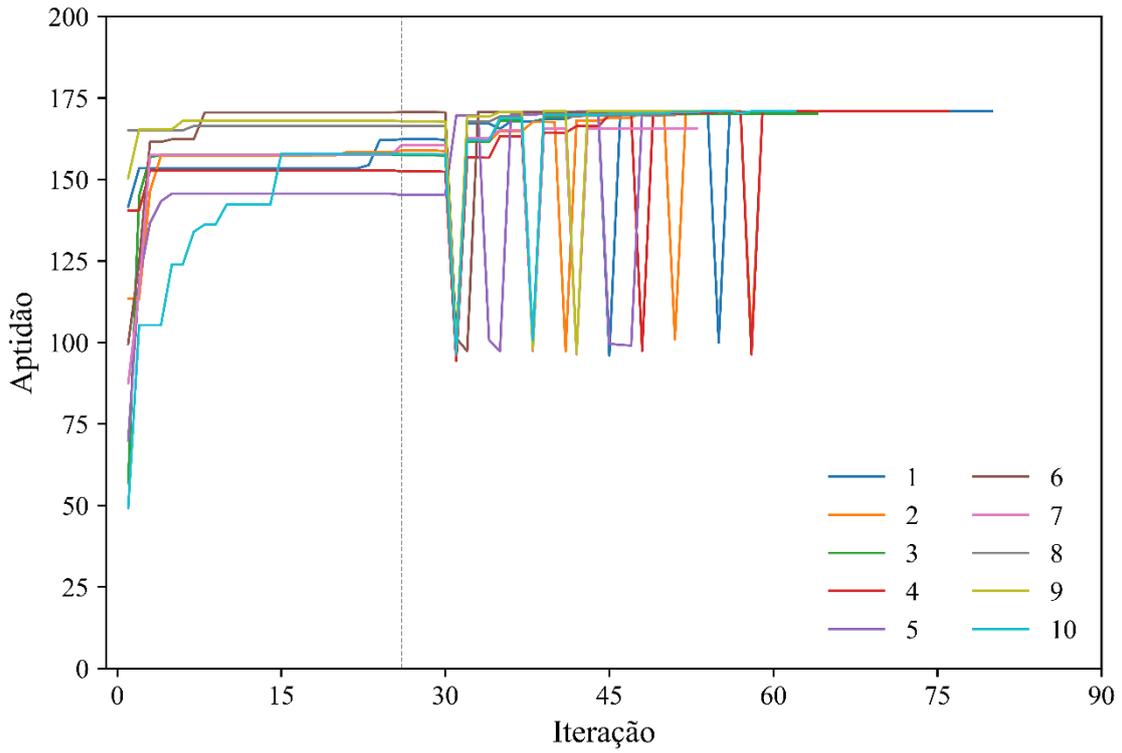


Figura 5.51 - Simulações do (AG+DS)(25)+LM: Caso 6 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,54$ L/s)

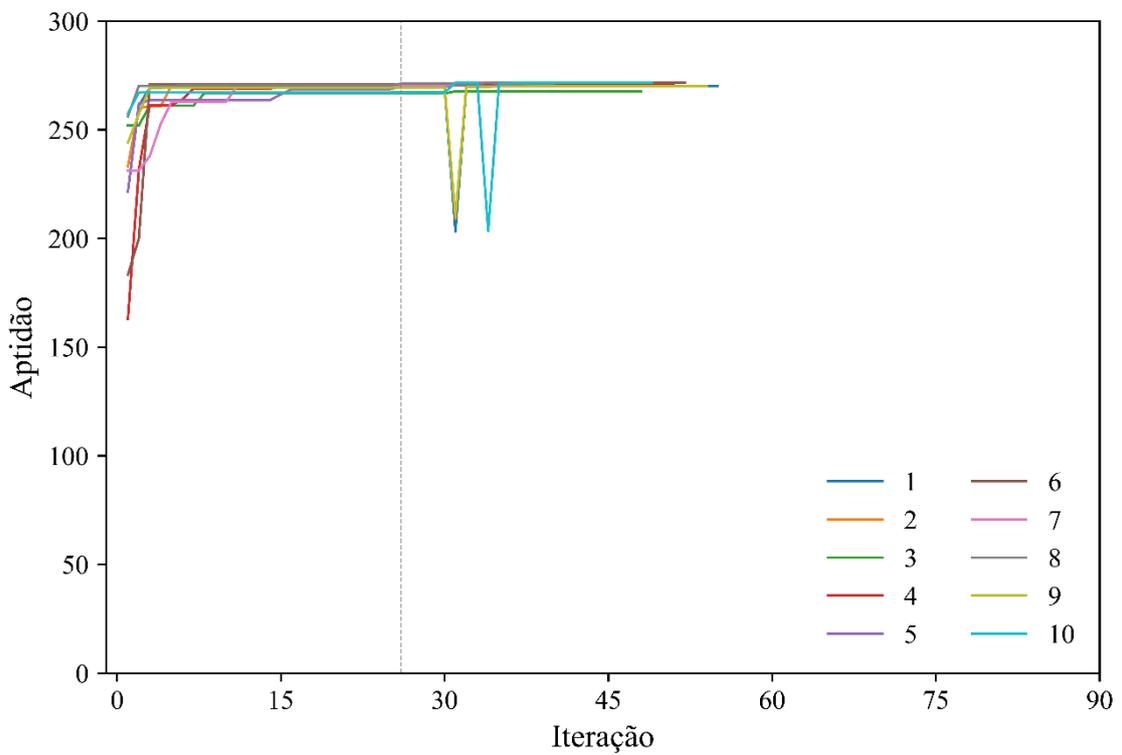


Figura 5.52 - Simulações do (AG+DS)(25)+LM: Caso 7 ($L_{vaz}^{real} = 227,38$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

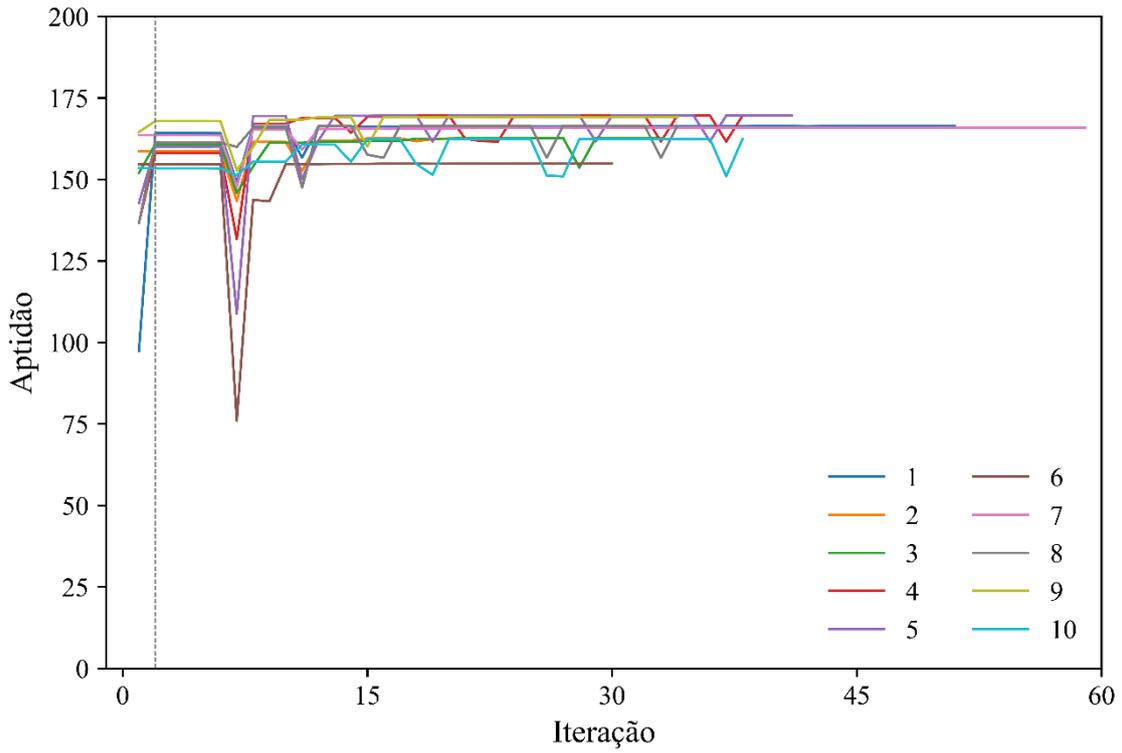


Figura 5.53 - Simulações do (AG+DS)(1)+LM: Caso 1 ($L_{vaz}^{real} = 82,86$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

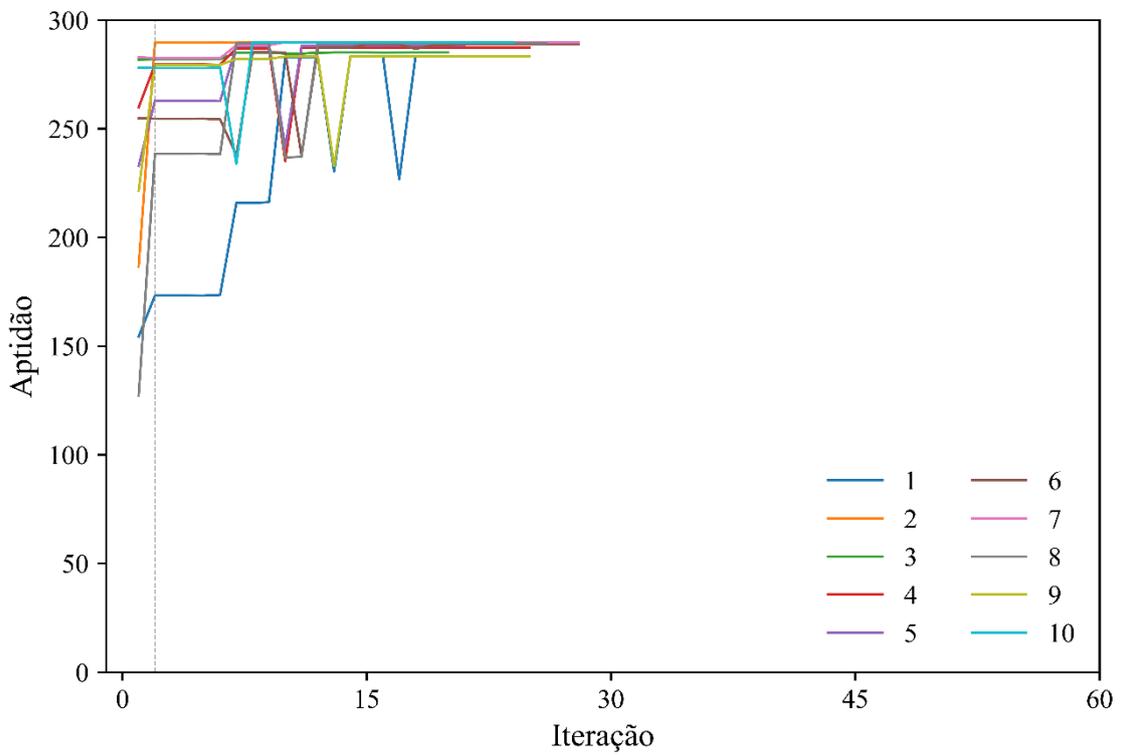


Figura 5.54 - Simulações do (AG+DS)(1)+LM: Caso 4 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

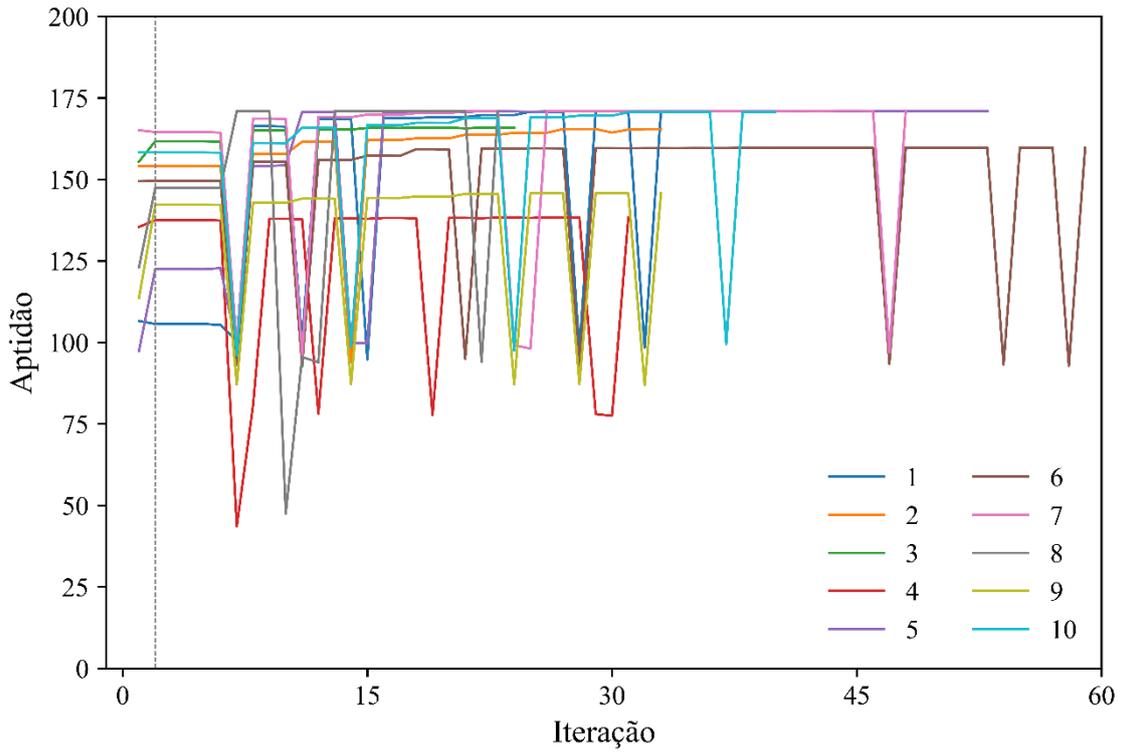


Figura 5.55 - Simulações do (AG+DS)(1)+LM: Caso 6 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,54$ L/s)

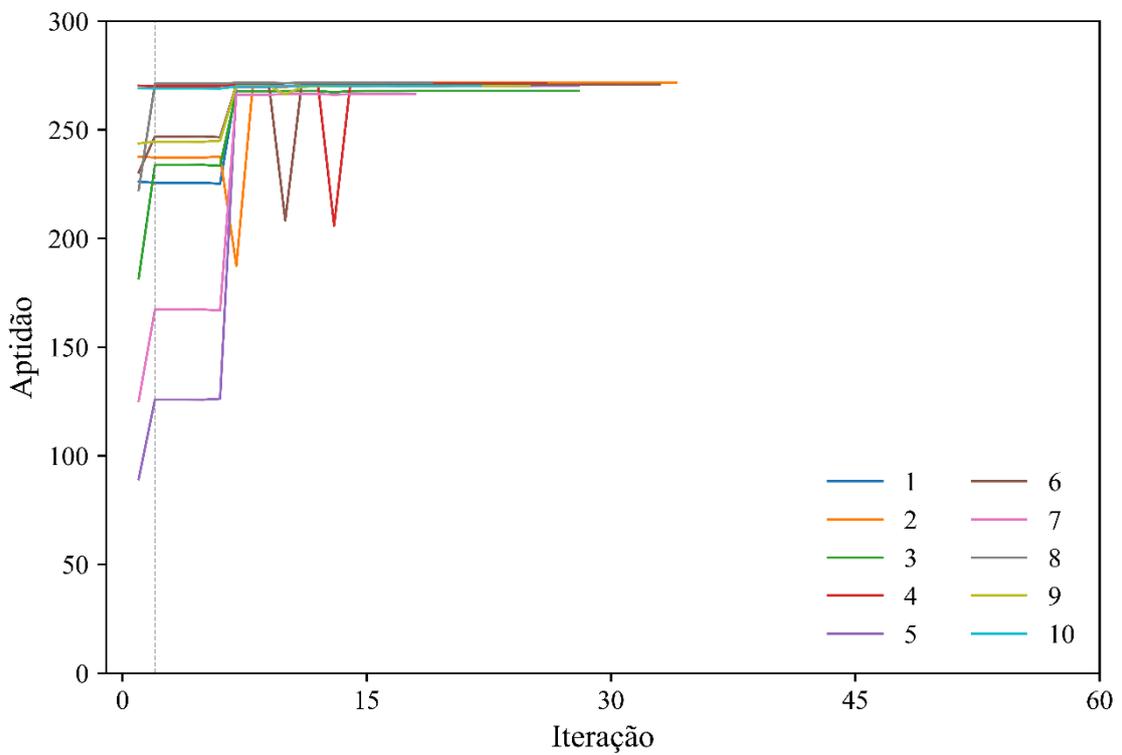


Figura 5.56 - Simulações do (AG+DS)(1)+LM: Caso 7 ($L_{vaz}^{real} = 227,38$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

Tabela 5.8 - Resultados das simulações com (AG+DS)(50)+LM

(AG+DS) (50) +LM	Caso 1		Caso 4		Caso 6		Caso 7	
	L_{vaz}^{num}	$C_d A_L^{num}$						
	(m)	(m ²) (10 ⁻⁵)						
1	84,00	1,14	162,67	1,23	162,80	1,87	228,28	1,21
2	84,00	1,14	162,70	1,23	162,80	1,87	228,33	1,22
3	84,03	1,14	162,23	1,23	162,80	1,87	228,10	1,20
4	84,01	1,14	162,47	1,21	162,81	1,87	228,63	1,21
5	84,00	1,14	162,69	1,23	162,83	1,88	227,76	1,21
6	84,00	1,13	162,62	1,22	162,81	1,87	228,32	1,22
7	84,00	1,14	162,75	1,23	162,80	1,87	227,88	1,22
8	84,00	1,14	162,68	1,23	162,80	1,87	227,91	1,22
9	84,09	1,14	162,62	1,22	162,40	1,88	228,30	1,21
10	84,00	1,14	163,12	1,23	162,80	1,87	228,30	1,22
Média	84,01	1,14	162,65	1,23	162,77	1,87	228,18	1,21
Real	82,86	1,21	162,48	1,21	162,48	1,89	227,38	1,21

Tabela 5.9 - Resultados das simulações com (AG+DS)(25)+LM

(AG+DS) (25) +LM	Caso 1		Caso 4		Caso 6		Caso 7	
	L_{vaz}^{num}	$C_d A_L^{num}$						
	(m)	(m ²) (10 ⁻⁵)						
1	83,60	1,14	162,67	1,23	162,80	1,87	228,72	1,22
2	83,65	1,15	163,16	1,23	162,80	1,87	227,83	1,21
3	84,00	1,14	162,71	1,23	162,83	1,88	227,46	1,22
4	84,40	1,14	162,29	1,23	162,81	1,87	227,78	1,21
5	84,00	1,12	162,65	1,23	162,80	1,87	227,79	1,21
6	84,07	1,14	162,27	1,23	162,81	1,87	228,30	1,22
7	84,00	1,14	162,99	1,22	162,41	1,88	228,31	1,22
8	84,01	1,14	163,06	1,22	162,84	1,88	228,29	1,21
9	84,00	1,12	163,11	1,23	162,80	1,87	228,70	1,21
10	84,04	1,13	163,06	1,22	162,80	1,87	228,33	1,22
Média	83,98	1,14	162,80	1,23	162,77	1,87	228,15	1,22
Real	82,86	1,21	162,48	1,21	162,48	1,89	227,38	1,21

Tabela 5.10 - Resultados das simulações com (AG+DS)(1)+LM

(AG+DS) (1) +LM	Caso 1		Caso 4		Caso 6		Caso 7	
	L_{vaz}^{num}	$C_d A_L^{num}$						
	(m)	(m ²) (10 ⁻⁵)						
1	83,61	1,15	163,98	1,23	162,81	1,87	228,74	1,22
2	83,24	1,15	162,71	1,23	162,41	1,88	228,30	1,21
3	83,21	1,15	161,79	1,23	162,40	1,87	227,38	1,21
4	84,00	1,14	163,59	1,23	160,80	1,88	228,37	1,22
5	84,00	1,14	162,33	1,23	162,80	1,87	228,75	1,22
6	82,43	1,15	163,02	1,22	162,00	1,88	227,92	1,22
7	83,65	1,15	162,70	1,23	162,80	1,87	229,12	1,21
8	83,60	1,14	163,15	1,23	162,80	1,87	228,28	1,21
9	84,06	1,13	163,97	1,23	161,20	1,89	228,74	1,22
10	83,20	1,14	162,71	1,23	162,81	1,87	228,75	1,22
Média	83,50	1,14	163,00	1,23	162,28	1,88	228,44	1,22
Real	82,86	1,21	162,48	1,21	162,48	1,89	227,38	1,21

5.3.4. Comparativo das melhores soluções e do tempo computacional

As médias dos resultados das simulações dos casos em análise (1, 4, 6 e 7) apresentadas na Tabela 5.5, referente ao AG, Tabela 5.7, referente ao AG+DS, e Tabela 5.8, Tabela 5.9 e Tabela 5.10, referentes à (AG+DS)(50)+LM, (AG+DS)(25)+LM e (AG+DS)(1)+LM, respectivamente, foram plotadas juntamente com o perfil de pressão experimental, apresentadas da Figura 5.57 à Figura 5.60. Aqui, é necessário retomar que, como mencionado anteriormente, foi utilizado apenas o primeiro pico de pressão. É reforçado também pelo argumento de que, para essa utilização do MTI, é um problema de solução única, uma vez que a magnitude do vazamento influencia na queda de pressão, e, a localização, no momento em que essa queda ocorre, sendo independentes entre si.

Foi também medido o tempo computacional das simulações, disposto da Figura 5.61 à Figura 5.64. Como esperado, a inclusão do filtro DS no AG não alterou o tempo computacional, uma vez que o critério de parada foi o número de gerações. Por outro lado, ao implementar o método híbrido, em que, no gráfico, a barra horizontal preta demarca o fim do AG e início do LM, foi observado, intuitivamente, considerável redução no tempo computacional, sendo proporcional ao número de gerações do AG.

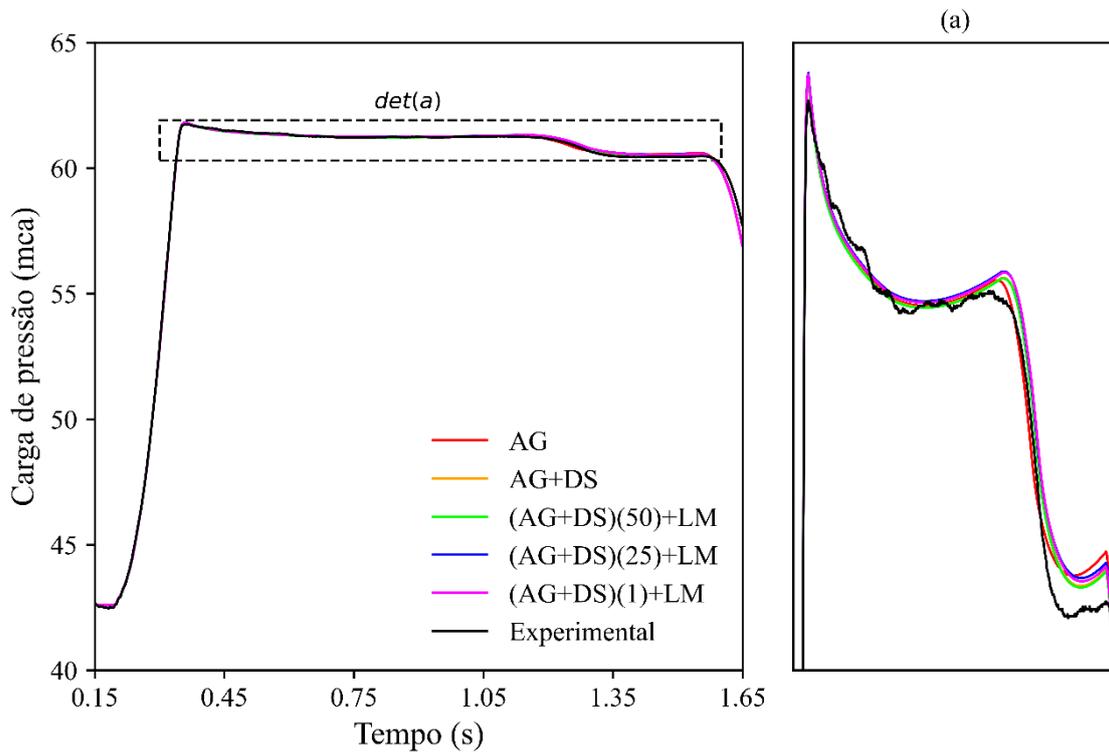


Figura 5.57 - Perfil de pressão do resultado médio das otimizações: Caso 1 ($L_{vaz}^{real} = 82,86$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

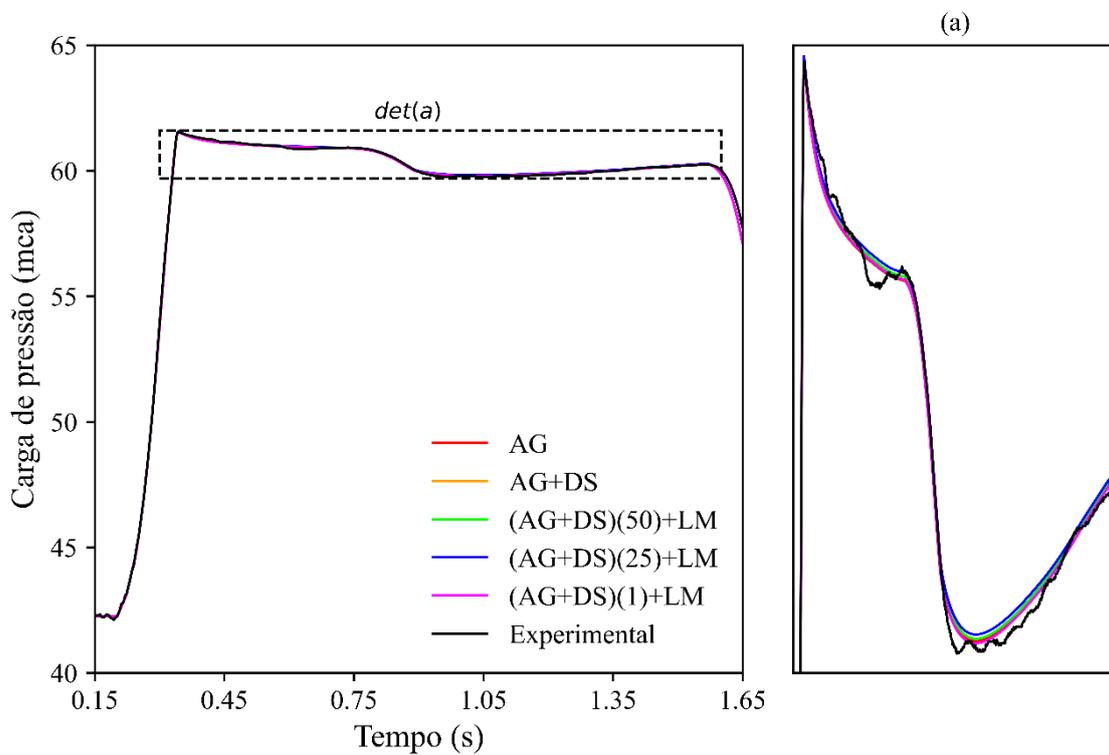


Figura 5.58 - Perfil de pressão do resultado médio das otimizações: Caso 4 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

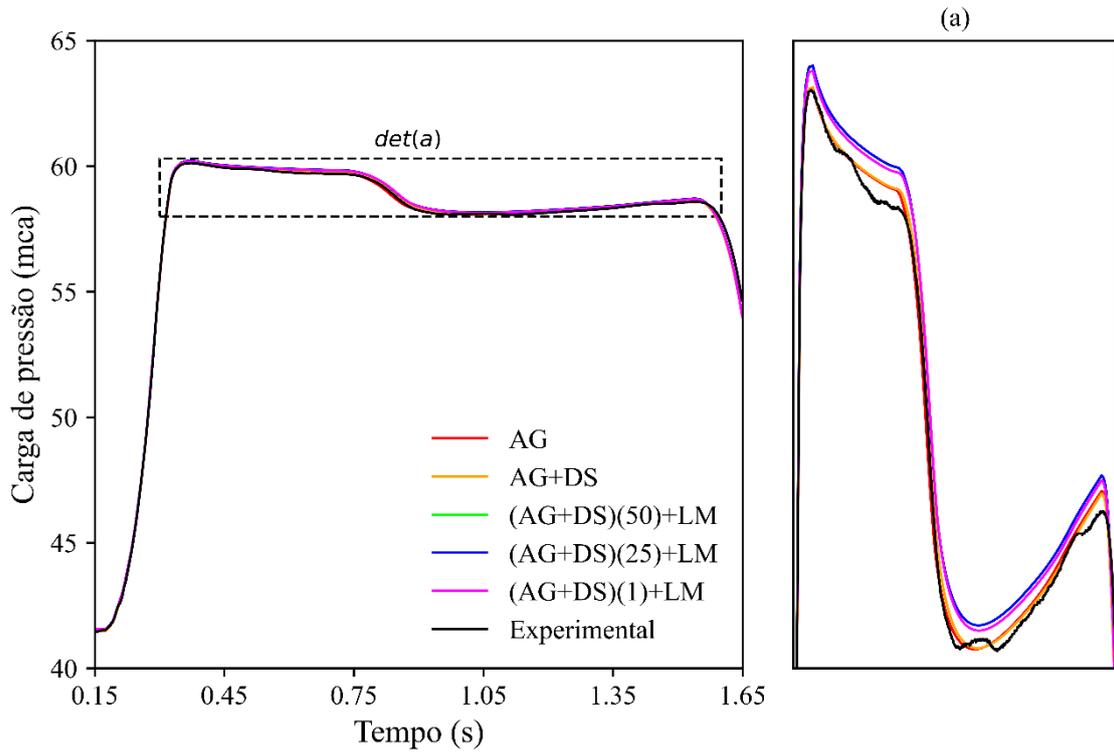


Figura 5.59 - Perfil de pressão do resultado médio das otimizações: Caso 6 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,54$ L/s)

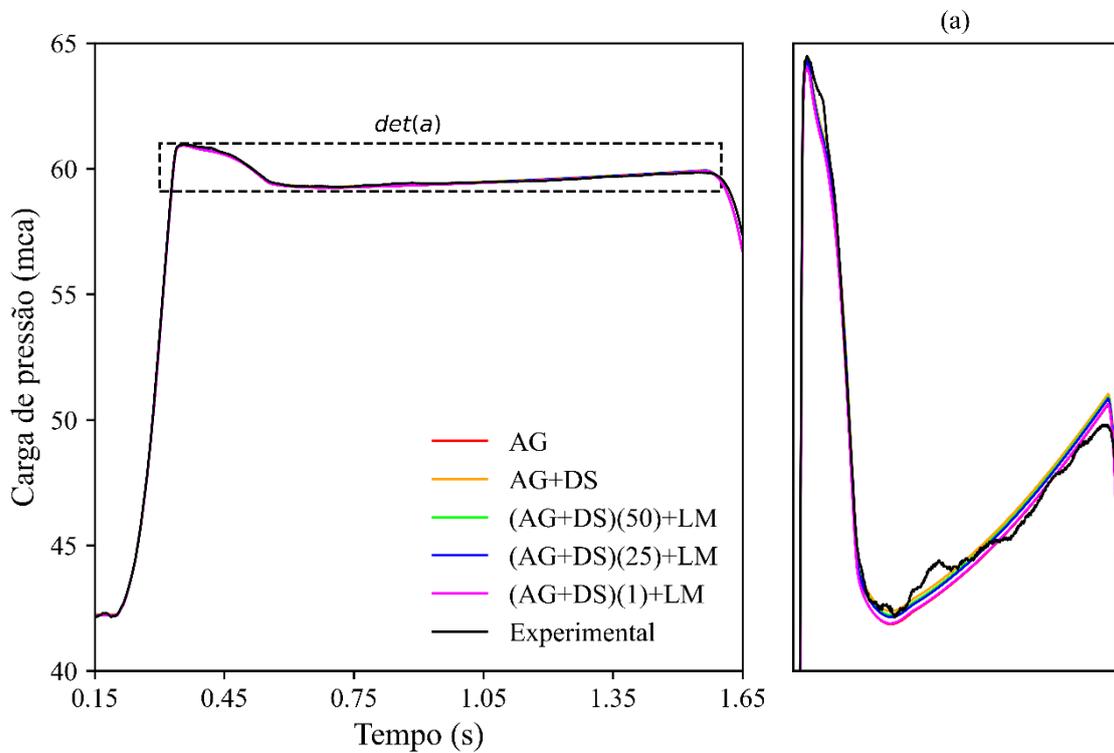


Figura 5.60 - Perfil de pressão do resultado médio das otimizações: Caso 7 ($L_{vaz}^{real} = 227,38$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

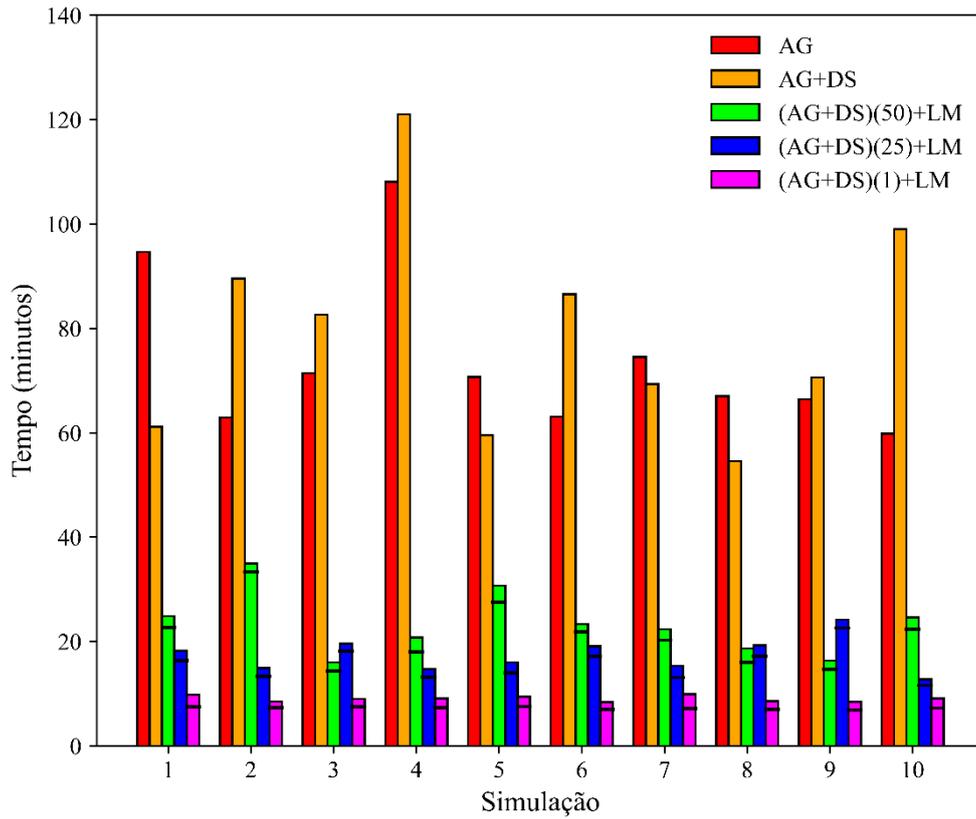


Figura 5.61 - Tempo computacional dos métodos de otimização: Caso 1 ($L_{vaz}^{real} = 82,86$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

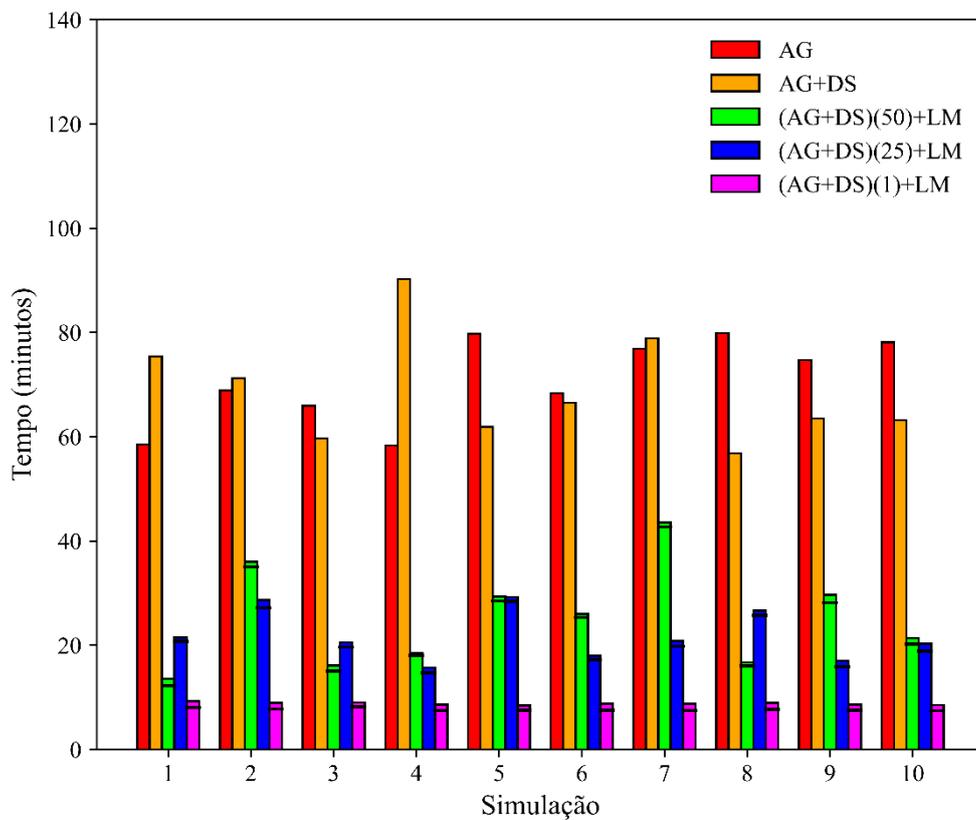


Figura 5.62 - Tempo computacional dos métodos de otimização: Caso 4 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

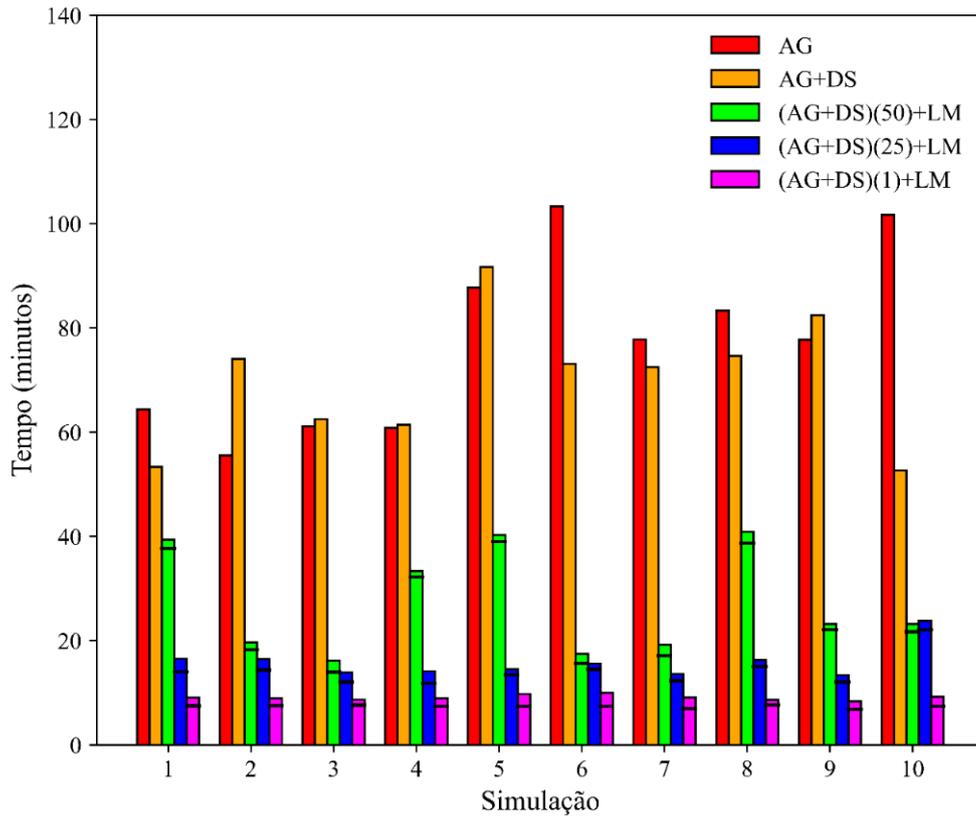


Figura 5.63 - Tempo computacional dos métodos de otimização: Caso 6 ($L_{vaz}^{real} = 162,48$ m e $Q_{L0} = 0,54$ L/s)

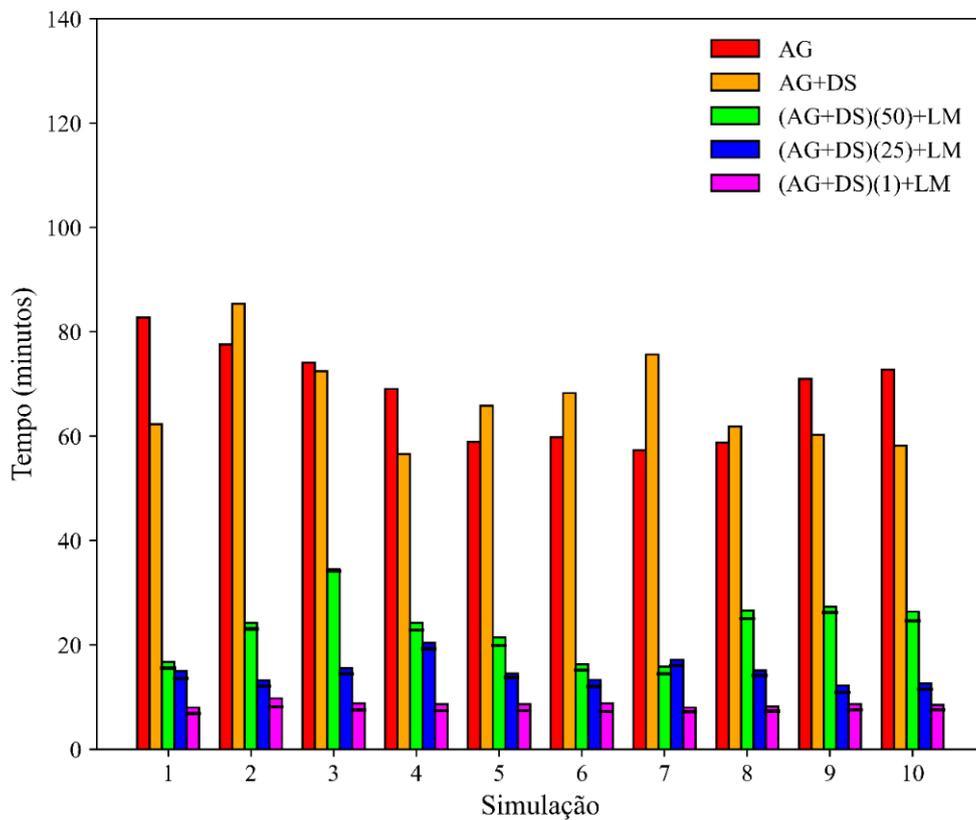


Figura 5.64 - Tempo computacional dos métodos de otimização: Caso 7 ($L_{vaz}^{real} = 227,38$ m e $Q_{L0} = 0,34$ L/s)

Algumas observações em relação às figuras acima devem ser feitas. Na Figura 5.41, ficou evidente a divergência de resultados quando comparado a simulação do AG com a do AG+DS. Foi justificado como erro do simulador hidráulico juntamente com a FO. Na Figura 5.57, foi possível notar que, de fato, a solução obtida pelo uso somente do AG se diferenciou das outras, porém de maneira quase imperceptível, indo de encontro ao esperado pelos autores ao observar as diferenças do resultado do L_{vaz}^{num} e $C_d A_L^{num}$ quando comparados com as outras otimizações. Já na Figura 5.59, foi reforçada a questão da precisão do simulador hidráulico, em que as três aplicações do método híbrido convergiram para um resultado de maior aptidão, enquanto as soluções propostas pelos métodos do AG e do AG+DS se mostraram visualmente mais concordantes com o perfil de pressão. Finalmente, ao analisar os comparativos referentes ao tempo computacional, notou-se que ocorreram simulações pelo método (AG+DS)(25) as quais, ainda que com menor número de gerações do AG, apresentaram maior custo computacional em relação à respectiva solução pelo método (AG+DS)(50). Tal comportamento decorre da natureza não determinística do AG, em que a velocidade do método depende também da convergência das soluções, algo diretamente influenciado pelo número de indivíduos, pelas probabilidades admitidas e pelo armazenamento de soluções idênticas passadas.

Para o fechamento dessa seção, alguns pontos chave necessitam de ser abordados. A utilização de métodos baseados em análise de sinais, como foi aplicado o filtro DS em um primeiro instante, teve como função a detecção e localização do vazamento por meio do tempo de reflexão da onda de pressão. Assim, obtido esse resultado, ainda permanece em aberto a questão sobre a magnitude do vazamento. Nesse contexto, foi implemento do MTI, o qual possibilita um resultado mais certo sobre a localização e fornece a informação sobre o quanto está vazando no ponto. Foi então analisado de que forma o filtro DS poderia melhorar a aplicação do MTI por meio do acoplamento da informação prévia do local do vazamento, restringindo o espaço de busca. Foi observado, dessa forma, que o filtro DS agiliza a convergência do AG e possui a capacidade de corrigir imprecisões do simulador hidráulico. Resultados até para 1 geração do AG+DS hibridizado com LM demonstraram eficiência na estimativa dos parâmetros $C_d A_L$ e L_{vaz} .

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho desenvolveu uma investigação acerca da aplicação de filtros digitais para a detecção, localização e quantificação de vazamentos em um sistema hidráulico baseada em reflexões da onda de pressão. Os filtros digitais utilizados foram a transformada *wavelet* discreta (TWD), já explorada anteriormente na literatura do assunto, sua variante, a transformada *wavelet* discreta redundante (TWDR), ainda não abordada na literatura ao conhecimento do autor, e o filtro *differentiator-smoother* (DS), desenvolvido na última década e não explorado anteriormente em redes hidráulicas. A investigação ocorreu em dois cenários: aplicação da filtragem digital diretamente no sinal de pressão experimental e utilização do resultado como dado de entrada para o método transiente inverso (MTI), o qual necessitou de um simulador hidráulico representativo para implementação do método.

O sistema hidráulico em questão era do modelo reservatório-tubo-válvula (RTV), e foram disponibilizados sinais de pressão experimentais de duas redes distintas nesse modelo. A primeira rede é de posse do Instituto Superior Técnico, em Lisboa, Portugal, construída utilizando tubulação de cobre. A segunda, por sua vez, é de posse do Imperial College, Londres, Inglaterra, construída utilizando tubulação de polietileno de alta densidade (PEAD). Ambas as redes dispunham de um tanque hidropneumático a montante, simulando um reservatório de nível fixo, e válvulas de controle a jusante.

Os dados fornecidos foram coletados durante a ocorrência de transientes hidráulicos provocados pelo fechamento da válvula de controle no final da linha. Sobre a rede hidráulica de cobre, foram disponibilizados três sinais de pressão coletados em simulações variando a vazão inicial. Já para a rede hidráulica de PEAD, além de um perfil de pressão coletado durante um transiente hidráulico, também foram fornecidos sete sinais de pressão, distintos, provenientes de simulações experimentais com vazamentos na rede, também coletados durante transientes hidráulicos.

O simulador hidráulico foi desenvolvido com base no método das características (MOC), em que o par de equações diferenciais parciais hiperbólicas é resolvido na malha característica por meio da condição de Courant. As condições de contorno utilizadas foram de reservatório de nível fixo a montante e válvula com descarga para atmosfera a jusante. O modelo elástico clássico se mostra ineficiente para obtenção de perfis de pressão numéricos representativos quando comparados com os experimentais. Portanto,

foi empregado o fator de atrito variável e a viscoelasticidade da tubulação, além da formulação de vazamentos não nodais.

Ainda não há um consenso em relação à escolha do melhor modelo para inclusão do fator de atrito variável em simulação de transientes hidráulicos. Foi escolhido o modelo de Vardy *et al.* (1993) por não necessitar de calibração, porém ainda mantendo bons resultados, principalmente para as primeiras ondas de pressão. A verificação do modelo foi feita utilizando os perfis de pressão da simulação experimental de cobre. Notou-se divergências acumulativas em relação à magnitude dos picos e vales, assim como para o período da onda, e foi observado uma discordância com a evolução da pressão média durante o transiente hidráulico. O primeiro é explicado pelo modelo escolhido não ser calibrável, então a pequena diferença torna-se relevante conforme aumento do tempo de simulação, e o segundo é devido à ausência da medição do vetor de pressão na saída do tanque hidropneumático, o qual não é capaz de simular perfeitamente um reservatório de nível fixo, apresentando leves variações de pressão durante o experimento.

A viscoelasticidade da tubulação foi implementada para adequar o simulador hidráulico aos transientes em redes plásticas. É um modelo que necessita de calibração, porém os parâmetros calibrados foram obtidos de Covas (2003), tanto o caso considerando somente a viscoelasticidade, compensando a ausência do fator de atrito variável na calibração, quanto considerando a superposição dos dois efeitos. A verificação de ambos foi feita utilizando como referência a simulação da rede de PEAD do transiente hidráulico sem vazamento. Ao contrário da simulação de cobre, foi fornecida a pressão na saída do tanque hidropneumático para o caso sem vazamento, servindo como dado de entrada para a condição de contorno a montante. Dessa forma, o modelo demonstrou alta precisão, não apresentando discordâncias relevantes.

Por fim em relação ao simulador hidráulico, foi implementada também a formulação de vazamento não nodal, em que, apesar de ser mais complexa quando comparada à formulação de orifícios padrão, detém a grande vantagem de poder considerar o ponto de vazamento em qualquer local do comprimento da tubulação, enquanto a formulação padrão se restringe ao cálculo nos nós, estando limitada pela discretização espacial da malha. A verificação do modelo foi feita com base nos perfis de pressão da rede de PEAD com vazamento, em que, visando a futura aplicação do MTI, foram ajustados o vetor de pressão na saída do tanque hidropneumático e as velocidades de propagação da onda de pressão caso a caso.

A investigação dos filtros digitais foi realizada em duas etapas. A primeira, e principal, foi iniciada com a aplicação da TWD e da TWDR em simulações hipotéticas e reais da rede de cobre e PEAD com o objetivo de avaliar suas respectivas capacidades de detecção e localização de singularidades por meio do processamento do sinal de pressão. Dessa forma, ambos os filtros, utilizando a família *wavelet* Daubechies 4 (db4), mostraram resultados satisfatórios de detecção apenas para o cenário ideal considerando o fechamento da válvula como sendo instantâneo, e, quando considerado o fechamento como sendo modelado conforme uma simulação real, ambos se mostraram ineficientes em termos de aplicação simples e direta, ou seja, sem a necessidade de acoplar outros métodos. Essa observação constatou que as *wavelets* são apropriadas para extração de informações quando as variações são abruptas. A introdução de um fechamento gradual, mesmo que ainda rápido, da válvula determinou a forma como ocorreram as reflexões de onda, em que apresentaram um aspecto disperso no tempo, ou, em outras palavras, suavizado. Essa etapa foi prosseguida com a utilização do filtro DS nos sinais de pressão das simulações com vazamento da rede de PEAD, o qual falhou em detectar o vazamento referente a 12% da vazão inicial, porém apresentando sucesso para os outros casos. A localização do vazamento dependeu do conhecimento do tempo de viagem da onda refletida pelo vazamento, informação obtida através do filtro DS, e da velocidade de propagação da onda de pressão, para a qual foram considerados três testes diferentes: com as ajustadas na verificação do simulador hidráulico e com as estimadas experimentalmente em Covas (2003), por meio da medição do tempo de viagem da onda de pressão entre transdutores. Para a velocidade da onda ajustada experimentalmente, o filtro DS apresentou um erro absoluto referente à localização do vazamento consistentemente menor que 2% do comprimento total da tubulação. Para os outros dois testes, o limite foi de 3%, em que apenas um caso passou ligeiramente do valor. Para prosseguimento do estudo, foi escolhido o resultado da localização respectivo à velocidade da onda de pressão ajustada.

A última parte do estudo consistiu na aplicação do MTI para localização e quantificação do vazamento. É preciso pontuar que, dos sete perfis de pressão disponibilizados, quatro foram utilizados nessa parte, uma vez que um deles não foi detectado pelo filtro DS e os outros dois não dispunham de valores de referência experimentais. Além disso, foi utilizada apenas o primeiro pico da onda de pressão para o ajuste de curva, uma vez que é um problema de solução única, em que o coeficiente do vazamento altera a magnitude da queda, e a posição altera onde a queda ocorrerá.

Assim, o procedimento foi feito em três cenários distintos: utilizando apenas algoritmo genético (AG) como método de otimização; inclusão da informação da posição do vazamento (fornecido pelo filtro DS) como dado de entrada para o AG (a qual foi a segunda etapa da investigação mencionada anteriormente); e, por fim, utilização de um método híbrido, iniciando com a busca global do AG, acoplado com o filtro DS, e finalizando com o método Levenberg-Marquardt (LM) para busca local. Para os dois primeiros cenários, foram consideradas 500 gerações do AG. Ao comparar resultados, foi concluído, como esperado, que a informação prévia possibilitada pelo filtro DS propiciou uma convergência mais rápida, homogênea e precisa, sem alteração percebida do tempo computacional. Ambas as simulações apresentaram bons resultados para localização e quantificação de vazamentos. As simulações com o método híbrido foram realizadas para 50, 25 e 1 geração do AG, em que todas apresentaram bons resultados para a localização e magnitude do vazamento. Foi observada também uma tendência de redução do tempo computacional, sendo essa redução proporcional ao número de gerações do AG. Finalmente, os resultados de todas as simulações foram plotados, resultando em perfis de pressão com boa representatividade frente aos perfis experimentais.

Portanto, o presente estudo demonstrou o sucesso na investigação proposta para a aplicação do filtro DS, o qual se mostrou uma ferramenta simples e promissora para detecção e localização de singularidades, em que sua principal qualidade é a não necessidade de um simulador hidráulico, apenas o perfil de pressão e a estimativa da velocidade de propagação da onda de pressão.

Estão em aberto diversas possíveis futuras análises utilizando o método. Recomenda-se sua aplicação em: outros modelos de sistema hidráulico além do RTV, com singularidades; sinais de pressão com múltiplos vazamentos; sinais de pressão com bloqueio parcial da seção transversal; sistemas com múltiplos medidores; e análise em regime permanente com vazamento iniciando durante medição para análise de ondas incidentes. Além dos mencionados, é interessante avaliar a relação entre o ganho do filtro (e, por consequência, a magnitude da detecção da singularidade) com a quantificação da singularidade, tornando assim um método direto para detecção, localização e quantificação. Por fim, e mais importante, é necessária a avaliação da implementação do filtro DS em uma rede hidráulica com aquisição de dados de pressão e velocidade da onda de pressão em tempo real. Nesse caso, o filtro DS não serviria apenas para detecção de grandes vazamentos, mas também como um método de alarme para transientes hidráulicos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Al-Shidhani, I., S. B. M. Beck, and W. J. Staszewski. 2003. "Leak Monitoring in Pipeline Networks Using Wavelet Analysis." *Key Engineering Materials*, 245–246: 51–58. Trans Tech Publications Ltd. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.245-246.51>.
- Amin, M., A. Hadi, and M. F. Ghazali. 2014. "Leakage detection in pipeline using synchrosqueeze wavelet transform." *Applied Mechanics and Materials*, 467–471.
- Ando, M., E. Schweitzer, and R. Baker. 1985. "Development and Field-Data Evaluation of Single-End Fault Locator for Two-Terminal HVDV Transmission Lines - Part 2: Algorithm and Evaluation." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-104 (12): 3531–3537. <https://doi.org/10.1109/TPAS.1985.318906>.
- Ayati, A. H., and A. Haghghi. 2023. "Multiobjective Wrapper Sampling Design for Leak Detection of Pipe Networks Based on Machine Learning and Transient Methods." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 149 (2). <https://doi.org/10.1061/JWRMD5.WRENG-5620>.
- Ayati, A. H., A. Haghghi, and H. R. Ghafouri. 2022. "Machine Learning–Assisted Model for Leak Detection in Water Distribution Networks Using Hydraulic Transient Flows." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 148 (2). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)WR.1943-5452.0001508](https://doi.org/10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0001508).
- Ayati, A. H., A. Haghghi, and P. J. Lee. 2019. "Statistical Review of Major Standpoints in Hydraulic Transient-Based Leak Detection." *JOURNAL OF HYDRAULIC STRUCTURES Shahid Chamran University of Ahvaz Journal of Hydraulic Structures J. Hydraul. Struct.*, 5 (1): 1–26. <https://doi.org/10.22055/jhs.2019.27926.1095>.
- Beck, S. B. M., M. D. Curren, N. D. Sims, and R. Stanway. 2005. "Pipeline Network Features and Leak Detection by Cross-Correlation Analysis of Reflected Waves." *Journal of Hydraulic Engineering*, 131 (8): 715–723. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2005\)131:8\(715\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2005)131:8(715)).
- Beck, S. B. M., J. Foong, and W. J. Staszewski. 2004. "Wavelet and Cepstrum Analyses of Leaks in Pipe Networks." *Progress in Industrial Mathematics at ECMI 2004*, 559–563. Springer.

- Bohorquez, J., B. Alexander, A. R. Simpson, and M. F. Lambert. 2020. “Leak Detection and Topology Identification in Pipelines Using Fluid Transients and Artificial Neural Networks.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, 146 (6). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)WR.1943-5452.0001187](https://doi.org/10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0001187).
- Bohorquez, J., M. F. Lambert, B. Alexander, A. R. Simpson, and D. Abbott. 2022. “Stochastic Resonance Enhancement for Leak Detection in Pipelines Using Fluid Transients and Convolutional Neural Networks.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, 148 (3). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)WR.1943-5452.0001504](https://doi.org/10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0001504).
- Bohorquez, J., M. F. Lambert, and A. R. Simpson. 2019. “Use of non-dimensional transient pressure traces to characterize leaks in water pipelines.” *Proceedings of the IAHR World Congress*, 3359–3369. International Association for Hydro-Environment Engineering and Research.
- Brunone, B. 1999. “Transient Test-Based Technique for Leak Detection in Outfall Pipes.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, 125 (5): 302–306. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1999\)125:5\(302\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1999)125:5(302)).
- Brunone, B., and M. Ferrante. 2001. “Detecting leaks in pressurised pipes by means of transients.” *Journal of Hydraulic Research*, 39 (5): 539–547. <https://doi.org/10.1080/00221686.2001.9628278>.
- Brunone, B., and M. Ferrante. 2004. “Pressure waves as a tool for leak detection in closed conduits.” *Urban Water Journal*, 1 (2): 145–155. Informa UK Limited. <https://doi.org/10.1080/1573062042000271073>.
- Brunone, B., S. Meniconi, and C. Capponi. 2018. “Numerical analysis of the transient pressure damping in a single polymeric pipe with a leak.” *Urban Water Journal*, 15 (8): 760–768. Taylor and Francis Ltd. <https://doi.org/10.1080/1573062X.2018.1547772>.
- Butterfield, J. D., R. P. Collins, and S. B. M. Beck. 2015. *Feature extraction of leaks signals in plastic water distribution pipes using the wavelet transform*.
- Capponi, C., A. Menapace, S. Meniconi, D. D. Torre, M. Tavelli, M. Righetti, and B. Brunone. 2024. “Hybrid Transient-Machine Learning Methodology for Leak Detection in Water Transmission Mains.” *The 3rd International Joint Conference on Water Distribution Systems Analysis & Computing and Control for the Water Industry (WDSA/CCWI 2024)*, 142. MDPI.

- Capponi, C., S. Meniconi, P. J. Lee, B. Brunone, and M. Cifrodelli. 2020. “Time-domain Analysis of Laboratory Experiments on the Transient Pressure Damping in a Leaky Polymeric Pipe.” *Water Resources Management*, 34 (2): 501–514. Springer. <https://doi.org/10.1007/s11269-019-02454-x>.
- Carstens, M. R., and J. E. Roller. 1959. “Boundary-Shear Stress in Unsteady Turbulent Pipe Flow.” *Journal of Hydraulic Engineering*.
- Chapra, S. C., and R. P. Canale. 2010. *Numerical methods for engineers*. Boston: McGraw-Hill Higher Education.
- Chaudhry, M. H. 2014. *Applied Hydraulic Transients*. Springer New York.
- Che, T. C., H. F. Duan, and P. J. Lee. 2021. “Transient wave-based methods for anomaly detection in fluid pipes: A review.” *Mechanical Systems and Signal Processing*. Academic Press.
- Colombo, A. F., P. Lee, and B. W. Karney. 2009. “A selective literature review of transient-based leak detection methods.” *Journal of Hydro-Environment Research*.
- Combes, J.-M., A. Grossman, and P. Tchamitchian. 1990. *Wavelets: Time-Frequency Methods and Phase Space*. (J.-M. Combes, A. Grossmann, and P. Tchamitchian, eds.). Springer Berlin Heidelberg.
- Covas, D. I. C. 2003. “Inverse transient analysis for leak detection and calibration of water pipe systems modelling special dynamic effects.” Thesis. Imperial College of Science, Technology and Medicine, U.K.
- Covas, D. I. C., and H. M. Ramos. 2001. “Hydraulic Transients used for Leakage Detection in Water Pipeline Systems.” International Conference in Water Pipeline Systems.
- Covas, D. I. C., and H. M. Ramos. 2010. “Case Studies of Leak Detection and Location in Water Pipe Systems by Inverse Transient Analysis.” *Journal of Water Resources Planning and Management*, 136 (2): 248–257. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(2010\)136:2\(248\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(2010)136:2(248)).
- Covas, D. I. C., H. M. Ramos, and A. B. Almeida. 2005a. “Standing Wave Difference Method for Leak Detection in Pipeline Systems.” *Journal of Hydraulic Engineering*, 131 (12): 1106–1116. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2005\)131:12\(1106\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2005)131:12(1106)).
- Covas, D., I. Stoianov, H. Ramos, N. Graham, and C. Maksimovic. 2004. “The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity in hydraulic transients. Part I—experimental

- analysis and creep characterization.” *Journal of Hydraulic Research*, 42 (5): 517–532. <https://doi.org/10.1080/00221686.2004.9641221>.
- Covas, D., IvaN. Stoianov, J. F. Mano, H. Ramos, N. Graham, and C. Maksimovic. 2005b. “The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity in hydraulic transients. Part II—model development, calibration and verification.” *Journal of Hydraulic Research*, 43 (1): 56–70. <https://doi.org/10.1080/00221680509500111>.
- Daily, J. W., W. L. Hankey, R. W. Olive, and J. M. Jordaan. 1956. “Resistance coefficients for accelerated and decelerated flows through smooth tubes and orifices.” *The American Society of Mechanical Engineers*.
- Daubechies, I. 1992. *Ten Lectures of Wavelets*. SIAM.
- Diniz, A. B. N., J. F. Junior, and A. K. Soareas. 2019. “Simulação de transitórios hidráulicos em tubulações de PEAD e PVC.”
- Djeziri, M. A., S. Benmoussa, B. Ould Bouamama, and M. Ouladsine. 2012. “Wavelet decomposition applied to fluid leak detection and isolation in presence of disturbances.” *2012 20th Mediterranean Conference on Control & Automation (MED)*, 104–109. Barcelona, Spain: IEEE.
- Duan, H. F. 2017. “Transient frequency response based leak detection in water supply pipeline systems with branched and looped junctions.” *Journal of Hydroinformatics*, 19 (1): 17–30. IWA Publishing. <https://doi.org/10.2166/hydro.2016.008>.
- Duan, H. F., P. J. Lee, M. S. Ghidaoui, and Y. K. Tung. 2010. “Essential system response information for transient-based leak detection methods.” *Journal of Hydraulic Research*, 48 (5): 650–657. <https://doi.org/10.1080/00221686.2010.507014>.
- Duan, H. F., P. J. Lee, M. S. Ghidaoui, and Y. K. Tung. 2011. “Leak detection in complex series pipelines by using the system frequency response method.” *Journal of Hydraulic Research*, 49 (2): 213–221. <https://doi.org/10.1080/00221686.2011.553486>.
- Duan, H. F., P. J. Lee, M. S. Ghidaoui, and Y.-K. Tung. 2012. “System Response Function–Based Leak Detection in Viscoelastic Pipelines.” *Journal of Hydraulic Engineering*, 138 (2): 143–153. American Society of Civil Engineers (ASCE). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)hy.1943-7900.0000495](https://doi.org/10.1061/(asce)hy.1943-7900.0000495).
- Farah, E., and I. Shahrour. 2024. “Water Leak Detection: A Comprehensive Review of Methods, Challenges, and Future Directions.” *Water*, 16 (20): 2975. <https://doi.org/10.3390/w16202975>.

- Ferrante, M., and B. Brunone. 2003. "Pipe system diagnosis and leak detection by unsteady-state tests. 2. Wavelet analysis." *Advances in Water Resources*, 26 (1): 107–116. [https://doi.org/10.1016/S0309-1708\(02\)00102-1](https://doi.org/10.1016/S0309-1708(02)00102-1).
- Ferrante, M., B. Brunone, and S. Meniconi. 2007. "Wavelets for the Analysis of Transient Pressure Signals for Leak Detection." *Journal of Hydraulic Engineering*, 133 (11): 1274–1282. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2007\)133:11\(1274\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2007)133:11(1274)).
- Ferrante, M., B. Brunone, and S. Meniconi. 2009a. "Leak detection in branched pipe systems coupling wavelet analysis and a Lagrangian model." *Journal of Water Supply: Research and Technology - AQUA*, 58 (2): 95–106. <https://doi.org/10.2166/aqua.2009.022>.
- Ferrante, M., B. Brunone, and S. Meniconi. 2009b. "Leak-edge detection." *Journal of Hydraulic Research*, 47 (2): 233–241. <https://doi.org/10.3826/jhr.2009.3220>.
- Gad, A. F. 2021. "PyGAD: An Intuitive Genetic Algorithm Python Library." arXiv.
- Ghazali, M. F., W. W. J. Staszewski, J. D. Shucksmith, J. B. Boxall, and S. B. M. Beck. 2010. "Instantaneous phase and frequency for the detection of leaks and features in a pipeline system." *Structural Health Monitoring*, 10 (4): 351–360. <https://doi.org/10.1177/1475921710373958>.
- Goldberg, D. E. 1989. *Genetic Algorithms in search, optimization and machine learning*. Addison-Wesley Publishing Company.
- Gong, J., M. F. Lambert, A. R. Simpson, and A. C. Zecchin. 2013. "Single-Event Leak Detection in Pipeline Using First Three Resonant Responses." *Journal of Hydraulic Engineering*, 139 (6): 645–655. American Society of Civil Engineers (ASCE). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)hy.1943-7900.0000720](https://doi.org/10.1061/(asce)hy.1943-7900.0000720).
- Gong, J., A. C. Zecchin, A. R. Simpson, and M. F. Lambert. 2014. "Frequency Response Diagram for Pipeline Leak Detection: Comparing the Odd and Even Harmonics." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 140 (1): 65–74. American Society of Civil Engineers (ASCE). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)wr.1943-5452.0000298](https://doi.org/10.1061/(asce)wr.1943-5452.0000298).
- Graps, A. 1995. "An Introduction to Wavelets."
- Hamat, A. M., M. Fairusham, and G. G. Priyandoko. 2017. "The Use of Transmission Line Modelling for Detection of Leakage in Pipeline." *Journal of Mechanical Engineering*, 4 (4): 74–83.
- Hanafi, M. Y., M. F. Ghazali, W. H. Azmi, M. F. M. Yusof, and M. A. PiRemli. 2021. "Hydroinformatics based technique for leak identification purpose – An

- experimental analysis.” *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 1078 (1): 012038. IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1757-899x/1078/1/012038>.
- Hanafi, M. Y., M. F. Ghazali, M. F. M. Yusof, and W. S. W. Hamat. 2017. “Improvement of Cepstrum Analysis for the Purpose to Detect Leak, Feature and Its Location in Water Distribution System based on Pressure Transient Analysis.” *Journal of Mechanical Engineering*, 4 (4): 103–122.
- Hu, J., L. Zhang, and W. Liang. 2011. “Detection of small leakage from long transportation pipeline with complex noise.” *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 24 (4): 449–457. <https://doi.org/10.1016/j.jlp.2011.04.003>.
- Huang, Y. C., C. C. Lin, and H. D. Yeh. 2015. “An Optimization Approach to Leak Detection in Pipe Networks Using Simulated Annealing.” *Water Resources Management*, 29 (11): 4185–4201. Kluwer Academic Publishers. <https://doi.org/10.1007/s11269-015-1053-4>.
- Jönsson, L. 1995. “Leak detection in pipelines using hydraulic transients.” *Transactions on Ecology and Environment*. WIT Press.
- Jönsson, L., and M. Larson. 1992. “Leak Detection through Hydraulic Transient Analysis.” *Fluid Mechanics and Its Applications*, 273–286. Springer.
- Kaiser, G. 2011. *A Friendly Guide to Wavelets*. Boston: Birkhäuser Boston.
- Kapelan, Z. S., D. A. Savic, and G. A. Walters. 2003. “A hybrid inverse transient model for leakage detection and roughness calibration in pipe networks.” *Journal of Hydraulic Research*, 41 (5): 481–492. International Association of Hydraulic Engineering Research. <https://doi.org/10.1080/00221680309499993>.
- Kim, S. H. 2005. “Extensive Development of Leak Detection Algorithm by Impulse Response Method.” *Journal of Hydraulic Engineering*, 131 (3): 201–208. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2005\)131:3\(201\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2005)131:3(201)).
- Kim, S. H. 2014. “Inverse transient analysis for a branched pipeline system with leakage and blockage using impedance method.” *Procedia Engineering*, 1350–1357. Elsevier Ltd.
- Kim, S. H. 2017. “Multiple Leakage Function for a Simple Pipeline System.” *Water Resources Management*, 31 (9): 2659–2673. Springer Netherlands. <https://doi.org/10.1007/s11269-017-1650-5>.

- Kim, S. H. 2018. “Development of Multiple Leakage Detection Method for a Reservoir Pipeline Valve System.” *Water Resources Management*, 32 (6): 2099–2112. Springer Netherlands. <https://doi.org/10.1007/s11269-018-1920-x>.
- Kim, S. H. 2020. “Multiple leak detection algorithm for pipe network.” *Mechanical Systems and Signal Processing*, 139. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.106645>.
- Kim, S. H., A. Zecchin, and L. Choi. 2014. “Diagnosis of a Pipeline System for Transient Flow in Low Reynolds Number with Impedance Method.” *Journal of Hydraulic Engineering*, 140 (12). American Society of Civil Engineers (ASCE). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)hy.1943-7900.0000945](https://doi.org/10.1061/(asce)hy.1943-7900.0000945).
- Lam, S. K., A. Pitrou, and S. Seibert. 2015. “Numba: a LLVM-based Python JIT compiler.” *Proceedings of the Second Workshop on the LLVM Compiler Infrastructure in HPC*, 1–6. Austin Texas: ACM.
- Lee, J., D. Ko, E. Lee, S. Kim, J. Kim, and D. Choi. 2021. “Leak detection through wavelet analysis of pressure measurement for injected pressure for a simple pipeline system.” *Desalination and Water Treatment*, 227: 116–123. Desalination Publications. <https://doi.org/10.5004/dwt.2021.27357>.
- Lee, P. J., H. F. Duan, M. Ghidaoui, and B. Karney. 2013. “Frequency domain analysis of pipe fluid transient behaviour.” *Journal of Hydraulic Research*.
- Lee, P. J., M. F. Lambert, A. R. Simpson, J. P. Vítkovský, and J. A. Liggett. 2006. “Experimental verification of the frequency response method for pipeline leak detection.” *Journal of Hydraulic Research*, 44 (5): 693–707. <https://doi.org/10.1080/00221686.2006.9521718>.
- Lee, P. J., A. R. Simpson, M. F. Lambert, J. P. Vítkovský, and D. P. Misiunas. 2007a. *Leak location in pipelines using transient reflection. Australian Journal of Water Resources Citation*, 53–66.
- Lee, P. J., J. P. Vítkovský, M. F. Lambert, and A. R. Simpson. 2002. “Leak detection in pipelines using an inverse resonance method.” Conference on Water Resources Planning and Management.
- Lee, P. J., J. P. Vítkovský, M. F. Lambert, A. R. Simpson, and J. A. Liggett. 2005a. “Leak location using the pattern of the frequency response diagram in pipelines: A numerical study.” *Journal of Sound and Vibration*, 284 (3–5): 1051–1073. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.07.023>.

- Lee, P. J., J. P. Vítkovský, M. F. Lambert, A. R. Simpson, and J. A. Liggett. 2005b. “Frequency Domain Analysis for Detecting Pipeline Leaks.” *Journal of Hydraulic Engineering*, 131 (7): 596–604. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2005\)131:7\(596\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2005)131:7(596)).
- Lee, P. J., J. P. Vítkovský, M. F. Lambert, A. R. Simpson, and J. A. Liggett. 2007b. “Leak location in pipelines using the impulse response function.” *Journal of Hydraulic Research*, 45 (5): 643–652. International Association of Hydraulic Engineering Research. <https://doi.org/10.1080/00221686.2007.9521800>.
- Li, J., and Z. Zhang. 2024. “Pipeline leakage localization method based on transient signal detection and data fusion from multi-sensor.” *Journal of Hydroinformatics*. IWA Publishing. <https://doi.org/10.2166/hydro.2024.087>.
- Liao, Z., H. Yan, Z. Tang, X. Chu, and T. Tao. 2021. “Deep learning identifies leak in water pipeline system using transient frequency response.” *Process Safety and Environmental Protection*, 155: 355–365. <https://doi.org/10.1016/j.psep.2021.09.033>.
- Liggett, J. A., and L.-C. Chen. 1994. “Inverse Transient Analysis in Pipe Networks.” *Journal of Hydraulic Engineering*, 120 (8): 934–955. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1994\)120:8\(934\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1994)120:8(934)).
- Liou, C. P. 1998. “Pipeline Leak Detection by Impulse Response Extraction.” *Journal of Fluids Engineering*, 120 (4): 833–838. <https://doi.org/10.1115/1.2820746>.
- Lopes, F., E. Leite, P. Ribeiro, L. Lopes, A. Piardi, R. Otto, and W. Neves. 2019. “Using the Differentiator-Smoother Filter to Analyze Traveling Waves on Transmission Lines: Fundamentals, Settings and Implementation.” International Conference on Power Systems Transients (IPST2019).
- Lopes, F. V., R. Reis, D. Facina, K. Melo, K. Dantas, and F. Costa. 2022. “How much ‘villain’ is the anti-aliasing filter for traveling wave-based fault location methods?” *Electric Power Systems Research*, 212: 108369. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2022.108369>.
- Mallat, S. G. 1989. “A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation.” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11 (7): 674–693. <https://doi.org/10.1109/34.192463>.
- Mallat, S., and W. L. Hwang. 1992. “Singularity detection and processing with wavelets.” *IEEE Transactions on Information Theory*, 38 (2): 617–643. <https://doi.org/10.1109/18.119727>.

- Martins, N. M. C., A. K. Soares, H. M. Ramos, and D. I. C. Covas. 2016. "CFD modeling of transient flow in pressurized pipes." *Computers & Fluids*, 126: 129–140. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2015.12.002>.
- Megahed, A. I., A. Monem Moussa, H. B. Elrefaie, and Y. M. Marghany. 2008. "Selection of a suitable mother wavelet for analyzing power system fault transients." *2008 IEEE Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century*, 1–7. Pittsburgh, PA, USA: IEEE.
- Meniconi, S., B. Brunone, and M. Ferrante. 2011a. "In-Line Pipe Device Checking by Short-Period Analysis of Transient Tests." *Journal of Hydraulic Engineering*, 137 (7): 713–722. American Society of Civil Engineers (ASCE). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)hy.1943-7900.0000309](https://doi.org/10.1061/(asce)hy.1943-7900.0000309).
- Meniconi, S., B. Brunone, M. Ferrante, and C. Massari. 2011b. "Small Amplitude Sharp Pressure Waves to Diagnose Pipe Systems." *Water Resources Management*, 25 (1): 79–96. Kluwer Academic Publishers. <https://doi.org/10.1007/s11269-010-9688-7>.
- Meniconi, S., B. Brunone, M. Ferrante, and C. Massari. 2013. "Numerical and experimental investigation of leaks in viscoelastic pressurized pipe flow." *Drinking Water Engineering and Science*, 6 (1): 11–16. Copernicus GmbH. <https://doi.org/10.5194/dwes-6-11-2013>.
- Michalewicz, Z. 1996. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer.
- Mpesha, W., M. H. Chaudhry, and S. L. Gassman. 2002. "Leak detection in pipes by frequency response method using a step excitation." *Journal of Hydraulic Research*, 40 (1): 55–62. International Association of Hydraulic Engineering Research. <https://doi.org/10.1080/00221680209499873>.
- Mpesha, W., S. L. Gassman, and M. H. Chaudhry. 2001. "Leak Detection in Pipes by Frequency Response Method." *Journal of Hydraulic Engineering*, 127 (2): 134–147. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2001\)127:2\(134\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2001)127:2(134)).
- Nathanson, F. E., J. P. Reilly, and M. N. Cohen. 1969. *Radar design principles: signal processing and the environment*. McGraw-Hill Book Co.
- Ngui, W. K., M. S. Leong, L. M. Hee, and A. M. Abdelrhman. 2013. "Wavelet Analysis: Mother Wavelet Selection Methods." *AMM*, 393: 953–958. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.393.953>.

- Nixon, W., M. S. Ghidaoui, and A. A. Kolyshkin. 2006. "Range of Validity of the Transient Damping Leakage Detection Method." *Journal of Hydraulic Engineering*, 132 (9): 944–957. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2006\)132:9\(944\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2006)132:9(944)).
- Pan, B., H. F. Duan, S. Meniconi, and B. Brunone. 2021. "FRF-based transient wave analysis for the viscoelastic parameters identification and leak detection in water-filled plastic pipes." *Mechanical Systems and Signal Processing*, 146. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.107056>.
- Pan, B., A. Keramat, and H.-F. Duan. 2023. "Energy Analysis for Transient-Leak Interaction and Implication to Leak Detection in Water Pipeline Systems." *Journal of Hydraulic Engineering*, 149 (9). <https://doi.org/10.1061/JHEND8.HYENG-13348>.
- Pan, B., A. Keramat, Y. She, and H. F. Duan. 2022. "A novel leak localization method using forward and backward transient characteristics." *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, 194. Elsevier B.V. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2022.111065>.
- Park, C. S., S. H. Lee, and D. J. Yoon. 2021. "Enhancing impact localization from fluid-pipe coupled vibration under noisy environment." *Applied Sciences (Switzerland)*, 11 (9). MDPI AG. <https://doi.org/10.3390/app11094197>.
- Percival, D. B., and A. T. Walden. 2000. *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. Cambridge University Press.
- Pudar, R. S., and J. A. Liggett. 1992. "Leaks in Pipe Networks." *Journal of Hydraulic Engineering*, 118 (7): 1031–1046. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1992\)118:7\(1031\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1992)118:7(1031)).
- Puust, R., Z. Kapelan, D. A. Savic, and T. Koppel. 2010. "A review of methods for leakage management in pipe networks." *Urban Water Journal*, 7 (1): 25–45. <https://doi.org/10.1080/15730621003610878>.
- Rad, N. V., H. A. Nadian, R. Ranzi, M. Rahmanshahi, and M. S. Bejestan. 2024. "Investigation of Pressure Signal and Leak Detection in Pipes by Using Wavelet Transform in Transient Flow." 76. MDPI AG.
- Rafiee, J., P. W. Tse, A. Harifi, and M. H. Sadeghi. 2009. "A novel technique for selecting mother wavelet function using an intelligent fault diagnosis system." *Expert Systems with Applications*, 36 (3): 4862–4875. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.05.052>.

- Rashid, S., S. Qaisar, H. Saeed, and E. Felemban. 2014. "A Method for Distributed Pipeline Burst and Leakage Detection in Wireless Sensor Networks Using Transform Analysis." *International Journal of Distributed Sensor Networks*, 2014. Hindawi Publishing Corporation. <https://doi.org/10.1155/2014/939657>.
- Ribeiro, E. P. A., F. V. Lopes, J. P. G. Ribeiro, and E. J. S. Leite. 2018. "ATP/MODELS Differentiator-Smoother Filter Model Validated Using Actual Time-Domain Relay." *2018 Workshop on Communication Networks and Power Systems (WCNPS)*, 1–4. IEEE.
- Romero-Ben, L., D. Alves, J. Blesa, G. Cembrano, V. Puig, and E. Duviella. 2023. "Leak detection and localization in water distribution networks: Review and perspective." *Annual Reviews in Control*, 55: 392–419. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2023.03.012>.
- Sattar, A. M., and M. H. Chaudhry. 2008. "Leak detection in pipelines by frequency response method." *Journal of Hydraulic Research*, 46 (SUPPL. 1): 138–151. International Association of Hydraulic Engineering Research. <https://doi.org/10.1080/00221686.2008.9521948>.
- Schütze, M. R., D. Butler, and M. B. Beck. 2002. *Modelling, Simulation and Control of Urban Wastewater Systems*. London: Springer London.
- Schweitzer, E. O., A. Guzman, M. V. Mynam, V. Skendzic, B. Kasztenny, and S. Marx. 2014. "Locating faults by the traveling waves they launch." *2014 67th Annual Conference for Protective Relay Engineers*, 95–110. IEEE.
- Schweitzer, E. O., B. Kasztenny, A. Guzman, M. Mynam, and H. J. Altuve. 2018. "Locating Faults and Protecting Lines at the Speed of Light: Time-Domain Principles Applied." Schweitzer Engineering Laboratories, Inc.
- Schweitzer, E. O., B. Kasztenny, and M. V. Mynam. 2016. "Performance of time-domain line protection elements on real-world faults." *2016 69th Annual Conference for Protective Relay Engineers (CPRE)*, 1–17. IEEE.
- Schwendeman, T. 1987. "Detecting underground piping leaks." *Civil Engineering*, (8): 56–58.
- Seaford, H. 1994. "Acoustic leak detection through advanced signal-processing technology." *Noise and Vibration Worldwide*, 1994.
- Shaw, M. T., and W. J. MacKnight. 2005. *Introduction to polymer viscoelasticity*. Wiley-Interscience.

- Siddique, M. F., Z. Ahmad, N. Ullah, S. Ullah, and J. M. Kim. 2024. "Pipeline Leak Detection: A Comprehensive Deep Learning Model Using CWT Image Analysis and an Optimized DBN-GA-LSSVM Framework." *Sensors*, 24 (12). Multidisciplinary Digital Publishing Institute (MDPI). <https://doi.org/10.3390/s24124009>.
- Silva, K. M. 2009. "Estimação de Fasores Baseada na Transformada Wavelet para Uso na Proteção de Distância de Linhas de Transmissão." Doutorado. Universidade Federal de Campinha Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática.
- Silva, R. A., C. M. Buiatti, S. L. Cruz, and J. A. F. R. Pereira. 1996. "Pressure wave behaviour and leak detection in pipelines." *Computers & Chemical Engineering*, 20: S491–S496. [https://doi.org/10.1016/0098-1354\(96\)00091-9](https://doi.org/10.1016/0098-1354(96)00091-9).
- Smith, L. A., K. A. Fields, A. S. C. Chen, and A. N. Tafuri. 2000. "Leak and Break Detection and Repair for Drinking Water Systems." *Battelle Press, Columbus, Ohio U.S.*
- Soares, A. K., D. I. C. Covas, and L. F. R. Reis. 2007. "Inverse transient analysis for leak detection in a PVC pipe network." Proceedings of CCWI 2007 and SUWM 2007 Conference: Water Management Challenges in Global Change.
- Soares, A. K., D. I. C. Covas, and L. F. R. Reis. 2011. "Leak detection by inverse transient analysis in an experimental PVC pipe system." *Journal of Hydroinformatics*, 13 (2): 153–166. IWA Publishing. <https://doi.org/10.2166/hydro.2010.012>.
- Soares, A. K., D. I. Covas, and L. F. Reis. 2008. "Analysis of PVC Pipe-Wall Viscoelasticity during Water Hammer." *J. Hydraul. Eng.*, 134 (9): 1389–1394. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2008\)134:9\(1389\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2008)134:9(1389)).
- Soares, A. K., N. Martins, and D. I. C. Covas. 2015. "Investigation of Transient Vaporous Cavitation: Experimental and Numerical Analyses." *Procedia Engineering*, 119: 235–242. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.08.881>.
- Srirangarajan, S., M. Allen, A. Preis, M. Iqbal, H. B. Lim, and A. J. Whittle. 2013. "Wavelet-based burst event detection and localization in water distribution systems." *Journal of Signal Processing Systems*, 72 (1): 1–16. <https://doi.org/10.1007/s11265-012-0690-6>.
- Stephens, M. L., M. F. Lambert, A. R. Simpson, J. P. Vítkovský, and J. Nixon. 2004. "Field Tests for Leakage, Air Pocket, and Discrete Blockage Detection Using Inverse Transient Analysis in Water Distribution Pipes." *Critical Transitions in*

- Water and Environmental Resources Management*, 1–10. American Society of Civil Engineers.
- Stephens, M. L., A. R. Simpson, and M. F. Lambert. 2007. “Hydraulic Transient Analysis and Leak Detection on Transmission Pipelines: Field Tests, Model Calibration, and Inverse Modeling.” *World Environmental and Water Resources Congress 2007*, 1–17. American Society of Civil Engineers.
- Stoianov, I., B. Karney, D. I. C. Covas, C. Maksimovic, and N. Graham. 2001. “Wavelet processing of transient signals for pipeline leak location and quantification.” *Computing and Control for the Water Industry 2001*.
- Stoianov, I., B. Karney, D. I. C. Covas, C. Maksimovic, and N. Graham. 2002. “Wavelet Processing of Transient Signals for Pipeline Leak Location and Quantification.” 1st Annual Environmental & Water Resources Systems Analysis Symposium in conjunction with ASCE Environmental & Water Resources Institute Annual Conference.
- Stoianov, I., C. Maksimovic, and N. Graham. 2000. “Wavelet transform based fault detection in water distribution systems.” PhD Thesis. Imperial College of Science, Technology and Medicine, U.K.
- Taghvaei, M., S. B. M. Beck, and W. J. Staszewski. 2006. “Leak detection in pipelines using cepstrum analysis.” *Measurement Science and Technology*, 367–372. Institute of Physics Publishing.
- Taïeb, L. H., and E. H. Taïeb. 2009. “Transient analysis for leak detection in pipe with fluid-structure interaction.” *Diagnostyka*.
- Tajalli, S. A. M., M. Moattari, S. V. Naghavi, and M. R. Salehizadeh. 2024. “A Novel Hybrid Internal Pipeline Leak Detection and Location System Based on Modified Real-Time Transient Modelling.” *Modelling*, 5 (3): 1135–1157. MDPI AG. <https://doi.org/10.3390/modelling5030059>.
- Tang, X., Y. Liu, L. Zheng, C. Ma, and H. Wang. 2009. “Leak detection of water pipeline using wavelet transform method.” *Proceedings - 2009 International Conference on Environmental Science and Information Application Technology, ESIAT 2009*, 217–220.
- Trikha, A. K. 1975. “An Efficient Method for Simulating Frequency-Dependent Friction in Transient Liquid Flow.” *Journal of Fluids Engineering*, 97 (1): 97–105. <https://doi.org/10.1115/1.3447224>.

- Vardy, A. E., and J. M. B. Brown. 2003. "TRANSIENT TURBULENT FRICTION IN SMOOTH PIPE FLOWS." *Journal of Sound and Vibration*, 259 (5): 1011–1036. <https://doi.org/10.1006/jsvi.2002.5160>.
- Vardy, A. E., and K.-L. Hwang. 1993. "A weighting function model of transient turbulent pipe friction." *Journal of Hydraulic Research*, 31 (4): 533–548. <https://doi.org/10.1080/00221689309498876>.
- Vetterli, M., and C. Herley. 1992. "Wavelets and filter banks: theory and design." *IEEE Trans. Signal Process.*, 40 (9): 2207–2232. <https://doi.org/10.1109/78.157221>.
- Vítkovský, J. P., M. F. Lambert, A. R. Simpson, and J. A. Liggett. 2007. "Experimental Observation and Analysis of Inverse Transients for Pipeline Leak Detection." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 133 (6): 519–530. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(2007\)133:6\(519\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(2007)133:6(519)).
- Vítkovský, J. P., P. J. Lee, M. L. Stephens, and M. F. Lambert. 2003. "Leak blockage detection in pipelines via an impulse response method." *Pumps, Electromechanical Devices and Systems Applied to Urban Water Management*, 423–430. A.A. Balkema Publishers, Lisse, The Netherlands.
- Vítkovský, J. P., A. R. Simpson, and M. F. Lambert. 2000. "Leak Detection and Calibration Using Transients and Genetic Algorithms." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 126 (4): 262–265. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(2000\)126:4\(262\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(2000)126:4(262)).
- Vítkovský, J. P., A. R. Simpson, and M. F. Lambert. 2001. "An experimental verification of the inverse transient technique." Conference on Hydraulics in Civil Engineering, The Institution of Engineers, Australia.
- Vítkovský, J. P., A. R. Simpson, and M. F. Lambert. 2002. "Minimization Algorithms and Experimental Inverse Transient Leak Detection." Water Resources Planning and Management Conference, American Society of Civil Engineers.
- Wang, X., and M. S. Ghidaoui. 2018a. "Pipeline Leak Detection Using the Matched-Field Processing Method." *Journal of Hydraulic Engineering*, 144 (6). American Society of Civil Engineers (ASCE). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)hy.1943-7900.0001476](https://doi.org/10.1061/(asce)hy.1943-7900.0001476).
- Wang, X., and M. S. Ghidaoui. 2018b. "Identification of multiple leaks in pipeline: Linearized model, maximum likelihood, and super-resolution localization." *Mechanical Systems and Signal Processing*, 107: 529–548. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.01.042>.

- Wang, X., and M. S. Ghidaoui. 2019. "Identification of multiple leaks in pipeline II: Iterative beamforming and leak number estimation." *Mechanical Systems and Signal Processing*, 119: 346–362. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.09.020>.
- Wang, X., M. S. Ghidaoui, and J. Lin. 2019a. "Identification of multiple leaks in pipeline III: Experimental results." *Mechanical Systems and Signal Processing*, 130: 395–408. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2019.05.015>.
- Wang, X., J. Lin, and M. S. Ghidaoui. 2020. "Usage and Effect of Multiple Transient Tests for Pipeline Leak Detection." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 146 (11). American Society of Civil Engineers (ASCE). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)wr.1943-5452.0001284](https://doi.org/10.1061/(asce)wr.1943-5452.0001284).
- Wang, X., J. Lin, A. Keramat, M. S. Ghidaoui, S. Meniconi, and B. Brunone. 2019b. "Matched-field processing for leak localization in a viscoelastic pipe: An experimental study." *Mechanical Systems and Signal Processing*, 124: 459–478. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2019.02.004>.
- Wang, X.-J., M. F. Lambert, A. R. Simpson, J. A. Liggett, and J. P. Vítkovský. 2002. "Leak Detection in Pipelines using the Damping of Fluid Transients." *Journal of Hydraulic Engineering*, 128 (7): 697–711. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2002\)128:7\(697\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2002)128:7(697)).
- Wang, X.-J., M. F. Lambert, A. R. Simpson, and J. P. Vítkovský. 2001. "Leak detection in pipeline systems and networks: a review." Conference on Hydraulics in Civil Engineering, The Institution of Engineers, Australia.
- Waqar, M., A. M. Memon, M. Louati, M. S. Ghidaoui, L. M. Alhems, S. Meniconi, B. Brunone, and C. Capponi. 2025. "Pipeline leak detection using hydraulic transients and domain-guided machine learning." *Mechanical Systems and Signal Processing*, 224. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2024.111967>.
- Wylie, E. B., and V. L. Streeter. 1993. *Fluid Transients in Systems*. Prentice Hall.
- Xu, X., and B. Karney. 2017. "An overview of transient fault detection techniques." *Applied Condition Monitoring*, 13–37. Springer.
- Zeng, W., J. Gong, A. R. Simpson, B. S. Cazzolato, A. C. Zecchin, and M. F. Lambert. 2020. "Paired-IRF Method for Detecting Leaks in Pipe Networks." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 146 (5). American Society of Civil Engineers (ASCE). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)wr.1943-5452.0001193](https://doi.org/10.1061/(asce)wr.1943-5452.0001193).

- Zeng, W., A. C. Zecchin, J. Gong, M. F. Lambert, B. S. Cazzolato, and A. R. Simpson. 2025. "Anomaly Recognition in Water Pipe Systems Using a Characterization Framework and Persistent Hydraulic Transient Waves." *Journal of Water Resources Planning and Management*, 151 (2). <https://doi.org/10.1061/JWRMD5.WRENG-6536>.
- Zhang, K., R. Ma, T. Geng, J. Yang, and J. Hou. 2025. "Leakage detection method based on transient pressure behaviors during pigging process in pipelines." *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, 240. Elsevier B.V. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2024.115598>.
- Zhang, Y., H. F. Duan, A. Keramat, and T. C. Che. 2022. "On the leak-induced transient wave reflection and dominance analysis in water pipelines." *Mechanical Systems and Signal Processing*, 167. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2021.108512>.
- Zhang, Y., H. F. Duan, A. Keramat, B. Pan, S. Meniconi, B. Brunone, and P. J. Lee. 2023. "Transient wave-leak interaction analysis for improved leak detection in viscoelastic pipelines." *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, 208. Elsevier B.V. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2023.112442>.
- Zielke, W. 1968. "Frequency-Dependent Friction in Transient Pipe Flow." *Journal of Basic Engineering*, 90. <https://doi.org/10.1115/1.3605049>.

APÊNDICES

APÊNDICE A – DESENVOLVIMENTO DA FORMULAÇÃO DO MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS

As equações da quantidade de movimento (3.1) e continuidade (3.2) podem ser reescritas na seguinte forma:

$$L_1 = \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} = 0 \quad \text{A.1}$$

$$L_2 = \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad \text{A.2}$$

A partir de uma combinação linear entre elas na forma $L = L_1 + \lambda L_2$:

$$L = \frac{1}{gA} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \lambda a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \lambda \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} = 0 \quad \text{A.3}$$

Considerando que as variáveis Q e H são dependentes das variáveis x e t , e que a posição x depende do instante de tempo t , as derivadas totais são:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad \text{A.4}$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad \text{A.5}$$

Para que isso seja verdade:

$$\frac{dx}{dt} = \lambda a^2 = \frac{1}{\lambda} \quad \text{A.6}$$

$$\lambda = \pm \frac{1}{a} \quad \text{A.7}$$

Dessa forma, substituindo A.7 em A.8:

$$\frac{dx}{dt} = \pm a \quad \text{A.8}$$

Define-se, assim, as equações de compatibilidade das duas linhas características C^+ e C^- , em que, substituindo A.8 em A.4 e A.5, pode-se reescrever A.3 em termos das derivadas totais. Com algumas manipulações, são obtidas as equações características:

$$C^+: \frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad \text{A.9}$$

$$C^-: \frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{fQ|Q|}{2DA} = 0 \quad \text{A.10}$$

Por fim, as equações diferenciais parciais inicialmente deduzidas no problema são resolvidas por equações diferenciais ordinárias na variável independente t por meio da imposição das linhas características. Para a resolução desse sistema, é utilizado um

método de diferenças finitas, em que, por meio de uma malha no plano $x \times t$, sendo a tubulação dividida em N seções de comprimento Δx e o tempo total em intervalos Δt , respeitando a condição de Courant, é possível calcular as condições de um instante de tempo conhecendo as do tempo anterior, como explicado em mais detalhes em 3.1.1.1. Assim, a resolução das equações A.9 e A.10 se dá pela integração dos termos derivativos. Para a linha característica C^+ , considerando acurácia de primeira ordem para o termo de resistência ao escoamento em regime permanente:

$$\int_A^P dQ + \frac{gA}{a} \int_A^P dH + \int_A^P \frac{fQ|Q|}{2DA} dt = 0 \quad \text{A.11}$$

$$Q_P - Q_A + \frac{gA}{a} (H_P - H_A) + \frac{fQ_A|Q_A|}{2DA} \Delta t = 0 \quad \text{A.12}$$

$$Q_P - Q_A + B(H_P - H_A) + RQ_A|Q_A| \Delta t = 0 \quad \text{A.13}$$

Em que $B = gA/a$ e $R = f/2DA$. Rearranjando A.13:

$$Q_P = Q_A + BH_A - RQ_A|Q_A| \Delta t - BH_P \quad \text{A.14}$$

Aplicando a notação utilizada para a rotina do MOC:

$$Q_{i,j} = Q_{i-1,j-1} + BH_{i-1,j-1} - RQ_{i-1,j-1}|Q_{i-1,j-1}| \Delta t - BH_{i,j} \quad \text{A.15}$$

$$C_P = Q_{i-1,j-1} + BH_{i-1,j-1} - RQ_{i-1,j-1}|Q_{i-1,j-1}| \Delta t \quad \text{A.16}$$

$$Q_{i,j} = C_P - BH_{i,j} \quad \text{A.17}$$

De forma similar, para a linha característica C^- :

$$C_N = Q_{i+1,j-1} - BH_{i+1,j-1} - RQ_{i+1,j-1}|Q_{i+1,j-1}| \Delta t \quad \text{A.18}$$

$$Q_{i,j} = C_N + BH_{i,j} \quad \text{A.19}$$

APÊNDICE B – DESENVOLVIMENTO DOS COEFICIENTES DO MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS CONSIDERANDO FATOR DE ATRITO VARIÁVEL E VISCOELASTICIDADE

Para que seja levada em consideração a resistência ao escoamento em regime transiente e o comportamento reológico da tubulação, os respectivos termos são incluídos nas deduções das equações governantes da seguinte forma:

$$\frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} + \tau_{wu} = 0 \quad \text{B.1}$$

$$\frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{2a^2}{g} \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} = 0 \quad \text{B.2}$$

Assim, segue-se o mesmo procedimento descrito no Apêndice A. Nomeando as equações para rearranjar em uma combinação linear $L = L_1 + \lambda L_2$:

$$L_1 = \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} + \frac{16v}{gD^2} (Y_1 + Y_2) = 0 \quad \text{B.3}$$

$$L_2 = \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{2a^2}{g} \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} = 0 \quad \text{B.4}$$

$$L = \frac{1}{gA} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \lambda a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \lambda \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} + \frac{16v}{gD^2} (Y_1 + Y_2) + \lambda \frac{2a^2}{g} \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} = 0 \quad \text{B.5}$$

A caracterização das linhas características também segue conforme feito no Apêndice A.

$$\frac{1}{gA} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \lambda a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} \right) + \lambda \left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{fQ|Q|}{2gDA^2} + \frac{16v}{gD^2} (Y_1 + Y_2) + \lambda \frac{2a^2}{g} \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} = 0 \quad \text{B.6}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad \text{B.7}$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad \text{B.8}$$

$$\frac{dx}{dt} = \lambda a^2 = \frac{1}{\lambda} \quad \text{B.9}$$

$$\lambda = \pm \frac{1}{a} \quad \text{B.10}$$

Dessa forma, rearranjando os termos, as equações para as linhas características C^+ e C^- são:

$$C^+ : \frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{fQ|Q|}{2DA} + \frac{16vA}{D^2} (Y_1 + Y_2) + 2aA \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} = 0 \quad \text{B.11}$$

$$C^- : \frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{fQ|Q|}{2DA} + \frac{16vA}{D^2} (Y_1 + Y_2) + 2aA \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} = 0 \quad \text{B.12}$$

Integrando em C^+ e considerando acurácia de primeira ordem para o termo de resistência ao escoamento em regime permanente:

$$\int_A^P dQ + \frac{gA}{a} \int_A^P dH + \int_A^P \frac{fQ|Q|}{2DA} dt + \int_A^P \frac{16vA}{D^2} (Y_1 + Y_2) dt + \int_A^P 2aA \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} dt = 0 \quad \text{B.13}$$

$$Q_P - Q_A + B(H_P - H_A) + RQ_A|Q_A|\Delta t + \frac{16vA}{D^2} (Y_{1P} + Y_{2P})\Delta t + 2aA \frac{\partial \varepsilon_{rP}}{\partial t} \Delta t = 0 \quad \text{B.14}$$

Em que $B = gA/a$ e $R = f/2DA$. Na notação para aplicação da rotina do MOC:

$$Q_{i,j} - Q_{i-1,j-1} + BH_{i,j} - BH_{i-1,j-1} + RQ_{i-1,j-1}|Q_{i-1,j-1}|\Delta t + \frac{16vA}{D^2} (Y_{1i,j} + Y_{2i,j})\Delta t + 2aA \frac{\partial \varepsilon_{ri,j}}{\partial t} \Delta t = 0 \quad \text{B.15}$$

Para que B.15 seja resolvida, é necessário trabalhar os termos adicionados à formulação original. Primeiramente, para a resistência ao escoamento em regime transiente, é seguida a formulação de Vardy *et al.* (1993):

$$Y_{k,i,j} = Y_{k,i,j-1} e^{-n_k \Psi^*} + m_k (U_{i,j} - U_{i,j-1}) \quad \text{B.16}$$

$$\Psi^* = v\Delta t / R^2 \quad \text{B.17}$$

$$Y_{1i,j} + Y_{2i,j} = \sum_{k=1,2} \left\{ e^{-n_k \frac{4v}{D^2} \Delta t} Y_{k,i,j-1} - \frac{m_k}{A} Q_{i,j-1} \right\} + \sum_{k=1,2} \frac{m_k}{A} Q_{i,j} \quad \text{B.18}$$

Em seguida, para o comportamento viscoelástico da tubulação, segue-se de Covas *et al.* (2004, 2005a):

$$\frac{\partial \varepsilon_{ri,j}}{\partial t} = \sum_{k=1}^{N_{kv}} \frac{\partial \varepsilon_{rk,i,j}}{\partial t} \quad \text{B.19}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{rk,i,j}}{\partial t} = \frac{J_k}{\tau_k} \frac{\alpha D}{2e} \gamma [H_{i,j} - H_{i,0}] - \frac{\tilde{\varepsilon}_{rk,i,j}}{\tau_k} \quad \text{B.20}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{\varepsilon}_{rk_{i,j}} &= J_k \frac{\alpha D}{2e} \gamma [H_{i,j} - H_{i,0}] - J_k e^{-\Delta t/\tau_k} \frac{\alpha D}{2e} \gamma [H_{i,j-1} - H_{i,0}] \\
&\quad - J_k \tau_k (1 - e^{-\Delta t/\tau_k}) \frac{\alpha D}{2e} \gamma \frac{[H_{i,j} - H_{i,0}] - [H_{i,j-1} - H_{i,0}]}{\Delta t} \quad \text{B.21} \\
&\quad + e^{-\Delta t/\tau_k} \tilde{\varepsilon}_{rk_{i,j-1}}
\end{aligned}$$

Define-se também:

$$F_{i,j} = \frac{\alpha D}{2e} \gamma [H_{i,j} - H_{i,0}] \quad \text{B.22}$$

Dessa forma, substituindo B.21 e B.22 em B.20, e fazendo $C_0 = \alpha D \gamma / 2e$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \varepsilon_{rk_{i,j}}}{\partial t} &= \frac{J_k}{\tau_k} e^{-\Delta t/\tau_k} F_{i,j-1} + \frac{J_k C_0}{\Delta t} (1 - e^{-\Delta t/\tau_k}) H_{i,j} \\
&\quad + \frac{J_k C_0}{\Delta t} (e^{-\Delta t/\tau_k} - 1) H_{i,j-1} - \frac{e^{-\Delta t/\tau_k}}{\tau_k} \tilde{\varepsilon}_{rk_{i,j-1}} \quad \text{B.23}
\end{aligned}$$

Assim, utilizando B.23 em B.19:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \varepsilon_{r_{i,j}}}{\partial t} &= \sum_{k=1}^{N_{kv}} \left\{ \frac{J_k}{\tau_k} e^{-\Delta t/\tau_k} F_{i,j-1} + \frac{J_k C_0}{\Delta t} (e^{-\Delta t/\tau_k} - 1) H_{i,j-1} \right. \\
&\quad \left. - \frac{e^{-\Delta t/\tau_k}}{\tau_k} \tilde{\varepsilon}_{rk_{i,j-1}} \right\} + \frac{C_0}{\Delta t} \sum_{k=1}^{N_{kv}} J_k (1 - e^{-\Delta t/\tau_k}) H_{i,j} \quad \text{B.24}
\end{aligned}$$

Por fim, substituindo B.18 e B.24 em B.15 e agrupando as incógnitas:

$$\begin{aligned}
Q_{i,j} &\left[1 + \frac{16v}{D^2} \Delta t \sum_{k=1,2} m_k \right] \\
&= Q_{i-1,j-1} + B H_{i-1,j-1} - R Q_{i-1,j-1} |Q_{i-1,j-1}| \Delta t \\
&\quad - \frac{16vA}{D^2} \Delta t \sum_{k=1,2} \left\{ e^{-n_k \frac{4v}{D^2} \Delta t} Y_{k_{i,j-1}} - \frac{m_k}{A} Q_{i,j-1} \right\} \\
&\quad - 2aA \Delta t \sum_{k=1}^{N_{kv}} \left\{ \frac{J_k}{\tau_k} e^{-\Delta t/\tau_k} F_{i,j-1} \right. \\
&\quad \left. + \frac{J_k C_0}{\Delta t} (e^{-\Delta t/\tau_k} - 1) H_{i,j-1} - \frac{e^{-\Delta t/\tau_k}}{\tau_k} \tilde{\varepsilon}_{rk_{i,j-1}} \right\} \quad \text{B.25} \\
&\quad - H_{i,j} \left[B + 2aAC_0 \sum_{k=1}^{N_{kv}} J_k (1 - e^{-\Delta t/\tau_k}) \right]
\end{aligned}$$

Para simplificação de notação, são utilizados os seguintes agrupamentos de termos:

$$C'_{P1} = -RQ_{i-1,j-1}|Q_{i-1,j-1}|\Delta t \quad \text{B.26}$$

$$C''_{P1} = -\frac{16vA}{D^2}\Delta t \sum_{k=1,2} \left\{ e^{-n_k \frac{4v}{D^2}\Delta t} Y_{k,i,j-1} - \frac{m_k}{A} Q_{i,j-1} \right\} \quad \text{B.27}$$

$$C''_{P2} = \frac{16v}{D^2}\Delta t \sum_{k=1,2} m_k \quad \text{B.28}$$

$$C'''_{P1} = -2aA\Delta t \sum_{k=1}^{N_{kv}} \left\{ \frac{J_k}{\tau_k} e^{-\Delta t/\tau_k} F_{i,j-1} + \frac{J_k C_0}{\Delta t} (e^{-\Delta t/\tau_k} - 1) H_{i,j-1} - \frac{e^{-\Delta t/\tau_k}}{\tau_k} \tilde{\epsilon}_{rk,i,j-1} \right\} \quad \text{B.29}$$

$$C'''_{P2} = 2aAC_0 \sum_{k=1}^{N_{kv}} J_k (1 - e^{-\Delta t/\tau_k}) \quad \text{B.30}$$

Dessa forma:

$$Q_{i,j} = \frac{Q_{i-1,j-1} + BH_{i-1,j-1} + C'_{P1} + C''_{P1} + C'''_{P1}}{1 + C''_{P2}} - \frac{H_{i,j}[B + C'''_{P2}]}{1 + C''_{P2}} \quad \text{B.31}$$

$$C_P = \frac{Q_{i-1,j-1} + BH_{i-1,j-1} + C'_{P1} + C''_{P1} + C'''_{P1}}{1 + C''_{P2}} \quad \text{B.32}$$

$$C_{a+} = \frac{B + C'''_{P2}}{1 + C''_{P2}} \quad \text{B.34}$$

$$Q_{i,j} = C_P - C_{a+}H_{i,j} \quad \text{B.34}$$

De maneira similar, para a linha característica C^- :

$$C'_{N1} = -RQ_{i+1,j-1}|Q_{i+1,j-1}|\Delta t \quad \text{B.35}$$

$$C''_{N1} = C''_{P1} \quad \text{B.36}$$

$$C''_{N2} = C''_{P2} \quad \text{B.37}$$

$$C'''_{N1} = -C'''_{P1} \quad \text{B.38}$$

$$C'''_{N2} = C'''_{P2} \quad \text{B.39}$$

$$Q_{i,j} = \frac{Q_{i+1,j-1} - BH_{i+1,j-1} + C'_{N1} + C''_{N1} + C'''_{N1}}{1 + C''_{N2}} + \frac{H_{i,j}[B + C'''_{N2}]}{1 + C''_{N2}} \quad \text{B.40}$$

$$C_N = \frac{Q_{i+1,j-1} - BH_{i+1,j-1} + C'_{N1} + C''_{N1} + C'''_{N1}}{1 + C''_{N2}} \quad \text{B.41}$$

$$C_{a-} = \frac{B + C'''_{N2}}{1 + C''_{N2}} \quad \text{B.42}$$

Finalmente:

$$Q_{i,j} = C_N - C_{a-}H_{i,j} \quad \text{B.43}$$

APÊNDICE C – DESENVOLVIMENTO DA FORMULAÇÃO PARA VAZAMENTO NÃO NODAL

Conforme descreve Vítkovský (2001), para aplicar o esquema de vazamentos não nodais no MOC, deve-se utilizar de um ponto de construção para definir as equações no local de vazamento, sendo esse ponto localizado entre A e B . Para vazamento na linha característica C^+ entre A e P , é criado o ponto B' , em que suas condições são determinadas por meio de interpolações. Para a dedução do autor, foi utilizada interpolação linear, sendo de maiores ordens capazes de produzir melhores resultados. Assim:

$$H_{B'} = H_A + \frac{x_L}{\Delta x} (H_B - H_A) \quad C.1$$

$$Q_{B'} = Q_A + \frac{x_L}{\Delta x} (Q_B - Q_A) \quad C.2$$

Assim, aplicando o MOC no ponto de vazamento juntamente com a equação de continuidade de vazão e de orifícios, monta-se um sistema de quatro equações com quatro variáveis (H_L, Q_L, Q_{LA}, Q_{LB}), em que Q_L é a vazão do vazamento e Q_{LA} e Q_{LB} são as vazões antes e depois, respectivamente.

$$H_L - H_A + \frac{a}{gA} (Q_{LA} - Q_A) + \frac{f Q_A |Q_A|}{2gDA^2} x_L = 0 \quad C.3$$

$$H_L - H_{B'} - \frac{a}{gA} (Q_{LB} - Q_{B'}) - \frac{f Q_{B'} |Q_{B'}|}{2gDA^2} x_L = 0 \quad C.4$$

$$Q_{LA} - Q_{LB} - Q_L = 0 \quad C.5$$

$$Q_L = CdA_L \sqrt{2gH_L} \quad C.6$$

Em seguida, para a equação característica nos pontos A e P :

$$\int_A^P dH + \frac{a}{gA} \int_A^P dQ + \frac{f}{2gDA^2} \int_A^P Q|Q| dx = 0 \quad C.7$$

Como há a presença do ponto intermediário L , onde ocorre o vazamento, a integração deve ser feita em duas partes, considerando de A até L e de L até P . Assim, para o termo de pressão, considera-se que a pressão ao redor do ponto de vazamento se mantém igual.

$$\int_A^P dH = \int_A^L dH + \int_L^P dH = (H_L - H_A) + (H_P - H_L) = H_P - H_A \quad C.8$$

Para o termo da vazão, o mesmo procedimento é feito, porém as vazões não são iguais, porém são conhecidas.

$$\int_A^P dQ = \int_A^L dQ + \int_L^P dQ = (Q_{LA} - Q_A) + (Q_P - Q_{LB}) \quad C.9$$

Logo, pela continuidade de vazão:

$$\int_A^P dQ = Q_P + Q_L - Q_A \quad C.10$$

Para o termo de resistência ao escoamento em regime permanente, é utilizada uma aproximação de primeira ordem com valores de vazão previamente conhecidos:

$$\begin{aligned} \int_A^P Q|Q|dx &= \int_A^L Q|Q|dx + \int_L^P Q|Q|dx \\ &= Q_A|Q_A|x_L + Q_{LB}|Q_{LB}|(\Delta x - x_L) \end{aligned} \quad C.11$$

Por fim, a equação de compatibilidade da reta C^+ é:

$$\begin{aligned} H_P - H_A + \frac{a}{gA}(Q_P + Q_L - Q_A) \\ + \frac{f}{2gDA^2}[Q_A|Q_A|x_L + Q_{LB}|Q_{LB}|(\Delta x - x_L)] \end{aligned} \quad C.12$$

Fazendo $B = gA/a$ e $R = f/2DA$ e algumas manipulações algébricas:

$$Q_P + Q_L - Q_A + B(H_P - H_A) + \frac{R}{a}[Q_A|Q_A|x_L + Q_{LB}|Q_{LB}|(\Delta x - x_L)] \quad C.13$$

Seguindo o mesmo procedimento para equação de compatibilidade da linha característica C^- , o ponto de construção A' é calculado também por interpolação linear:

$$H_{A'} = H_A + \frac{x_L - \Delta x}{\Delta x}(H_B - H_A) \quad C.14$$

$$Q_{A'} = Q_A + \frac{x_L - \Delta x}{\Delta x}(Q_B - Q_A) \quad C.15$$

Aplicando o MOC no ponto do vazamento L para obter o sistema de equações e calcular as variáveis H_L, Q_L, Q_{LA}, Q_{LB} , tem-se:

$$H_L - H_{A'} + \frac{a}{gA}(Q_{LA} - Q_{A'}) + \frac{fQ_{A'}|Q_{A'}|}{2gDA^2}(2\Delta x - x_L) = 0 \quad C.16$$

$$H_L - H_B - \frac{a}{gA}(Q_{LB} - Q_B) - \frac{fQ_B|Q_B|}{2gDA^2}(2\Delta x - x_L) = 0 \quad C.17$$

$$Q_{LA} - Q_{LB} - Q_L = 0 \quad C.18$$

$$Q_L = CdA_L\sqrt{2gH_L} \quad C.19$$

Em seguida, para a equação característica nos pontos B e P :

$$\int_B^P dH - \frac{a}{gA} \int_B^P dQ - \frac{f}{2gDA^2} \int_B^P Q|Q|dx = 0 \quad C.20$$

Separando as integrais devido ao vazamento representado na linha característica e calculando os termos separadamente, é possível chegar em:

$$\int_B^P dH = \int_B^L dH + \int_L^P dH = (H_L - H_B) + (H_P - H_L) = H_P - H_B \quad \text{C.21}$$

$$\int_B^P dQ = \int_B^L dQ + \int_L^P dQ = (Q_{LB} - Q_B) + (Q_P - Q_{LA}) \quad \text{C.22}$$

$$\int_B^P dQ = Q_P - Q_L - Q_B \quad \text{C.23}$$

$$\begin{aligned} \int_B^P Q|Q|dx &= \int_B^L Q|Q|dx + \int_L^P Q|Q|dx \\ &= Q_B|Q_B|(2\Delta x - x_L) + Q_{LA}|Q_{LA}|(x_L - \Delta x) \end{aligned} \quad \text{C.24}$$

Dessa forma, fazendo $B = gA/a$ e $R = f/2DA$ e substituindo as integrais resolvidas em C.20:

$$\begin{aligned} Q_P - Q_L - Q_B - B(H_P - H_B) \\ + \frac{R}{a}[Q_B|Q_B|(2\Delta x - x_L) + Q_{LA}|Q_{LA}|(x_L - \Delta x)] = 0 \end{aligned} \quad \text{C.25}$$

APÊNDICE D – FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DA TWD E TWDR

A notação matemática e conceituação utilizada foi baseada em Percival e Walden (2000, *apud* Silva 2009).

Os filtros que são utilizados na aplicação da TWD são: o filtro *wavelet* e o filtro escala. O filtro *wavelet* corresponde ao filtro passa alta da transformação, capaz de detectar rápidas variações no sinal sob análise, e é composto por uma sequência infinita de termos com L coeficientes h_l não-nulos. O filtro escala, por sua vez, corresponde ao filtro passa baixa, responsável por detectar as tendências do sinal, também correspondendo a uma sequência infinita de termos com L coeficientes g_l não-nulos. Enfatiza-se que os coeficientes h_l e g_l são definidos a partir da *wavelet* mãe.

Os filtros *wavelet* e escala precisam atender, cada um, três propriedades básicas:

$$\sum_{l=0}^{L-1} h_l = 0, \sum_{l=0}^{L-1} h_l^2 = 1 \text{ e } \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h_l h_{l+2n} = 0 \quad \text{D.1}$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} g_l = \sqrt{2}, \sum_{l=0}^{L-1} g_l^2 = 1 \text{ e } \sum_{l=-\infty}^{+\infty} g_l g_{l+2n} = 0 \quad \text{D.2}$$

as quais garantem que os filtros manterão as condições primárias de existência de uma *wavelet* e, além disso, os caracterizam como ortonormais. É interessante mencionar que o filtro *wavelet* e escala são correlacionados por uma construção de quadratura espelhada:

$$h_l = (-1)^l g_{L-1-l} \quad \text{D.3}$$

$$g_l = (-1)^{l+1} h_{L-1-l} \quad \text{D.4}$$

O processo de filtragem ocorre por meio da convolução circular periodizada com tamanho N (mod N) dos coeficientes do filtro *wavelet* e escala com o sinal X . Para que haja essa convolução, os coeficientes *wavelet* e escala compõe, respectivamente, as matrizes \mathcal{B}_k e \mathcal{A}_k , para um nível k de resolução ($k \leq j$). Assim, as matrizes \mathcal{B}_k e \mathcal{A}_k são construídas pelo deslocamento circular de seus coeficientes por duas posições, de dimensão $N/2^k \times N/2^{k-1}$:

$$\mathcal{B}_k = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \cdots & h_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \cdots & h_{L-1} & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & \cdots & h_{L-1} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ h_2 & h_3 & \cdots & h_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & h_0 & h_1 \end{bmatrix} \quad \text{D.5}$$

$$\mathcal{A}_k = \begin{bmatrix} g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & g_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & g_{L-1} & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_0 & g_1 & g_2 & g_3 & \cdots & g_{L-1} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ g_2 & g_3 & \cdots & g_{L-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & g_0 & g_1 \end{bmatrix} \quad \text{D.6}$$

Assim, é introduzida a matriz ortonormal \mathcal{W} , de tamanho $N \times N$, a qual é responsável pela filtragem da TWD. Essa matriz é subdividida em $j + 1$ submatrizes para um nível j de resolução:

$$\mathcal{W} = \begin{bmatrix} \mathcal{W}_1 \\ \mathcal{W}_2 \\ \vdots \\ \mathcal{W}_j \\ \mathcal{V}_j \end{bmatrix} \quad \text{D.7}$$

em que as matrizes \mathcal{W}_k de coeficientes *wavelet* são da dimensão $N/2^k \times N/2^{k-1}$ e a matriz \mathcal{V}_j de coeficientes escala é da dimensão $N/2^j \times N/2^{j-1}$. Assim, aplicando a TWD, descrita pela matriz \mathcal{W} , no sinal X :

$$\mathcal{W}X = \begin{bmatrix} \mathcal{W}_1 \\ \mathcal{W}_2 \\ \vdots \\ \mathcal{W}_j \\ \mathcal{V}_j \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} \mathcal{W}_1 X \\ \mathcal{W}_2 X \\ \vdots \\ \mathcal{W}_j X \\ \mathcal{V}_j X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_j \\ V_j \end{bmatrix} = W \quad \text{D.8}$$

sendo W o vetor da TWD, em que W_k são os vetores de coeficientes *wavelet* e V_j o vetor de coeficientes escala. Dessa forma, conforme a MRA, para o cálculo dos vetores e posterior reconstrução do sinal X , para o primeiro nível de resolução, tem-se:

$$W_1 = \mathcal{W}_1 X = \mathcal{B}_1 X \quad \text{D.9}$$

$$V_1 = \mathcal{V}_1 X = \mathcal{A}_1 X \quad \text{D.10}$$

$$X = \mathcal{D}_1 + \mathcal{S}_1 = \mathcal{B}_1^T W_1 + \mathcal{A}_1^T V_1 \quad \text{D.11}$$

Portanto:

$$X = \mathcal{B}_1^T \mathcal{B}_1 X + \mathcal{A}_1^T \mathcal{A}_1 X \quad \text{D.12}$$

ou então:

$$X = \mathcal{N}_1 X + \mathcal{M}_1 X \quad \text{D.13}$$

onde $\mathcal{N}_1 = \mathcal{B}_1^T \mathcal{B}_1$ e $\mathcal{M}_1 = \mathcal{A}_1^T \mathcal{A}_1$ e são de ordem $N \times N$. Para o segundo nível de resolução, o processo é análogo, porém o cálculo não é mais aplicado diretamente ao sinal original X , e sim ao vetor aproximado do nível anterior V_1 .

$$W_2 = \mathcal{W}_2 X = \mathcal{B}_2 V_1 = \mathcal{B}_2 \mathcal{A}_1 X \quad \text{D.14}$$

$$V_2 = \mathcal{V}_2 X = \mathcal{A}_2 V_1 = \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1 X \quad \text{D.15}$$

Para a reconstrução do sinal:

$$X = \mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_2 + \mathcal{S}_2 = \mathcal{B}_1^T W_1 + (\mathcal{B}_2 \mathcal{A}_1)^T W_2 + (\mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1)^T V_2 \quad \text{D.16}$$

Dessa forma:

$$X = \mathcal{B}_1^T \mathcal{B}_1 X + (\mathcal{B}_2 \mathcal{A}_1)^T \mathcal{B}_2 \mathcal{A}_1 X + (\mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1)^T \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1 X \quad \text{D.17}$$

em que é possível reescrever de forma simplificada:

$$X = \mathcal{N}_1 X + \mathcal{N}_2 X + \mathcal{M}_2 X \quad \text{D.18}$$

sendo $\mathcal{N}_1 = \mathcal{B}_1^T \mathcal{B}_1$, $\mathcal{N}_2 = (\mathcal{B}_2 \mathcal{A}_1)^T \mathcal{B}_2 \mathcal{A}_1$ e $\mathcal{M}_2 = (\mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1)^T \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1$ matrizes de ordem $N \times N$. Com isso, para um j -ésimo nível de resolução:

$$\mathcal{W}_j = \mathcal{B}_j \mathcal{A}_{j-1} \dots \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1 X \quad \text{D.19}$$

$$\mathcal{V}_j = \mathcal{A}_j \mathcal{A}_{j-1} \dots \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1 X \quad \text{D.20}$$

$$X = \sum_{k=1}^j \mathcal{D}_k + \mathcal{S}_j = \sum_{k=1}^j \mathcal{N}_k X + \mathcal{M}_j X \quad \text{D.21}$$

sendo $\mathcal{N}_k = \mathcal{W}_k^T \mathcal{W}_k$ e $\mathcal{M}_j = \mathcal{V}_j^T \mathcal{V}_j$ matrizes de ordem $N \times N$.

Para a TWDR, seus coeficientes são obtidos com base nos coeficientes da TWD, conforme a seguir:

$$\tilde{h}_l = \frac{h_l}{\sqrt{2}}, \tilde{g}_l = \frac{g_l}{\sqrt{2}} \quad \text{D.22}$$

sendo \tilde{h}_l e \tilde{g}_l os coeficientes dos filtros *wavelet* e escala da TWDR, respectivamente. De forma análoga a TWD, devem seguir as propriedades:

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l = 0, \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l^2 = \frac{1}{2}, \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l \tilde{h}_{l+2n} = 0 \quad \text{D.23}$$

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l = 1, \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l^2 = \frac{1}{2}, \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l \tilde{g}_{l+2n} = 0 \quad \text{D.24}$$

Os filtros *wavelet* e escala da TWDR também são filtros em quadratura espelhados, logo:

$$\tilde{g}_l = (-1)^{l+1} \tilde{h}_{L-1-l} \quad \text{D.25}$$

$$\tilde{h}_l = (-1)^l \tilde{g}_{L-1-l} \quad \text{D.26}$$

Os coeficientes *wavelet* e escala da TWDR compõe, respectivamente, as matrizes $\tilde{\mathcal{B}}_k$ e $\tilde{\mathcal{A}}_k$, em um nível k de resolução ($k \leq j$). Nota-se que, como a TWDR é uma transformada não-decimada, em todos os níveis de resolução as matrizes $\tilde{\mathcal{B}}_k$ e $\tilde{\mathcal{A}}_k$ possuem dimensão $N \times N$. Além disso, em um nível k de resolução, há 2^{k-1} zeros entre coeficientes consecutivos. Exemplificando para os primeiros níveis de resolução, tem-se:

Sobre a MRA da TWDR, o mesmo procedimento de cálculo da TWD é aplicado.

Portanto, para um j -ésimo nível de resolução:

$$\tilde{W}_j = \tilde{B}_j \tilde{A}_{j-1} \dots \tilde{A}_1 X = \tilde{W}_j X \quad \text{D.33}$$

$$\tilde{V}_j = \tilde{A}_j \tilde{A}_{j-1} \dots \tilde{A}_1 X = \tilde{V}_j X \quad \text{D.34}$$

$$X = \sum_{k=1}^j \tilde{D}_k + \tilde{S}_j = \sum_{k=1}^j \tilde{N}_k X + \tilde{M}_j X \quad \text{D.35}$$

sendo $\tilde{N}_k = \tilde{W}_k^T \tilde{W}_k$ e $\tilde{M}_j = \tilde{V}_j^T \tilde{V}_j$ matrizes de ordem $N \times N$.