

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE FATORES NA QUEBRA DE
PARTÍCULAS DO SOLO UTILIZANDO A PROBABILIDADE DE
WEIBULL**

BRUNA MOTA MENDES SILVA TEDESCO

ORIENTADOR: MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, DSc

TESE DE DOUTORADO EM GEOTECNIA
PUBLICAÇÃO: G.TD - 204/2025

BRASÍLIA/DF: JUNHO/2025

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE FATORES NA QUEBRA DE
PARTÍCULAS DO SOLO UTILIZANDO A PROBABILIDADE DE
WEIBULL**

BRUNA MOTA MENDES SILVA TEDESCO

TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR.

APROVADA POR:

MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, DSc (UnB)
(ORIENTADOR)

ANDRÉ PACHECO DE ASSIS, PhD (UnB)
(EXAMINADOR INTERNO)

ROBINSON ANDRÉS GIRALDO ZULUAGA, DSc (UFG)
(EXAMINADOR EXTERNO)

DANIELA TORO ROJAS, DSc (Themag)
(EXAMINADOR EXTERNO)

DATA: BRASÍLIA/DF, 04 de JUNHO de 2025.

FICHA CATALOGRÁFICA

TEDESCO, BRUNA MOTA MENDES SILVA

Análise da influência de fatores na quebra de partículas do solo utilizando a probabilidade de Weibull, Distrito Federal, 2025.

xvi, 122p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Geotecnia, 2025)

Tese de Doutorado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Método dos Elementos Discretos 2. Quebra

3. Distribuição de Weibull 4. Lei de Efeito de Tamanho

I. ENC/FT/UnB

II. Doutor

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

TEDESCO, B.M.M.S. (2024). Análise da influência de fatores na quebra de partículas do solo utilizando a probabilidade de Weibull, Distrito Federal. Tese de Doutorado, Publicação G.TD-204/2025, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 122p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Bruna Mota Mendes Silva Tedesco

TÍTULO DA TESE DE DOUTORADO: Análise da influência de fatores na quebra de partículas do solo utilizando a probabilidade de Weibull

GRAU: Doutor ANO: 2025

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de Mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de Mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Bruna Mota Mendes Silva Tedesco

Rua 30 Norte, Lote 03, Ed. Milena Baqui Muniz – Águas Claras

71918-180 - Brasília/DF - Brasil

DEDICATÓRIA

A Cristo, cuja morte me deu a vida!

AGRADECIMENTOS

A Deus, fonte de toda sabedoria e força, agradeço pela vida, pelo dom do conhecimento e pela coragem de prosseguir nos momentos de dificuldade. Foi pela Tua graça que pude chegar até aqui, superar os desafios e concluir esta etapa tão importante da minha caminhada. Que todo o fruto deste trabalho reflita a Tua bondade e seja instrumento de aprendizado e transformação.

Agradeço ao meu marido Abimael, companheiro incansável e meu apoio constante. Obrigada por todo amor, paciência e compreensão ao longo desta jornada. Obrigada por acreditar em mim, por celebrar cada conquista e por me dar forças nos momentos difíceis. Sua presença tornou este caminho mais leve. Esta vitória também é sua.

Aos amores da minha vida, Heloisa, Mateus e Estêvão, que são minha inspiração e minha maior alegria, agradeço pelo amor puro, pelos pequenos abraços que renovaram minhas forças, pelas risadas mais sinceras e pela paciência diante das minhas ausências. Vocês me ensinaram sobre perseverança, coragem e esperança. Este trabalho é também dedicado a vocês, que tornam minha vida mais especial.

Agradeço aos meus pais, Leonardo e Denise, pelos exemplos e ensinamentos que trouxeram até aqui. Pela base sólida que me deram, pelos valores que moldaram meu caráter e pelo apoio incondicional em cada etapa da minha vida. Sem vocês, nada disso seria possível.

Ao meu orientador Manoel, expresso minha profunda gratidão por sua orientação dedicada e por sua paciência infinita ao longo desta caminhada. Seu conhecimento, seus conselhos e sua generosidade foram fundamentais para que este trabalho se concretizasse. Obrigada por acreditar no meu potencial e por me conduzir por essa caminhada. Não existem palavras para expressar toda a minha gratidão.

Agradeço à Universidade de Brasília, pelo ambiente de aprendizado e crescimento acadêmico. Ao CNPq, pelo apoio financeiro que tornou esta pesquisa possível. Aos colegas e professores, por cada troca, incentivo e ensinamento ao longo desta jornada.

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE FATORES NA QUEBRA DE PARTÍCULAS DO SOLO UTILIZANDO A PROBABILIDADE DE WEIBULL

RESUMO

Um solo é um meio essencialmente discreto, ou seja, formado por essência por partículas granulares. Desta forma, o uso do Método dos Elementos Discretos apresenta-se como uma solução para análise do seu comportamento. A análise do comportamento de uma única partícula também pode ser feita segundo este método. Assim, este trabalho foca no uso da técnica da aproximação por aglomerado para simular o comportamento de quebra de uma única partícula de areia do solo. Uma nova abordagem é proposta para projetar um agregado que segue as leis propostas por Weibull de modo a inserir falhas dentro de uma partícula do solo. A partícula é composta por um número constante de sub-esferas coladas umas às outras por meio de uma força de adesão sorteada aleatoriamente em uma distribuição normal de adesões. Essa distribuição normal é projetada de modo a gerar valores negativos de adesão que são substituídos por valores nulos de modo a simular uma falha. Provou-se que as resistências das partículas projetadas segundo essa proposta seguem a função de probabilidade de Weibull, incluindo o efeito de tamanho, notavelmente capturado quantitativamente. Além disso, analisou-se o efeito de tamanho de uma partícula cilíndrica projetada de acordo com os parâmetros e design propostos.

Palavras-chave: Método dos Elementos Discretos, quebra de partícula, distribuição de Weibull, efeito do tamanho.

ANALYSIS OF FACTORS INFLUENCING SOIL PARTICLE BREAKAGE BASED ON WEIBULL PROBABILITY THEORY

ABSTRACT

A soil is essentially a discrete medium that is formed by granular particles. In this way, the use of the Discrete Element Method presents itself as a solution for analyzing its behavior. Analysis of the behavior of a single particle can also be done using this method. This paper focuses on the use of the agglomerate technique to simulate crushable particles in the Discrete Element Method. A novel approach is proposed to design a Weibullian agglomerate by mimicking flaws within the crushable particle. The particle is designed with a constant number of sub-spheres in contrast to the approach widely used in the literature. However, the adhesion bonds between sub-spheres within the particle are selected randomly from a normal distribution. The normal distribution is designed to generate negative adhesion values, which are replaced by zero adhesion to mimic flaws within the particle. It is shown that the particle designed in this fashion exhibits a tensile strength that follows the Weibull probability function. This includes the effect of particle size that is remarkably captured quantitatively. Furthermore, the size effect of a cylindrical particle designed according to the proposed design was analyzed.

Keywords: Discrete element method, particle breakage, Weibull distributions, size effect.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	OBJETIVOS.....	5
1.2	PROBLEMA	5
1.3	HIPÓTESE.....	5
1.4	ESCOPO.....	6
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
2.1	QUEBRA	7
2.2	INFLUÊNCIA DA QUEBRA NO COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES.....	9
2.3	DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL	11
2.4	MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS	13
2.5	PRINCÍPIOS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS.....	16
2.6	APROXIMAÇÕES NUMÉRICAS DA QUEBRA.....	17
2.7	MODELOS NUMÉRICOS QUE JUSTIFICAM O COMPORTAMENTO DA QUEBRA	24
2.8	INFLUÊNCIA DA FORMA DAS PARTÍCULAS NO COMPORTAMENTO DO SOLO	25
2.9	FORMA DAS PARTÍCULAS NO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS....	27
2.10	EFEITO DO TAMANHO DO CORPO NA SUA RESISTÊNCIA	30
2.11	TIPOS DE FALHAS EM MATERIAIS FRÁGEIS E GRANULARES E SUA RELAÇÃO COM O EFEITO DE TAMANHO	33
3.	YADE.....	36
3.1	VISÃO GERAL, PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS E FUNDAMENTOS	36
3.2	ESTRUTURA DO YADE	38
4.	METODOLOGIA	43

4.1	AVALIAÇÃO DOS PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM A QUEBRA DE UMA PARTÍCULA	43
4.2	CALIBRAÇÃO COM DADOS REAIS E ANÁLISE PROBABILÍSTICA	44
4.3	SIMULAÇÕES EM CORPOS DE PROVA CILÍNDRICOS.....	45
5.	QUEBRA DE UMA PARTÍCULA	46
5.1	QUEBRA DE UMA ÚNICA PARTÍCULA.....	46
5.1.1	DESIGN DA PARTÍCULA	46
5.1.2	METODOLOGIA DE QUEBRA DE UMA ÚNICA PARTÍCULA	59
5.2	EFEITO DO TAMANHO DA PARTÍCULA.....	68
5.3	CALIBRANDO O MÓDULO DE WEIBULL M	72
5.4	EFEITO DA FORMA DA PARTÍCULA.....	75
6.	EFEITO DE TAMANHO	84
6.1	ANÁLISE PROBABILÍSTICA	89
6.2	EFEITO DE TAMANHO DE WEIBULL	97
6.3	ANÁLISE DAS FRATURAS	99
7.	CONCLUSÕES.....	102
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	105
	APÊNDICES	111

LISTA DE TABELAS

Tabela	Página
Tabela 5.1 – Parâmetros para a Distribuição de Weribull	57
Tabela 5.2 – Calibração do desvio padrão da distribuição de coesões	62
Tabela 5.3 – m de cada partícula após 600 ensaios	67
Tabela 5.4 – Ângulos estáveis das partículas com forma	76
Tabela 5.5 – Ângulos estáveis da forma 1	78
Tabela 5.6 – Variáveis de Weibull com e sem rotação	80
Tabela 5.7 – Variações dos parâmetros de Weibull com e sem rotação	82
Tabela 6.1 – Média e Desvio Padrão dos Resultados	89
Tabela 6.2 – Número de esferas falhas	91
Tabela 6.3 – Variáveis de Weibull	98
Tabela 6.4: Comparativo Tipos de Falhas	101
Tabela A.1 – Ângulos estáveis da forma 2	111
Tabela A.2 – Ângulos estáveis da forma 3	112
Tabela A.3 – Ângulos estáveis da forma 4	113
Tabela A.4 – Ângulos estáveis da forma 5	114
Tabela A.5 – Ângulos estáveis da forma 6	115
Tabela A.6 – Ângulos estáveis da forma 7	116
Tabela A.7 – Ângulos estáveis da forma 8	117
Tabela A.8 – Ângulos estáveis da forma 9	118

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
Figura 1.1 – Influências micromecânicas (Zuluaga, 2014).	2
Figura 2.1 – Comportamento de compressão unidimensional de areias (Chuhan et al., 2003)	8
Figura 2.2 – Substituição (a) Partícula Inicial (b) Configuração após a quebra. (Ciantia et al., 2017)	18
Figura 2.3 – Substituição (a) Configuração Inicial (b) Configuração após a retirada da partícula original. (Tavares et al., 2021)	19
Figura 2.4 - Quebra de Zhou et al. (2016). (a) Substituição da partícula original (b) Composição das partículas que substituíram a partícula original	20
Figura 2.5 - Metodologia de substituição de McDowell e Bolton (2013).	20
Figura 2.6 – Aproximação pro aglomerado de Afshar et al. (2017).	22
Figura 2.7 – Aproximação por aglomerado de Wang e Arson (2016).	22
Figura 2.8 – Partícula de Robertson (2000) antes e após a quebra.	23
Figura 2.9 - Criação da forma segunda Ferrellec e McDowell (2008).	28
Figura 2.10 - Criação da partícula segundo Wang et al. (2019). (a) $F_d = 150$, (b) $F_d = 160$, (c) $F_d = 170$, (d) $F_d = 180$.	28
Figura 2.11 - Partículas criadas por Zhang et al. (2020).	29
Figura 2.12 - Partículas usadas por Soltanbeigi et al. (2018) - Superquádricas de 4, 6 e 8 partículas e Aglomerados de 8, 27 e 64 sub esferas.	30
Figura 5.1 - Aproximação por aglomerado (Afshar et al., 2017)	46
Figura 5.2 – Rotação de ensaio.	47
Figura 5.3 – Partícula cilíndrica para investigação da resistência interna	48
Figura 5.4 – Distribuição de probabilidade da adesão entre subpartículas do corpo de prova cilíndrico	48
Figura 5.5 – Força x deslocamento dos corpos de prova cilíndricos	49
Figura 5.6 – Distribuição da resistência final dos corpos de prova	50
Figura 5.7 – Quebras observadas no corpo de prova cilíndrico	50

Figura 5.8 - Partícula com forma. (a) Partícula real de areia reproduzida. (b) Partícula de areia virtual.	51
Figura 5.9 – Distribuição dos ângulos de rotação	52
Figura 5.10 – Planos de confinamento	52
Figura 5.11 – Força x deslocamento das partículas rotacionadas	53
Figura 5.12 – Distribuição da resistência final das partículas com diferentes rotações	53
Figura 5.13 – Quebras observadas nas partículas com diferentes rotações	54
Figura 5.14 – Força x deslocamento das partículas com forma e distribuição normal de adesão entre as subpartículas	55
Figura 5.15 – Distribuição da resistência final das partículas com forma e distribuição normal de adesão entre as subpartículas	55
Figura 5.16 – Força x deslocamento das partículas com sorteio de ângulos de compressão e distribuição normal de adesão entre as subpartículas	56
Figura 5.17 – Distribuição da resistência final das partículas com distribuição normal de ângulos e adesão entre as subpartículas	56
Figura 5.18 – Distribuições experimentais e de Weibull: (a) Corpo de prova cilíndrico; (b) Partícula com forma rotacionada; (c) Partícula com forma sem rotação e variação da adesão; (d) Partícula com forma rotacionada e com variação da adesão	58
Figura 5.19 – Comparação das diferentes distribuições de Weibull	59
Figura 5.20 – Partículas de areia de Dogs Bay, Irlanda.	60
Figura 5.21 – Partícula: (a) Virtual, (b) Real	61
Figura 5.22 – Distribuição Normal adotada para valores de adesão entre as esferas da partícula	62
Figura 5.23 – Partículas ensaiadas com: (a) 500 esferas, (b) 1000 esferas, (c) 2000 esferas	63
Figura 5.24 – Esquema ensaio de compressão unidimensional em uma única partícula	63
Figura 5.25 – Número de ensaios necessários para estabilização de m.	64
Figura 5.26 – Resistência final após 600 ensaios no aglomerado de 500 esferas	65

Figura 5.27 – Histograma de resistência final das partículas compostas por 500, 1000 e 2000 esferas	66
Figura 5.28 – Estabilização de m para os aglomerados compostos por 500, 1000 e 2000 esferas	66
Figura 5.29 – Distribuição de Weibull para as partículas compostas por 500, 1000 e 2000 esferas.	67
Figura 5.30– Efeito da velocidade nos ensaios de compressão unidimensional	68
Figura 5.31 – Partículas usadas para investigação sobre efeito do tamanho: (a) $r = 0.48$ mm, (b) $r = 0.60$ mm, (c) $r = 0.72$ mm.	69
Figura 5.32 – Histograma de resistências de partículas de tamanhos diferentes	70
Figura 5.33 – Distribuição de Weibull para partículas com diâmetros diferentes	71
Figura 5.34 – Estabilização de m para as partículas de tamanhos diferentes	71
Figura 5.35 – Estabilização de m para diferentes taxas entre o Desvio Padrão (SD) e a Média (Av) da distribuição normal de adesões entre as esferas que compõe a partícula	72
Figura 5.36 – Distribuições normais de coesão para diferentes taxas de desvio padrão/média.	74
Figura 5.37 – Relação entre os parâmetros de Weibull e a taxa entre média e desvio padrão.	74
Figura 5.38 – Partículas com formas especiais	75
Figura 5.39 – Distribuições obtida dos testes de forma, mantendo a coesão	77
Figura 5.40 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da partícula com a Forma 1.	78
Figura 5.41 – Comparação entre as distribuições de Weibull com e sem sorteio do ângulo de compressão para a partícula com a Forma 1.	79

Figura 5.42 – Distribuição de Weibull com todos os parâmetros variáveis	81
Figura 5.43 – Distribuição de Weibull com todos os parâmetros variáveis	83
Figura 6.1 – Rompimentos distintos de corpos de prova cilíndricos após ensaio de compressão unidimensional (Fonte: https://propriedadesdoconcreto.blogspot.com/2016/12/a-forma-de-rompimento-do-cp-e-importante.html)	84
Figura 6.2 – Rompimentos de corpo de provas numéricos utilizando o YADE	85
Figura 6.3 – Cilindros de mesma altura $H = 0,5$ m e raios (a) $R1 = 0,15$ m, (b) $R2 = 0,30$ m e (c) $R3 = 0,45$ m.	87
Figura 6.4 – Histograma das resistências finais dos três cilindros de altura $H = 0,5$ m e raios $R1 = 0,15$, $R2 = 0,30$ e $R3 = 0,45$.	88
Figura 6.5 – Distribuição de Weibull para os três cilindros de altura $H = 0,5$ m e raios $R1 = 0,15$, $R2 = 0,30$ e $R3 = 0,45$.	90
Figura 6.6 – $\log(\sigma_0) \times \log(d)$ para os três cilindros.	92
Figura 6.7 – Coesões e rupturas para o cilindro com $R1 = 0,15$ m e $H1 = 0,50$ m	94
Figura 6.8 - Coesões e rupturas para o cilindro com $R12 = 0,30$ m e $H2 = 1,0$ m	95
Figura 6.9 - Coesões e rupturas para o cilindro com $R3 = 0,55$ m e $H3 = 1,50$ m	96
Figura 6.10 – Distribuição de Weibull para os três cilindros de altura $H = 0,5$ m e raios $R1 = 0,15$ m, $R2 = 0,30$ m e $R3 = 0,45$ m	97
Figura 6.11 – $\log(\sigma_0) \times \log(d)$ para os três cilindros	98
Figura 6.12 – Rupturas analisadas nos cilindros (a) de $R1 = 0,15$ m e $H1 = 0,50$ m, (b) $R2 = 0,30$ m e $H2 = 1,00$ m e, (c) $R3 = 0,45$ m e $H3 = 1,50$ m	99
Figura A.1 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 2	111
Figura A.2 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 3	112
Figura A.3 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 4	113
Figura A.4 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 5	114

Figura A.5 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 6	115
Figura A.6 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 7	116
Figura A.7 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 8	117
Figura A.8 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 9	118
Figura B.1 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 2	119
Figura B.2 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 3	119
Figura B.3 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 4	120
Figura B.4 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 5	120
Figura B.5 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 6	121
Figura B.6 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 7	121
Figura B.7 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 8	122
Figura B.8 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 9	122

LISTA DE SÍMBOLOS

A_v – média de uma distribuição normal

d – Diâmetro de uma partícula

d_0 – Diâmetro de uma partícula de referência

F – Força

F_d – Distância entre esferas, definida por Wang et al. (2019)

m – Módulo de Weibull

P_s – Probabilidade de sobrevivência de uma partícula

SD – Desvio Padrão de uma distribuição normal

σ – Tensão em uma partícula

σ_0 – Tensão na qual 37% das partículas com volume V_0 sobrevivem

V_0 – Volume de referência

1. INTRODUÇÃO

Um sistema de partículas pode ser tratado de duas formas: como um meio contínuo ou como um meio discreto. No primeiro caso, o comportamento mecânico do meio é descrito por leis constitutivas macroscópicas que correlacionam as variáveis de tensão e deformação. O meio é, portanto, considerado completamente preenchido, sem a existência de espaços vazios, isto é, descontinuidades. Apesar de ser um meio essencialmente discreto, ou seja, composto por partículas independentes que interagem entre si por meio de contatos mecânicos, o solo é tratado na maior parte dos casos como um meio contínuo. Esta abordagem tem gerado simplificações que podem resumir muito a análise do comportamento real do solo. Neste contexto, surge o Método dos Elementos Discretos como alternativa para simular aspectos relacionados ao comportamento dos solos. Segundo este método, o solo é tratado como meio discreto e o contato entre suas partículas é levado em consideração.

Sabe-se que as características microscópicas relacionadas ao solo, como tamanho dos seus grãos, forma das suas partículas, granulometria, dentre outros, e os fenômenos micro mecânicos relacionados ao solo, como a presença de água, cimentação e quebra, influenciam a sua geomecânica. Tal fato acontece, pois os contatos entre as partículas do meio que se está analisando é muito importante, explicando, muitas vezes, comportamentos complexos do material. Assim, analisar os aspectos micro mecânicos associados aos contatos das partículas é fundamental para compreensão do comportamento geral do material.

O arranjo das partículas, por exemplo, define a forma pela qual os contatos, estão organizados. Assim, o arranjo das partículas relaciona-se diretamente com a transmissão das tensões distribuídas no material. A cimentação, por sua vez, restringe o movimento entre partículas nos contatos devido às forças químicas que surgem ali. A presença de meniscos nos contatos entre partículas, advindos da não saturação do material, sujeita as partículas a tensão negativa. A distribuição granulométrica do material determina a forma pela qual os vazios serão preenchidos. Materiais bem graduados apresentam menor índice de vazios, visto que as partículas menores ocuparão os vazios deixados pelas partículas maiores. Consequentemente, há maior entrosamento entre os grãos, ocasionando maior ângulo de atrito. A Figura 1.1 esquematiza os aspectos micro mecânicos que influenciam no comportamento do material.

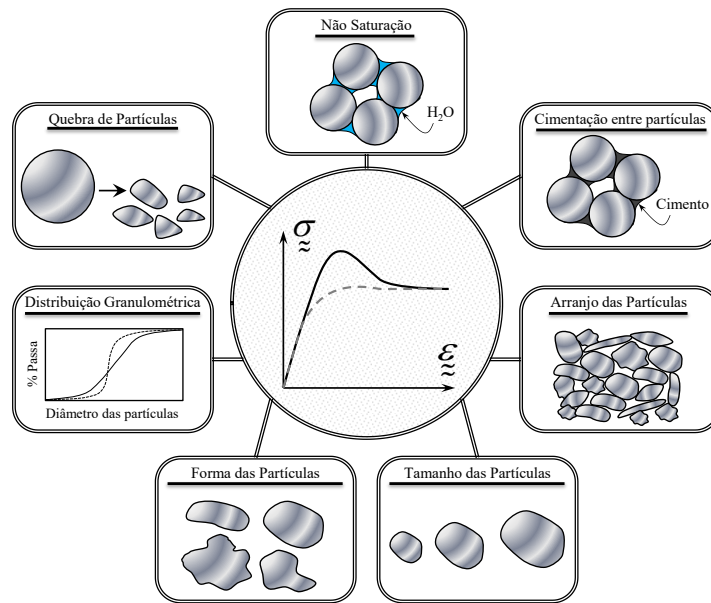


Figura 1.1 – Influências micromecânicas (Zuluaga, 2014).

A quebra e o tamanho das partículas são propriedades que estão intimamente relacionadas. O tamanho das partículas, na geotecnia clássica, é um parâmetro qualificado como determinante para a compreensão do desempenho do material. Nakata et al. (2001) evidenciam a relação deste parâmetro com a quebra de partículas, visto que explica o início do processo que será mais rápido para partículas cujo tamanho é maior. Segundo os autores, isso ocorre, pois, a tensão de plastificação da partícula diminui à medida que seu tamanho aumenta, inferindo-se assim que partículas menores serão mais resistentes.

A quebra de uma partícula controla significativamente a resposta de materiais granulares durante o cisalhamento. Desta forma, este fenômeno possui impacto significativo nos mecanismos de ruptura das geo-estruturas (Tarantino e Hyde, 2005). Diante disso, a quebra de partículas é um fator crítico na análise do comportamento dos solos.

A quebra de uma partícula é resultado de um número complexo de micro processos. Comumente, aceita-se que a quebra de um grão do solo ocorre devido a uma tensão de tração superior à resistência à tração da partícula. A resistência à tração de uma partícula pode ser medida indiretamente por meio de ensaios de compressão (McDowell e Bolton, 1998). Existe uma grande variedade de ensaios de compressão que podem ser usados para verificar as características de quebra de partículas do solo. Cada tipo de ensaio permite uma investigação acerca de um número restrito de taxas de deformação da partícula (Tavares, 2007). O ensaio mais comum para análise da quebra de uma partícula do solo é o ensaio de compressão

unidimensional lenta, no qual uma partícula individual é colocada entre dois planos, aplicando-se compressão uniaxial lenta na partícula até que ocorra a quebra. A principal vantagem desta técnica consiste na possibilidade de registrar os deslocamentos decorrentes da aplicação da força a fim de se determinar o perfil de força x deslocamento da partícula.

Para justificar a quebra de uma única partícula do solo, a distribuição estatística de Weibull tem sido amplamente utilizada nos últimos anos. Materiais granulares, como o solo, possuem partículas cuja estrutura é dominada pela presença de fissuras, apresentando possibilidade de ruptura em seus pontos de fraqueza. Cada partícula, entretanto, é única quanto a sua constituição, proporcionando, desta forma, grande variação quanto a resistência a tração. Partículas de tamanhos similares e origem única, por exemplo, apresentarem diferentes resistências e comportamentos quando submetidas a tensões de tração. Devido a isso, reconhece-se na ciência dos materiais que a resistência de ruptura de materiais granulares testados sob condições experimentais idênticas apresenta-se sob a forma de uma distribuição estatística (Brzesowsky et al., 2011). Tornou-se então necessária a adoção de uma função estatística simples que refletisse tal característica (Lobo-Guerrero e Vallejo, 2006). Weibull apresenta-se, desta forma, como uma distribuição matemática contínua capaz de prever falhas e, assim, representar a resistência a tração de materiais granulares.

O fenômeno de quebra de partículas é comumente encontrado em materiais não-coesivos como a areia e enrocamentos, influenciando o seu comportamento. Em areias, por exemplo, notou-se que a quebra de partículas altera a linha de estado crítico. Para areias calcáreas, notou-se também, alteração em algumas propriedades como compressibilidade, resistência ao cisalhamento e permeabilidade. Os enrocamentos, por sua vez, apresentam grandes deformações que estão associadas a quebra de rochas em regiões próximas a elevadas tensões de contato. Além disso, a quebra de bloco de rochas altera as características de deformabilidade dos enrocamentos, devido a mudança de granulometria decorrente deste fenômeno.

Durante a análise do comportamento de quebra não somente do solo, mas de qualquer material, é importante não deixar de observar o tamanho da estrutura que está sendo analisada. O tamanho da estrutura pode influenciar significativamente a distribuição de tensões e deformações, bem como a propagação de falhas e fissuras. Estruturas de diferentes tamanhos podem responder de maneira diferente às mesmas condições de carga devido às variações na escala de efeitos, como efeitos de escala macroscópicos e microscópicos.

Diversos aspectos do comportamento de materiais granulares podem ser adequadamente capturados pelo Método dos Elementos Discretos (DEM), o que faz deste método uma boa aproximação numérica para simular este tipo de material. Este método permite um melhor entendimento da resposta dos materiais granulares na escala da partícula e sua interação com as respostas macroscópicas do material. Diante disso, o Método dos Elementos Discretos se apresenta como uma boa opção para representar e analisar a quebra de partículas de materiais granulares.

Existem duas principais aproximações para se reproduzir o comportamento de quebra de uma partícula utilizando o Método dos Elementos Discretos. A primeira aproximação consiste na substituição da partícula original por partículas menores quando um determinado limite de força ou tensão é alcançado. A principal vantagem desta técnica consiste no seu menor custo computacional decorrente de um menor número de partículas necessário, pois o número de partículas na simulação somente aumenta com a quebra da partícula. Esta técnica, entretanto, apresenta como fator limitante a substituição completa da partícula após a quebra. As técnicas utilizadas procuram representar de maneira fiel as quebras que acontecem na natureza. Entretanto, todas as quebras segundo essa aproximação sempre acontecem da mesma forma, não havendo as variações na forma e tempo da quebra como acontece na natureza. Além disso, essa aproximação não leva em conta a conservação de massa do sistema, comumente havendo perda de massa após a quebra.

A outra técnica utilizada para a simulação numérica da quebra de uma partícula é a aproximação por aglomerados. Essa técnica consiste em criar uma partícula a partir da união de um determinado número de esferas que são “coladas” umas às outras por forças de adesão. Quando a força nos contatos entre sub-esferas excede o valor da força de adesão que as une, o contato entre elas é irreversivelmente rompido. Assim, à medida que a quebra vai ocorrendo, as microesferas se separam da partícula original, resultando em fragmentos. A principal vantagem desta aproximação para representar a quebra de uma partícula consiste na sua capacidade de reproduzir de maneira mais fiel o que acontece na natureza, permitindo, por exemplo, a fragmentação da partícula antes da sua quebra, além da conservação de massa durante todo o processo. Apesar disso, a técnica de aglomerados apresenta como limitador o custo computacional e o tempo necessário para representar uma partícula.

Percebe-se, desta forma, uma lacuna na simulação da quebra de partículas utilizando o Método dos Elementos Discretos, sendo necessário o desenvolvimento de uma metodologia

que uma eficiência computacional ao mesmo tempo que represente de maneira o mais fiel possível o processo de quebra encontrado na natureza.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho consiste em analisar e testar os principais fatores que influenciam ou até mesmo determinam a quebra de uma partícula de solo, principalmente uma areia, observando sua influência no comportamento mecânico da partícula bem como a intensidade com que age neste.

Os objetivos específicos para se atingir o propósito principal deste trabalho consistem em:

- Realizar estudo teórico acerca da quebra de partículas;
- Determinar os principais fatores que influenciam o comportamento de quebra de uma partícula;
- Desenvolver uma partícula virtual que represente de forma fiel o comportamento de uma partícula de areia real;
- Determinar como cada fator influencia a quebra da partícula;
- Desenvolver uma metodologia de simulação da quebra para uma única partícula;
- Analisar a influência do efeito de escala em uma partícula cilíndrica.

1.2 PROBLEMA

Quais são as principais características mecânicas que determinam o comportamento de quebra de uma partícula?

1.3 HIPÓTESE

O Método dos Elementos Discretos é eficiente para simulação da quebra de partículas em meios granulares, permitindo a observação do comportamento geral do material definido a partir de suas características mecânicas.

1.4 ESCOPO

O presente trabalho analisa a quebra de partículas de solo granular, enfatizando alguns fatores micromecânicos que influenciam o fenômeno como forma, tamanho e composição mineralógica. A pesquisa utiliza o Método dos Elementos Discretos (DEM) para simular o comportamento de partículas individuais e avaliar o impacto da quebra em suas propriedades mecânicas.

A modelagem adotou a técnica de aglomerados, em que cada partícula é representada por um conjunto de esferas coladas umas às outras por meio de forças de coesão, de modo a investigar as vantagens e limitações desse procedimento. Para representar a variabilidade da resistência, emprega-se a distribuição normal, incorporando fissuras internas e variações na forma e posição das subpartículas. Já a distribuição de Weibull é aplicada para caracterizar a probabilidade de ruptura e validar as metodologias desenvolvidas.

O estudo restringe-se a partículas individuais a fim de aprofundar a compreensão dos mecanismos internos que governam a quebra em solos granulares.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 QUEBRA

Segundo os princípios da termodinâmica, os sistemas naturais tendem a evoluir para um estado de menor energia. Neste contexto, a quebra de partículas de um material surge como consequência da busca por um estado de maior equilíbrio energético. Esse equilíbrio deve-se ao aumento do número de contatos entre as partículas do material, favorecendo a uma melhor distribuição de cargas internamente. Oldecop e Alonso (2007) mostraram que em enrocamentos, por exemplo, fragmentos oriundos da quebra da rocha se encaixam de forma mais eficiente em vazios pré-existentes, permitindo, assim, maior densificação do material, alcançando uma nova configuração de equilíbrio.

A resistência de um sólido que quebra por fratura é determinada pelo surgimento de fissuras no seu ponto mais fraco. As quebras originadas pelo enfraquecimento dos materiais e acréscimo de tensões de compressão geram fragmentos que levam a uma maior gradação dos grãos. Os novos grãos gerados a partir da quebra irão se encaixar então nos espaços preenchidos anteriormente por gases e/ou líquidos, formando normalmente, desta forma, uma estrutura com acondicionamento mais compacto (Knok e Bolton, 2013).

Segundo Ciantia et al. (2016), por mais que haja um bom modelo numérico para o comportamento de materiais granulares, se a quebra for ignorada, tais modelos não serão suficientemente precisos. Daouadju e Hicher (2009) utilizaram um modelo constitutivo baseado na Linha de Estado Crítico (CSL), introduzindo um parâmetro que controla a evolução desta envoltória à medida que a distribuição dos grãos do material se altera. Hu et al. (2011), por sua vez, desenvolveram um modelo constitutivo elastoplástico composto por duas superfícies de plastificação capaz de considerar a quebra de materiais granulares. Desta forma, o modelo incorpora a mudança na Linha de Estado Crítico (CSL) consequente da quebra induzida por tensão isotrópica e desviatória durante o carregamento do material. Assim, atinge-se o objetivo proposto por uma função capaz de conectar a posição da Linha de Estado Crítico à energia consumida para a quebra dos grãos.

A quebra de uma partícula do solo é um fenômeno, todavia, que acontece em escala microscópica após se alcançar determinado nível de tensões. Assim, apesar de ser capaz de captar o comportamento do material, os modelos constitutivos focam nos parâmetros macroscópicos, negligenciando fatores micro mecânicos importantes na determinação do comportamento de quebra do material. A gradação e tamanho das partículas e mineralogia são,

por exemplo, características microscópicas do material importantes no seu comportamento de quebra (Zuluaga, 2016).

A composição mineralógica dos grãos de um determinado material, por exemplo, pode influenciar o processo de quebra de seus grãos. Isso acontece, pois, a heterogeneidade na mineralogia se relaciona com uma maior ou menor facilidade de quebra. Assim, a análise da mineralogia do material possibilita a determinação da velocidade em que acontecem os processos de quebra, além de definir o tipo de fragmentação que ocorrerá. A influência da mineralogia na quebra das partículas que compõe os materiais está ilustrada na Figura 2.1. Como se pode observar, há uma maior ou menor variação na porosidade da amostra devido ao aumento da tensão vertical efetiva de acordo com a mineralogia que compõe a amostra. Quanto maior a variação, como no caso do quartzo, maior deformabilidade, ou seja, menor resistência a compressão, sendo, portanto, mais frágil e mais suscetível a quebra.

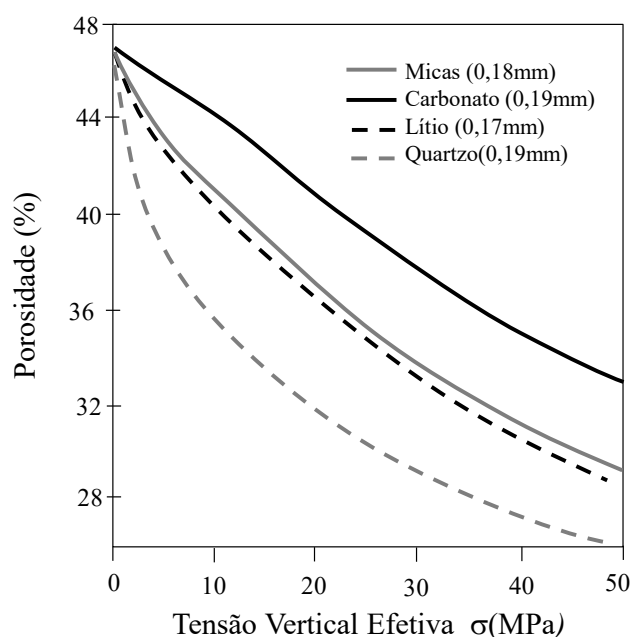


Figura 2.1 – Comportamento de compressão unidimensional de areias (Chuhan et al., 2003).

A resistência de uma partícula, entretanto, não é dependente unicamente da sua composição mineralógica, mas a sua forma também tem papel fundamental (Wang et al., 2019). Cavarreta et al. (2017) concluíram em suas análises que a resistência de quebra de uma partícula sofre maior influência da sua esfericidade do que do seu tamanho. Tal fato acontece, pois, de

acordo com Zhang et al. (2020), a forma de uma partícula será responsável por uma maior ou menor concentração local de tensão. Sendo assim, partículas com diferentes formas possuem diferentes distribuições internas de tensão.

O tamanho das partículas, por sua vez, influencia na quebra de grãos. Tal fato acontece uma vez que o número de falhas dentro de uma partícula depende do seu tamanho, pois partículas maiores possuem maior probabilidade de possuírem falhas internas (Brzesowsky et al., 2011).

A definição do problema da quebra, além de se dar em escala microscópica, se torna ainda complexo à medida que os aspectos micro mecânicos interagem entre si em múltiplos níveis (Laufer, 2015). A composição mineralógica, por exemplo, propriedades anisotrópicas e distribuição de micro fraturas influenciam a resistência à quebra dos grãos. A distribuição e magnitude das forças nos contatos são, por sua vez, significativas na determinação dos tipos de fragmentos. As tensões internas aos grãos são fortemente influenciadas pela forma dos grãos e as forças de contato agindo no grão.

2.2 INFLUÊNCIA DA QUEBRA NO COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES

O comportamento de materiais granulares é significativamente afetado pela quebra de suas partículas. Trata-se um importante fenômeno quando estes materiais são cisalhados, além de ser um fator determinante na plastificação dos solos (Tarantino e Hyde, 2005). Sabe-se, portanto, que o comportamento dos solos sob alta tensão é altamente dependente da evolução da distribuição granulométrica que dá origem a alteração de algumas propriedades como compressibilidade, dilatância e resistência ao cisalhamento (Salami et al., 2017). Daouadju e Hicher (2009), por exemplo, para calibrar seu modelo constitutivo ensaiaram uma areia composta por quartzo, uma areia composta por esqueletos calcários e, por fim, ensaiaram rochas de Mica. Segundo os autores, observou-se em todos os materiais que, com a quebra, há aumento na compressibilidade bem como uma gradual redução da dilatância do material.

Peng et al. (2021) analisaram a influência da quebra dos grãos de uma areia calcárea após a ação de cargas de impacto. O carregamento foi feito soltando-se repetidas vezes um determinado peso sobre amostras formadas por grãos de areia de tamanhos uniformes ou

tamanhos variados. Segundo os autores, a amostra cujos grãos eram menores e uniformes apresentou menos fragmentos após os ensaios, revelando assim, um comportamento de maior resistência. Além disso, observou-se que a probabilidade de sobrevivência dos grãos diminuiu com o aumento do número de ciclo do carregamento independente da variação de tamanho de grãos na amostra.

Yang et al. (2010) observaram, por sua vez, o comportamento de areias compostas por sílica. Segundo os autores, este material apresenta alta compressibilidade e alta contração quando cisalhadas. Um ponto importante do comportamento deste solo, todavia, reside na tendência a fluência quando há quebra de seus grãos devido a reorganização estrutural dos grãos e consequente influência no comportamento mediante o cisalhamento.

Tarantino e Hyde (2005), incluindo um termo para quebra na equação de dissipação de trabalho de Taylor, estabeleceram uma conexão entre a quebra de grãos, resistência ao cisalhamento e comportamento mecânico geral de areia composta por esqueletos calcários. Estabeleceu-se uma explicação para a curvatura na envoltória de Mohr-Coulomb a partir de variáveis físicas relacionadas a quebra de grãos. Bolton et al. (2008) também observaram que antes do ponto de plastificação em compressões isotrópicas, a média de fragmentos era pequena, correspondendo a danos nas partículas devido a sua aspereza ou micro quebras. Após este ponto, entretanto, a média de fragmentos elevou-se consideravelmente, indicando quebra total das partículas. Não se descartou, entretanto, a existência de fragmentos oriundos de micro quebras e irregularidades na partícula após a plastificação.

No caso dos enrocamentos, Dias (2001) relaciona a quebra de rochas à deformabilidade de um enrocamento, influenciando, também, na resistência ao cisalhamento. De acordo com Tapias et al. (2015), a deformação em barragens de enrocamentos é consequência da quebra de partículas. Segundo Dias (2001) tal fato acontece, pois, a quebra dos blocos de rocha altera a granulometria do material e, consequentemente, o seu índice de vazios, parâmetros dos quais a deformabilidade é dependente. Para Xiao et al. (2015), a pressão confinante e o índice de quebra das rochas são variáveis de estado mais importantes na definição da resistência de um enrocamento.

Dias (2001), após a realização de ensaios de compressão e cisalhamento em amostras de enrocamento, observou que os blocos de rocha com maiores dimensões apresentavam maior probabilidade de quebra. Além disso, o autor observou que quanto maior a densidade, maior a

presença de quebra nas partículas do material. As tensões cisalhantes, segundo o autor, são as principais responsáveis pela quebra de blocos rochosos que compõe enrocamentos.

2.3 DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL

Por mais de um século, a distribuição de Weibull tem sido utilizada em trabalhos que utilizam estatística. Juntamente com as tradicionais distribuições normal e exponencial, a distribuição de Weibull é o modelo mais popular na estatística moderna. A distribuição de Weibull foi inicialmente introduzida por Weibull a partir da análise empírica da resistência do aço e gesso à tração, flexão e torsão obtidas experimentalmente (Rinner, 2009).

A teoria de Weibull se baseia no princípio que a resistência de uma estrutura é determinada pelo seu componente ou ligação mais fraca (Brzesowsky et al., 2011). Dado, assim, um determinado sistema físico composto por n unidades idênticas conectadas em série, o sistema opera à medida que cada unidade opera. Desta forma, se uma determinada unidade falhar, igualmente, todo o sistema vem a falhar (Rinner, 2009). Assim, Weibull (1951) reconhece que a sobrevivência de um material sob tensão necessita que todas as suas partes constituintes permaneçam intactas. A probabilidade de sobrevivência de uma partícula de referência com volume V_0 , portanto, segundo Weibull (1951), seria definida como a probabilidade desta partícula permanecer inalterada, isto é, sem quebra e ela é representada pela equação (2.1).

$$P_s(V) = \exp \left[- \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (2.1)$$

Onde:

P_s – Probabilidade de sobrevivência de uma partícula de volume V ;

σ – Tensão aplicada;

σ_0 – Tensão de referência;

m – Módulo de Weibull.

A tensão σ_0 corresponde ao valor no qual 37% das partículas com volume V_0 sobrevivem. m , por sua vez, conhecido como Módulo de Weibull, representa a variabilidade da amostra, reduzindo seu valor com o aumento da variabilidade na resistência à tração das partículas analisadas. A quebra de um material, segundo Weibull, ocorre de maneira independente, ou seja, sem interação mecânica com outros elementos, possuindo igual probabilidade de ocorrência em cada evento.

Em materiais granulares, a quebra se inicia pela propagação de fissuras sob tensão de tração a partir de falhas pré-existentes. A resistência de uma partícula, portanto, depende do tamanho e número de falhas dentro da partícula, pois quanto maior a partícula, maior a probabilidade de encontrar uma falha em seu interior (Brzesowsky et al., 2011). Assim, partículas menores são mais resistentes que partículas maiores. Esse efeito do tamanho da partícula na resistência é considerado, portanto, uma consequência direta da variação estatística na resistência da partícula (McDowell e Bolton, 1998).

Weibull (1951) leva em conta em sua formulação o efeito do tamanho da partícula por meio da relação entre o diâmetro da partícula analisada d e a partícula de referência d_0 conforme equação (2.2).

$$P_s(d) = \exp \left[- \left(\frac{d}{d_0} \right)^3 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (2.2)$$

Onde:

$P_s(d)$ — probabilidade de sobrevivência de uma partícula de diâmetro d ;

d — Diâmetro da partícula;

d_0 — Diâmetro de referência;

σ — Tensão aplicada;

σ_0 — Tensão de referência;

m – Módulo de Weibull.

Não se tem, todavia, um consenso acerca da dependência entre o módulo de Weibull e o tamanho da partícula. Segundo Zhou et al. (2014), por exemplo, embora a resistência dos materiais possua uma flutuação significativa, o módulo de Weibull desses materiais deve ser independente do tamanho das partículas, pois reflete a variabilidade da resistência a tração do material analisado. Huang et al. (1995), por sua vez, defende que m aumenta com a redução do tamanho da partícula.

A grande limitação de Weibull, todavia, é a sua aplicação restrita a partículas isoladas e sem confinamento, não sendo representativo para o caso de amostras de partículas. Na natureza, as partículas raramente se encontram isoladas, possuindo frequentemente mais que dois contatos com as partículas vizinhas (Zhou et al., 2014). Além disso, as partículas encontradas na natureza são irregulares, podendo sofrer fraturas múltiplas. Diante disso, o uso da probabilidade de Weibull para uma amostra depende da hipótese de similaridade geométrica entre todas as partículas analisadas, sendo que todas devem necessariamente possuir o mesmo número de contatos (McDowell e Amon, 2000).

2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS

Para simular um sistema, duas aproximações podem ser realizadas. Na primeira aproximação, o meio é tratado como contínuo e o seu comportamento é descrito por leis constitutivas, expressas na forma de equações que correlacionam parâmetros mecânicos de tensão e deformação. No caso de materiais granulares, essa aproximação assume que o meio é contínuo e completamente preenchido, sem espaços vazios. Na outra aproximação, o meio é tratado como discreto, formado por um conjunto de partículas individuais e independentes (Safuryn, 2016).

O solo é um meio essencialmente granular. Um dos problemas que se encontra na análise dos meios granulares deve-se ao fato da dificuldade de se representar de maneira confiável sua sensibilidade bem como suas propriedades. Uma análise rigorosa do comportamento desses meios é cientificamente desafiadora devido à natureza heterogênea das partículas (Hassanpour e Pasha, 2015), mas extremamente necessária, visto a grande influência de aspectos micro mecânicos no comportamento macro do material.

O uso de aproximações discretas foi introduzido em 1956 por Alder e Wainwright, pelos estudos da dinâmica molecular para investigar o movimento de átomos e moléculas. O método dos elementos discretos aplicado à modelagem de solos foi apresentado pela primeira vez em 1979 por Cundall e Strack. Segundo os autores, um meio granular é composto por partículas distintas que se locomovem independentemente das outras, interagindo entre si somente nos pontos de contato. O comportamento do solo, segundo apresentado, era, então, representado por discos ou esferas. O que diferencia o método dos elementos discretos da mecânica molecular é a inserção de seis graus de liberdade às partículas, adoção de partículas com formatos esféricos ou complexos e uso de modelos de contato avançados.

De acordo com O'Sullivan (2011), o método dos elementos discretos é uma modelagem numérica ou simulação computacional aproximada capaz de analisar solos e outros materiais granulares, sendo sua principal característica o fato de considerar individualmente as partículas constituintes do meio, além de suas interações. Assim, ao contrário do método dos elementos contínuos, amplamente empregado na modelagem dos solos em Geotecnia, o método dos elementos discretos analisa determinado meio como uma união de partículas, sendo cada uma caracterizada por suas próprias propriedades mecânicas e por sua geometria definida.

Sabe-se que analisar partículas individualmente para examinar o comportamento de um material é extremamente complicado por meio de um ensaio de laboratório. Desta forma, modelar o comportamento de partículas por simulações numéricas é muito eficaz. Além disso, o uso de simulações computacionais fornece um método mais eficiente em termos de custo como alternativa para os ensaios de laboratório uma vez que não são necessárias amostras físicas ou equipamentos reais (Hassanpour e Pasha, 2015). Acrescenta-se ainda que essas simulações fornecem informações dinâmicas, como as trajetórias e as forças transientes atuando em cada partícula (Zhu et al., 2007).

Poschel e Schwager (2005) destacam que a partir do momento em que não há uma teoria que seja confiável no que diz respeito ao comportamento dos materiais granulares em equipamentos técnicos, as simulações numéricas, utilizando o método dos elementos discretos, podem ser usadas para prever e otimizar a função desses equipamentos antes mesmo que sejam construídos. Além disso, experimentos com equipamentos de engenharia são, normalmente, caros, demorados e, em alguns casos, perigosos. Assim, nesses casos, as simulações numéricas podem complementar ou até mesmo substituir experimentos reais. Além disso, as simulações

computacionais permitem que não haja limitações nos ensaios devido, por exemplo, ao tamanho das partículas, podendo as simulações serem feitas em seus tamanhos reais (Donzé et al., 2009).

O'Sullivan (2011), além de destacar a vantagem de aplicar carregamentos e deformações a amostras virtuais de modo a simular testes de laboratórios, monitorando e analisando o comportamento de cada partícula, responsáveis pelo comportamento complexo do material, cita também como vantagem o fato de ser possível analisar mecanismos envolvidos em problemas de grandes deformações e deformações localizadas. Esses problemas não são facilmente modelados com a utilização do método dos elementos finitos. O surgimento de falhas na geomecânica, geralmente, envolve grandes deslocamentos e deformações. O método dos elementos discretos pode revelar a influência e importância desses mecanismos.

Safuryn (2016) destaca como motivos para se usar o método dos elementos discretos a necessidade de se analisar o comportamento das partículas para se avaliar o comportamento complexo dos materiais granulares, o fato de o método modelar precisamente a micromecânica dos materiais granulares e, por fim, o fato do método superar as dificuldades encontradas pelas leis constitutivas macroscópicas. Por fim, o autor ainda destaca que no caso dos meios granulares, as leis constitutivas relacionando tensão e deformação são geralmente inexistentes ou muito complexas.

Apesar, todavia, dos pontos positivos apresentados, existem algumas limitações e desvantagens oriundas da utilização do Método dos Elementos Discretos. Ardiç (2006) apresenta, como uma das maiores desvantagens do método, o elevado tempo computacional necessário para realização das simulações, tornando, em alguns casos, inviáveis as simulações de problemas maiores. Além disso, o autor também cita como fatores limitantes a necessidade de estudos de calibração para determinação das propriedades dos materiais e a limitada disponibilidade de programas computacionais focados no método dos elementos discretos quando comparado à disponibilidade de programas focados no método dos elementos finitos que apresenta uma grande variedade de programas.

Segundo Kuhn (2013), por sua vez, dentre as desvantagens desse método, cita-se a dificuldade de criar e calibrar formas reais de partículas, uma vez que na maioria das simulações utilizam-se partículas esféricas. Além disso, o autor também destaca a não modelagem de textura, rugosidade e angulosidades das partículas, o fato de os contatos entre as partículas serem extremamente idealizados e, por fim, a impossibilidade de quebra das partículas, devendo-se providenciar algoritmos de substituição ou clumps para simulação da quebra.

Safuryn (2016) por sua vez destaca ainda que o método dos elementos discretos é amplamente dependente dos recursos computacionais disponíveis. Cálculos para determinação dos contatos e posições são necessários a cada passo de tempo. Esse processo demanda muito computacionalmente e será maior quanto maior a quantidade de partículas. Desta forma, apesar das muitas vantagens que o método possui, todas elas são amplamente limitadas pelos recursos computacionais disponíveis aos usuários.

2.5 PRINCÍPIOS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS

As partículas de um material granular interagem por meio de forças de baixo alcance, ou seja, somente por meio de contatos mecânicos. Desta forma, estabeleceu-se que a mecânica de um material granular é dirigida pelas equações de movimento de Newton (Poschel e Schwager, 2005). As leis de Newton, desta forma, são aplicadas para descrever o movimento do sistema de partículas. As interações entre a partícula e as partículas vizinhas, por sua vez, são descritas por meio da mecânica dos contatos (Hassanpour e Pasha, 2015).

Diversas técnicas numéricas têm sido usadas para modelagem dos elementos discretos nos últimos anos. Essas técnicas são classificadas como técnicas de contato não-suaves ou técnica de contatos suaves. Enquanto no método dos contatos suaves a penetração entre partículas é permitida, no método dos contatos não-suaves a penetração não é permitida (Zuluaga, 2016). No método de aproximação não-suave, utilizado para simular sistemas dinâmicos, onde a fração de sólidos é pequena, as forças entre as partículas são consideradas impulsivas e, portanto, as partículas transferem momento na colisão. Nesse método as forças entre as partículas não são consideradas. Em contrapartida, no método de aproximação suave as forças entre as partículas são analisadas de forma precisa, devendo ser usado para sistemas quase-estáticos onde há muitas partículas sólidas, ou seja, sistemas densos (Hassanpour e Pasha, 2015).

No modelo proposto por Cundall e Strack (1979), utilizou-se o método de aproximação suave, dividindo-se a análise em duas etapas. Inicialmente, no momento em que as partículas se interpenetram levemente, as forças de interação são computadas. Em seguida, a segunda lei de Newton é utilizada para determinar a aceleração resultante, que integrada no tempo fornece a nova posição de cada partícula (Donzé et al., 2009). Apesar de parecer distante da realidade física que duas partículas se interpenetrem, o que realmente é representado com essa interpenetração é a deformação relativa das superfícies dos elementos (Cundall e Hart, 1992).

A partir do método, então, proposto por Cundall e Strack (1979), propõe-se os seguintes princípios como base do método dos elementos discretos (Kishino, 1999, Potyondy e Cundall, 2004):

1. As partículas básicas são rígidas, possuem inércia finita e podem ser descritas analiticamente;
2. As partículas podem se mover independentemente umas das outras, translacionando ou rotacionando;
3. Os programas computacionais identificam automaticamente os contatos entre as partículas;
4. O contato entre partículas ocorre em uma área infinitesimal e envolve somente duas partículas;
5. É permitido que as partículas se interpenetrem suavemente nos pontos de contato. Esta interpenetração é análoga a deformação real que ocorre entre partículas. A magnitude da deformação de cada partícula no ponto de contato é considerada pequena;
6. As forças de compressão entre partículas podem ser calculadas pelo tamanho da interpenetração entre as partículas;
7. Nos pontos de contato, é possível que haja transmissão de forças de compressão e tração entre as partículas;
8. Forças de tensão entre partículas podem ser calculadas considerando a distância de separação entre elas. Uma vez excedida a máxima tração para o contato, as partículas se separam e o contato é deletado;
9. O tempo considerado em uma simulação deve ser pequeno o bastante para que o seu movimento em um passo de tempo influencie somente seus vizinhos imediatos;
10. Aglomerados de partículas rígidas podem ser utilizados para representar uma única partícula, e o movimento relativo entre essas partículas pode causar deformação considerável.

2.6 APROXIMAÇÕES NUMÉRICAS DA QUEBRA

Existem duas principais aproximações numéricas para realizar a simulação da quebra de uma partícula utilizando o Método dos Elementos Discretos. A primeira aproximação, consiste na substituição da partícula original por partículas menores quando um determinado limite de tensão pré-estabelecida é alcançada. Ciantia et al. (2016) desenvolveram um modelo de quebra

por substituição amplamente utilizado. Os autores adotaram em suas análises uma força máxima limitante que atua na partícula. Essa força é obtida pelo produto da resistência limite da partícula, função de parâmetros materiais, e da área de contato, determinada a partir da teoria de contato de Hertz. Incorporou-se ao cálculo da força limite o efeito do tamanho da partícula através de uma regra de endurecimento que considera um diâmetro de referência e um parâmetro material.

Ao atingir a força máxima, a partícula original é então substituída por 14 novas esferas que assumem a velocidade e os parâmetros da partícula-mãe. A sequência de substituição adotada pelos autores está ilustrada na Figura 2.2. Segundo os autores, não há conservação de massa na metodologia desenvolvida por eles. A massa perdida, entretanto, seria formada por partículas com diâmetros extremamente reduzidos que possuem pouca influência no comportamento macroscópico do material.

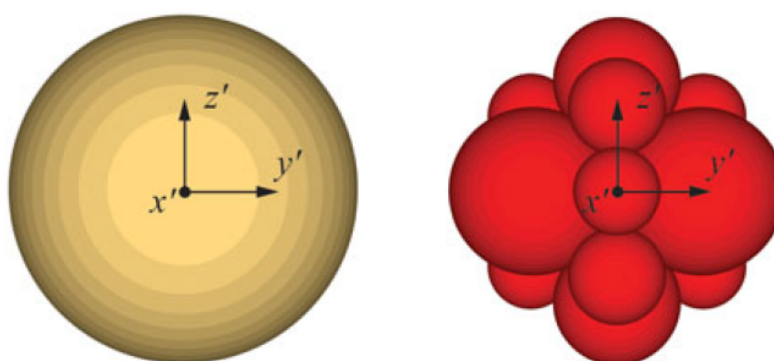


Figura 2.2 – Substituição (a) Partícula Inicial (b) Configuração após a quebra. (Ciantia et al., 2017)

Recentemente, Tavares et al. (2021), também fazendo uso da substituição de partículas, adotaram como critério de quebra uma energia máxima de fratura. Assim cada partícula possui uma energia máxima suportada que é sorteada aleatoriamente a partir de uma distribuição normal cumulativa de energia de fratura. Ao atingir o critério de quebra, a partícula então é substituída por um conjunto de partículas sorteado em um grupo pré-estabelecido denominado família padrão. A família padrão possui então uma determinada curva granulométrica e todas os possíveis conjuntos de partículas de substituição seguem essa curva. Destaca-se que as famílias padrões são definidas baseadas em uma variável que representa a proporção de fragmentos que são menores que um décimo do tamanho da partícula original. Determinado o

conjunto de partículas que fará a substituição, essas são arranjadas de modo a reproduzir um comportamento real onde as menores partículas se concentram próximas aos pontos onde ocorreu as tensões de quebra. Como há uma sobreposição inicial de modo a todas as novas esferas caberem dentro da original, as maiores esferas são posicionadas com a sua sobreposição perpendicular a direção da tensão de quebra como se pode observar na Figura 2.3. As esferas menores são então colocadas nos espaços remanescentes. Para minimizar as possíveis acelerações oriundas das sobreposições, os autores sugerem a utilização de um “damping” viscoso bem como forçar as forças sobrepostas a zero.

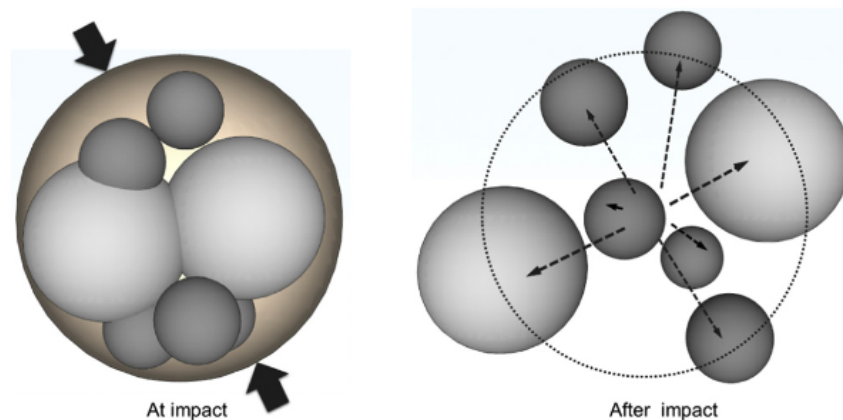


Figura 2.3 – Substituição (a) Configuração Inicial (b) Configuração após a retirada da partícula original. (Tavares et al., 2021)

A conservação de massa nessa aproximação de Tavares et al. (2021) é garantida apesar de os grãos mais finos não estarem presentes durante simulação numérica. Segundo os autores, isso é possível, pois, definindo-se um raio mínimo que pode ser resolvido numericamente, os grãos pequenos, originados após quebra, não são incorporados a simulação, mas são levados em consideração matematicamente de modo a garantir a conservação de massa.

Zhou et al. (2016) utilizaram como critério de quebra da partícula o modelo de Mohr-Coulomb, pois captura tanto fraturas causadas por cisalhamento quanto por tração. Atingido o critério de quebra, a partícula então será substituída por três outras partículas do mesmo tamanho. Cada uma dessas novas partículas é composta por nove esferas de quatro tamanhos diferentes, havendo conservação de volume, como mostra a Figura 2.4. Se um dessas novas

partículas compostas por nove esferas atinge o critério de quebra, as esferas são separadas, simulando a continuação da quebra.

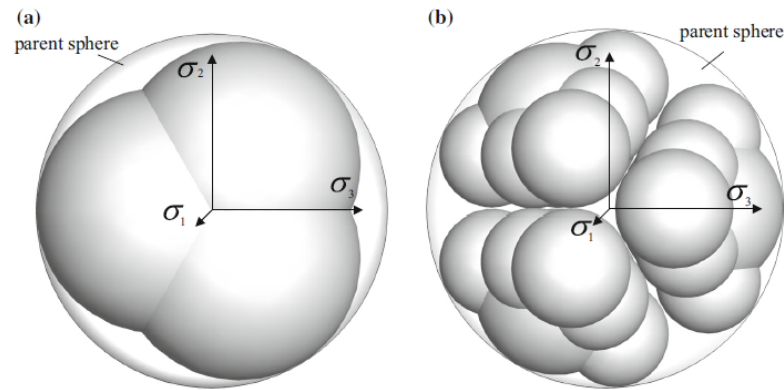


Figura 2.4 – Quebra de Zhou et al. (2016). (a) Substituição da partícula original (b) Composição das partículas que substituíram a partícula original

McDowell e Bolton (2013), em suas análises, utilizaram a probabilidade de Weibull para determinar a resistência de uma partícula. Quando a força atuante nesta partícula atinge uma determinada força maior que a resistência definida por Weibull, a partícula é substituída por outras duas esferas idênticas, sem que haja perda de massa. A metodologia da substituição encontra-se ilustrada na Figura 2.5.

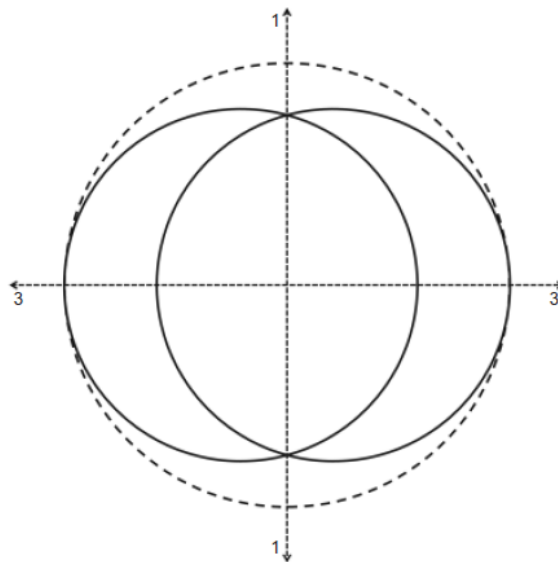


Figura 2.5 – Metodologia de substituição de McDowell e Bolton (2013).

Além destes, diversos outros autores utilizam esta aproximação de substituição para representar a quebra de uma partícula. Independente do autor, a principal vantagem apontada no uso desta técnica é o menor custo computacional decorrente de um menor número de partículas necessário, pois o número de partículas na simulação somente aumenta com a quebra da partícula. Esta técnica, entretanto, apresenta como fator limitante a substituição após a quebra. As técnicas utilizadas procuram representar de maneira fiel as quebras que acontecem na natureza. Entretanto, todas as quebras sempre acontecem da mesma forma, não havendo as variações na forma e tempo da quebra como acontece na natureza.

A outra técnica utilizada para a simulação numérica da quebra de uma partícula é a aproximação por aglomerados. Essa técnica consiste em criar uma partícula a partir da união de um determinado número de esferas que são “coladas” umas às outras por forças de adesão. Quando a força nos contatos entre sub-esferas excede o valor da adesão, o contato entre elas é irreversivelmente rompido. Assim, à medida que a quebra vai ocorrendo, as microesferas se separam da partícula original, representando fragmentos.

Diversos autores utilizam esta técnica como Afshar et al. (2017) que a partir de 239 esferas de diferentes tamanhos, coladas umas às outras, construiu partículas com formatos escaneados de partículas reais a partir de laser 3D, como mostra a Figura 2.6. Todas as coesões entre as sub esferas possuem as mesmas propriedades de resistência e foram modeladas segundo um modelo que possui uma parcela de repulsão e uma cola atuando paralelamente à parte linear de cada sub esfera. Esse modelo leva em consideração as forças normal e cisalhante nos contatos, a rigidez linear normal e a cisalhante, coeficiente de fricção e deslocamentos. Para calibrar estes parâmetros, ensaios de laboratório foram comparados em termos de força e deslocamento com os ensaios virtuais. A partir desses ensaios, estabeleceu-se uma resistência média para as coesões entre sub esferas, bem como um desvio padrão. Assim, segundo uma distribuição normal, sorteia-se para cada partícula um mesmo valor de coesão para todas as sub esferas. Atingido o valor da resistência da coesão entre as partículas, estas se separam, simulando a quebra.



Figura 2.6 – Aproximação pro aglomerado de Afshar et al. (2017).

Wang e Arson (2016) criaram partículas esféricas originadas a partir de 11.000 sub esferas organizadas em pacotes hexagonais, como representado na Figura 2.7. A organização das sub esferas tinha como objetivo aumentar a densidade da partícula, aumentar o número de contatos entre sub esferas e obter um modelo representativo de partículas quebradiças sem falhas. Os autores desenvolveram um modelo para representar a adesão entre as sub esferas. Esse modelo depende de cinco parâmetros: rigidez normal e cisalhante, resistências normal e cisalhante, raio da seção transversal de contato. Esses parâmetros foram calibrados segundo ensaios de laboratório executados em areias. Alcançado o valor da coesão, as sub esferas se separam, representado a quebra da partícula.

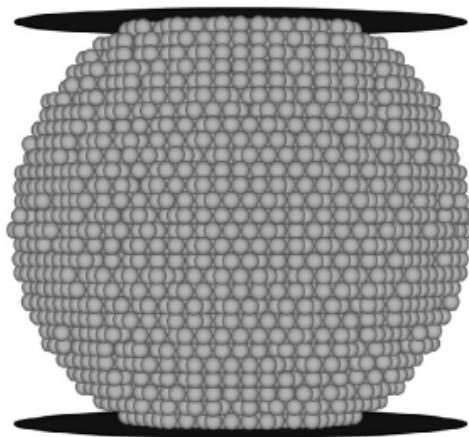


Figura 2.7 – Aproximação por aglomerado de Wang e Arson (2016).

Dentre todas as aproximações utilizadas neste método, entretanto, a mais amplamente utilizada é a técnica desenvolvida por Robertson (2000). Segundo esta metodologia, 57 sub esferas são coladas umas às outras, permitindo formas arbitrárias de partículas. Todas as sub

esferas estão coladas umas às outras segundo uma mesma adesão. A quebra ocorre a partir da determinação de uma força máxima de tração e cisalhamento. O autor inseriu falhas na partícula por meio da omissão de algumas sub esferas, formadoras da partícula, de maneira aleatória, segundo uma probabilidade pré-determinada. A partícula de Robertson (2000) encontra-se na Figura 2.8.

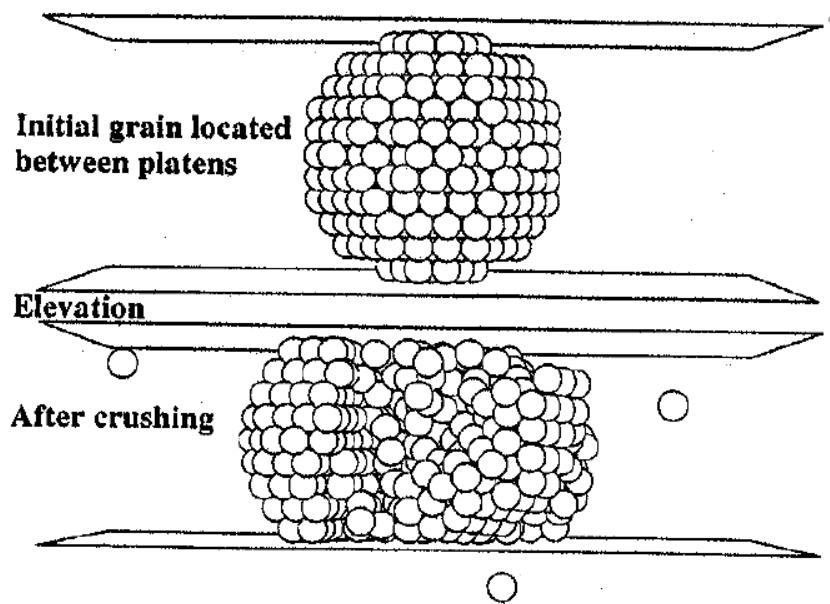


Figura 2.8 – Partícula de Robertson (2000) antes e após a quebra.

A principal vantagem desta aproximação para representar a quebra de uma partícula consiste na sua capacidade de reproduzir de maneira mais fiel o que acontece na natureza, permitindo, por exemplo, a fragmentação da partícula antes da sua quebra. Apesar disso, a técnica de aglomerados apresenta como limitador o custo computacional e o tempo necessário para representar uma partícula.

Apesar do método da substituição e da representação por aglomerado serem as maneiras mais comuns para se simular a quebra utilizando o Método dos Elementos Discretos, existem outras metodologias possíveis. Haneley et al. (2015), por exemplo, em seus ensaios, utilizam uma metodologia de substituição, porém com algumas modificações. Os autores fazem uso de um critério de força máxima para a quebra de suas partículas. Baseado em estudos anteriores, determinou-se que a força máxima de contato entre duas partículas é o que controla sua quebra. Assim, a maior força de contato da partícula é comparada com a força limite de quebra. Essa

força é definida a partir da probabilidade de Weibull, fixando parâmetros a partir de pesquisas desenvolvidas por Nakata et al. (1999) para areias de quartzo. Atingindo-se então o limite da força de quebra, a partícula original tem seu raio reduzido de forma que perca todos os seus contatos e a força atuando na partícula é realocada. O volume perdido em cada quebra, após um determinado número de quebras, é reinserido na simulação para que não haja prejuízo na reprodução do comportamento do material.

2.7 MODELOS NUMÉRICOS QUE JUSTIFICAM O COMPORTAMENTO DA QUEBRA

Uma vez que as simulações numéricas em sua maioria tentam reproduzir o comportamento real dos materiais, o modelo mais utilizado para justificar o comportamento de quebra de uma partícula é o Modelo de Weibull. Como Weibull (1951), em sua teoria trabalha com falhas dos materiais, é importante também inserir falhas nas partículas virtuais. Assim, a importância crucial da teoria de Weibull consiste na sua capacidade de estabelecer um critério de quebra para a partícula a partir de suas falhas (Zhou et al., 2014). Nesta linha, existem diversos modelos numéricos que procuram inserir falhas em suas partículas de modo a reproduzir o comportamento real e ser capaz de ser representado pela probabilidade de Weibull.

Assim, a fim de inserir falhas na partícula, Robertson (2000), utilizando a aproximação por aglomerado, impôs uma probabilidade de existência de 80% para cada uma das sub-esferas que compõe uma partícula. Desta forma, cerca de 20% das sub-esferas são, como consequência, omitidas, criando falhas internas às partículas. A maior parte dos autores que utilizam a aproximação por aglomerados, assim como Robertson (2000), utilizam a técnica de retirada de esferas para representar falhas, sendo as adesões entre as partículas iguais.

Apesar de amplamente utilizada, entretanto, a aproximação de Robertson (2000) não capta o efeito de tamanho descrito por Weibull (1951), sendo esta uma grande limitação da técnica desenvolvida pelo autor.

Além da teoria de Weibull, existem outros modelos para justificar a quebra de partículas em simulações numéricas. Um outro modelo numérico utilizado com esse mesmo propósito é o Modelo de Griffith. Esse modelo propõe que materiais frágeis possuem pequenas falhas ou defeitos microscópicos que, quando submetidos a tensão, tornam-se pontos de concentração de

tensão muitas vezes maiores do que o corpo consegue resistir. Takeuchi et. al (2013) utilizaram essa aproximação em seus ensaios combinada com a teoria de Hertz, onde a primeira é utilizada para determinar a resistência da partícula, enquanto a segunda define a sua velocidade.

2.8 INFLUÊNCIA DA FORMA DAS PARTÍCULAS NO COMPORTAMENTO DO SOLO

Wadell (1932) define que para expressar a forma de uma determinada partícula, é necessária uma forma padrão para comparação, sendo, portanto, a forma esférica determinante na classificação das partículas. A partir dessa definição, surgem os conceitos de esfericidade e arredondamento das partículas, que associados a rugosidade, são utilizados para analisar a forma de uma partícula. Santamarina e Cho (2004) tratam esses conceitos como escalas da forma de uma partícula e afetam significativamente o comportamento de um solo. Segundo os autores, perturbações na forma esférica da partícula do solo, mesmo que pequenas, são capazes de resultar em uma ampla variedade de composições estruturais deste solo refletidas pela sua porosidade. Além disso, o quão alongado são os grãos do solo, determinado pela sua elipticidade e platicidade, influencia na sua anisotropia estrutural que, por sua vez, afeta todos os tipos de propriedades do solo, dentre elas, a deformação e a resistência. A angularidade e rugosidade de uma partícula, por sua vez, atuam de modo a aumentar a resistência do solo em altas deformações.

Cavarreta et al. (2010) analisaram a influência das características de forma da partícula no comportamento do solo formado por partículas grosseiras. Para isso, oito partículas com formas diferentes foram testadas. Vidro ballotini foi utilizado como solo análogo para as análises dos autores, sendo a rugosidade implementada nas partículas de vidro através de fresagem com areia formada por quartzo e bolas de ferro ou por corrosão, utilizando ácido fluorídrico. As variações de forma, por sua vez, foram obtidas pela quebra das partículas de vidro. Os ensaios de compressão odométricos realizados revelaram que a influência da forma das partículas é muito mais significativa que a influência da rugosidade. Observou-se que quanto mais angulares as partículas, maior a plasticidade apresentada em resposta, ou seja, a redução do volume específico durante os ciclos de carga e descarga foi maior para as partículas angulares que para as esféricas.

Li (2013) observou a influência que a forma das partículas exerce na resistência ao cisalhamento em um solo composto, ou seja, formado por argila e areia. De acordo com o que foi analisado, a contração ou dilatação apresentada durante os ensaios de cisalhamento, permanecem dentro da zona de cisalhamento, enquanto as outras zonas da amostra permanecem inalteradas. Segundo o autor, aumentar a parte grosseira do solo, aumenta a resistência ao cisalhamento a volume constante. Observando a forma das partículas, o aumento da elongação ou a diminuição da convexidade da fração grosseira aumenta o ângulo de atrito do solo a volume constante.

Altuhafi et al. (2016) revisaram o comportamento de 25 areias naturais, observando a influência da forma no comportamento do solo, principalmente no estado crítico bem como seus parâmetros de rigidez. A maioria dessas areias foram extensivamente estudadas anteriormente, sendo seu comportamento já bastante explorado na literatura. Introduzindo um novo parâmetro para a análise, o SAGI, parâmetro que correlaciona os parâmetros individuais de forma, observou-se que o índice de vazios aumenta na medida em que as partículas se tornam mais angulares, como se pode observar em areias sem sílica. Essas areias são mais angulosas e sua capacidade de empacotamento é menor que as outras. Por outro lado, solos naturais como aqueles formados pela decomposição de granitos, devido ao seu processo geológico de criação, possuem maior coeficiente de uniformidade, resultado em um empacotamento mais eficiente. Já os quartzos terão maiores espaços vazios devido a irregularidade e não-uniformidade dos seus grãos. No que diz respeito a resistência ao cisalhamento, o novo parâmetro não foi capaz de ser conclusivo uma vez que é altamente influenciado pela convexidade das partículas, fato que, de acordo com os autores, não tem um efeito claro na resistência ao cisalhamento do solo.

Os autores (Altuhafi et al., 2016)) também perceberam que as partículas mais ásperas, ou seja, com mais irregularidades em sua superfície, são as que apresentam maior angularidade, isto é, contornos mais angulares. Apesar disso, esse parâmetro não apresenta nenhum efeito claro em qualquer parâmetro do solo.

Liu et al. (2021), por sua vez, analisaram a influência da forma das partículas do solo em ensaios cíclicos de cisalhamento direto, observando a sua influência na resistência do solo na interface do cisalhamento, na relação tensão – deslocamento, na rigidez ao cisalhamento e na taxa de amortecimento. As formas das partículas foram classificadas segundo a sua regularidade, definida como o desvio que a forma tem em relação a uma esfera. Calcula-se a

regularidade como a média entre os parâmetros de forma arredondamento e esfericidade. Segundo os autores, esse parâmetro é responsável pelo comportamento na interface do cisalhamento, sendo que quanto menor a regularidade das partículas, maior a resistência ao cisalhamento e maior o ângulo de atrito dinâmico.

Wang et al. (2019) em suas análises observaram que a forma de uma partícula é extremamente importante no comportamento de quebra do solo. Observando o comportamento do solo durante o cisalhamento, percebeu-se que as partículas angulares levam a uma diminuição do número de cadeia de forças fortes dentro do solo quando comparado ao comportamento de um solo composto por partículas esféricas. Além disso, para atingir uma configuração estável com as partículas angulares, é necessário um número maior de partículas vizinhas, ou seja, o número de contatos, ou número de coordenação, será maior no solo composto por partículas angulares, resultando em um aumento na resistência ao cisalhamento do solo.

2.9 FORMA DAS PARTÍCULAS NO MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS

Alguns autores, durante o desenvolvimento dos seus trabalhos, optam por levar em consideração a forma das partículas em suas simulações. Outros, por sua vez, preferem trabalhar exclusivamente com esferas, acreditando que são capazes de reproduzir o comportamento de uma partícula real do solo.

Analisando o uso de esferas como um fator limitante no método dos elementos discretos proposto por Cundall e Strack (1970), Ferrellec e McDowell (2008) propõe o uso de clumps para a consideração de formas em uma simulação utilizando o método dos elementos discretos. Segundo os autores, clumps seriam conjuntos de esferas onde, apesar de poder haver algum grau de sobreposição entre elas, seus contatos internos são ignorados, fazendo, assim, com que o grupo se comporte como um corpo rígido único. Desta forma, o volume de uma partícula real é então preenchido com esferas de diferentes tamanhos. Para esse preenchimento, escolhe-se um ponto na superfície da partícula, fazendo crescer uma esfera tangente ao longo da sua direção normal, como mostra a Figura 2.9. A esfera cresce até encontrar outro ponto da superfície da partícula. Esse procedimento sucede-se então até que a forma da partícula real esteja reproduzida. A metodologia proposta pelos autores visa a simulação do comportamento da base de ferrovias.

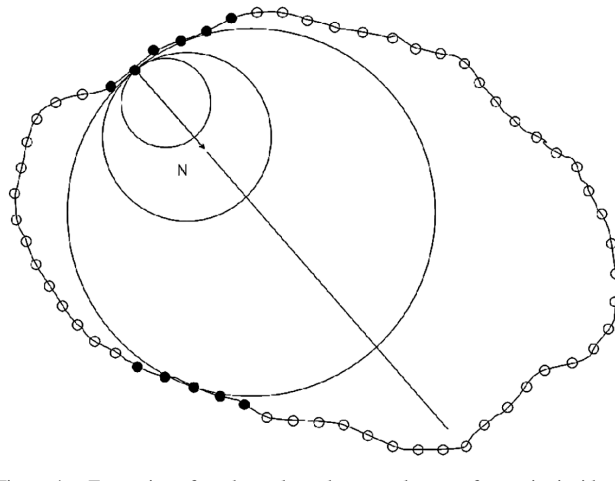


Figura 2.9 – Criação da forma segundo Ferrellec e McDowell (2008).

Wang et al. (2019), em suas simulações de cisalhamento direto, utilizaram tanto partículas esféricas como também clumps, chamadas pelos autores de partículas estruturais. Essas partículas estruturais são formadas a partir inicialmente de esferas que são unidas rigidamente umas às outras como mostra a Figura 2.10. A distância entre essas esferas, definida como F_d , determinará a suavidade da superfície da partícula.

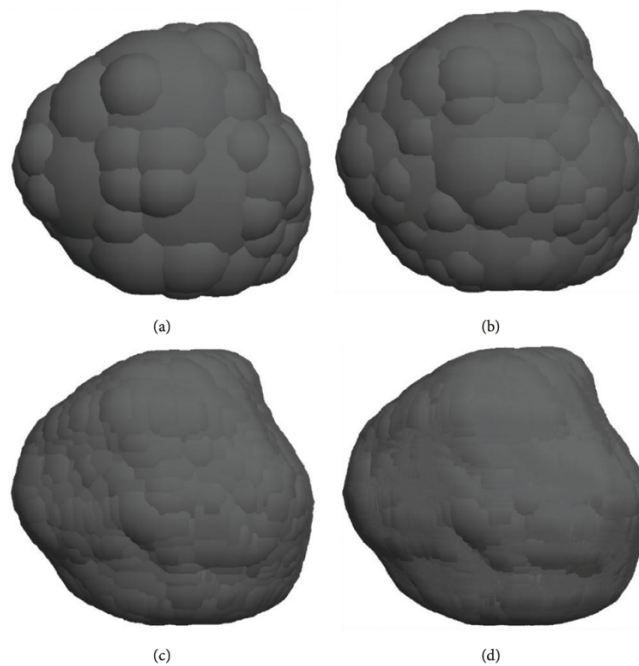


Figura 2.10 – Criação da partícula segundo Wang et al. (2019). (a) $F_d = 150$, (b) $F_d = 160$, (c) $F_d = 170$, (d) $F_d = 180$.

Zhang et al. (2020), por sua vez, criaram três partículas distintas, utilizando a aproximação por aglomerados para criar suas formas, como mostra a Figura 2.11. Mostrou-se nesses estudos que partículas esféricas possuem maior resistência a quebra e um módulo de Weibull mais elevado que esse mesmo módulo de partículas não-esféricas. Além disso, os autores também compararam o comportamento de duas amostras com o comportamento de uma areia real. A primeira amostra testada é formada unicamente por partículas esféricas enquanto a outra é formada por esferas combinadas com as partículas não-esféricas criadas previamente por eles. Segundo os resultados obtidos, a amostra composta por partículas com diferentes formas apresentou o comportamento mais próximo ao comportamento de real de uma areia.

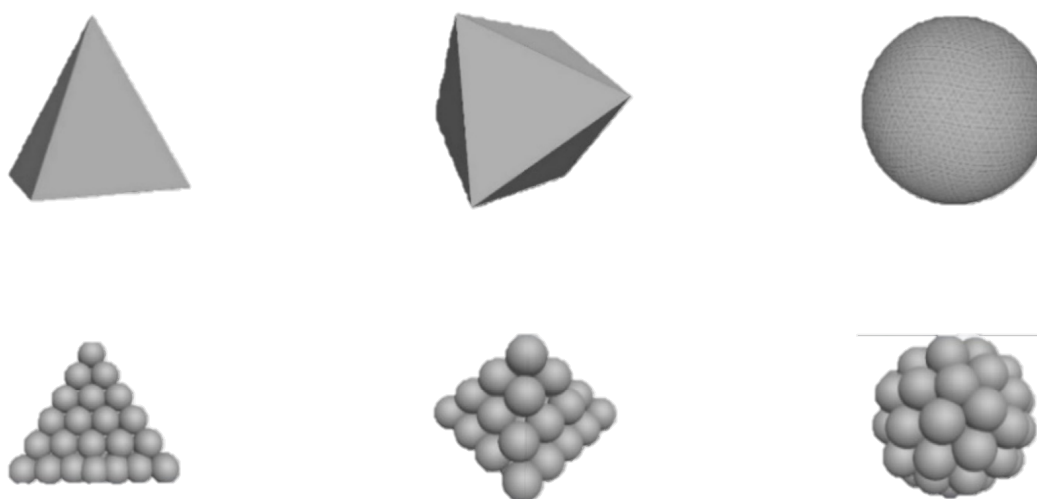


Figura 2.11 – Partículas criadas por Zhang et al. (2020).

A forma de uma partícula também pode ser definida por meio de funções matemáticas superquádricas. Uma superquadrica é uma extensão das quadricas, que incluem formas como esferas, elipsoides e hiperboloides. A diferença principal entre quadricas e superquadricas é que as últimas têm parâmetros adicionais que permitem uma modelagem mais flexível de formas complexas. Soltanbeigi et al. (2018) compararam o comportamento de partículas superquádricas a partículas formadas por aglomerados de esferas como é mostrado na Figura 2.12. Foi analisado o comportamento dessas partículas em diversas situações, inclusive em ensaios de cisalhamento direto. Segundo os autores, o uso de partículas superquádricas é benéfico para simulações utilizando o Método dos Elementos Discretos no que diz respeito ao

tempo da simulação. Implementar forma em uma simulação que utiliza partículas superquádricas não influencia significativamente no custo computacional. Por outro lado, o uso de aglomerados de esferas para representar a forma de uma partícula influencia consideravelmente o tempo da simulação, visto que o custo computacional dependerá do número de sub-esferas utilizadas para representar a forma desejada. Nos ensaios de cisalhamento direto foi observado que a resposta do material é influenciada pela densidade do solo, ou seu grau de empacotamento, uma vez que haverá maior influência das características de superfície das partículas.

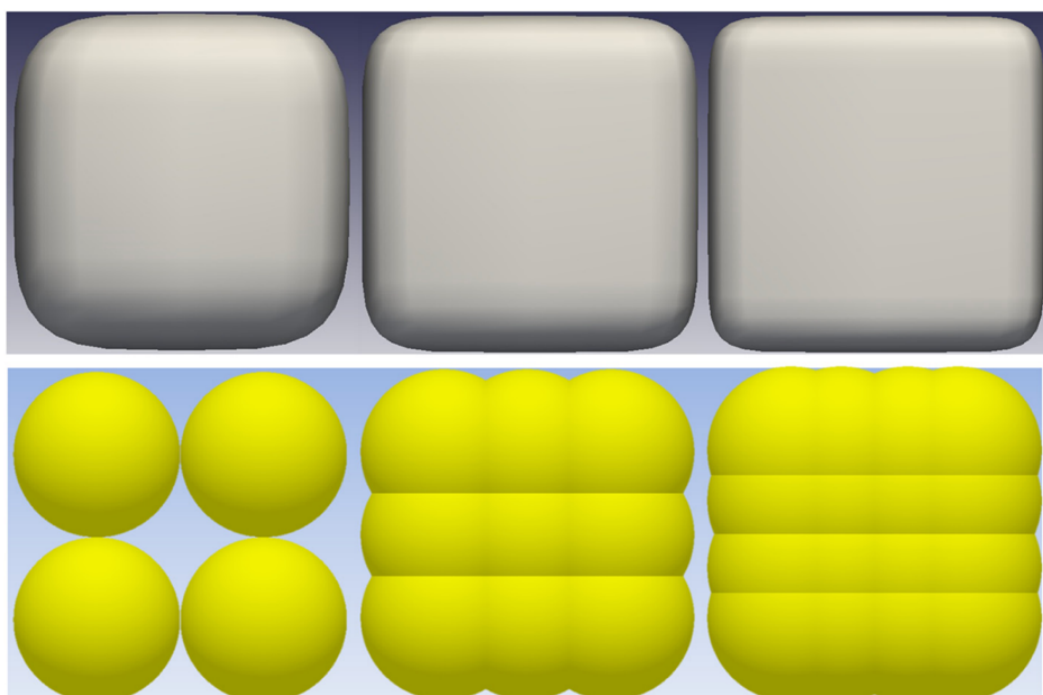


Figura 2.12 - Partículas usadas por Soltanbeigi et al. (2018) - Superquádricas de 4, 6 e 8 partículas e Aglomerados de 8, 27 e 64 sub esferas.

2.10 EFEITO DO TAMANHO DO CORPO NA SUA RESISTÊNCIA

Em materiais granulares é bem estabelecido que a resistência pode ser fortemente influenciada pela escala do corpo devido à interação discreta entre partículas, distribuição de microdefeitos e zona de falha localizada, os quais não se comportam de forma linear com o aumento das dimensões (Bazant, 1999; Coop & Lee, 1993). Efeitos de tamanho são frequentemente observados em experimentos com agregados granulares, onde corpos maiores

tendem a apresentar menor resistência específica, devido ao aumento da probabilidade de defeitos críticos e à redistribuição das tensões nas interfaces entre partículas (Salvatore & Cavarretta, 2020).

De acordo Bazant e Planas (1997), na teoria da resistência dos materiais, a resistência de uma determinada estrutura traz consigo um efeito de tamanho. Esse efeito muitas vezes é negligenciado quando se assume a teoria da resistência, pois esta não adota um efeito de escala em suas formulações, mas um efeito padronizado independente do tamanho da estrutura analisada. Essa teoria, portanto, na realidade, sugere uma previsão da resistência esperada para determinada estrutura e sua geometria. O efeito de tamanho representa, desta forma, o desvio dessa previsão, ou seja, ele é o desvio gerado na resistência por uma mudança de tamanho na estrutura. Assim, esse efeito é rigorosamente definido por meio da comparação de estruturas geometricamente semelhantes, mas de diferentes tamanhos.

Bazant (1999) testou então a resistência de materiais frágeis e quase-frágeis, como concretos, rochas e materiais granulares. O autor demonstrou que a resistência desses materiais não se mantém constante com o aumento da escala, em decorrência de um fenômeno conhecido como efeito de tamanho. De acordo com sua análise teórica e experimental, a resistência final de corpos de prova decresce com o aumento de volume devido à maior probabilidade estatística de ocorrência de defeitos críticos como microtrincas, descontinuidades ou regiões de menor coesão, que atuam como iniciadores da falha. Assim, na medida em que o volume do corpo aumenta, a densidade volumétrica de tais defeitos se mantém constante, mas o número absoluto de defeitos potencialmente críticos cresce, elevando a chance de falha prematura sob menores tensões. Esse comportamento é especialmente relevante para materiais que falham por ruptura frágil, nos quais a resistência é controlada por falhas localizadas e não por deformações plásticas distribuídas.

Bazant formalizou essa relação por meio da teoria do efeito de tamanho baseada na mecânica da fratura, propondo equações que associam a resistência à dimensão característica do corpo, como altura ou raio, considerando a energia de fratura e a tamanho da zona de processo de fratura. Uma das conclusões fundamentais de seus estudos é que a tensão de ruptura (σ_n) decresce com o aumento do tamanho L do corpo conforme a equação:

$$\sigma_n \propto \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{L}{L_0}}} \quad (2.3)$$

Onde:

σ_n é a tensão de ruptura;

L é o tamanho do corpo ao romper; e,

L_0 é o tamanho inicial do corpo.

L_0 é um parâmetro característico do material. Essa equação evidencia que corpos maiores tendem a apresentar menor resistência específica.

Weibull (1951) parte do princípio de que a resistência de um corpo é regida pela presença de sua fraqueza mais relevante, ou seja, pelo seu elo mais frágil. Assim, é a vulnerabilidade mais acentuada que determina a habilidade geral da estrutura em resistir a cargas ou evitar falhas. Isso implica que, mesmo que a maioria dos elementos constituintes da estrutura resista de maneira satisfatória, a existência de um componente frágil pode ser o suficiente para influenciar a resistência total do corpo analisado. Weibull postula em sua teoria, portanto, que a resistência de um material sob tensão depende da integridade de todas as suas partes individuais. Desta forma, em materiais que falham por ruptura frágil, a presença aleatória de falhas microscópicas determina o ponto de ruptura. Com o aumento do volume de um corpo de prova, a probabilidade de conter um defeito crítico aumenta, elevando a chance de falha prematura. Assim, é natural concluir que quanto maior a estrutura analisada, maior a probabilidade de encontrar falhas internas.

Ao contrário da abordagem probabilística de Weibull, todavia, Bazant (1999) afirma que o efeito de tamanho de uma estrutura não deveria ser analisado segundo a variação estatística da resistência, mas pela mecânica das fraturas. Segundo o autor, as variações aleatórias na resistência do material geram um tipo diferente de efeito de escala visto que considera apenas a zona plástica na ponta da trinca, sendo, portanto, aplicável apenas se, no momento da falha, a trinca não for macroscópica. Além disso, a não consideração do comprimento da estrutura na análise probabilística, segundo Bazant pode provocar uma interpretação errada do comportamento da estrutura e suas análises trazerem valores de resistências inferiores ao que de fato se pode suportar.

Jenq e Shah (1985), por sua vez, analisando o comportamento mecânico de materiais quase-frágeis, defendem que os componentes de uma determinada estrutura interagem de maneira complexa entre si, introduzindo uma abordagem refinada para o entendimento do efeito de tamanho com foco na energia de fratura e no papel da zona de processo de fratura, região onde as microtrincas se acumulam antes da ruptura do corpo de prova. Os autores observaram que a falha ocorre progressivamente, à medida que microtrincas se formam. A zona de processo de fratura depende tanto das propriedades do material quanto das dimensões do corpo de prova. Quanto menor o corpo de prova, maior será a fração de ocupação da região fraturada, permitindo maior dissipação de energia e, portanto, conferindo maior resistência ao corpo de prova. Já em corpos de prova maiores, a influência da zona de microtrincas será menor em termos relativos, levando a uma redução da resistência final, mesmo que a geometria seja mantida constante.

Em materiais colados formados por partículas, o comportamento mecânico é governado pela coesão entre partículas e pela distribuição espacial de ligações fracas. Kun et al. (2006) demonstraram que distribuições aleatórias de resistência nos contatos, como a distribuição normal ou Weibull, afetam profundamente a forma de falha e a tensão máxima suportada. Quando a dispersão da resistência local é elevada, observa-se uma falha progressiva e difusa, especialmente em corpos maiores, conforme demonstrado em simulações e ensaios experimentais de Scholz (2002).

2.11 TIPOS DE FALHAS EM MATERIAIS FRÁGEIS E GRANULARES E SUA RELAÇÃO COM O EFEITO DE TAMANHO

Carpinteri (1994) destaca que o mecanismo de falha de um material granular evolui com a escala: em corpos menores, a ruptura tende a ser frágil e localizada, com a formação de planos de cisalhamento bem definidos, enquanto em corpos maiores a falha é distribuída, envolvendo microdanos acumulados que levam à ruptura progressiva.

Complementarmente, Bazant e Planas (1998) afirmam que materiais com estrutura interna heterogênea, como concretos e aglomerados granulares, apresentam tamanho crítico abaixo do qual o efeito de escala é insignificante. Acima desse tamanho, entretanto, a resistência aparente diminui e a falha torna-se cada vez mais influenciada pela estatística das ligações fracas.

Assim a falha de materiais frágeis, como rochas, concretos e materiais granulares coesivos, ocorre por meio de diferentes mecanismos, os quais dependem das propriedades internas do material (como coesão, heterogeneidade e microestrutura), da geometria do corpo e das condições de carregamento. Os principais tipos de falha descritos na literatura são: falha por cisalhamento inclinado, falha por esmagamento axial, falha explosiva frágil, falha progressiva dúctil e falha difusa com microdanos distribuídos (Jaeger et al., 2007; Bažant, 2002).

A falha por cisalhamento inclinado, segundo Jaeger et al. (2007) é o tipo mais comum em corpos frágeis submetidos à compressão axial, caracterizado pela formação de uma trinca inclinada ($\sim 30^\circ$ a 45°) que divide o corpo em blocos que deslizam entre si. A falha ocorre quando uma zona crítica atinge sua resistência máxima e se propaga rapidamente pelo corpo. Em modelos granulares, essa falha se manifesta pela ruptura sequencial dos contatos coesivos ao longo de um plano preferencial, levando à desagregação localizada (Cundall e Strack, 1979).

De acordo com Planas (1998), na falha por esmagamento axial ou colapso vertical, o corpo colapsa ao longo do eixo de carregamento, com afundamento gradual e rearranjo das partículas ou microelementos. É comum em corpos baixos ou com fricção nas extremidades, que impedem a expansão lateral.

A falha explosiva ou frágil, segundo Scholz (2002), há uma ruptura súbita e violenta, com liberação instantânea de energia, essa falha ocorre quando o material resiste até seu limite global sem permitir a formação prévia de microdanos. A falha resulta em lançamento de fragmentos e perda completa da estrutura. É típica de corpos pequenos com alta coesão média e baixa variabilidade de resistência local.

De acordo com Kun et al. (2006), a falha progressiva dúctil ocorre de forma lenta e gradual, com formação e acúmulo de microdanos locais, que evoluem até atingir a instabilidade global. Observa-se o rearranjo das partículas e a ruptura distribuída ao longo do tempo. Esse comportamento é favorecido por alta variabilidade estatística da coesão e por corpos maiores, nos quais falhas locais não colapsam o corpo imediatamente.

Em corpos de grande volume, a falha se manifesta de forma difusa, segundo Carpinteri (1994), apresentando múltiplas zonas fracas falhando simultaneamente, sem formação de trinca dominante. Tal falha envolve dissipação de energia em diversos pontos e perda gradual de resistência, sendo característica de sistemas com distribuição aleatória de resistência local.

De modo geral, em corpos menores, a probabilidade de falha crítica estar presente é baixa, resultando em falhas localizadas, abruptas e fracas estatisticamente. Já em corpos maiores, a presença de múltiplas falhas locais aumenta, promovendo falha progressiva e difusa (Bazant, 2002; Weibull, 1939).

3. YADE

Em todas as etapas da metodologia, utilizou-se o Método dos Elementos Discretos pela ferramenta de código aberto YADE. Trata-se de um software de fácil aprendizagem, além de possuir ampla base de suporte dos desenvolvedores e outros usuários. Além disso, é bastante versátil, permitindo, por exemplo, a utilização de elementos de diversas formas, não se limitando, portanto, somente ao uso de esferas. Desta forma, o software se adapta às necessidades do usuário.

O software YADE é uma estrutura extensível focada no Método dos Elementos Discretos. Ele foi desenvolvido para preencher uma lacuna no mercado de simulações de dinâmica de partículas, oferecendo uma ferramenta de código aberto e flexível para pesquisadores e engenheiros em várias disciplinas, permitindo-lhes explorar e entender melhor o comportamento de sistemas baseados em partículas de forma mais acessível e colaborativa.

A parte computacional do programa é escrita em C++, utilizando modelo de objeto flexível. Isso permite que implementações independentes de novos algoritmos e interfaces sejam feitas. Para a construção do cenário no qual o Método dos Elementos Discretos será utilizado, utiliza-se a linguagem interpretada Python, uma ferramenta poderosa e versátil que possibilita a configuração, controle e análise das simulações no YADE. Além disso, sua integração estreita com o YADE permite aos usuários aproveitar ao máximo as capacidades da ferramenta e realizar experimentos computacionais de maneira eficiente e eficaz.

3.1 VISÃO GERAL, PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS E FUNDAMENTOS

O principal propósito do YADE é oferecer uma plataforma de simulação flexível e acessível para simulações de dinâmica de partículas. Sendo de código aberto, o YADE permite que o usuário personalize e adapte a ferramenta de acordo com suas necessidades específicas de simulação.

Além disso, o YADE visa facilitar e promover pesquisas em dinâmica de partículas, fornecendo uma plataforma robusta e versátil para investigar uma ampla gama de fenômenos físicos, como escoamento de sólidos, comportamento de materiais granulares, interações partícula-partícula e partícula-estrutura, entre outros.

Como uma ferramenta de código aberto, o YADE incentiva a colaboração e a troca de conhecimento entre pesquisadores e engenheiros em todo o mundo. A comunidade de usuários do YADE pode compartilhar modelos, scripts, técnicas e experiências para melhorar coletivamente a compreensão e as capacidades de simulação em dinâmica de partículas.

O YADE é projetado para suportar uma ampla gama de aplicações em diversos campos, incluindo engenharia civil, geotécnica, ciência dos materiais, física, entre outros. Ele oferece recursos para modelar e simular uma variedade de problemas, desde o comportamento de materiais granulares em geotecnia até a interação de partículas em sistemas biológicos.

Por fim, o YADE é uma plataforma dinâmica que continua a evoluir com o tempo. Um de seus objetivos é promover o desenvolvimento e a implementação de métodos e algoritmos avançados para simulações de dinâmica de partículas, permitindo que os usuários aproveitem as mais recentes técnicas de modelagem e análise.

Existem vários conceitos básicos envolvidos nas simulações no YADE, que são fundamentais para entender como a ferramenta funciona e como configurar e interpretar os resultados das simulações.

As partículas são os elementos básicos da simulação. Elas representam os objetos simulados no sistema e cada uma possui suas próprias propriedades como massa, posição, velocidade e orientação. As interações entre partículas são modeladas por forças, que podem incluir forças de contato, forças gravitacionais, forças de atrito, e outras interações físicas relevantes para o sistema sendo simulado. Essas forças influenciam o movimento das partículas ao longo do tempo. A integração temporal é o processo pelo qual as equações de movimento das partículas são resolvidas ao longo do tempo. O YADE utiliza algoritmos de integração temporal para calcular a posição e velocidade das partículas em cada passo de tempo da simulação.

A detecção e resolução de colisões é um aspecto muito importante das simulações no YADE. Quando duas partículas entram em contato uma com a outra, novas interações surgem e algoritmos são utilizados para essa análise desse contato. A partir dessas novas interações, novas forças de contato surgirão e as velocidades da partícula, bem como seu comportamento como um todo, deverão ser atualizados.

Apesar de se apresentar como uma excelente ferramenta para utilização do Método dos Elementos Discretos, o YADE possui também algumas limitações. Dentre essas limitações está

a escalabilidade limitada para grandes sistemas, ou seja, simulações com um número muito elevado de partículas pode se tornar extremamente lentas, inviabilizando o seu uso. Além disso, a interface gráfica é bastante limitada, oferecendo somente visualizações básicas, o que torna o uso bastante difícil para análises complexas e apresentações gráficas avançadas.

3.2 ESTRUTURA DO YADE

A estrutura de código do YADE é projetada para ser modular, extensível e de fácil manutenção. O núcleo do YADE contém as classes e funcionalidades fundamentais necessárias para executar simulações de dinâmica de partículas. Isso inclui classes para representação de partículas, cálculo de forças e interações, integração temporal e detecção de colisões.

A modelagem de partículas é um modelo que contém classes responsáveis por definir diferentes tipos de partículas e suas propriedades, como massa, raio, densidade e materiais específicos. Ela permite aos usuários criar e personalizar tipos de partículas para suas simulações. Para exemplificar, dentre as várias maneiras para inserção de partículas, o usuário pode optar pela inserção de uma única esfera ou um conjunto delas. No primeiro caso, a inserção de uma única esfera por vez, utilizando trechos do código desenvolvido para os presentes estudos, faz-se seguindo os seguintes passos:

```
d = 0.6
```

```
s1 = utils.sphere((0.,0.,0.),(d/2)/1000,wire=True)
```

```
O.bodies.append(s1)
```

A função `utils` se refere a um módulo composto por diversas funções úteis que podem ser utilizadas em diferentes partes do código para construção da simulação. Geralmente, o módulo `utils` em YADE contém funções que auxiliam em tarefas comuns, como manipulação de arquivos, conversão de unidades, cálculos matemáticos específicos, geração de números aleatórios, inserção de corpos, entre outras funcionalidades. Essas funções são projetadas para

facilitar o desenvolvimento e a execução de simulações de elementos discretos usando a biblioteca YADE.

Já a função `append` é um método que pertence a objetos do tipo lista. Ela é usada para adicionar um elemento ao final de uma lista existente. Importante, portanto notar que o YADE insere os corpos em uma lista de corpos para realizar as simulações.

No caso de ser inserido um conjunto ou pacote de esferas em uma única vez, utilizando novamente um trecho do código desenvolvido para este trabalho, optou-se pela inserção seguindo os seguintes passos:

```
predA = pack.inSphere((0,0.,(0.12/1000)),(.18/1000))  
predB = pack.inSphere((0,(-.115/1000),0.),(.15/1000))  
predC = pack.inSphere((0,0.,(-.12/1000)),(.15/1000))  
predD = pack.inSphere((0,(-.1/1000),(-.08/1000)),(.15/1000))  
predE = pack.inSphere((0,(.10/1000),(-.18/1000)),(.1/1000))  
predF = pack.inSphere((0.,(-0.03/1000),0.),(.17/1000))  
  
pred = predA | predB | predC | predD | predE | predF  
  
r = 0.031000  
  
sphs = pack.regularHexa(pred,r,0., color=(.5,.5,.5))  
  
O.bodies.append(sphs)
```

A ferramenta `pack` permite a geração automática de arranjos granulares ou partículas, como esferas, dentro de limites definidos. Ele é frequentemente utilizado para criar geometrias iniciais para simulações granulares. Desta forma, cria-se uma forma onde serão inseridas, em uma única vez, esferas posteriormente.

As condições de contorno no YADE são definidas por um módulo que contém classes que definem e aplicam, por exemplo, paredes fixas, paredes móveis, condições periódicas. Ele permite aos usuários configurar as fronteiras do sistema simulado de acordo com suas necessidades. Seriam, assim, corpos inseridos na simulação cujo objetivo é limitar e definir o ambiente no qual ela ocorrerá. Para exemplo, observe abaixo um trecho do código desenvolvido, onde planos ou walls são inseridos a simulação a partir da definição de posições máximas e mínimas de esferas já existentes.

```
for b in O.bodies:
```

```
    if isinstance(b.shape, Sphere):
```

```
        topo = max([b.state.pos[2] for b in O.bodies])
```

```
        base = min([b.state.pos[2] for b in O.bodies])
```

```
        y1 = max([b.state.pos[1] for b in O.bodies])
```

```
        y2 = min([b.state.pos[1] for b in O.bodies])
```

```
        x1 = max([b.state.pos[0] for b in O.bodies])
```

```
        x2 = min([b.state.pos[0] for b in O.bodies])
```

```
PlanoTopo = O.bodies.append(utils.wall((0.,0.,topo),axis=2,color=(0,1,1), material = mat))
```

```
PlanoBase = O.bodies.append(utils.wall((0.,0.,base),axis=2,color=(0,1,1), material = mat))
```

```
Planox1 = O.bodies.append(utils.wall((x1,0.,0.),axis=2,color=(1,1,0), material = mat))
```

```
Planox2 = O.bodies.append(utils.wall((x2,0.,0.),axis=2,color=(1,1,0), material = mat))
```

```
Planoy1 = O.bodies.append(utils.wall((0.,y1,0.),axis=2,color=(0,1,0), material = mat))
```

```
Planoy2 = O.bodies.append(utils.wall((0.,y2,0.),axis=2,color=(0,1,0), material = mat))
```

Por fim, módulo Interações é um componente fundamental para as simulações no YADE. Ele descreve como as partículas interagem umas com as outras no contexto das simulações granulares. Esse módulo é responsável por calcular as forças entre as partículas, bem como outras interações físicas, como atrito, coesão e forças de contato.

O módulo Interações compreende vários aspectos. As leis de contato, por exemplo, definem como as partículas interagem entre si quando estão em contato, determinando, portanto, as forças normais e tangenciais entre elas bem como a detecção de colisões. Uma vez detectada uma colisão, o módulo de Interações é também responsável por calcular essa colisão, aplicando forças apropriadas para separar as partículas e evitar sobreposições. Além disso, esse módulo mantém um registro de todas as interações entre as partículas durante a simulação e atualiza essas interações conforme as partículas se movem e interagem umas com as outras.

Outro aspecto abordado pelo módulo Interações são os modelos de força. Assim, por esse módulo os modelos físicos que descrevem as forças entre as partículas são definidos. Esses modelos podem incluir forças elásticas, forças de amortecimento, atrito, coesão e outros.

Esse modelo geralmente vem inserido nos “motores” da simulação que são objetos que controlam a simulação. Esses motores são responsáveis por realizar diferentes aspectos do processo de simulação, como avançar no tempo, aplicar forças às partículas, lidar com colisões e interações, entre outros. Dentre os motores comuns, destacam-se os motores de tempo, responsáveis por avançar a simulação no tempo, os motores de interação, que contém o módulo de interação e os motores de visualização, que controlam a exibição da simulação em tempo real. Seguem-se os motores utilizados nas simulações deste trabalho:

```
O.engines = [  
    ForceResetter(),  
    InsertionSortCollider([Bo1_Sphere_Aabb(),Bo1_Wall_Aabb()]),  
    InteractionLoop(  
        [Ig2_Sphere_Sphere_ScGeom6D(),Ig2_Wall_Sphere_ScGeom()],  
        [Ip2_FrictMat_FrictMat_FrictPhys()],
```

```

Ip2_CohFrictMat_CohFrictMat_CohFrictPhys(setCohesionNow=True)],

[Law2_ScGeom_FrictPhys_CundallStrack(),

Law2_ScGeom6D_CohFrictPhys_CohesionMoment()]

),

PyRunner(command='addPlotData()',iterPeriod=1000),

NewtonIntegrator(damping=.3, gravity=(0.,0.,-9.8), label='newton'),

]

```

O IGeomFunctor, descrito como Ig2 no trecho de código acima, um dos motores físicos da simulação, descrevem como duas formas irão interagir durante a simulação. Ele é responsável por resolver as configurações de colisão e cria geometrias de interação.

O IPhysFunctor, por sua vez, descrito como Ip2 no trecho de código acima, é responsável por calcular as interações entre as partículas e aplicar as forças correspondentes, de acordo com as leis físicas e modelos específicos escolhidos para a simulação. No caso deste trabalho, optou-se pelos motores físicos que relacionam materiais friccionais, ou seja, sem coesão seguindo as leis físicas de fricção e materiais coesivos que seguem as leis de coesão. Baseado nos motores físicos de geometria e físicos, escolhe-se, por fim, segundo qual lei constitutiva os corpos da simulação irão interagir.

É importante destacar que, além dos módulos descritos anteriormente, o usuário é livre para criar funções segundo as necessidades da sua simulação. Essas funções serão executadas pelo código a cada período de tempo determinado pelo próprio usuário e são inseridas nos motores da simulação através da função PyRunner. No caso do trecho código acima, a função “addPlotData()”, que plota os gráficos dos ensaios, é executada a cada 1000 passos de tempo.

4. METODOLOGIA

A metodologia empregada neste estudo foi estruturada para reproduzir o comportamento de quebra de partículas individuais submetidas à compressão unidimensional, por meio de simulações numéricas realizadas com o Método dos Elementos Discretos (DEM). A abordagem proposta está organizada em três etapas principais: (i) a investigação dos parâmetros que influenciam o comportamento de ruptura de uma única partícula, (ii) a calibração do modelo numérico com base em dados experimentais disponíveis na literatura, com posterior validação probabilística por meio da teoria de Weibull e (iii) simulações em corpos de prova de diferentes escalas, de forma a avaliar o efeito do tamanho.

4.1 AVALIAÇÃO DOS PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM A QUEBRA DE UMA PARTÍCULA

Inicialmente, buscou-se entender quais os parâmetros exercem influência no comportamento de quebra de uma partícula do solo e a maneira segundo a qual o exercem. Para isso, optando-se pela aproximação por aglomerado, modelou-se uma partícula formada pela união de esferas coladas umas à outras por meio de forças coesivas. A ruptura ocorre quando a força normal ou tangencial no contato entre duas subpartículas excede o valor limite da coesão estabelecida.

Nesta etapa, analisaram-se três variáveis principais. A primeira variável que se buscou compreender foi a resistência interna da partícula devido a heterogeneidade do material que a compõe. Para isso, modelou-se uma partícula cilíndrica formada por subpartículas coladas umas às outras segundo uma distribuição normal de coesões. A distribuição normal de coesões tem como objetivo reproduzir os efeitos das trincas e defeitos internos à partícula e, a partir daí, simular o comportamento de quebra da partícula formada por determinado material.

Em seguida, observou-se a influência da forma da partícula na sua resistência. Para isso, uma partícula com forma irregular foi modelada de modo a recriar uma partícula real de areia. Também nesta etapa observou-se se o ângulo segundo o qual a partícula era comprimida influenciava o seu comportamento de quebra. Variando assim o ângulo de compressão, sempre sorteado a partir de uma distribuição normal de ângulos, analisou-se a resistência da partícula. Destaca-se que, nesta etapa, a fim de verificar somente a influência da forma e ângulos de

compressão, a coesão entre subpartículas foi mantida constante, não havendo, portanto, variação de resistência interna causada pela heterogeneidade do material.

Finalmente, todas as variáveis foram observadas em uma única partícula, ou seja, em uma partícula de forma irregular, sorteou-se o ângulo de compressão do ensaio bem como todas as coesões entre subesferas.

Cada simulação de cada etapa foi repetida centenas de vezes, seguindo o método proposto por Monte Carlo, com redistribuição aleatória das coesões e dos ângulos de compressão, quando necessário, visando captar o efeito estatístico das falhas internas. As curvas força-deslocamento, as resistências finais e os modos de ruptura foram analisados para cada variação testada.

4.2 CALIBRAÇÃO COM DADOS REAIS E ANÁLISE PROBABILÍSTICA

Com base nos resultados experimentais de Tarantino e Hyde (2005), obtidos para partículas de areia da praia de Dogs Bay na Irlanda, calibraram-se os parâmetros do modelo numérico para que a simulação de uma única partícula virtual reproduzisse adequadamente o comportamento físico observado. As partículas reais foram agrupadas por faixas granulométricas, e a aplicação da teoria de Weibull forneceu os parâmetros estatísticos de resistência: o módulo de Weibull (m) e a tensão característica (σ_0).

A fim de simular falhas estruturais inerentes ao material, a coesão entre as subpartículas foi atribuída segundo uma distribuição normal com média de 500 kPa e desvios padrão variando de 400 a 800 kPa. Valores negativos foram truncados para zero, representando ligações sem resistência mecânica. O método de Monte Carlo foi utilizado para sortear essas coesões em cada nova simulação, permitindo avaliação estatística robusta da variabilidade dos resultados.

A cada conjunto de 100 simulações, calcularam-se os parâmetros (m) e (σ_0) da distribuição de Weibull, repetindo-se o processo até a estabilização de (m), o que indicava a suficiência da amostra estatística. Observou-se que essa estabilidade foi atingida em aproximadamente 600 simulações.

Durante esta etapa, foram ainda investigadas:

- Influência do número de subesferas: para garantir a representatividade do aglomerado.
- Velocidade de compressão: testando valores entre 0,01 e 1 mm/s, observando-se que não houve impacto significativo nos resultados.
- Efeito do tamanho da partícula: por meio da análise de partículas com mesmo número de subesferas, mas com diferentes diâmetros (0,48 mm, 0,60 mm e 0,72 mm), confirmando o efeito de escala previsto por Weibull.
- Influência da forma: criando nove geometrias distintas a partir de partículas reais e analisando suas respostas mecânicas em diferentes ângulos estáveis de compressão.
- Análise conjunta dos efeitos: combinando aleatoriedade na coesão, forma e rotação, foi possível simular o comportamento de um material granular real com elevada dispersão estatística.

4.3 SIMULAÇÕES EM CORPOS DE PROVA CILÍNDRICOS

Com o objetivo de avaliar o efeito de escala e as mudanças no comportamento de ruptura em volumes maiores e para experimentar o efeito estatístico da quebra em uma partícula, foram conduzidas simulações de compressão uniaxial em corpos de prova cilíndricos de diferentes dimensões, porém geometricamente semelhantes.

As forças de adesão entre subpartículas seguiram a mesma distribuição normal empregada na etapa anterior, assegurando a existência de falhas internas e zonas de fraqueza. A probabilidade de ocorrência de contatos sem resistência foi estimada estatisticamente, considerando o volume total de subpartículas e a distribuição aleatória dos defeitos.

Para cada cilindro, foram realizadas séries de 300 ensaios com redistribuição das coesões por Monte Carlo. As resistências finais foram analisadas probabilisticamente e comparadas às previsões teóricas de Weibull e Bazant.

Além das distribuições de resistência, foi caracterizado o padrão de ruptura predominante em cada escala, desde falhas inclinadas localizadas em corpos menores até falhas difusas e progressivas nos maiores volumes. Essa transição corrobora o efeito de tamanho descrito na literatura para materiais frágeis.

5. QUEBRA DE UMA PARTÍCULA

Para obtenção dos objetivos definidos, dividiu-se a metodologia em duas principais etapas. Inicialmente, desenvolveu-se uma metodologia para simular a quebra de uma única partícula genérica, utilizando o Método dos Elementos Discretos. Utilizou-se inicialmente para essa etapa uma partícula cilíndrica de modo a analisar preliminarmente se as hipóteses adotadas representavam de fato o comportamento de quebra de uma partícula. Em seguida, buscou-se determinar um design que representasse de maneira mais aproximada o comportamento de partículas reais e então as hipóteses da etapa anterior foram aplicadas, testadas e analisadas. Essa etapa é muito importante uma vez que se estabelece o design da partícula e, em seguida, os parâmetros necessários para que a quebra virtual simule o comportamento de uma partícula real de modo mais preciso. Na etapa seguinte, os parâmetros e design estabelecidos são então aplicados de maneira a simular uma partícula de areia real, calibrando os parâmetros das simulações de modo a se obter uma partícula que represente de maneira fiel uma partícula real. A partir de imagens de partículas de areia, partículas virtuais foram criadas, definindo-se os seus parâmetros de quebra.

5.1 QUEBRA DE UMA ÚNICA PARTÍCULA

5.1.1 DESIGN DA PARTÍCULA

Para simular a quebra de uma única partícula, optou-se pela aproximação por aglomerado, onde a partícula é criada a partir da junção de subpartículas menores, coladas umas às outras, como mostra a Figura 5.1. Quando a força no contato excede um limite, as subpartículas são permanentemente separadas, representando assim a quebra.

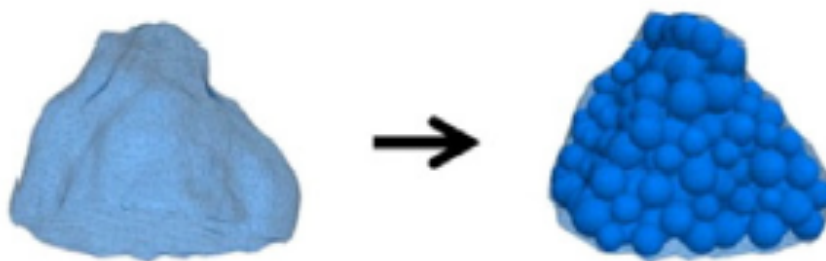


Figura 5.1 – Aproximação por aglomerado (Afshar et al., 2017)

Para modelar numericamente a quebra é necessário, inicialmente, definir quais os fatores que influenciam o seu comportamento e definem a maneira pela qual a partícula será construída. Desta forma, em um primeiro momento, investigou-se quais aspectos do design da partícula seriam determinantes no seu comportamento de quebra. Assim, optou-se por analisar a variação da resistência interna, representada pela adesão entre as subpartículas, e a maneira pela qual a partícula é comprimida no ensaio de compressão unidimensional, representada pelo ângulo de rotação no qual a partícula sofre a compressão, como mostra a Figura 5.2.

Os parâmetros do material usado em todas as simulações desta etapa foram os mesmos. Definiu-se um módulo de Young (E) de 500 kPa, Poisson de 0,3 e uma densidade do grão de 2600 kg/m³. O diâmetro das subpartículas esféricas é de 0,015 m.

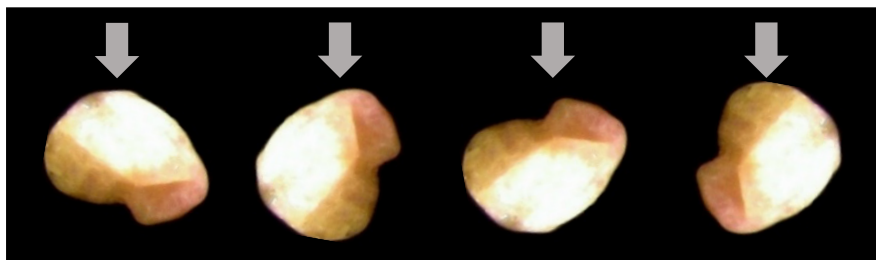


Figura 5.2 – Rotação de ensaio.

Para analisar a influência da variação da resistência interna no processo de quebra, um primeiro teste foi realizado em um corpo de prova cilíndrico, comprimido entre dois planos. O corpo de prova é formado por 13000 subpartículas esféricas coladas umas às outras, como mostra a Figura 5.3 a seguir. A “cola” entre as subpartículas é representada por forças de adesão que seguem uma distribuição normal de probabilidade, representada na Figura 5.4, com média igual a 100 kPa e desvio padrão de 50 kPa. À medida que a o corpo de prova é comprimido, as forças entre as subpartículas aumentam. O limite para esse crescimento é a adesão entre elas. Assim, se a força entre as subpartículas é maior que a adesão, as duas subpartículas são separadas. Desta forma, o corpo de prova “cilíndrico” eventualmente se divide quando os contatos agora não ligados formam uma superfície contínua em toda a partícula.

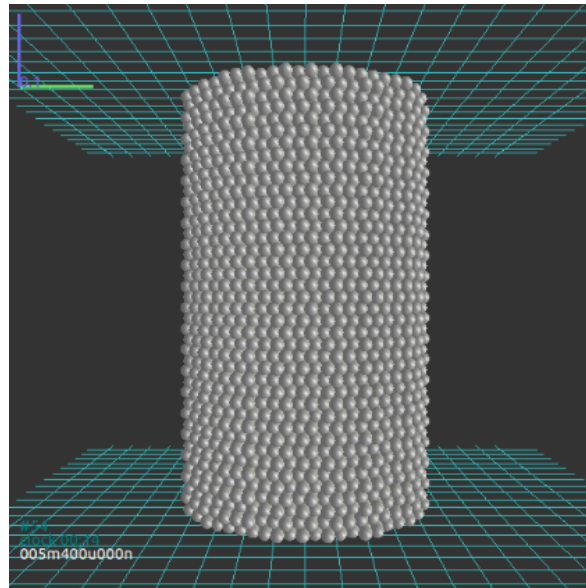


Figura 5.3 – Partícula cilíndrica para investigação da resistência interna.

O ensaio de compressão foi repetido 200 vezes, mantendo a partícula com as subpartículas nas mesmas posições e a mesma taxa de deslocamento do plano de compressão. Optou-se por repetir o ensaio 200 vezes como uma estimativa inicial, visando, com este número de repetições, obter uma estabilização dos resultados obtidos.

A única variação nos ensaios, nesta primeira etapa, foi a distribuição das adesões entre as subpartículas esféricas, definida a partir da mesma distribuição normal, mas sempre sorteadas novamente. O objetivo desta etapa consiste em analisar a maneira pela qual a variação da resistência interna do corpo de prova cilíndrico afeta na sua resistência final.

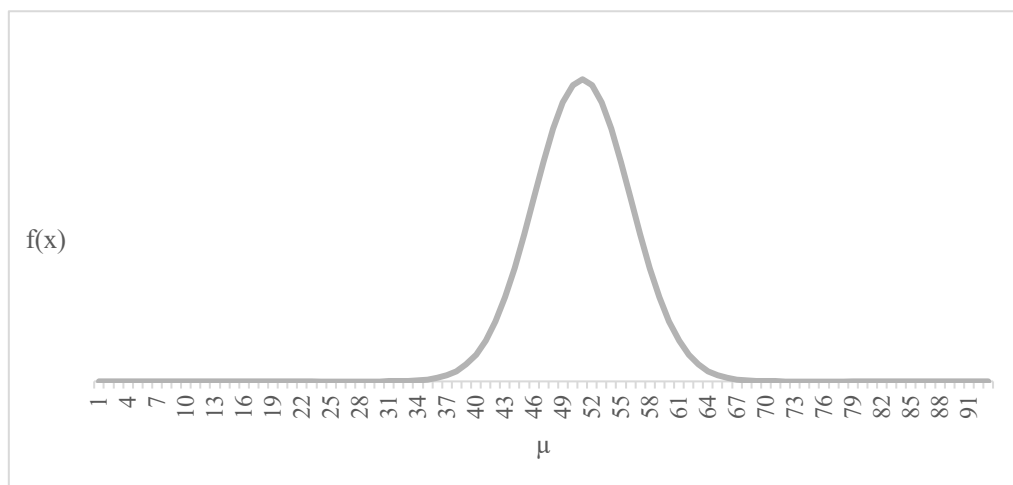


Figura 5.4 – Distribuição de probabilidade da adesão entre as subpartículas do corpo de prova cilíndrico.

Conforme esperado, as diferentes distribuições de adesão entre as subpartículas do corpo de prova originaram diferentes curvas de força x deslocamento (Figura 5.5), revelando comportamentos de resistência distintos de acordo com a sua resistência interna. A frequência de distribuição de resistência final dos corpos de prova segue uma distribuição aproximadamente normal como mostrado na Figura 5.6. Tal fato já era esperado uma vez que a distribuição de probabilidade das adesões entre as subpartículas segue uma distribuição igualmente normal. Além disso, diferentes tipos de quebra devido aos planos de fraqueza distintos que se formaram em cada teste como mostra a Figura 5.7.

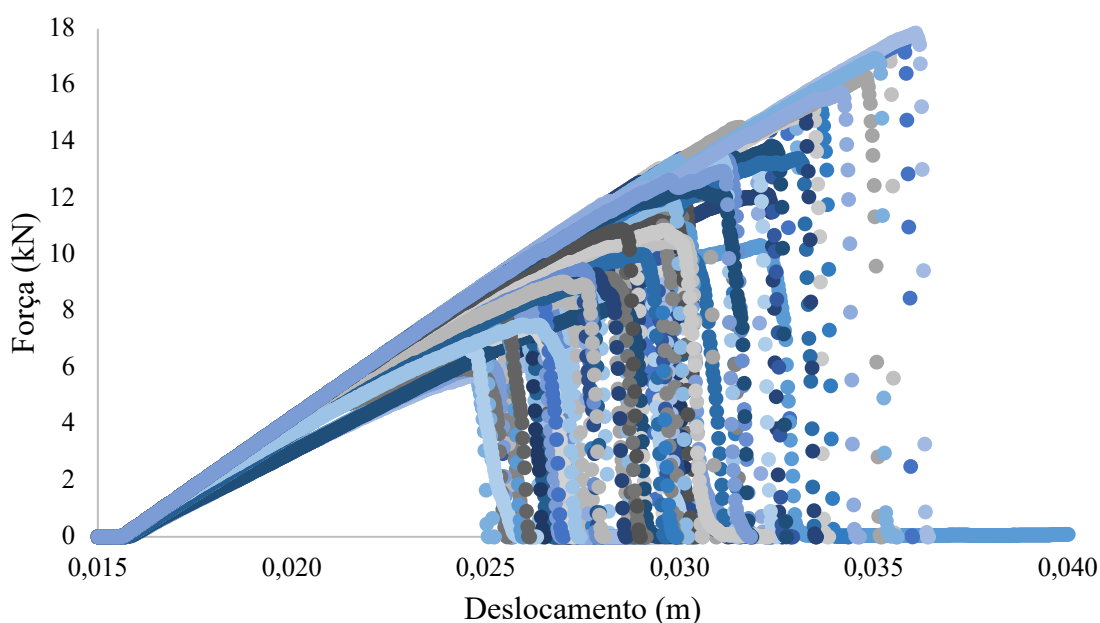


Figura 5.5 Força x deslocamento dos corpos de prova cilíndrico.

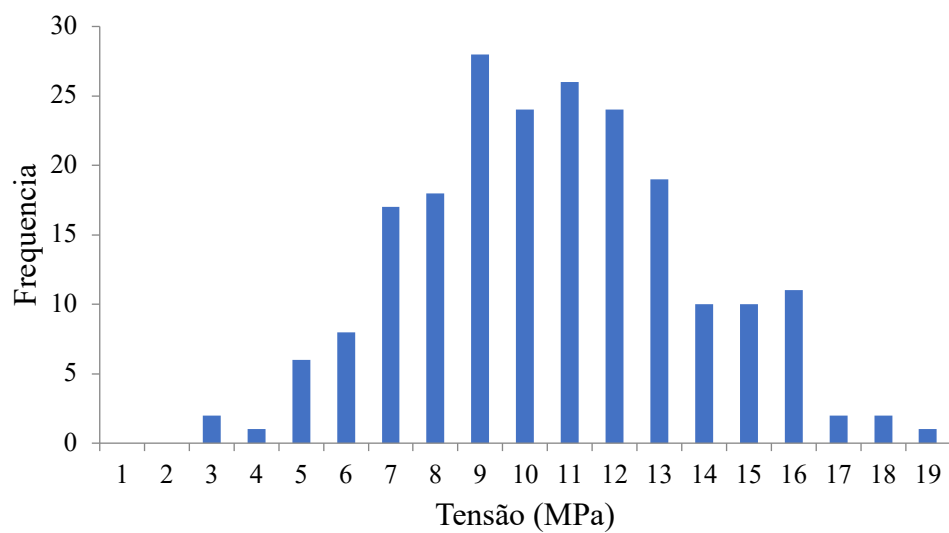


Figura 5.6 – Distribuição da resistência final dos corpos de prova.

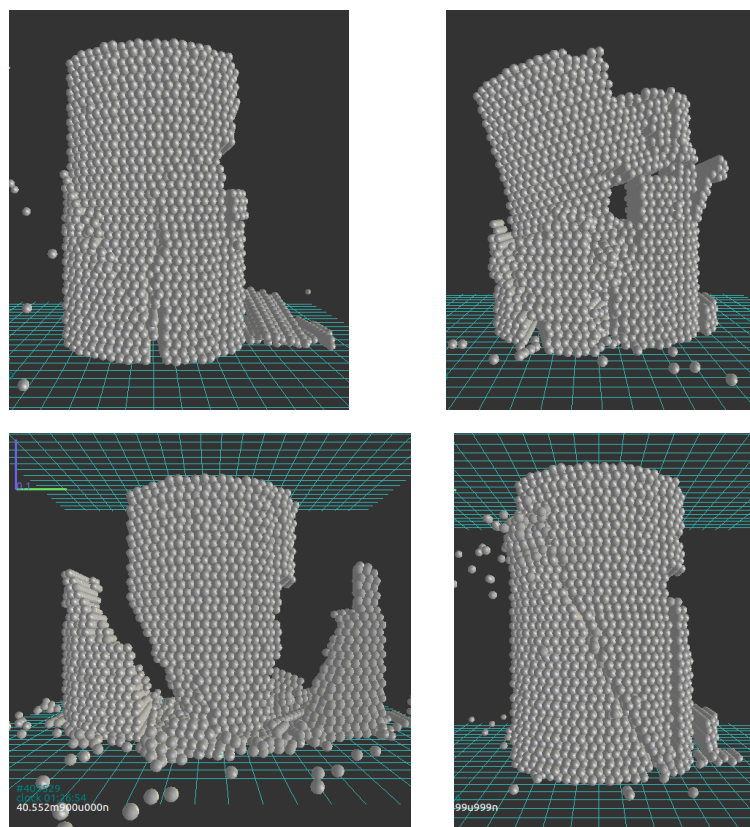


Figura 5.7 – Quebras observadas no corpo de prova cilíndrico.

A forma segundo a qual a partícula é orientada durante um teste de compressão também pode determinar o comportamento da quebra. A fim de investigar este aspecto, uma segunda série de testes virtuais foi realizado em uma partícula de forma irregular também formada a partir da união de 1000 subpartículas esféricas coladas umas às outras por uma força de adesão. A forma criada para as compressões virtuais imita a forma de um grão de areia real, como mostra a Figura 5.8.

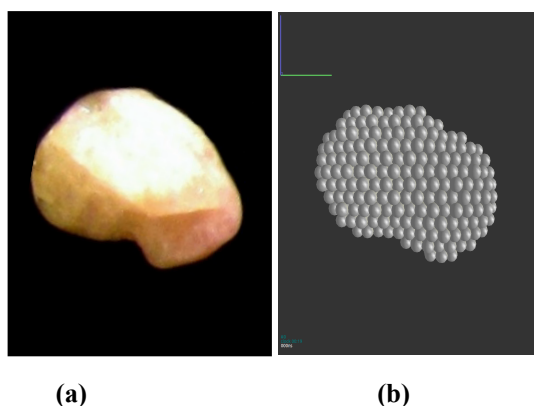


Figura 5.8 – Partícula com forma. (a) Partícula real de areia reproduzida. (b) Partícula de areia virtual.

Nesta série de testes, a forma da partícula, a adesão entre as subpartículas e a taxa de deslocamento do plano superior foram mantidos. Por sua vez, o ângulo da partícula em relação ao eixo x variou segundo uma distribuição de probabilidade normal com média igual a 90° e desvio padrão de 30° .

O ensaio de compressão foi repetido 200 vezes, assim como na etapa prévia. Os ângulos de rotação aos quais as partículas foram submetidas nos 200 testes estão representados na Figura 4.9. É importante destacar que, diferentemente da etapa anterior, nesta etapa de ensaios, a partícula está confinada por seis planos, como mostra a Figura 5.10. Este confinamento é não só importante, como necessário, pois trava a partícula, mantendo a inclinação inicial da partícula até a sua quebra. Se a partícula estivesse confinada somente pelos dois planos do ensaio de compressão, a partícula estaria livre para girar rigidamente no início do ensaio em busca de um novo ponto de contato que garantisse um momento nulo na partícula.

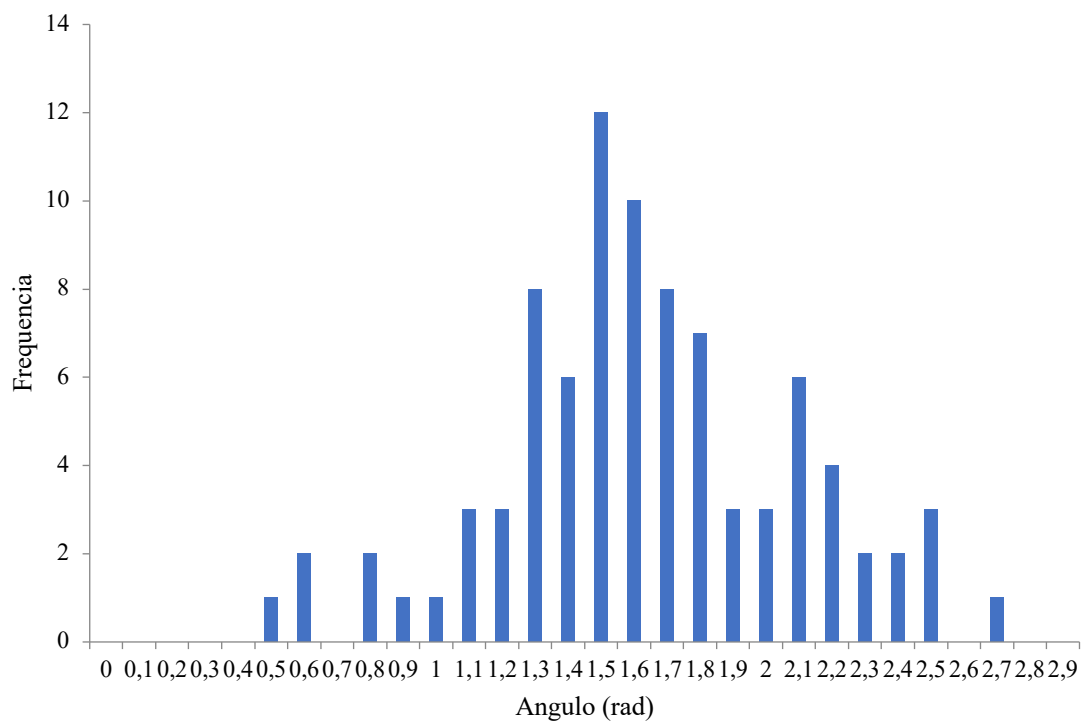


Figura 5.9 – Distribuição dos ângulos de rotação

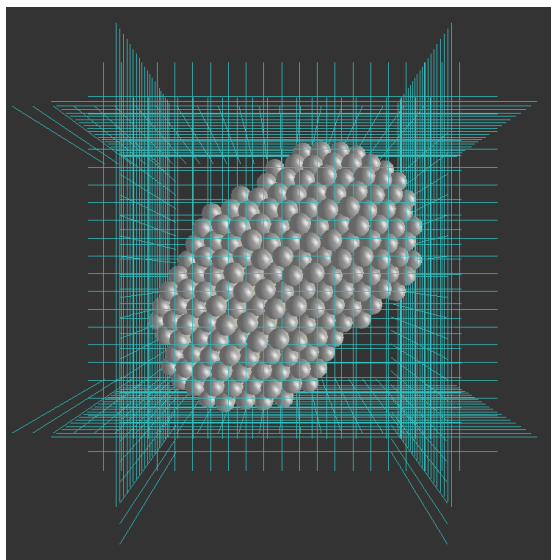


Figura 5.10 – Planos de confinamento

Assim como com o corpo de prova cilíndrico, as diferentes rotações nas quais as partículas foram comprimidas também geraram diferentes curvas de força x deslocamento, sendo que a

distribuição das resistências finais seguiu, igualmente, uma distribuição normal de probabilidade. Estes resultados estão mostrados na Figura 5.11 e 5.12. Os diferentes tipos de quebra observados podem ser vistos na Figura 5.13.

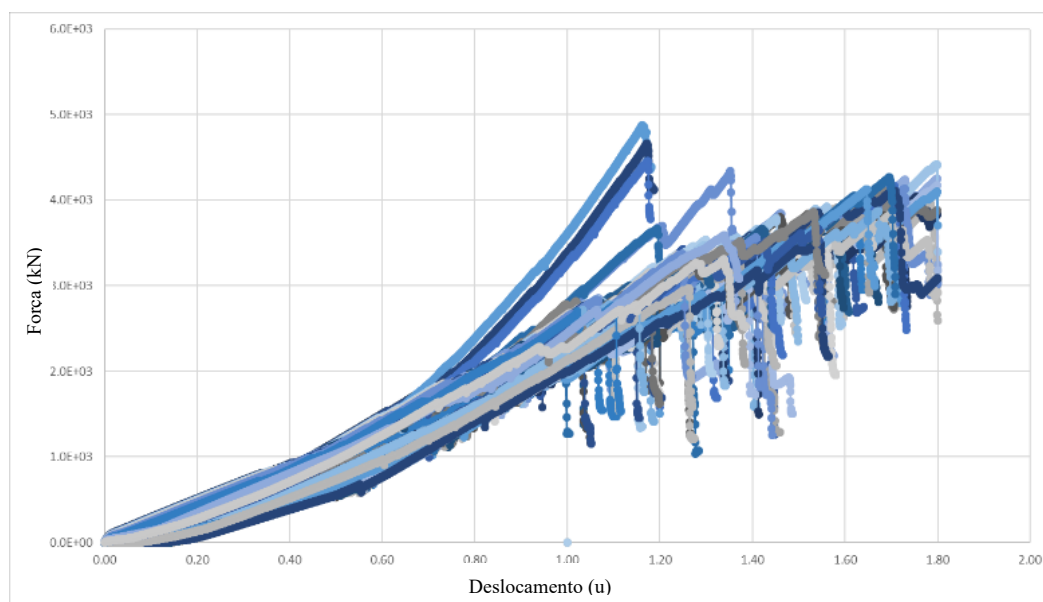


Figura 5.11 – Força x deslocamento das partículas rotacionadas.

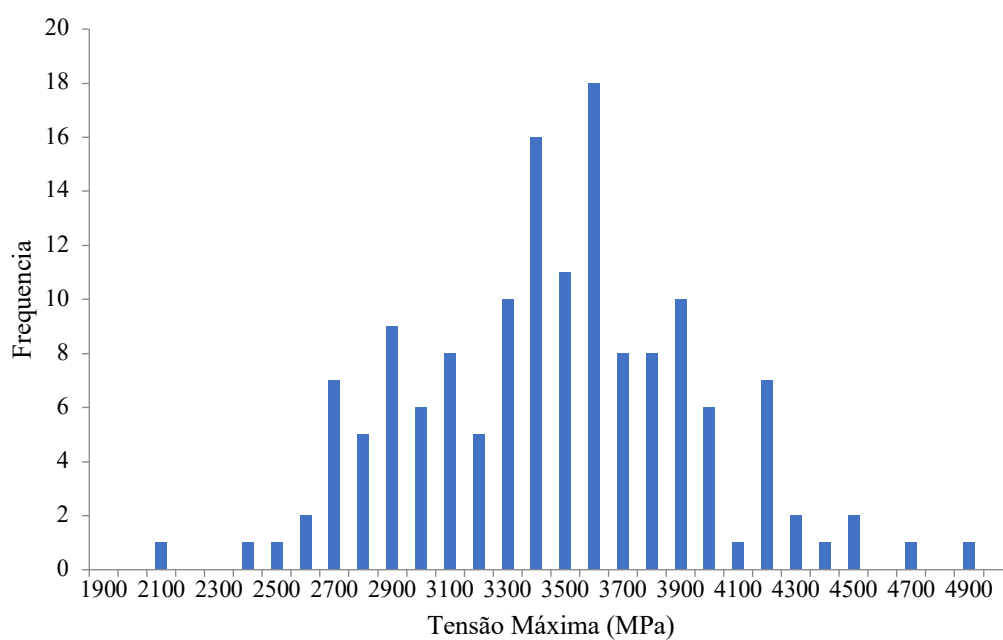


Figura 5.12 – Distribuição da resistência final das partículas com diferentes rotações.

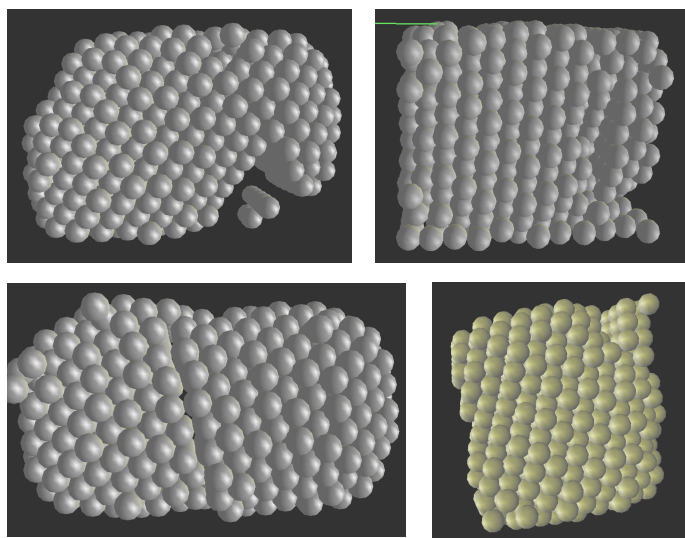


Figura 5.13 – Quebras observadas nas partículas com diferentes rotações.

Em uma terceira série de testes, a mesma partícula com forma (Figura 5.8) foi comprimida. Entretanto, desta vez, a Orientação inicial da partícula foi mantida fixa e a distribuição de adesões entre as subpartículas variou seguindo a mesma distribuição probabilística da primeira série de testes. O objetivo desta etapa foi verificar a influência unicamente da forma da partícula em seu comportamento final. Mais uma vez, todos os outros parâmetros foram mantidos constantes. Desta vez, repetiu-se esta etapa 100 vezes. Assim como anteriormente, diferentes comportamentos de força x deslocamento foram observados (Figura 5.14) e as resistências finais seguiram a distribuição normal de probabilidade (Figura 5.15), assim como a distribuição imposta às adesões.

Finalmente, o efeito da orientação aleatória da orientação da partícula bem como a adesão entre as subpartículas foi analisado conjuntamente em uma quarta série de testes. Os resultados dos ensaios de compressão encontram-se na Figura 5.16, mostrando, mais uma vez, comportamentos distintos de resistência das partículas. O histograma resultante, mostrado na Figura 5.17, por sua vez, mostra mais uma vez uma tendência a uma distribuição normal dos resultados obtidos.

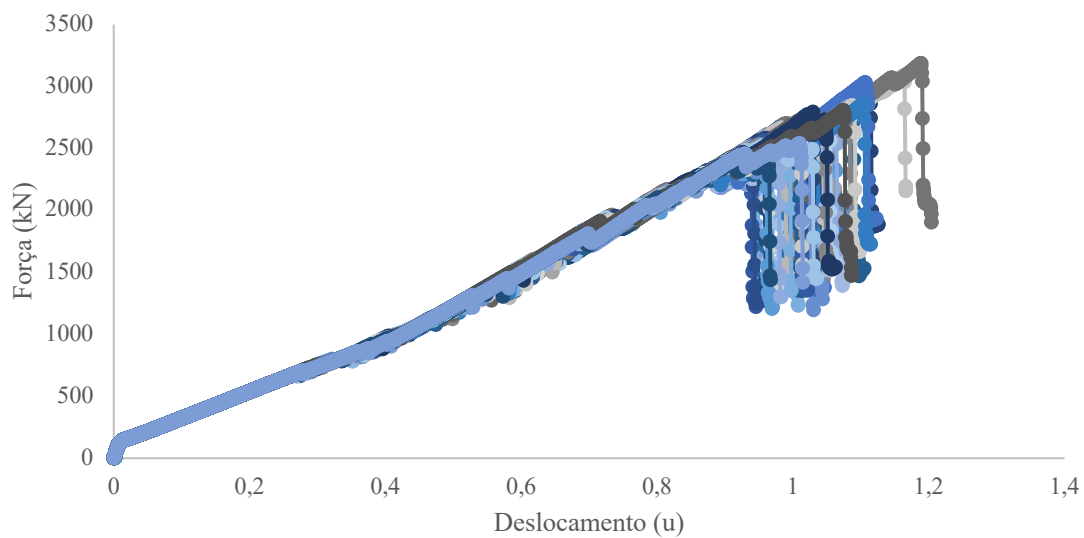


Figura 5.14 – Força x deslocamento das partículas com forma e distribuição normal de adesão entre as subpartículas.

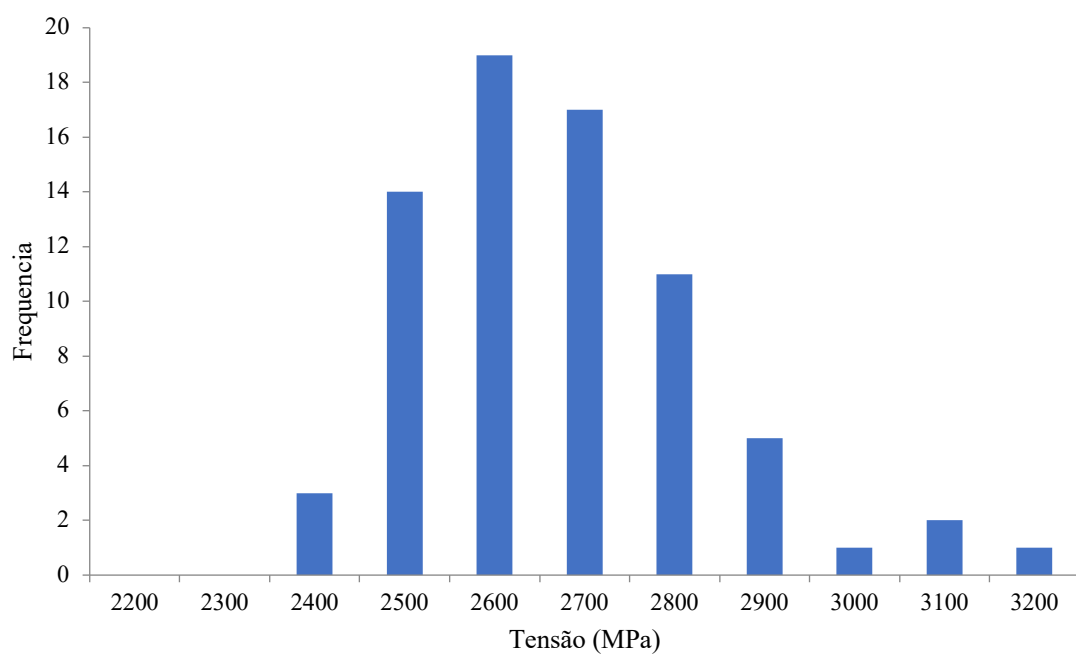


Figura 5.15 – Distribuição da resistência final das partículas com forma e distribuição normal de adesão entre as subpartículas.

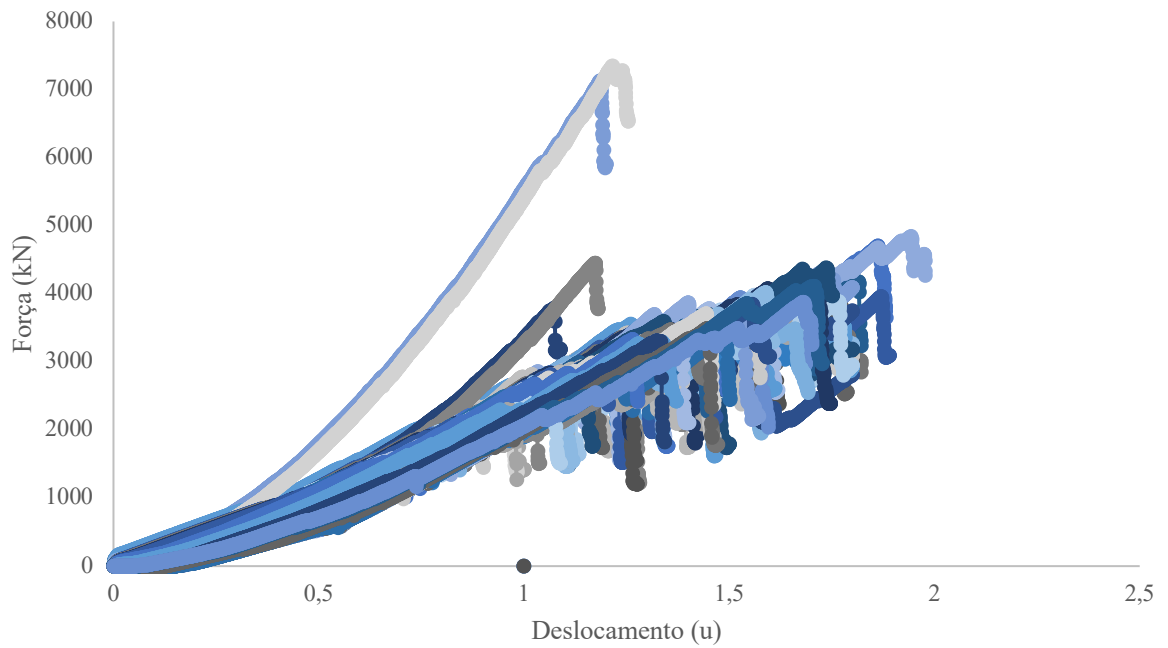


Figura 5.16 – Força x deslocamento das partículas com sorteio dos ângulos de compressão e distribuição normal de adesão entre as subpartículas.

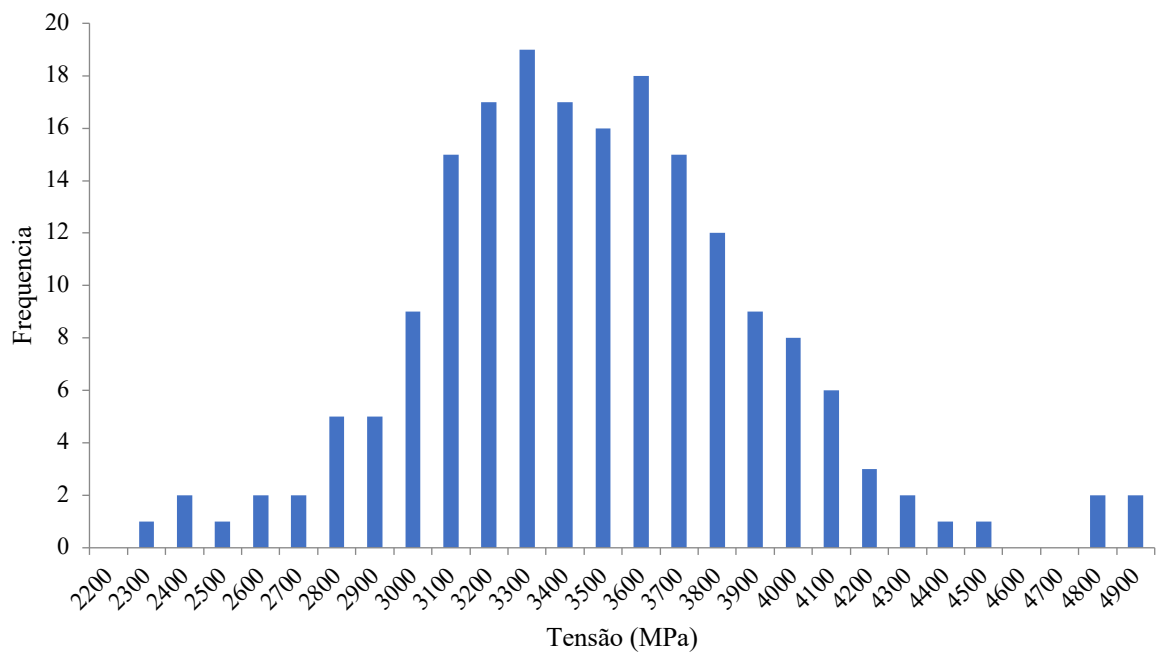


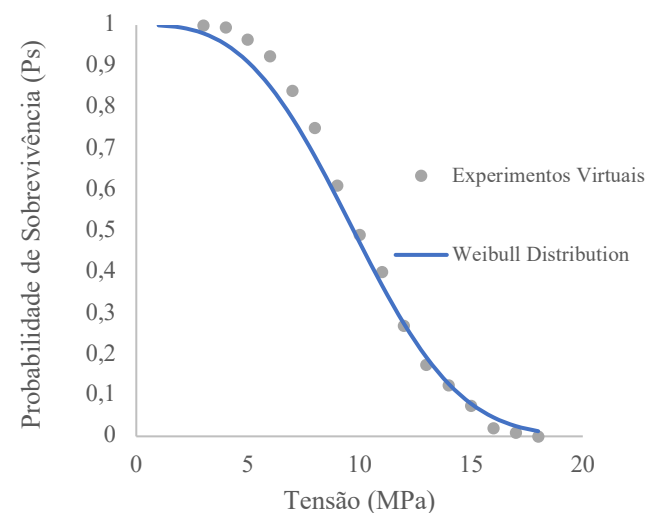
Figura 5.17 – Distribuição da resistência final das partículas com distribuição normal de ângulos e adesão entre as subpartículas.

A validação dos dados resultantes da simulação está na sua capacidade de retornar uma distribuição probabilística de Weibull, que revela a probabilidade de sobrevivência de uma partícula durante um ensaio de compressão. Assim, apesar de bastante coerente, as resistências finais das partículas retornarem uma distribuição probabilística normal não é suficiente para validar o parâmetro analisado como determinante no comportamento de quebra. A Figura 5.18 mostra que uma distribuição de Weibull se adequa relativamente bem à distribuição de probabilidade de sobrevivência, obtido de cada uma das quatro etapas anteriores desta metodologia. A Tabela 5.1 resume todos os parâmetros utilizados para calibrar as distribuições de Weibull. Assim, pode-se inferir que uma distribuição normal de forças de adesão e/ou rotações iniciais são adequadas para representar o comportamento de quebra de uma única partícula.

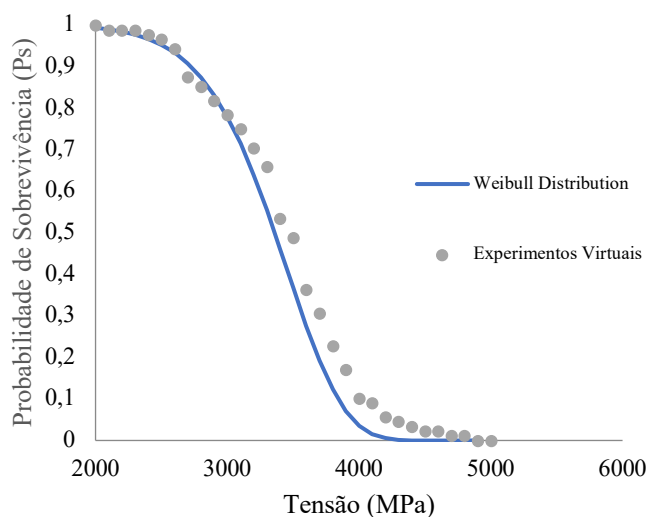
Na Figura 5.19 são comparadas as distribuições de probabilidade de sobrevivência derivados dos ensaios virtuais na partícula com forma. Como se pode notar, a distribuição normal de adesões na partícula com forma gerou uma distribuição de Weibull muito mais inclinada que as demais. Pode-se inferir de tal fato que o desvio padrão adotado inicialmente para a distribuição de adesões é muito pequeno ou que este parâmetro possui pouca interferência na distribuição de Weibull. Por outro lado, nota-se que o ângulo de rotação no qual a partícula está sendo comprimida possui função significativa. Isso acontece, pois o ângulo de rotação afeta o deslocamento dos pontos de contato entre as partículas, afetando a distribuição das forças internas à partícula.

Tabela 5.1: Parâmetros para as distribuições de Weibull

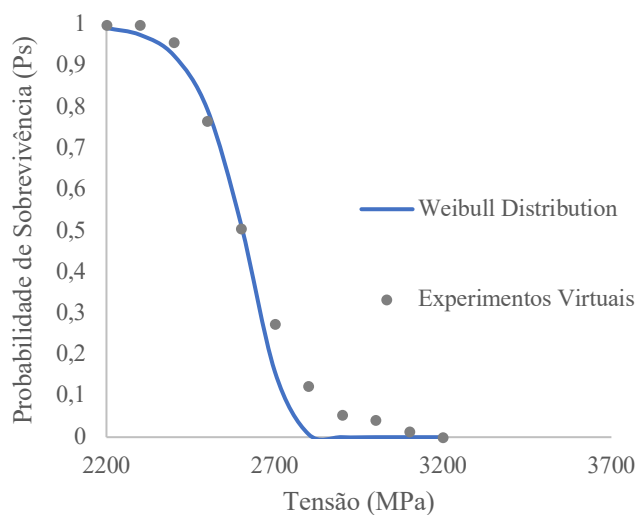
	σ_0 (MPa)	m
Partícula Cilíndrica	11.2	5
Distribuição de rotação em partícula com forma	3600	9
Distribuição de coesões em uma partícula com forma	2650	27
Distribuição de rotação e coesões em uma partícula com forma	3600	8



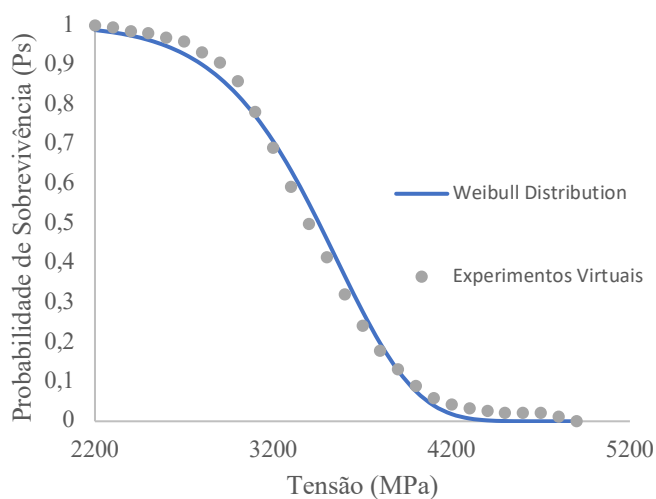
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.18 – Distribuições experimentais e de Weibull: (a) Corpo de prova cilíndrico; (b) Partícula com forma rotacionada; (c) Partícula com forma sem rotação e variação da adesão; (d) Partícula com forma rotacionada e com variação da adesão

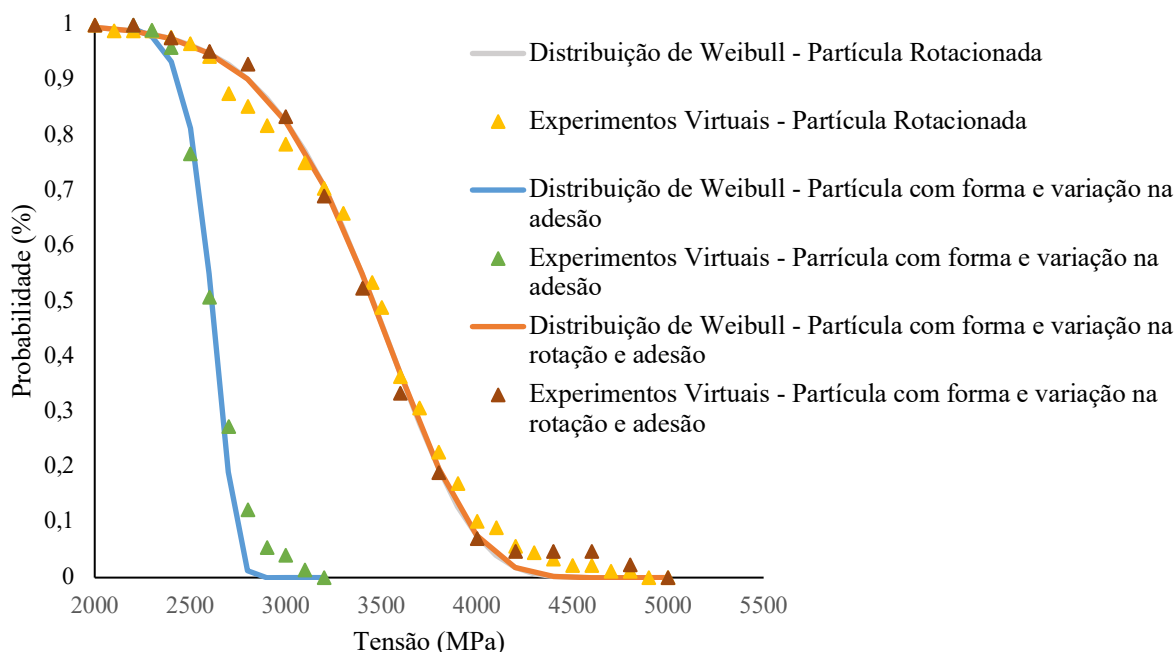


Figura 5.19 – Comparação das diferentes distribuições de Weibull

É importante salientar que nesta etapa da metodologia, o número de subpartículas e número de ensaios foi definido a partir de uma estimativa inicial visto que o principal objetivo é definir o quão importante é a resistência interna, a forma e o ângulo segundo a qual a partícula está sendo comprimida na quebra da partícula. Tais aspectos serão definidos com precisão no próximo item.

5.1.2 METODOLOGIA DE QUEBRA DE UMA ÚNICA PARTÍCULA

Uma vez definidos quais aspectos influenciam o comportamento da quebra de uma partícula e como o fazem, é necessário calibrar a modelagem de quebra de modo que o comportamento real da partícula seja reproduzido. Assim, é necessário definir ensaios reais que serão reproduzidos. Diante disso, optou-se pelos ensaios realizados por Tarantino e Hyde (2005) na areia de Dogs Bay (Figura 5.20), uma baía localizada na costa ocidental da Irlanda. Trata-se de uma areia composta por esqueletos calcários de organismos unicelulares denominados foraminíferos. As partículas dessa areia foram separadas em três classes monogranulares de 0.425 – 0.500 mm, 0.500 – 0.600 mm e 0.600 – 0.710 mm. Ensaios de

compressão unidimensional foram então realizados em amostras formadas por essas partículas e a quebra observada à medida que os ensaios foram acontecendo.

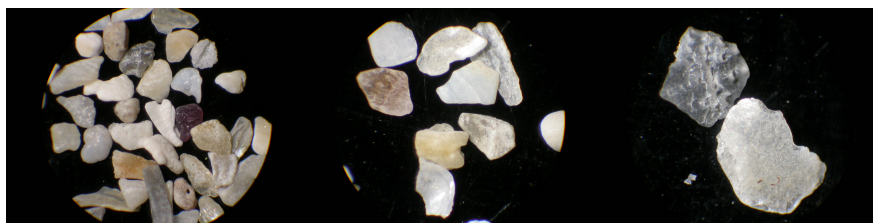


Figura 5.20 – Partículas de areia de Dogs Bay, Irlanda (Tarantino e Hyde, 2005)

Após a realização dos ensaios de compressão nessa areia, observou-se que a quebra era significativa no comportamento do material e optou-se pela aplicação da teoria de Weibull para a justificar. Para utilização dessa teoria, Tarantino e Hyde (2005) assumiram, portanto, que todas as partículas eram geometricamente similares. Tal fato pode ser considerado coerente devido a divisão em classes monogranulares realizada. Decorrente disso, admitiu-se que o número de contatos entre as partículas era o mesmo uma vez que todas possuíam o mesmo tamanho. Desta forma, a partir de tais considerações, foi possível aplicar a teoria de probabilidade de Weibull, que explica a quebra de uma única partícula, à amostra de Dogs Bay.

Para utilizar a teoria de Weibull, foram realizadas análises da probabilidade real de quebra de uma partícula presente na amostra a partir do que foi observado experimentalmente. Para que a probabilidade de Weibull representasse o comportamento do material, todavia, ainda seria necessário calibrar dois parâmetros importantes dessa distribuição: σ_0 e m . Como σ_0 corresponde ao valor em que 37% das partículas sobrevivem, esta variável foi facilmente identificada. m , por sua vez, foi calculado, a partir da inclinação da curva que relaciona σ_0 e o diâmetro de classe monogranular. Desta forma, chegou-se o valor de 2.1, correspondendo ao valor obtido por McDowell (2002) em seus experimentos para um único grão de areia.

Apesar dos ensaios de Tarantino e Hyde (2005) serem realizados em amostras de areia, neste estudo, analisou-se numericamente a probabilidade de sobrevivência de uma única partícula de areia de Dogs Bay. Desta forma, realizaram-se ensaios de compressão unidimensional em uma única partícula de areia.

Assim, a partir de uma partícula de areia real de Dogs Bay com diâmetro de 0.6 mm, uma partícula virtual foi desenhada. Visto que a técnica utilizada neste estudo para análise da quebra é a aproximação por aglomerados, a partícula virtual essencialmente é um conjunto de esferas

“coladas” umas às outras como mostra a Figura 5.21, formando a partícula de areia. A cola entre as esferas é representada por forças de adesão. À medida que a partícula então é comprimida, as forças entre as esferas crescem. Atingindo um limite de força, as partículas são então “descoladas” representando a quebra total ou fragmentação da partícula.

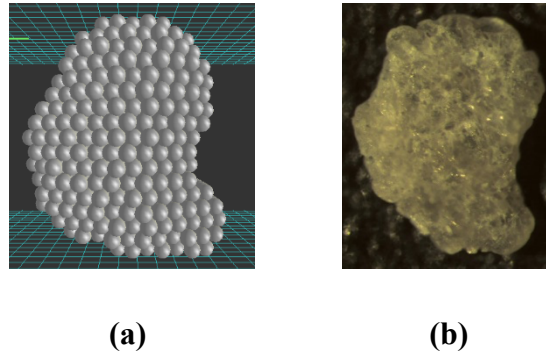


Figura 5.21 – Partícula: (a) Virtual, (b) Real

A sobrevivência de uma partícula, conforme afirma Weibull, depende que todos os componentes da partícula permanecem intactos. Desta forma, inserir falhas na partícula virtual é fundamental para que se utilize a probabilidade de Weibull de maneira coerente. Além disso, todas as partículas reais na natureza apresentam falhas e planos de fraqueza, representá-los em uma simulação virtual torna-se, portanto, indispensável.

A fim de inserir planos de fraqueza e falhas nas partículas de areia, assim como na amostra cilíndrica descrita anteriormente, optou-se por adotar uma distribuição normal para os valores de adesão entre as esferas. Desta forma, a partir de uma distribuição normal com valor médio de 500 kPa, os valores de 400 kPa, 500 kPa, 600 kPa, 700 kPa e 800 kPa foram adotados para o desvio padrão, observando o comportamento da partícula para cada um deles. É importante destacar que para os valores de desvio padrão maiores que o valor da média, ou seja, 600 kPa, 700 kPa e 800 kPa, a distribuição de coesões contará com um número considerável de valores negativos, conforme pode-se observar na Figura 5.22. Tais valores, antes de iniciada a compressão, são substituídos por zero visto que valores negativos de adesão não possuem qualquer significado físico. Assim, além de diferentes valores de adesão entre as esferas dentro da própria partícula, há esferas sem adesão. Isso garante tanto a existência de planos de fraqueza como a existência de falhas na partícula. Note-se também que cada esfera da partícula possui dois valores diferentes de adesão, sendo um valor para interações normais e outro para

interações tangenciais. Assim, uma mesma partícula pode apresentar um valor nulo de adesão na direção normal, por exemplo, enquanto sua adesão tangencial possui valor maior que zero.

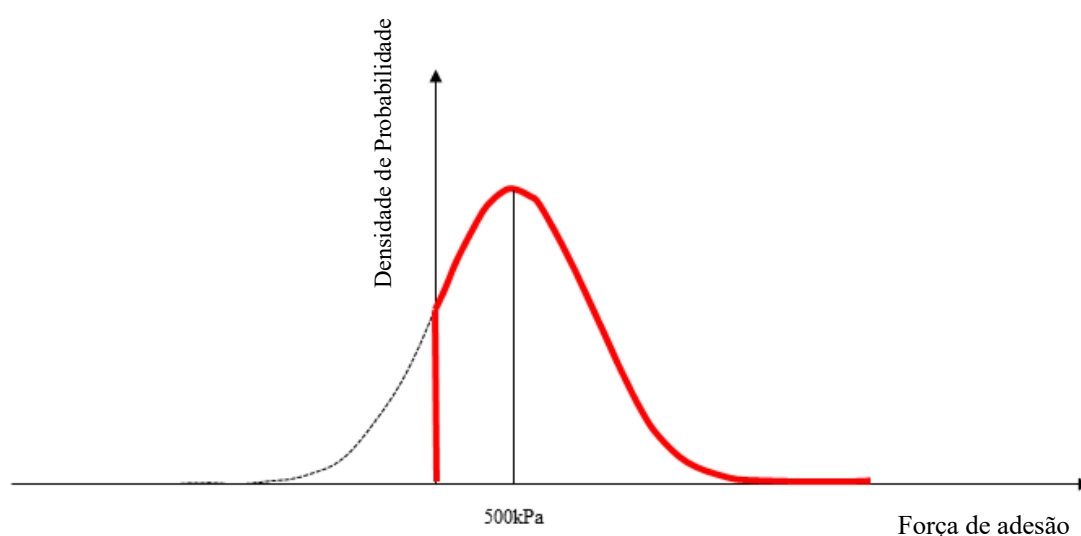


Figura 5.22 – Distribuição Normal adotada para valores de adesão entre as esferas da partícula

A Tabela 5.2 mostra os valores obtidos para σ_0 e m , mantendo-se a média de 500 kPa e adotando diferentes valores para o desvio padrão. Destaca-se que, para todos esses ensaios, foi utilizada uma mesma partícula com um mesmo número de sub-esferas, variando-se somente o desvio padrão da distribuição normal de coesões entre as sub-esferas. Uma vez que se deseja reproduzir o comportamento da areia de Dogs Bay, o valor de desvio padrão de 700 kPa foi adotado para os ensaios visto que este retorna um valor de m próximo ao obtido por Tarantino e Hyde (2005) em seus ensaios.

Tabela 5.2: Calibração do desvio padrão da distribuição de coesões

Desvio Padrão – SD (kPa)	σ_0 (kPa)	m
400	2582,5	4,4
500	2108,5	3,1
600	1718,4	2,5
700	1512,5	2,1
800	1339,9	1,8

Além das falhas, é importante também definir o número de esferas que será necessário para que a partícula seja representativa. Desta forma, testaram-se três partículas, sendo uma

formada por 500 esferas, outra formada por 1000 esferas e, finalmente, uma última formada por 2000 esferas. A escolha destes valores foi orientada por Lim e McDowell (2007) que definiram em seus estudos um número mínimo de 500 esferas em um aglomerado para ser possível captar corretamente o comportamento de uma partícula real. As partículas testadas estão mostradas na Figura 5.23.

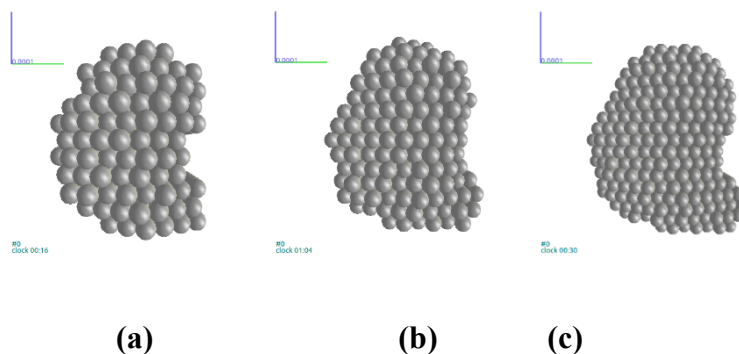


Figura 5.23 – Partículas ensaiadas com: (a) 500 esferas, (b) 1000 esferas, (c) 2000 esferas

Após criadas, as partículas foram comprimidas em um ensaio de compressão unidimensional. Para isso, elas foram posicionadas sobre um plano enquanto outro exercia a compressão lenta. O esquema do ensaio está exemplificado na Figura 5.24.

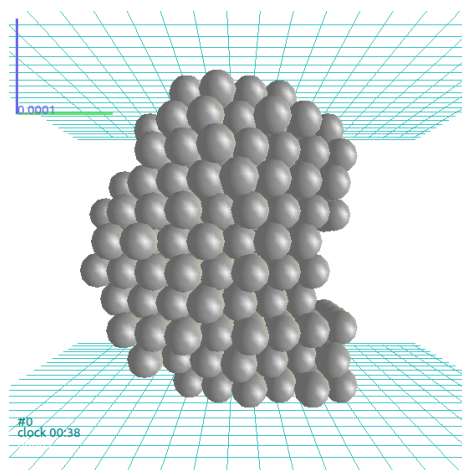


Figura 5.24 – Esquema ensaio de compressão unidimensional em uma única partícula

Para um único ensaio de compressão, os dados de entrada necessários para caracterizar a partícula são a média e o desvio padrão da distribuição normal de adesão entre as esferas da partícula. Cada ensaio fornece, por sua vez, como dados de saída, a tensão limite suportada pela partícula ensaiada e a deformação sofrida por essa partícula.

Uma vez que Weibull é uma função de probabilidade, é importante definir, entretanto, uma população de análise que seja aceitável. Uma análise única da compressão unidimensional não é suficiente para aplicar a distribuição de Weibull.

O método utilizado para definir a população necessária para análise da quebra pela distribuição de probabilidade de Weibull foi o Método de Monte Carlo. Este método é adequado para os casos nos quais variáveis aleatórias são utilizadas. Desta forma, a escolha por este método é justificada pela aleatoriedade da distribuição normal da adesão entre as esferas da partícula visto que, a cada novo ensaio de compressão unidimensional da partícula, uma nova distribuição normal é gerada, respeitando sempre a mesma média e desvio padrão. A partir de cada nova distribuição gerada, os valores para cada contato são também aleatoriamente sorteados para as adesões entre as esferas, atribuindo mais uma aleatoriedade aos ensaios.

Utilizando, assim, o Método de Monte Carlo, após uma série de ensaios de compressão unidimensional, define-se σ_0 e m da distribuição de Weibull correspondente. Adotou-se para essa primeira etapa uma quantidade de 100 repetições do ensaio de compressão. Em seguida, baterias de 50 ensaios adicionais são executadas. A cada nova bateria, definem-se novos σ_0 e m da distribuição de Weibull correspondente.

A população é considerada suficiente no momento em que de uma bateria de ensaios para outra não há mais variação do módulo de Weibull m que, finalmente, se estabiliza. Optou-se por adotar o módulo de Weibull como variável que define e calibra a população, pois ela reflete a variabilidade da resistência a tração da partícula. Estabeleceu-se, assim, que uma população de 600 ensaios é suficiente para analisar a quebra de uma partícula de areia de Dogs Bay por meio da análise de probabilidade de Weibull como mostra a Figura 5.25.

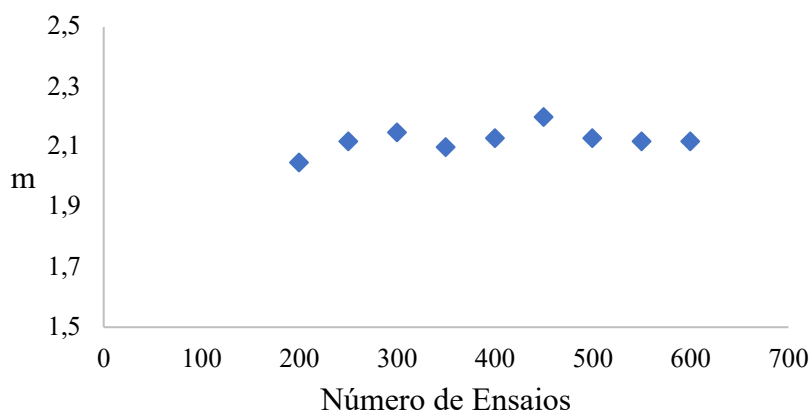


Figura 5.25 – Número de ensaios necessários para estabilização de m .

A resistência final de cada ensaio de compressão é registrada e, após cada bateria de ensaios, separada em faixas de valores similares de modo que seja possível construir seu histograma. O histograma obtido após a realização de todas as baterias de ensaios para a partícula formada por 500 esferas encontra-se na Figura 5.26. Pela observação deste histograma, pode-se inferir que a resistência final desta partícula segue uma distribuição normal muito similar a distribuição de adesões adotada para a partícula.

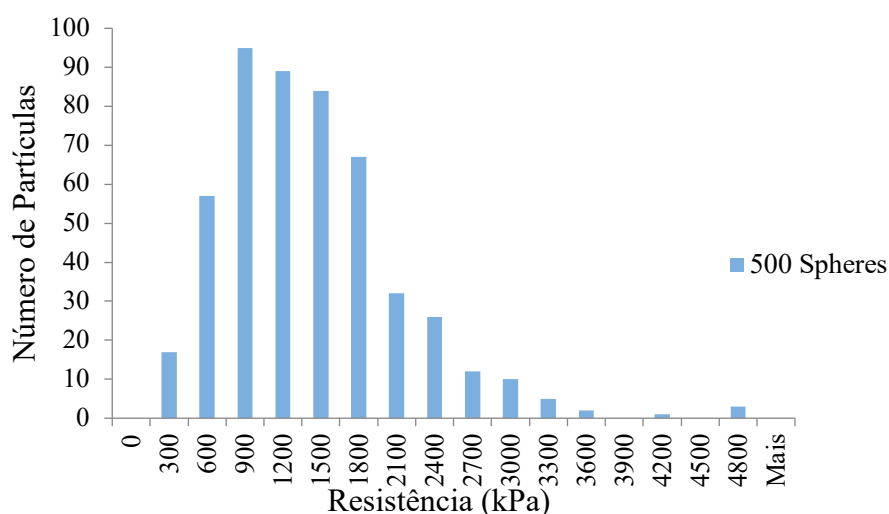


Figura 5.26 – Resistência final após 600 ensaios no aglomerado de 500 esferas

Definida a população necessária para utilizar a distribuição de Weibull, pode-se finalmente avaliar quantas esferas são necessárias para que a partícula reproduza de maneira fiel o comportamento real da partícula. Repetiram-se 500 ensaios de compressão em cada partícula e uma análise acerca do módulo de Weibull m de cada uma foi realizada. A Figura 5.27 mostra os histogramas das resistências finais de cada uma das partículas e a Figura 5.28 mostra o comportamento de m ao longo das baterias de ensaios.

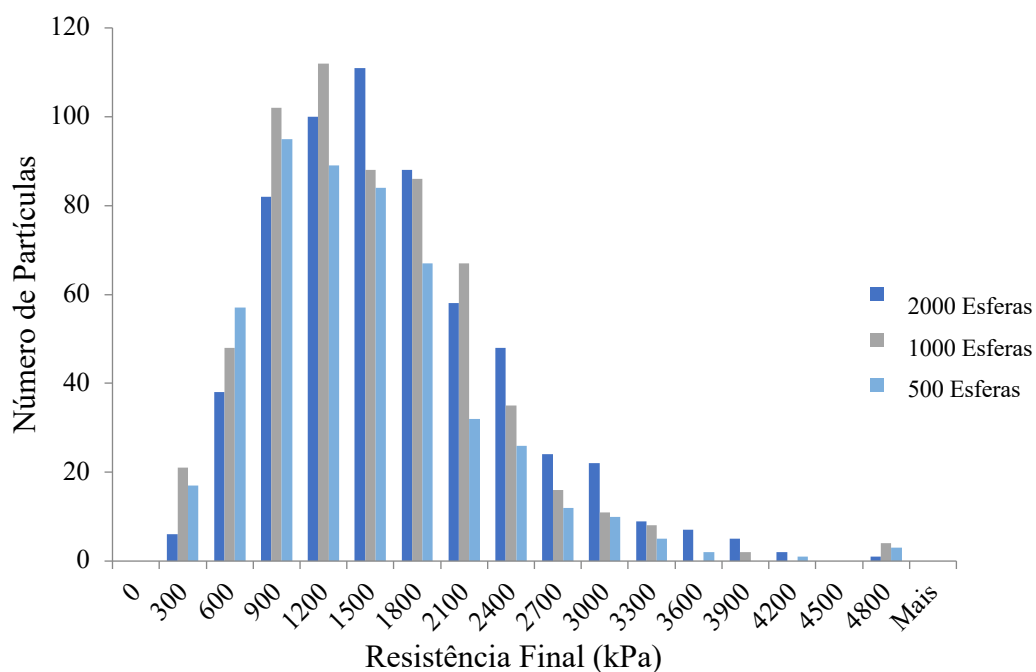


Figura 5.27 – Histograma de resistência final das partículas compostas por 500, 1000 e 2000 esferas

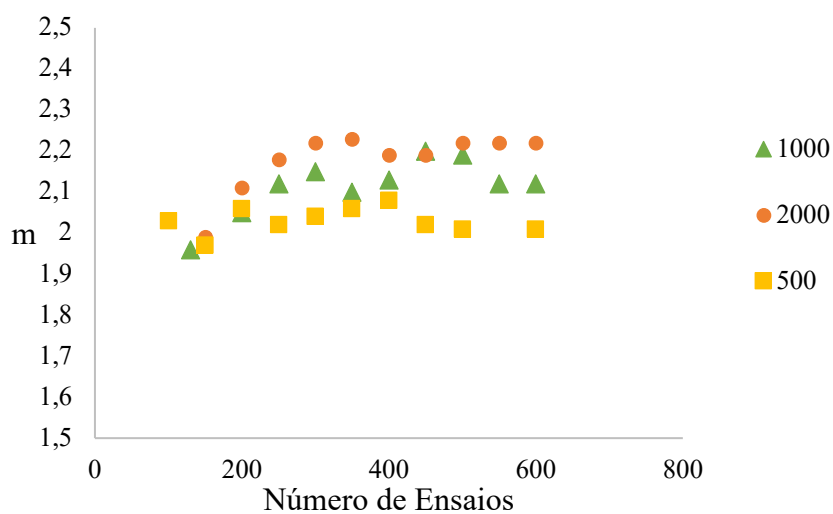


Figura 5.28 – Estabilização de m para os aglomerados compostos por 500, 1000 e 2000 esferas

Após análise do módulo de Weibull de cada uma das partículas, representado tanto pelo gráfico apresentado na Figura 5.28 quanto na Tabela 5.3, percebeu-se que, apesar de apresentarem comportamentos semelhantes, a partícula composta por 1000 esferas apresentou resposta mais próxima ao comportamento da areia de Dogs Bay. A Figura 5.29 mostra as curvas de Weibull resultantes dos ensaios com cada uma das partículas, formadas por 500, 1000 e 2000

esferas. A observação deste gráfico bem como da Tabela 5.3 confirma a escolha do número de esferas para o design da partícula virtual de areia.

Tabela 5.3: m de cada partícula após 600 ensaios

	m
Partícula de 500 esferas	2.02
Partícula de 1000 esferas	2.12
Partícula de 2000 esferas	2.22

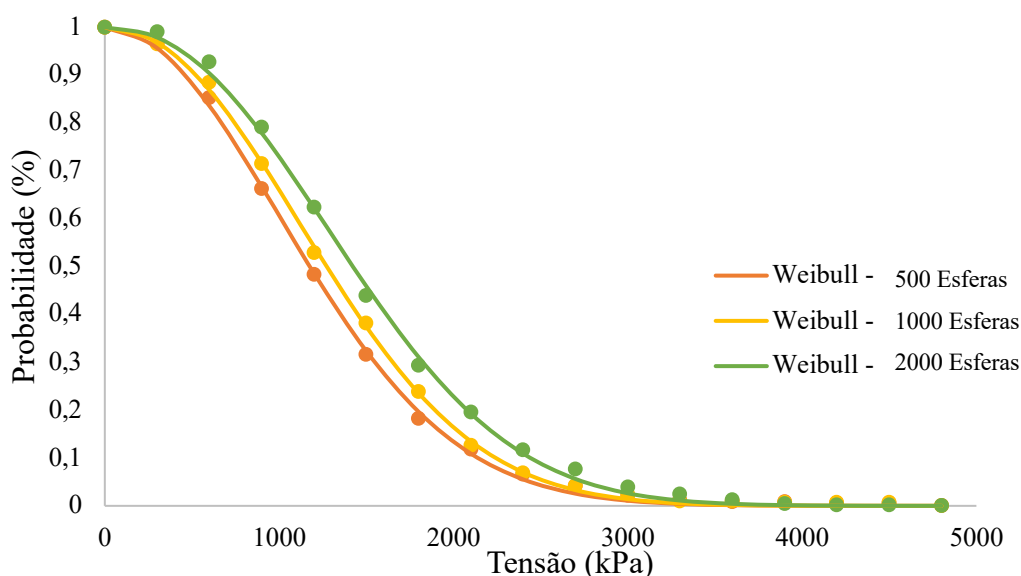


Figura 5.29 – Distribuição de Weibull para as partículas compostas por 500, 1000 e 2000 esferas.

Um parâmetro que também necessita ser calibrado é a velocidade segundo a qual a partícula é comprimida durante o ensaio. Esta calibração é importante visto que o comportamento das esferas que formam o aglomerado pode mudar mediante a velocidade sobre a qual estão sendo comprimidas. Assim, para testar o efeito da velocidade, três velocidades de 0,01, 0,1 e 1 mm/s foram adotadas durante a compressão da partícula. O resultado destes testes em termos de distribuição da probabilidade de sobrevivência da partícula está mostrado na Figura 5.30 e mostra que a velocidade de compressão não influencia nos resultados dos testes de compressão unidimensional. A velocidade de 0,1 mm/s então foi adotada para a realização dos ensaios.

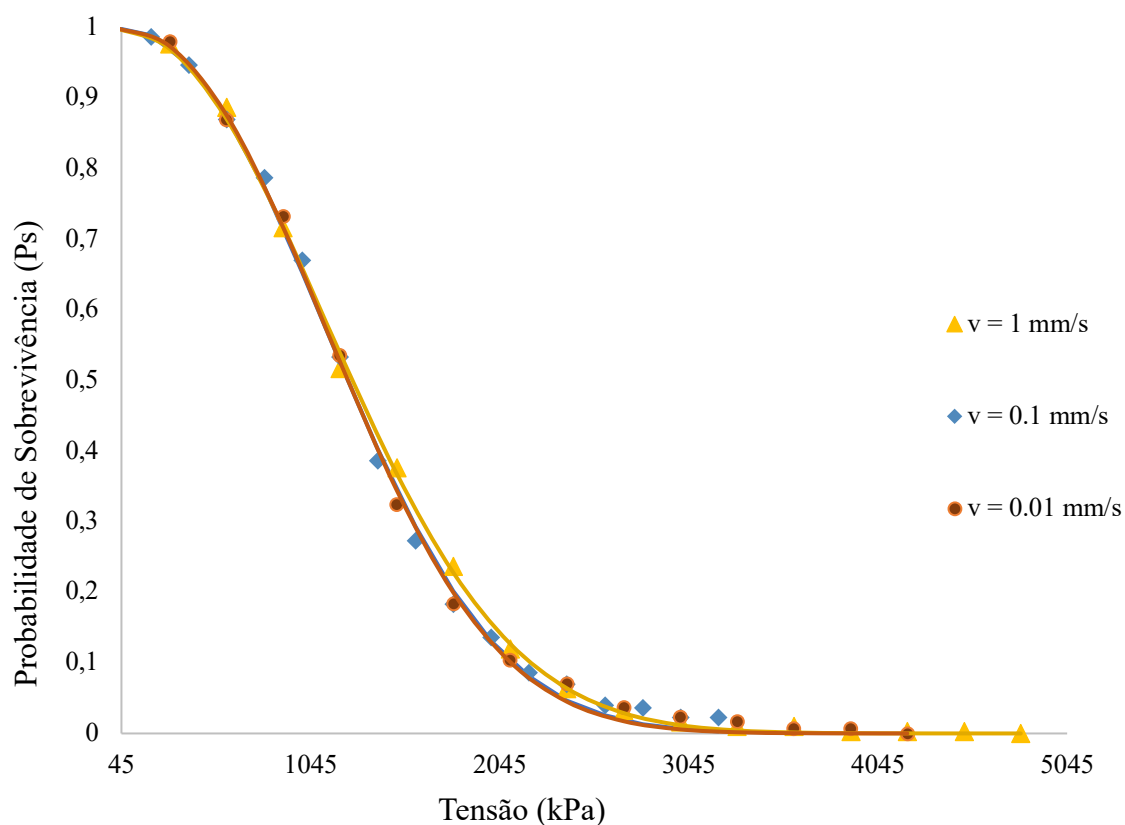


Figura 5.30– Efeito da velocidade nos ensaios de compressão unidimensional

5.2 EFEITO DO TAMANHO DA PARTÍCULA

Em suas equações, Weibull (1951) inseriu a influência do tamanho da partícula na determinação da sua probabilidade de sobrevivência, sendo maior a probabilidade de quebra para partículas maiores. Desta forma, para validar a metodologia de quebra proposta, é importante que os resultados, além de gerarem uma distribuição de Weibull, reflitam esse efeito do tamanho da partícula que está sendo comprimida. Para análise do efeito do tamanho da partícula na sua probabilidade de sobrevivência, adotou-se a partícula composta por 1000 esferas e diâmetro 0.6 mm como a partícula de referência. A partir dela, o comportamento das variações de tamanho foi analisado. Optou-se pela partícula composta por 1000 esferas pois a redução e o aumento do seu raio permitem que as novas partículas geradas tenham simulações viáveis. Ao contrário, por exemplo, a partícula composta por somente 500 esferas, ao ter seu diâmetro reduzido, forma uma nova partícula composta por número de esferas considerado insuficiente para reproduzir o comportamento real da partícula. Por sua vez, a partícula composta por 2000 esferas, ao ter seu raio aumentado, forma nova partícula composta por

número excessivo de esferas, tornando a simulação inviável devido ao alto custo computacional necessário.

Duas novas partículas foram criadas a partir da partícula de referência composta por 1000 esferas: uma 20% menor, com diâmetro 0.48 mm, e uma outra 20% maior, com diâmetro 0,72 mm. As novas partículas possuem aproximadamente 500 e 1700 sub esferas respectivamente. É importante destacar nesta etapa que as esferas que compõe as partículas possuem exatamente o mesmo diâmetro, sendo que a variação está presente no diâmetro do aglomerado e não das esferas. As três partículas analisadas encontram-se na Figura 5.31.

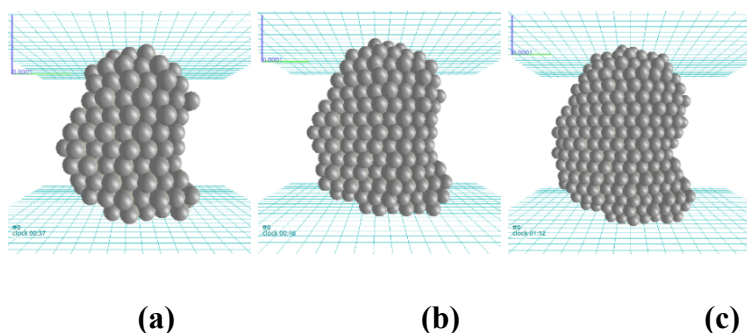


Figura 5.31 – Partículas usadas para investigação sobre efeito do tamanho: (a) $r = 0.48$ mm, (b) $r = 0.60$ mm, (c) $r = 0.72$ mm.

Cada uma das partículas, agora com diâmetros diferentes, foi comprimida 600 vezes de modo a captar sua distribuição de probabilidade de Weibull. O ensaio foi repetido 600 vezes, pois, como analisado na metodologia, gera uma estabilização de resultado na amostra. O histograma de resistência de cada uma das partículas encontra-se na Figura 5.32.

Conforme pode-se perceber, pela análise dos histogramas, a partícula maior concentra seus valores de resistência final em torno de valores menores quando comparado à partícula de referência e à partícula menor. Este fato revela que, de maneira geral, a partícula maior apresenta, de fato, uma resistência menor que as demais partículas. Comparando, por sua vez, a partícula de referência e a partícula menor, o mesmo acontece, sendo a partícula de referência menos resistente que a menor partícula.

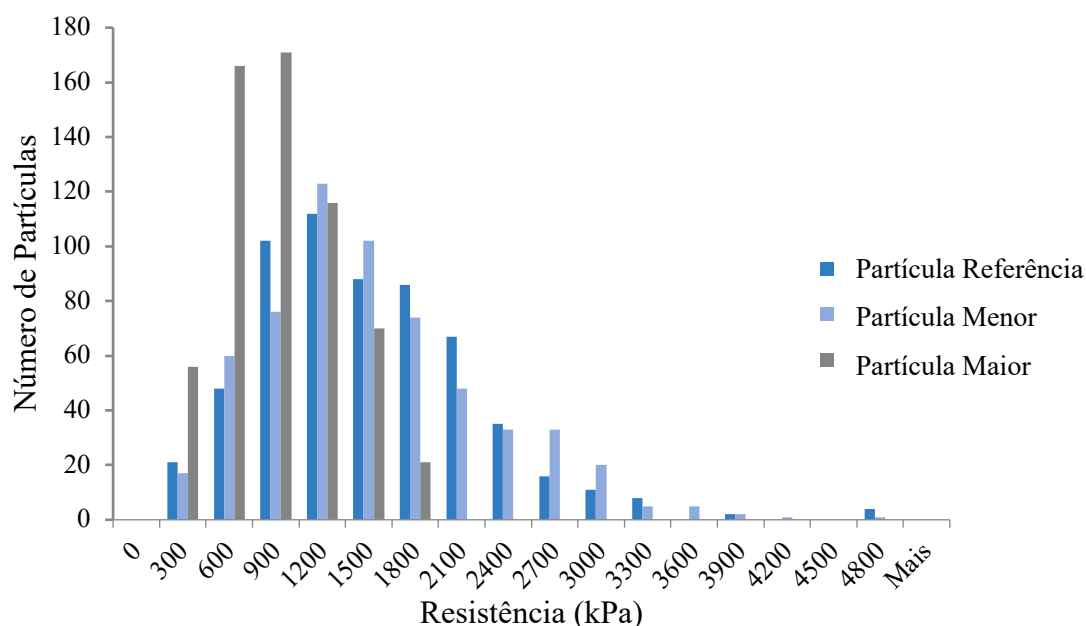


Figura 5.32 – Histograma de resistências de partículas de tamanhos diferentes

Cada um dos histogramas, permitiu a construção das distribuições de Weibull apresentadas na Figura 5.33. Infere-se da análise das distribuições de Weibull que a metodologia adotada para a quebra de uma única partícula reproduz de fato o comportamento real da partícula visto que o comportamento esperado e descrito por Weibull foi reproduzido numericamente por meio do Método dos Elementos Discretos. Conforme esperava-se, a partícula de menor diâmetro apresenta-se mais à direita do gráfico, mostrando sua maior resistência quando comparada às demais.

Assim, diferentemente de Robertson (2000), o efeito do tamanho da partícula foi corretamente capturado durante as simulações da metodologia desenvolvida. McDowell e Harireche (2002) atribuem essa incapacidade de captação do efeito do tamanho por Robertson (2000) às diferenças de geometria entre os tamanhos de aglomerados. Desta forma, pressupõe-se que a capacidade de captar o efeito do tamanho das partículas obtida neste estudo deve-se à adoção da mesma geometria das partículas que possuem apenas diâmetros diferentes, sendo a regularidade geométrica uma das limitações impostas para utilização da distribuição de probabilidade de Weibull.

Durante a execução das baterias de ensaio, analisou-se também o módulo de Weibull m de cada uma das partículas, como mostra a Figura 4.34. Percebeu-se que, assim como descrito por

Zhou et al. (2016) em seus estudos, o módulo m de Weibull é independente do tamanho da partícula. Este fato é comprovado pela similaridade dos módulos finais para cada uma das partículas analisadas, não apresentando, portanto, variação significativa.

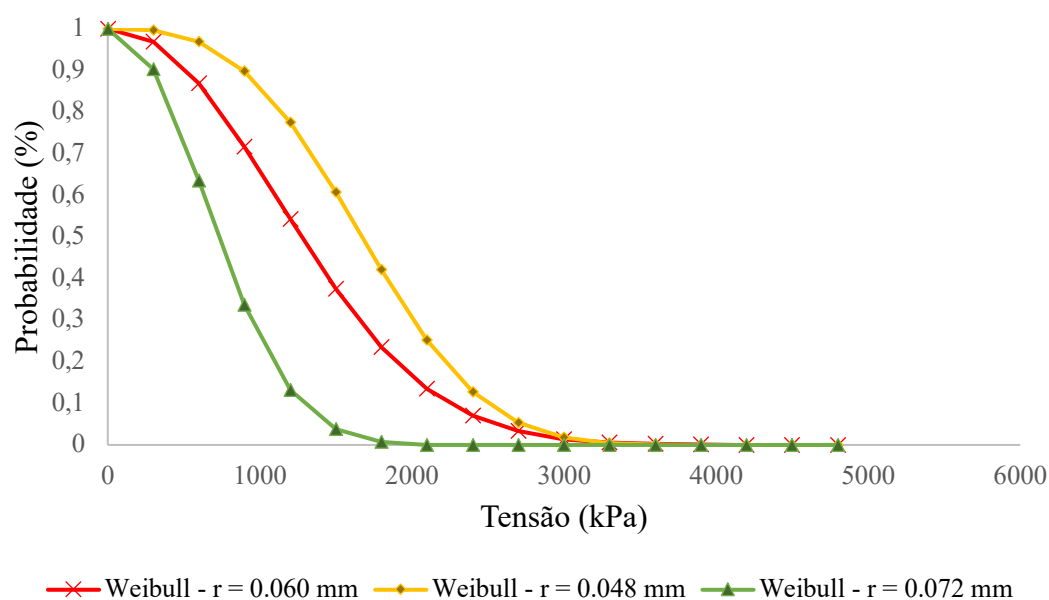


Figura 5.33 – Distribuição de Weibull para partículas com diâmetros diferentes

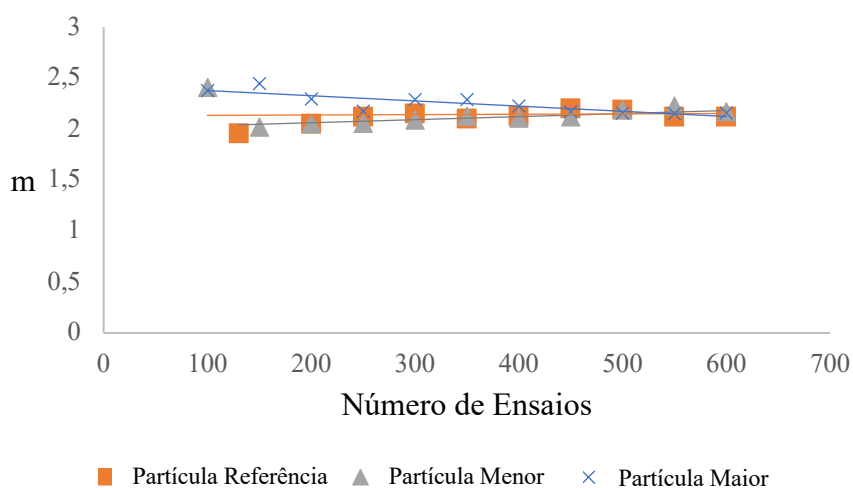


Figura 5.34 – Estabilização de m para as partículas de tamanhos diferentes

5.3 CALIBRANDO O MÓDULO DE WEIBULL m

Verificada a validade da aproximação numérica adotada, resta calibrar a partícula virtual de modo que ela simule o comportamento da partícula real. Uma vez que se optou por trabalhar com o módulo de Weibull m para validações e verificações, este também será o parâmetro utilizado para calibrar a partícula virtual, adequando-a ao esperado. Desta forma, calibrou-se a partícula de modo que reproduzisse, após os ensaios de compressão e quebra das partículas, o módulo de Weibull $m=3.1$, obtido por Tarantino e Hyde (2005) em suas análises.

Durante os ensaios, observou-se que a taxa entre a média e o desvio padrão adotados para a distribuição normal de adesões, que mantém coladas as esferas que compõem a partícula, influencia de maneira significativa a resposta de Weibull, alterando o módulo m . Acredita-se que, como m é característico do material, a variação da relação entre média e desvio padrão das coesões entre sub-esferas acarreta na mudança das falhas e planos de fraqueza, alterando assim, o material em questão. Desta forma, diferentes valores para essa relação de média e desvio padrão foram testados até que se chegasse ao valor desejado. A relação entre o coeficiente de variação e a variação de m pode ser observada da Figura 5.35.

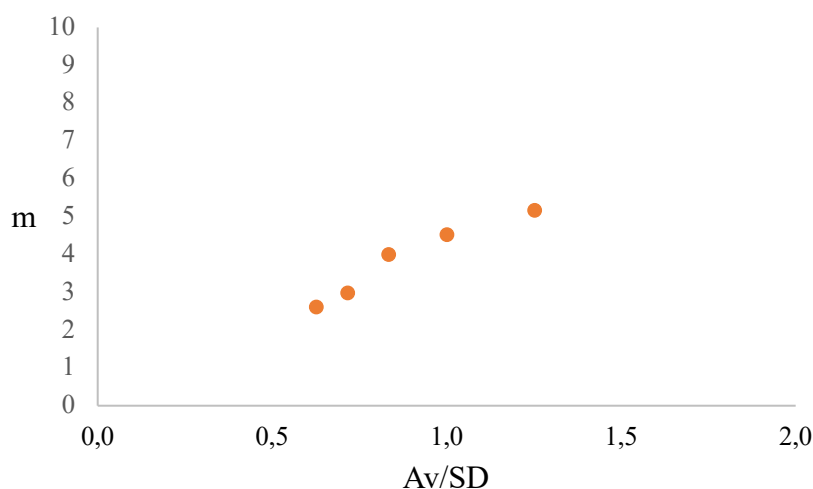


Figura 5.35 – Estabilização de m para diferentes taxas entre o Desvio Padrão (SD) e a Média (Av) da distribuição normal de adesões entre as esferas que compõe a partícula

Brzesowsky et al. (2011) afirmam que m reflete a quantidade de falhas dentro da partícula, sendo que partículas com valores de m menores, apresentam a resistência muito mais dependente do tamanho, segundo a seguinte expressão:

$$\sigma_0 \propto d^{-3/m} \quad (5.1)$$

Onde:

σ_0 é a tensão de referência;

d é o diâmetro da partícula; e,

m é o módulo de Weibull.

Tal fato foi observado, por exemplo, para a taxa de média/desvio padrão de 0.71, adotada para a construção da partícula. Esta relação retornou valores muito próximos aos obtidos por Tarantino e Hyde (2005). Observando assim o gráfico da Figura 5.36 percebe-se que a taxa adotada apresenta um dos menores valores de m quando comparado aos demais. Este valor, considerado pequeno, revela, portanto, uma partícula com resistência fortemente ligada ao seu tamanho. Essa conclusão foi comprovada na seção anterior mediante observação da variação das resistências de acordo com o tamanho das partículas.

A análise da Figura 5.35 associada ao que foi definido por Brzesowsky et al. (2011), leva a conclusão que uma menor relação entre o média e o desvio padrão da distribuição normal de adesões fará com que mais falhas estejam presentes nas partículas. Esta afirmação é melhor compreendida ao analisar a Figura 5.36. Pode-se notar que a menor relação, leva a mais valores de adesão negativos que são, conseqüentemente, transformados em valores nulos de adesão. Estes valores representam justamente as falhas da partícula. Por sua vez, taxas maiores de desvio padrão/média, como uma taxa de 1.25, levam a valores de adesão quase totalmente na região positiva do gráfico, não havendo, assim, falhas na partícula, mas somente os planos de fraqueza.

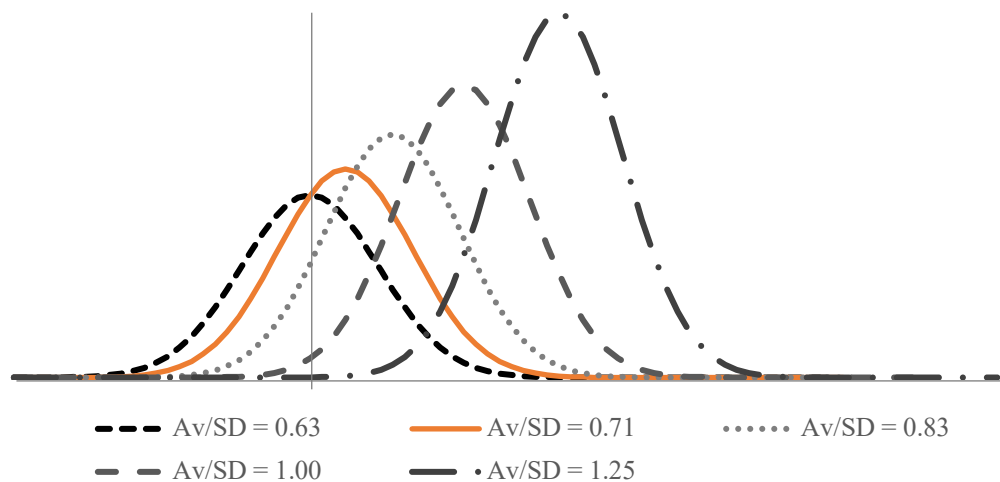


Figura 5.36 – Distribuições normais de coesão para diferentes taxas de desvio padrão/média.

Qual seria então a relação entre os valores de média e desvio padrão de uma distribuição normal de coesões e os parâmetros de Weibull? Observando a Figura 5.37 que traz os valores de σ_0 e m plotados em relação a taxa de relação entre média e desvio padrão, pode-se concluir que quanto maior a taxa, maior será o módulo de Weibull m e maior será tensão σ_0 . Em outras palavras, quanto maior a taxa, menor a variabilidade da amostra e maior a resistência.

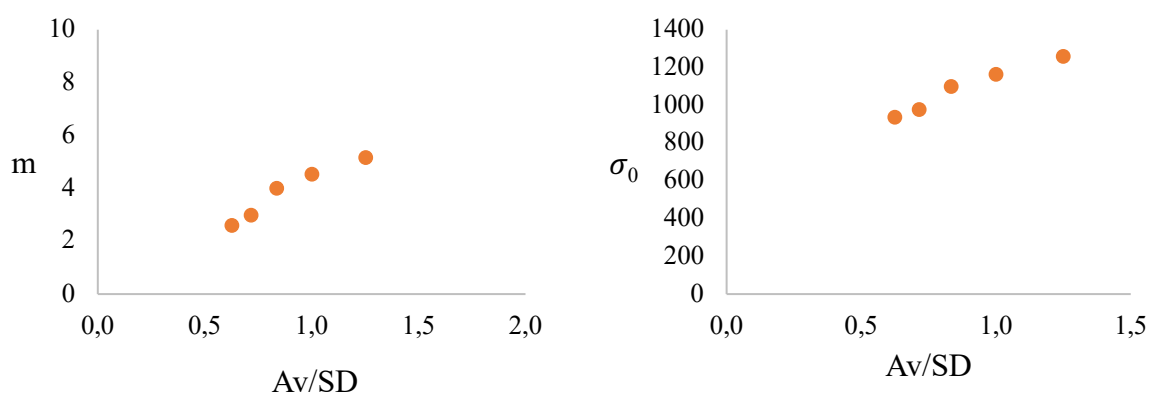


Figura 5.37 – Relação entre os parâmetros de Weibull e a taxa entre média e desvio padrão.

5.4 EFEITO DA FORMA DA PARTÍCULA

A forma de uma partícula é uma característica inerente ao solo, não podendo ser negligenciada ao se analisar o seu comportamento. O formato das partículas desempenha um papel significativo na determinação da evolução do tamanho das partículas durante o processo de quebra bem como apresenta papel fundamental no comportamento de resistência do solo. Assim, o estudo do comportamento de quebra de uma partícula não pode ser desassociado da sua forma. A fim de verificar a influência que a forma de uma partícula exerce sobre sua resistência à quebra, alguns ensaios foram realizados. Inicialmente, oito diferentes novas partículas foram criadas tendo como base as partículas reais de Dogs Bay, mostradas na Figura 5.19. As novas oito partículas desenvolvidas com objetivo de analisar a influência da forma na resistência da partícula encontram-se na Figura 5.38. Destaca-se que a partícula padrão, calibrada na etapa anterior, aparece na figura sob a identificação de “Forma 9”. Apesar de apresentarem formas distintas, todas as diferentes partículas foram criadas com o mesmo número de subesferas e todas elas podem ser inscritas em uma esfera com mesmo raio.

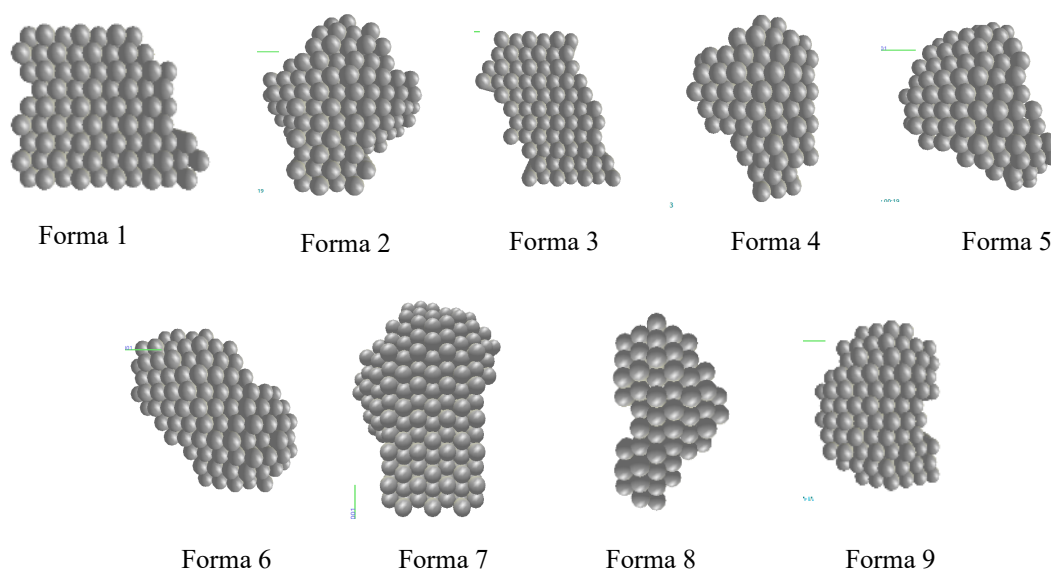


Figura 5.38 – Partículas com formas especiais

Com o objetivo de observar exclusivamente a influência da forma de uma partícula em sua resistência, cada partícula foi comprimida uniaxialmente, mantendo-se a mesma coesão de 50×10^4 kPa entre as subesferas que as compõe. Desta forma, os efeitos dos caminhos preferencias e falhas internas na resistência da partícula são por hora desconsiderados, podendo-se analisar puramente o comportamento da forma na resistência final das partículas.

Alterar a forma de uma partícula implica consequentemente em mudar os pontos principais de contato nos quais ocorrerá a compressão. Seguindo, portanto, esse mesmo raciocínio, rotacionar a mesma partícula incorrerá em comprimi-la segundo diferentes pontos de contato, influenciando, desta maneira, a sua resistência de modo semelhante à maneira pela qual a forma influencia. Assim, as partículas nesta etapa foram comprimidas em diferentes ângulos – os seus ângulos estáveis. Ângulos estáveis são ângulos que garantem que, durante o ensaio, não haverá uma rotação rígida da partícula em busca de uma posição que ofereça maior equilíbrio a ela. Assim, as partículas foram comprimidas segundo os ângulos apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Ângulos estáveis das partículas com forma

	Ângulos Estáveis (°)						
Forma 1	0	92	180	250			
Forma 2	0	70	142	232	305		
Forma 3	0	65	180	240			
Forma 4	0	55	85	180	270	300	
Forma 5	0	100	190	225	305		
Forma 6	0	90	180	270			
Forma 7	0	73	90	130	180	205	279
Forma 8	0	62	122	180	210	277	
Forma 9	0	15	65	115	180	210	265

O gráfico da Figura 5.39 traz a distribuição de resistência das partículas e posições ensaiadas. A partir da análise desse gráfico, percebe-se que há influência da forma sobre o comportamento da partícula. Essa conclusão pode ser alcançada uma vez que as partículas ensaiadas são formadas exatamente pelo mesmo material, tendo, portanto, as mesmas propriedades físicas e mecânicas, mas que se comportam de maneiras distintas. Desta maneira, observa-se que formas de partícula de um mesmo material homogêneo podem gerar diferentes resistências que, conforme se pode observar, seguem aproximadamente uma distribuição de resistência de Weibull.

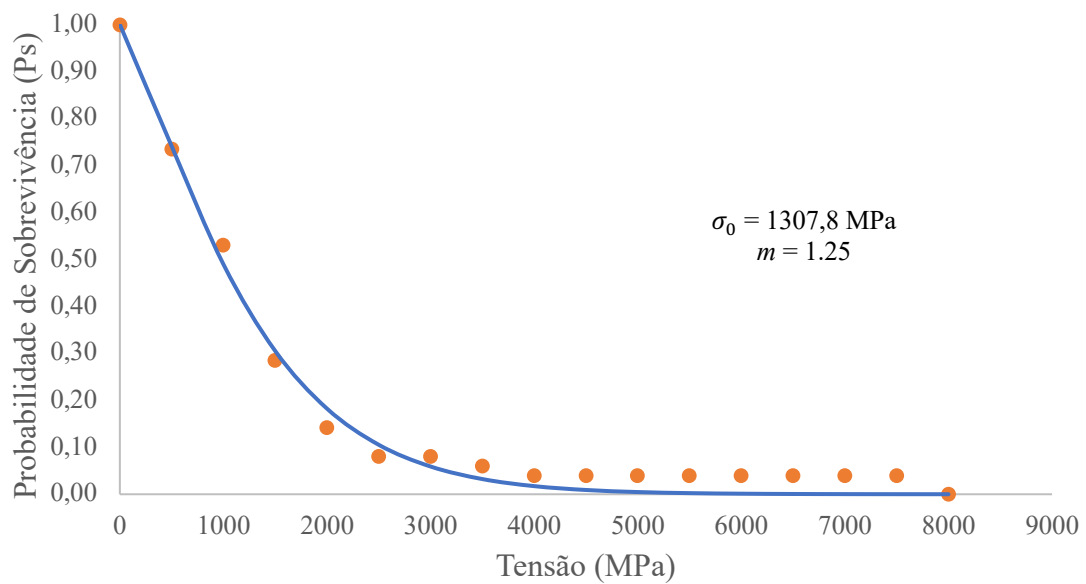


Figura 5.39 – Distribuições obtida dos testes de forma, mantendo a coesão

Posteriormente, as novas partículas criadas foram submetidas ao mesmo processo estatístico realizado para o design da partícula original, descrito na seção anterior. Desta forma, a fim de utilizar o método estatístico de Monte Carlo, para cada ângulo estável de cada partícula, realizou-se uma série de 600 ensaios, onde, a cada nova simulação, as coesões internas das partículas, ou seja, a “cola” entre cada subesfera, foi sorteada dentre os valores de uma distribuição normal de coesões com média de 500 kPa e desvio padrão de 700 kPa.

Tomando assim, inicialmente, a Forma 1, que possui quatro ângulos estáveis, os resultados da Figura 5.40 foram obtidos pela sua rotação. Os ângulos 0° e 180° , conforme esperado, não apresentam grandes diferenças de comportamento, uma vez que os pontos de contato são mantidos, apenas invertendo-os entre base e topo. Semelhantemente, os ângulos quase opostos, 92° e 250° , também apresentam comportamento parecido visto que se trata de uma partícula praticamente cúbica com algum grau de simetria. Essa semelhança entre os resultados é confirmada pelos dados apresentados na Tabela 5.5.

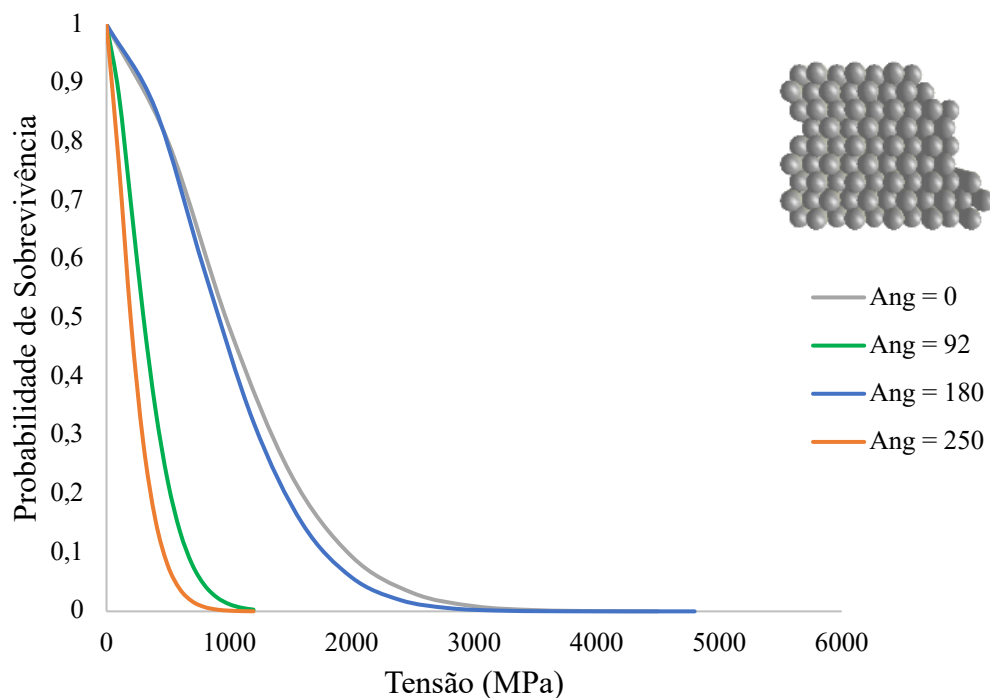


Figura 5.40 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da partícula com a Forma 1.

Tabela 5.5: Ângulos estáveis Forma 1

Ângulo Estável (°)	σ_0 (kPa)	m
0	1208,43	1,7
92	383,28	1,5
180	1119,82	1,8
250	256,15	1,4

Observando ainda a Tabela 5.5, podem-se agrupar os resultados em dois grupos, apresentando, um dos grupos, resistência cerca de três vezes maior que o outro. Desta maneira percebe-se que cada ângulo da partícula realmente altera a sua resistência. Tal fato deve-se as mudanças nos pontos de contato desta e, conseqüentemente, nos caminhos preferencias de quebra dentro das partículas. Além disso, cada posição de compressão irá configurar um estado de tensões interno diferente. Esse estado de tensão associado aos caminhos preferenciais gerarão uma maior ou menor variabilidade na resistência da partícula, alterando o módulo de Weibull m , resultando em uma maior ou menor variabilidade das resistências finais em cada compressão. Comportamentos semelhantes foram obtidos para cada uma das formas criadas. Os resultados podem ser analisados no Apêndice A.

A próxima etapa de ensaios considerou, além do sorteio de coesões entre as esferas da partícula, aspecto já levado em consideração na etapa anterior, o sorteio do ângulo segundo o qual o ensaio de compressão seria realizado. Desta forma, uma nova variável aleatória foi levada em consideração. Destaca-se que, mais uma vez, os ângulos utilizados foram os ângulos estáveis da partícula, ou seja, aqueles nos quais não há rotação rígida da partícula no decorrer do ensaio. Desta forma, considerou-se para a análise de uma mesma partícula todas os fatores analisados neste estudo que podem afetar a sua resistência.

Como se pode observar pela análise da Figura 5.41, que mostra os resultados dos ensaios referentes a Forma 1, a consideração da rotação da partícula reduziu a sua resistência à quebra, enfraquecendo assim a partícula quando comparada a resistência da mesma partícula posicionada no seu ângulo de maior resistência segundo a análise feita anteriormente. Os resultados dos ensaios com as demais formas, apresentados no Apêndice B, apresentaram o mesmo comportamento de redução na resistência da partícula com a consideração da aleatoriedade do ângulo de compressão.

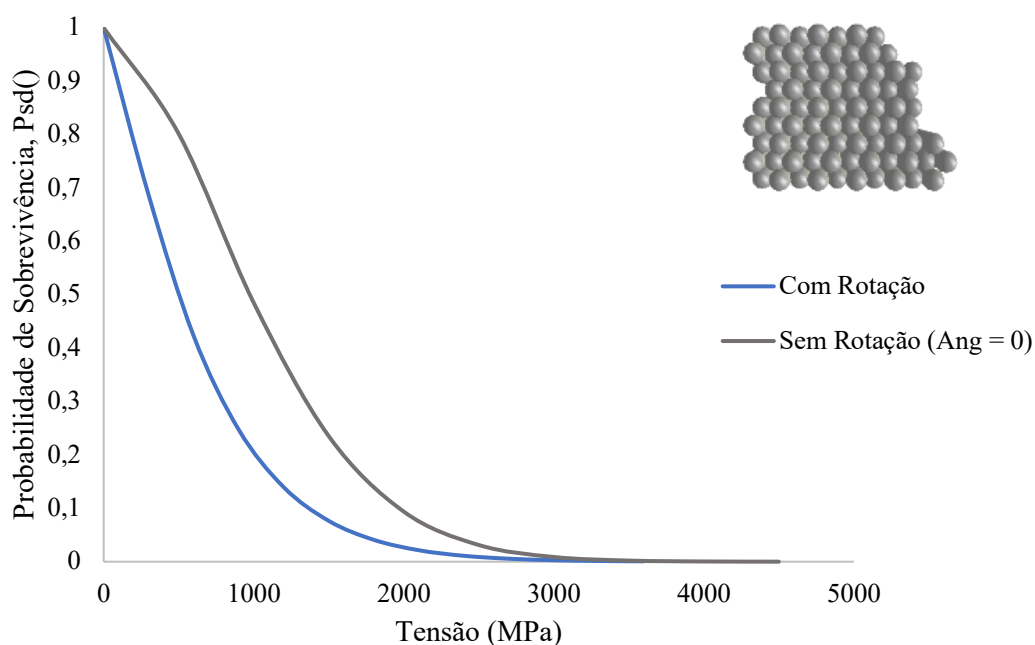


Figura 5.41 – Comparação entre as distribuições de Weibull com e sem sorteio do ângulo de compressão para a partícula com a Forma 1.

A Tabela 5.6 traz todos os valores de σ_0 e m dos ensaios realizados para todas as formas criadas. Observando os valores de σ_0 , notamos que, não somente na partícula de Forma 1, mas em todas as outras também, há uma redução da resistência da partícula quando se consideram nos ensaios novas posições de compressão. Este fato deve-se a consideração de novas posições, dentre elas, posições com configurações de distribuição de tensões internas que, associadas aos caminhos preferencias, facilitam a quebra das partículas. Além disso, nota-se uma redução no módulo de Weibull m , indicando um aumento na variabilidade dos resultados. Percebe-se, portanto, que a rotação da partícula para a compressão, como esperado, influencia nos resultados da resistência da partícula.

Tabela 5.6: Variáveis de Weibull com e sem rotação

	<i>Angulo = 0°</i>		<i>Com sorteio de ângulo</i>	
	σ_0 (kPa)	m	σ_0 (kPa)	m
Forma 1	1208,43	1,7	680,12	1,2
Forma 2	199,51	1,4	101,76	1,0
Forma 3	601,75	1,7	106,96	1,0
Forma 4	210,45	1,3	207,89	1,3
Forma 5	200,60	1,3	55,10	1,0
Forma 6	113,93	2,0	115,12	1,2
Forma 7	335,43	1,4	108,13	1,0
Forma 8	247,92	1,2	202,00	1,0
Forma 9	251,81	1,8	149,52	1,0

Por fim, a Figura 5.42 mostra a curva de distribuição de Weibull tornando todos os parâmetros aleatórios, ou seja, sorteando além das coesões internas e ângulos de compressão, qual forma será ensaiada. Essa curva, portanto, representaria o comportamento do material ensaiado. Como se pode observar, trata-se de uma curva bastante íngreme, mostrando-se, portanto, um material com elevada variabilidade de resistências.

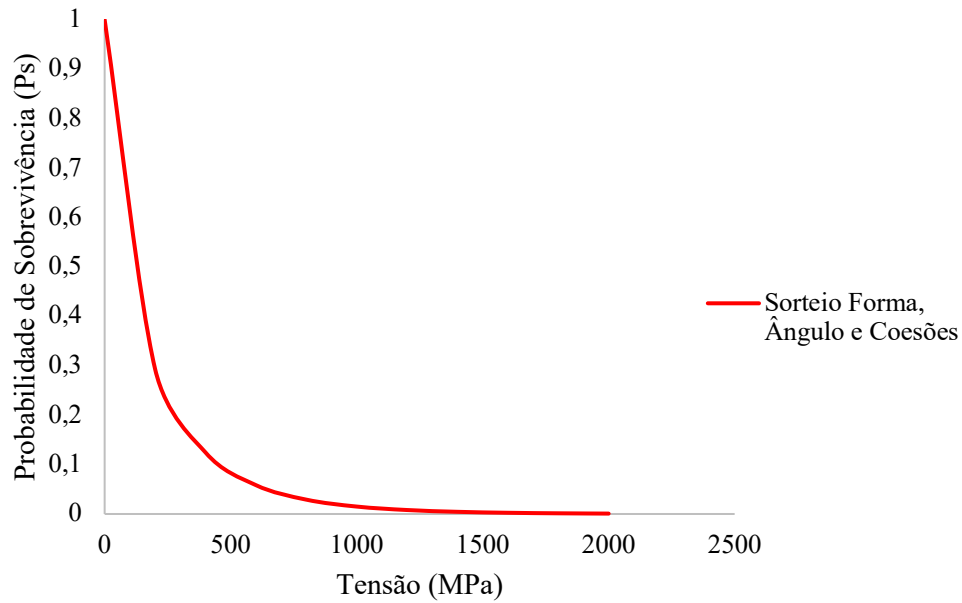


Figura 5.42 – Distribuição de Weibull com todos os parâmetros variáveis

Assim como a inserção de falhas internas por meio do sorteio de coesões entre subesferas, diferentes resistências a quebra devido a diferentes formas e diferentes ângulos de rotação são capazes de retornar uma distribuição Weibull, caracterizando, portanto, o comportamento de quebra de uma partícula. Percebe-se, dessa forma, a necessidade de levar em consideração esses três parâmetros no design de quebra de uma partícula. Apesar de reconhecer sua importância, pergunta-se, entretanto, qual seria o grau de participação de cada um desses aspectos na definição do comportamento de quebra?

Analisando dentro de uma mesma forma, pode-se perceber que, com exceção das Formas 4 e 6, a inserção do ângulo de compressão reduz a resistência final da partícula (σ_0) e aumenta a variabilidade da distribuição de Weibull final, reduzindo m . O aumento da variabilidade se justifica pela consideração de novas possibilidades de quebra. A redução da resistência, por sua vez, se justifica pela consideração de posições cujos contatos criam um estado de tensões mais favoráveis a quebra. As diferenças entre os valores que caracterizam as Distribuições de Weibull podem ser observadas na Tabela 5.7. Destaca-se que, para efeitos de comparação, definiu-se:

$$\Delta\sigma_0 = \sigma_{0\text{Sem Rotação}} - \sigma_{0\text{Com Rotação}} \quad (5.2)$$

$$\Delta m = m_{\text{Sem Rotação}} - m_{\text{Com Rotação}} \quad (5.3)$$

Tabela 5.7: Variação dos parâmetros de Weibull com e sem rotação

	$\Delta\sigma_0$	Δm
Forma 1	528.31	0.52
Forma 2	97.75	0.55
Forma 3	494.79	0.75
Forma 4	2.56	0.00
Forma 5	145.52	0.36
Forma 6	-1.19	0.82
Forma 7	227.3	0.66
Forma 8	45.92	0.22
Forma 9	102.29	0.78

Assim, infere-se que o sorteio do ângulo de rotação, apesar impactar no comportamento de quebra da partícula, poderá não exercer ou exercer pouca influência dependendo da forma da partícula. Assim, a consideração de diferentes ângulos de compressão dependerá da forma da partícula adotada.

Comparando, por fim, as distribuições de Weibull de Dogs Bay como um todo, observa-se que a consideração do sorteio de coesões entre subesferas e, conseqüentemente, das falhas internas da partícula devido ao material, reduz significativamente a resistência da partícula. Pela análise do gráfico comparativo na Figura 5.43 e dos parâmetros de Weibull infere-se que esta é a distribuição de coesões mais significativa, portanto.

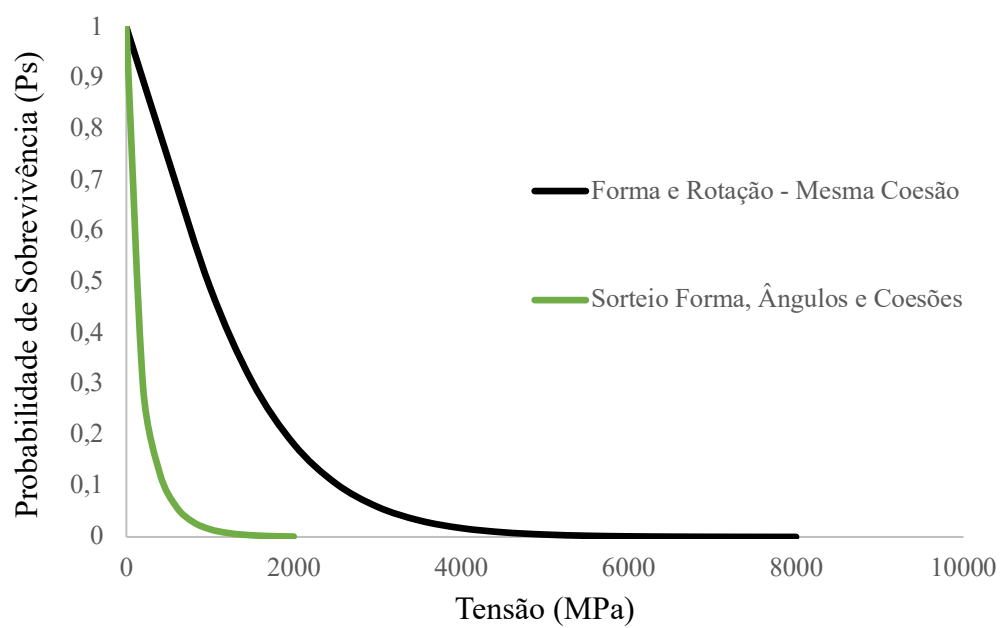


Figura 5.43 – Distribuição de Weibull com todos os parâmetros variáveis

6. EFEITO DE TAMANHO

O rompimento ou falha de um corpo de prova ou estrutura será determinada por seus defeitos internos. A Figura 6.1 ilustra esse comportamento onde quatro corpos de prova cilíndricos de mesmas dimensões e material, após ensaios de compressão unidimensional, apresentaram resultados de rompimento e, conseqüentemente, resistência, completamente distintos entre si.



Figura 6.1 – Rompimentos distintos de corpos de prova cilíndricos após ensaio de compressão unidimensional (Fonte: <https://propriedadesdoconcreto.blogspot.com/2016/12/a-forma-de-rompimento-do-cp-e-importante.html>)

O mesmo comportamento foi observado quando, na sessão anterior, analisou-se o comportamento de quebra tanto de corpos de prova cilíndricos, como das partículas isoladas do solo. Apesar de possuírem as mesmas dimensões e serem formados pelo mesmo material, os corpos de prova apresentaram comportamentos diferentes. Em todos os casos, os corpos ensaiados foram formados por sub esferas coladas umas às outras onde os defeitos foram inseridos por meio da distribuição de probabilidade normal de adesões entre as esferas com valor nulo em alguns casos, conforme explicado anteriormente.

Desta forma, tomando os resultados dos ensaios realizados com o cilindro, como pode se observar na Figura 6.2, assim como na natureza, o cilíndrico numérico comportou-se apresentando variadas resistências e configurações finais de quebra de acordo com a distribuição de falhas internas ao corpo.

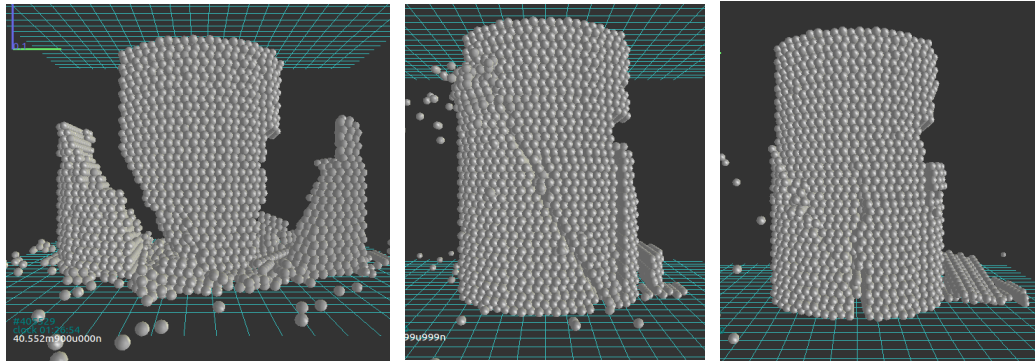


Figura 6.2 – Rompimentos de corpo de provas numéricos utilizando o YADE

Comparando estes comportamentos, observa-se visualmente, portanto, que a resistência final de um determinado corpo pode ser definida pela probabilidade de encontrar defeitos e falhas em sua composição interna. Destaca-se, todavia, que, tanto no caso numérico da Figura 6.2 como no caso real da Figura 6.1, a probabilidade de encontrar defeitos internos será igual para todos os corpos de prova ensaiados, visto que são todos formados pelo mesmo material e possuem a mesma geometria. Trata-se, portanto, da heterogeneidade do material, variando a sua resistência ao longo da estrutura. Percebe-se assim que esse comportamento aleatório implica que a resistência de um corpo não é uma constante determinística, mas uma variável aleatória dependente da probabilidade de encontrar falhas críticas.

Por sua vez, quando se observam corpos de prova de tamanhos diferentes, sabe-se que, além da influência da variação causada pela composição do material, podem existir também outros efeitos que interferirão na sua resistência. Pode-se citar novamente, por exemplo, a teoria de Weibull (1951), que justifica um desvio na resistência de um corpo de prova de acordo com o seu tamanho devido a uma possibilidade maior ou menor de encontrar defeitos ou, como definido pelo autor, elos fracos em uma estrutura de dimensões distintas da analisada inicialmente. Cita-se também Bazant (1984) que explica esse efeito através da variação no gradiente de tensão interna ao corpo de prova que, normalmente, será inversa ao tamanho da estrutura. Desta forma, a probabilidade de se encontrar um ponto de baixa resistência em uma região de máxima tensão é maior em estruturas maiores. Consequentemente, a resistência aparente diminui com o aumento do tamanho da estrutura.

Além disso, a transição de comportamento entre regimes dominados por contatos interpartículas e regimes onde forças internas, como a coesão ou adesão, governam a falha,

pode ser sensível ao tamanho do corpo de prova. Isso reforça a necessidade de ensaios com corpos geometricamente semelhantes de diferentes escalas, a fim de elucidar a real influência do tamanho na resistência final observada.

Assim, com o objetivo de avaliar o efeito do tamanho do corpo de prova na resistência, três cilindros foram criados conforme mostra a Figura 6.3. Os cilindros foram formados a partir sub esferas de raio $r = 0,015$ m, coladas umas às outras por meio de forças de adesão. Adotaram-se os seguintes valores:

- Cilindro 1: raio $R_1 = 0,15$ m; altura $H_1 = 0,50$ m;
- Cilindro 2: raio $R_2 = 0,30$ m; altura $H_2 = 1,00$ m;
- Cilindro 3: raio $R_3 = 0,45$ m; altura $H_3 = 1,50$ m.

Observa-se que, para cada cilindro, a relação $H/R = 3,33$, ou seja, a sua esbeltez, foi preservada, assegurando a similaridade geométrica entre os corpos e garantindo que as variações observadas na resistência final podem ser atribuídas exclusivamente à mudança de escala, sem interferência de quaisquer outras alterações. Como se pode observar, entretanto, pela análise da Figura 6.3, os corpos de prova terão volumes diferentes e para preencher e formar completamente o cilindro diferentes quantidades de sub-esferas de raio r serão necessárias. Assim, o menor cilindro terá um número menor de esferas e o maior, um maior número de esferas.

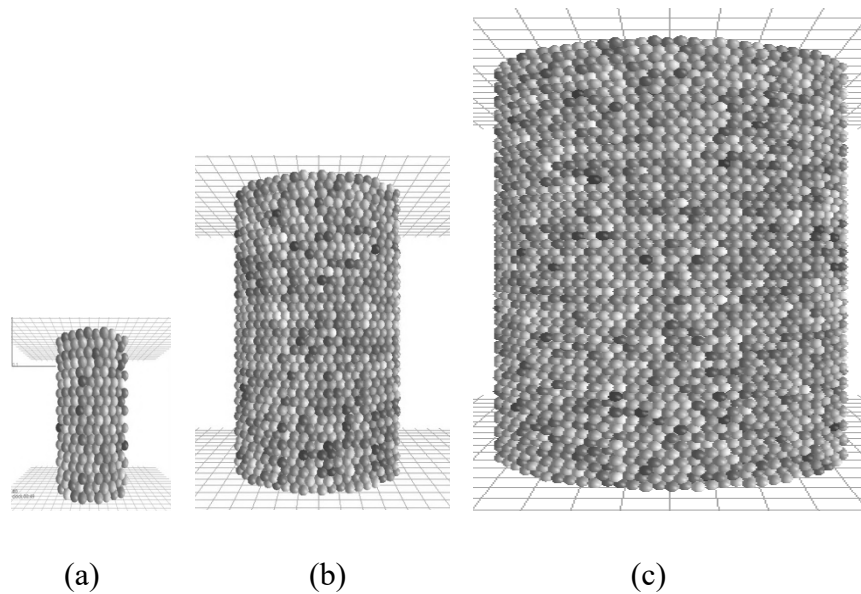


Figura 6.3 – Cilindros (a) $R_1 = 0,15$ m e $H_1 = 0,5$ m, (b) $R_2 = 0,30$ m e $H_2 = 1,0$ m e (c) $R_3 = 0,45$ m e $H_3 = 1,5$ m.

De modo a simular falhas no interior dos corpos de prova cilíndricos, as forças de adesão entre as sub esferas, responsáveis por as manter unidas, seguem uma distribuição normal de probabilidade com média de 50 kPa e desvio padrão de 70 kPa. Essa distribuição adotada é a mesma da partícula de solo da sessão anterior. Optou-se por adotar essa distribuição, pois ela irá gerar forças de adesão entre as sub esferas negativas que são então substituídas por uma força nula, simulando assim, falhas internas no corpo de prova, como mostrado na Figura 5.22.

À medida que o corpo de prova é submetido à compressão, as forças entre suas partículas constituintes aumentam gradualmente. No entanto, existe um limite para esse aumento, que é determinado pela força de adesão entre essas partículas. Se a força entre as partículas exceder a força de adesão, elas se separam, imitando assim a quebra do corpo de prova. Para todos os cilindros, os parâmetros do material utilizado foram consistentes, incluindo um módulo de Young (E) de 500 kPa, coeficiente de Poisson de 0,3 e uma densidade do grão de 2600 kg/m³.

Seguindo a metodologia do método probabilístico de Monte Carlo, cada cilindro foi então comprimido 300 vezes, sorteando-se a cada novo ensaio as forças de adesão entre as sub esferas, que sempre seguem a distribuição normal descrita anteriormente. Após a realização de todos os ensaios nos três corpos de prova, suas resistências finais foram plotadas em um histograma, mostrado na Figura 6.4, permitindo a visualização da distribuição da resistência de cada um dos

cilindros. Conforme se pode observar, o cilindro de maior raio, ou seja, $R_3 = 0,45$ m, apresenta uma concentração de resistência em torno dos menores valores de tensão. Isso implica dizer que grande parte dos cilindros com este raio romperão com baixos valores de tensão, quando comparados aos outros cilindros de raio menores. Da mesma forma, o contrário pode ser observado com o cilindro cujo raio é o menor dos três, ou seja, $R_1 = 0,15$ m. As resistências desse cilindro, apesar de possuírem resultados em torno das menores tensões, apresentam uma distribuição mais variada ao longo de todos os valores de tensão, incluindo, portanto, os maiores valores. Esse comportamento dos cilindros é confirmado pelos valores de média dos resultados, como mostra a Tabela 6.1, onde a menor média de valores de resistência é atribuída ao cilindro com maior raio enquanto a maior média de resistências é atribuída ao cilindro com menor raio.

A análise dos histogramas apresentados na Figura 6.4, bem como da Tabela 6.1, levam a conclusão preliminar da existência do efeito de tamanho, onde estruturas maiores serão menos resistentes que as estruturas menores, conforme defendido por Weibull (1951) e Bazant (1984). Os resultados, entretanto, serão mais profundamente analisados segundo os métodos estatísticos e também de acordo com o Modelo de Probabilidade de Weibull nas sessões a seguir.

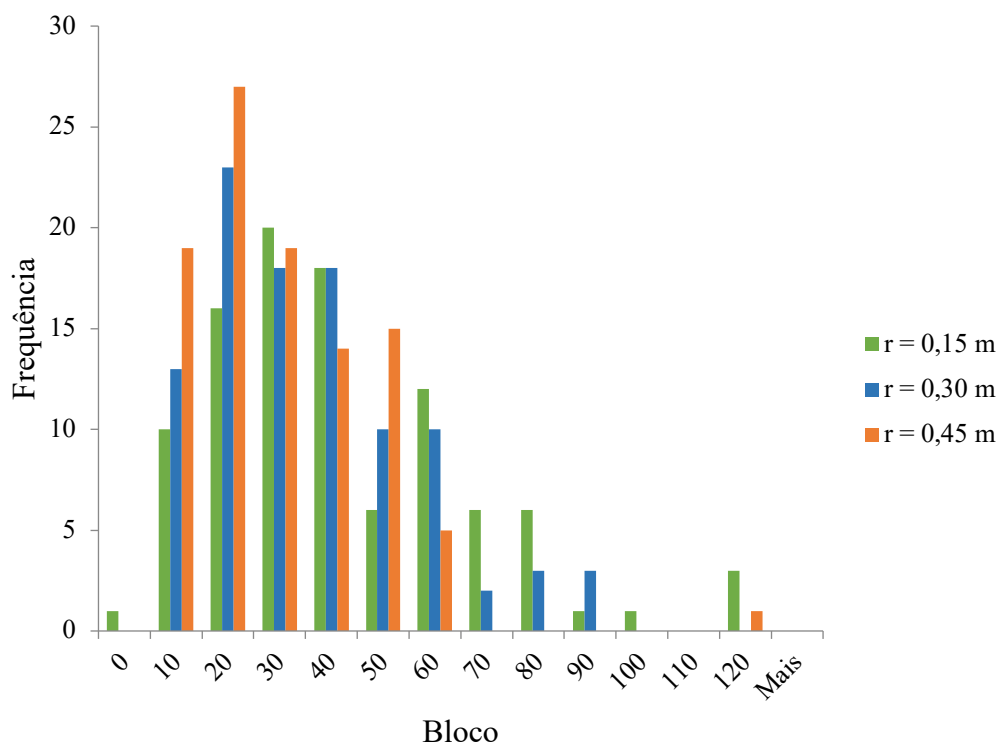


Figura 6.4 – Histograma das resistências finais dos três cilindros de altura $H = 0,5$ m e raios $R_1 = 0,15$, $R_2 = 0,30$ e $R_3 = 0,45$.

Tabela 6.1: Média e Desvio Padrão dos resultados

Cilindro	Média (MPa)	Desvio Padrão (MPa)
R1 = 0,15 m	43,2	25,9
R2 = 0,30 m	37,9	21,7
R3 = 0,45 m	30,3	17,4

6.1 ANÁLISE PROBABILÍSTICA

Para simular o comportamento de um material real, falhas devem ser inseridas na simulação. Para isso, conforme já citado anteriormente, estabeleceu-se uma distribuição normal para as coesões, ou seja, a “cola” entre as esferas que formam cada um dos cilindros. A distribuição normal possui média $\mu = 50\text{kPa}$ e desvio padrão $\sigma = 70\text{ kPa}$. Conforme se pode observar na Figura 6.5, parte dos valores serão negativos. Um valor negativo para uma coesão não tem sentido físico real. Assim, truncando a distribuição normal, como mostra a Figura 6.5, tem-se a substituição dos valores negativos por valores nulos, inserindo, portanto, as falhas no material.

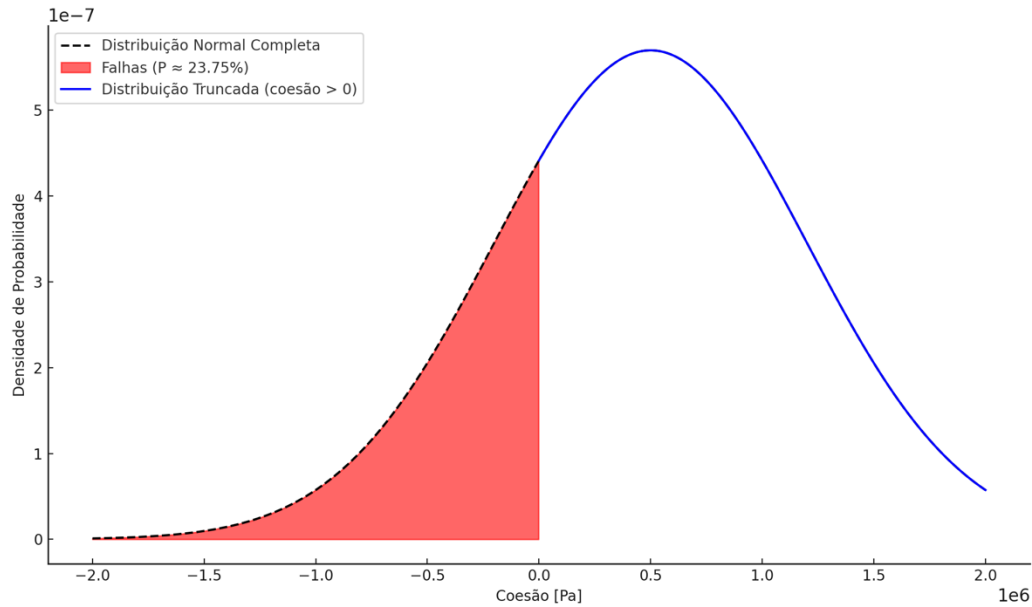


Figura 6.5 – Distribuição normal truncada das coesões entre esferas

A probabilidade de uma esfera ser falha é:

$$P_{falha} = P(X \leq 0), X \sim N(50 \text{ kPa}, 70 \text{ kPa})$$

$$Z = \frac{0 - \mu}{\sigma} \approx -0,714$$

Buscando assim na tabela distribuição normal $P(Z \leq -0,714)$, tem-se que $P_{falha} \approx 0,237$.

Desta forma pode-se definir que uma esfera terá uma probabilidade de 23% de ser considerada falha. Destaca-se que essa probabilidade independe do cilindro e seu tamanho visto que os três cilindros são formados pelo mesmo material e assim pela mesma distribuição normal de probabilidade para as adesões de suas esferas. Desta maneira, uma em cada quatro esferas, em cada cilindro, será uma falha desde o momento em que é criada. Essas ligações não oferecem resistência mecânica e atuam como descontinuidades estruturais.

Considerando, assim, o número total de esferas que forma cada cilindro, a Tabela 6.2 abaixo traz o número de falhas aproximado que cada um dos cilindros possuirá.

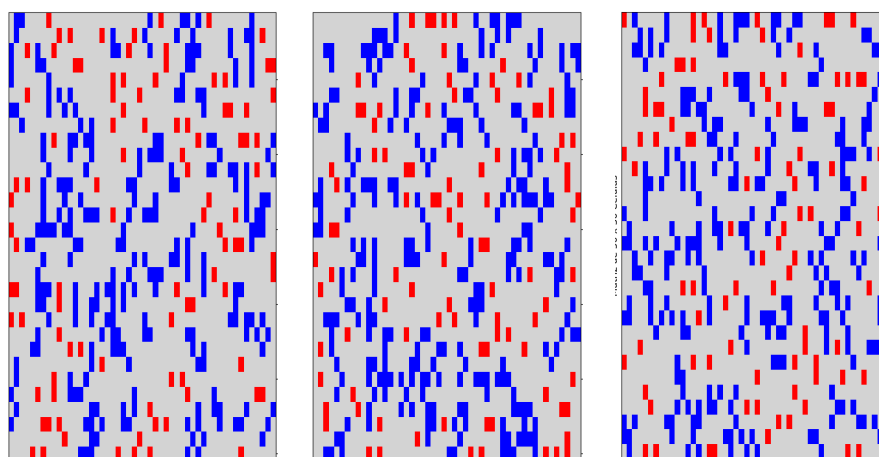
Tabela 6.2: Número de esferas falhas

Cilindro	Número de Esferas	Número de Esferas Falhas
R1 = 0,15 m	1.134	260
R2 = 0,30 m	10.525	2.420
R3 = 0,45 m	37.352	8.590

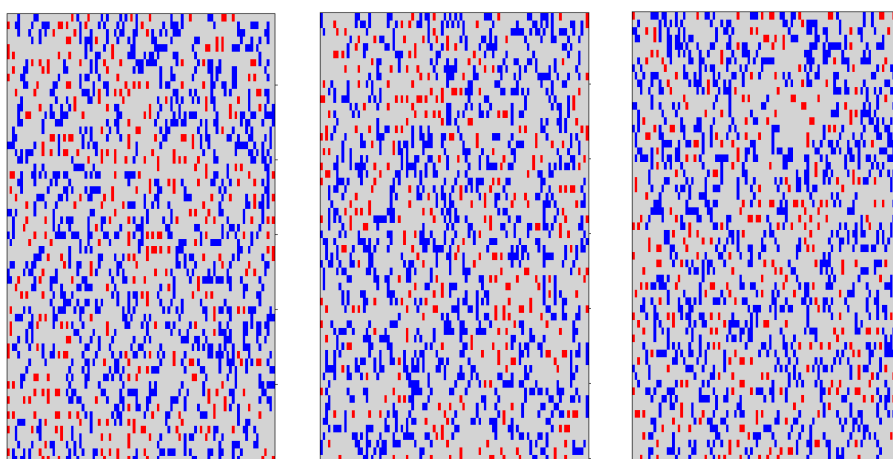
Com essa probabilidade de falha em uma esfera, em grandes corpos de prova, é esperado que ocorra um número significativo de agrupamentos ao acaso, devido à estatística de Bernoulli independente. Esse modelo estatístico modela eventos binários (como falha ou não-falha) em que cada tentativa é independente da anterior, com uma probabilidade constante de sucesso. Assim, mesmo sem correlação espacial, é estatisticamente esperado que ocorram agrupamentos ocasionais de falhas, especialmente quando o número total de ligações é elevado.

Sorteando-se então aleatoriamente as adesões das esferas, as probabilidades de falha irão se configurar dentro dos cilindros de forma similar ao esquematizado na Figura 6.6. Nesta figura, os pontos cinzas representam as esferas cuja coesão é diferente de zero, os pontos vermelhos são pontos com coesão zero, enquanto os pontos azuis destacam esferas com coesão nula conectadas entre si, formando um caminho preferencial, ou seja, são as fissuras do corpo de prova.

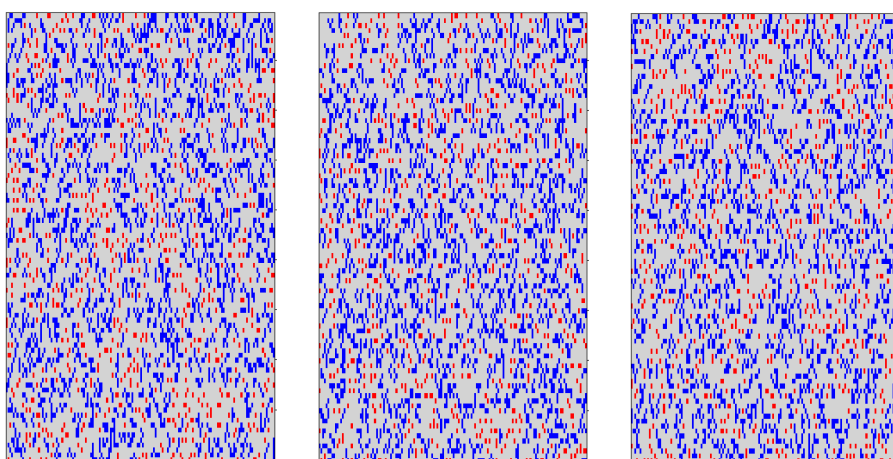
Como se pode observar, apesar de todos os cilindros apresentarem falhas em toda a sua estrutura, a presença de falhas é significativamente maior no maior cilindro. Além disso, há uma distribuição de agrupamentos que emergem naturalmente, mesmo com a geração de falhas estatisticamente independente. Tal comportamento é esperado por efeitos de aleatoriedade em sistemas de grande escala. A existência desses agrupamentos reforça a importância da análise estatística, ainda que não haja correlação espacial inserida explicitamente na geração das falhas dos cilindros.



(a)



(b)



(c)

Figura 6.6 – Exemplos de distribuição de falhas nos cilindros de: (a) $R1 = 0,15$ m; (b) $R2 = 0,30$ m e (c) $R3 = 0,45$ m.

Durante alguns ensaios de compressão unidimensional, imagens de seções transversais foram capturadas de modo a observar a progressão do comportamento de ruptura. Cada esfera está colorida segundo sua coesão resultante, permitindo acompanhar a evolução do dano interno ao material. As imagens de um mesmo cilindro foram obtidas antes e após a quebra. As Figuras 6.7, 6.8 e 6.9 mostram três exemplos para cada cilindro ensaiado, onde a imagem da esquerda apresenta o cilindro antes da quebra e a imagem a direita o cilindro após a quebra. Nas imagens após a quebra, destacaram-se as regiões críticas com coesão reduzida.

Observa-se que, com a aplicação de carga compressiva, as regiões com menor coesão (tons escuros) tendem a se conectar, formando caminhos preferenciais de ruptura. Além disso, há propagação vertical das falhas, principalmente a partir de regiões já fragilizadas, evidenciando um processo de dano progressivo. Essa análise temporal evidencia que a evolução das falhas não é aleatória ao longo da simulação, sendo influenciada pelas concentrações locais de tensão e pela própria distribuição inicial de falhas.

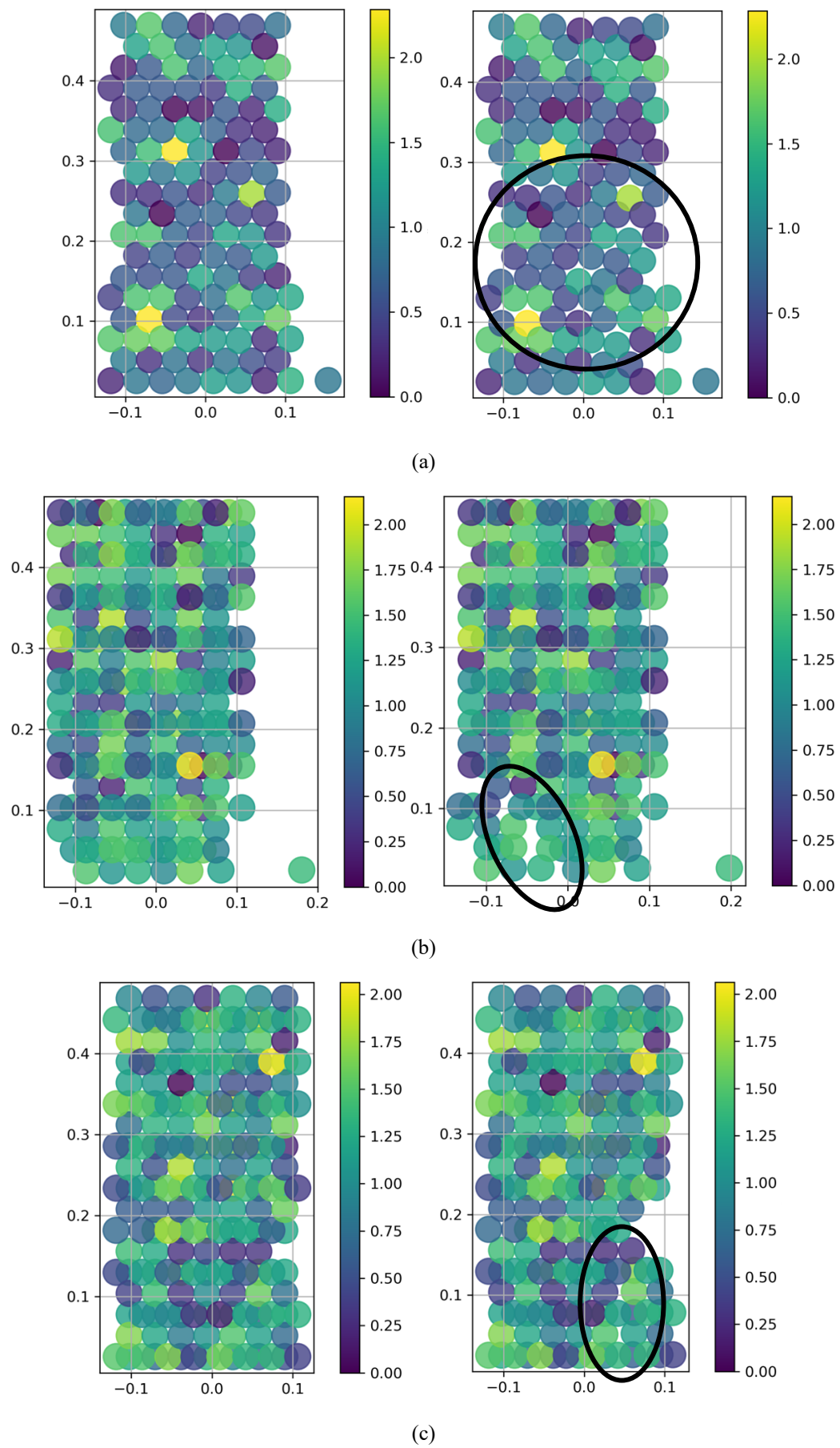
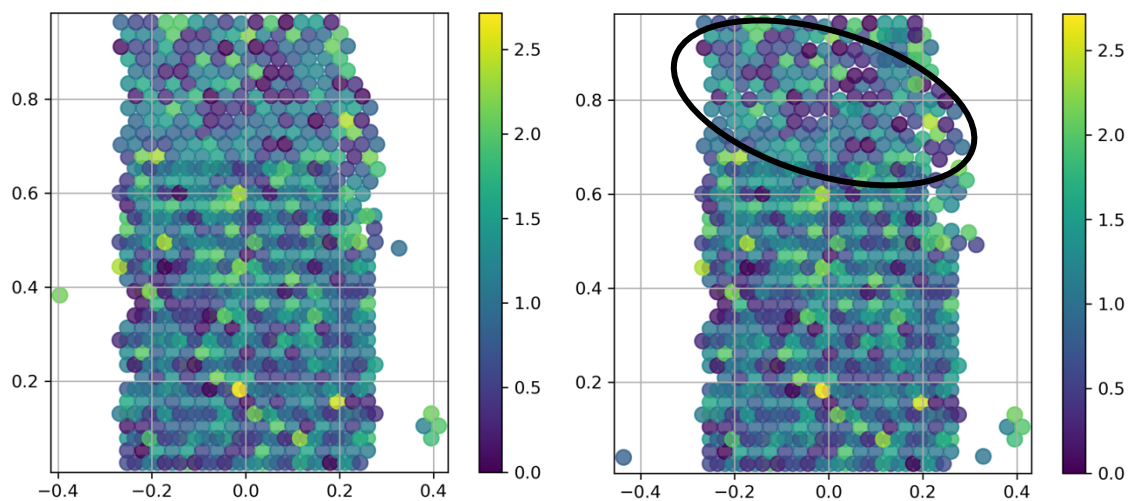
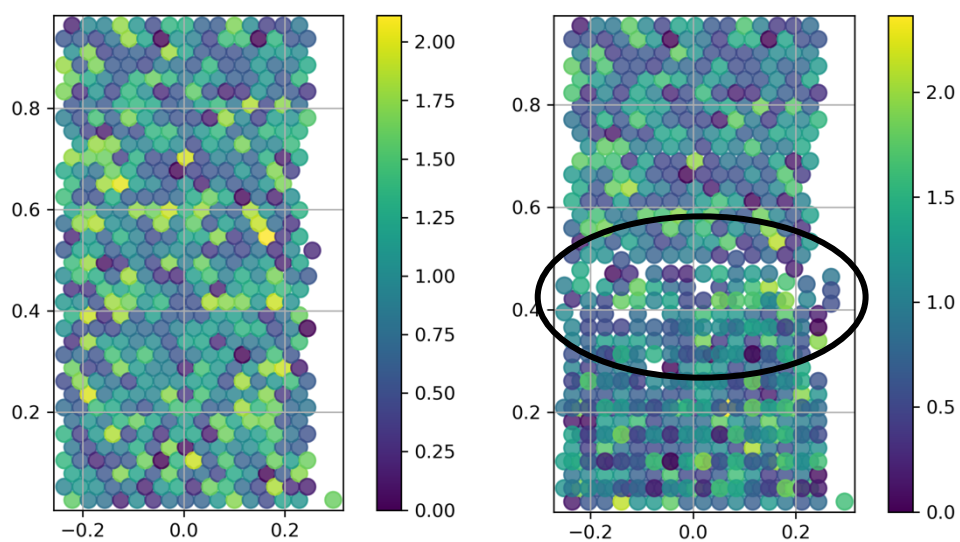


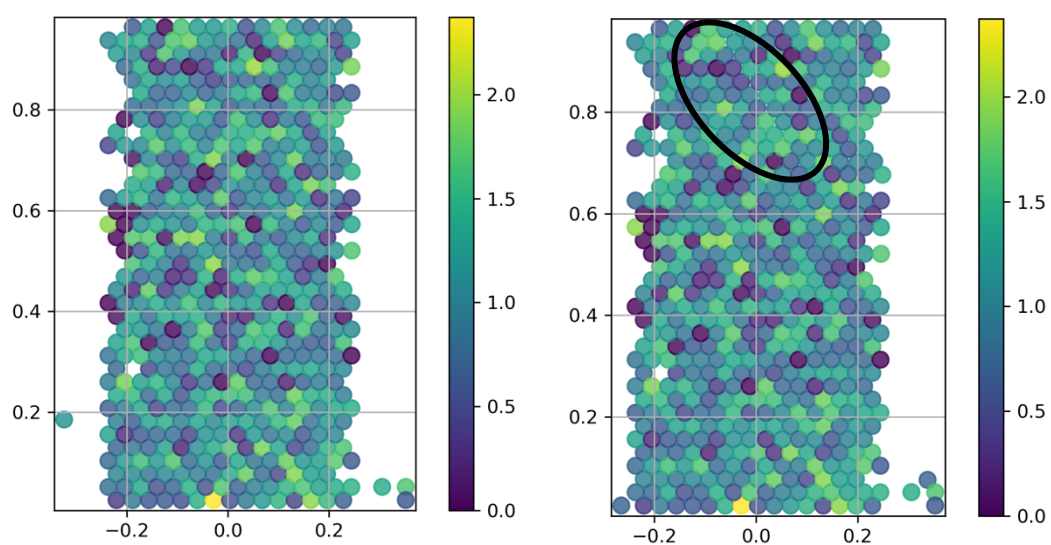
Figura 6.7 – Coesões e rupturas para o cilindro com $R1 = 0,15$ m e $H1 = 0,50$ m



(a)



(b)



(c)

Figura 6.8 - Coesões e rupturas para o cilindro com $R2 = 0,30$ m e $H2 = 1,00$ m

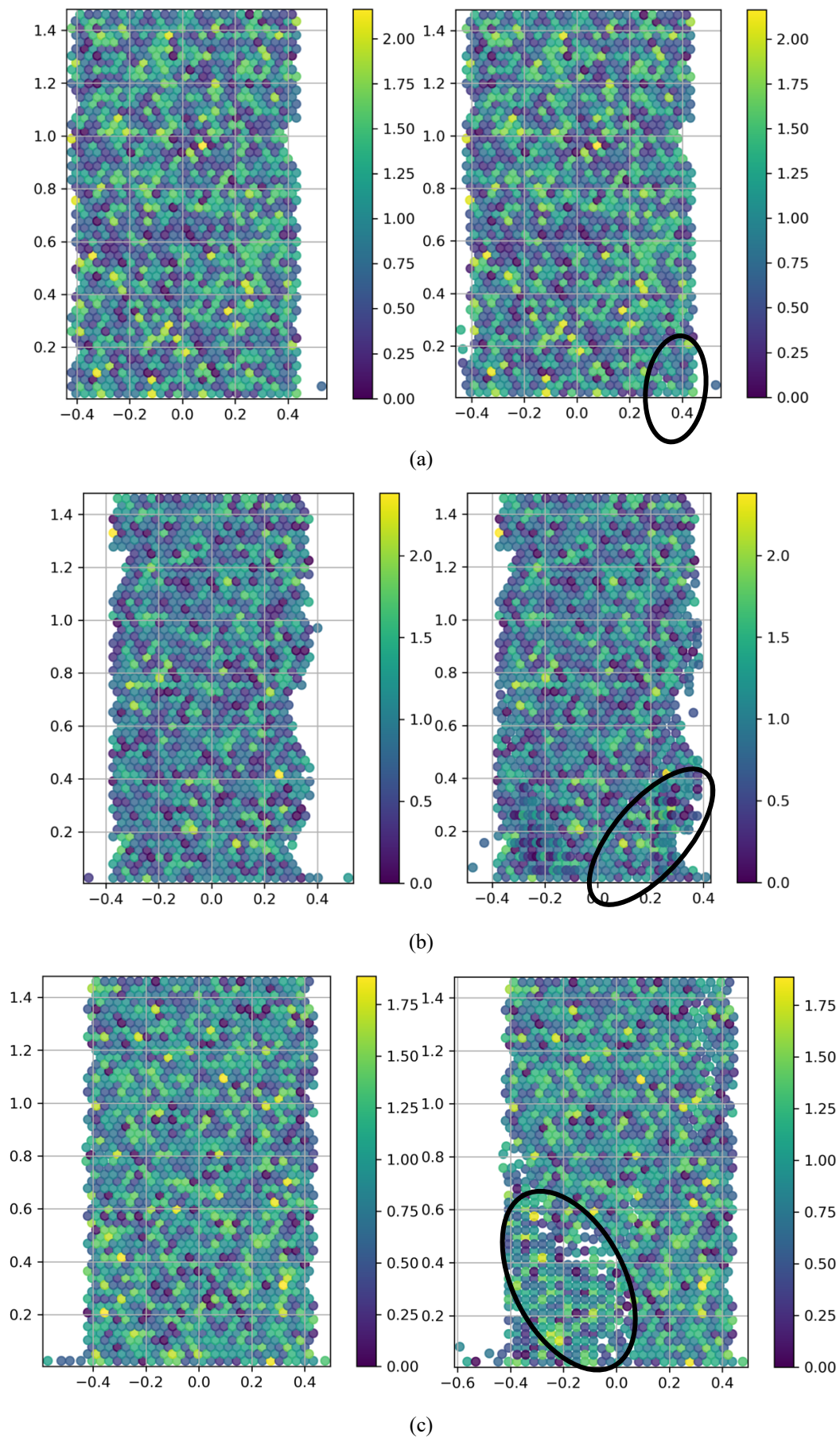


Figura 6.9 - Coesões e rupturas para o cilindro com $R3 = 0,45$ m e $H2 = 1,50$ m

6.2 EFEITO DE TAMANHO DE WEIBULL

A teoria de Weibull parte do princípio de que a resistência de um corpo é regida pela presença de sua fraqueza mais relevante, ou seja, pelo seu elo mais frágil. Assim, é a vulnerabilidade mais acentuada que determina a habilidade geral da estrutura em resistir a cargas ou evitar falhas. Isso implica que, mesmo que a maioria dos elementos constituintes da estrutura resista de maneira satisfatória, a existência de um componente frágil pode ser o suficiente para influenciar a resistência total do corpo analisado. A resistência de um material sob tensão depende, então, da integridade de todas as suas partes individuais. Desta forma, é esperado que quanto maior a estrutura analisada, maior a probabilidade de encontrar falhas internas.

Essa conclusão de fato foi observada após os ensaios de compressão realizados nos três cilindros como se pode observar da Figura 6.10.

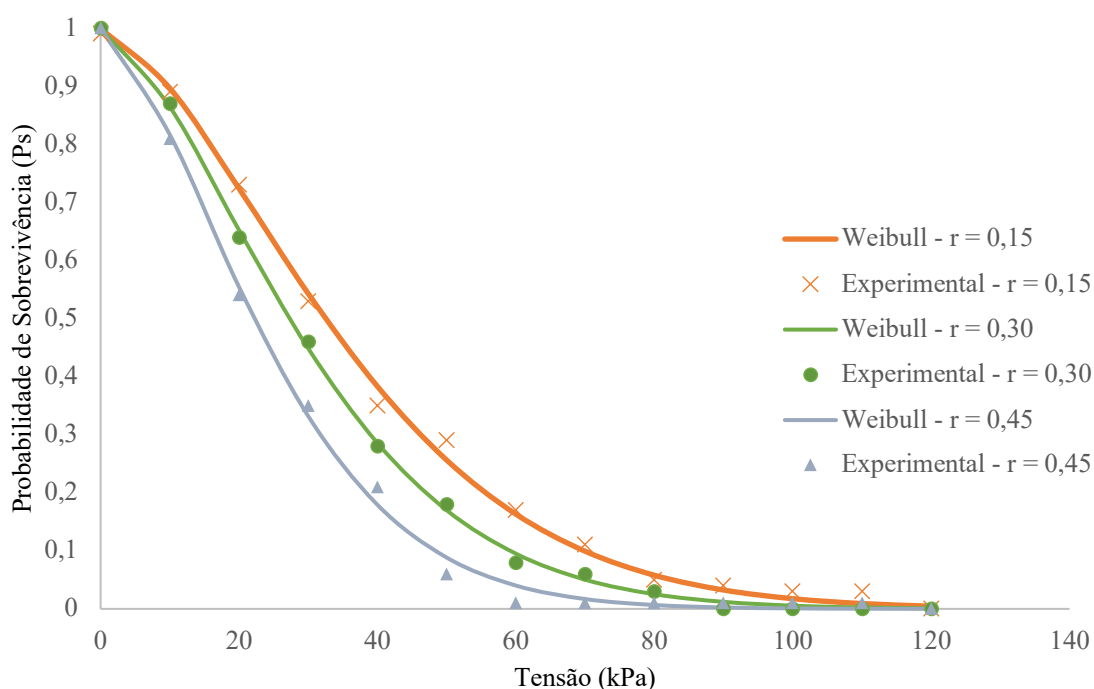


Figura 6.10 – Distribuição de Weibull para os três cilindros de altura $H = 0,5$ m e raios $R_1 = 0,15$, $R_2 = 0,30$ e $R_3 = 0,45$.

Pela análise da Figura 6.10 pode-se inferir que o efeito do tamanho proposto por Weibull foi reproduzida de maneira adequada pelas hipóteses adotadas para a simulação. A distribuição

do maior corpo de prova está deslocada para a esquerda, indicando que quanto maior a peça maior a sua suscetibilidade a quebra. Tomando, por exemplo, a tensão de 40 kPa, a partícula cujo raio é de 0,45 mm teria a probabilidade de sobrevivência de, aproximadamente, 20%, enquanto a partícula de raio 0,30 mm teria a probabilidade de sobrevivência de aproximadamente 30% enquanto, por fim, a partícula de raio 0,15 mm teria a probabilidade de sobrevivência próxima aos 40%. Percebe-se, desta forma, que, como postulado por Weibull, a partícula maior possui maior probabilidade de apresentar falhas em seu interior.

Observando, agora, a Tabela 6.3, percebe-se que, conforme esperado, o coeficiente de Weibull (m) mantém-se praticamente constante por se tratar de uma constante do material e serem todos os cilindros formados a partir do mesmo material. Analisando, por sua vez, os valores de (σ_0) percebe-se que são coerentes com o esperado para o efeito de tamanho de Weibull visto que seu valor é maior quanto menor a partícula. Essa conclusão se confirma ao analisar o gráfico da Figura 6.11, onde a relação entre a tensão e o raio do cilindro, na escala logarítmica, apresentam inclinação negativa, relacionando estes dois parâmetros, revelando, assim, sua relação inversa.

Tabela 6.3: Variáveis de Weibull

r (m)	σ_0 (kPa)	m
0,15	40,28	1,57
0,30	36,60	1,55
0,45	28,16	1,54

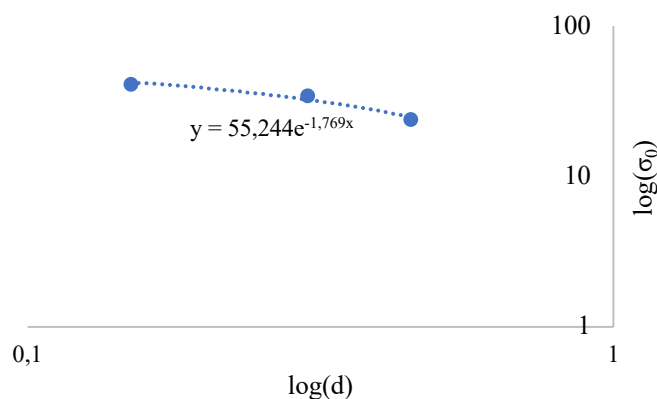
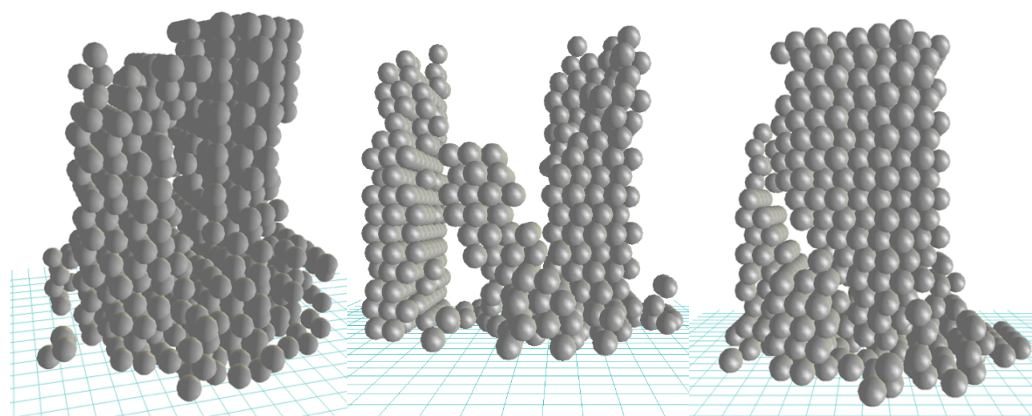


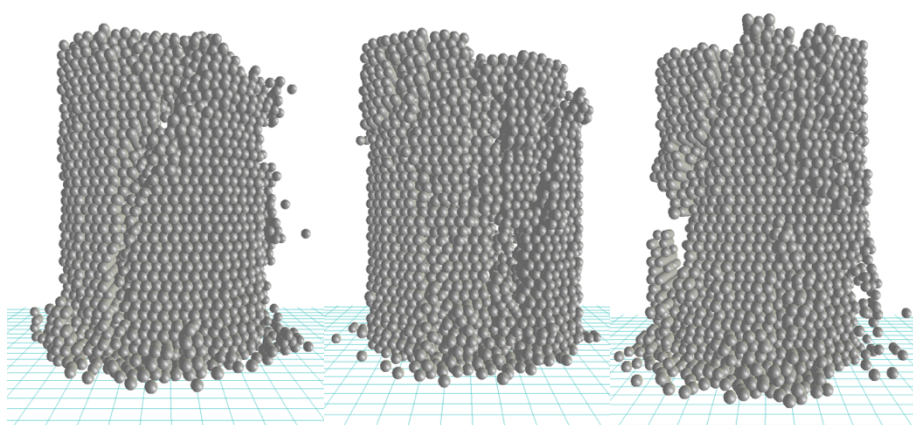
Figura 6.11 – $\log(\sigma_0)$ x $\log(d)$ para os três cilindros.

6.3 ANÁLISE DAS FRATURAS

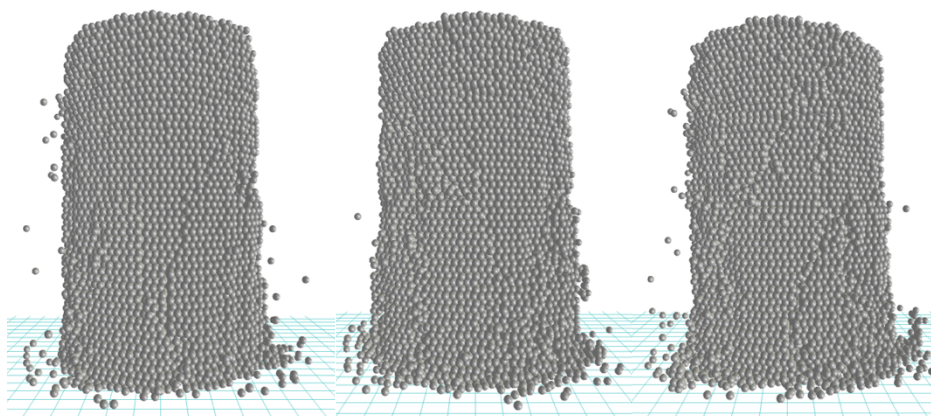
Após os ensaios de compressão axial dos cilindros de tamanhos diferentes, observou-se que a forma da falha variou significativamente em função da escala dos corpos testados conforme Figura 6.12 a seguir, que ilustram os padrões típicos encontrados para cada configuração de cilindro.



(a)



(b)



(c)

Figura 6.12 – Rupturas analisadas nos cilindros (a) de $R1 = 0,15$ m e $H1 = 0,50$ m, (b) $R2 = 0,30$ m e $H2 = 1,0$ m e (c) $R3 = 0,45$ m e $H3 = 1,5$ m.

Os cilindros de menor escala (Raio = 0,15 m e Altura = 0,5 m) apresentaram falha caracterizada por cisalhamento inclinado, com formação de planos de ruptura visíveis em ângulos de aproximadamente 30° a 45° em relação ao eixo vertical, como se pode observar na Figura 6.12(a). Este tipo de falha é típico de materiais frágeis submetidos à compressão axial, nos quais a ruptura ocorre de forma localizada e abrupta, a partir da coalescência de falhas locais em uma zona crítica de fratura. As esferas localizadas ao longo desse plano de cisalhamento perderam contato coesivo, resultando em colapso súbito e parcial do corpo.

Esse comportamento vai de encontro à descrição de Bazant (2002), que afirma que em corpos de menor volume a resistência máxima é mais elevada, pois há menor probabilidade estatística de ocorrência de falhas locais críticas. Similarmente, Jaeger et al. (2007) relatam em seus estudos que corpos frágeis pequenos tendem a apresentar falhas inclinadas dominantes em ensaios de compressão.

Nos cilindros intermediários (Raio = 0,30 m e Altura = 1,0 m), por sua vez, a falha evoluiu para um padrão misto, com início de cisalhamento inclinado e subsequente colapso lateral progressivo, onde grandes porções do material perderam coesão e se desagregaram de forma assimétrica como mostra a Figura 6.12 (b). A falha ocorreu de forma menos abrupta que nos cilindros menores, com maior movimentação e rearranjo das esferas antes da ruptura total.

Esse comportamento representa uma transição da falha frágil para a falha progressiva, como descrito por Carpinteri (1994), que destaca que corpos de maior volume tendem a apresentar falhas mais distribuídas, iniciadas em múltiplas zonas de baixa coesão, devido ao aumento da probabilidade estatística de contatos fracos.

Já os cilindros de maior escala (Raio = 0,45 m e Altura = 1,5 m) não apresentaram falha localizada. Em vez disso, observou-se uma falha difusa e progressiva, caracterizada pela soltura de esferas em diversas regiões da estrutura, especialmente nas bordas e na base conforme mostrado na Figura 6.12(c). A estrutura manteve-se íntegra por mais tempo, sofrendo afundamento gradual e sem formação clara de planos de cisalhamento.

Este comportamento é característico do efeito de escala em materiais frágeis, segundo Weibull (1939) e Bazant (2002), nos quais a resistência máxima diminui com o volume do corpo, e a falha ocorre de forma distribuída, com múltiplas zonas críticas ativadas simultaneamente. Em tais casos, a fratura não se propaga de modo explosivo, mas como um processo acumulativo de micro danos, promovendo maior dissipação de energia. O comparativo entre o comportamento observado e o esperado, baseando-se na literatura, encontra-se na Tabela 6.4.

Tabela 6.4: Comparativo Tipos de Falhas

Cilindro	Falha Observada	Falha Esperada
R1 = 0,15 m	Cisalhamento inclinado, súbito	Frágil localizada (Bazant, 2002)
R2 = 0,30 m	Colapso lateral progressivo	Transição frágil–progressiva (Carpinteri, 1994)
R3 = 0,45 m	Falha difusa, lenta	Progressiva difusa (Weibull, 1939)

Os resultados confirmam a existência do efeito de escala, conforme previsto na teoria da mecânica dos materiais frágeis. À medida que o volume dos corpos aumenta, ocorre redução da resistência máxima por unidade de área, além de mudança no mecanismo de falha, que evolui de localizado e frágil para difuso e progressivo. Tal comportamento está de acordo com as descrições clássicas de Bazant (2002) e Weibull (1939).

Através das simulações e análises realizadas, confirmou-se, portanto, o efeito de tamanho proposto por Weibull. A resistência das estruturas mostrou-se inversamente proporcional ao tamanho, com uma transição clara de falhas frágeis e localizadas em estruturas pequenas para falhas difusas e progressivas em estruturas maiores. Esses resultados reforçam a importância da consideração do efeito de escala no projeto estrutural e nas previsões de vida útil em materiais frágeis.

Cabe destacar que todos os efeitos observados foram conseguidos a partir da simples inclusão de relação estocástica para a adesão entre as partículas.

7. CONCLUSÕES

Após a realização dos ensaios e análise dos resultados, provou-se que as hipóteses utilizadas para o design de uma partícula virtual, principalmente no que diz respeito a inserção de falhas, mostraram-se satisfatórias, reproduzindo de maneira próxima a realidade o comportamento de partículas de areia do solo. Este fato foi corroborado pelo comportamento de quebra das partículas durante os ensaios de compressão unidimensionais. As resistências resultantes das partículas seguem a distribuição de resistência de Weibull, assim como as partículas de areia reais, conforme encontra-se amplamente defendida na literatura.

Com os resultados dos ensaios de compressão, foi possível observar também que as resistências de uma mesma partícula durante os ensaios de compressão unidimensional seguem uma distribuição estatística normal assim como a distribuição de adesões entre sub esferas imposta inicialmente às partículas.

Ainda, durante o desenvolvimento da metodologia, observaram-se os principais fatores que influenciam a quebra de uma partícula do solo e o seu grau de influência nesse processo.

A distribuição de falhas internas, representada pela distribuição normal de adesão entre as sub-esferas, afeta significativamente o comportamento de quebra de uma partícula. Os parâmetros da distribuição normal, ou seja, sua média e desvio padrão, irão definir as falhas internas da partícula e, conseqüentemente a forma pela qual a partícula irá romper e, conseqüentemente, sua resistência final.

A forma de uma partícula também é muito importante na sua análise da resistência. Observou-se que diferentes formas de um mesmo material influenciam significativamente na resistência final de uma partícula. Além disso, rotacionando uma mesma forma, percebeu-se que também há influência na resistência final da partícula. Conclui-se, assim, que essa rotação da partícula e a conseqüente compressão segundo novos ângulos, altera os caminhos preferencias de tensão internos da partícula. A rotação, portanto, se comporta semelhante a uma nova partícula com uma forma diferente da referência inicial.

Desta forma, assim como a inserção de falhas internas por meio do sorteio de adesões entre sub-esferas, diferentes resistências a quebra devido a diferentes formas e diferentes ângulos de rotação são capazes de retornar uma distribuição Weibull, caracterizando, portanto, o comportamento de quebra de uma partícula. Percebe-se, dessa forma, a necessidade de levar

em consideração esses três parâmetros no design de quebra de uma partícula. Apesar, entretanto, de haver influência na resistência devido a forma da partícula, observou-se que a característica mais significativa para definir esse comportamento é a distribuição de adesões entre as sub-esferas, ou seja, a distribuição de falhas internas às partículas.

O tamanho da partícula também foi observado e analisado durante o desenvolvimento desta pesquisa. Inicialmente, observou-se o efeito do tamanho em partículas virtuais de areia. Para uma mesma forma, a hipótese adotada para a distribuição das coesões internas reproduz o comportamento defendido por Weibull, onde partículas maiores serão menos resistentes pela maior probabilidade de se encontrarem falhas em seu interior.

Por fim, extrapolou-se a análise da resistência de corpos de provas geometricamente iguais, mas com tamanhos diferentes. Observou-se, desta vez, o comportamento de três cilindros de tamanhos distintos, mas todos formados por sub-esferas que seguem a mesma distribuição normal de coesões. Analisando seu comportamento segundo a probabilidade de Weibull, o comportamento descrito pelo autor foi observado, onde a resistência é inversa ao tamanho do cilindro, ou seja, quanto menor o cilindro, maior a sua resistência.

Além da análise segundo Weibull, o comportamento dos cilindros também foi observado segundo análises probabilísticas. Os resultados obtidos neste estudo evidenciaram a presença do efeito de tamanho sobre a resistência à compressão e sobre os mecanismos de falha de corpos cilíndricos formados por esferas coladas com coesão aleatória. Ao submeter os cilindros a ensaios de compressão axial, observou-se que o aumento das dimensões dos corpos provocou redução da resistência do corpo de prova.

Verificou-se também uma transição nos tipos de falha predominantes em função da escala dos corpos. Nos cilindros menores, a falha ocorreu de forma frágil e localizada, com formação de planos de cisalhamento inclinados bem definidos, caracterizando uma ruptura abrupta e concentrada. Por outro lado, nos cilindros intermediários, a falha se desenvolveu de forma progressiva, com colapso lateral e desagregação assimétrica, representando um comportamento misto entre falha frágil e falha dúctil.

Nos corpos de maior escala, por sua vez, o colapso não ocorreu de forma súbita, mas foi precedido por um processo de acúmulo de micro danos distribuídos, levando a uma falha difusa, com perda de coesão em múltiplas zonas simultaneamente, conforme esperado.

Dessa forma, os resultados confirmam que o efeito de escala influencia tanto a resistência quanto a forma de falha, e que a heterogeneidade estatística da coesão entre partículas amplifica esse efeito. A transição observada entre falha frágil localizada e falha progressiva difusa reforça os conceitos teóricos de mecânica dos materiais frágeis e valida a utilização de modelos numéricos baseados em elementos discretos para a simulação de sistemas granulares coesos sob compressão.

Como sugestão para trabalhos futuros, tem-se:

- Verificação do comportamento de quebra para uma única partícula, adotando outras distribuições probabilísticas para as coesões das esferas que a formam;
- Ampliação do estudo do efeito do tamanho com a inclusão de formas mais complexas; e,
- Aplicações práticas em problemas Geotécnicos como fundações, estabilidade de taludes ou estruturas de contenções.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AFSHAR, T., DISFANI, M. M., ARULRAJAH, A., NARSILIO, G. A., EMAN, S. (2017). Impact of particle shape on breakage of recycled construction and demolition aggregates. *Powder Technology* 308, 1 – 12.
- ALONSO, E. E., TAPIAS, M., GILI J. (2012). Scale effects in rockfill behavior, *Géotechnique Letters* 2.
- ALTUHAFI, F. N., COOP, M. R., GEORGIANNOU, V., N. (2016). Effect of Particle Shape on the Mechanical Behavior of Natural Sands. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 142(12): 04016071.
- BAZANT, Z. P. (1984). Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal. *Journal of Engineering Mechanics*, 110 (4), 518 – 535.
- BAZANT, Z. P. (1999). Size effect on structural strength: a review. *Archieve of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv)*, 69 (9 - 10), 703 – 725.
- BAZANT, Z. P. *Scaling of Structural Strength*. Amsterdam: Elsevier, 2002.
- BAZANT, Z. P., PLANAS, J. (1997). *Fracture and size effect in concrete and Other quasibrittle materials*, CRC Press, United States of America, 616p.
- BOLTON, M. D., NAKATA, Y., CHENG, Y. P. (2008). Micro- and macro-mechanical behaviour of DEM crushable materials. *Géotechnique* 58, No. 6, 471–480.
- BRZESOWSKY, R. H., SPIERS, C. J., PEACH, C. J., HANGX, S. J. T. (2011). Failure behavior of single sand grains: Theory versus experiment. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 116.
- CARPINTERI, A. Scaling laws and renormalization groups for strength and toughness of disordered materials. *International Journal of Solids and Structures*, v. 31, n. 3, p. 291–302, 1994.
- CAVARRETA, I., O’SULLIVAN, C., COOP, M. R. (2010). The influence of particle characteristics on the behaviour of coarse grained soils. *Géotechnique*, 60(6): 413 – 423.

CAVARRETA, I., O'SULLIVAN, C., COOP, M. R. (2017). The relevance of roundness to the crushing strength of granular materials. *Géotechnique*; 67(4): 301-312.

CIANTIA, M. O., ARROYO, M., CALVETII, F., GENS, A. (2016). A numerical investigation of the incremental behavior of crushable granular soils. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*

CLEARLY, P. W., SINNOTT, M. D. (2015). Simulation of particle flows and breakage in crushers using DEM. *Minerals Engineering*.

COOP, M. R., & LEE, I. K. (1993). The behaviour of granular soils at elevated stresses. *Geotechnique*, 43(2), 203–218.

DAOUADJI, A., HICHER, P.Y. (2009). An enhanced constitutive model for crushable granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*.

DIAS, A. C. (2001). Caracterização Mecânica de Enrocamentos Através de Ensaios de Grande Escala Visando Barragens com Face de Concreto. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM-081A/2001, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 114 p.

FERELLEC, J. F., MCDOWELL, G. R. (2008). A simple method to create complex particle shapes for DEM. *Geomechanics and Geoengineering: An International Journal*. Vol 3, No 3, 211 – 216.

HANELY, K. J., O'SULLIVAN, C., HUANG, X. (2015). Particle-scale mechanics of sand crushing in compression and shearing using DEM. *Soils and Foundations* 55(5): 1100 – 1112.

HU, W., YIN, Z., DANO, C., HICHER, P. (2011). A constitutive model for granular material considering grain breakage.

HUANG, H., ZHU, X. H., HUANG, W. K., HU, X. Z. (1995). Weibull Strength Distributions and Fracture Characteristics of Abrasive Materials. *Engineering Fracture Mechanics*, Vol 52, No. 1, pp 15-24

JAEGGER, J. C.; COOK, N. G. W.; ZIMMERMAN, R. *Fundamentals of Rock Mechanics*. 4. ed. Oxford: Wiley-Blackwell, 2007.

JENQ, Y., SHAH, S. P. (1985). Two parameter fracture model for concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol 111, No. 10.

KUN, F., ZAPPERI, S., HERMANN, H.J., Damage-fracture transition in the random fuse model. *Physical Review E*, v. 67, n. 6, 2003.

KNOK, C. Y., BOLTON, M. D. (2013). DEM simulations of soil creep due to particle crushing. *Géotechnique* 63, No. 16, 1365 – 1376.

LAUFER, I. (2015). Grain crushing and high-pressure oedometer tests simulated with the discrete element method. *Granular Matter*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

LI, Y. (2013). Effects of particle shape and size distribution on the shear strength behavior of composite soils. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 72 (3-4), 371 – 381.

LIM, W. L. E MCDOWELL, G. R. (2007). The importance of coordination number in using agglomerates to simulate crushable particles in the discrete element method. *Géotechnique* 57, No. 8, 701 – 705.

LIU, F., YING, M., YUAN, G., WANG, J., GAO, Z., NI, J. (2021). Particle shape effects on the cyclic shear behaviour of the soil–geogrid interface. *Geotextiles and Geomembranes* 49, Volume 49, Issue 4, 991 – 1003.

LOBO-GUERRERO, S. E VALLEJO, L. E. (2006). Application of Weibull statistics to the tensile strength of rock aggregates. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental engineering*, 786.

MCDOWELL, G. R. (2001). Statistics of soil particle strength. *Géotechnique* 51, No. 10, 897 – 900.

MCDOWELL, G. R. (2002). On the yielding and plastic compression of sand. *Soils and Foundations* 42 (1), 139 – 145.

MCDOWELL, G. R., AMON, A. (2000). The application of Weibull statistics to the fracture of soil particles, *Soils and Foundations*, Vol. 40, No. 5, 133 – 141.

MCDOWELL, G. R., BOLTON, M. D. (1998). On the micromechanics of crushable aggregates, *Géotechnique* 48, No. 5, 667±679.

MCDOWELL, G. R., BONO, P. (2013). On the micro mechanics of one-dimensional normal compression. *Géotechnique* 63, No. 11, 895–908.

MCDOWELL, G. R., HARIERCHE, O. (2002). Discrete element modelling of soil particle fracture. *Géotechnique* 52, No. 2, 131 – 135.

NADIMI, S., FONSECA, J. (2017). On the tensile strength of soil grains in Hertzian response. Paper presented at Powders and Grains 2017 – 8th International Conference on Micromechanics on Granular Media, Montpellier, France.

NAKATA, Y., KATO, Y., HYODO, M., HYDE, A., MURATA, H. (2001). One-dimensional compression behaviour of uniformly graded sand related to single particle crushing strength. *Soils and Foundations* Vol. 41, No. 2, 39 – 51.

OLDECOP, L. A., ALONSO, E. E. (2007). Theoretical investigation of the time-dependent behavior of rockfill. *Géotechnique* 57, No. 3.

PENG, Y., DING, X., ZHANG, Y., WANG, C., WANG, C. (2021). Evaluation of the particle breakage calcareous sand based on detailed probability of grain survival: An application of repeated low-energy impacts. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 141.

RASP, T., KRAFT, T. AND RIDEL, H. (2013). Discrete element study on the influence of initial coordination numbers on sintering behaviour, Elsevier.

RINNER, HORST (2009). *The Weibull Distribution – A Handbook*. CRC Press.

ROBERTSON, D. (2000). Computer simulations of crushable aggregates. PhD thesis, University of Cambridge, Cambridge, UK.

SALAMI, Y, DANO, C., HICHER, P-Y. (2017). An experimental study on the influence of the coordination number on grain crushing. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*.

SALVATORE, W., e CAVARRETTA, I. (2020). On the influence of particle-scale mechanics on the strength and deformation of granular materials. *Granular Matter*, 22(1), 1–17.

SANTAMARINA, J. C., CHO, G. C. (2004). Soil Behavior: The Role of Particle Shape, Proc. Skempton Conf., March, London.

SCHOLZ, C. H. *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.

SOLTANBEIGI, B., PODLOZHNYUKB, A., PAPANICOLOPULOSA, S., KLOSSB, C., PIRKER, S., OOIA, J. Y. (2018). DEM study of mechanical characteristics of multi-spherical and superquadric particles at micro and macro scales. *Powder Technology* 329, 288 – 303.

TAKEUCHI, H., NAKAMURA, H. E WATANO, S. (2013). Numerical simulation of particle breakage in DEM impact pulverizer. *AIChE Journal*.

TARANTINO, A. E HYDE, A. F. L. (2005). An experimental investigation of work dissipation in crushable materials. *Géotechnique* 55, No. 8, 575 – 584.

TAVARES, L. M. (2007). Breakage of Single Particles: Quasi-Static, Department of Metallurgical and Materials Engineering, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brazil.

TAVARES, L.M., KING R.P. (1998). Single-particle fracture under impact loading. *Int. J. Miner. Process.* 54 1.

TAVARES, L. M., RODRIGUEZ, V. A., SOUSANI, M., PADROS, C. M. OOI, J. Y. (2021). Na effective sphere-based model for breakage simulation in DEM. *Powder Technology* 392, 473 – 488.

TEDESCO, B. M. M. S. (2016). Modelagem Numérica de Ensaio de Enrocamento, Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília .

WANG, P., ARSON, C. (2016). DEM of shielding and size effects during single particle crushing. *Computers and Geotechnics* 78, 227 – 236.

WANG, Y., SHAO, S., WANG, Z. (2019). Effect of particle breakage and shape on the mechanical behaviors of granular materials. *Hindawi, Advances in Civil Engineering*, Volume 2019.

WEIBULL, W. (1951). A statistical distribution function of wide applicability. *J. Appl. Mech.* 18, 293 – 297.

XIAO Y., LIU, H., ZHANG, W., LIU, H., YIN, F., WANG, Y. (2015). Testing and modeling of rockfill materials: A Review. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*.

YANG, Z. X., JARDINE, R. J., ZHU, B. T., FORAY, P., TSHUA, H. C. (2010). Sand grain crushing and interface shearing during displacement pile installation in sand. *Geotechnique* 60, No. 6, 469–482.

ZHANG, T., ZHANG, C., ZOU, J., WANG, B., SONG, F., YANG, W. (2020). DEM exploration of the effect of particle shape on particle breakage in granular assemblies. *Computer and Geotechnics* 122.

ZHOU, B., WANG, J., WANG, H. (2014). A new probabilistic approach for predicting particle crushing in one-dimensional compression of granular soil. *Soils and Foundations*; 54(4): 833 – 844.

ZHOU, W., YANG, L., MA, G., CHANG, X., LAI, Z., XU, K. (2016). DEM analysis of the size effects on the behavior of crushable granular materials. *Granular Matter*, Vol 18, No. 3.

ZULUAGA, R. A. G. (2016). Relação entre características microestruturais e o comportamento macroscópico de solos granulares. Tese de Doutorado em Geotecnia, Universidade de Brasília, Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Brasília, DF.

APÊNDICES

A – DISTRIBUIÇÕES DE WEIBULL PARA ÂNGULOS ESTÁVEIS PARA AS DIFERENTES FORMAS DE PARTÍCULAS

A.1 FORMA 2

Tabela A.1 – Ângulos estáveis da Forma 2

Ângulo (°)	σ_0 (kPa)	m
0	199.51	1.43
70	87.77	1.12
142	54.87	1.09
232	72.58	0.92
305	129.04	1.17

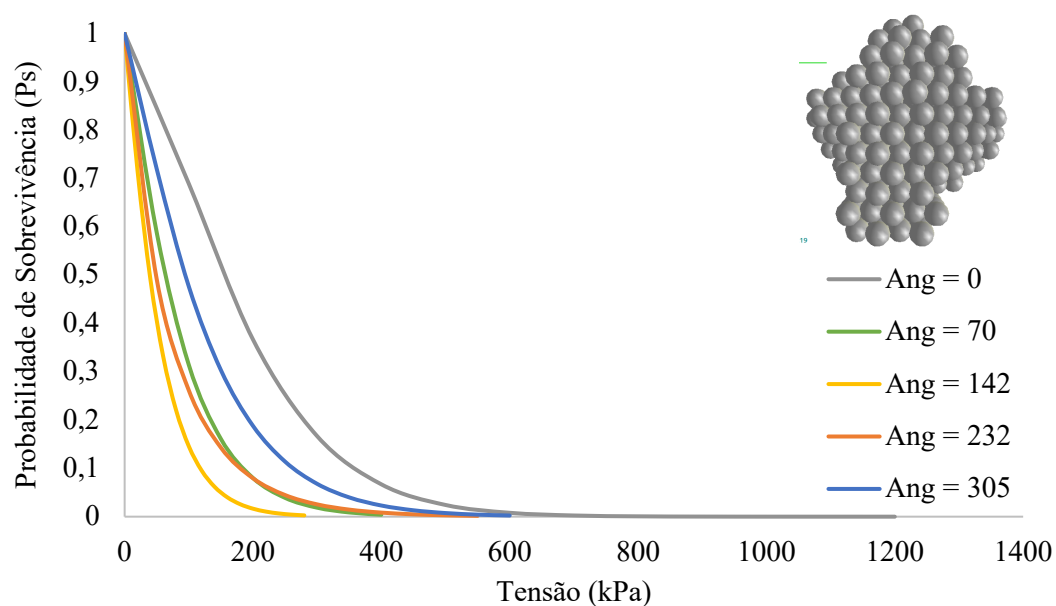


Figura A.1 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 2

A.2 FORMA 3

Tabela A.2 – Ângulos estáveis da Forma 3

Ângulo (°)	σ_0 (kPa)	m
0	601.75	1.74
65	291.42	1.43
180	578.32	1.81
240	41.69	1.03

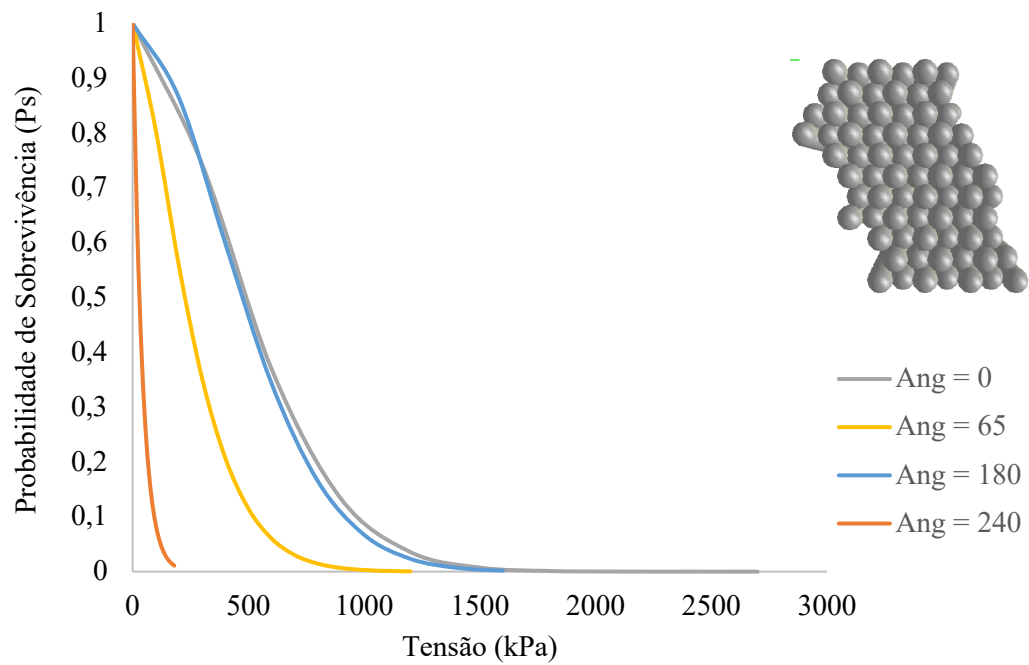


Figura A.2 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 3

A.3 FORMA 4

Tabela A.3 – Ângulos estáveis da Forma 4

Ângulo (°)	σ_0 (kPa)	m
0	210.45	1.25
55	242.27	1.46
85	159.53	1.23
180	198.51	1.39
270	307.43	1.32
300	306.54	1.38

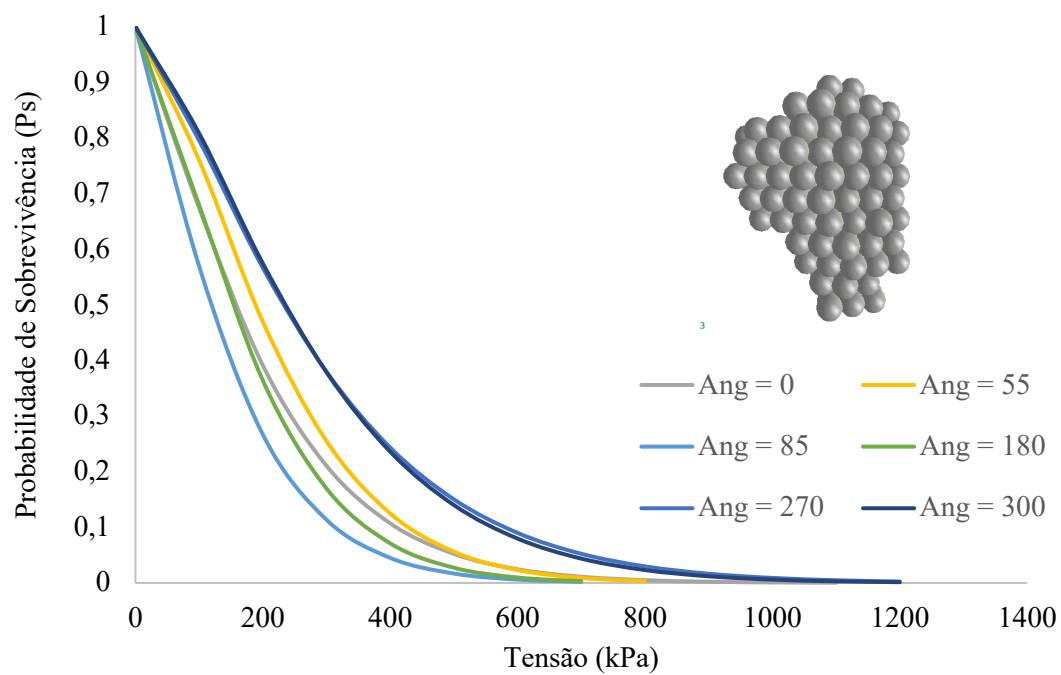


Figura A.3 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 4

A.4 FORMA 5

Tabela A.4 – Ângulos estáveis da Forma 5

Ângulo (°)	σ_0 (kPa)	m
0	200.60	1.34
155	138.09	1.31
180	206.02	1.33
270	280.63	1.44
340	191.97	1.24

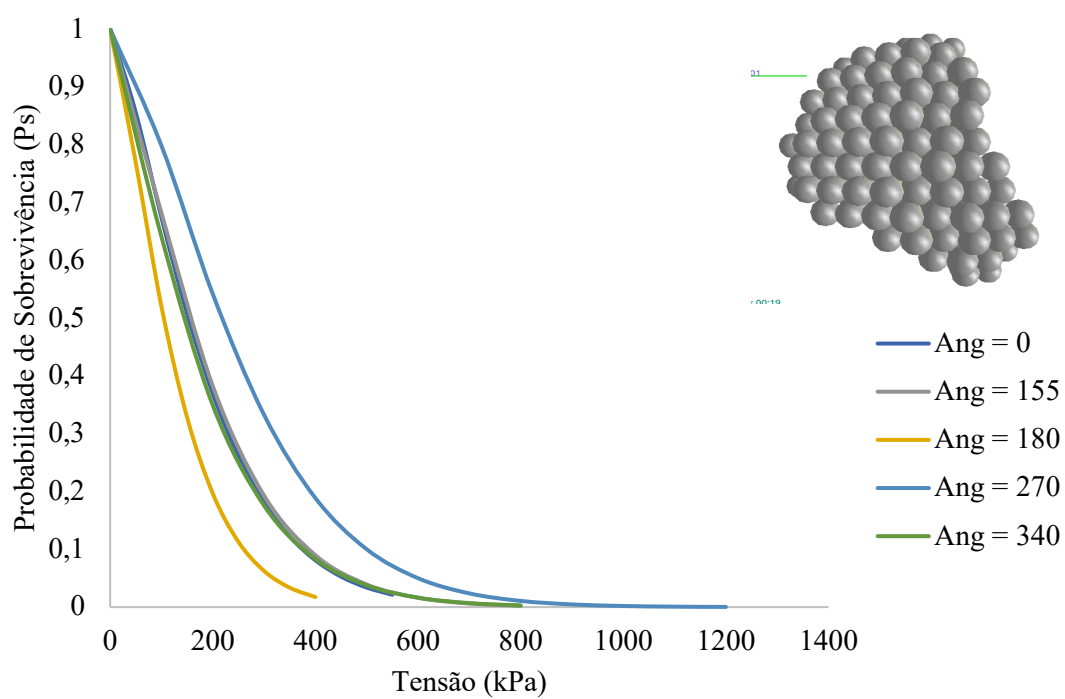


Figura A.4 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 5

A.5 FORMA 6

Tabela A.5 – Ângulos estáveis da Forma 6

Ângulo (°)	σ_0 (kPa)	m
0	113.93	1.97
90	56.91	1.31
180	132.32	1.31
270	124.34	1.33

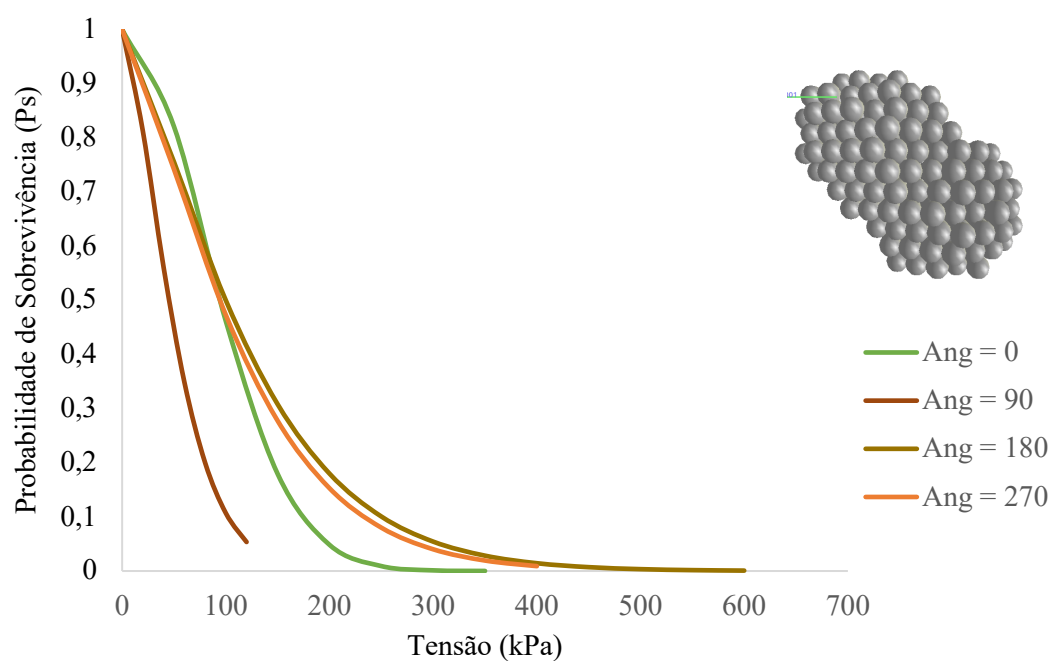


Figura A.5 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 6

A.6 FORMA 7

Tabela A.6 – Ângulos estáveis da Forma 7

Ângulo (°)	σ_0 (kPa)	m
0	335.43	1.35
73	52.86	0.97
90	56.60	1.09
130	50.85	1.11
180	358.99	1.45
205	206.52	1.42

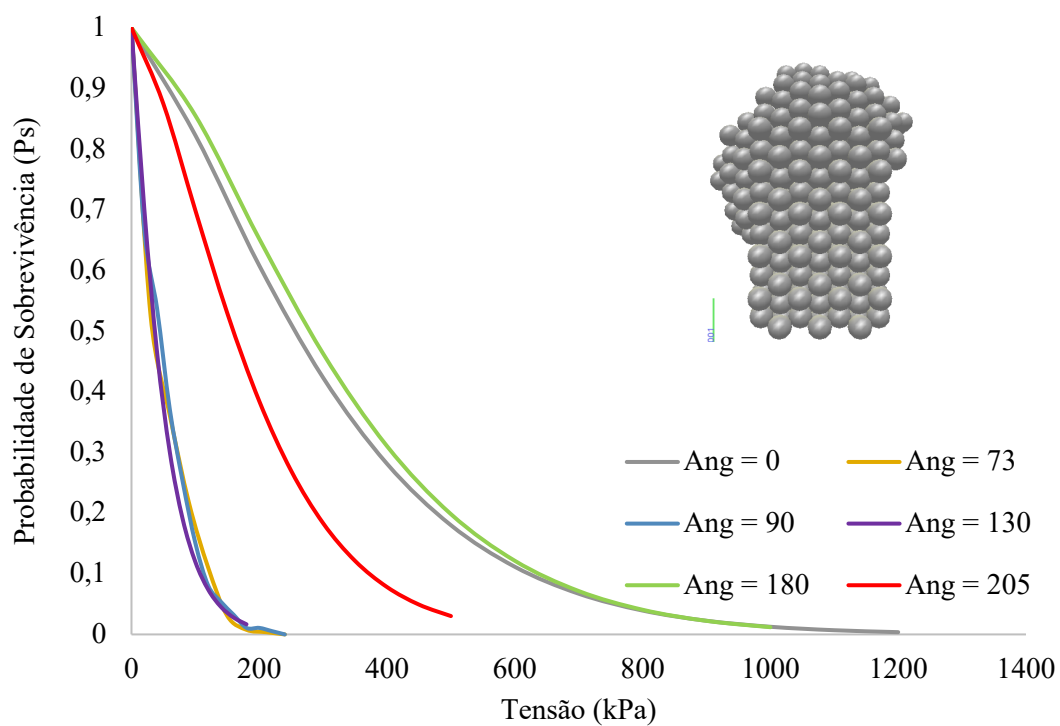


Figura A.6 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 7

A.7 FORMA 8

Tabela A.7 – Ângulos estáveis da Forma 8

Ângulo (°)	σ_0 (kPa)	m
0	247.92	1.20
60	95.53	1.01
120	375.61	1.54
180	265.71	1.25
210	282.9183	1.43
277	218.326	1.45

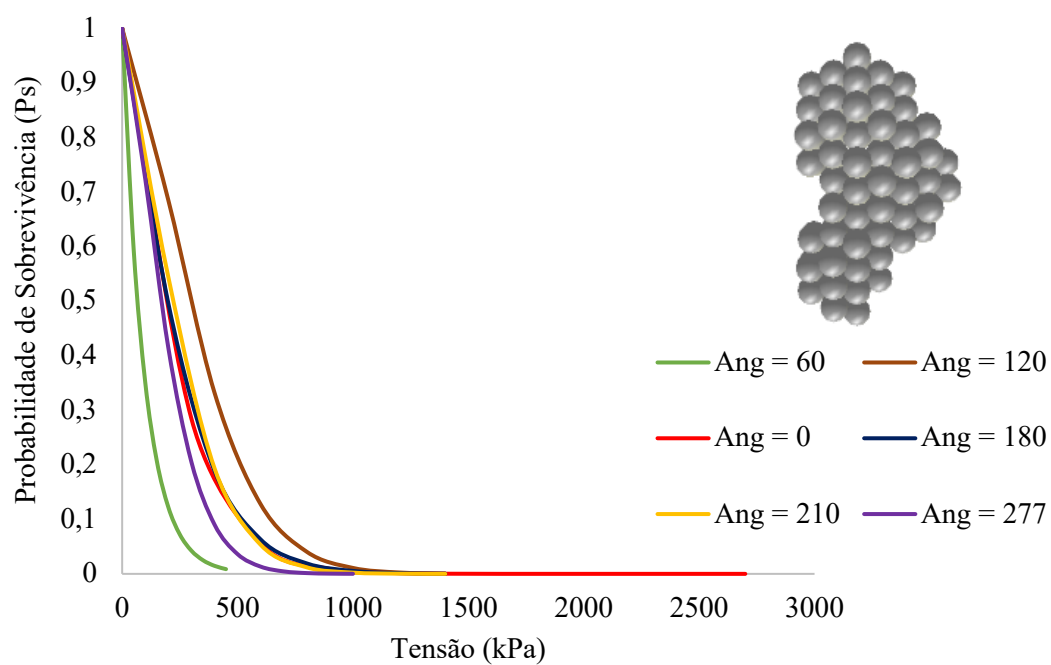


Figura A.7 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 8

A.8 FORMA 9

Tabela A.8 – Ângulos estáveis da Forma 9

Ângulo (°)	σ_0 (kPa)	m
0	251.81	1.79
15	259.18	1.45
65	138.61	1.23
115	69.20	1.02
180	274.55	1.57
210	114.11	1.31
265	153.41	1.77

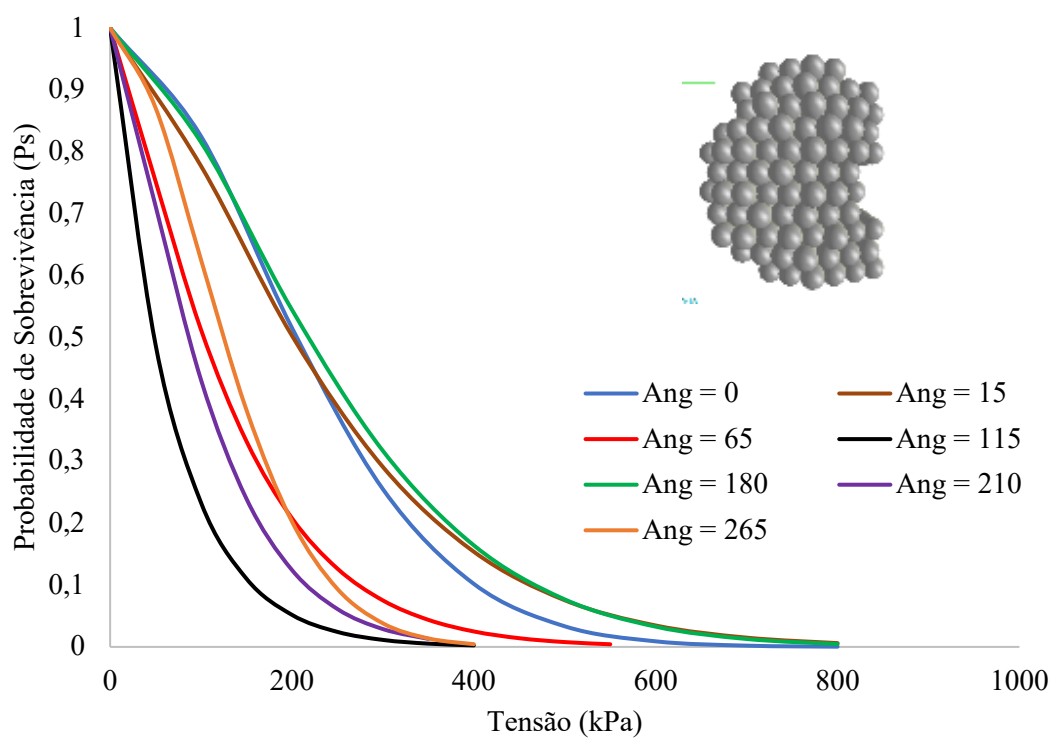


Figura A.8 – Distribuição de Weibull para os ângulos estáveis da Forma 9

B – DISTRIBUIÇÕES DE WEIBULL COM SORTEIO DE ÂNGULOS PARA AS DIFERENTES FORMAS DE PARTÍCULAS

B.1 FORMA 2

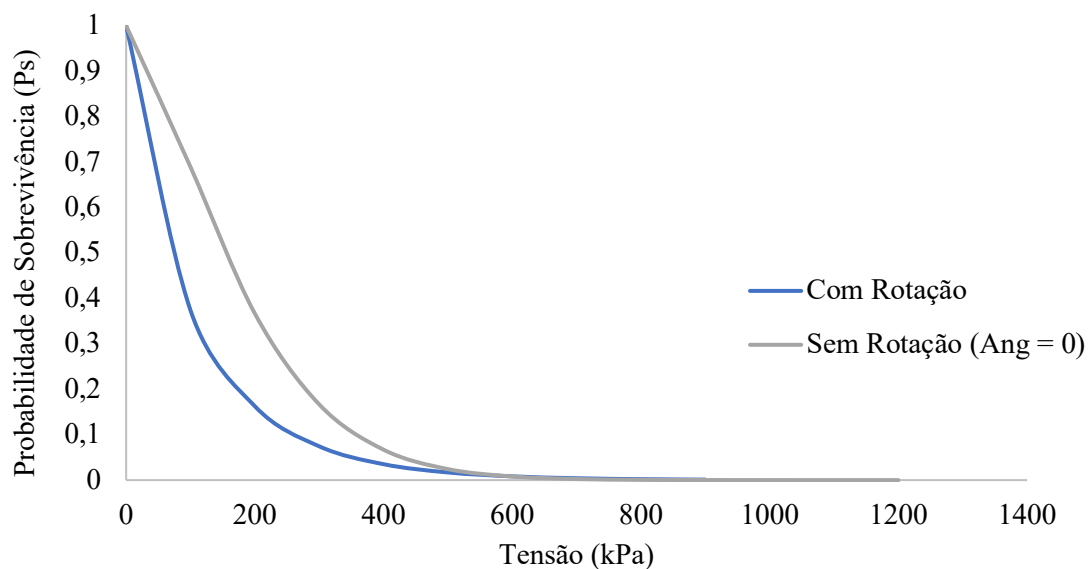


Figura B.1 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 2

B.2 FORMA 3

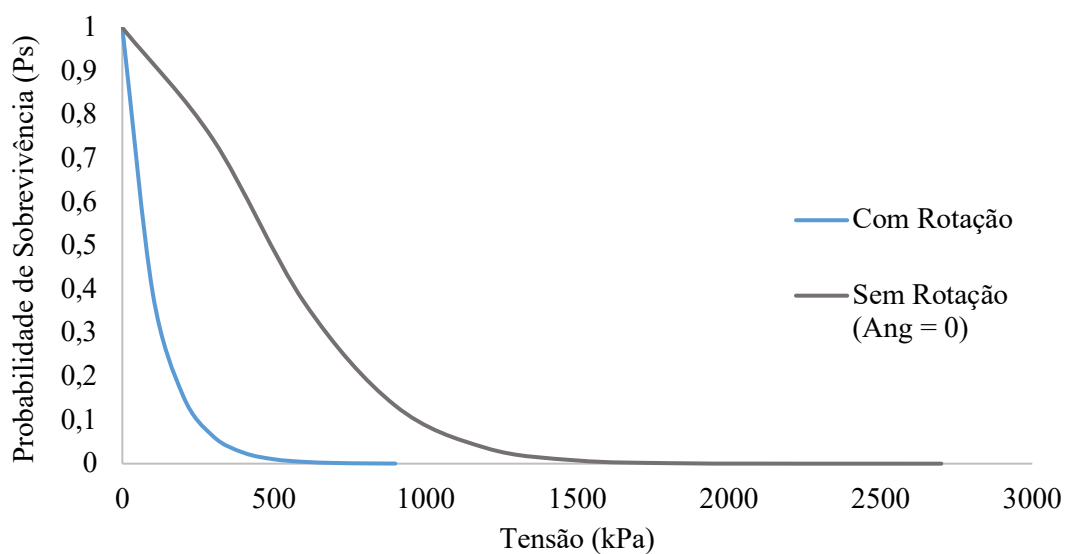


Figura B.2 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 3

B.3 FORMA 4

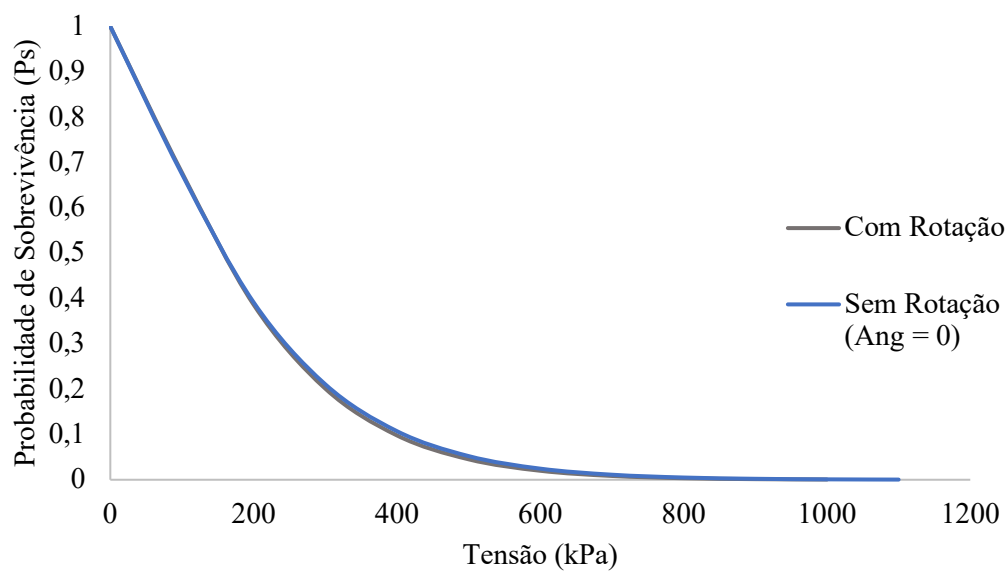


Figura B.3 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 4

B.4 FORMA 5

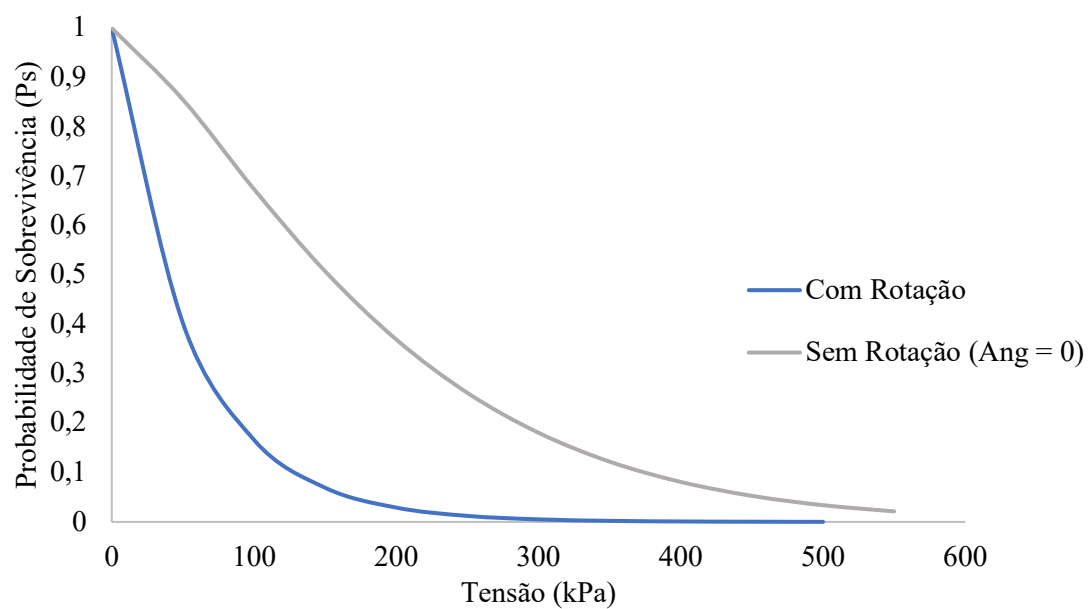


Figura B.4 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 5

B.5 FORMA 6

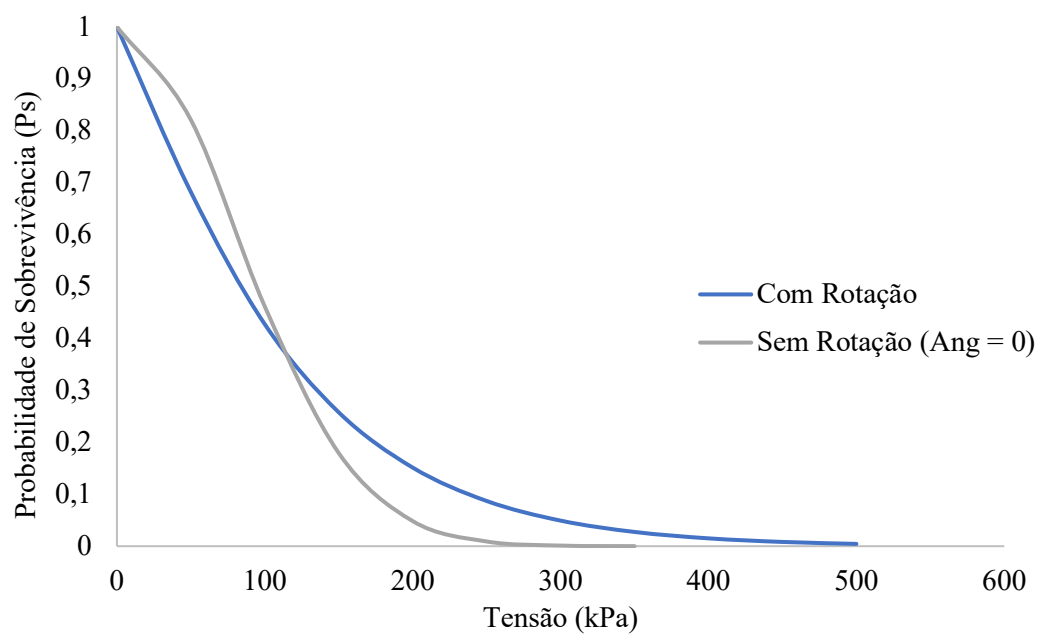


Figura B.5 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 6

B.6 FORMA 7

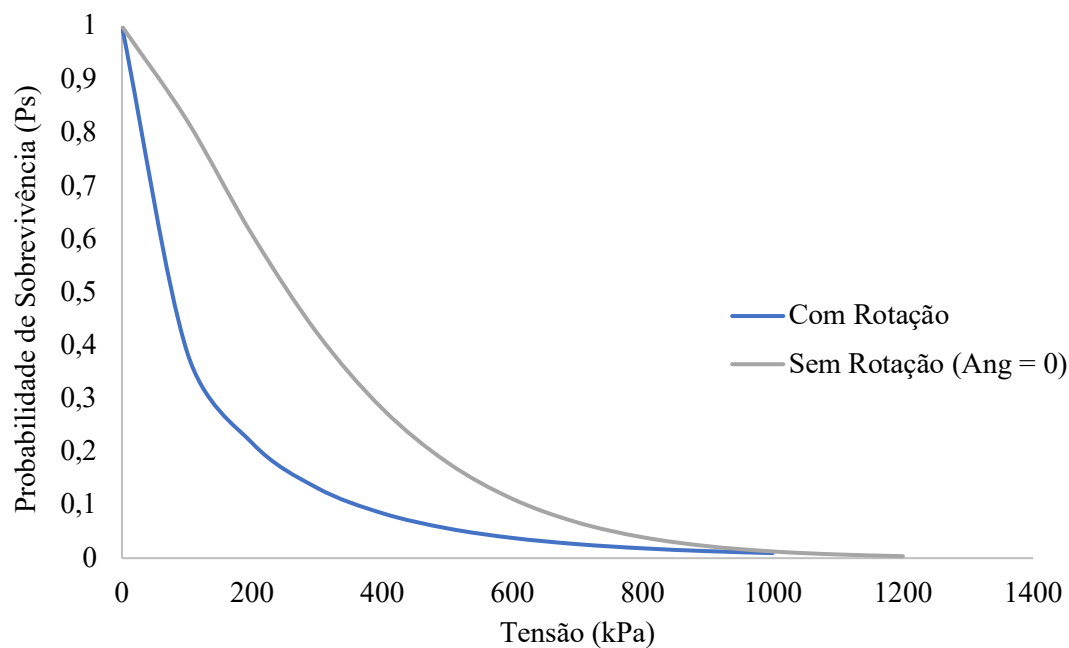


Figura B.6 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 7

B.7 FORMA 8

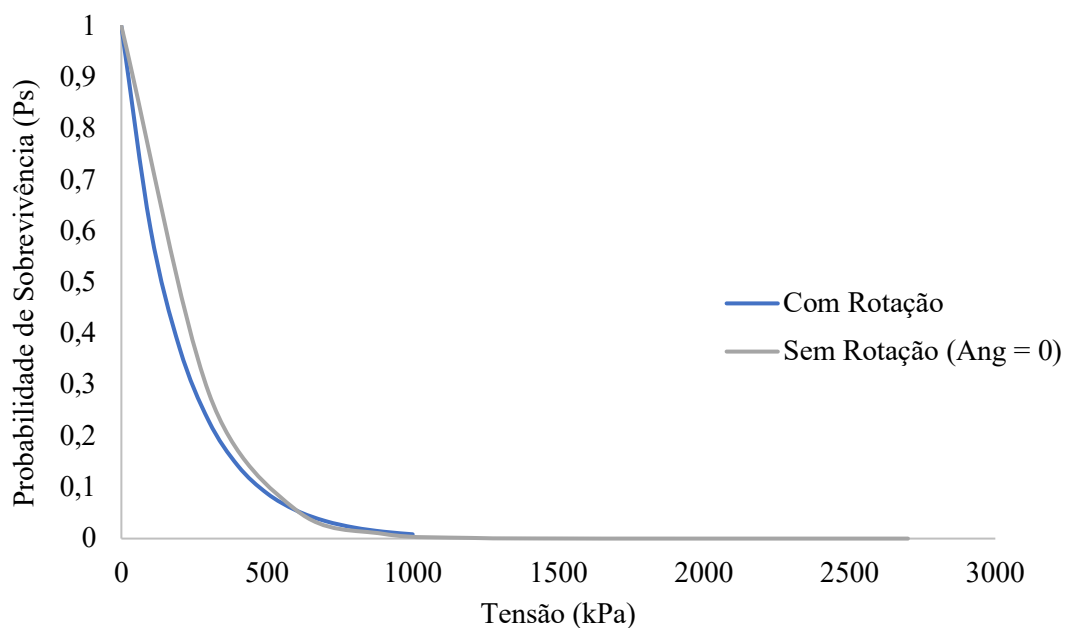


Figura B.7 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 8

B.8 FORMA 9

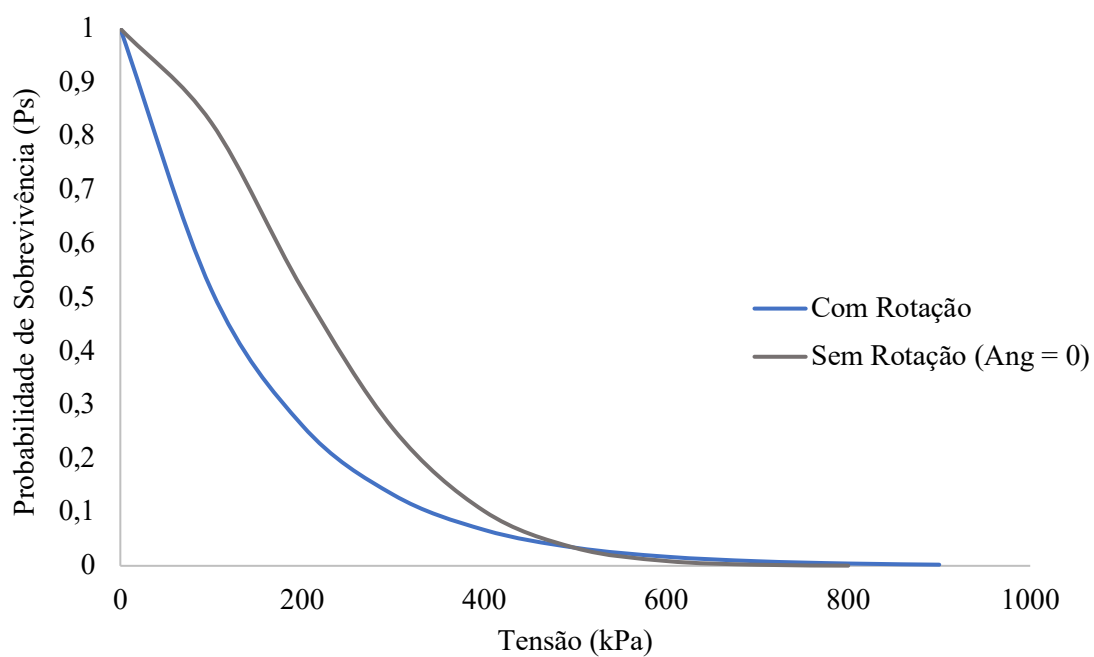


Figura B.8 – Distribuição de Weibull com e sem rotação para a Forma 9