

**LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DE AMORTECEDORES TIPO
HISTERÉTICO BASEADO NO PROBLEMA INVERSO
INCREMENTAL**

WILSON EMILIO DAVID SÁNCHEZ

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS
E CONSTRUÇÃO CIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DE AMORTECEDORES TIPO
HISTERÉTICO BASEADO NO PROBLEMA INVERSO
INCREMENTAL**

WILSON EMILIO DAVID SÁNCHEZ

**ORIENTADOR: JOSE LUIS VITAL DE BRITO
CO-ORIENTADORA: SUZANA MOREIRA AVILA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS

PUBLICAÇÃO: E.DM-023A/16

BRASÍLIA / DF: 7 / 09 / 2016

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DE AMORTECEDORES TIPO
HISTERÉTICO BASEADO NO PROBLEMA INVERSO
INCREMENTAL**

WILSON EMILIO DAVID SÁNCHEZ

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

Prof. Jose Luis Vital de Brito, Doutor (ENC-UnB)
(Orientador)

Prof. Graciela N. Doz de Carvalho, Dr. Ing (ENC-UnB)
(Examinadora Interna)

Prof. Zenón José Guzmán del Prado, Doutor (UFG)
(Examinador Externo)

BRASÍLIA, 9 DE SETEMBRO DE 2016

FICHA CATALOGRÁFICA

DAVID SÁNCHEZ, WILSON EMILIO

Localização ótima de amortecedores tipo histerético baseado no problema inverso incremental. [Distrito Federal] 2016.

xviii, 155p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2016).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Localização ótima de dispositivos

2. Amortecedor histerético

3. Problema inverso incremental

4. Função de transferência

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

DAVID S., W. E. (2016). Localização ótima de amortecedores tipo histerético baseado no problema inverso incremental. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.DM-023A/16, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 155p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Wilson Emilio David Sánchez

TÍTULO: Localização ótima de amortecedores tipo histerético baseado no problema inverso incremental.

GRAU: Mestre ANO: 2016

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Wilson Emilio David Sánchez
SQN 408, Bloco I apto 201 - Asa Norte
70.856-090 Brasília - DF- Brasil
e-mail: wedavid@unal.edu.co

Dedicatória.

*Aos meus pais, Jesus Emilio David Guzmán e Luz Amanda Sánchez Sánchez
pelo apoio incondicional,
Os meus irmãos e sobrinhos pelo incentivo.*

AGRADECIMENTOS

A Universidade de Brasília (UnB) pela oportunidade oferecida, ao Governo Brasileiro e à CAPES pelo suporte financeiro.

Aos orientadores desta pesquisa, Professores Jose Luis Vital de Brito e Suzana Moreira Ávila. Muito obrigado pelos seus aportes, apoio e disposição, fizeram deste processo uma fonte alta de conhecimento intelectual e pessoal.

Ao corpo docente e administrativo do Programa Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil pelo imenso aporte profissional, sua dedicação e persistência neste processo de formação.

À minha família, especialmente meus pais Jesus Emilio y Amanda por ter apoiado e acreditado na minha escolha de vida.

À Igreja *Pentecostal unida de Colombia (IPUC)* e cada uma das congregações onde meu pai trabalhou como pastor, obrigado pela amizade e apoio econômico na fase de graduação.

Às escolas e professores que aportaram a base de formação acadêmica: Mariano, Emanuel, Camilo Torres, Liceo SPU e José de los Santos Zúñiga.

À empresa *Ingeniería Especializada (ieb)* por ter sido minha escola profissional e primeiro emprego. Aos engenheiros Jaime Blandon, Jose Dariel Arcila, Monica Cardona, Ivan Villalba, Catalina Lopez, Tatiana Buitrago, Denis Londoño, Rosario Pineda, Alexandra Moncada, Juan Arias, Ivan Castro e John Betancur. Faço menção especial ao engenheiro Juan Gabriel Lopez pela amizade oferecida, humildade, bondade e paciência que durante todos estes anos de projetos sempre estiveram presentes.

Finalmente a todos os amigos e colegas que chegaram junto ao processo de formação: Marcelo, Alejandra, Wanderley, Walter, Gelson, Cristian, Fabian, Maria, Erwin, Yina, Marília, Eduardo, Lilian, Sebastião, Glediston, Gilmar, Ricardo e Alander.

RESUMO

LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DE AMORTECEDORES TIPO HISTERÉTICO BASEADO NO PROBLEMA INVERSO INCREMENTAL

Autor: Wilson Emilio David Sánchez

Orientador: Jose Luis Vital de Brito, Doutor

Co-orientadora: Suzana Moreira Avila, Doutora

Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, Setembro de 2016

No controle estrutural, os dispositivos passivos do tipo histeréticos são destacados devido ao seu baixo custo e alta ductilidade. Estes dispositivos dissipam a energia através de um mecanismo que é independente da taxa de frequência do carregamento, número de ciclos da carga ou variação da temperatura. Na presente pesquisa analisa-se numericamente, com apoio do programa MATLAB, dois procedimentos propostos pelo Izuru Takewaki, os quais consistem na determinação da localização ótima dos amortecedores do tipo histerético num edifício do tipo *Shear building*. Estes procedimentos são conhecidos como: (a) Problema inverso incremental para o reprojeto de sistema estrutural com um amortecimento arbitrário para a função de transferência objetivo e (b) Procedimento sistemático para encontrar a localização ótima de amortecedores, minimizando a soma das amplitudes da função de transferência. Os resultados obtidos mostraram que o método da localização ótima minimizando a soma das amplitudes da função de transferência foi eficiente ao apresentar uma redução entre 16% e 31% da amplitude da função de transferência para edifícios conformados entre dois e dez pavimentos respectivamente.

Palavras-chave: Localização ótima de dispositivos, amortecedor histerético, problema inverso incremental, função de transferência, controle passivo.

ABSTRACT

OPTIMAL PLACEMENT OF HYSTERETIC DAMPERS BASED ON THE INCREMENTAL INVERSE PROBLEM

Author: Wilson Emilio David Sánchez

Supervisor: Jose Luis Vital de Brito, Doutor

Co-supervisor: Suzana Moreira Avila, Doutora

Postgraduate Program in Structure and Civil Construction Engineering

Brasília, September of 2016

In structural control, passive hysteretic devices are highlighted due to their low cost and high ductility. These devices dissipate energy through a mechanism that is independent of charging rate frequency, number of charge cycles, or temperature variation. In this work a numerical analysis is done, with the support of MATLAB program over two procedures proposed by Izuru Takewaki, which consist in determining the optimal placement of the hysteretic dampers in a Shear building. These procedures are known as: (a) incremental inverse problem for redesign of structural system with an arbitrary damping system for target transfer functions and (b) systematic procedure to find the optimal damper placement to minimize the sum of amplitudes of the transfer functions. The results showed that the optimal placement method minimizing the sum of the amplitudes of the transfer function is efficient by showing a reduction between 16% and 31% of the amplitude of the transfer function for buildings conformed between two and ten floors respectively.

Key-Words: Optimal placement of devices, hysteretic damper; incremental inverse problem; transfer function; passive control.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	19
1.1 APRESENTAÇÃO.....	19
1.2 OBJETIVOS	21
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	21
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	23
2.1 INTRODUÇÃO.....	23
2.2 CONTROLE PASSIVO	26
2.2.1 Amortecedores metálicos histeréticos	26
2.2.2 Amortecedores por atrito	26
2.2.3 Amortecedores de fluido viscoso	27
2.2.4 Amortecedores viscoelásticos.....	27
2.3 AMORTECEDORES DO TIPO HISTERÉTICO	28
2.4 ESTADO DA ARTE.....	29
3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	34
3.1 INTRODUÇÃO.....	34
3.2 REPROJETO PARA A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA OBJETIVO (RFTO)	
36	
3.2.1 Problema inverso incremental.....	36
3.3 LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DO AMORTECEDOR (LOA)	41
3.3.1 Problema de localização ótima do amortecedor.....	41
3.3.2 Modificação do processo de otimização	46
4. ANÁLISES NUMÉRICAS	49
4.1 ANÁLISE NUMÉRICA 1	49
4.1.1 Análise dos resultados para o exemplo numérico 1	56
4.2 ANÁLISE NUMÉRICA 2	57
4.2.1 Análise dos resultados para o exemplo numérico 2	74
4.3 ANÁLISE NUMÉRICA 3	76
4.3.1 Dois graus de liberdade	76

4.3.2	<i>Três graus de liberdade</i>	77
4.3.3	<i>Quatro graus de liberdade</i>	79
4.3.4	<i>Cinco graus de liberdade</i>	80
4.3.5	<i>Sete graus de liberdade</i>	82
4.3.6	<i>Oito graus de liberdade</i>	84
4.3.7	<i>Nove graus de liberdade</i>	86
4.3.8	<i>Dez graus de liberdade</i>	88
4.3.9	<i>Resumo da análise numérica 3</i>	91
4.3.10	<i>Análise dos resultados para o exemplo numérico 3</i>	92
4.4	ANÁLISE NUMÉRICA 4	93
4.4.1	<i>Análise dos resultados para o exemplo numérico 4</i>	100
5.	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	101
5.1	CONCLUSÕES	101
5.2	SUGESTÕES	102
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	103
	APÊNDICE A	106
	DOIS GRAUS DE LIBERDADE	107
	TRÊS GRAUS DE LIBERDADE	110
	QUATRO GRAUS DE LIBERDADE.....	114
	CINCO GRAUS DE LIBERDADE.....	118
	SETE GRAUS DE LIBERDADE.....	122
	OITO GRAUS DE LIBERDADE.....	126
	NOVE GRAUS DE LIBERDADE	130
	DEZ GRAUS DE LIBERDADE	134
	APÊNDICE B	138
	CÓDIGO DA METODOLOGIA RFTO.....	139
	APÊNDICE C	147
	CÓDIGO DA METODOLOGIA LOA.....	148

LISTA DE FIGURAS

Figura 2. 1: Estrutura com dissipação passiva de energia (Modificada de (Castaldo, 2014))	24
Figura 2. 2: Estrutura com controle ativo (Modificada de (Castaldo, 2014))	24
Figura 2. 3: Estrutura com controle semiativo (Modificada de (Castaldo, 2014))	25
Figura 2. 4: Estrutura com controle híbrido (Modificada de (Castaldo, 2014))	25
Figura 2. 5: Geometria de amortecedores metálicos (Modificada de (Castaldo, 2014))	26
Figura 2. 6: Geometria de amortecedores por atrito (Modificada de (Castaldo, 2014))	27
Figura 2. 7: Secção transversal longitudinal de um amortecedor de fluido (Modificada de (Castaldo, 2014))	27
Figura 2. 8: Típica configuração do amortecedor viscoelástico (Modificado de (Castaldo, 2014))	28
Figura 3. 1: Amplitude da função de transferência (Modificada de (Takewaki, 2009))	35
Figura 3. 2: Classificação das técnicas de colocação ótima de amortecedor (Modificada de (Whittle, Williams e Karavasilis, 2012))	36
Figura 3. 3: Diagrama do corpo livre do edifício (shear building) com amortecedores histeréticos (Variável de projeto k)	37
Figura 3. 4: Diagrama do corpo livre do edifício (shear building) com amortecedores histeréticos (Variável de projeto β)	41
Figura 3. 5: Fluxograma do processo de otimização (Modificado de (Takewaki, 2009))	46
Figura 3. 6: Proposta para o fluxograma do processo de otimização (Modificado de (Takewaki, 2009))	48
Figura 4. 1: Amortecedor histerético – Modelo A (6 GDL)	59
Figura 4. 2: Variação das rigidezes – Modelo A (6 GDL)	59
Figura 4. 3: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 1 (6 GDL)	60
Figura 4. 4: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 2 (6 GDL)	60
Figura 4. 5: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 3 (6 GDL)	60
Figura 4. 6: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 4 (6 GDL)	60
Figura 4. 7: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 5 (6 GDL)	61
Figura 4. 8: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 6 (6 GDL)	61
Figura 4. 9: Amortecedor histerético – Modelo 12 (6 GDL)	61
Figura 4. 10: Variação das rigidezes – Modelo 12 (6 GDL)	62

Figura 4. 11: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 1 (6 GDL)	62
Figura 4. 12: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 2 (6 GDL)	62
Figura 4. 13: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 3 (6 GDL)	63
Figura 4. 14: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 4 (6 GDL)	63
Figura 4. 15: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 5 (6 GDL)	63
Figura 4. 16: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 6 (6 GDL)	63
Figura 4. 17: Amortecedor histerético – Modelo 34 (6 GDL)	64
Figura 4. 18: Variação das rigidezes – Modelo 34 (6 GDL)	64
Figura 4. 19: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 1 (6 GDL)	65
Figura 4. 20: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 2 (6 GDL)	65
Figura 4. 21: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 3 (6 GDL)	65
Figura 4. 22: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 4 (6 GDL)	65
Figura 4. 23: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 5 (6 GDL)	66
Figura 4. 24: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 6 (6 GDL)	66
Figura 4. 25: Amortecedor histerético – Modelo 56 (6 GDL)	66
Figura 4. 26: Variação das rigidezes – Modelo 56 (6 GDL)	67
Figura 4. 27: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 1 (6 GDL)	67
Figura 4. 28: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 2 (6 GDL)	67

Figura 4. 29: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 3 (6 GDL)	68
.....	
Figura 4. 30: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 4 (6 GDL)	68
.....	
Figura 4. 31: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 5 (6 GDL)	68
.....	
Figura 4. 32: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 6 (6 GDL)	68
.....	
Figura 4. 33: Amortecedor histerético – Modelo ótimo (6 GDL)	69
Figura 4. 34: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (6 GDL)	69
Figura 4. 35: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 1 (6 GDL)	70
.....	
Figura 4. 36: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 2 (6 GDL)	70
.....	
Figura 4. 37: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 3 (6 GDL)	70
.....	
Figura 4. 38: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 4 (6 GDL)	70
.....	
Figura 4. 39: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 5 (6 GDL)	71
.....	
Figura 4. 40: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 6 (6 GDL)	71
.....	
Figura 4. 41: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 6 GDL	73
Figura 4. 42: Máxima amplitude final da função de transferência – 6 GDL	73
Figura 4. 43: Máxima amplitude da função de transferência Modelo A vs. Modelo ótimo – 6 GDL	74
.....	
Figura 4. 44: Flexibilidade global do sistema histerético (Modelo A vs. Modelo ótimo)	92
Figura 4. 45: Amplitude inicial da função de transferência, Viscoso vs. Histerético – Pavimento 1 (6 GDL)	94
.....	
Figura 4. 46: Amplitude inicial da função de transferência, Viscoso vs. Histerético – Pavimento 2 (6 GDL)	95
.....	
Figura 4. 47: Amplitude inicial da função de transferência, Viscoso vs. Histerético – Pavimento 3 (6 GDL)	95
.....	

Figura 4. 48: Amplitude inicial da função de transferência, Viscoso vs. Histerético – Pavimento 4 (6 GDL)	96
Figura 4. 49: Amplitude inicial da função de transferência, Viscoso vs. Histerético – Pavimento 5 (6 GDL)	96
Figura 4. 50: Amplitude inicial da função de transferência, Viscoso vs. Histerético – Pavimento 6 (6 GDL)	97
Figura 4. 51: Variação das rigidezes Viscoso vs. Histerético – 6 GDL	97
Figura 4. 52: Flexibilidade global inicial do sistema (Histerético vs. Viscoso).....	99
Figura 4. 53: Flexibilidade final do sistema (Histerético vs. Viscoso).....	99

LISTA DE TABELAS

Tabela 2. 1: Classificação dos dispositivos de controle estrutural (Modificada de (Higashino e Okamoto, 2006)).....	23
Tabela 4. 1: Propriedades iniciais – Modelos histeréticos.....	49
Tabela 4. 2: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 2 GDL.....	50
Tabela 4. 3: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 3 GDL.....	51
Tabela 4. 4: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 4 GDL.....	51
Tabela 4. 5: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 5 GDL.....	52
Tabela 4. 6: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 6 GDL.....	53
Tabela 4. 7: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 7 GDL.....	53
Tabela 4. 8: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 8 GDL.....	54
Tabela 4. 9: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 9 GDL.....	55
Tabela 4. 10: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 10 GDL.....	56
Tabela 4. 11: Dados iniciais - 6 GDL.....	58
Tabela 4. 12: Valores iniciais da relação da função de transferência (6 GDL).....	58
Tabela 4. 13: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (6 GDL) – Modelo ótimo	58
Tabela 4. 14: Máxima amplitude da função de transferência (6 GDL).....	72
Tabela 4. 15: Flexibilidade global (6 GDL)	72
Tabela 4. 16: Propriedades iniciais - 2 GDL	76
Tabela 4. 17: Valores iniciais da relação da função de transferência (2 GDL).....	77
Tabela 4. 18: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (2 GDL) – Modelo ótimo.....	77

Tabela 4. 19: Máxima amplitude da função de transferência (2 GDL).....	77
Tabela 4. 20: Flexibilidade global (2 GDL)	77
Tabela 4. 21: Propriedades iniciais - 3 GDL	78
Tabela 4. 22: Valores iniciais da relação da função de transferência (3 GDL).....	78
Tabela 4. 23: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (3 GDL) – Modelo ótimo.....	78
Tabela 4. 24: Máxima amplitude da função de transferência (3 GDL).....	78
Tabela 4. 25: Flexibilidade global (3 GDL)	79
Tabela 4. 26: Propriedades iniciais - 4 GDL	79
Tabela 4. 27: Valores iniciais da relação da função de transferência (4 GDL).....	80
Tabela 4. 28: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (4 GDL) – Modelo ótimo.....	80
Tabela 4. 29: Máxima amplitude da função de transferência (4 GDL).....	80
Tabela 4. 30: Flexibilidade global (4 GDL)	80
Tabela 4. 31: Propriedades iniciais - 5 GDL	81
Tabela 4. 32: Valores iniciais da relação da função de transferência (5 GDL).....	81
Tabela 4. 33: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (5 GDL) – Modelo ótimo.....	81
Tabela 4. 34: Máxima amplitude da função de transferência (5 GDL).....	82
Tabela 4. 35: Flexibilidade global (5 GDL)	82
Tabela 4. 36: Propriedades iniciais - 7 GDL	83
Tabela 4. 37: Valores iniciais da relação da função de transferência (7 GDL).....	83
Tabela 4. 38: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (7 GDL) – Modelo ótimo.....	83
Tabela 4. 39: Máxima amplitude da função de transferência (7 GDL).....	84
Tabela 4. 40: Flexibilidade global (7 GDL)	84
Tabela 4. 41: Propriedades iniciais - 8 GDL	85
Tabela 4. 42: Valores iniciais da relação da função de transferência (8 GDL).....	85
Tabela 4. 43: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (8 GDL) – Modelo ótimo.....	85
Tabela 4. 44: Máxima amplitude da função de transferência (8 GDL).....	86
Tabela 4. 45: Flexibilidade global (8 GDL)	86
Tabela 4. 46: Propriedades iniciais - 9 GDL	87
Tabela 4. 47: Valores iniciais da relação da função de transferência (9 GDL).....	87
Tabela 4. 48: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (9 GDL) – Modelo ótimo.....	87

Tabela 4. 49: Máxima amplitude da função de transferência (9 GDL).....	88
Tabela 4. 50: Flexibilidade global (9 GDL)	88
Tabela 4. 51: Propriedades iniciais - 10 GDL	89
Tabela 4. 52: Valores iniciais da relação da função de transferência (10 GDL).....	89
Tabela 4. 53: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (10 GDL) – Modelo ótimo.....	90
Tabela 4. 54: Máxima amplitude da função de transferência (10 GDL).....	90
Tabela 4. 55: Flexibilidade global (10 GDL)	90
Tabela 4. 56: Flexibilidade global do sistema histerético (Modelo A vs. Modelo ótimo) ..	91
Tabela 4. 57: Propriedades dos sistemas viscoso e histerético.....	94
Tabela 4. 58: Flexibilidade global do sistema (Histerético vs. Viscoso)	98

APÊNDICE A

Figura A 1: Esquema - Amortecedor histerético – 2 GDL.....	107
Figura A 2: Amortecedor histerético – 2 GDL.....	107
Figura A 3: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 2 GDL	108
Figura A 4: Máxima amplitude final da função de transferência – 2 GDL.....	108
Figura A 5: Máxima amplitude da função de transferência Modelo A vs. Modelo ótimo – 2 GDL	109
Figura A 6: Variação das rigidezes – Modelo A (2 DOF).....	109
Figura A 7: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (2 DOF).....	109
Figura A 8: Esquema - Amortecedor histerético – 3 GDL.....	110
Figura A 9: Amortecedor histerético – 3 GDL.....	111
Figura A 10: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 3 GDL	112
Figura A 11: Máxima amplitude final da função de transferência – 3 GDL.....	112
Figura A 12: Máxima amplitude da função de transferência Modelo A vs. Modelo ótimo – 3 GDL	113
Figura A 13: Variação das rigidezes – Modelo A (3 DOF).....	113
Figura A 14: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (3 DOF).....	113
Figura A 15: Esquema - Amortecedor histerético – 4 GDL.....	114
Figura A 16: Amortecedor histerético – 4 GDL.....	115
Figura A 17: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 4 GDL	116
Figura A 18: Máxima amplitude final da função de transferência – 4 GDL.....	116

Figura A 19: Máxima amplitude da função de transferência Modelo A vs. Modelo ótimo – 4 GDL.....	117
Figura A 20: Variação das rigidezes – Modelo A (4 DOF).....	117
Figura A 21: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (4 DOF).....	117
Figura A 22: Esquema - Amortecedor histerético – 5 GDL.....	118
Figura A 23: Amortecedor histerético – 5 GDL.....	119
Figura A 24: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 5 GDL.....	120
Figura A 25: Máxima amplitude final da função de transferência – 5 GDL.....	120
Figura A 26: Máxima amplitude da função de transferência Modelo A vs. Modelo ótimo – 5 GDL.....	121
Figura A 27: Variação das rigidezes – Modelo A (5 DOF).....	121
Figura A 28: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (5 DOF).....	121
Figura A 29: Esquema - Amortecedor histerético – 7 GDL.....	122
Figura A 30: Amortecedor histerético – 7 GDL.....	123
Figura A 31: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 7 GDL.....	124
Figura A 32: Máxima amplitude final da função de transferência – 7 GDL.....	124
Figura A 33: Máxima amplitude da função de transferência Modelo A vs. Modelo ótimo – 7 GDL.....	125
Figura A 34: Variação das rigidezes – Modelo A (7 DOF).....	125
Figura A 35: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (7 DOF).....	125
Figura A 36: Esquema - Amortecedor histerético – 8 GDL.....	126
Figura A 37: Amortecedor histerético – 8 GDL.....	127
Figura A 38: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 8 GDL.....	128
Figura A 39: Máxima amplitude final da função de transferência – 8 GDL.....	128
Figura A 40: Máxima amplitude da função de transferência Modelo A vs. Modelo ótimo – 8 GDL.....	129
Figura A 41: Variação das rigidezes – Modelo A (8 DOF).....	129
Figura A 42: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (8 DOF).....	129
Figura A 43: Esquema - Amortecedor histerético – 9 GDL.....	130
Figura A 44: Amortecedor histerético – 9 GDL.....	131
Figura A 45: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 9 GDL.....	132
Figura A 46: Máxima amplitude final da função de transferência – 9 GDL.....	132

Figura A 47: Máxima amplitude da função de transferência Modelo A vs. Modelo ótimo – 9 GDL.....	133
Figura A 48: Variação das rigidezes – Modelo A (9 DOF).....	133
Figura A 49: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (9 DOF).....	133
Figura A 50: Esquema - Amortecedor hysterético – 10 GDL.....	134
Figura A 51: Amortecedor hysterético – 10 GDL.....	135
Figura A 52: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 9 GDL	136
Figura A 53: Máxima amplitude final da função de transferência – 9 GDL.....	136
Figura A 54: Máxima amplitude da função de transferência Modelo A vs. Modelo ótimo – 9 GDL.....	137
Figura A 55: Variação das rigidezes – Modelo A (9 DOF).....	137
Figura A 56: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (9 DOF).....	137

LISTA DE SÍMBOLOS

A_H	: Matriz dos componentes da transformada de Fourier da função de movimento
$A_{,j}$: Diferenciação parcial de A_H
B_i	: Somatória dos valores absoluto do valor complexo $\hat{\delta}_i$
c_c	: Amortecimento crítico
i	: Unidade imaginaria
$\text{Im}[\]$: Parte imaginaria de um valor complexo
k_i	: Rigidez
\mathbf{K}	: Matriz de rigidez
L	: O Lagrangiano
m_i	: Massa
\mathbf{M}	: Matriz diagonal de massa.
N	: Número de passos
$\text{Re}[\]$: Parte real de um valor complexo
T	: Matriz de transformação da deformação-deslocamento
u_i	: Deslocamento nodal da massa m
\ddot{u}_g	: Aceleração na base
$U_i(\omega)$: Funções de frequência da transformada de Fourier de u
\hat{U}_i	: Valor complexo
$\ddot{U}_g(\omega)$: Funções de frequência da transformada de Fourier de \ddot{u}
$\hat{U}_{i,j}$: Sensibilidade de primeira ordem do valor complexo \hat{U}_i
V	: Flexibilidade global
$V^{(1)}$: Menor autovetor não amortecido
\bar{W}	: Valor especificado (somatória dos amortecedores adicionados)
α_{oi}	: Valor inicial da relação da função de transferência
$\alpha_i(k)$: Razão entre dois deslocamentos nodais relativos (Relação da função de transferência)
α_{Fi}	: Valor final da relação da função de transferência

β_i	: Coeficiente de amortecimento
γ_{01}	: Valor inicial de γ_i
γ_i	: Relação das somatórias dos valores absoluto do valor complexo $\hat{\delta}_i$
$\delta_i(\omega)$: Transformada de Fourier dos deslocamentos de pavimento
$\hat{\delta}_i$: Valor complexo
$\hat{\delta}_{i,j}$: Sensibilidade de primeira ordem do valor complexo $\hat{\delta}_i$
$ \hat{\delta}_i $: Valor absoluto do valor complexo $\hat{\delta}_i$
$ \hat{\delta}_i _{,j}$: Sensibilidade de primeira ordem da amplitude complexa $ \hat{\delta}_i $
Δk	: Incremento das rigidezes.
$\Delta\alpha_1(k)$: Incremento linear de $\alpha_i(k)$
$\Delta\beta$: Incremento dos coeficientes de amortecimento.
$\Delta\gamma_i$: Incremento linear de γ_i
$\Delta\Omega_1(k)$: Incremento linear do menor autovalor $\Omega_1(k)$
λ	: Multiplicador de Lagrange
ξ	: Coeficiente de amortecimento crítico
ω	: Frequência circular
ω_1	: Frequência fundamental natural não amortecida
$\omega_1(k)_{,j}$: Sensibilidade de primeira ordem da frequência fundamental natural circular não amortecida.
$\Omega_{1(0)}$: Valor inicial do menor autovalor não amortecido
Ω_{1F}	: Valor final do menor autovalor não amortecido
$\Omega_1(k)_{,j}$: Sensibilidade de primeira ordem do menor autovalor de $\Omega_1(k)$
$(\cdot)_{,j}$: Diferenciação parcial respeito a variável de projeto
GDL	: Grau de liberdade
LOA	: Localização ótima do amortecedor
RFTO	: Reprojeto para a função de transferência objetivo

1. INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO

As construções e estruturas civis são constantemente submetidas a forças ambientais destrutivas, tais como terremotos, ventos e ondas. Estas forças podem produzir na estrutura vibrações excessivas, causando danos e, em alguns casos, o colapso. O objetivo do controle estrutural é melhorar a proteção dos edifícios e estruturas civis, seus ocupantes e conteúdo através da absorção de uma porção da energia imposta, reduzindo a dissipação de energia nos elementos primários. Isso pode ser feito pela instalação de dispositivos externos que dissipam ou transferem a energia.

A noção de controle estrutural, como é agora conhecido, tem registros há mais de 100 anos, quando um professor de engenharia no Japão construiu uma pequena casa de madeira sobre rolos, com o objetivo de demonstrar que poderia isolar a estrutura de terremotos. Foi apenas na Segunda Guerra Mundial que os conceitos modernos de isolamento de vibração, absorção de vibração e amortecimento foram desenvolvidos e aplicados em estruturas de aeronaves, e só a partir dos anos sessenta, começou-se a pensar que estes conceitos também seriam aplicáveis a estruturas civis submetidas a forças destrutivas ambientais, (Housner *et al.*, 1997).

Quando uma estrutura é sujeita a carregamentos menos intensos, espera-se que as tensões e deformações estejam dentro do seu intervalo elástico. Para carregamentos de maior intensidade podem ocorrer danos estruturais advindos da dissipação da energia vibracional. O uso de dispositivos de controle estrutural aumenta a proteção e durabilidade das estruturas e diminui o custo devido a reparos e reabilitações.

As técnicas de controle de resposta sísmica podem ser classificadas de acordo com a forma como o sistema lida com a energia imposta pelo terremoto, sua absorção e dissipação. Os sistemas de dissipação de energia são aqueles que dissipam a energia através de amortecimento viscoso, fricção seca, atrito interno nos materiais, calor, som, amortecimento do tipo histerético, amortecimento de fluido, e são conhecidos como isoladores aqueles sistemas que reduzem a entrada de energia ao sistema estrutural (Oviedo e Duque, 2006). Segundo Housner *et al.* (1997) os sistemas de isolamento sísmico e controle estrutural podem ser classificados em sistemas de controle passivo, semiativo, ativo e híbrido. Entre as técnicas de controle passivo tem-se

dissipadores de energia tipo histerético, os quais são estrategicamente localizados na estrutura, evitando danos e diminuindo a absorção de energia nos elementos principais.

Os projetos estruturais consideram uma estrutura submetida a carregamentos e subsequentemente a estrutura é validada pelos respectivos códigos. A fase de projeto estará concluída se na primeira análise todas as diretrizes de cálculo são cumpridas, caso contrário, deve fazer outras tentativas. Segundo (Takewaki, 2000a) o problema inverso incremental é um processo de otimização que considera os parâmetros estruturais desconhecidos e no momento em que estes parâmetros são determinados, a configuração e tamanho dos elementos são selecionados, por exemplo, se a rigidez fosse considerada um parâmetro desconhecido ou variável de cálculo, no momento em que o valor final da rigidez é conhecido será possível definir as dimensões da estrutura. No controle estrutural, o problema inverso incremental fornece a ótima localização e quantidade do amortecimento para ser usado numa estrutura, aproveitando assim a eficiência do dispositivo.

Definir uma ótima localização de dispositivos de controle estrutural, faz que a vida útil da estrutura aumente e os danos sejam menores, devido ao fato de que parte da energia destrutiva das forças ambientais é dissipada ou isolada pela ação dos dispositivos. Uma das tarefas mais importantes para o projetista, e motivação deste trabalho, é definir a ótima localização de dispositivos para maximizar sua eficiência, aproveitando a capacidade de dissipação de energia e localização do dano estrutural. Alguns pesquisadores têm trabalhado de forma isolada mudanças na rigidez da estrutura ou na distribuição dos amortecimentos como parâmetro de otimização (ver capítulo 2.4), mas não foi feita uma comparação do que é mais eficiente, se mudar a rigidez ou mudar o coeficiente de amortecimento. Nesta pesquisa, além de procurar a ótima localização dos amortecedores do tipo histerético através da amplitude da função de transferência, serão comparados os resultados das amplitudes da função de transferência quando a variável de projeto é a rigidez e quando a variável de projeto é o coeficiente de amortecimento, quem apresentar menor amplitude da função de transferência será mais eficiente. Também, através de tentativas de localização de amortecedores e usando a rigidez como variável de projeto, será possível validar ou respaldar os resultados obtidos quando são distribuídos apropriadamente os coeficientes de amortecimento. Para desenvolver esta pesquisa, que consiste na ótima localização de dispositivos do tipo histerético serão usadas duas metodologias propostas por (Takewaki, 2009) e, através de rotinas criadas em Matlab, será analisado o comportamento de um edifício tipo *shear building* variando-se de 2 a 10 o número de pavimentos. A primeira metodologia tem como finalidade a distribuição das rigidezes, sendo

considerado uniformes o amortecimento e a massa em cada pavimento, o resultado esperado será uma amplitude da função de transferência similar em cada um dos pavimentos que conformam o modelo analisado, já na segunda metodologia a finalidade é a distribuição do amortecimento, sendo considerado uniforme a rigidez e a massa em cada pavimento, o resultado esperado é uma diminuição da amplitude da função de transferência em cada um dos pavimentos que conformam o modelo.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral do presente trabalho é determinar com base nas funções de transferência do sistema, a localização ótima dos amortecedores do tipo histerético num edifício tipo *shear building*.

Os objetivos específicos são:

- Determinar possíveis alternativas de projeto a partir da modificação da rigidez da estrutura e localização dos amortecedores do tipo histerético.
- Calcular a localização ótima de amortecedores do tipo histerético a partir da distribuição do amortecimento externo introduzido.
- Adaptar e facilitar a compreensão das metodologias desenvolvidas por (Takewaki, 2009) para um sistema histerético usando um modelo do tipo *shear building* de dois graus de liberdade.
- Avaliar qual das duas metodologias aplicadas neste trabalho é mais eficiente.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho está composto por cinco capítulos e três apêndices.

- O Capítulo 1 apresenta uma introdução, incluindo os objetivos e conteúdo da dissertação.
- No Capítulo 2 apresenta-se uma revisão bibliográfica dos sistemas de controle. São classificados e definidos os diferentes tipos de controle estrutural. É elaborada uma breve descrição do amortecedor tipo histerético, aplicações e pesquisas recentes sobre localização ótima de amortecedores passivos.

- No capítulo 3, apresenta-se a formulação matemática, com base num modelo do tipo *shear building* de dois graus de liberdade. É realizado o desenvolvimento das equações matemáticas para a técnica de reprojeto, que considera como variáveis de projeto a rigidez e, em seguida se descrevem as equações para a técnica de otimização, onde as variáveis de projeto correspondem aos coeficientes de amortecimento.
- No capítulo 4 são apresentadas quatro análises numéricas com finalidades diferentes para avaliar a eficiência das metodologias desenvolvidas nesta pesquisa.
- No Capítulo 5 constam as conclusões dos resultados obtidos a partir dos exemplos numéricos e são discutidos alguns parâmetros utilizados na formulação matemática. Finalmente são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.
- No Apêndice A apresentam-se os gráficos da função de transferência para diferentes números de pavimentos quando é utilizado amortecimento do tipo histerético.
- No Apêndice B apresenta-se a rotina criada no programa Matlab para a metodologia RFTO desenvolvida no Capítulo 3.2.
- No Apêndice C é apresentada a rotina para a metodologia LOA desenvolvida no Capítulo 3.3, criada no programa Matlab.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 INTRODUÇÃO

Segundo a ISO 3010 *International Standard “Basis for design of structures – Seismic action on structures”* (Ver Tabela 2.1) e através de (Higashino e Okamoto, 2006), os sistemas de isolamento sísmico e controle estrutural podem ser classificados em sistemas de controle passivo, semiativo, ativo e híbrido.

Tabela 2.1: Classificação dos dispositivos de controle estrutural
(Modificada de (Higashino e Okamoto, 2006))

SISTEMA DE CONTROLE	TIPO	TIPO	DISPOSITIVO	
CONTROLE PASSIVO	Isolamento sísmico	Mecanismo deslizante ou de rolo	Apoio de rolo	
			Apoio de chapa corrediça, tipo pêndulo basculante	
			Chapa deslizante	
		Elemento flexível	Outros	
			Elastômero de multicamadas	
			Dispositivo flexível	
	Dissipação de energia	Tipo Histerético	Aço	
			Chumbo	
			Outros	
		Tipo atrito		
			Tipo fluido	Hidráulico
				Viscoso
			Outros	
		Efeito de massa adicional	Tipo viscoelástico	
			Tipo Massa e mola	
Tipo pendular				
Vibração de líquido				
	Outros			
CONTROLE SEMI-ATIVO	Controle do amortecimento	Sistema de amortecimento variável	Tipo hidráulico	
			Outros	
	Controle de rigidez	Sistemas com rigidez variável	Contraventamento	
			Outros	
	Outros			
CONTROLE ATIVO E HÍBRIDO	Efeito de massa	Amortecimento ativo de massa		
		Amortecimento híbrido de massa		
	Controle de força	Tendão ativo		
		Outros		
	Outros			

A literatura apresenta as seguintes definições dos sistemas de controle estrutural segundo (Castaldo, 2014; Housner *et al.*, 1997).

- **Controle Passivo:** Não necessita de uma fonte externa de energia. Os dispositivos de controle passivo transmitem forças que se desenvolvem em resposta ao movimento da estrutura (ver Figura 2.1). Segundo (Avila, 2002) um sistema de controle passivo se resume à instalação de um ou mais dispositivos incorporados à estrutura que absorvem ou consomem uma parte da energia transmitida pelo carregamento dinâmico, reduzindo, assim, a dissipação dessa energia nos membros da estrutura principal.

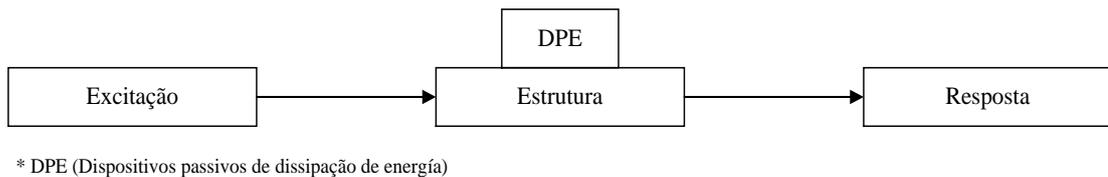


Figura 2.1: Estrutura com dissipação passiva de energia (Modificada de (Castaldo, 2014))

- **Controle Ativo:** Um sistema de controle ativo é aquele em que atuadores alimentados por fontes de energia externa aplicam forças à estrutura de uma forma prescrita. Estas forças podem ser utilizadas para adicionar e dissipar a energia da estrutura (ver Figura 2.2). Em um sistema de controle de retorno ativo, os sinais enviados para os atuadores de controle são uma função da resposta do sistema medido com sensores físicos (ótica, mecânica, elétrica, química, e assim por diante).

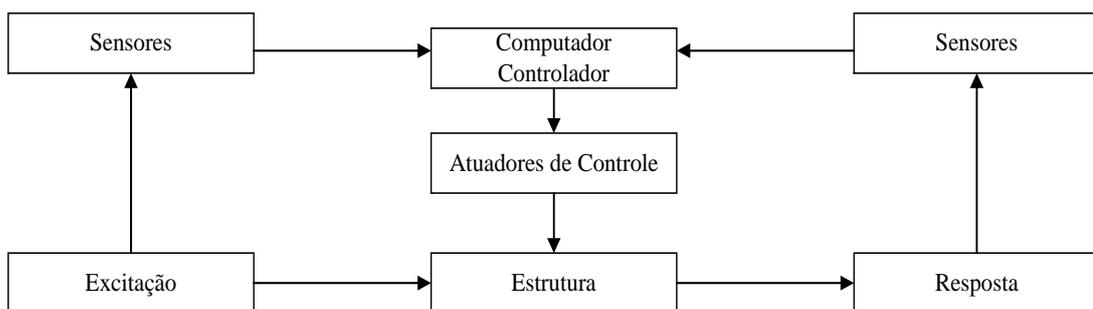
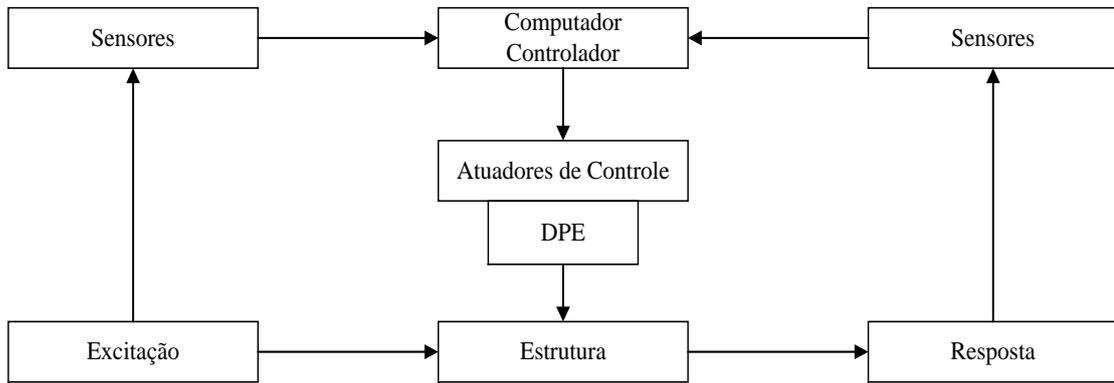


Figura 2.2: Estrutura com controle ativo (Modificada de (Castaldo, 2014))

- **Controle Semiativo:** São classes de sistemas inteligentes para as quais os requisitos de energia externa são de uma ordem de grandeza menor do que os sistemas típicos de controle ativo. Normalmente os dispositivos de controle semiativo não adicionam energia mecânica ao sistema estrutural (incluindo a estrutura e os atuadores de controle). Os dispositivos de controle semiativo são muitas vezes vistos como dispositivos

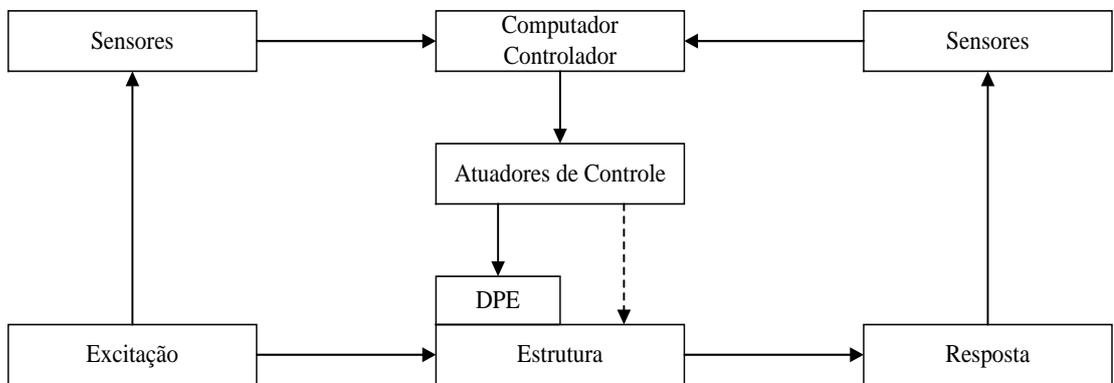
passivos controláveis, tendo a vantagem de possuir a adaptabilidade dos controladores ativos sem demandar grandes quantidades de energia (ver Figura 2.3).



* DPE (Dispositivos passivos de dissipação de energia)

Figura 2.3: Estrutura com controle semiativo (Modificada de (Castaldo, 2014))

Controle híbrido: O uso comum do termo "controle híbrido" implica o uso combinado de sistemas de controle ativos e passivos. Por exemplo, uma estrutura equipada com amortecimento viscoelástico distribuído suplementado com um amortecedor de massa ativa acima ou perto do topo da estrutura, ou uma estrutura isolada na base com atuadores controlados ativamente para melhorar o desempenho (ver Figura 2.4).



* DPE (Dissipadores passivos de energia)

Figura 2.4: Estrutura com controle híbrido (Modificada de (Castaldo, 2014))

Neste trabalho são estudados amortecedores metálicos passivos do tipo histerético, como sistema de controle estrutural. Este tipo de dispositivo funciona dissipando energia através da plastificação do material. Os dispositivos do tipo histerético têm sido objeto de numerosos estudos e muitos deles têm como finalidade de pesquisa determinar a localização ótima na estrutura, (Martínez *et al.*, 2014; Murakami *et al.*, 2015; Oviedo e Duque, 2009; Takewaki, 1997a; b, 2000a, 2009).

2.2 CONTROLE PASSIVO

Sistemas de controle passivo caracterizam-se pela sua capacidade para aumentar a dissipação de energia no sistema estrutural através da conversão de energia cinética em calor ou pela transferência de energia entre os modos de vibração, segundo Gomez *et al.*, (2008) e Orlandi (2010).

Os principais dispositivos de dissipação passiva de energia são:

2.2.1 Amortecedores metálicos histeréticos

Estes dispositivos dissipam a energia introduzida a uma estrutura através da deformação inelástica dos metais (ver Figura 2.5). Os materiais comumente utilizados são de aço brando, chumbo e materiais com memória de forma.



Figura 2.5: Geometria de amortecedores metálicos (Modificada de (Castaldo, 2014))

2.2.2 Amortecedores por atrito

Amortecedores por atrito têm sido amplamente utilizados em freios de veículos automotores para dissipar a energia cinética de movimento (ver Figura 2.6). Estes dispositivos baseiam-se no mecanismo de dissipação de energia através do atrito entre dois elementos sólidos, deslizando um em relação ao outro (Avila, 2002).

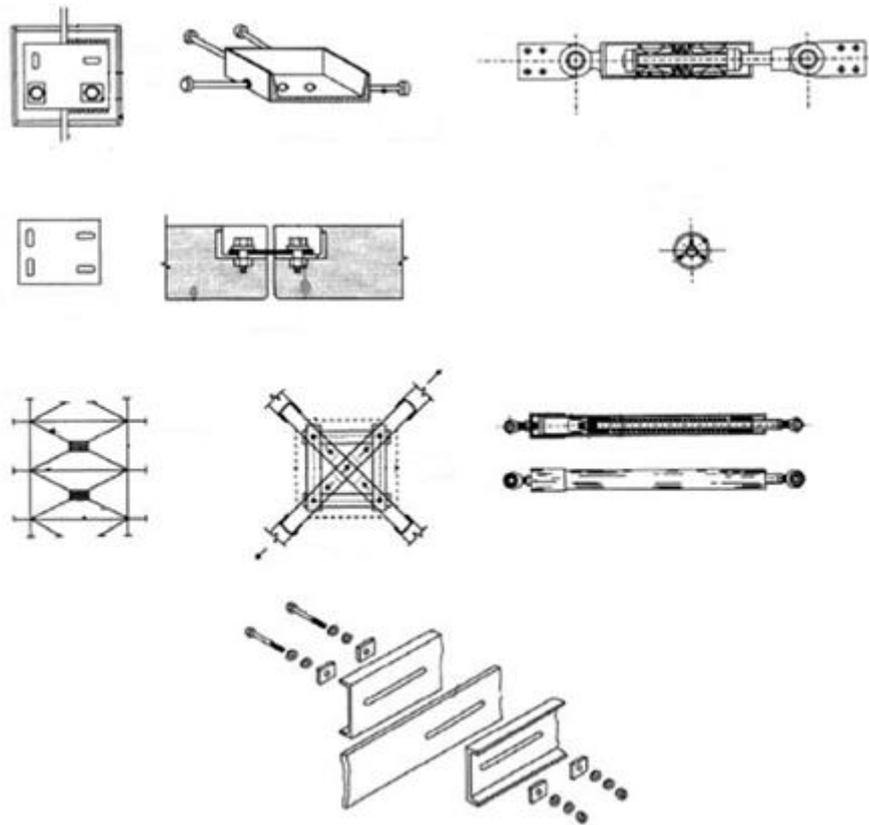


Figura 2.6: Geometria de amortecedores por atrito (Modificada de (Castaldo, 2014))

2.2.3 Amortecedores de fluido viscoso

Um amortecedor de fluido viscoso, normalmente consiste num pistão no interior de um cilindro cheio de um composto de silicone ou óleo, no qual a energia é dissipada pelo movimento do fluido viscoso no interior do cilindro (ver Figura 2.7). As forças de amortecimento são geradas através do processo de conversão da energia mecânica em calor.

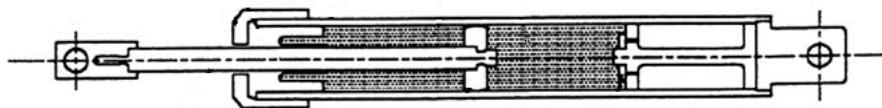


Figura 2.7: Secção transversal longitudinal de um amortecedor de fluido (Modificada de (Castaldo, 2014))

2.2.4 Amortecedores viscoelásticos

Os amortecedores viscoelásticos são constituídos por chapas de aço unidas por camadas de material viscoelástico. Segundo (Avila, 2002) consiste em uma camada de material viscoelástico entre dois elementos rígidos que podem se movimentar um em relação ao outro (ver Figura 2.8). O processo de dissipação de energia, de acordo com Lara (2007), é atingido

quando o amortecedor se movimenta com as vibrações da estrutura, convertendo a energia mecânica em energia térmica, reduzindo assim as vibrações.

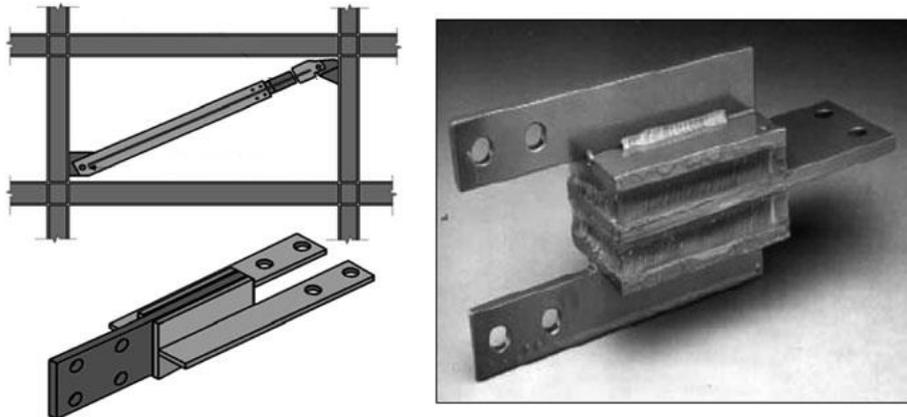


Figura 2.8: Típica configuração do amortecedor viscoelástico
(Modificado de (Castaldo, 2014))

2.3 AMORTECEDORES DO TIPO HISTERÉTICO

Os dispositivos metálicos histeréticos, especialmente os de aço, destacam-se como um dos principais dispositivos para o controle passivo devido ao seu baixo custo e alta ductilidade. A plastificação do metal nos dissipadores pode ocorrer a partir de esforços estruturais ou do processo de extrusão. Qualquer esforço, seja de torção, flexão, cisalhamento ou axial, pode levar a processos da plastificação do metal. Alguns dos dissipadores metálicos de aço usados na prática são as placas de flexão, os amortecedores torcionais de barras, os anéis amortecedores de fluência e os contraventamentos metálicos (Oviedo e Duque, 2006; Soong e Dargush, 1997).

Os dispositivos de histerese dissipam a energia através de um mecanismo que é independente da taxa de frequência do carregamento, do número de ciclos da carga e da variação de temperatura, (Elias, 2013). Neste grupo estão incluídos os dissipadores metálicos que dissipam energia através da plastificação dos metais e os dissipadores por atrito, geradores de calor através do atrito de deslizamento.

2.4 ESTADO DA ARTE

O uso de dispositivos antissísmicos no controle estrutural tem sido amplamente utilizados em países como Estados Unidos, Japão, China, Taiwan e Itália, segundo (Higashino e Okamoto, 2006). Alguns pesquisadores mostraram que a quantidade e localização adequada destes dispositivos pode aumentar a eficiência no controle estrutural. A seguir são apresentadas algumas pesquisas relacionadas com a localização ótima de amortecedores passivos.

(Silva, 1981) apresentou um algoritmo para realizar o projeto ótimo de amortecedores passivos no controle de vibração de uma classe de sistemas flexíveis. O desenvolvimento matemático completo é apresentado para vigas esbeltas em vibração de flexão, de modo que o algoritmo busca, sistematicamente, aproximar a valores preestabelecidos o amortecimento modal e as frequências naturais do sistema. Outro trabalho relevante foi desenvolvido por (Constantinou e Tadjbakhsh, 1983), os autores obtiveram o coeficiente de amortecimento ideal para um amortecedor colocado no primeiro pavimento de um edifício do tipo *shear building* submetidos a movimentos sísmicos horizontais aleatórios.

Um método numérico para encontrar o melhor posicionamento e o coeficiente ótimo de amortecimento para um único amortecedor viscoso em um sistema linear prescrito de vários graus de liberdade foi apresentado por (Gürgöze e Müller, 1992).

Os autores (Zhang e Soong, 1992) propuseram um método de projeto sísmico com base no conceito de grau de controlabilidade para encontrar a melhor configuração de amortecedores viscoelástico num edifício com rigidez por pavimento determinada. Esse procedimento de localização ótima foi também verificado experimentalmente por intermédio de um edifício de aço de cinco pavimentos.

Outro trabalho usando amortecedores visco elásticos tem sido feito por (Hahn e Sathivageeswaran, 1992), os autores realizaram vários estudos paramétricos com foco nos efeitos da distribuição de amortecedores visco elásticos sobre a resposta em edifícios do tipo *shear building* devido a sismos. As análises mostraram que, para um edifício com rigidezes uniformes nos andares, os amortecedores devem ser adicionados aos pavimentos da metade inferior do edifício. Além disso, mostraram uma maior sensibilidade no comportamento de edifícios altos quando comparados com prédios mais baixos.

No caso de pesquisa baseadas na rigidez, (Tsuji e Nakamura, 1996) propuseram um algoritmo para encontrar as distribuições ótimas de rigidez por pavimento e de amortecedores para um modelo de edifício do tipo *shear building* submetido a um conjunto de espectros sísmicos.

(Takewaki, 1997a) apresentou um novo procedimento analítico para o reprojeto de sistemas estruturais com um sistema de amortecimento arbitrário (viscoso e / ou histerético) tendo como função objetivo as funções de transferência. A técnica consiste em usar as rigidezes como variáveis de projeto para obter uma amplitude da função de transferência similar em cada pavimento. Modificando o posicionamento dos dispositivos esta técnica serve como um gerador de candidatos de projeto e assim determina a melhor localização dos dispositivos de amortecimento. Utilizando o mesmo critério matemático, (Takewaki, 1997b) propôs um procedimento sistemático para encontrar o melhor posicionamento dos amortecedores através da minimização na soma das amplitudes das funções de transferência, avaliadas na frequência fundamental, sujeito à restrição na soma dos coeficientes de amortecimento para um sistema com amortecedor viscoso.

Um procedimento eficiente e sistemático para encontrar o posicionamento ideal do amortecedor e, assim minimizar a *dynamic compliance* de uma viga em balanço foi proposto por (Takewaki, 1998). O autor utilizou a amplitude da função de transferência como propriedade dinâmica tendo como restrição a soma dos coeficientes dos amortecedores adicionados. No ano seguinte (Takewaki e Uetani, 1999) desenvolveram um método sistemático para a instalação ótima de amortecedores em edifícios, considerando a resposta de amplificação devido à superfície do solo. Os autores mostraram que a relação do período fundamental natural da estrutura com o da superfície do solo é um parâmetro chave para a caracterização da instalação ótima do amortecedor. Vários exemplos para diferentes condições do solo foram apresentados para demonstrar a eficácia e validade do método.

Um novo método de excitação crítica probabilística foi proposto por (Takewaki, 2000b) para determinar a localização ótima de amortecedores, o autor mostrou que a característica de ressonância do movimento do solo pode ser representada pela excitação crítica proposta. Um exemplo numérico de um modelo de edifício *shear building* de 6 GDL é apresentado para mostrar a eficácia e validade do método.

(Garcia, 2001) propôs um procedimento designado como *Simplified Sequential Search Algorithm (SSSA)* que permite o controle do projetista na escolha do número e características dos amortecedores. O autor afirma que, no caso de amortecedores viscosos lineares a eficiência

das configurações de amortecimento dadas pelo SSSA é comparável à eficiência de configurações de amortecimento dadas por procedimentos mais sofisticados. No desenvolvimento do trabalho o autor utilizou um modelo de edifício plano de 6 GDL.

Outra pesquisa relevante foi desenvolvida por (Uetani, Tsuji e Takewaki, 2003). Os autores propuseram um sistema inovador de projeto ótimo para estruturas com amortecedores passivos e usaram um *software* baseado no *gradient projection algorithm* para o projeto inicial de um edifício de 100 metros de altura, localizado em Osaka, Japão. O efeito do amortecedor do tipo histerético foi incorporado no cálculo de cargas horizontais. Posteriormente, outro método prático foi apresentado para o projeto estrutural ótimo com amortecedores do tipo viscoso. O método possui a flexibilidade de poder ser modificado pelo projetista, a fim de satisfazer as condições especificadas nos códigos de projeto estrutural de construção japones.

Trabalhos relacionados com a função de transferência foram desenvolvidos por (Aydin, Boduroglu e Guney, 2007). Os pesquisadores apresentaram as variações da colocação ótima de amortecedores utilizando diferentes funções objetivos. Foram usados os coeficientes dos amortecedores introduzidos como as variáveis de projeto. A análise no domínio do tempo foi feita utilizando os registros do terremoto de Kobe sobre uma estrutura plana, para demonstrar a validade do método de projeto proposto. Os resultados do procedimento numérico mostraram que o processo proposto com base na função de transferência da força de corte na base também pode ser benéfico na reabilitação sísmica de estruturas. Similarmente (Aydin e Boduroglu, 2008) apresentaram um posicionamento ótimo de braços diagonais em aço (SDB). O posicionamento ótimo foi definido como o tamanho ótimo e localização dos SDB em um elemento estrutural. A estrutura plana foi avaliada na frequência fundamental e definida por meio da amplitude da função de transferência do deslocamento da parte superior e a amplitude da função de transferência da força de corte na base, considerando como variáveis de projetos as rigidezes dos braços diagonais. Os resultados do procedimento numérico mostraram que o processo proposto também pode ser benéfico na reabilitação sísmica de estruturas.

Pesquisas tendo como foco a ótima localização dos amortecedores foram publicadas por (Aydin, 2012). O autor propôs um novo método de otimização de amortecedores para encontrar a característica ótima e a localização dos amortecedores viscosos adicionados, baseado no momento elástico em relação à base em modelos de edifícios planos de aço. Foram utilizadas como variáveis de projeto os coeficientes de amortecimento dos amortecedores adicionados e avaliados em termos da função de transferência. O autor comparou os resultados obtidos com outros métodos baseados no deslocamento máximo, máxima aceleração absoluta e

cisalhamento na base. Os resultados mostraram que o procedimento baseado no momento elástico em relação à base em modelos de edifícios planos de aço, também pode ser benéfico para reduzir tanto o momento de base assim como os deslocamentos de piso em algumas regiões de frequência.

(Cimellaro, 2012) avaliou diferentes metodologias de posicionamento ótimo de dispositivos em sistemas passivos de dissipação de energia. O autor argumentou que é necessário instalar um número suficiente de amortecedores para alcançar uma redução da resposta do edifício e o desempenho destes amortecedores depende da sua localização nas estruturas. Foram comparados três métodos para a localização e o projeto dos amortecedores: o *Sequential Search (SS)*, o *Worst-Out-Best-In (WOBI)* e o *Exhaustive Single Point Substitution (ESPS)*.

Uma revisão nas teorias de localização ótima de amortecedores foi realizada por (Whittle, Williams e Karavasilis, 2012). Os autores apresentaram um estudo detalhado comparativo de cinco métodos, dois usando regras empíricas simples, uma utilizando a distribuição uniforme dos amortecedores e outra a distribuição dos amortecedores proporcionais a rigidez; além disso foram apresentadas três técnicas mais avançadas, métodos iterativos: *the simplified sequential search algorithm (SSSA)*, o método de Takewaki, baseado na minimização da amplitude da função de transferência e o método de Lavan. Os autores mostraram que, o método de Lavan, oferece algumas vantagens sobre os outros.

Pesquisas na América do Sul foram realizadas por (Martinez, Curadelli e Compagnoni, 2013). Os pesquisadores argentinos estabeleceram um procedimento para definir de forma otimizada os coeficientes de amortecimento dos amortecedores viscosos lineares adicionados para atender a um nível de desempenho esperado em edifícios sob excitação sísmica. O critério de desempenho foi expresso em termos do deslocamento máximo, que é uma das limitações mais importantes utilizada pelos códigos de projeto sísmicos. Além disso, (Martínez, Curadelli e Compagnoni, 2014) propuseram um procedimento eficiente para definir de forma otimizada a capacidade de dissipação de energia dos amortecedores do tipo histerético não linear introduzidos, para atender num nível de desempenho esperado em estruturas planas sob excitação sísmica.

(Murakami *et al.*, 2015) propuseram um novo método de otimização, incluindo uma variável de comprimento de passo adaptativa. Os autores argumentaram que a resposta sísmica de uma estrutura com amortecedores histeréticos varia muito, dependendo da quantidade instalada e localização dos amortecedores. Esta característica pode dificultar a formulação confiável de

problemas de colocação ótima de tais amortecedores. O método proposto para resolver o problema de projeto ótimo consiste em dois passos: o primeiro é uma análise de sensibilidade usando a análise não linear da resposta no domínio do tempo, o segundo passo é uma modificação do conjunto das quantidades de amortecimento com base na análise de sensibilidade.

Outro trabalho relevante foi desenvolvido por (Alibrandi e Falsone, 2015). Os autores apresentaram um método para obter a quantidade e a colocação ótima dos amortecedores do tipo viscoso ou visco elástico, necessários para ter uma redução apropriada da resposta. O método é baseado na minimização da *Expected value of the stochastic Dissipated Power (EDP)* pela estrutura. Foi utilizado, como exemplo, um edifício plano de dez pavimentos, submetido a um movimento do solo estocástico, com diferentes valores de perfil do solo.

Recentemente (Shakibabarough, Valinejadshoubi e Bagchi, 2016) investigaram as posições ideais de amortecedores de fricção e isoladores de base para uma melhor resposta sísmica de uma estrutura plana. Os autores utilizaram diferentes localizações dos amortecedores e determinaram algumas das respostas ao terremoto como o máximo deslocamento, máxima força axial e máximo momento de flexão.

Outra pesquisa recente foi feita por (Kandemir-Mazanoglu e Mazanoglu, 2016). Os pesquisadores investigaram a capacidade e quantidade ótima de amortecedores viscosos para a prevenção de choque de faces, entre dois edifícios adjacentes, sob o efeito de um terremoto. As forças de impacto devido ao choque foram simuladas por aproximação não linear mola-elástica chamada modelo de Hertz. O estudo paramétrico consistiu em variar o número e a rigidez dos pavimentos num edifício, além da capacidade dos amortecedores viscosos. Os resultados foram comparados uns com os outros para esclarecer os efeitos da variação dos parâmetros da construção submetidos a forças de choque e a capacidade do amortecedor viscoso.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 INTRODUÇÃO

A ótima localização e distribuição dos dispositivos histeréticos num edifício do tipo *shear building*, será feita aplicando duas metodologias: a metodologia RFTO que permite determinar possíveis alternativas de projeto a partir da modificação da rigidez da estrutura e localização dos amortecedores e, a metodologia LOA que permite determinar a localização ótima de amortecedores a partir da distribuição do amortecimento externo introduzido.

Segundo (Takewaki, 2009), as duas metodologias: reprojeto para a função de transferência objetivo (RFTO) e localização ótima do amortecedor (LOA), estão baseadas numa propriedade dinâmica geral (amplitude da função de transferência), por tanto os resultados são gerais e não são influenciados por características de movimentos de entrada. Na Figura 3.1 é apresentada a *função de transferência* e a máxima amplitude é lida para a frequência fundamental (ω_1).

Segundo (Ogata, 2010), a *função de transferência* de um sistema representado por equações diferenciais lineares invariantes no tempo (*ou lineares a coeficientes constantes*) é definida como a relação entre a transformada de Laplace do sinal de saída (função de resposta) e a transformada de Laplace do sinal de entrada (função excitação), na hipótese de que todas as condições iniciais são nulas. A aplicabilidade do conceito da função de transferência é limitada a equações diferenciais lineares invariantes no tempo, no caso de sistemas representados por equações diferenciais cujos coeficientes sejam funções do tempo são chamados *sistemas lineares variáveis no tempo*. O método das funções de transferência, portanto, é amplamente usado na análise e no projeto de sistemas representado por equações diferenciais lineares invariantes no tempo. A seguir, estão alguns dos comentários importantes relativos a funções de transferências.

- A função de transferência é uma propriedade intrínseca do sistema, independentemente da magnitude e da natureza do sinal de entrada ou função de excitação.
- A função de transferência inclui as unidades necessárias para relacionar o sinal de entrada ao sinal de saída; no entanto, ela não fornece qualquer informação concernente à estrutura física do sistema.

- Se a função de transferência de um sistema for conhecida, a saída ou resposta pode ser estudada para várias formas de entradas com vistas ao entendimento da natureza do sistema.
- Se a função de transferência de um sistema for desconhecida, ela pode ser estabelecida experimentalmente introduzindo-se sinais de entrada conhecidos e estudando-se o sinal de saída do sistema. Uma vez estabelecida, a função de transferência fornece uma descrição completa das características dinâmicas do sistema, tão precisas quanto aquelas obtidas a partir de sua descrição física.

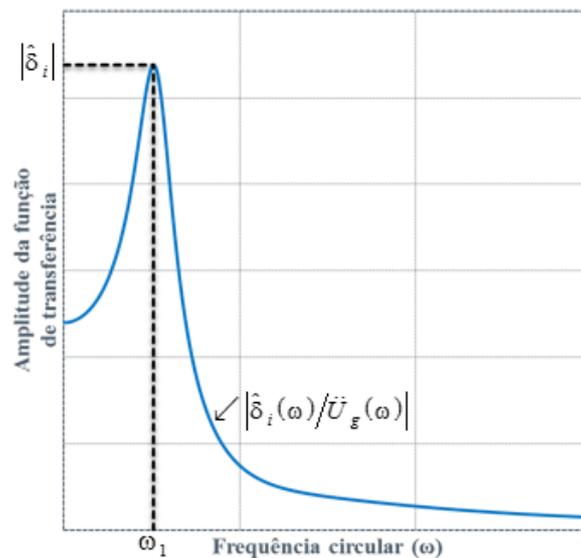
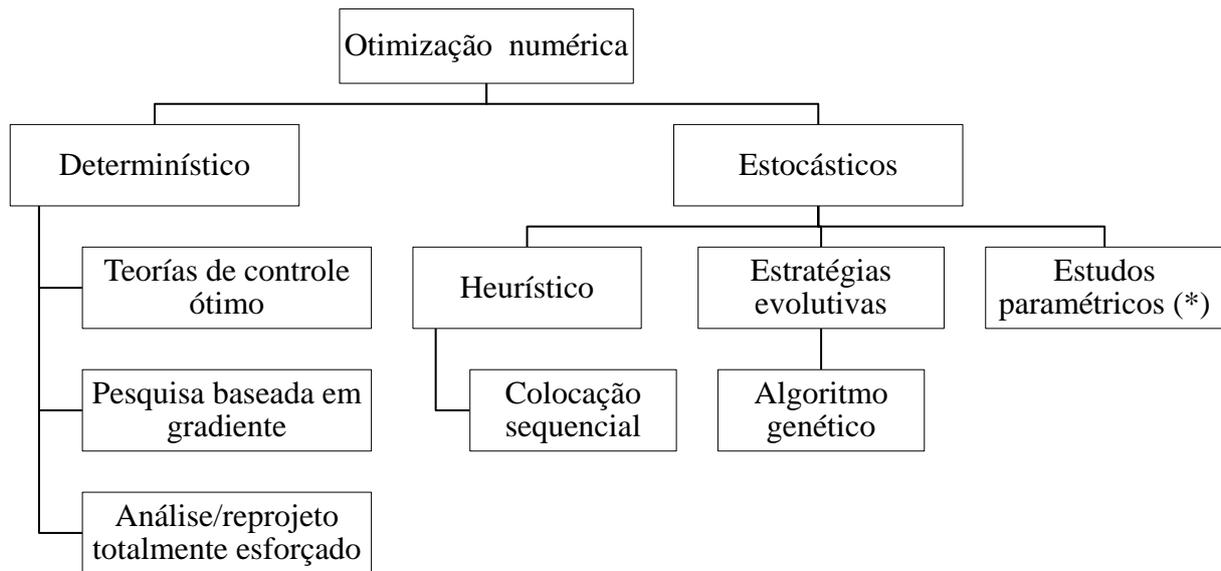


Figura 3.1: Amplitude da função de transferência (Modificada de (Takewaki, 2009))

Segundo Whittle *et al.*, (2012), a metodologia proposta por (Takewaki, 2009) pode ser classificada como uma otimização numérica do tipo determinística *baseada em gradiente* (ver Figura 3.2). Entende-se como modelos determinísticos aqueles em que assume-se que os dados são conhecidos, pelo contrário, nos modelos estocásticos algum elemento não é conhecido antecipadamente.



(*) Não é uma técnica de otimização numérica, mas é semelhante aos métodos estocásticos.

Figura 3.2: Classificação das técnicas de colocação ótima de amortecedor (Modificada de (Whittle, Williams e Karavasilis, 2012))

3.2 REPROJETO PARA A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA OBJETIVO (RFTO)

3.2.1 Problema inverso incremental

O *problema inverso incremental* é considerado um processo de otimização, pois considera os parâmetros estruturais desconhecidos, e no momento em que estes parâmetros são determinados, a configuração e tamanho dos elementos são selecionados. Isto é: “Quando pequenas perturbações são dadas para o menor valor próprio (Ω) e a menor relação de deformação (α) para um modelo com rigidez (k), as correspondentes rigidezes ($k + \Delta k$) podem ser encontradas, uma vez calculado o valor final da rigidez, as dimensões dos elementos estruturais podem ser determinadas. Neste sentido, o presente problema pode ser chamado um problema inverso incremental em vibração amortecida, segundo (Takewaki, 2000a)”.

Na Figura 3.3 é apresentado um diagrama de corpo livre para um modelo massa-mola-amortecedor de dois graus de liberdade com dispositivos histeréticos, o qual será considerado de base para fazer a formulação matemática.

Massas, rigidezes e coeficientes de amortecimento são indicados por $\{\bar{m}_1, \bar{m}_2\}$, $\{k_1, k_2\}$ e $\{\bar{\beta}_1, \bar{\beta}_2\}$ respectivamente. A variável de projeto são as rigidezes $\{k_1, k_2\}$.

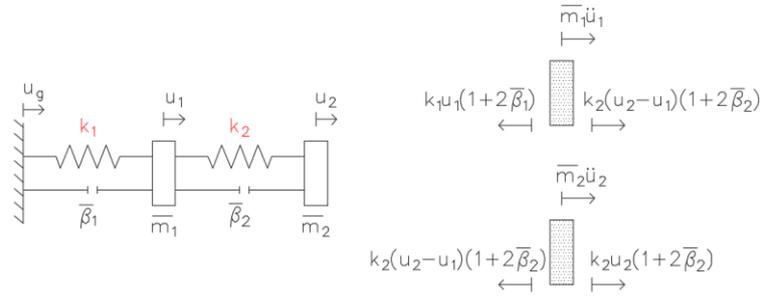


Figura 3.3: Diagrama do corpo livre do edifício (*shear building*) com amortecedores histeréticos (Variável de projeto k)

Quando o edifício é submetido a uma aceleração na base \ddot{u}_g , a equação do movimento pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2(\bar{\beta}_1 k_1 + \bar{\beta}_2 k_2) & -2\bar{\beta}_2 k_2 \\ -2\bar{\beta}_2 k_2 & 2\bar{\beta}_2 k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (3.1)$$

Sendo u_1 e u_2 os deslocamentos nodais das massas \bar{m}_1 e \bar{m}_2 respectivamente.

A transformada de Fourier da equação do movimento para o modelo de amortecedor histerético pode ser escrita como:

$$\left(\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} + 2i \begin{bmatrix} \bar{\beta}_1 k_1 + \bar{\beta}_2 k_2 & -\bar{\beta}_2 k_2 \\ -\bar{\beta}_2 k_2 & \bar{\beta}_2 k_2 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U_1(\omega) \\ U_2(\omega) \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{U}_g(\omega) \quad (3.2)$$

Onde $U_1(\omega)$, $U_2(\omega)$, $\ddot{U}_g(\omega)$ são funções no domínio da frequência devido à transformada de Fourier de u_1 , u_2 , \ddot{u}_g respectivamente, sendo ω a frequência circular e i a unidade imaginária.

As transformadas de Fourier $\delta_1(\omega)$ e $\delta_2(\omega)$ dos deslocamentos nodais absolutos $d_1 = u_1$, $d_2 = u_2 - u_1$ podem ser expressas em termos de $U_1(\omega)$, $U_2(\omega)$ como:

$$\begin{Bmatrix} \delta_1(\omega) \\ \delta_2(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1(\omega) \\ U_2(\omega) \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Seja ω_1 a frequência fundamental não amortecida do modelo e, \hat{U}_1 , \hat{U}_2 , novas quantidades de valores complexos, assim:

$$\hat{U}_1 \equiv \frac{U_1(\omega_1)}{\ddot{U}_g(\omega_1)} \quad \hat{U}_2 \equiv \frac{U_2(\omega_1)}{\ddot{U}_g(\omega_1)} \quad (3.4)$$

A quantidade \hat{U}_i indica a função de transferência para $\omega = \omega_1$. O valor absoluto de \hat{U}_i está representado pela Figura 3.1, a qual é chamada de *amplitude da função de transferência* com respeito à frequência ($\omega = \omega_1$). Esta quantidade de valor complexo indica a amplitude de ressonância do deslocamento de piso na frequência fundamental não amortecida ω_1 .

Novas quantidades de valores complexos são definidas por $\hat{\delta}_1 \equiv \hat{U}_1$ e $\hat{\delta}_2 \equiv \hat{U}_2 - \hat{U}_1$.

Substituindo as equações (3.4) em (3.2) com $\omega = \omega_1$, conclui-se que as quantidades \hat{U}_1 e \hat{U}_2 devem satisfazer a seguinte equação:

$$\mathbf{A}_H \begin{Bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \bar{m}_1 \\ \bar{m}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

Onde \mathbf{A}_H é a seguinte matriz

$$\mathbf{A}_H = \begin{bmatrix} k_1(1 + 2\bar{\beta}_1 i) + k_2(1 + 2\bar{\beta}_2 i) - \omega_1^2 \bar{m}_1 & -k_2(1 + 2\bar{\beta}_2 i) \\ -k_2(1 + 2\bar{\beta}_2 i) & k_2(1 + 2\bar{\beta}_2 i) - \omega_1^2 \bar{m}_2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

A diferenciação parcial da equação (3.5) respeito à variável de projeto k_j fornece

$$\mathbf{A}_{H,j} \begin{Bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{Bmatrix} + \mathbf{A}_H \begin{Bmatrix} \hat{U}_{1,j} \\ \hat{U}_{2,j} \end{Bmatrix} = 0 \quad (3.7)$$

$\mathbf{A}_{H,j}$ na equação (3.7) pode ser expressado como:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{H,1} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + 2i \begin{bmatrix} \bar{\beta}_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \Omega_{1,1} \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_{H,2} &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + 2i \begin{bmatrix} \bar{\beta}_2 & -\bar{\beta}_2 \\ -\bar{\beta}_2 & \bar{\beta}_2 \end{bmatrix} - \Omega_{1,2} \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.8)$$

A seguir, a diferenciação parcial em relação a k_j é indicada por $(\)_{,j}$. Sendo \mathbf{A}_H regular, as sensibilidades de primeira ordem das quantidades dos valores complexos \hat{U}_1 e \hat{U}_2 são derivadas a partir da equação (3.7) como:

$$\begin{Bmatrix} \hat{U}_{1,j} \\ \hat{U}_{2,j} \end{Bmatrix} = -\mathbf{A}_H^{-1} \mathbf{A}_{H,j} \begin{Bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

A partir das equações (3.3) e (3.9) a primeira derivada de $\hat{\delta}_1 \equiv \hat{U}_1$ e $\hat{\delta}_2 \equiv \hat{U}_2 - \hat{U}_1$ respeito à k_j pode ser calculada como:

$$\begin{Bmatrix} \hat{\delta}_{1,j} \\ \hat{\delta}_{2,j} \end{Bmatrix} = -\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{A}_H^{-1} \mathbf{A}_{H,j} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\delta}_1 \\ \hat{\delta}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

A quantidade do valor complexo $\hat{\delta}_i$ pode ser reescrita simbolicamente como:

$$\hat{\delta}_i = \text{Re}[\hat{\delta}_i] + i \text{Im}[\hat{\delta}_i] \quad (3.11)$$

Onde $\text{Re}[\]$, $\text{Im}[\]$ indicam as partes reais e imaginárias respectivamente de um número complexo. A sensibilidade de primeira ordem de $\hat{\delta}_i$ pode ser formalmente expressada como:

$$\hat{\delta}_{i,j} = \left(\text{Re}[\hat{\delta}_i] \right)_{,j} + i \left(\text{Im}[\hat{\delta}_i] \right)_{,j} \quad (3.12)$$

O valor absoluto $|\hat{\delta}_i|$ de $\hat{\delta}_i$ é definido por:

$$|\hat{\delta}_i| = \sqrt{\left(\text{Re}[\hat{\delta}_i] \right)^2 + \left(\text{Im}[\hat{\delta}_i] \right)^2} \quad (3.13)$$

A sensibilidade de primeira ordem de $|\hat{\delta}_i|$ respeito à k_j pode ser expressada como:

$$\left| \hat{\delta}_i \right|_{,j} = \frac{1}{|\hat{\delta}_i|} \left\{ \text{Re}[\hat{\delta}_i] \left(\text{Re}[\hat{\delta}_i] \right)_{,j} + \text{Im}[\hat{\delta}_i] \left(\text{Im}[\hat{\delta}_i] \right)_{,j} \right\} \quad (3.14)$$

Onde $\left(\text{Re}[\hat{\delta}_i] \right)_{,j}$ e $\left(\text{Im}[\hat{\delta}_i] \right)_{,j}$ pode ser calculado a partir da equação (3.10).

Nova quantidade é definida como a razão entre dois deslocamentos nodais relativos por:

$$\alpha_1(k) = \frac{|\hat{\delta}_2(k)|}{|\hat{\delta}_1(k)|} \quad (3.15)$$

A variação do menor valor próprio devido a Δk é avaliada pela aproximação linear:

$$\Delta\Omega_1(k) = \frac{\partial\Omega_1(k)}{\partial k} \Delta k \quad (3.16)$$

Da mesma forma, a variação da proporção de deformação definida na equação (3.15), devido à Δk , podem ser avaliadas pela seguinte aproximação linear:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_1(k) &= \left(\frac{\partial|\hat{\delta}_2(k)|}{\partial k} \frac{1}{|\hat{\delta}_1(k)|} - \frac{\partial|\hat{\delta}_1(k)|}{\partial k} \frac{|\hat{\delta}_2(k)|}{|\hat{\delta}_1(k)|^2} \right) \Delta k \\ &= \frac{1}{|\hat{\delta}_1(k)|} \left(\frac{\partial|\hat{\delta}_2(k)|}{\partial k} - \frac{\partial|\hat{\delta}_1(k)|}{\partial k} \alpha_1(k) \right) \Delta k \end{aligned} \quad (3.17)$$

As equações (3.16) e (3.17) podem ser arranjadas para o seguinte conjunto de equações lineares respeito a Δk :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial\Omega_1(k)}{\partial k_1} & \frac{\partial\Omega_1(k)}{\partial k_2} \\ \frac{\partial|\hat{\delta}_2(k)|}{\partial k_1} - \left(\frac{\partial|\hat{\delta}_1(k)|}{\partial k_1} \right) \alpha_1(k) & \frac{\partial|\hat{\delta}_2(k)|}{\partial k_2} - \left(\frac{\partial|\hat{\delta}_1(k)|}{\partial k_2} \right) \alpha_1(k) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta k_1 \\ \Delta k_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta\Omega_1(k) \\ |\hat{\delta}_1(k)| \Delta\alpha_1(k) \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

A equação (3.18) implica que, uma vez que os incrementos $\Delta\Omega_1(k)$ e $\Delta\alpha_1(k)$ são dados e as sensibilidades $\partial\Omega_1(k)/\partial k$ e $\partial|\hat{\delta}_j(k)|/\partial k$ desses incrementos são avaliadas, Δk pode ser encontrado.

A sensibilidade de primeira ordem do menor valor próprio $\Omega_1(k)$ segundo (Fox e Kapoor, 1968), no domínio da otimização estrutural é expressa como:

$$\Omega_1(k)_{,j} = V^{(1)T} \mathbf{K}_{,j} V^{(1)} \quad (3.19)$$

Onde $V^{(1)}$ indica o menor autovetor não amortecido e satisfaz a seguinte condição de normalização:

$$V^{(1)T} \mathbf{M} V^{(1)} = 1 \quad (3.20)$$

K e M são as matrizes de rigidez e de massa. Em seguida, a sensibilidade de projeto da frequência fundamental não amortecida pode ser dado por:

$$\omega_1(k)_{,j} = \frac{1}{2\omega_1(k)} V^{(1)T} \mathbf{K}_{,j} V^{(1)} \quad (3.21)$$

O incremento linear de α e Ω_1 a especificar nesta formulação são dados como:

$$\Delta\alpha = \frac{1}{N}(\alpha_F - \alpha_0) \quad \Delta\Omega_1 = \frac{1}{N}(\Omega_{1F} - \Omega_{1(0)}) \quad (3.22)$$

Sendo;

- α_0 Valor inicial da relação da função de transferência
- α_F Valor final da relação da função de transferência
- $\Omega_{1(0)}$ Valor inicial do menor autovalor do modelo não amortecido
- Ω_{1F} Valor final do menor autovalor do modelo não amortecido
- N Número de passos

O procedimento matemático correspondente à metodologia RFTO será apresentado através de um algoritmo criado no *software* Matlab no Apêndice B, desta forma se esclarece o ensemble das equações.

3.3 LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DO AMORTECEDOR (LOA)

3.3.1 Problema de localização ótima do amortecedor

Na Figura 3.4 é mostrado o diagrama de corpo livre de dois andares com amortecedores hysteréticos. As variáveis do projeto são os coeficientes de amortecimento $\beta = \{\beta_1, \beta_2\}$ dos amortecedores hysteréticos adicionados. Assume-se também aqui que o amortecimento da estrutura pode ser desprezado em comparação com o amortecimento dos amortecedores adicionados.

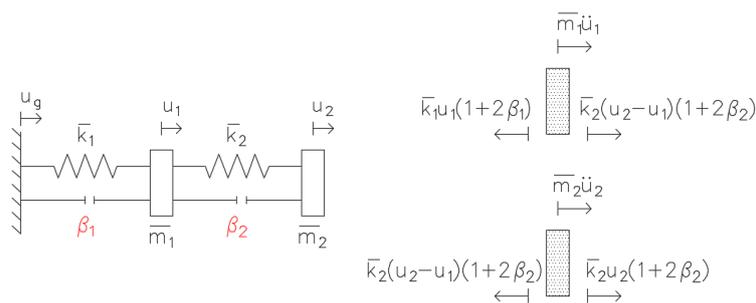


Figura 3.4: Diagrama do corpo livre do edifício (*shear building*) com amortecedores hysteréticos (Variável de projeto β)

Quando o edifício é submetido a uma aceleração na base \ddot{u}_g , a equação do movimento pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \bar{k}_1 + \bar{k}_2 & -\bar{k}_2 \\ -\bar{k}_2 & \bar{k}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2(\beta_1 \bar{k}_1 + \beta_2 \bar{k}_2) & -2\beta_2 \bar{k}_2 \\ -2\beta_2 \bar{k}_2 & 2\beta_2 \bar{k}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \end{aligned} \quad (3.23)$$

Sendo u_1 e u_2 os deslocamentos nodais das massas \bar{m}_1 e \bar{m}_2 respectivamente.

A transformada de Fourier da equação do movimento para o modelo de amortecedor histerético pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{bmatrix} \bar{k}_1 + \bar{k}_2 & -\bar{k}_2 \\ -\bar{k}_2 & \bar{k}_2 \end{bmatrix} + 2i \begin{bmatrix} \beta_1 \bar{k}_1 + \beta_2 \bar{k}_2 & -\beta_2 \bar{k}_2 \\ -\beta_2 \bar{k}_2 & \beta_2 \bar{k}_2 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U_1(\omega) \\ U_2(\omega) \end{Bmatrix} = \\ & - \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{U}_g(\omega) \end{aligned} \quad (3.24)$$

O desenvolvimento matemático a seguir, será igual ao explicado entre a equação (3.3) até a equação (3.14).

O problema da localização ótima do amortecedor para um modelo de edifício do tipo *shear building* pode ser descrito como:

$$V = \sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i(\beta)| \quad (3.25)$$

A quantidade V representa a flexibilidade global e sua minimização é preferível do ponto de vista de projeto baseado no desempenho.

O problema de localização ótima é sujeito à restrição na soma dos coeficientes de amortecimento dos amortecedores adicionados

$$\sum_{i=1}^2 \beta_i = \bar{W} \quad (\bar{W} : \text{valor especificado}) \quad (3.26)$$

O Lagrangeano para este problema pode ser expresso como:

$$L(\beta, \lambda) = \sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i(\beta)| + \lambda \left(\sum_{i=1}^2 \beta_i - \bar{W} \right) \quad (3.27)$$

A partir da condição de estacionariedade do Lagrangeano com respeito a $L(\beta, \lambda)$, às seguintes condições de otimização podem ser derivadas:

$$\left(\sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,j} + \lambda = 0 \quad (j = 1, 2) \quad (3.28)$$

$$\sum_{i=1}^2 \beta_i - \bar{W} = 0 \quad (3.29)$$

Onde $(\cdot)_{,j}$ indica a diferenciação parcial com respeito a $\beta_{,j}$. Se $\beta_{,j} = 0$, em seguida a equação (3.28) pode ser modificada em

$$\left(\sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,j} + \lambda \geq 0 \quad (3.30)$$

Os critérios de otimização apresentados nas equações (3.28) e (3.30) incluem um parâmetro indeterminado λ . Outra expressão sem o parâmetro λ pode ser obtido, através da definição da seguinte quantidade:

$$\gamma_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,2}}{\left(\sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,1}} \quad (3.31)$$

Uma expressão alternativa da equação (3.28), pode ser obtida para $\gamma_1 = 1$ pela eliminação de λ . Se $\beta_1 = 0$, então $\gamma_1 \geq 1$. Se $\beta_2 = 0$, então $\gamma_1 \leq 1$.

Diferenciando a equação (3.5) com respeito a variável de projeto $\beta_{,j}$ obtêm-se:

$$\mathbf{A}_{H,j} \begin{Bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{Bmatrix} + \mathbf{A}_H \begin{Bmatrix} \hat{U}_{1,j} \\ \hat{U}_{2,j} \end{Bmatrix} = 0 \quad (3.32)$$

\mathbf{A}_{Hj} na equação (3.32) pode ser expressado como:

$$\mathbf{A}_{H,1} = 2i \begin{bmatrix} \bar{k}_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_{H,2} = 2i \begin{bmatrix} \bar{k}_2 & -\bar{k}_2 \\ -\bar{k}_2 & \bar{k}_2 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Sendo \mathbf{A}_H regular, a primeira derivada das quantidades dos valores complexos \hat{U}_1 e \hat{U}_2 podem ser escritas como:

$$\begin{Bmatrix} \hat{U}_{1,j} \\ \hat{U}_{2,j} \end{Bmatrix} = -\mathbf{A}_H^{-1} \mathbf{A}_{H,j} \begin{Bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.34)$$

Além disso, a primeira derivada do deslocamento do pavimento pode ser expressa como:

$$\begin{Bmatrix} \hat{\delta}_{1,j} \\ \hat{\delta}_{2,j} \end{Bmatrix} = -\mathbf{T} \mathbf{A}_H^{-1} \mathbf{A}_{H,j} \mathbf{T}^{-1} \begin{Bmatrix} \hat{\delta}_1 \\ \hat{\delta}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.35)$$

Onde T é a matriz de transformação da deformação-deslocamento e $\hat{\delta}_i$ pode ser expresso formalmente como:

$$\hat{\delta}_i = Re[\hat{\delta}_i] + iIm[\hat{\delta}_i] \quad (3.36)$$

A primeira derivada de $\hat{\delta}_i$ é escrita formalmente como:

$$\hat{\delta}_{i,j} = \left(Re[\hat{\delta}_i] \right)_{,j} + i \left(Im[\hat{\delta}_i] \right)_{,j} \quad (3.37)$$

O valor absoluto de $\hat{\delta}_i$ é definido por:

$$|\hat{\delta}_i| = \sqrt{\left(Re[\hat{\delta}_i] \right)^2 + \left(Im[\hat{\delta}_i] \right)^2} \quad (3.38)$$

A primeira derivada de $|\hat{\delta}_i|$ pode logo ser escrita como:

$$\left| \hat{\delta}_i \right|_{,j} = \frac{1}{|\hat{\delta}_i|} \left\{ Re[\hat{\delta}_i] \left(Re[\hat{\delta}_i] \right)_{,j} + Im[\hat{\delta}_i] \left(Im[\hat{\delta}_i] \right)_{,j} \right\} \quad (3.39)$$

Onde $\left(Re[\hat{\delta}_i] \right)_{,j}$ e $\left(Im[\hat{\delta}_i] \right)_{,j}$ são calculados da equação (3.35)

O incremento linear $\Delta\gamma_1$ de γ_1 é dado por:

$$\Delta\gamma_1 = \left(\frac{1}{B_1} \frac{\partial B_2}{\partial \beta} - \frac{B_2}{B_1^2} \frac{\partial B_1}{\partial \beta} \right) \Delta\beta = \frac{1}{B_1} \left(\frac{\partial B_2}{\partial \beta} - \frac{\partial B_1}{\partial \beta} \gamma_1 \right) \Delta\beta \quad (3.40)$$

Onde B_1 , e B_2 são as seguintes quantidades:

$$B_1 = \left(\sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,1} \quad B_2 = \left(\sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,2} \quad (3.41)$$

Os incrementos $\Delta\beta$ devem satisfazer a seguinte relação devido à restrição da equação (3.29)

$$\sum_{i=1}^2 \Delta\beta_i = 0 \quad (3.42)$$

Arranjo das equações (3.40) e (3.42) conduz ao seguinte conjunto de equações lineares com respeito à $\Delta\beta$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{B_1} \left(\frac{\partial B_2}{\partial \beta_1} - \frac{\partial B_1}{\partial \beta_1} \gamma_1 \right) & \frac{1}{B_1} \left(\frac{\partial B_2}{\partial \beta_2} - \frac{\partial B_1}{\partial \beta_2} \gamma_1 \right) \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\beta_1 \\ \Delta\beta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta\gamma_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

O incremento $\Delta\gamma_1$ é dado aqui como,

$$\Delta\gamma_1 = (1 - \gamma_{01})/N \quad (3.44)$$

Onde N é o número de passos e γ_{01} indica o valor inicial de γ_1 . Deve-se advertir que, se qualquer um dos β_1 ou β_2 desaparece, a seguinte relação tem de ser satisfeita. Se $\beta_1 = 0$, $\gamma_1 \geq 1$. Se $\beta_2 = 0$, $\gamma_1 \leq 1$.

As derivadas $\partial\beta_1/\partial\beta_i$ e $\partial\beta_2/\partial\beta_i$, podem ser avaliadas da seguinte forma.

Diferenciação parcial da equação (3.39) com respeito a β_k leva a:

$$\left| \hat{\delta}_i \right|_{,jk} = \frac{1}{\left| \hat{\delta}_i \right|^2} \left(\begin{array}{l} \left| \hat{\delta}_i \right| \left\{ \left(\text{Re} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,k} \left(\text{Re} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,j} + \text{Re} \left[\hat{\delta}_i \right] \left(\text{Re} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,jk} \right\} \\ + \left(\text{Im} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,k} \left(\text{Im} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,j} + \text{Im} \left[\hat{\delta}_i \right] \left(\text{Im} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,jk} \right\} \\ - \left| \hat{\delta}_i \right|_{,k} \left\{ \begin{array}{l} \text{Re} \left[\hat{\delta}_i \right] \left(\text{Re} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,j} \\ + \text{Im} \left[\hat{\delta}_i \right] \left(\text{Im} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,j} \end{array} \right\} \end{array} \right) \quad (3.45)$$

Em seguida, $\partial\beta_1/\partial\beta_i$ e $\partial\beta_2/\partial\beta_i$, podem ser apresentados como segue:

$$\frac{\partial B_1}{\partial \beta_1} = \left\{ \left| \hat{\delta}_1 \right|_{,11} + \left| \hat{\delta}_2 \right|_{,11} \right\} \quad \frac{\partial B_1}{\partial \beta_2} = \left\{ \left| \hat{\delta}_1 \right|_{,12} + \left| \hat{\delta}_2 \right|_{,12} \right\} \quad (3.46)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial \beta_1} = \left\{ \left| \hat{\delta}_1 \right|_{,21} + \left| \hat{\delta}_2 \right|_{,21} \right\} \quad \frac{\partial B_2}{\partial \beta_2} = \left\{ \left| \hat{\delta}_1 \right|_{,22} + \left| \hat{\delta}_2 \right|_{,22} \right\} \quad (3.47)$$

$\left(\text{Re} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,jk}$ e $\left(\text{Im} \left[\hat{\delta}_i \right] \right)_{,jk}$ na equação (3.45) pode ser obtido a partir de:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\delta}_{1,jk} \\ \hat{\delta}_{2,jk} \end{array} \right\} = \mathbf{T} \mathbf{A}_H^{-1} \mathbf{A}_{H,k} \mathbf{A}_H^{-1} \mathbf{A}_{H,j} \mathbf{T}^{-1} \left\{ \begin{array}{l} \hat{\delta}_1 \\ \hat{\delta}_2 \end{array} \right\} - \mathbf{T} \mathbf{A}_H^{-1} \mathbf{A}_{H,j} \mathbf{T}^{-1} \left\{ \begin{array}{l} \hat{\delta}_{1,k} \\ \hat{\delta}_{2,k} \end{array} \right\} \quad (3.48)$$

A equação (3.48) é derivada pela diferenciação da equação (3.35) com respeito a β_k e usando a seguinte relação $\mathbf{A}_{H,k}^{-1} = -\mathbf{A}_H^{-1} \mathbf{A}_{H,k} \mathbf{A}_H^{-1}$. Deve notar-se aqui que, uma vez que os componentes da matriz \mathbf{A}_H são funções lineares de β , $\mathbf{A}_{H,jk}$ torna-se uma matriz nula para todos j e k .

Na Figura 3.5 é apresentado o algoritmo que resume o processo de otimização segundo (Takewaki, 1997a, 2009):

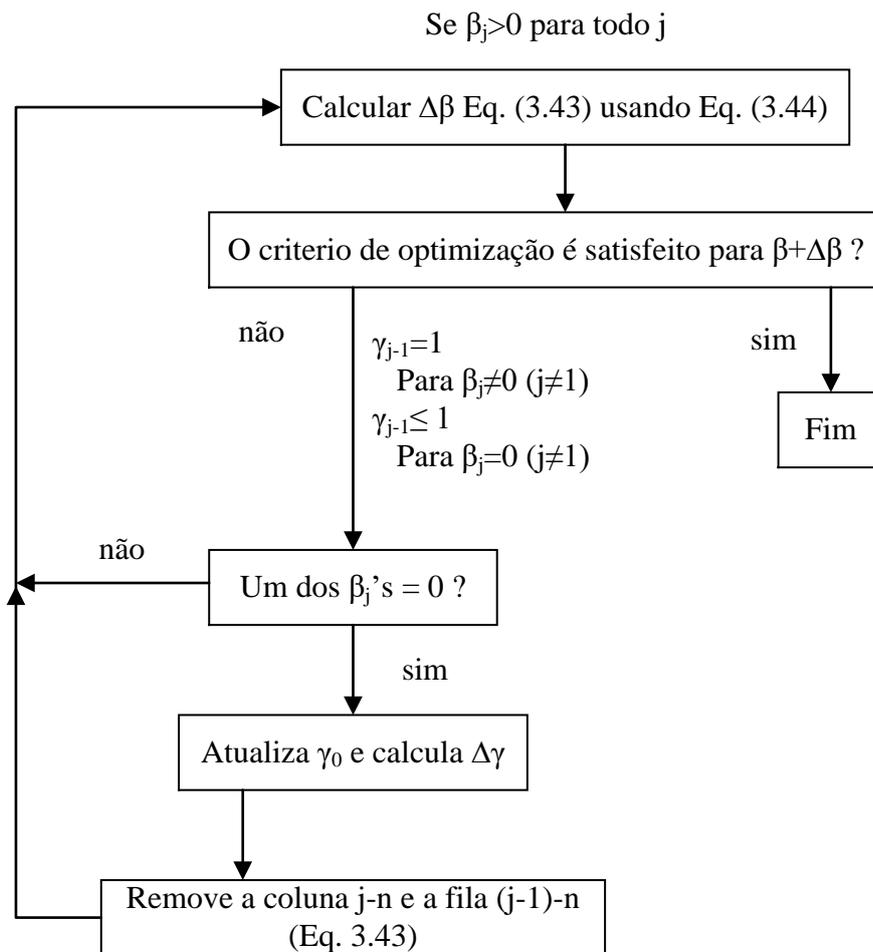


Figura 3.5: Fluxograma do processo de otimização (Modificado de (Takewaki, 2009))

3.3.2 Modificação do processo de otimização

Após a programação do algoritmo indicado na Figura 3.5 no programa Matlab, não foi possível encontrar uma resposta satisfatória e matematicamente coerente, para alguns modelos foram obtidos resultados dos valores dos coeficientes de amortecimento negativos, assim como um processo iterativo lento ou sem convergência, portanto, a seguir são apresentados alguns pontos de discussão sobre essas respostas não satisfatórias e a solução sugerida:

- O número de passos $N = 50$ usado no processo iterativo do (Takewaki, 2009), não levava à convergência para todos os modelos analisados. Nesse caso foi necessário fazer uma análise de convergência através da variação do número de passos ótimo para cada modelo avaliado (Ver Tabela 4.2 até Tabela 4.10).
- No processo de cálculo, (Takewaki, 2009) estabelece como parâmetro de avaliação para dar continuidade ao processo iterativo uma condição de nulidade do coeficiente de

amortecimento da seguinte forma: “um dos $\beta'_j s = 0$? ”. Não foi possível satisfazer esta condição porque a distribuição dos coeficientes fazia que alguns deles ficassem negativos. Sabendo-se que a metodologia se trata de distribuir os coeficientes de amortecimento e a somatória deverá ser em todo momento o valor inicial introduzido (ver equação (3.23)), foi preciso criar uma nova condição de nulidade da seguinte forma: se um dos coeficientes de amortecimento fica negativo, então a esse coeficiente é atribuído o valor zero e depois disso é feita uma nova iteração.

- Após a ocorrência de alguns dos, $\beta'_j s = 0$ o autor sugere atualizar γ_0 e calcular $\Delta\gamma$ utilizando a equação (3.44), mas não especifica literalmente incrementos lineares de $\Delta\gamma$ depois de cada iteração. Foram feitos cálculos mantendo constante o valor de $\Delta\gamma$ e somente atualizado quando alguns dos $\beta'_j s = 0$, mas os resultados não foram satisfatórios. É considerado necessário ser explícito na metodologia e escrever que com cada iteração o valor de $\Delta\gamma$ tem incrementos lineares.

Na Figura 3.6 é apresentado o fluxograma modificado:

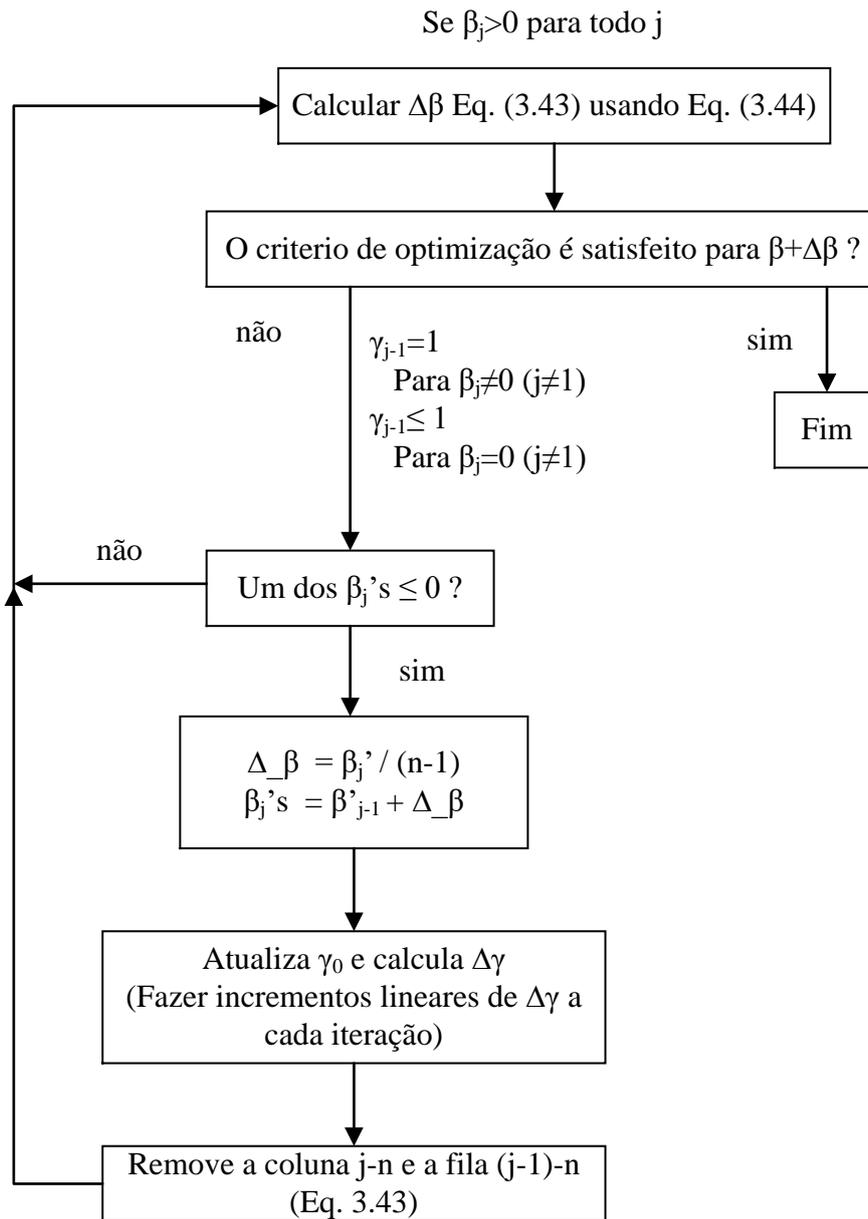


Figura 3.6: Proposta para o fluxograma do processo de otimização (Modificado de (Takewaki, 2009))

No Apêndice C, é apresentado um algoritmo criado no *software* Matlab, onde é desenvolvido passo a passo o processo de cálculo da metodologia LOA.

4. ANÁLISES NUMÉRICAS

A seguir serão apresentados quatro exemplos numéricos feitos no programa MATLAB para avaliar a eficiência das metodologias estudadas nesta pesquisa.

4.1 ANÁLISE NUMÉRICA 1

Este primeiro exemplo consiste em avaliar o algoritmo para escolher o número de passos (N) a ser usado no processo iterativo e a respectiva distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento (β). Serão usados edifícios entre dois e dez graus de liberdade (GDL) do tipo *shear building* no processo de cálculo.

A Tabela 4.1 contém as propriedades usadas neste exemplo numérico, onde (m_1, \dots, m_n) representa as massas, (k_1, \dots, k_n) as rigidezes e $(\beta_1, \dots, \beta_n)$ os coeficientes de amortecimento. O valor das massas e as rigidezes foram escolhidos do texto base (Takewaki, 2009) e o coeficiente de amortecimento é sugerido nesta pesquisa para observar com maior clareza o efeito do amortecimento na estrutura, pois um valor menor teria como resultados figuras das amplitudes da função de transferência inicial e final muito próximas o qual dificultaria observar o efeito do amortecimento.

Tabela 4.1: Propriedades iniciais – Modelos histeréticos

2 GDL – 10 GDL	
$m_1, \dots, m_{10} [kg]$	$0,80 \times 10^5$
$k_1, \dots, k_{10} [N/m]$	$4,00 \times 10^7$
$\beta_1, \dots, \beta_{10}$	0,20

Foi possível detectar que o sistema não tem uma única solução, esta depende do tamanho do diferencial usado no cálculo, $\Delta\gamma_i = (1 - \gamma_{oi})/N$. A seguir são apresentadas tabelas com possíveis valores do número de passos (N) para os quais o sistema converge oferecendo “alternativas de distribuição” dos coeficientes de amortecimento e quantificando a eficiência dessa distribuição a partir da flexibilidade global inicial e final (V_I, V_F) , que consiste na

somatória das amplitudes da função de transferência de cada um dos pavimentos que compõe o modelo. O valor de N é escolhido de acordo à maior percentagem de otimização.

A Tabela 4.2 à Tabela 4.10, contêm os resultados quando são usados três diferentes números de passos (N) no processo iterativo. É medido em porcentagem a otimização da flexibilidade final (V_F) respeito à flexibilidade inicial (V_I), seguido da distribuição dos coeficientes de amortecimento (β_1, \dots, β_n) e a verificação da somatória dos amortecedores introduzidos

$$\left(\sum_{i=1}^n \beta_i \right).$$

No procedimento de cálculo encontrou-se que a metodologia RFTO precisa de um número de passos (N) maior de 50 para obter uma convergência na distribuição das rigidezes, quanto maior é o número de passos mais preciso será o resultado dessa distribuição, enquanto a metodologia LOA tem convergência para certos valores de número de passos e, como é preciso fazer uma comparação da eficiência entre as duas metodologias tendo como único parâmetro variável o coeficiente de amortecimento, então será a metodologia LOA quem definirá o número de passos ótimo. Além disso, tentando analisar a eficiência dos dispositivos quando for mudado somente o número de pavimentos, foi escolhido um número de passos iguais ($N = 75$) entres os modelos conformados por dois até seis pavimentos, de essa forma se está eliminando a influência do número de passos na comparação da eficiência. Os demais modelos não apresentaram convergência para $N = 75$, a escolha do número de passos foi baseada na maior otimização da sensibilidade global. A seguir são apresentados os resultados obtidos:

Tabela 4.2: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 2 GDL

N	50	60	75
V_I	0,0153	0,0153	0,0153
V_F	0,0128	0,0128	0,0128
Otimização	16%	16%	16%
Distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento			
β_1	0,4000	0,4000	0,4000
β_2	0,0000	0,0000	0,0000
$\sum_{i=1}^n \beta_i$	0,4000	0,4000	0,4000

Na Tabela 4.2, para o sistema de dois graus de liberdade será usado um $N = 75$ o qual apresenta uma otimização de 16% na redução da flexibilidade global do sistema, correspondente à localização total do amortecimento no primeiro pavimento.

Tabela 4.3: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 3 GDL

N	50	60	75
V_I	0,0307	0,0307	0,0307
V_F	0,0232	0,0232	0,0232
Otimização	24%	24%	24%
Distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento			
β_1	0,3844	0,3846	0,3839
β_2	0,2156	0,2154	0,2161
β_3	0,0000	0,0000	0,0000
$\sum_{i=1}^n \beta_i$	0,6000	0,6000	0,6000

Para o sistema de três graus de liberdade mostrado na Tabela 4.3 será usado um valor de $N = 75$ o qual apresenta uma otimização de 24% na redução da flexibilidade global do sistema. A distribuição ótima de amortecedores sugere presença só nos dois primeiros pavimentos e nenhum amortecimento no terceiro pavimento.

Tabela 4.4: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 4 GDL

N	50	55	75
V_I	0,0513	0,0513	0,0513
V_F	0,0384	0,0375	0,0375
Otimização	25%	27%	27%
Distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento			
β_1	0,4052	0,4433	0,4434
β_2	0,3138	0,3567	0,3566
β_3	0,0810	0,0000	0,0000
β_4	0,0000	0,0000	0,0000
$\sum_{i=1}^n \beta_i$	0,8000	0,8000	0,8000

O sistema de quatro graus de liberdade apresentou uma otimização de 27% na redução da flexibilidade global do sistema, quando é distribuído a totalidade do amortecimento nos dois primeiros pavimentos e zero amortecimento nos pavimentos terceiro e quarto e usado um valor de $N = 75$ como foi apresentado na Tabela 4.4.

Tabela 4.5: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 5 GDL

N	60	70	75
V_I	0,0770	0,0770	0,0770
V_F	0,0551	0,0551	0,0550
Otimização	29%	29%	29%
Distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento			
β_1	0,4222	0,4257	0,4208
β_2	0,3593	0,3613	0,3566
β_3	0,2185	0,2130	0,2226
β_4	0,0000	0,0000	0,0000
β_5	0,0000	0,0000	0,0000
$\sum_{i=1}^n \beta_i$	1,0000	1,0000	1,0000

A Tabela 4.5, contém os resultados para o sistema de cinco graus de liberdade, onde a distribuição indica que a melhor localização dos amortecedores corresponde aos três primeiros pavimentos e nenhum amortecimento nos dois últimos. Usado um valor de $N = 75$ a redução da flexibilidade global do sistema apresentou uma otimização de 29%.

Tabela 4.6: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 6 GDL

N	55	60	75
V_I	0,1079	0,1079	0,1079
V_F	0,0781	0,0764	0,0764
Otimização	28%	29%	29%
Distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento			
β_1	0,3789	0,4496	0,4589
β_2	0,3250	0,3997	0,4099
β_3	0,2745	0,3508	0,3312
β_4	0,2216	0,0000	0,0000
β_5	0,0000	0,0000	0,0000
β_6	0,0000	0,0000	0,0000
$\sum_{i=1}^n \beta_i$	1,2000	1,2000	1,2000

Na Tabela 4.6, para o sistema de seis graus de liberdade será usado um valor de $N = 75$ o qual apresenta uma otimização de 29% na redução da flexibilidade global do sistema.

Tabela 4.7: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 7 GDL

N	50	60	100
V_I	0,1439	0,1439	0,1439
V_F	0,1004	0,1005	0,1010
Otimização	30%	30%	30%
Distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento			
β_1	0,4263	0,4427	0,4586
β_2	0,3850	0,4020	0,4193
β_3	0,3272	0,3411	0,3488
β_4	0,2615	0,2141	0,1734
β_5	0,0000	0,0000	0,0000
β_6	0,0000	0,0000	0,0000
β_7	0,0000	0,0000	0,0000
$\sum_{i=1}^n \beta_i$	1,4000	1,4000	1,4000

Para o sistema de sete graus de liberdade mostrado na Tabela 4.7 será usado um valor de $N = 60$, por ser um valor próximo do número de passos usados entre os modelos de 2 até 6 graus de liberdade.

Tabela 4.8: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 8 GDL

N	50	60	190
V_I	0,1850	0,1850	0,1850
V_F	0,1334	0,1411	0,1295
Otimização	28%	24%	30%
Distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento			
β_1	0,4251	0,3618	0,4091
β_2	0,3899	0,3263	0,3738
β_3	0,3510	0,2793	0,3352
β_4	0,2972	0,1980	0,2824
β_5	0,0695	0,1949	0,1994
β_6	0,0673	0,2397	0,0000
β_7	0,0000	0,0000	0,0000
β_8	0,0000	0,0000	0,0000
$\sum_{i=1}^n \beta_i$	1,6000	1,6000	1,6000

O sistema de oito graus de liberdade mostrado na Tabela 4.8, apresentou uma otimização de 30% na redução da flexibilidade global do sistema quando é usado um valor de $N = 190$, sugerindo a localização do amortecimento nos primeiros cinco pavimentos e nenhum amortecimento nos últimos três pavimentos.

Tabela 4.9: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 9 GDL

N	55	100	110
V_I	0,2313	0,2313	0,2313
V_F	0,1594	0,1594	0,1594
Otimização	31%	31%	31%
Distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento			
β_1	0,4501	0,4495	0,4478
β_2	0,4201	0,4197	0,4179
β_3	0,3809	0,3784	0,3791
β_4	0,3249	0,3193	0,3242
β_5	0,2239	0,2331	0,2309
β_6	0,0000	0,0000	0,0000
β_7	0,0000	0,0000	0,0000
β_8	0,0000	0,0000	0,0000
β_9	0,0000	0,0000	0,0000
$\sum_{i=1}^n \beta_i$	1,8000	1,8000	1,8000

Para o sistema de nove graus de liberdade mostrado na Tabela 4.9, é possível ser usado qualquer um dos valores para o qual o sistema teve convergência devido a que a porcentagem de otimização foi a mesma para os três diferentes valores de (N), será usado um valor de $N = 55$ por estar mais próximo do valor usado entre os modelos de 2 a 6 graus de liberdade.

Tabela 4.10: Número de passos ótimos e flexibilidade global da estrutura - 10 GDL

N	60	85	165
V_I	0,2828	0,2828	0,2828
V_F	0,1948	0,1948	0,1949
Otimização	31%	31%	31%
Distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento			
β_1	0,4592	0,4673	0,4543
β_2	0,4329	0,4409	0,4282
β_3	0,3993	0,4089	0,3943
β_4	0,3537	0,3684	0,3479
β_5	0,2773	0,3145	0,2763
β_6	0,0775	0,0000	0,0990
β_7	0,0000	0,0000	0,0000
β_8	0,0000	0,0000	0,0000
β_9	0,0000	0,0000	0,0000
β_{10}	0,0000	0,0000	0,0000
$\sum_{i=1}^n \beta_i$	2,0000	2,0000	2,0000

Na Tabela 4.10, para o sistema de dez graus de liberdade será usado um valor de $N = 85$ devido a que é o valor mais próximo do número de passos utilizados nos modelos de 2 a 6 GDL. Era possível usar qualquer um dos números de passos apresentados na Tabela 4.10, pois a otimização sempre foi de 31% na redução da flexibilidade global do sistema.

4.1.1 Análise dos resultados para o exemplo numérico 1

A ideia deste exercício foi a seleção adequada do número de passos utilizado no processo iterativo para determinar a localização ótima dos dispositivos histeréticos, tendo como critério a eficiência na redução da flexibilidade global.

O número de passos na metodologia RFTO não teve nenhum inconveniente de convergência, quanto maior for o número de passos o valor da rigidez será mais preciso devido a que sua leitura seria feita num ponto estável de convergência. No caso da metodologia LOA, houve convergência para alguns valores do número de passos, isto fez que o número de passos usados nas duas metodologias fosse escolhido a partir dos valores (N) onde a metodologia LOA teve

convergência, e assim poder comparar os resultados após aplicadas as duas metodologias e eliminar a influência da diferença de números de passos no processo de cálculo.

Foi utilizado um número de passos $N = 75$ para os edifícios de dois a seis pavimentos, pois a metodologia LOA apresentou convergência para esse número de passos entre os edifícios mencionados. Para os edifícios entre sete e dez pavimentos foi selecionado um valor de (N) próximo a 75 ou um valor de (N) onde a otimização fosse superior.

Uma vez conhecidos o número de passos ótimos e a distribuição dos coeficientes de amortecimento para cada um dos modelos avaliados, será possível comparar qual das duas metodologias (RFTO e LOA) é mais eficiente como método de otimização no controle estrutural. No exemplo 2, será determinado qual destas metodologias é mais eficiente.

4.2 ANÁLISE NUMÉRICA 2

Neste exemplo será considerado um modelo com amortecimento histerético de seis graus de liberdade (6 GDL). A metodologia RFTO mostrada no capítulo 3.2, na qual as variáveis de projeto são as rigidezes (k_1, \dots, k_n) e cujo objetivo é determinar a distribuição das rigidezes para que o sistema tenha uma amplitude da função de transferência similar em todos os pavimentos, será aplicada aos modelos 12, 34, 56 e ao modelo A, os modelos numéricos indicam a localização dos amortecedores, assim, o modelo 12 tem amortecimento só nos andares um e dois e o modelo A tem amortecimento em todos os andares. A metodologia LOA mostrada no capítulo 3.3, na qual as variáveis de projeto são os coeficientes de amortecimento $(\beta_1, \dots, \beta_n)$ e cujo objetivo é determinar a localização ótima dos dispositivos, será aplicada ao modelo ótimo.

Para o sistema de 6 GDL, o menor autovalor calculado do modelo não amortecido é $\Omega_{1(0)} = 29,06 \text{ rad}^2/\text{s}^2$, os valores iniciais das relações da função de transferência são apresentados na Tabela 4.12. O valor final do menor autovalor e as relações da função de transferência são especificados como $\Omega_{1F} = 29,06 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ e $\alpha_{F1} = \dots = \alpha_{F6} = 1,0$ respectivamente. A frequência fundamental não amortecida do modelo é $\omega_1 = 5.39 \text{ rad/s}$, os valores iniciais de γ são apresentados na Tabela 4.13, os valores finais de γ são

$\gamma_{F1} = \dots = \gamma_{F6} = 1,0$ e o número de passos no processo de reprojeção será igual a $N = 75$ (Ver Tabela 4.6). Na Tabela 4.11 são apresentados os demais dados iniciais usados no exemplo.

Tabela 4.11: Dados iniciais - 6 GDL

	Modelo 12	Modelo 34	Modelo 56	Modelo A	Modelo ótimo
m_1, \dots, m_6 [kg]	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$
k_1, \dots, k_6 [N/m]	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$
β_1	0,20	0,00	0,00	0,20	0,20
β_2	0,20	0,00	0,00	0,20	0,20
β_3	0,00	0,20	0,00	0,20	0,20
β_4	0,00	0,20	0,00	0,20	0,20
β_5	0,00	0,00	0,20	0,20	0,20
β_6	0,00	0,00	0,20	0,20	0,20

Tabela 4.12: Valores iniciais da relação da função de transferência (6 GDL)

	Modelo 12	Modelo 34	Modelo 56	Modelo A
α_{01}	0,9347	0,9320	0,9395	0,9217
α_{02}	0,8860	0,7525	0,8244	0,7988
α_{03}	0,7139	0,6023	0,6615	0,6366
α_{04}	0,5003	0,4546	0,4273	0,4429
α_{05}	0,2577	0,2341	0,2191	0,2271

Tabela 4.13: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (6 GDL) – Modelo ótimo

	1	2	3	4	5
γ_{0j}	0,8631	0,6643	0,4400	0,2304	0,0738

Modelo A

Na Figura 4.1 são apresentadas as componentes do modelo avaliado. Todos os pavimentos têm fixo o amortecimento (β_1, \dots, β_n) e a variável a calcular será a rigidez (k_1, \dots, k_n). Após aplicada a metodologia RFTO ao Modelo A, a nova distribuição das rigidezes é mostrada na Figura 4.2.

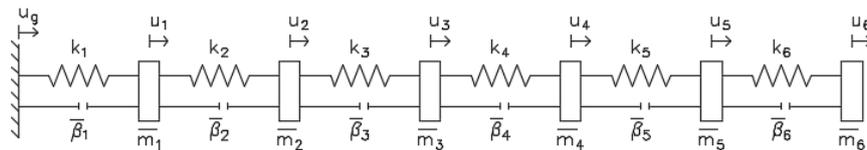


Figura 4.1: Amortecedor histerético – Modelo A (6 GDL)

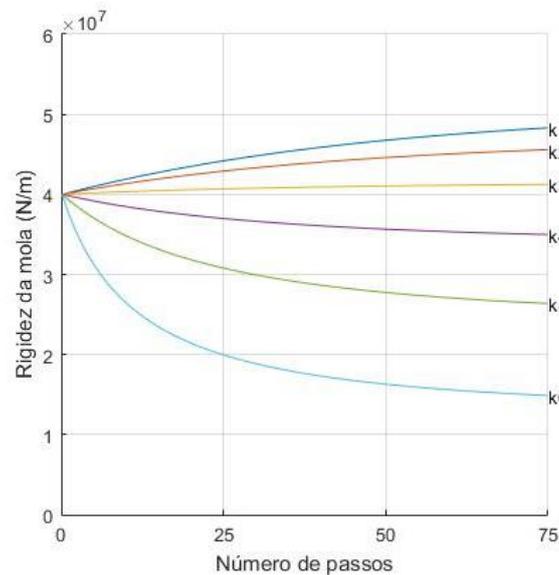


Figura 4.2: Variação das rigidezes – Modelo A (6 GDL)

Na Figura 4.3 até Figura 4.8 são mostradas as amplitudes inicial e final da função de transferência por pavimento. Os dados usados no cálculo das amplitudes iniciais da função de transferência foram apresentados na Tabela 4.11, para o cálculo das amplitudes finais da função de transferência foram utilizados os valores das rigidezes finais apresentadas na Figura 4.2.

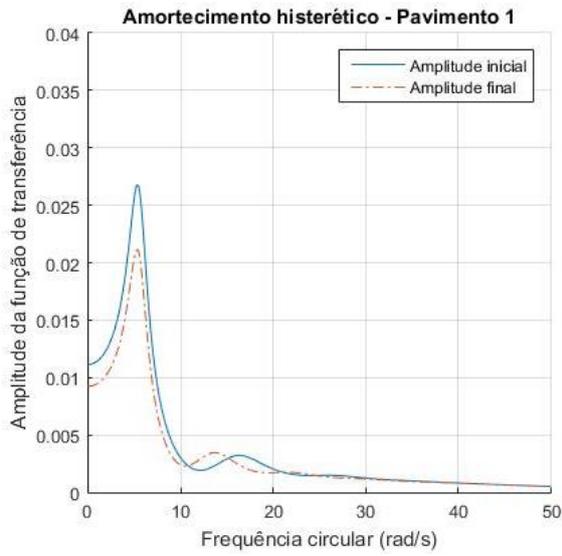


Figura 4.3: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 1 (6 GDL)

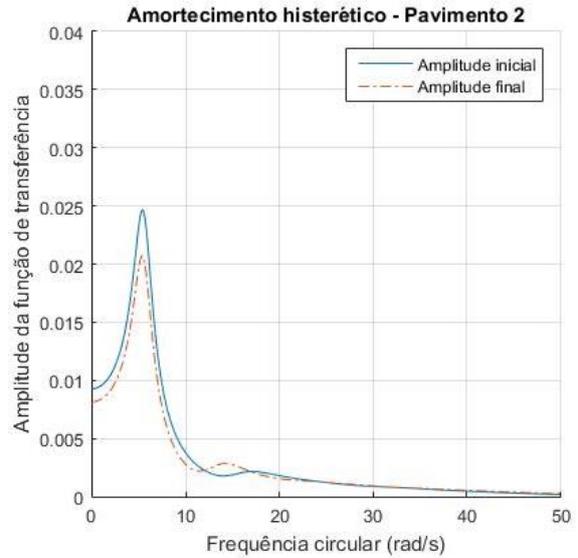


Figura 4.4: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 2 (6 GDL)

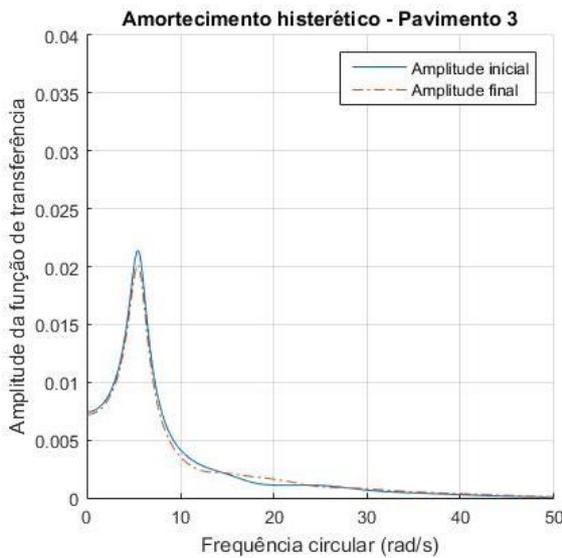


Figura 4.5: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 3 (6 GDL)

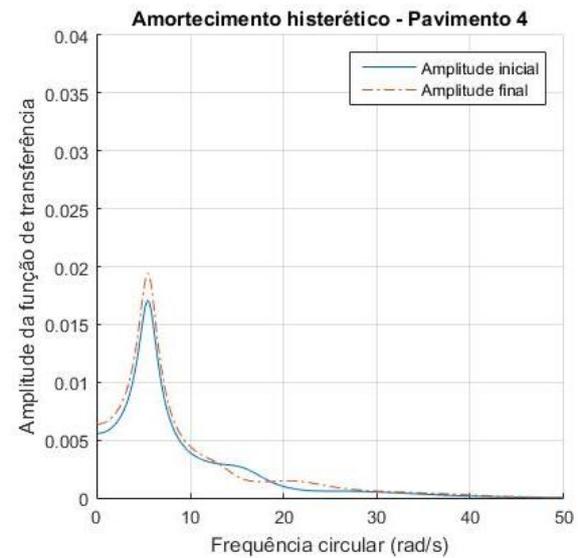


Figura 4.6: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 4 (6 GDL)

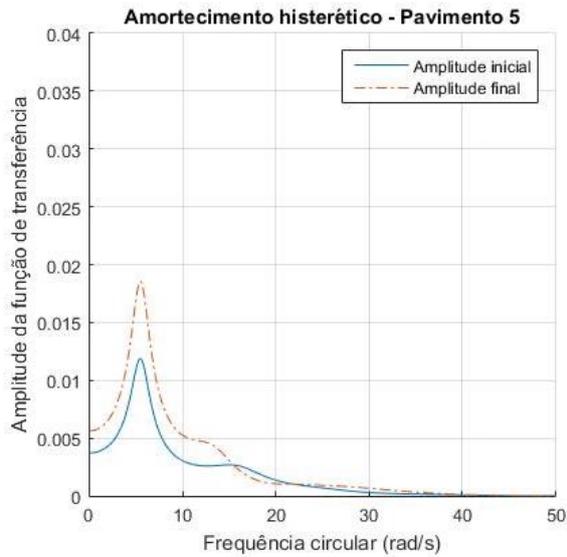


Figura 4.7: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 5 (6 GDL)

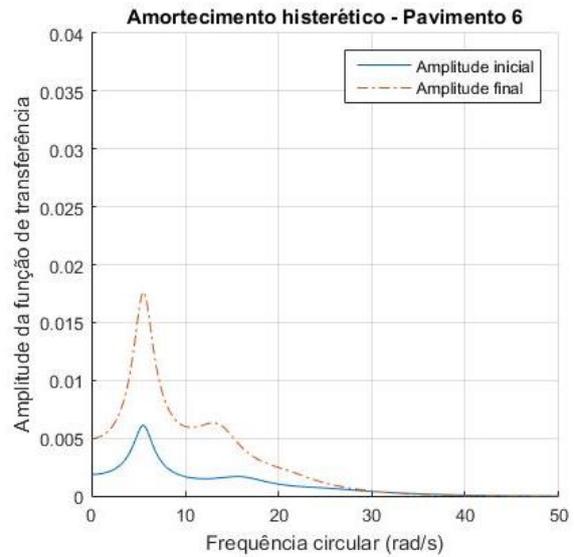


Figura 4.8: Amplitude da função de transferência – Modelo A – Pavimento 6 (6 GDL)

Modelo 12

Neste modelo, tem presença de amortecimento somente os dois primeiros pavimentos (ver Tabela 4.11) e a variável a calcular será a rigidez (k_1, \dots, k_n). Na Figura 4.9 são apresentadas as componentes do modelo avaliado. A nova distribuição das rigidezes é mostrada na Figura 4.10, após aplicada a metodologia RFTO ao Modelo 12.

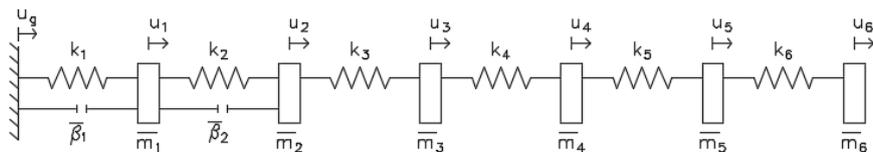


Figura 4.9: Amortecedor histerético – Modelo 12 (6 GDL)

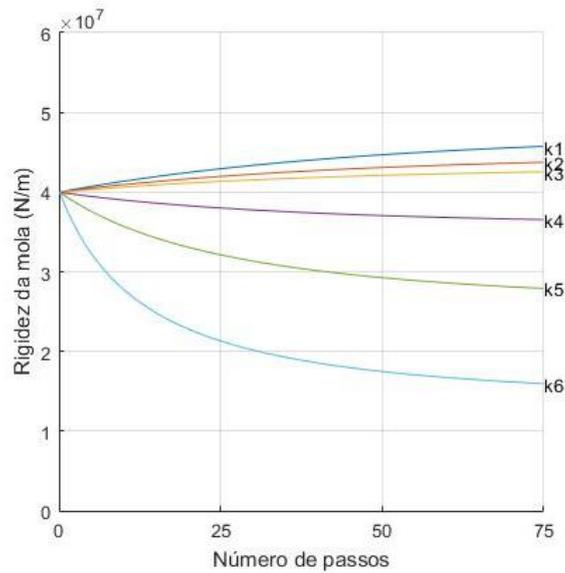


Figura 4.10: Variação das rigidezes – Modelo 12 (6 GDL)

As amplitudes inicial e final da função de transferência por pavimento são apresentadas na Figura 4.11 até a Figura 4.16. Os dados usados no cálculo das amplitudes iniciais da função de transferência foram mostrados na Tabela 4.11, para o cálculo das amplitudes finais da função de transferência foram utilizados os valores das rigidezes finais apresentadas na Figura 4.10.

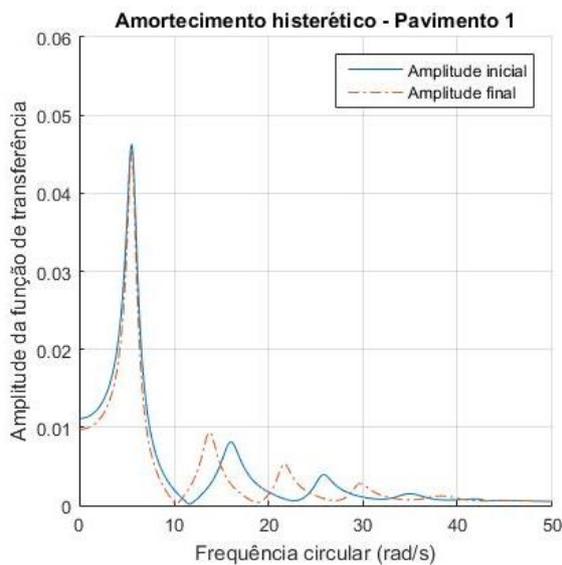


Figura 4.11: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 1 (6 GDL)

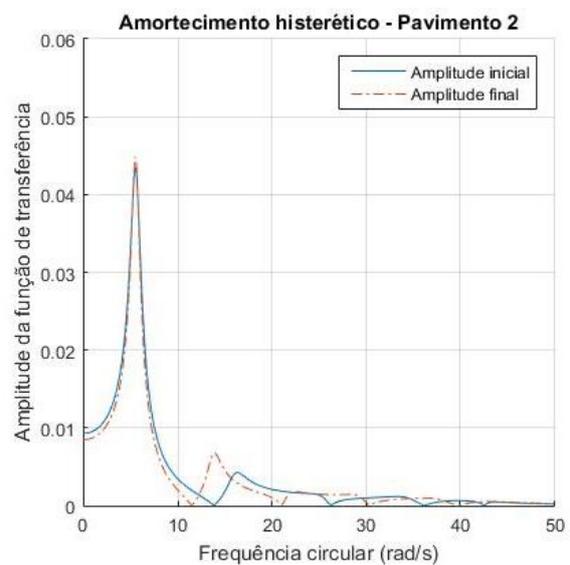


Figura 4.12: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 2 (6 GDL)

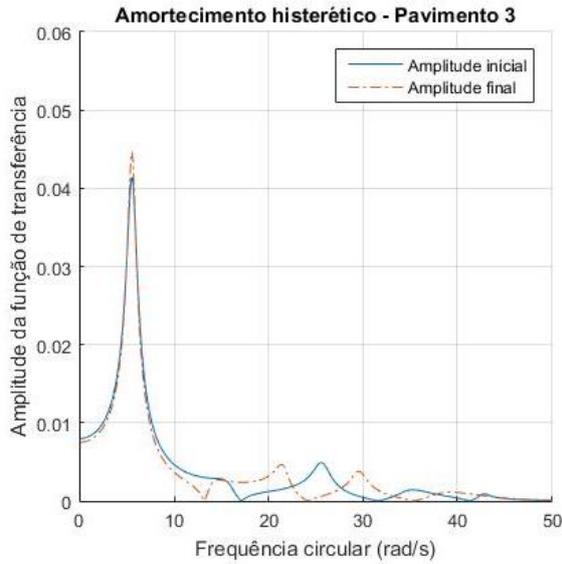


Figura 4.13: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 3 (6 GDL)

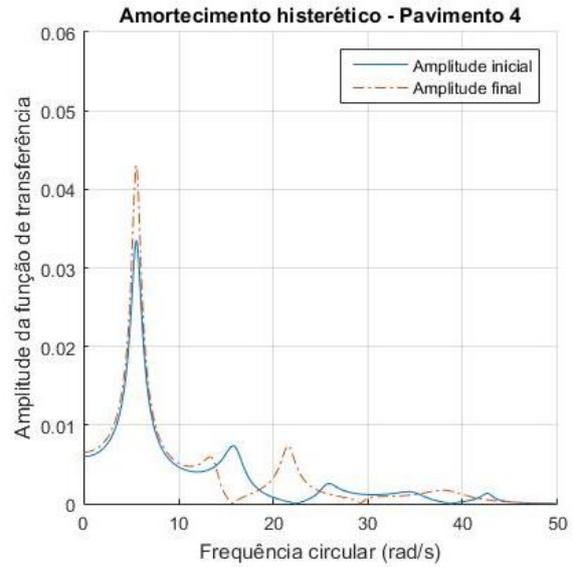


Figura 4.14: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 4 (6 GDL)

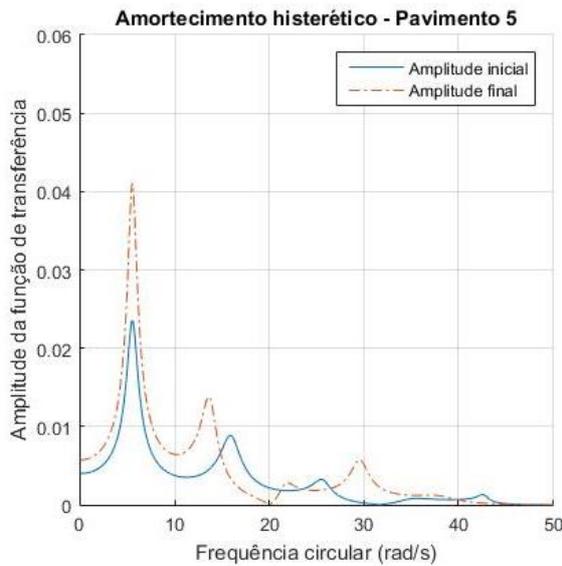


Figura 4.15: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 5 (6 GDL)

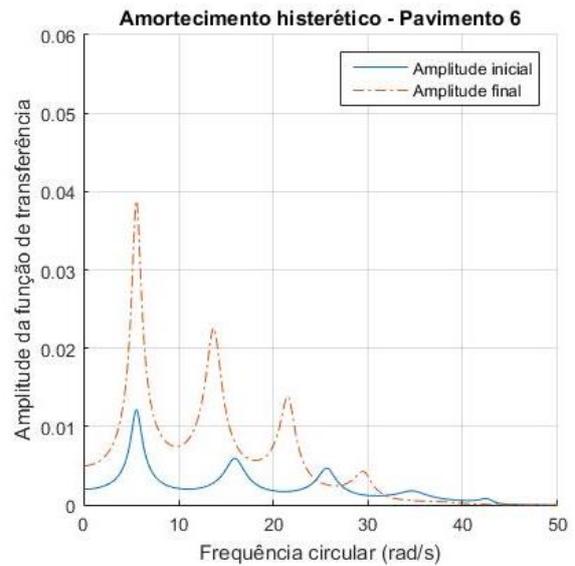


Figura 4.16: Amplitude da função de transferência – Modelo 12 – Pavimento 6 (6 GDL)

Modelo 34

À apresentação das componentes do Modelo 34 são mostradas na Figura 4.17. Este modelo só tem presença de amortecimento nos pavimentos três e quatro (ver Tabela 4.11) e a variável a calcular será a rigidez (k_1, \dots, k_n). Após aplicada a metodologia RFTO ao Modelo 34, na Figura 4.18 é mostrada a nova distribuição das rigidezes.

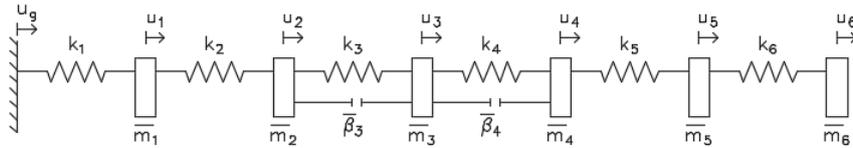


Figura 4.17: Amortecedor histerético – Modelo 34 (6 GDL)

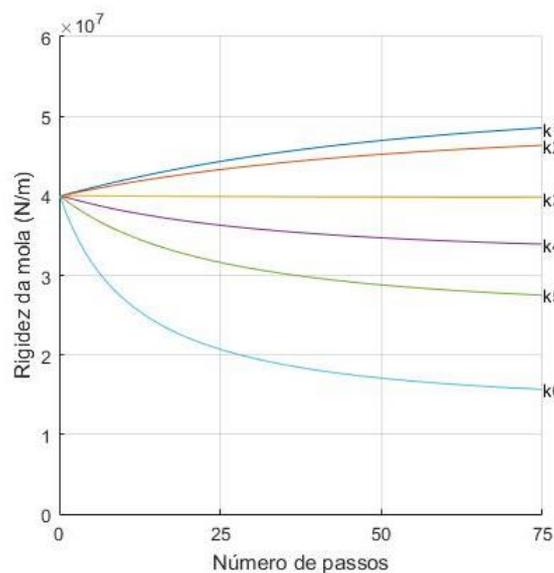


Figura 4.18: Variação das rigidezes – Modelo 34 (6 GDL)

Os resultados obtidos das amplitudes inicial e final da função de transferência por pavimento correspondente ao Modelo 34 são mostrados na Figura 4.19 até a Figura 4.24. Os dados usados no cálculo das amplitudes iniciais da função de transferência foram apresentados na Tabela 4.11, para o cálculo das amplitudes finais da função de transferência foram utilizados os valores das rigidezes finais apresentadas na Figura 4.18.

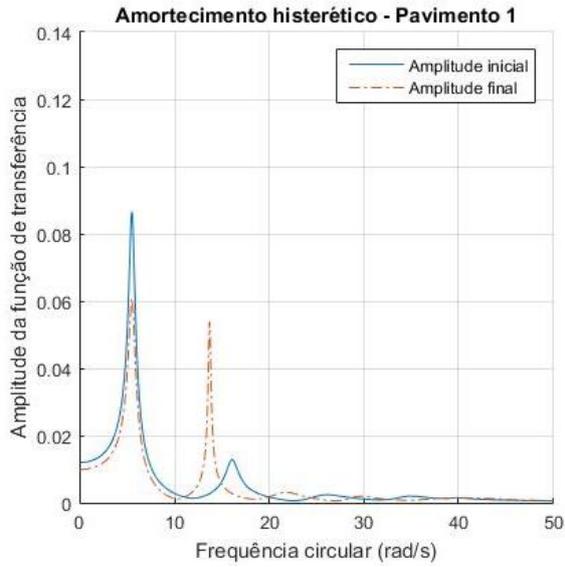


Figura 4.19: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 1 (6 GDL)

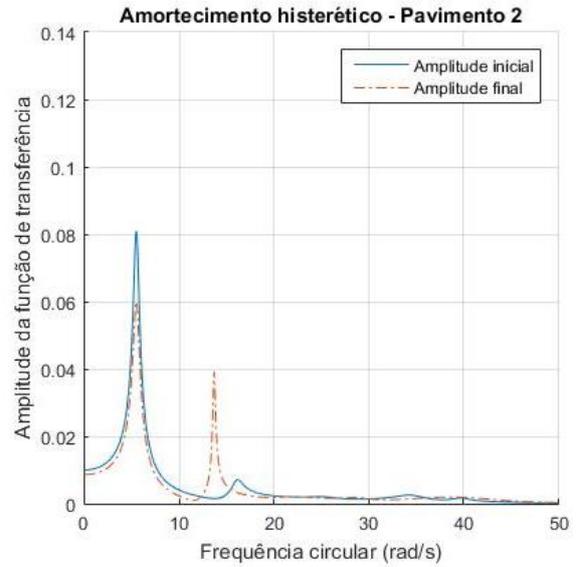


Figura 4.20: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 2 (6 GDL)

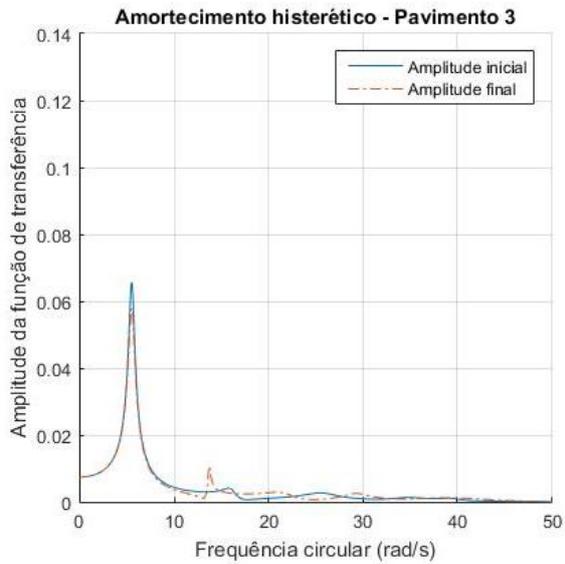


Figura 4.21: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 3 (6 GDL)

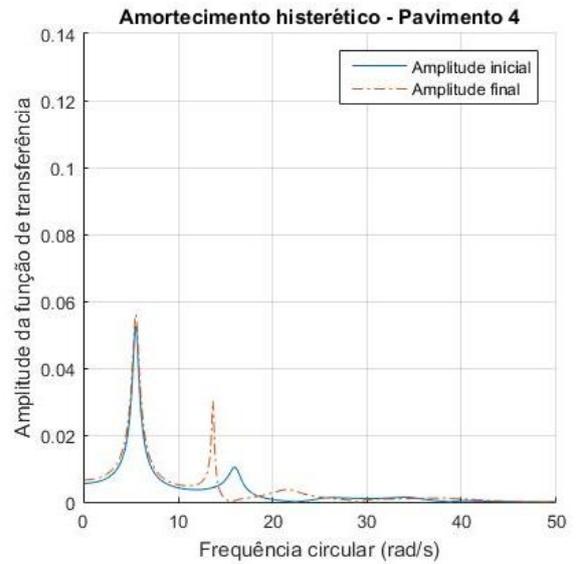


Figura 4.22: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 4 (6 GDL)

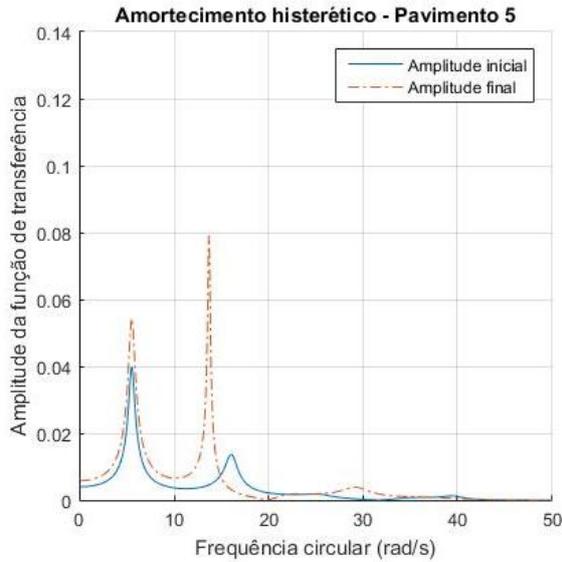


Figura 4.23: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 5 (6 GDL)

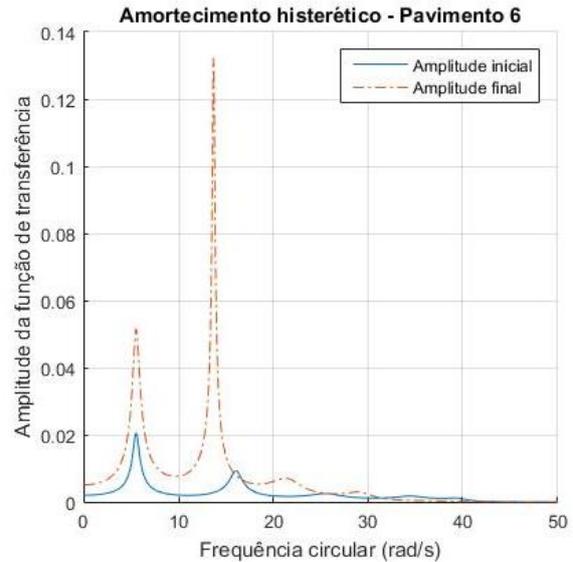


Figura 4.24: Amplitude da função de transferência – Modelo 34 – Pavimento 6 (6 GDL)

Modelo 56

As componentes do último modelo são apresentadas na Figura 4.25. O Modelo 56 só tem presença de amortecimento nos pavimentos cinco e seis (ver Tabela 4.11) e a variável a calcular será a rigidez (k_1, \dots, k_n) . A nova distribuição das rigidezes é mostrada na Figura 4.26, após aplicada a metodologia RFTO ao Modelo 56.

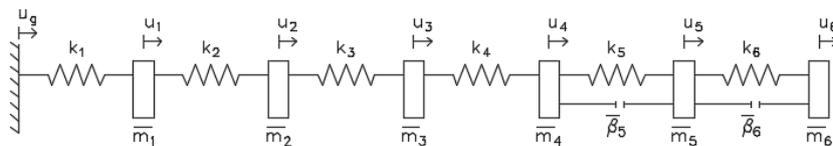


Figura 4.25: Amortecedor histerético – Modelo 56 (6 GDL)

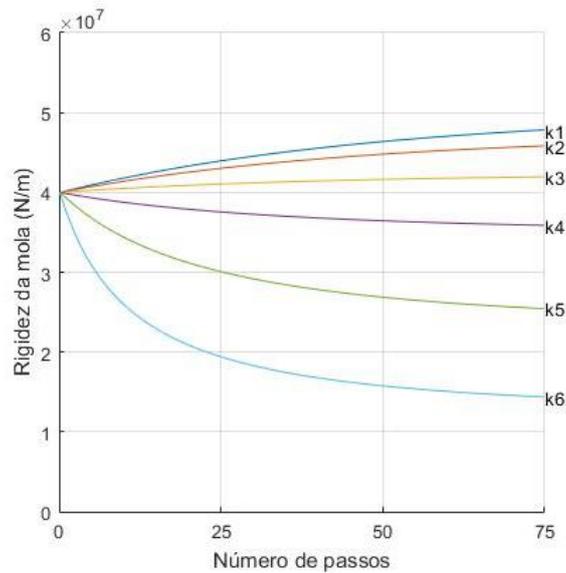


Figura 4.26: Variação das rigidezes – Modelo 56 (6 GDL)

Na Figura 4.27 até a Figura 4.32 são mostradas as amplitudes inicial e final da função de transferência por pavimento. A Tabela 4.11 apresenta os dados usados no cálculo das amplitudes iniciais da função de transferência, para o cálculo das amplitudes finais da função de transferência foram utilizados os valores das rigidezes finais apresentadas na Figura 4.26.

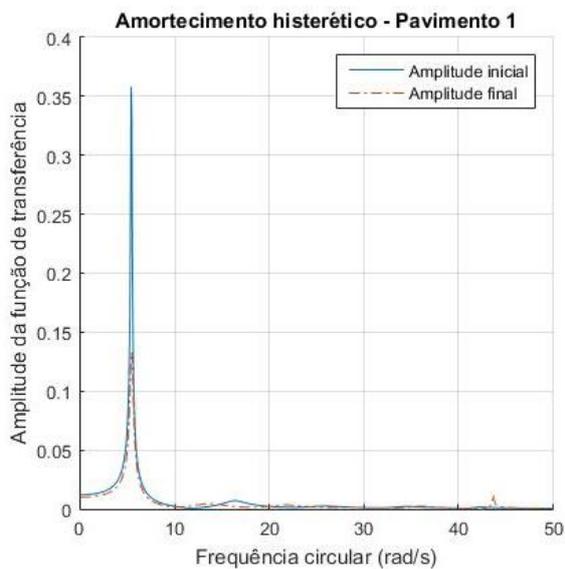


Figura 4.27: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 1 (6 GDL)

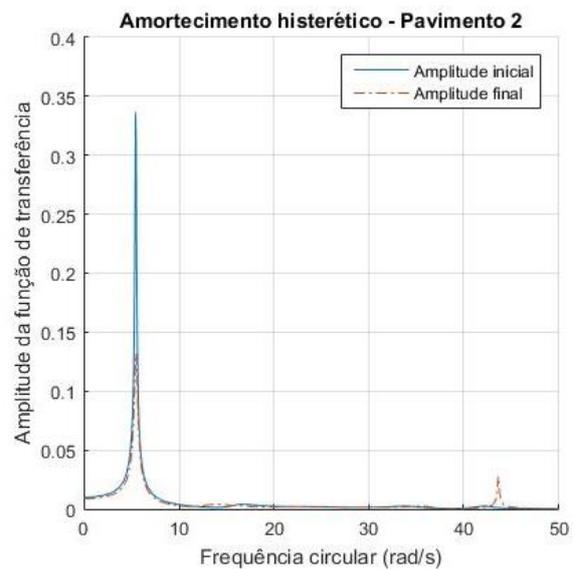


Figura 4.28: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 2 (6 GDL)

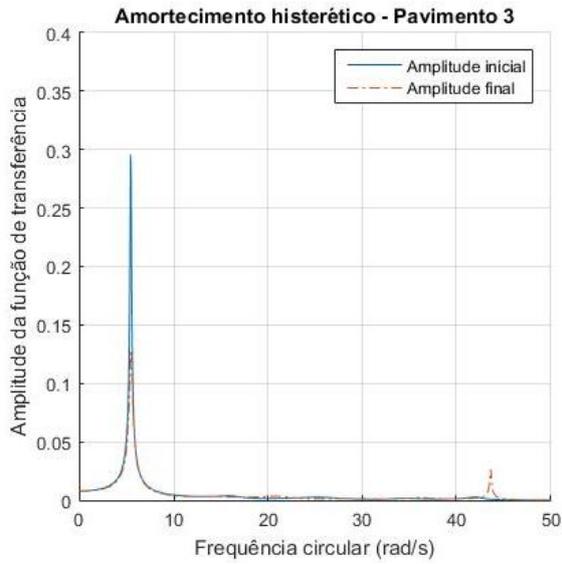


Figura 4.29: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 3 (6 GDL)

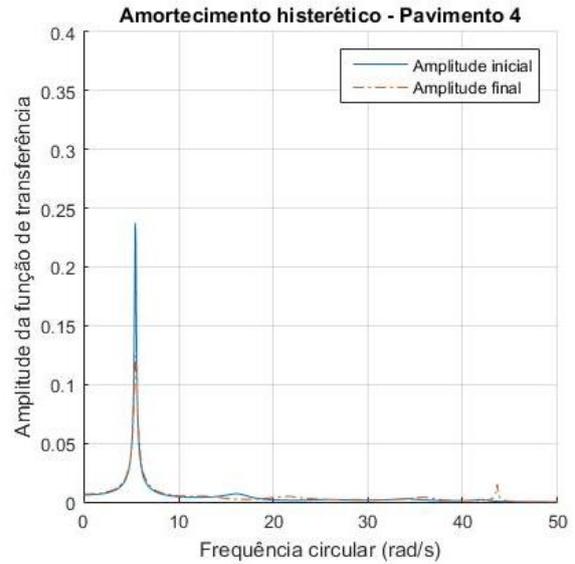


Figura 4.30: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 4 (6 GDL)

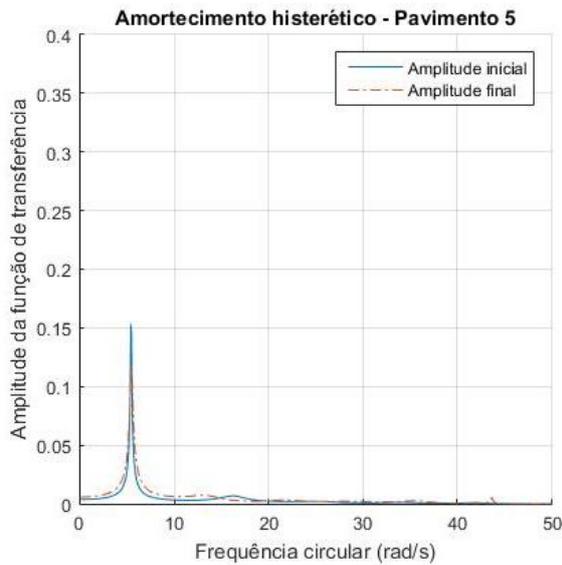


Figura 4.31: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 5 (6 GDL)

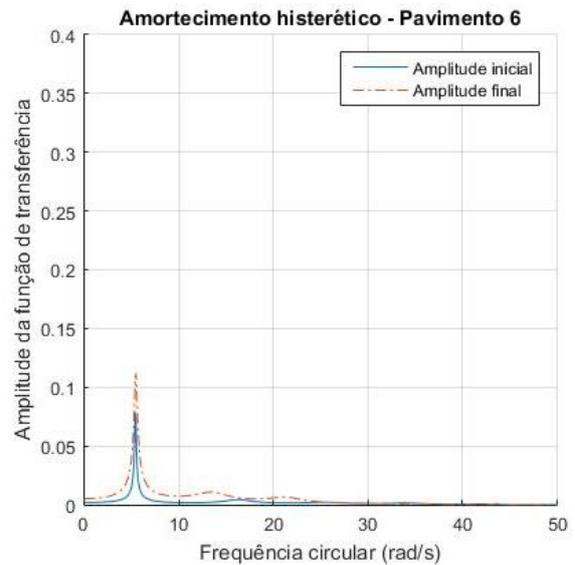


Figura 4.32: Amplitude da função de transferência – Modelo 56 – Pavimento 6 (6 GDL)

Modelo ótimo

Na Figura 4.33 são apresentados os componentes do modelo avaliado. Todos os pavimentos têm fixa a rigidez (k_1, \dots, k_n) e a variável a calcular é o coeficiente de amortecimento (β_1, \dots, β_n). Após aplicada a metodologia LOA ao Modelo ótimo, a nova distribuição dos coeficientes de amortecimento é mostrada na Figura 4.34.

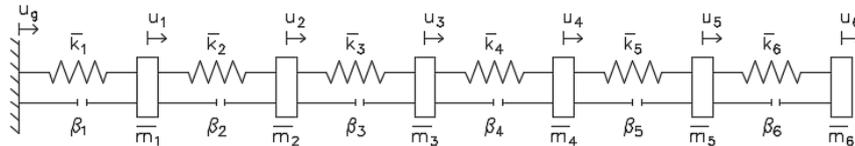


Figura 4.33: Amortecedor histerético – Modelo ótimo (6 GDL)

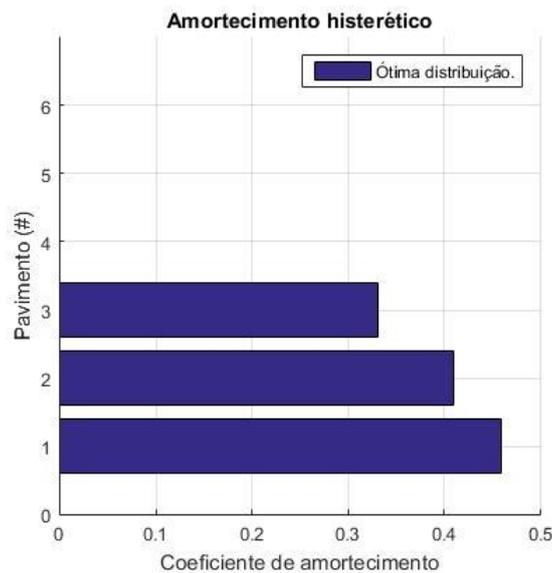


Figura 4.34: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (6 GDL)

Na Figura 4.35 até Figura 4.40 são mostradas as amplitudes inicial e ótima da função de transferência por pavimento. Os dados usados no cálculo das amplitudes iniciais da função de transferência foram apresentados na Tabela 4.11, para o cálculo das amplitudes ótimas da função de transferência foram utilizados os coeficientes de amortecimento apresentados na Figura 4.34.

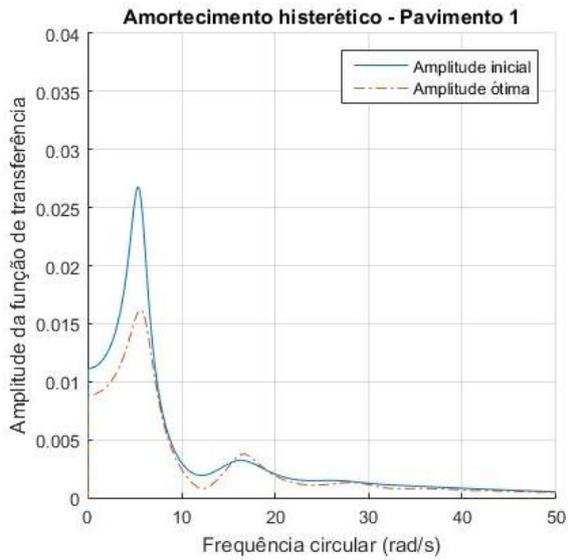


Figura 4.35: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 1 (6 GDL)

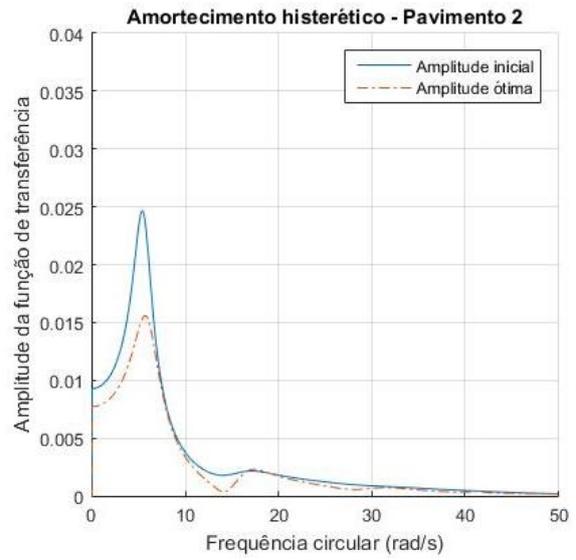


Figura 4.36: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 2 (6 GDL)

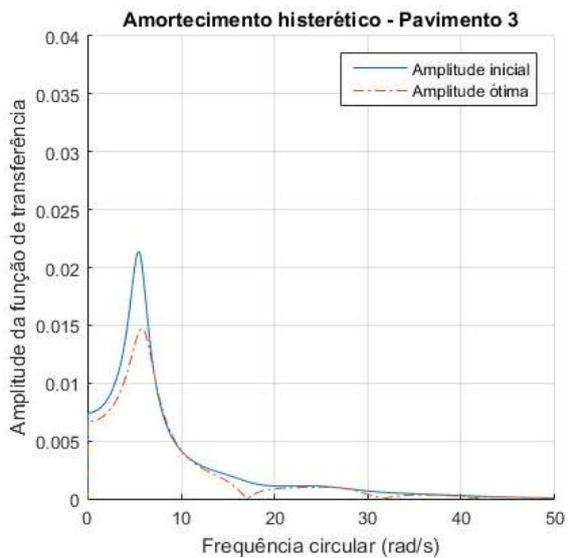


Figura 4.37: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 3 (6 GDL)

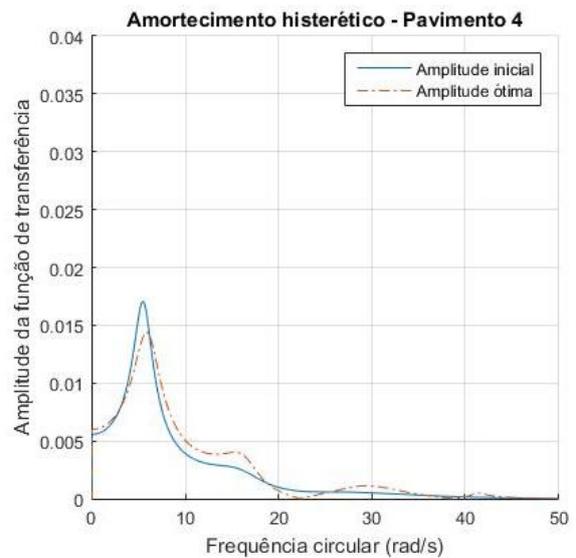


Figura 4.38: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 4 (6 GDL)

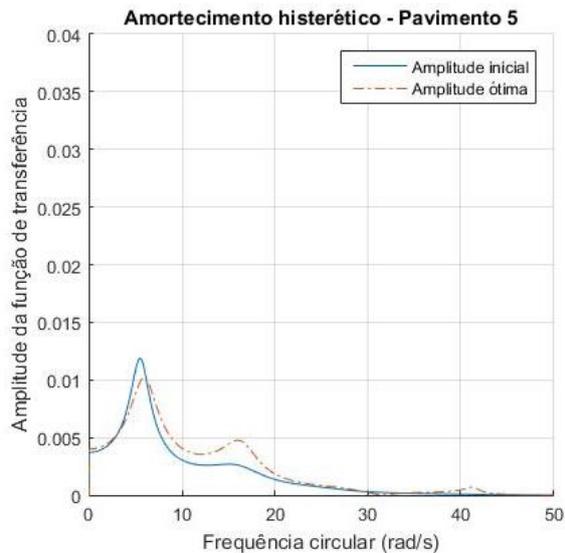


Figura 4.39: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 5 (6 GDL)

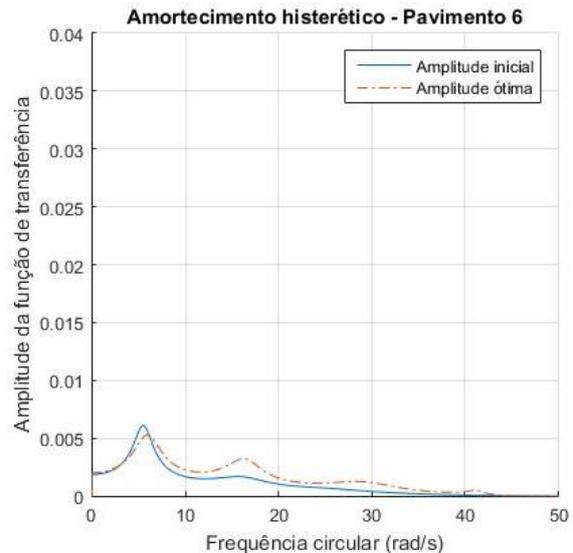


Figura 4.40: Amplitude da função de transferência – Modelo ótimo – Pavimento 6 (6 GDL)

Os modelos 12, 34, 56 representam tentativas de distribuição dos dispositivos no edifício (Ver Figura 4.11 até Figura 4.16, Figura 4.19 até Figura 4.24, Figura 4.27 até Figura 4.32), e possibilitam ter uma ideia de onde seria a localização ótima dos dispositivos de amortecimento, procurando a menor amplitude da função de transferência obtida em cada modelo para a frequência fundamental não amortecida.

O modelo A e o modelo ótimo possibilitam a comparação da eficiência dos dois métodos avaliados nesta pesquisa. Ambos são inicialmente idênticos, porém com objetivos diferentes, no método RFTO foram distribuídas as rigidezes (Ver Figura 4.2) e as amplitudes da função de transferência tendem ao mesmo valor em todos os pavimentos (Ver Figura 4.3 até Figura 4.8), no entanto, a soma das amplitudes da função de transferência (flexibilidade global) também aumenta (Ver Tabela 4.15), tornando esse método não eficiente quando é aplicado a um sistema histerético. O método LOA depois de ser aplicado, fornece uma distribuição dos coeficientes de amortecimento (Ver Figura 4.34), devido a isso todos os pavimentos apresentaram uma diminuição da amplitude da função de transferência (Ver Figura 4.35 até Figura 4.40) e da flexibilidade global (Ver Tabela 4.15), fazendo esse método eficiente e prático.

A Tabela 4.14 apresenta o resumo das amplitudes da função de transferência inicial e final dos modelos estudados neste exemplo. Estes valores foram medidos na frequência fundamental não amortecida no modelo de 6 GDL igual a $\omega_1 = 5,39 \text{ rad/s}$. Neste trabalho não foi feita uma

análise para outros valores de ω_1 nem considerado o efeito da amplificação da amplitude como acontece no modelo 34 (Ver Figura 4.23 e Figura 4.24).

Tabela 4.14: Máxima amplitude da função de transferência (6 GDL)

Pavimento (#)	Estado	Modelo 12	Modelo 34	Modelo 56	Modelo A	Modelo ótimo
1	Inicial	0,0462	0,0863	0,3622	0,0268	0,0268
	Final	0,0452	0,0604	0,1299	0,0212	0,0162
2	Inicial	0,0435	0,0809	0,3407	0,0247	0,0247
	Final	0,0448	0,0599	0,1283	0,0207	0,0156
3	Inicial	0,0414	0,0656	0,2992	0,0214	0,0214
	Final	0,0446	0,0578	0,1251	0,0201	0,0147
4	Inicial	0,0335	0,0526	0,2402	0,0171	0,0171
	Final	0,0431	0,0560	0,1205	0,0194	0,0144
5	Inicial	0,0235	0,0398	0,1552	0,0119	0,0119
	Final	0,0411	0,0542	0,1138	0,0185	0,0102
6	Inicial	0,0121	0,0205	0,0796	0,0061	0,0061
	Final	0,0388	0,0515	0,1082	0,0176	0,0053

Tabela 4.15: Flexibilidade global (6 GDL)

	Modelo 12	Modelo 34	Modelo 56	Modelo A	Modelo ótimo
V_I	0,2002	0,3457	1,4770	0,1079	0,1079
V_F	0,2576	0,3398	0,7258	0,1176	0,0764

Comparando o comportamento dos modelos 12, 34 e 56 apresentados nas Figura 4.41 e Figura 4.42 é possível verificar que a melhor posição dos dispositivos corresponde ao modelo 12, ou seja, colocar amortecimento só nos dos primeiros pavimentos.

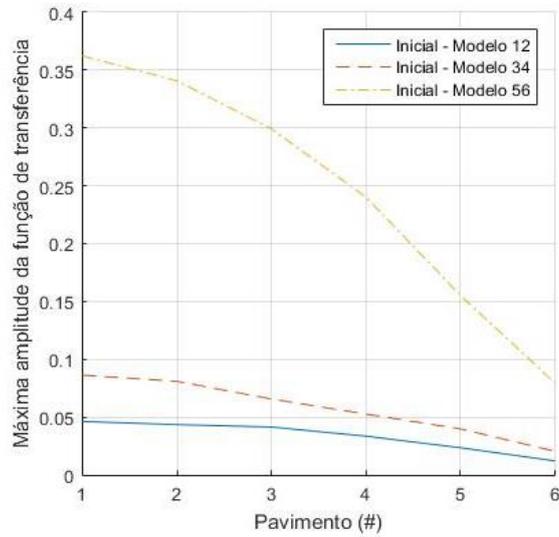


Figura 4.41: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 6 GDL

Na Figura 4.42 é mais evidente o efeito da primeira metodologia, as rigidezes foram distribuídas como aparecem nas Figura 4.10, Figura 4.18 e Figura 4.26 e as amplitudes da função de transferência em todos os pavimentos tentam alcançar o mesmo valor.

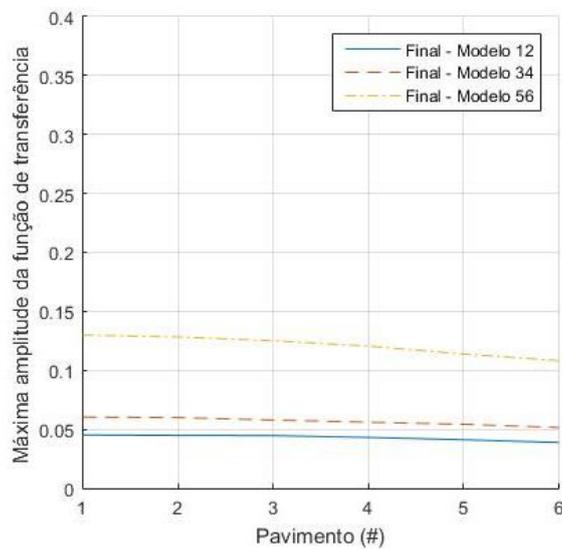


Figura 4.42: Máxima amplitude final da função de transferência – 6 GDL

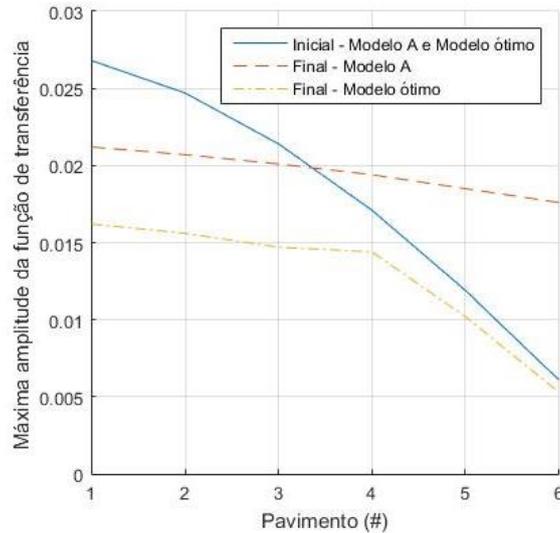


Figura 4.43: Máxima amplitude da função de transferência Modelo A vs. Modelo ótimo – 6 GDL

Os gráficos das funções “Final – Modelo A” e “Final – Modelo ótimo” podem ser comparados na Figura 4.43, usando como parâmetro de referência a figura “Inicial – Modelo A e Modelo ótimo” devido a que representa a amplitude inicial da função de transferência para ambos modelos, pois os dados usados para o cálculo são os mesmos (Ver Tabela 4.11). Após aplicada a metodologia RFTO do capítulo 3.2 foi possível calcular a amplitude final da função de transferência, as rigidezes foram distribuídas e as amplitudes da função de transferência tentaram alcançar um valor similar para todos os pavimentos, os três primeiros pavimentos apresentaram uma redução, mas os três últimos incrementaram, fazendo que a somatória total das amplitudes (flexibilidade global do sistema) fosse 9% maior da amplitude inicial. A metodologia LOA mostrada no capítulo 3.3 e representada pelo gráfico “Final – Modelo ótimo”, apresentou um ótimo comportamento para todos os pavimentos, houve uma redução de 29%, na somatória das amplitudes da função de transferência (Ver Tabela 4.6).

4.2.1 Análise dos resultados para o exemplo numérico 2

Foi considerado um modelo de seis graus de liberdade para avaliar as duas metodologias estudadas neste trabalho. Foram criados os modelos 12, 34 e 56 para validar a melhor localização dos dispositivos através da utilização da metodologia RFTO. Na Tabela 4.15 mostra-se que o modelo 12 obteve um valor da flexibilidade global inicial de 0,2002 enquanto os modelos 34 e 56 apresentaram valores de 0,3457 e 1,4770 respectivamente, de modo que o modelo 12 foi mais eficiente.

O modelo A foi resolvido através da utilização da metodologia RFTO que consistiu na localização uniforme dos dispositivos de amortecimento em todos os pavimentos, isto é, cada pavimento tinha a mesma quantidade de amortecimento. Neste modelo as variáveis de projeto foram as rigidezes, cujo objetivo foi a distribuição apropriada destas para obter uma amplitude da função de transferência semelhante em cada um dos pavimentos que compõem a estrutura. Na Tabela 4.15 pode observar-se que a flexibilidade inicial global do modelo foi 0,1079 e a flexibilidade final global foi 0,1176, resultando num aumento do 9% da amplitude da função de transferência e permitindo concluir que a metodologia RFTO não é apropriada como uma metodologia de otimização quando é aplicado a sistemas com amortecimento do tipo histerético.

O modelo ótimo foi resolvido através da metodologia LOA, a qual consistiu numa localização uniforme da rigidez em cada pavimento, ou seja, cada pavimento tinha a mesma quantidade de rigidez. Neste modelo as variáveis de projeto foram os coeficientes de amortecimento, cujo objetivo foi a distribuição apropriada dos coeficientes para minimizar a amplitude da função de transferência e tirar proveito da eficiência dos dispositivos. Na Tabela 4.15 pode observar-se que a flexibilidade inicial global do modelo foi 0,1079 e a flexibilidade final global foi 0,0764, resultando numa diminuição do 29% na amplitude da função de transferência e permitindo concluir que a metodologia LOA é eficiente como método de otimização quando é aplicado a sistemas com amortecimento do tipo histerético.

Finalmente, este exercício permitiu concluir que é mais prático e eficiente distribuir os amortecedores num edifício mantendo constantes as rigidezes ao invés de distribuir as rigidezes e manter constante a localização dos amortecedores (Ver Figura 4.43). Isto é, a metodologia LOA é mais adequada.

Após definir o número de passos ótimos e a distribuição dos coeficientes de amortecimento no Exemplo 1 e depois de comparar as duas metodologias (RFTO e LOA) para um sistema de 6 GDL no Exemplo 2, é preciso determinar noutra escala de graus de liberdade qual das duas metodologias é mais eficiente e desta forma respaldar a conclusão geral do Exemplo 2, para isso será criado o Exemplo 3.

4.3 ANÁLISE NUMÉRICA 3

Modelos com amortecimento histerético de dois até cinco e sete até dez graus de liberdade serão considerados e no Apêndice A, são apresentados os gráficos. A metodologia RFTO mostrada no capítulo 3.2, onde as variáveis de projeto são a rigidez (k_1, \dots, k_n) e tem como objetivo a distribuição da rigidez para que o sistema tenha uma amplitude da função de transferência similar em todos os pavimentos, estará representada pelos modelos cujos nomes finalizam em números e o modelo A. A metodologia LOA mostrada no capítulo 3.3, onde as variáveis de projeto são os coeficientes de amortecimento $(\beta_1, \dots, \beta_n)$ e tem como objetivo determinar a localização ótima dos dispositivos, será representada pelo modelo ótimo. Nas duas metodologias a massa é constante (m_1, \dots, m_n) .

A seguir são apresentados os dados de entrada e resultados dos modelos avaliados.

4.3.1 Dois graus de liberdade

Na Tabela 4.16 são apresentadas as propriedades iniciais usados no exemplo. O menor autovalor do modelo não amortecido é $\Omega_{1(0)} = 190,98 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ e os valores iniciais das relações da função de transferência são apresentados na Tabela 4.17. O valor final do menor autovalor e as relações da função de transferência são especificados como $\Omega_{1F} = 190,98 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ e $\alpha_{F1} = \alpha_{F2} = 1,0$. A frequência fundamental não amortecida do modelo é $\omega_1 = 13,82 \text{ rad/s}$, os valores iniciais de γ são apresentados na Tabela 4.18, os valores finais de γ são $\gamma_{F1} = \gamma_{F2} = 1,0$ e o número de passos será igual a $N = 75$ (Ver Tabela 4.2).

Os resultados são apresentados na Tabela 4.19 e Tabela 4.20 e correspondem às leituras feitas na frequência fundamental $\omega_1 = 13,82 \text{ rad/s}$.

Tabela 4.16: Propriedades iniciais - 2 GDL

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo A	Modelo ótimo
m_1, m_2 [kg]	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$
k_1, k_2 [N/m]	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$
β_1	0,20	0,00	0,20	0,20
β_2	0,00	0,20	0,20	0,20

Tabela 4.17: Valores iniciais da relação da função de transferência (2 GDL)

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo A
α_{01}	0,6656	0,5540	0,5967

Tabela 4.18: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (2 GDL) – Modelo ótimo

	1
γ_{0j}	0,3928

Tabela 4.19: Máxima amplitude da função de transferência (2 GDL)

Pavimento (#)	Estado	Modelo 1	Modelo 2	Modelo A	Modelo ótimo
1	Inicial	0,0132	0,0403	0,0096	0,0096
	Final	0,0132	0,0226	0,0082	0,0074
2	Inicial	0,0089	0,0225	0,0057	0,0057
	Final	0,0124	0,0206	0,0075	0,0054

Tabela 4.20: Flexibilidade global (2 GDL)

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo A	Modelo ótimo
V_I	0,0220	0,0628	0,0153	0,0153
V_F	0,0256	0,0431	0,0157	0,0128

4.3.2 Três graus de liberdade

Na Tabela 4.21 são apresentadas as propriedades iniciais usadas no exemplo. O menor autovalor do modelo não amortecido é $\Omega_{1(0)} = 99,03 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ e os valores iniciais das relações da função de transferência são apresentados na Tabela 4.22. O valor final do menor autovalor e as relações da função de transferência são especificados como $\Omega_{1F} = 99,03 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ e $\alpha_{F1} = \dots = \alpha_{F3} = 1,0$ respectivamente. A frequência fundamental não amortecida do modelo é $\omega_1 = 9,95 \text{ rad/s}$, os valores iniciais de γ são apresentados na Tabela 4.23, os valores finais de γ são $\gamma_{F1} = \dots = \gamma_{F3} = 1,0$ e o número de passos será igual a $N = 75$ (Ver Tabela 4.3).

Na Tabela 4.24 e Tabela 4.25 são apresentados os resultados, e correspondem às leituras feitas na frequência fundamental $\omega_1 = 9,95 \text{ rad/s}$.

Tabela 4.21: Propriedades iniciais - 3 GDL

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo A	Modelo ótimo
m_1, \dots, m_3 [kg]	$0,80 \times 10^5$				
k_1, \dots, k_3 [N/m]	$4,00 \times 10^7$				
β_1	0,20	0,00	0,00	0,20	0,20
β_2	0,00	0,20	0,00	0,20	0,20
β_3	0,00	0,00	0,20	0,20	0,20

Tabela 4.22: Valores iniciais da relação da função de transferência (3 GDL)

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo A
α_{01}	0,8637	0,7276	0,7961	0,7774
α_{02}	0,4793	0,4349	0,4038	0,4247

Tabela 4.23: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (3 GDL) – Modelo ótimo

	1	2
γ_{0j}	0,6318	0,3928

Tabela 4.24: Máxima amplitude da função de transferência (3 GDL)

Pavimento (#)	Estado	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo A	Modelo ótimo
1	Inicial	0,0257	0,0448	0,1510	0,0139	0,0139
	Final	0,0258	0,0333	0,0619	0,0114	0,0094
2	Inicial	0,0224	0,0328	0,1205	0,0108	0,0108
	Final	0,0253	0,0315	0,0595	0,0108	0,0085
3	Inicial	0,0125	0,0197	0,0612	0,0059	0,0059
	Final	0,0233	0,0295	0,0544	0,0100	0,0052

Tabela 4.25: Flexibilidade global (3 GDL)

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo A	Modelo ótimo
V_I	0,0605	0,0973	0,3328	0,0307	0,0307
V_F	0,0744	0,0944	0,1758	0,0322	0,0232

4.3.3 Quatro graus de liberdade

As propriedades iniciais usadas para este exemplo são apresentadas na Tabela 4.26. O menor autovalor do modelo não amortecido é $\Omega_{1(0)} = 60,31 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ e os valores iniciais das relações da função de transferência são apresentados na Tabela 4.27. O valor final do menor autovalor e as relações da função de transferência são especificados como $\Omega_{1F} = 60,31 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ e $\alpha_{F1} = \dots = \alpha_{F4} = 1,0$ respectivamente. A frequência fundamental não amortecida do modelo é $\omega_1 = 7,77 \text{ rad/s}$, na Tabela 4.28 são apresentados os valores iniciais de γ , os valores finais de γ são $\gamma_{F1} = \dots = \gamma_{F4} = 1,0$ e o número de passos será igual a $N = 75$ (Ver Tabela 4.4).

Os resultados são apresentados na Tabela 4.29 e Tabela 4.30 e correspondem às leituras feitas na frequência fundamental $\omega_1 = 7,77 \text{ rad/s}$.

Tabela 4.26: Propriedades iniciais - 4 GDL

	Modelo 12	Modelo 34	Modelo A	Modelo ótimo
m_1, \dots, m_4 [kg]	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$
k_1, \dots, k_4 [N/m]	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$
β_1	0,20	0,00	0,20	0,20
β_2	0,20	0,00	0,20	0,20
β_3	0,00	0,20	0,20	0,20
β_4	0,00	0,20	0,20	0,20

Tabela 4.27: Valores iniciais da relação da função de transferência (4 GDL)

	Modelo 12	Modelo 34	Modelo A
α_{01}	0,8661	0,8693	0,8557
α_{02}	0,6924	0,5892	0,6246
α_{03}	0,3684	0,3107	0,3294

Tabela 4.28: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (4 GDL) – Modelo ótimo

	1	2	3
γ_{0j}	0,7529	0,4251	0,1380

Tabela 4.29: Máxima amplitude da função de transferência (4 GDL)

Pavimento (#)	Estado	Modelo 12	Modelo 34	Modelo A	Modelo ótimo
1	Inicial	0,0236	0,0880	0,0183	0,0183
	Final	0,0223	0,0441	0,0146	0,0115
2	Inicial	0,0205	0,0770	0,0156	0,0156
	Final	0,0218	0,0432	0,0141	0,0107
3	Inicial	0,0165	0,0524	0,0114	0,0114
	Final	0,0211	0,0406	0,0134	0,0100
4	Inicial	0,0088	0,0277	0,0060	0,0060
	Final	0,0196	0,0381	0,0125	0,0054

Tabela 4.30: Flexibilidade global (4 GDL)

	Modelo 12	Modelo 34	Modelo A	Modelo ótimo
V_I	0,0694	0,2452	0,0513	0,0513
V_F	0,0848	0,1660	0,0547	0,0375

4.3.4 Cinco graus de liberdade

Na Tabela 4.31 são apresentadas as propriedades iniciais usadas no exemplo e na Tabela 4.32 são apresentados o menor autovalor do modelo não amortecido é $\Omega_{1(0)} = 40,51 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ e os valores iniciais das relações da função de transferência. O valor final do menor autovalor e as

relações da função de transferência são especificados como $\Omega_{1F} = 40,51 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ e $\alpha_{F1} = \dots = \alpha_{F5} = 1,0$ respectivamente. A frequência fundamental não amortecida do modelo é $\omega_1 = 6,36 \text{ rad/s}$ e os valores iniciais de γ são apresentados na Tabela 4.33, os valores finais de γ são $\gamma_{F1} = \dots = \gamma_{F5} = 1,0$ e o número de passos será igual a $N = 75$ (Ver Tabela 4.5).

Na Tabela 4.34 e Tabela 4.35 são apresentados os resultados e correspondem às leituras feitas na frequência fundamental $\omega_1 = 6,36 \text{ rad/s}$.

Tabela 4.31: Propriedades iniciais - 5 GDL

	Modelo 12	Modelo 45	Modelo A	Modelo ótimo
m_1, \dots, m_5 [kg]	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$
k_1, \dots, k_5 [N/m]	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$
β_1	0,20	0,00	0,20	0,20
β_2	0,20	0,00	0,20	0,20
β_3	0,00	0,00	0,20	0,20
β_4	0,00	0,20	0,20	0,20
β_5	0,00	0,20	0,20	0,20

Tabela 4.32: Valores iniciais da relação da função de transferência (5 GDL)

	Modelo 12	Modelo 45	Modelo A
α_{01}	0,9094	0,9143	0,8970
α_{02}	0,8137	0,7548	0,7332
α_{03}	0,5821	0,4961	0,5191
α_{04}	0,3033	0,2570	0,2689

Tabela 4.33: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (5 GDL) – Modelo ótimo

	1	2	3	4
γ_{0j}	0,8210	0,5682	0,3052	0,0977

Tabela 4.34: Máxima amplitude da função de transferência (5 GDL)

Pavimento (#)	Estado	Modelo 12	Modelo 45	Modelo A	Modelo ótimo
1	Inicial	0,0338	0,1912	0,0225	0,0225
	Final	0,0326	0,0797	0,0179	0,0141
2	Inicial	0,0309	0,1753	0,0202	0,0202
	Final	0,0322	0,0784	0,0174	0,0134
3	Inicial	0,0278	0,1449	0,0165	0,0165
	Final	0,0317	0,0757	0,0168	0,0124
4	Inicial	0,0200	0,0953	0,0117	0,0117
	Final	0,0302	0,0714	0,0160	0,0099
5	Inicial	0,0104	0,0494	0,0061	0,0061
	Final	0,0283	0,0676	0,0151	0,0052

Tabela 4.35: Flexibilidade global (5 GDL)

	Modelo 12	Modelo 45	Modelo A	Modelo ótimo
V_I	0,1229	0,6561	0,0770	0,0770
V_F	0,1551	0,3727	0,0832	0,0550

4.3.5 Sete graus de liberdade

Neste exemplo, as propriedades iniciais são apresentadas na Tabela 4.36. Os valores iniciais das relações da função de transferência são apresentados na Tabela 4.37 e o menor autovalor do modelo não amortecido é $\Omega_{1(0)} = 21,85 \text{ rad}^2/\text{s}^2$. O valor final do menor autovalor e as relações da função de transferência são especificados como $\Omega_{1F} = 21,85 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ e $\alpha_{F1} = \dots = \alpha_{F7} = 1,0$ respectivamente. Os valores iniciais de γ são apresentados na Tabela 4.38, os valores finais de γ são $\gamma_{F1} = \dots = \gamma_{F7} = 1,0$, a frequência fundamental não amortecida do modelo é $\omega_1 = 4,67 \text{ rad/s}$ e o número de passos será igual a $N = 60$ (Ver Tabela 4.7).

Os resultados são apresentados na Tabela 4.39 e Tabela 4.40 e correspondem às leituras feitas na frequência fundamental $\omega_1 = 4,67 \text{ rad/s}$.

Tabela 4.36: Propriedades iniciais - 7 GDL

	Modelo 123	Modelo 345	Modelo 567	Modelo A	Modelo ótimo
m_1, \dots, m_7 [kg]	0,80x10 ⁵	0,80x10 ⁵	0,80x10 ⁵	0,80x10 ⁵	0,80x10 ⁵
k_1, \dots, k_7 [N/m]	4,00x10 ⁷	4,00x10 ⁷	4,00x10 ⁷	4,00x10 ⁷	4,00x10 ⁷
β_1	0,20	0,00	0,00	0,20	0,20
β_2	0,20	0,00	0,00	0,20	0,20
β_3	0,20	0,20	0,00	0,20	0,20
β_4	0,00	0,20	0,00	0,20	0,20
β_5	0,00	0,20	0,20	0,20	0,20
β_6	0,00	0,00	0,20	0,20	0,20
β_7	0,00	0,00	0,20	0,20	0,20

Tabela 4.37: Valores iniciais da relação da função de transferência (7 GDL)

	Modelo 123	Modelo 345	Modelo 567	Modelo A
α_{01}	0,9459	0,9452	0,9526	0,9378
α_{02}	0,8565	0,7890	0,8636	0,8415
α_{03}	0,7916	0,6712	0,7370	0,7143
α_{04}	0,6261	0,5283	0,5370	0,5605
α_{05}	0,4333	0,3938	0,3696	0,3858
α_{06}	0,2215	0,2013	0,1883	0,1966

Tabela 4.38: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (7 GDL) – Modelo ótimo

	1	2	3	4	5	6
γ_{0j}	0,8910	0,7308	0,5420	0,3500	0,1809	0,0583

Tabela 4.39: Máxima amplitude da função de transferência (7 GDL)

Pavimento (#)	Estado	Modelo 123	Modelo 345	Modelo 567	Modelo A	Modelo ótimo
1	Inicial	0,0433	0,0774	0,2391	0,0310	0,0310
	Final	0,0412	0,0557	0,1078	0,0250	0,0188
2	Inicial	0,0410	0,0735	0,2281	0,0290	0,0290
	Final	0,0406	0,0549	0,1065	0,0244	0,0182
3	Inicial	0,0373	0,0617	0,2071	0,0261	0,0261
	Final	0,0397	0,0525	0,1037	0,0237	0,0174
4	Inicial	0,0346	0,0527	0,1769	0,0222	0,0222
	Final	0,0391	0,0508	0,0998	0,0228	0,0166
5	Inicial	0,0275	0,0416	0,1290	0,0174	0,0174
	Final	0,0372	0,0486	0,0933	0,0216	0,0144
6	Inicial	0,0190	0,0311	0,0888	0,0120	0,0120
	Final	0,0350	0,0466	0,0881	0,0204	0,0100
7	Inicial	0,0097	0,0159	0,0453	0,0061	0,0061
	Final	0,0325	0,0614	0,0826	0,0191	0,0051

Tabela 4.40: Flexibilidade global (7 GDL)

	Modelo 123	Modelo 345	Modelo 567	Modelo A	Modelo ótimo
V_I	0,2124	0,3537	1,1143	0,1438	0,1438
V_F	0,2655	0,3704	0,6818	0,1569	0,1005

4.3.6 Oito graus de liberdade

Na Tabela 4.41 são apresentadas as propriedades iniciais usadas no exemplo. O menor autovalor do modelo não amortecido é $\Omega_{1(0)} = 17,03 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ e os valores iniciais das relações da função de transferência são apresentados na Tabela 4.42. As relações da função de transferência e o valor final do menor autovalor são especificados como $\alpha_{F1} = \dots = \alpha_{F8} = 1,0$ e $\Omega_{1F} = 17,03 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ respectivamente. O número de passos será igual a $N=190$ (Ver Tabela 4.8), a frequência fundamental não amortecida do modelo é $\omega_1 = 4,13 \text{ rad/s}$, os valores iniciais de γ são apresentados na Tabela 4.43 e os valores finais de γ são $\gamma_{F1} = \dots = \gamma_{F8} = 1,0$.

Na Tabela 4.44 e Tabela 4.45 são apresentados os resultados e correspondem às leituras feitas na frequência fundamental $\omega_1 = 4,13 \text{ rad/s}$.

Tabela 4.41: Propriedades iniciais - 8 GDL

	Modelo 123	Modelo 456	Modelo 678	Modelo A	Modelo ótimo
m_1, \dots, m_8 [kg]	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$
k_1, \dots, k_8 [N/m]	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$
β_1	0,20	0,00	0,00	0,20	0,20
β_2	0,20	0,00	0,00	0,20	0,20
β_3	0,20	0,00	0,00	0,20	0,20
β_4	0,00	0,20	0,00	0,20	0,20
β_5	0,00	0,20	0,00	0,20	0,20
β_6	0,00	0,20	0,20	0,20	0,20
β_7	0,00	0,00	0,20	0,20	0,20
β_8	0,00	0,00	0,20	0,20	0,20

Tabela 4.42: Valores iniciais da relação da função de transferência (8 GDL)

	Modelo 123	Modelo 456	Modelo 678	Modelo A
α_{01}	0,9575	0,9587	0,9637	0,9489
α_{02}	0,8872	0,8851	0,8946	0,8710
α_{03}	0,8519	0,7258	0,7950	0,7682
α_{04}	0,7192	0,6087	0,6685	0,6433
α_{05}	0,5620	0,4739	0,4821	0,4997
α_{06}	0,3856	0,3502	0,3295	0,3415
α_{07}	0,1962	0,1782	0,1672	0,1733

Tabela 4.43: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (8 GDL) – Modelo ótimo

	1	2	3	4	5	6	7
γ_{0j}	0,9105	0,7786	0,6189	0,4484	0,2851	0,1465	0,0476

Tabela 4.44: Máxima amplitude da função de transferência (8 GDL)

Pavimento (#)	Estado	Modelo 123	Modelo 456	Modelo 678	Modelo A	Modelo ótimo
1	Inicial	0,0542	0,1221	0,3291	0,0353	0,0353
	Final	0,0516	0,0702	0,1249	0,0261	0,0221
2	Inicial	0,0522	0,1176	0,3169	0,0334	0,0334
	Final	0,0518	0,0704	0,1254	0,0260	0,0215
3	Inicial	0,0485	0,1089	0,2939	0,0307	0,0307
	Final	0,0519	0,0706	0,1258	0,0260	0,0204
4	Inicial	0,0467	0,0895	0,2610	0,0270	0,0270
	Final	0,0521	0,0706	0,1260	0,0259	0,0190
5	Inicial	0,0395	0,0752	0,2194	0,0227	0,0227
	Final	0,0521	0,0707	0,1261	0,0258	0,0170
6	Inicial	0,0309	0,0587	0,1582	0,0176	0,0176
	Final	0,0521	0,0707	0,1259	0,0258	0,0144
7	Inicial	0,0212	0,0434	0,1081	0,0121	0,0121
	Final	0,0521	0,0708	0,1259	0,0258	0,0099
8	Inicial	0,0108	0,0221	0,0548	0,0061	0,0061
	Final	0,0520	0,0846	0,1258	0,0258	0,0051

Tabela 4.45: Flexibilidade global (8 GDL)

	Modelo 123	Modelo 456	Modelo 678	Modelo A	Modelo ótimo
V_I	0,3041	0,6376	1,7414	0,1849	0,1849
V_F	0,4158	0,5787	1,0056	0,2071	0,1295

4.3.7 Nove graus de liberdade

As propriedades iniciais do exemplo são apresentadas na Tabela 4.46, a frequência fundamental não amortecida do modelo é $\omega_1 = 3,69 \text{ rad/s}$. O menor autovalor do modelo não amortecido é $\Omega_{1(0)} = 13,64 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ e os valores iniciais das relações da função de transferência são apresentados na Tabela 4.47. O valor final do menor autovalor e as relações da função de transferência são especificados como $\Omega_{1F} = 13,64 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ e $\alpha_{F1} = \dots = \alpha_{F9} = 1,0$.respectivamente. Os valores iniciais de γ são apresentados na Tabela 4.48, os valores finais de γ são $\gamma_{F1} = \dots = \gamma_{F9} = 1,0$ e o número de passos será igual a $N = 55$ (Ver Tabela 4.9).

Os resultados correspondem às leituras feitas na frequência fundamental $\omega_1 = 3,69 \text{ rad/s}$ e são apresentados na Tabela 4.49 e Tabela 4.50.

Tabela 4.46: Propriedades iniciais - 9 GDL

	Modelo 123	Modelo 456	Modelo 789	Modelo A	Modelo ótimo
m_1, \dots, m_9 [kg]	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$
k_1, \dots, k_9 [N/m]	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$
β_1	0,20	0,00	0,00	0,20	0,20
β_2	0,20	0,00	0,00	0,20	0,20
β_3	0,20	0,00	0,00	0,20	0,20
β_4	0,00	0,20	0,00	0,20	0,20
β_5	0,00	0,20	0,00	0,20	0,20
β_6	0,00	0,20	0,00	0,20	0,20
β_7	0,00	0,00	0,20	0,20	0,20
β_8	0,00	0,00	0,20	0,20	0,20
β_9	0,00	0,00	0,20	0,20	0,20

Tabela 4.47: Valores iniciais da relação da função de transferência (9 GDL)

	Modelo 123	Modelo 456	Modelo 789	Modelo A
α_{01}	0,9658	0,9660	0,9713	0,9569
α_{02}	0,9091	0,9058	0,9160	0,8923
α_{03}	0,8951	0,7625	0,8358	0,8073
α_{04}	0,7867	0,6663	0,7329	0,7037
α_{05}	0,6567	0,5545	0,6099	0,5838
α_{06}	0,5089	0,4628	0,4368	0,4502
α_{07}	0,3472	0,3157	0,2970	0,3062
α_{08}	0,1760	0,1600	0,1503	0,1549

Tabela 4.48: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (9 GDL) – Modelo ótimo

	1	2	3	4	5	6	7	8
γ_{0j}	0,9247	0,8140	0,6777	0,5276	0,3765	0,2371	0,1215	0,0399

Tabela 4.49: Máxima amplitude da função de transferência (9 GDL)

Pavimento (#)	Estado	Modelo 123	Modelo 456	Modelo 789	Modelo A	Modelo ótimo
1	Inicial	0,0663	0,1260	0,5936	0,0395	0,0395
	Final	0,0645	0,0912	0,2264	0,0319	0,0236
2	Inicial	0,0642	0,1218	0,5770	0,0377	0,0377
	Final	0,0639	0,0902	0,2244	0,0314	0,0231
3	Inicial	0,0608	0,1144	0,5446	0,0352	0,0352
	Final	0,0631	0,0885	0,2204	0,0307	0,0223
4	Inicial	0,0601	0,0967	0,4972	0,0319	0,0319
	Final	0,0631	0,0843	0,2145	0,0298	0,0214
5	Inicial	0,0530	0,0847	0,4361	0,0278	0,0278
	Final	0,0610	0,0818	0,2068	0,0287	0,0204
6	Inicial	0,0444	0,0707	0,3631	0,0231	0,0231
	Final	0,0584	0,0787	0,1976	0,0274	0,0188
7	Inicial	0,0345	0,0591	0,2600	0,0178	0,0178
	Final	0,0554	0,0762	0,1847	0,0261	0,0147
8	Inicial	0,0235	0,0404	0,1769	0,0121	0,0121
	Final	0,0521	0,1033	0,1746	0,0246	0,0101
9	Inicial	0,0119	0,0205	0,0895	0,0061	0,0061
	Final	0,0487	0,1321	0,1644	0,0232	0,0051

Tabela 4.50: Flexibilidade global (9 GDL)

	Modelo 123	Modelo 456	Modelo 789	Modelo A	Modelo ótimo
V_I	0,4188	0,7343	3,5380	0,2312	0,2312
V_F	0,5303	0,8263	1,8140	0,2538	0,1594

4.3.8 Dez graus de liberdade

Na Tabela 4.51 são apresentadas as propriedades iniciais usadas no exemplo. Os valores iniciais das relações da função de transferência são apresentados na Tabela 4.52 e o menor autovalor do modelo não amortecido é $\Omega_{i(0)} = 11,17 \text{ rad}^2/\text{s}^2$. O valor final do menor autovalor e as relações da função de transferência são especificados como $\Omega_{1F} = 11,17 \text{ rad}^2/\text{s}^2$ e $\alpha_{F1} = \dots = \alpha_{F10} = 1,0$ respectivamente. Os valores iniciais de γ são apresentados na Tabela 4.53

e a frequência fundamental não amortecida do modelo é $\omega_1 = 3,34 \text{ rad/s}$, os valores finais de γ são $\gamma_{F1} = \dots = \gamma_{F10} = 1,0$ e o número de passos será igual a $N = 85$ (Ver Tabela 4.10). Na Tabela 4.54 e Tabela 4.55 são apresentados os resultados, os quais correspondem às leituras feitas na frequência fundamental $\omega_1 = 3,34 \text{ rad/s}$.

Tabela 4.51: Propriedades iniciais - 10 GDL

	Modelo 1234	Modelo 4567	Modelo 78910	Modelo A	Modelo ótimo
$m_1, \dots, m_{10} \text{ [kg]}$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$	$0,80 \times 10^5$
$k_1, \dots, k_{10} \text{ [N/m]}$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$	$4,00 \times 10^7$
β_1	0,20	0,00	0,00	0,20	0,20
β_2	0,20	0,00	0,00	0,20	0,20
β_3	0,20	0,00	0,00	0,20	0,20
β_4	0,20	0,20	0,00	0,20	0,20
β_5	0,00	0,20	0,00	0,20	0,20
β_6	0,00	0,20	0,00	0,20	0,20
β_7	0,00	0,20	0,20	0,20	0,20
β_8	0,00	0,00	0,20	0,20	0,20
β_9	0,00	0,00	0,20	0,20	0,20
β_{10}	0,00	0,00	0,20	0,20	0,20

Tabela 4.52: Valores iniciais da relação da função de transferência (10 GDL)

	Modelo 1234	Modelo 4567	Modelo 78910	Modelo A
α_{01}	0,9694	0,9703	0,9756	0,9630
α_{02}	0,9204	0,9191	0,9294	0,9082
α_{03}	0,8538	0,7871	0,8625	0,8366
α_{04}	0,8302	0,7060	0,7763	0,7492
α_{05}	0,7223	0,6114	0,6729	0,6475
α_{06}	0,5982	0,5050	0,5148	0,5336
α_{07}	0,4607	0,4190	0,3950	0,4094
α_{08}	0,3130	0,2846	0,2676	0,2774
α_{09}	0,1583	0,1439	0,1351	0,1400

Tabela 4.53: Valores iniciais da relação $\{\gamma_j\}$ (10 GDL) – Modelo ótimo

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
γ_{0j}	0,9354	0,8409	0,7234	0,5913	0,4539	0,3205	0,2007	0,1028	0,0341

Tabela 4.54: Máxima amplitude da função de transferência (10 GDL)

Pavimento (#)	Estado	Modelo 1234	Modelo 4567	Modelo 78910	Modelo A	Modelo ótimo
1	Inicial	0,0633	0,1183	0,3674	0,0438	0,0438
	Final	0,0599	0,0794	0,1607	0,0338	0,0258
2	Inicial	0,0615	0,1152	0,3598	0,0421	0,0421
	Final	0,0598	0,0793	0,1607	0,0335	0,0253
3	Inicial	0,0586	0,1094	0,3438	0,0396	0,0396
	Final	0,0595	0,0788	0,1599	0,0331	0,0246
4	Inicial	0,0545	0,0939	0,3199	0,0365	0,0365
	Final	0,0590	0,0771	0,1584	0,0326	0,0236
5	Inicial	0,0531	0,0844	0,2885	0,0327	0,0327
	Final	0,0589	0,0761	0,1563	0,0320	0,0224
6	Inicial	0,0463	0,0732	0,2504	0,0283	0,0283
	Final	0,0578	0,0750	0,1536	0,0315	0,0233
7	Inicial	0,0384	0,0605	0,1918	0,0233	0,0233
	Final	0,0566	0,0736	0,1493	0,0308	0,0194
8	Inicial	0,0296	0,0503	0,1473	0,0179	0,0179
	Final	0,0552	0,0725	0,1461	0,0302	0,0150
9	Inicial	0,0201	0,0342	0,0999	0,0122	0,0122
	Final	0,0537	0,0903	0,1427	0,0294	0,0102
10	Inicial	0,0102	0,0173	0,0504	0,0061	0,0061
	Final	0,0523	0,1184	0,1394	0,0287	0,0052

Tabela 4.55: Flexibilidade global (10 GDL)

	Modelo 1234	Modelo 4567	Modelo 78910	Modelo A	Modelo ótimo
V_I	0,4356	0,7567	2,4194	0,2826	0,2826
V_F	0,5728	0,8206	1,5270	0,3156	0,1947

4.3.9 Resumo da análise numérica 3

A finalidade do Exemplo 3 é complementar o Exemplo 2 apresentando os resultados para os outros graus de liberdade diferente de 6 GDL. O apêndice A contém as figuras que mostram a amplitude inicial e final da função de transferência medidas na frequência circular fundamental natural não amortecida de cada modelo.

A Tabela 4.56 e Figura 4.44 resume o comportamento dos modelos, Modelo A e Modelo Ótimo, em termos da flexibilidade global, que consiste na somatória da amplitude da função de transferência de todos os pavimentos que conformam o modelo para o valor da abscissa que corresponde ao valor da frequência circular fundamental natural não amortecida. Por exemplo, o valor inicial do Modelo A para o edifício com dez pavimentos é igual a 0,2826 (Ver Tabela 4.56) e que também é apresentado na Tabela 4.55 pode ser deduzido a partir da somatória de todos os valores iniciais de cada pavimento correspondente ao Modelo A da Tabela 4.54.

Tabela 4.56: Flexibilidade global do sistema histerético (Modelo A vs. Modelo ótimo)

Edifício (Pavimentos #)	Inicial (V_I)		Final (V_F)	
	Modelo A	Ótimo	Modelo A	Ótimo
2	0,0153	0,0153	0,0157	0,0128
3	0,0307	0,0307	0,0322	0,0232
4	0,0513	0,0513	0,0547	0,0375
5	0,0770	0,0770	0,0832	0,0550
6	0,1079	0,1079	0,1176	0,0764
7	0,1438	0,1438	0,1569	0,1005
8	0,1849	0,1849	0,2071	0,1295
9	0,2312	0,2312	0,2538	0,1594
10	0,2826	0,2826	0,3156	0,1947

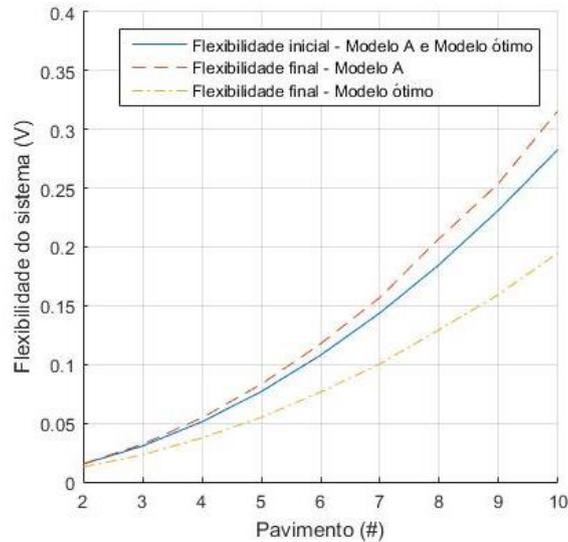


Figura 4.44: Flexibilidade global do sistema histerético (Modelo A vs. Modelo ótimo)

Da Figura 4.44 pode-se concluir de forma geral que é mais eficiente distribuir os dispositivos do tipo histerético no edifício (metodologia LOA) que do que uma redistribuição das rigidezes (metodologia RFTO). O Modelo ótimo apresentou uma menor flexibilidade do sistema para todos os edifícios estudados, fazendo da metodologia LOA a mais apropriada.

4.3.10 Análise dos resultados para o exemplo numérico 3

Este exemplo apresentou os resultados para edifícios tipo *shear building* com amortecimento do tipo histerético compreendido entre dois até dez pavimentos, exceto o edifício com seis pavimentos, que foi apresentado no exemplo numérico 2. Os gráficos foram colocados no Apêndice A para evitar um volume maior e repetitivo dos resultados no corpo do documento e não foram eliminados porque são importantes para suportar as conclusões apresentadas para o modelo com 6 GDL.

Foi possível observar a eficiência no uso dos dispositivos do tipo histerético no controle estrutural, houve uma diminuição na amplitude da função de transferência quando estes foram localizados adequadamente.

Encontrou-se que a metodologia LOA foi mais eficiente para todos os edifícios estudados, enquanto a metodologia RFTO teve um ligeiro aumento na flexibilidade global no que diz respeito à flexibilidade inicial (Ver Figura 4.44 e Figura 4.45). Confirmou-se a conclusão geral do exemplo numérico 2.

Finalmente, é considerado importante comparar os resultados em termos da amplitude da função de transferência quando é utilizado dispositivo viscoso ou histerético num edifício do tipo *shear building*, isto será avaliado no Exemplo 4.

4.4 ANÁLISE NUMÉRICA 4

Este exemplo procura determinar qual dos dois tipos de amortecimento, viscoso ou histerético é mais eficiente quando é aplicado num edifício tipo *shear building*, usando a função de transferência como parâmetro avaliador. Uma menor amplitude da função de transferência significa melhor eficiência no controle estrutural.

Para o sistema viscoso podem ser estudadas as formulações encontradas em (Takewaki, 1997a; b, 2000a, 2009).

A seguir são apresentadas algumas considerações:

- O valor do coeficiente de amortecimento viscoso utilizado para todos os modelos neste exemplo, foi escolhido para que a amplitude inicial da função de transferência de um sistema de seis graus de liberdade com amortecimento viscoso tivesse a mesma amplitude do sistema com o amortecimento histerético apresentado no Exemplo 2, e assim poder estabelecer um ponto de comparação entre os dois tipos de dispositivos quando se tem um número maior ou menor de pavimentos.
- A comparação entre o sistema viscoso e o sistema histerético será feita aplicando unicamente a metodologia mostrada no capítulo 3.2 (RFTO), que tem como objetivo a distribuição das rigidezes.
- A metodologia mostrada no capítulo 3.3 (LOA), não será utilizada neste exemplo, pois não é possível usar um único valor do número de passos N e ter convergência para os dois tipos de amortecedores em todos os edifícios avaliados. Se sugere ao leitor ver o Exemplo 1 no capítulo 4.1, donde foi feita uma ampla descrição do caso.

Na Tabela 4.57, são apresentadas as propriedades dos sistemas: Onde, m_i são as massas, k_i são as rigidezes, c_i são os coeficientes de amortecimento viscoso, β_i são os coeficientes de amortecimento histerético, $c_c = 2\sqrt{mk}$ o amortecimento crítico, $\xi = c/c_c$ ou $\xi = \beta k/c_c$ corresponde ao coeficiente de amortecimento crítico e N o número de passos. Os valores das massas e as rigidezes foram mantidos do texto de referência (Takewaki, 2009), o valor do

coeficiente de amortecimento histerético ($\beta = 0,20$) foi escolhido de forma que fosse possível observar a mudança entre as amplitudes das funções de transferência inicial e final, o valor do coeficiente de amortecimento viscoso foi ajustado para que as amplitudes iniciais da função de transferência fossem iguais ao modelo histerético para o modelo de 6GDL.

Tabela 4.57: Propriedades dos sistemas viscoso e histerético

Sistema Viscoso		Sistema Histerético	
m_1, \dots, m_6 [kg]	8,00E+04	m_1, \dots, m_6 [kg]	8,00E+04
c_1, \dots, c_6 [N·s/m]	3,05E+06	β_1, \dots, β_6	0,20
k_1, \dots, k_6 [N/m]	4,00E+07	k_1, \dots, k_6 [N/m]	4,00E+07
c_c [N·s/m]	3,58E+06	c_c [N·s/m]	3,58E+06
ξ	0,85	ξ	2,24
N	75	N	75

Na Figura 4.45 até Figura 4.50 serão apresentadas de forma paralela as amplitudes iniciais da função de transferência por pavimento, dos sistemas viscoso e histerético para um sistema de 6 GDL.

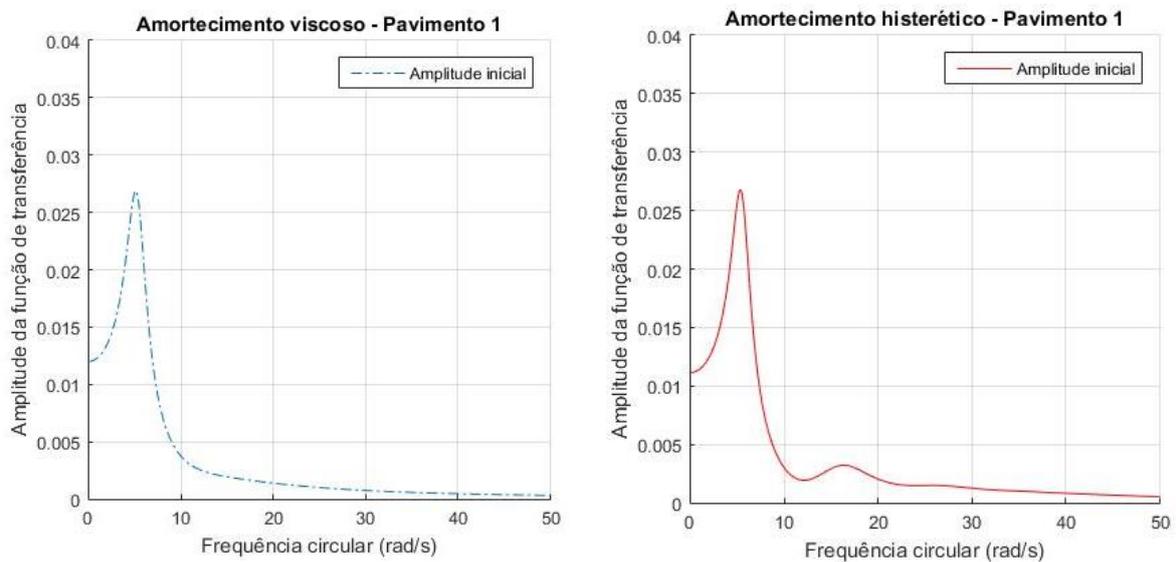


Figura 4.45: Amplitude inicial da função de transferência, Viscoso vs. Histerético – Pavimento 1 (6 GDL)

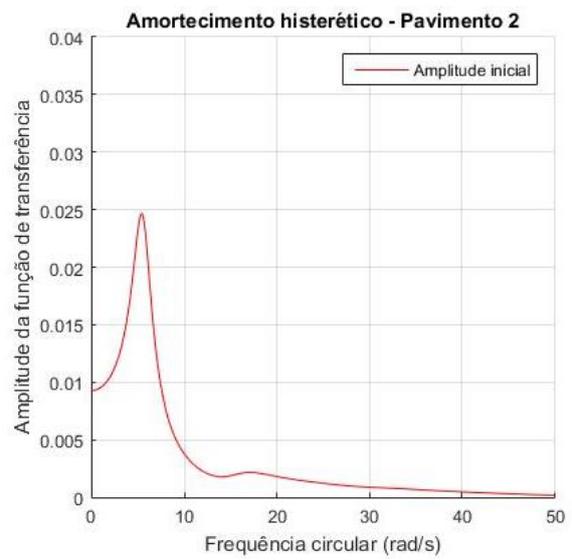
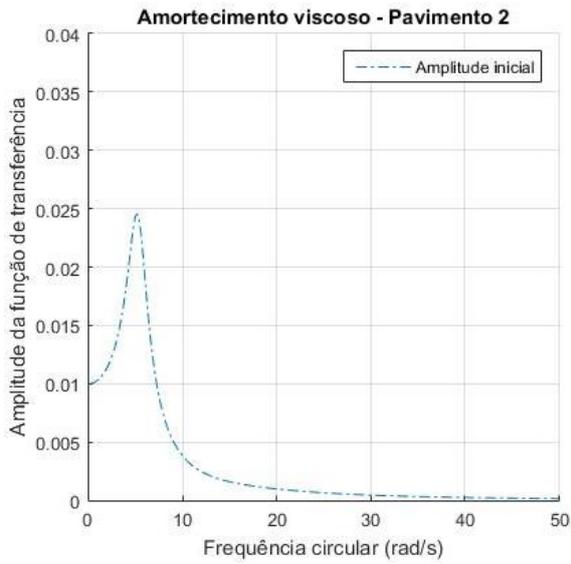


Figura 4.46: Amplitude inicial da função de transferência,
Viscoso vs. Histerético – Pavimento 2 (6 GDL)

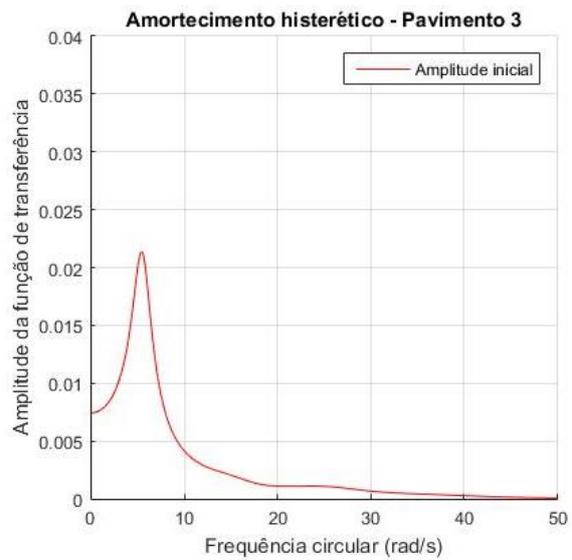
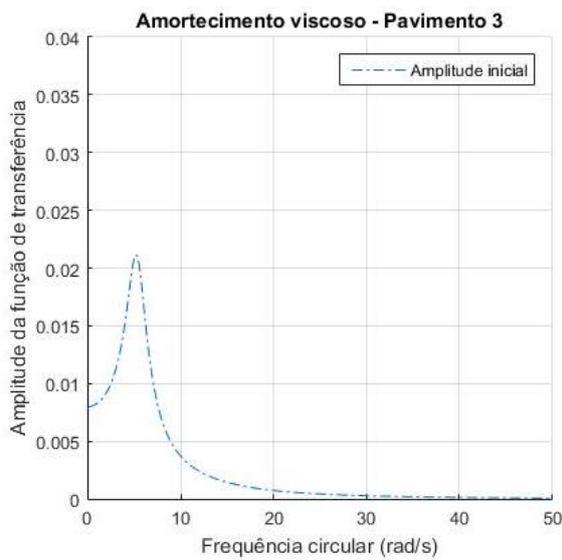


Figura 4.47: Amplitude inicial da função de transferência,
Viscoso vs. Histerético – Pavimento 3 (6 GDL)

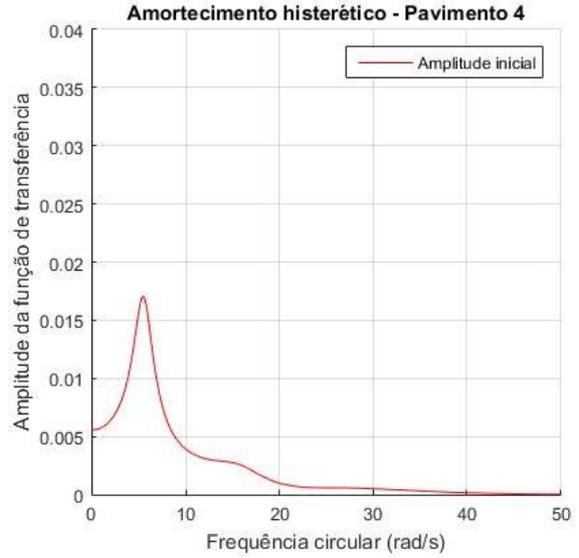
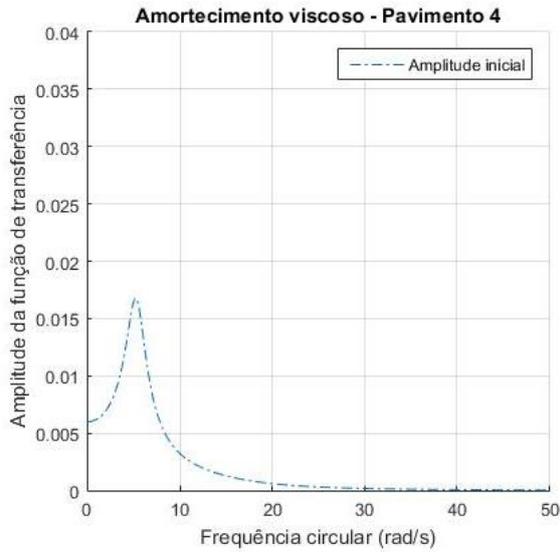


Figura 4.48: Amplitude inicial da função de transferência,
Viscoso vs. Histerético – Pavimento 4 (6 GDL)

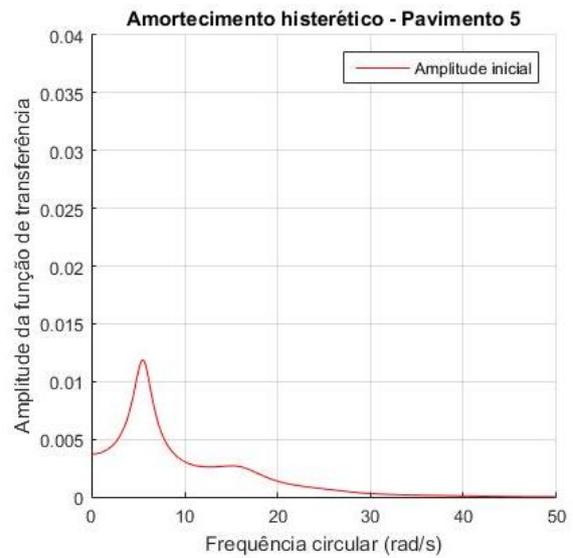
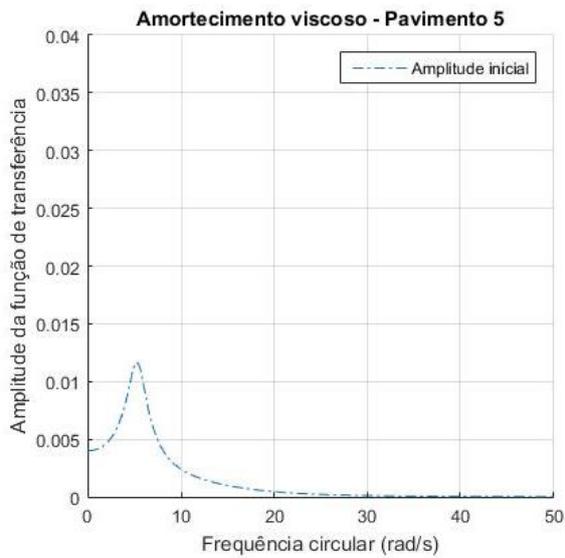


Figura 4.49: Amplitude inicial da função de transferência,
Viscoso vs. Histerético – Pavimento 5 (6 GDL)

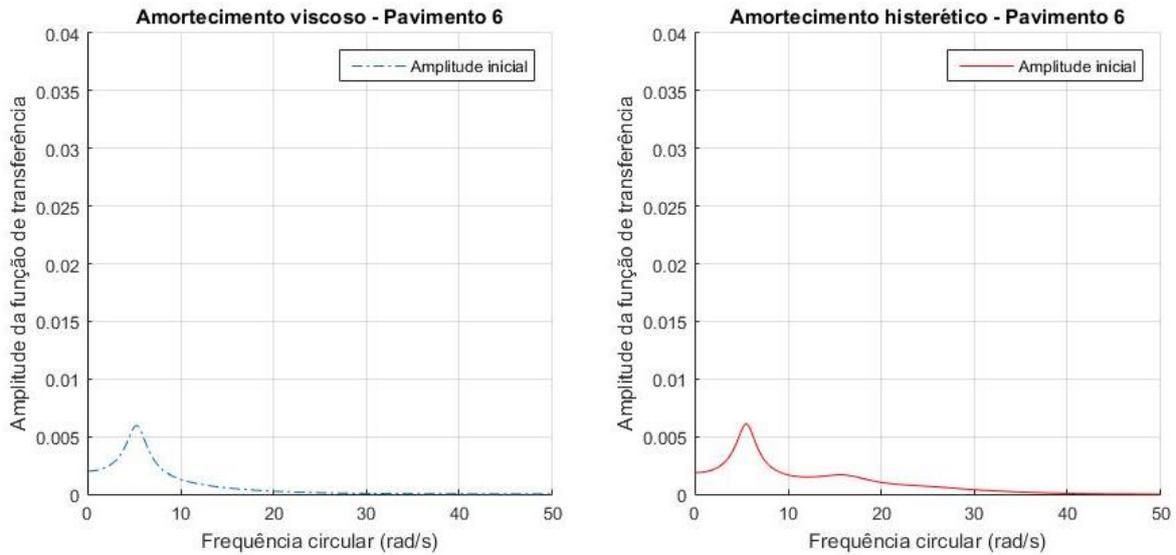


Figura 4.50: Amplitude inicial da função de transferência, Viscoso vs. Histerético – Pavimento 6 (6 GDL)

Se observar que para cada um dos pavimentos a amplitude da função de transferência avaliada na frequência fundamental natural não amortecida apresenta o mesmo valor (Ver Figura 4.45 até Figura 4.50). Por tanto, será possível comparar a eficiência dos dois tipos de amortecedores para outros edifícios com diferentes números de pavimentos.

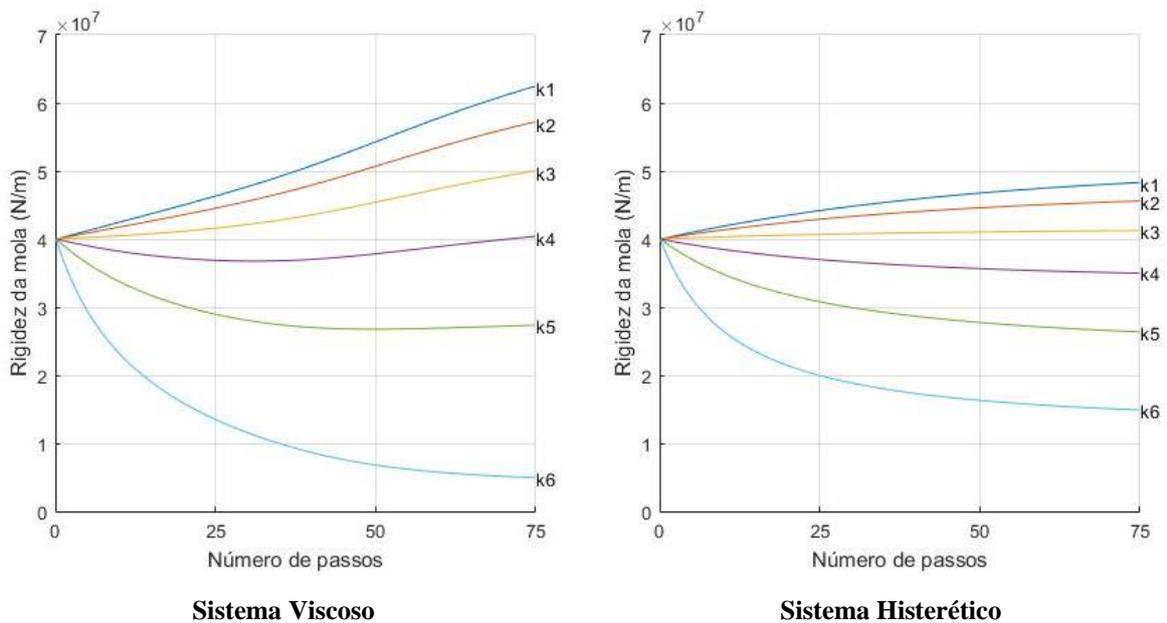


Figura 4.51: Variação das rigidezes Viscoso vs. Histerético – 6 GDL

A Figura 4.51 representa a distribuição final da rigidez do sistema por pavimento, essa distribuição tem como finalidade que todos os pavimentos alcancem uma amplitude final da função de transferência similar de acordo como foi explicado no Capítulo 3.2 para a metodologia RFTO. Foi possível observar que o sistema viscoso precisa de um maior movimento da distribuição das rigidezes em relação ao sistema histerético, para poder igualar as amplitudes da função de transferência iniciais.

Na Tabela 4.58 é apresentada a flexibilidade global para diferentes edifícios com amortecimento histerético ou viscoso. A flexibilidade global de um edifício consiste na somatória das amplitudes da função de transferência de cada um dos pavimentos que conformam o modelo. A leitura da amplitude da função de transferência nesta pesquisa foi feita para a frequência fundamental da estrutura.

Tabela 4.58: Flexibilidade global do sistema (Histerético vs. Viscoso)

Edifício (Pavimentos #)	Flexibilidade Inicial (V_I)			Flexibilidade Final (V_F)		
	Histerético	Viscoso	% Dif. (*)	Histerético	Viscoso	% Dif. (*)
2	0,0153	0,0067	55,89%	0,0157	0,0066	57,96%
3	0,0307	0,0173	43,60%	0,0322	0,0159	50,62%
4	0,0513	0,0360	29,77%	0,0547	0,0323	40,95%
5	0,0770	0,0651	15,40%	0,0832	0,0580	30,29%
6	0,1079	0,1070	0,81%	0,1176	0,0955	18,79%
7	0,1438	0,1649	-14,62%	0,1579	0,1689	-6,97%
8	0,1849	0,2426	-31,18%	0,2041	0,2595	-27,14%
9	0,2312	0,3441	-48,83%	0,2563	0,3772	-47,17%
10	0,2826	0,4739	-67,72%	0,3145	0,5279	-67,85%

(*) Tem-se como parâmetro de referencia a flexibilidade global do sistema viscoso.

Da Tabela 4.58 e Figura 4.52 é possível perceber que para seis graus de liberdade os dois sistemas coincidem no mesmo valor da amplitude da função de transferência, para o sistema histerético a flexibilidade foi de 0,1079 e para o viscoso de 0,1070, sendo possível deduzir qual dos dispositivos é mais eficiente quando se altera o número de pavimentos. No caso de 10 GDL o modelo com amortecimento histerético alcançou um valor de 0,2826 de amplitude da função de transferência enquanto o viscoso foi de 0,4739, assim o sistema histerético seria mais eficiente.

A flexibilidade inicial do sistema quando são usados os dados apresentados na Tabela 4.57, indica que, para edifícios com mais de seis pavimentos, é melhor utilizar dispositivos histeréticos, já para edifícios de até seis pavimentos é mais eficiente o uso de dispositivos viscosos.

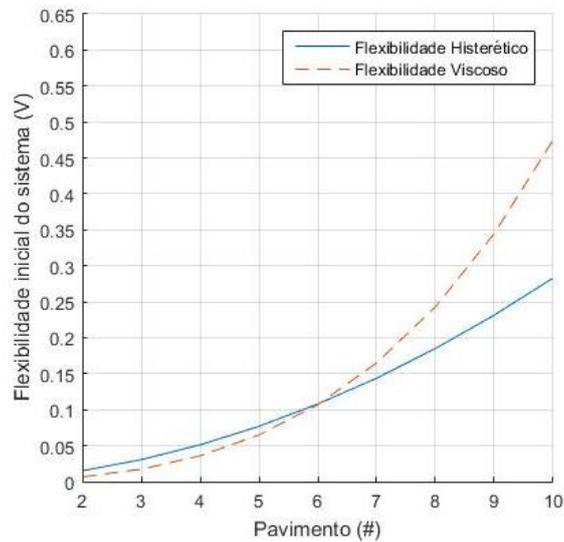


Figura 4.52: Flexibilidade global inicial do sistema (Histerético vs. Viscoso)

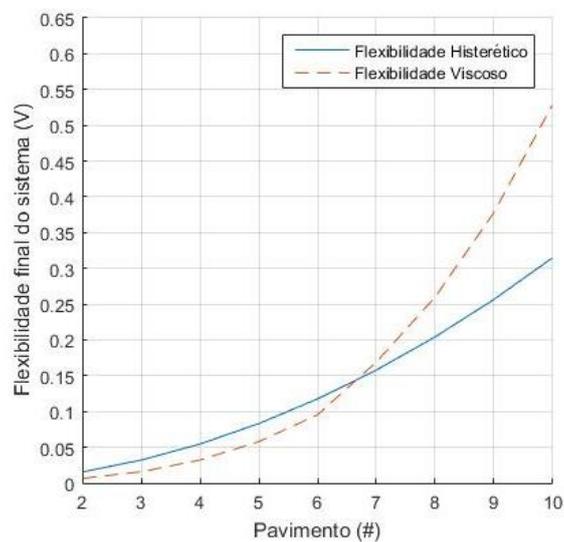


Figura 4.53: Flexibilidade final do sistema (Histerético vs. Viscoso)

A Figura 4.53 representa a flexibilidade final do sistema, como se esperava o sistema histerético amplifica a amplitude da função de transferência e o sistema viscoso a reduz, isso fez que as linhas de flexibilidade dos dois sistemas se cruzassem entre os pavimentos seis e sete, diferente

do que é mostrado na Figura 4.52 em que as linhas se cruzam exatamente na posição do pavimento seis.

É possível concluir de forma geral que o dispositivo do tipo histerético é mais eficiente no controle estrutural do que o dispositivo viscoso, sendo algumas razões:

- Em edifícios de baixa altura a diferença da amplitude da função de transferência quando se tem amortecimento histerético quando comparada às de amortecimento viscoso é relativamente pequena, por tanto poderia ser usado qualquer um dos tipos de amortecedores.
- Em edifícios altos o uso de dispositivos histeréticos reduz substancialmente a amplitude da função de transferência quando são comparados com edifícios protegidos por dispositivos do tipo viscoso. Por tanto, é sugerido o uso de dispositivos externos do tipo histeréticos devido a sua eficiência no controle estrutural.

4.4.1 Análise dos resultados para o exemplo numérico 4

O quarto exemplo numérico tinha como objetivo determinar qual dos dois tipos de amortecedor era mais eficaz, se o histerético ou viscoso. De forma manual foi ajustada a quantidade de amortecimento viscoso para alcançar uma amplitude inicial da função de transferência igual a quando é usado um tipo de amortecimento histerético, isso foi feito para um edifício de seis pavimentos. Isto permitiu que o exercício fosse chave para a compreensão de que não existe uma relação linear entre o amortecimento histerético e o viscoso, isto é, esperava-se que as amplitudes das funções de transferência iniciais foram as mesmas para todos os modelos estudados neste exercício, bem como mostrou-se no exemplo para seis pavimentos, mas os resultados obtidos indicaram que para os edifícios com mais de seis pavimentos com amortecimento viscoso a amplitude da função de transferência aumentava de acordo com o incremento do número de pavimentos (Ver Figura 4.52) e para edifícios com menos de seis pavimentos e com o mesmo tipo de amortecimento (viscoso) foi ligeiramente inferior.

Se for assumido que o custo dos dispositivos histeréticos e viscosos são iguais, quando os coeficientes de amortecimento são $\beta = 0,20$ e $c = 3,05 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}$ respectivamente, pode-se concluir que é mais eficiente a utilização de amortecedores do tipo histerético.

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

5.1 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi considerado um edifício do tipo *shear building*, como um modelo de massa-mola-amortecedor, foram estudados edifícios entre dois até dez pavimentos, tomando como a variável de projeto na metodologia RFTO as rigidezes e na metodologia LOA os coeficientes de amortecimento. Os resultados numéricos foram obtidos utilizando o software MATLAB. O principal objetivo desta pesquisa foi determinar a localização ótima dos dispositivos do tipo histerético, e para isso foram feitos quatro exemplos numéricos.

A metodologia RFTO consistiu na distribuição das rigidezes nos pavimentos para obter uma amplitude da função de transferência semelhante em todos os níveis. Além disso, permitiu também criar tentativas para estabelecer a localização ótima dos dispositivos, foram colocados dispositivos em apenas alguns pavimentos e logo foi feita a leitura da amplitude máxima da função de transferência, em seguida abordou-se o caso de uma série de tentativa de localização ótima de amortecedores e novamente a amplitude máxima da função de transferência foi lida, finalmente comparando os valores foi possível saber onde a posição dos dispositivos é mais eficiente.

A metodologia LOA consistiu na distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento, minimizando a amplitude da função de transferência como uma propriedade dinâmica geral.

No processo de adaptação das metodologias de cálculo, a partir de um modelo viscoso usado por (Takewaki, 2009) a um sistema histerético explicado nesta pesquisa, foi possível demonstrar uma relação direta de resposta e / ou de convergência com o número de passos utilizados no cálculo iterativo. Na metodologia RFTO, um maior número de passos resulta numa maior precisão na distribuição das rigidezes. No edifício formado por oito andares foi utilizado um número maior de passos em comparação com os outros edifícios (ver o Apêndice A, Figura A 41), e foi possível observar uma linha reta para a amplitude da função de transferência final, exceto no caso do modelo ótimo o qual corresponde à metodologia LOA (ver Apêndice A, Figura A 39 e Figura A 40). Na metodologia LOA, o número de passos define a convergência e / ou distribuição ótima dos coeficientes de amortecimento (Ver Tabela 4.2 até Tabela 4.10), permitiu também concluir que não existe uma única resposta e a partir dos valores da flexibilidade global foi possível escolher qual das distribuições era mais eficiente.

A seguir são apresentadas as principais conclusões do trabalho:

- Foram determinadas possíveis alternativas de projeto a partir da modificação da matriz de rigidez e localização dos amortecedores do tipo histerético, e encontrou-se que a metodologia RFTO não é apropriada quando é utilizada como método de otimização devido ao incremento na amplitude da função de transferência, mas oferece uma ideia geral da localização ótimas dos amortecedores.
- A localização ótima dos amortecedores do tipo histerético foi calculada a partir da modificação da matriz de amortecimento e encontrou-se que a metodologia LOA é apropriada quando é utilizada como método de otimização. Houve uma redução significativa na amplitude da função de transferência.
- As equações matemáticas foram apresentadas mais simples para facilitar a compreensão e eliminando assim ambiguidades. Além disso, são apresentados os algoritmos criados no *software* Matlab nos Apêndice B e Apêndice C, para facilitar o entendimento do processo de cálculo ao leitor.
- Finalmente foram comparadas as metodologias RFTO e LOA e foi possível concluir que é mais eficiente a distribuição dos coeficientes de amortecimento, isto é, utilizar a metodologia LOA como técnica de otimização.

5.2 SUGESTÕES

A seguir alguns tópicos que complementam a pesquisa realizada aqui são sugeridos:

- Desenvolver um estudo paramétrico relacionando o número de passos utilizado no processo iterativo e a convergência do método de localização ótima dos amortecedores para a minimização da amplitude da função de transferência.
- Aplicar os métodos de (Takewaki, 2009) para outros tipos de amortecedores diferentes do histerético e do viscoso e comparar a eficiência.
- Efetuar uma análise analítica no software comercial SAP e/ou Ansys e comparar com os resultados numéricos apresentados nesta pesquisa.
- Desenvolver testes de laboratório que validem os resultados apresentados nesta pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALIBRANDI, U.; FALSONE, G. Optimal design of dampers in seismic excited structures by the Expected value of the stochastic Dissipated Power. *Probabilistic Engineering Mechanics*, v. 41, p. 129–138, 2015.
- AVILA, S. Controle Híbrido para Atenuação de Vibrações em Edifícios. [s.l.] Pontifícia Universidad Católica do Rio de Janeiro, 2002.
- AYDIN, E. Optimal damper placement based on base moment in steel building frames. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 79, p. 216–225, 2012.
- AYDIN, E.; BODUROGLU, M. H. Optimal placement of steel diagonal braces for upgrading the seismic capacity of existing structures and its comparison with optimal dampers. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 64, n. 1, p. 72–86, 2008.
- AYDIN, E.; BODUROGLU, M. H.; GUNEY, D. Optimal damper distribution for seismic rehabilitation of planar building structures. *Engineering Structures*, v. 29, n. 2, p. 176–185, 2007.
- CASTALDO, P. Integrated seismic design of structure and control systems. Switzerland: Springer Tracts in Mechanical Engineering, 2014.
- CIMELLARO, G. Optimal Placement of Controller for Seismic Structures. *Design Optimization of Active and Passive Structural Control Systems*, p. 1–33, 2012.
- CONSTANTINOU, M. C.; TADJBAKSHI, I. G. Optimum design of a first story damping system. *Computers & Structures*, v. 17, n. 2, p. 305–310, 1983.
- ELIAS, S. J. Uso de amortecedores metálicos na resposta dinâmica de pórticos planos e espaciais. [s.l.] Universidade de Brasília., 2013.
- FOX, R. L.; KAPOOR, M. P. Rates of change of eigenvalues and eigenvectors. *AIAA journal*, v. 6, n. 12, p. 2426–2429, 1968.
- GARCIA, D. L. A simple method for the design of optimal damper configurations in MDOF structures. *Earthquake Spectra*, 2001.
- GOMEZ, D.; MARULANDA, J.; THOMSON, P. Control systems for dynamic loading protection of civil structures. *Dyna-Colombia*, v. 75, n. 155, p. 77–89, 2008.
- GÜRGÖZE, M.; MÜLLER, P. C. Optimal positioning of dampers in multi-body systems. *Journal of sound and vibration*, v. 158, n. 3, p. 517–530, 1992.
- HAHN, G. D.; SATHIAVAGEESWARAN, K. R. Effects of added-damper distribution on the seismic response of buildings. *Computers & structures*, v. 43, n. 5, p. 941–950, 1992.

HIGASHINO, M.; OKAMOTO, S. Response control and seismic isolation of buildings. London: Taylor & Francis, 2006.

HOUSNER, G. W.; MEMBER, ASCE, L. A. B.; MEMBER, ASCE, T. K. C.; CHASSIAKOS, A. G.; MEMBER, ASCE, R. O. C.; MASRI, S. F.; MEMBER, ASCE, R. E. S.; MEMBER, ASCE, T. T. S.; MEMBER, ASCE, B. F. S.; MEMBER, ASCE, AND J. T. P. Y.; MEMBER, A. Structural Control : Past , Present , and Future. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 123, n. 9, p. 897–971, 1997.

KANDEMIR-MAZANOGLU, E. C.; MAZANOGLU, K. An optimization study for viscous dampers between adjacent buildings. *Mechanical Systems and Signal Processing*, p. 1–9, 2016.

LARA, V. L. A. Controle de vibrações em vigas metálicas com distintas configurações de apoio utilizando amortecedores de massa sintonizados. [s.l.] Universidade de Brasília, 2007.

MARTINEZ, C. A.; CURADELLI, O.; COMPAGNONI, M. E. Optimal design of passive viscous damping systems for buildings under seismic excitation. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 90, p. 253–264, 2013.

MARTÍNEZ, C. A.; CURADELLI, O.; COMPAGNONI, M. E. Optimal placement of nonlinear hysteretic dampers on planar structures under seismic excitation. *Engineering Structures*, v. 65, p. 89–98, 2014.

MURAKAMI, Y.; NOSHI, K.; FUJITA, K.; TSUJI, M.; TAKEWAKI, I. Optimal Placement of Hysteretic Dampers via Adaptive Sensitivity-Smoothing Algorithm. *Engineering and Applied Sciences optimization*, v. 38, p. 233–247, 2015.

OGATA, K. *Ingeniería de Control Moderna*. 5. ed. Madrid: Pearson, 2010.

ORLANDI, S. *Meccanica delle Strutture Procedure di Progettazione per Sistemi di Dissipazione Passiva per Costruzioni in Zona Sismica*. [s.l: s.n.].

OVIEDO, J. A.; DUQUE, M. P. Sistemas de Control de Respuesta Sísmica en Edificaciones. *Revista EIA*, v. 6, p. 105–120, 2006.

____. Metallic Hysteretic Dampers as a Seismic Response Control Technique in Colombian Buildings. *Revista EIA*, v. 11, p. 51–63, 2009.

SHAKIBABAROUGH, A.; VALINEJADSHOUBI, M.; BAGCHI, A. Effects of Damper Locations and Base Isolators on Seismic Response of a Building Frame. *World Academy of*, v. 10, n. 6, p. 698–703, 2016.

SILVA, D. An algorithm for the optimal design of passive vibration controllers for flexible systems. *Journal of sound and Vibration*, v. 75, n. 4, p. 495–502, 1981.

SOONG, T. T.; DARGUSH, G. F. *Passive Energy Dissipation Systems in Structural*

Engineering. England: John Wiley & Sons, 1997.

TAKEWAKI, I. Optimal damper placement for minimum transfer functions. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 26, p. 1113–1124, 1997a.

____. Efficient redesign of damped structural systems for target transfer functions. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v. 147, p. 275–286, 1997b.

____. Optimal damper positioning in beams for minimum dynamic compliance. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v. 156, n. 97, p. 363–373, 1998.

____. DYNAMIC STRUCTURAL DESIGN, Inverse Problem Approach. Southampton, Boston: WIT Press, 2000a.

____. Optimal damper placement for critical excitation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, v. 15, n. 4, p. 317–325, 2000b.

____. *Building Control with Passive Dampers: Optimal Performance-based Design for Earthquakes*. Singapore: John Wiley & Sons (Asia), 2009.

TAKEWAKI, I.; UETANI, K. Optimal damper placement for building structures including surface ground amplification. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 18, n. 5, p. 363–371, 1999.

TSUJI, M.; NAKAMURA, T. Optimum viscous dampers for stiffness design of shear buildings. *The Structural Design of Tall Buildings*, v. 5, p. 217–234, 1996.

UETANI, K.; TSUJI, M.; TAKEWAKI, I. Application of an optimum design method to practical building frames with viscous dampers and hysteretic dampers. *Engineering Structures*, v. 25, n. 5, p. 579–592, 2003.

WHITTLE, J.; WILLIAMS, M.; KARAVASILIS, T. *Optimal Placement of Viscous Dampers for Seismic Building Design*. 2012.

ZHANG, R. H.; SOONG, T. T. Seismic design of viscoelastic dampers for structural applications. *Journal of Structural Engineering*, v. 118, n. 5, p. 1375–1392, 1992.

APÊNDICE A

DOIS GRAUS DE LIBERDADE

Serão apresentados os resultados através de figuras para um sistema de dois graus de liberdade com amortecedores do tipo histerético, aplicando as metodologias RFTO e LOA. No capítulo 4.3.1 do Exemplo 3 desta dissertação, aparecem as tabelas com as propriedades iniciais utilizadas para o cálculo e os resultados obtidos.

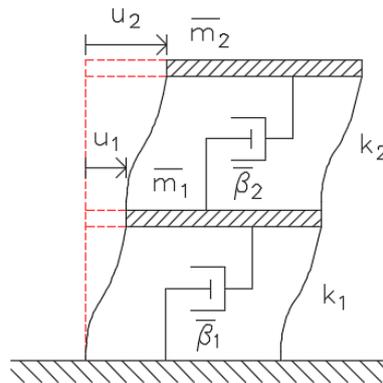
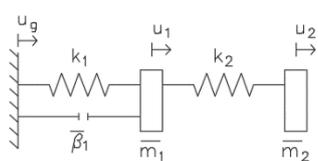
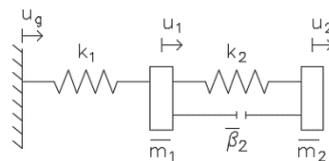


Figura A 1: Esquema - Amortecedor histerético – 2 GDL

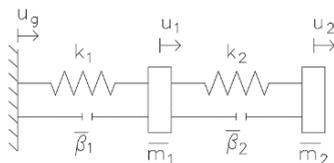
A **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** apresentam os diferentes modelos a validados para o sistema de 2 GDL. O Modelo ótimo é calculado considerando a metodologia LOA enquanto os demais modelos com a metodologia RFTO.



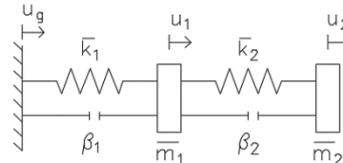
Modelo 1



Modelo 2



Modelo A



Modelo ótimo

Figura A 2: Amortecedor histerético – 2 GDL

A Figura A 3 e Figura A 4 mostram as amplitudes da função de transferência no estado inicial e final dos modelos avaliados considerando a metodologia RFTO. Pode-se observar que o Modelo 1 é mais eficiente.

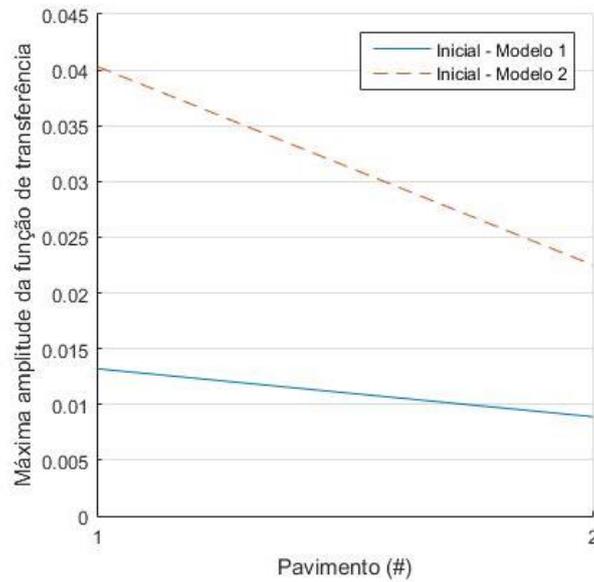


Figura A 3: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 2 GDL

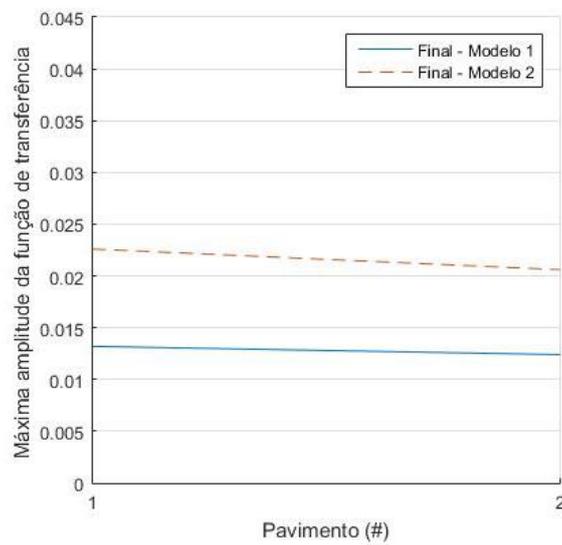


Figura A 4: Máxima amplitude final da função de transferência – 2 GDL

A Figura A 5 permite comparar as duas metodologias avaliadas nesta pesquisa e concluir que é melhor o uso da metodologia LOA ao invés da metodologia RFTO.

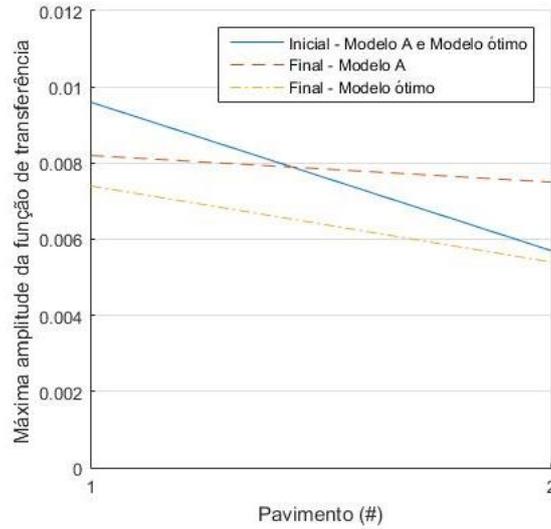


Figura A 5: Máxima amplitude da função de transferência Modelo A vs. Modelo ótimo – 2 GDL

A Figura A 6 e Figura A 7 apresentam as variações das rigidezes quando é aplicada a metodologia RFTO e localização ótima do amortecedor quando é aplicada a metodologia LOA respectivamente.

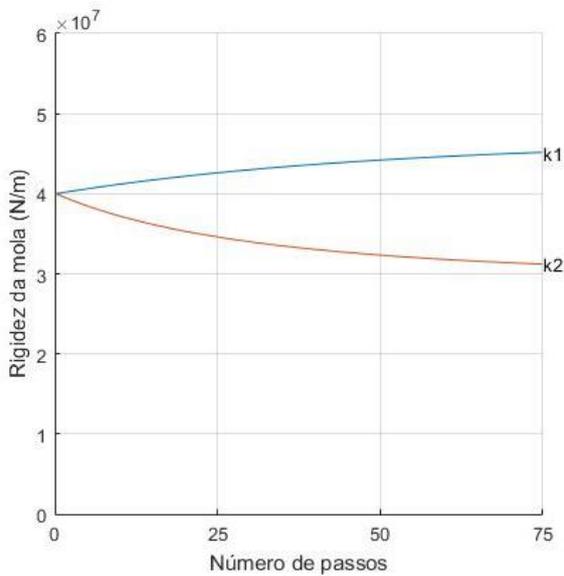


Figura A 6: Variação das rigidezes – Modelo A (2 DOF)

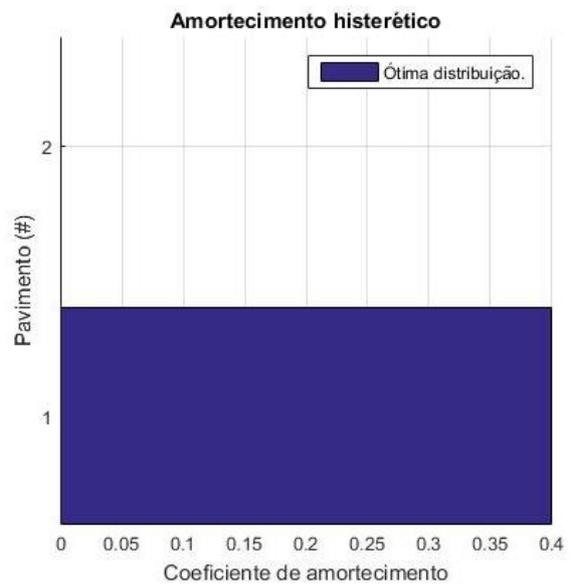


Figura A 7: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (2 DOF)

TRÊS GRAUS DE LIBERDADE

Os resultados para um sistema de três graus de liberdade com amortecedores do tipo histerético, serão apresentados através de gráficos, aplicando as metodologias RFTO e LOA. As tabelas, com as propriedades iniciais utilizadas para o cálculo e os resultados, são apresentadas no capítulo 4.3.2 do Exemplo 3 desta dissertação.

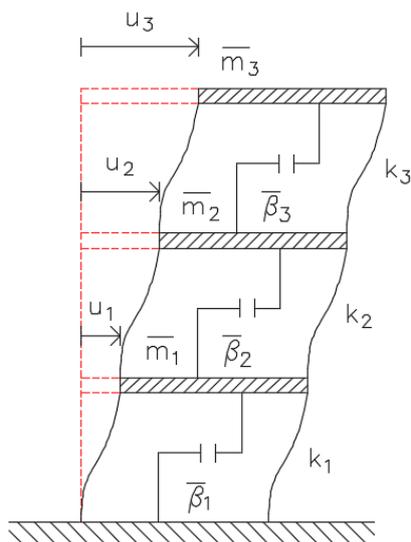
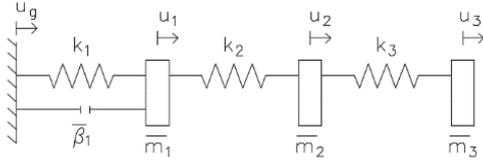
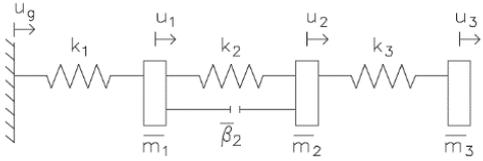


Figura A 8: Esquema - Amortecedor histerético – 3 GDL

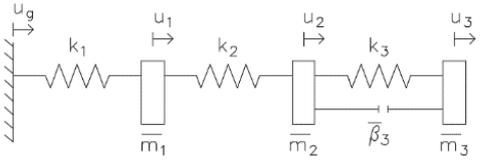
Os diferentes modelos avaliados para o sistema de 3 GDL são apresentados na Figura A 9. O Modelo ótimo é calculado considerando a metodologia LOA enquanto os demais modelos utilizando a metodologia RFTO.



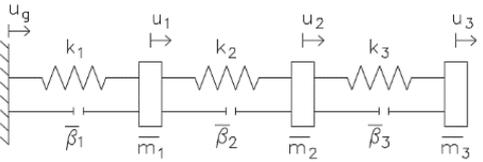
Modelo 1



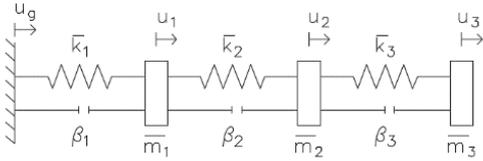
Modelo 2



Modelo 3



Modelo A



Modelo ótimo

Figura A 9: Amortecedor histerético – 3 GDL

As amplitudes da função de transferência no estado inicial e final dos modelos avaliados considerando a metodologia RFTO são apresentadas na Figura A 10 e Figura A 11. Pode-se observar que o Modelo 1 é mais eficiente.

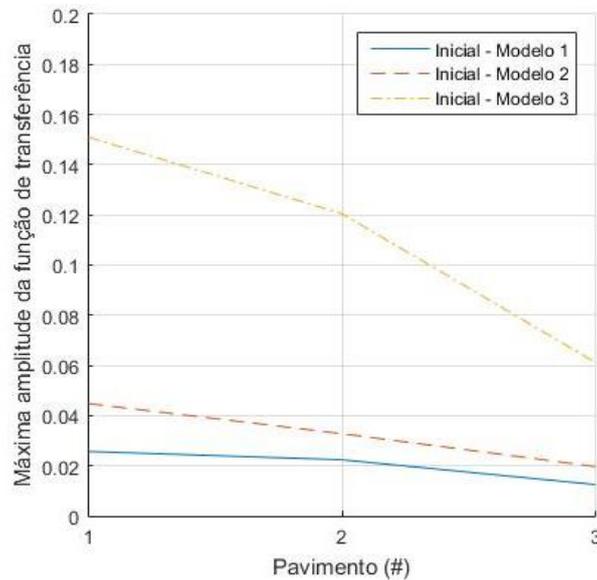


Figura A 10: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 3 GDL

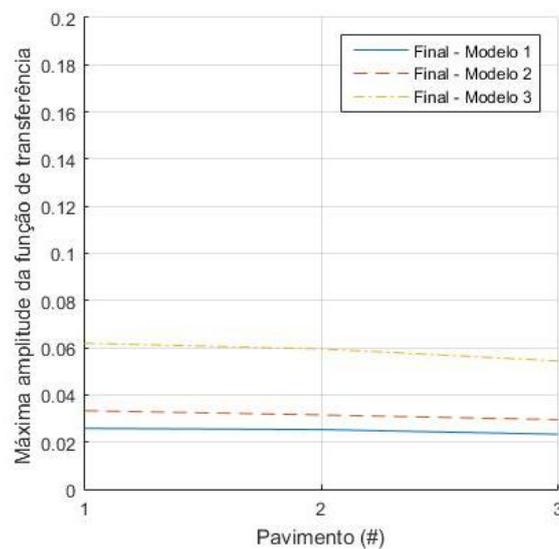


Figura A 11: Máxima amplitude final da função de transferência – 3 GDL

É possível através da Figura A 12 comparar as duas metodologias avaliadas nesta pesquisa e concluir que é melhor o uso da metodologia LOA ao invés da metodologia RFTO.

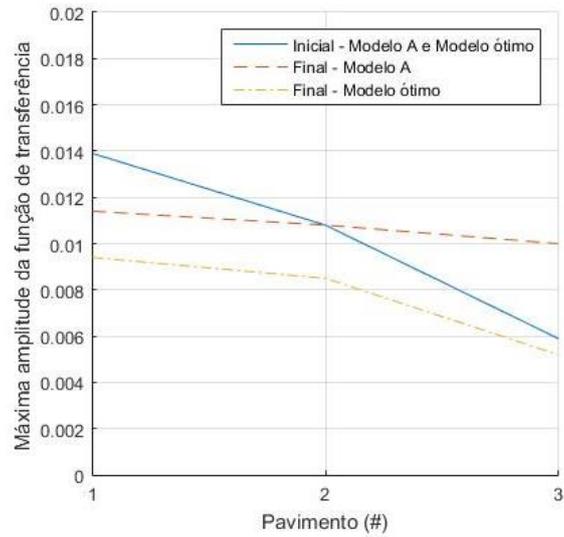


Figura A 12: Máxima amplitude da função de transferência
Modelo A vs. Modelo ótimo – 3 GDL

As variações das rigidezes são apresentadas na Figura A 13 quando é aplicada a metodologia RFTO e a Figura A 14 apresenta a localização ótima do amortecedor quando é aplicada a metodologia LOA.

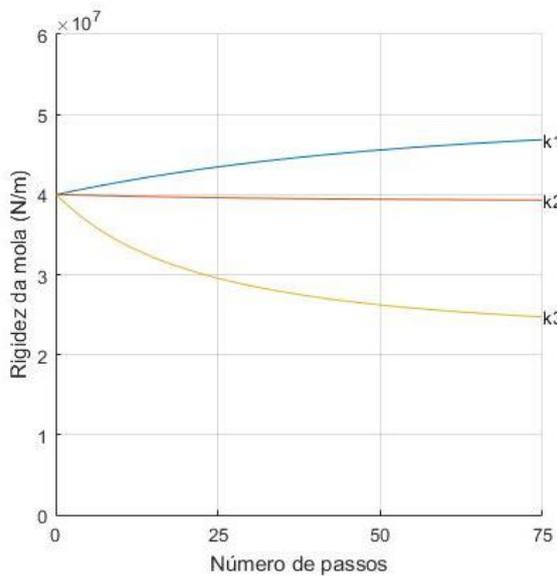


Figura A 13: Variação das rigidezes –
Modelo A (3 DOF)

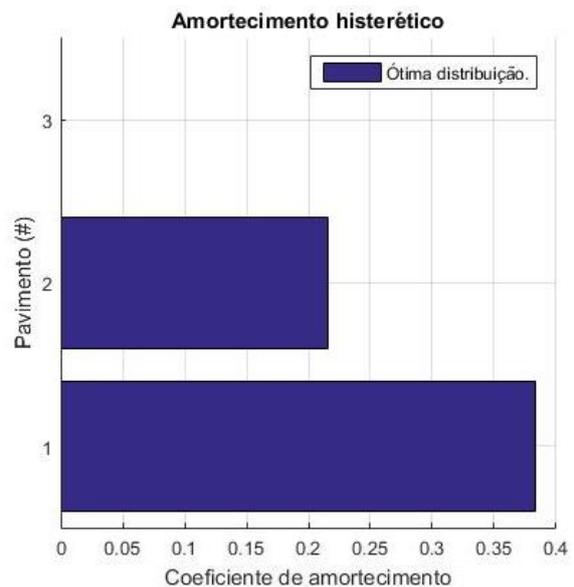


Figura A 14: Localização ótima do
amortecedor – Modelo ótimo (3 DOF)

QUATRO GRAUS DE LIBERDADE

Será aplicada as duas metodologias RFTO e LOA ao sistema de quatro graus de liberdade com amortecedores do tipo histerético, as propriedades iniciais usadas no cálculo e os resultados foram apresentadas no capítulo 4.3.3 do Exemplo 3 de esta dissertação.

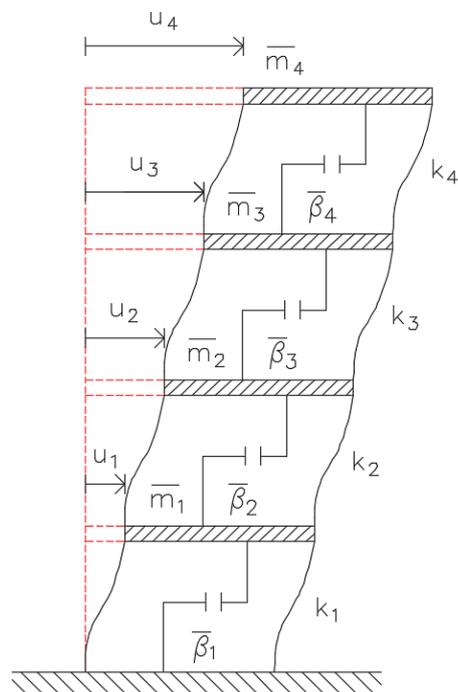
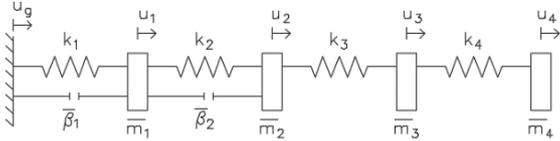
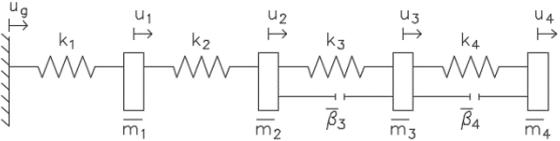


Figura A 15: Esquema - Amortecedor histerético – 4 GDL

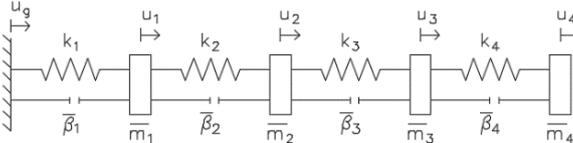
Os modelos de estudo para o sistema de 4 GDL são apresentados na Figura A 16. O Modelo ótimo é calculado considerando a metodologia LOA enquanto os demais modelos usando a metodologia RFTO.



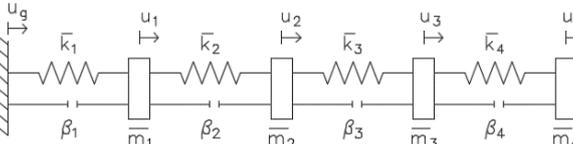
Modelo 12



Modelo 34



Modelo A



Modelo ótimo

Figura A 16: Amortecedor histerético – 4 GDL

Através da Figura A 17 e Figura A 18 são mostradas as amplitudes da função de transferência no estado inicial e final dos modelos avaliados considerando a metodologia RFTO. Pode-se observar que o Modelo 12 é mais eficiente.

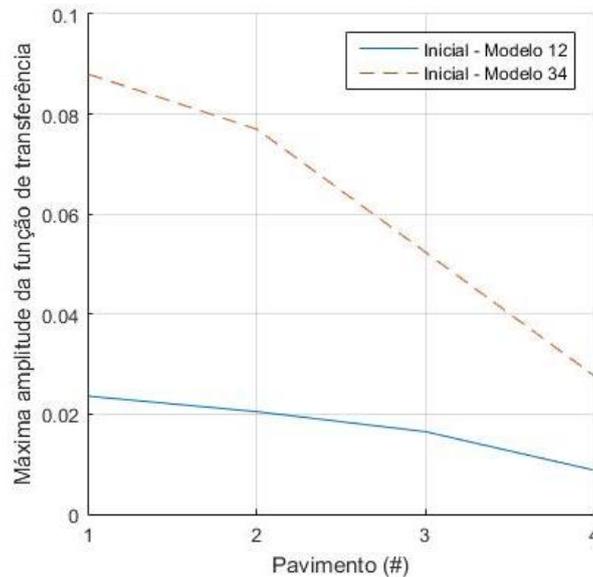


Figura A 17: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 4 GDL

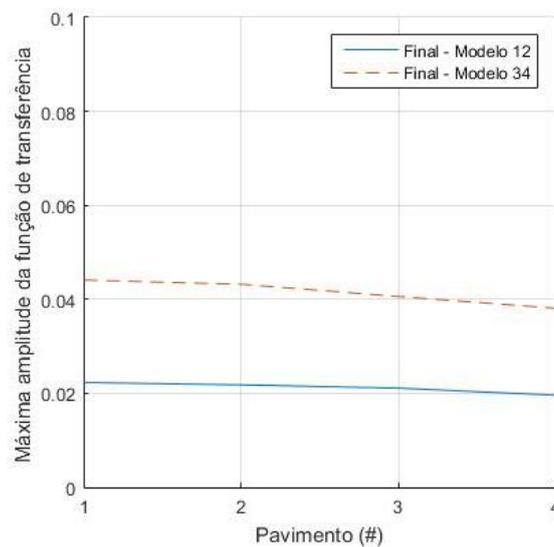


Figura A 18: Máxima amplitude final da função de transferência – 4 GDL

De acordo com o apresentado na Figura A 19, é possível comparar as duas metodologias avaliadas nesta pesquisa e concluir que a metodologia LOA é mais eficiente que a metodologia RFTO.

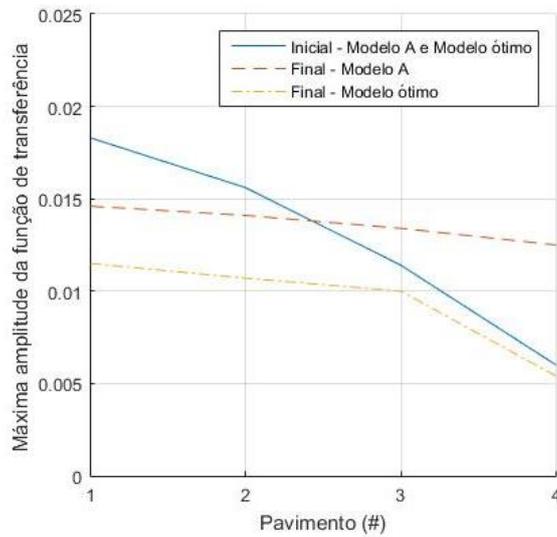


Figura A 19: Máxima amplitude da função de transferência Modelo A vs. Modelo ótimo – 4 GDL

Após aplicada a metodologia RFTO ao modelo de 4 GDL, as variações das rigidezes são apresentadas na Figura A 20 e a Figura A 21 mostra a localização ótima dos amortecedores quando é aplicada a metodologia LOA.

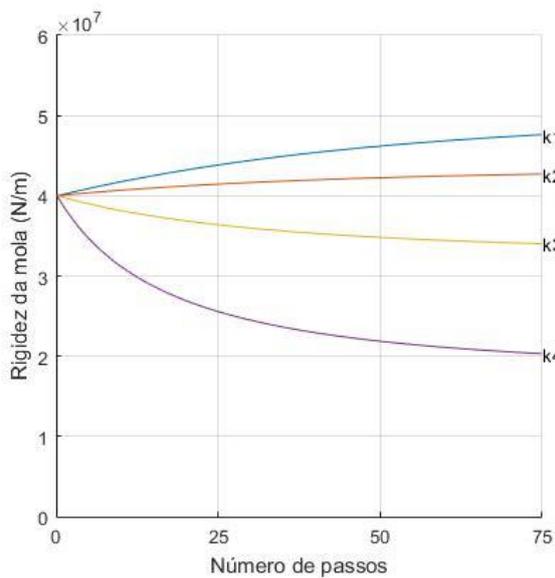


Figura A 20: Variação das rigidezes – Modelo A (4 DOF)

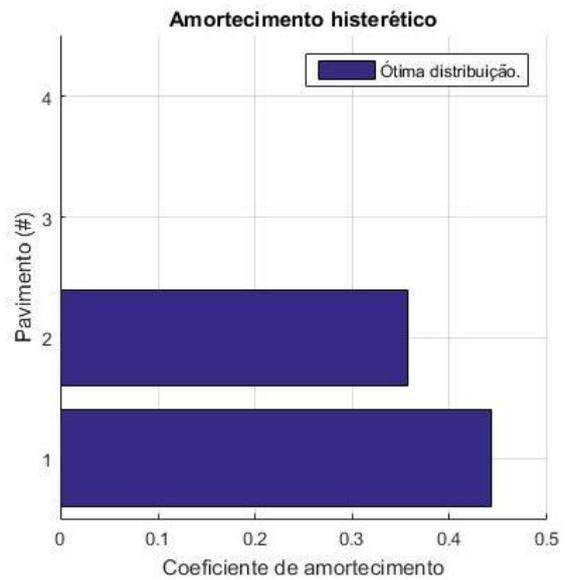


Figura A 21: Localização ótima do amortecedor – Modelo ótimo (4 DOF)

CINCO GRAUS DE LIBERDADE

Os resultados obtidos para o sistema de 5 GDL e apresentados no capítulo 4.3.4 do Exemplo 3 de esta dissertação, serão mostrados através de figuras, aplicando as metodologias RFTO e LOA.

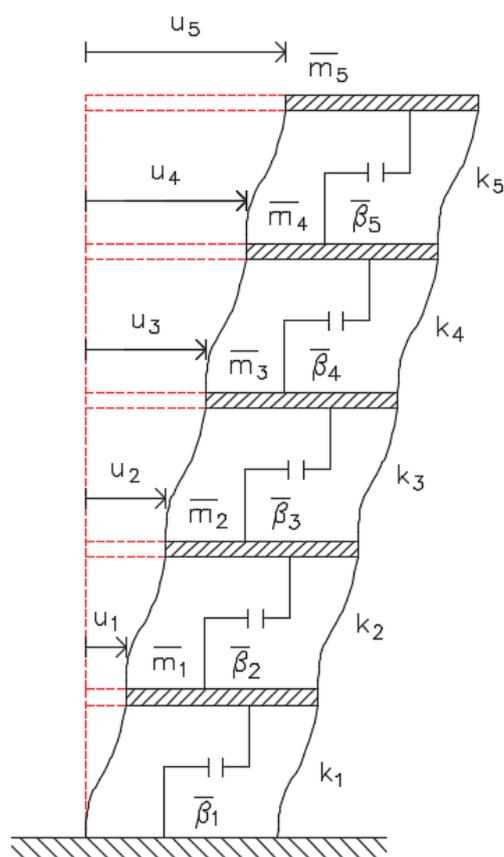
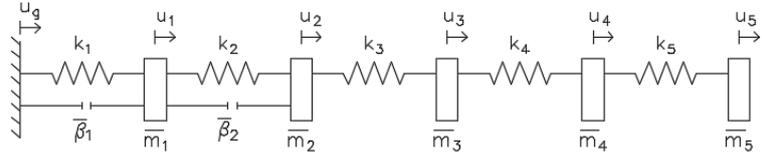
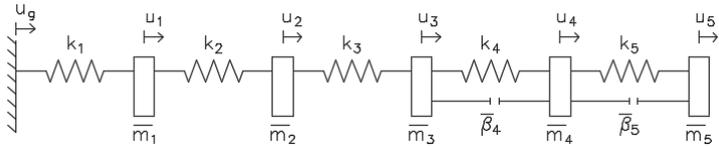


Figura A 22: Esquema - Amortecedor histerético – 5 GDL

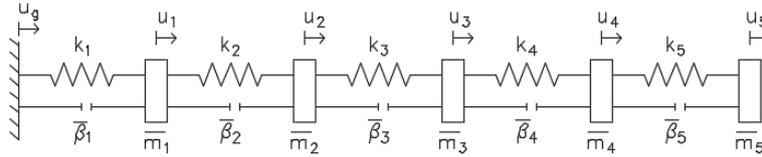
A Figura A 23 apresentam os diferentes modelos avaliados para o sistema de 5 GDL. Todos os modelos exceto o modelo ótimo serão calculados considerando a metodologia RFTO, para o modelo ótimo o cálculo será feito com a metodologia LOA.



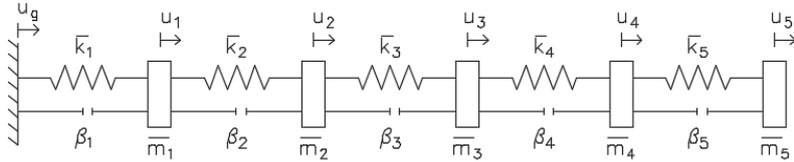
Modelo 12



Modelo 45



Modelo A



Modelo ótimo

Figura A 23: Amortecedor histerético – 5 GDL

Utilizando a metodologia RFTO nos modelos de 5 GDL, são apresentadas as amplitudes da função de transferência no estado inicial e final na Figura A 24 e Figura A 25. É possível observar que o Modelo 12 foi mais eficiente com relação aos outros modelos.

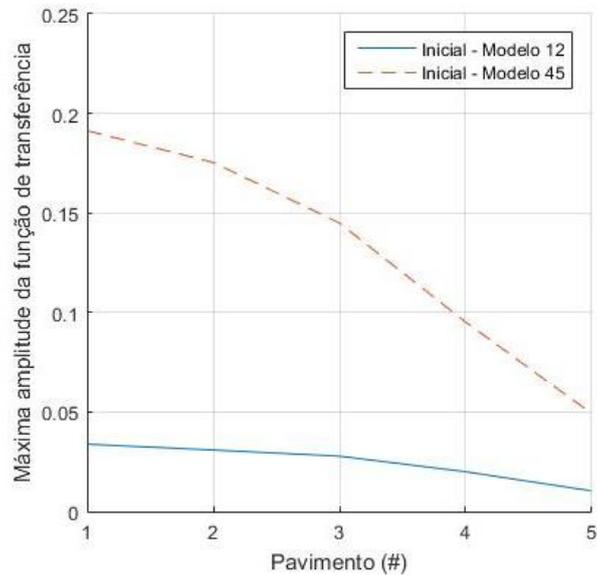


Figura A 24: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 5 GDL

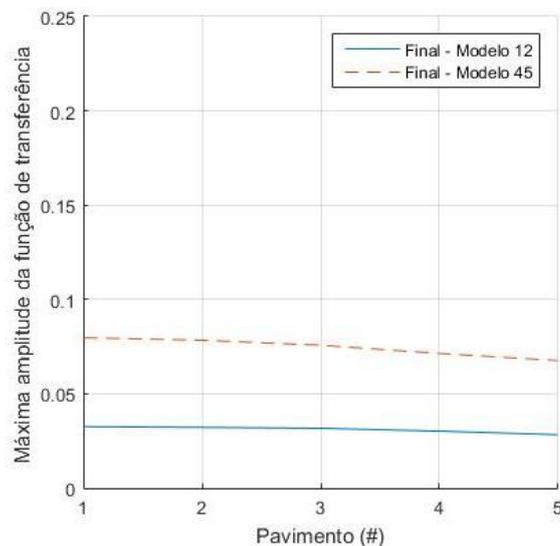


Figura A 25: Máxima amplitude final da função de transferência – 5 GDL

Fazendo uso da Figura A 26 é possível comparar as duas metodologias avaliadas nesta pesquisa e concluir que é mais eficiente o uso da metodologia LOA ao invés da metodologia RFTO.

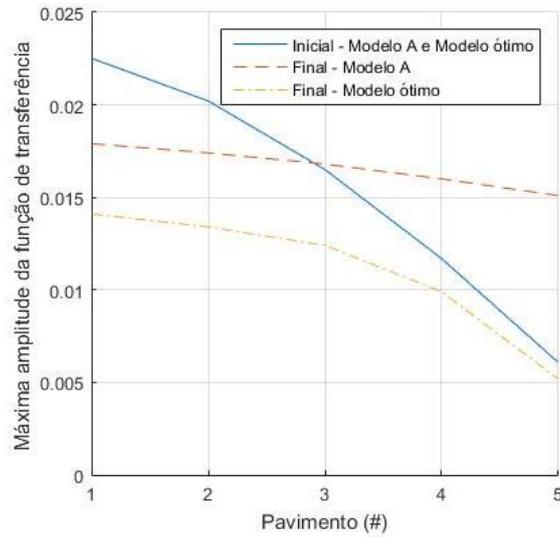


Figura A 26: Máxima amplitude da função de transferência
Modelo A vs. Modelo ótimo – 5 GDL

As variações das rigidezes quando é aplicada a metodologia RFTO são apresentadas na Figura A 27 e a localização ótima do amortecedor quando é aplicada a metodologia LOA na Figura A 28.

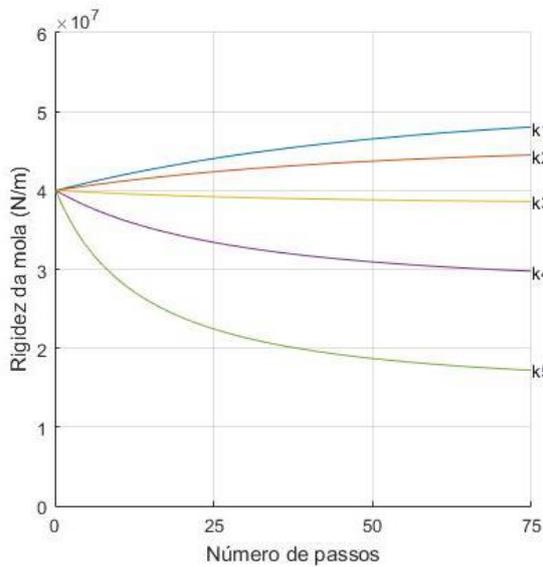


Figura A 27: Variação das rigidezes –
Modelo A (5 DOF)

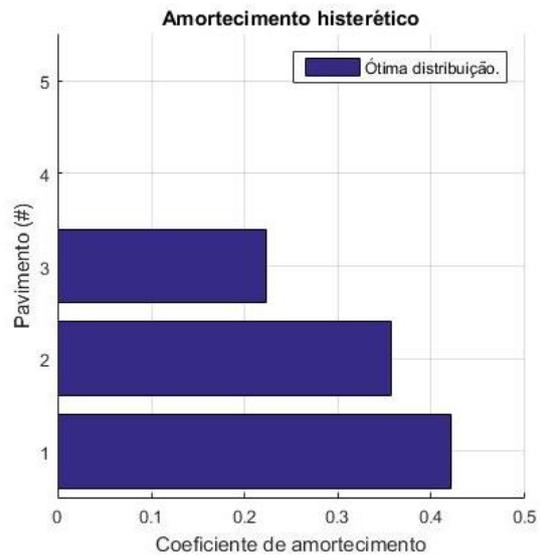


Figura A 28: Localização ótima do
amortecedor – Modelo ótimo (5 DOF)

SETE GRAUS DE LIBERDADE

No capítulo 4.3.5 do Exemplo 3 de esta dissertação, aparecem as tabelas com os dados iniciais utilizados para o cálculo e os resultados obtidos. Serão apresentados os resultados em figuras para um sistema de sete graus de liberdade com amortecedores do tipo histerético, aplicado as metodologias RFTO e LOA.

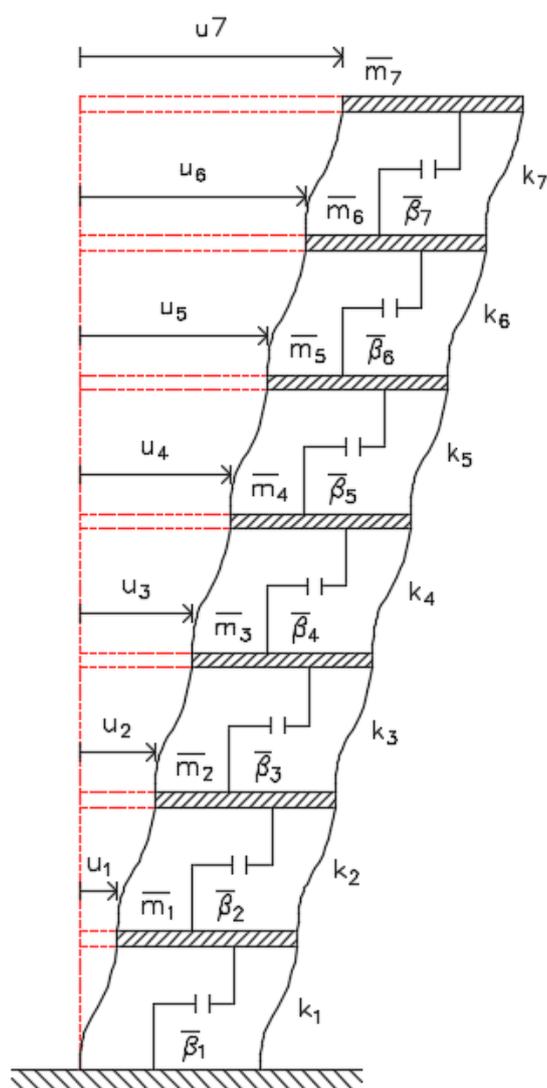
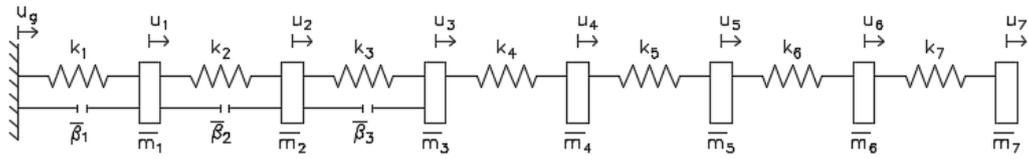
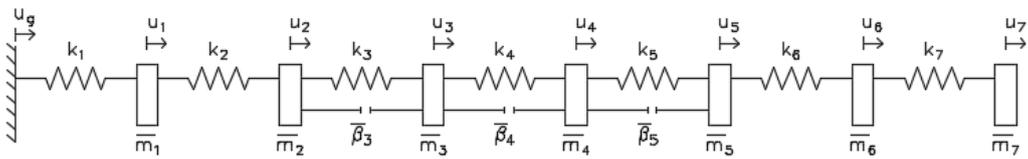


Figura A 29: Esquema - Amortecedor histerético – 7 GDL

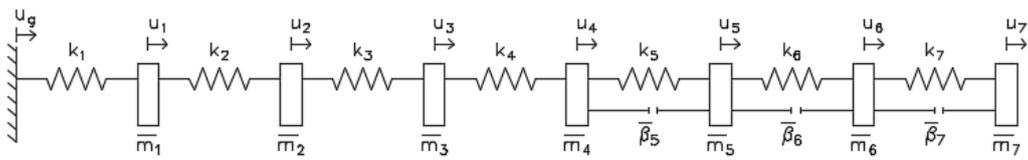
As diferentes tentativas de localização e demais modelos para o sistema de 7 GDL, são apresentados na Figura A 30, onde o Modelo ótimo é calculado usando a metodologia LOA enquanto os demais modelos considerando a metodologia RFTO.



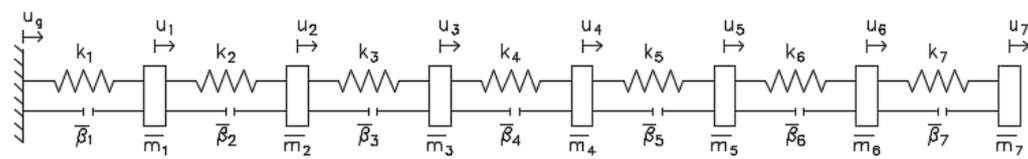
Modelo 123



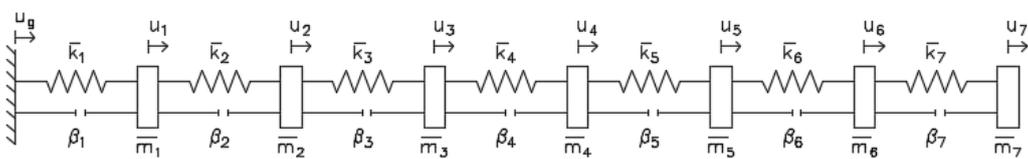
Modelo 345



Modelo 567



Modelo A



Modelo ótimo

Figura A 30: Amortecedor histerético – 7 GDL

As amplitudes da função de transferência no estado inicial e final dos modelos avaliados com a metodologia RFTO são apresentadas na Figura A 31 e Figura A 32. Pode-se concluir que o Modelo 123 é mais eficiente.

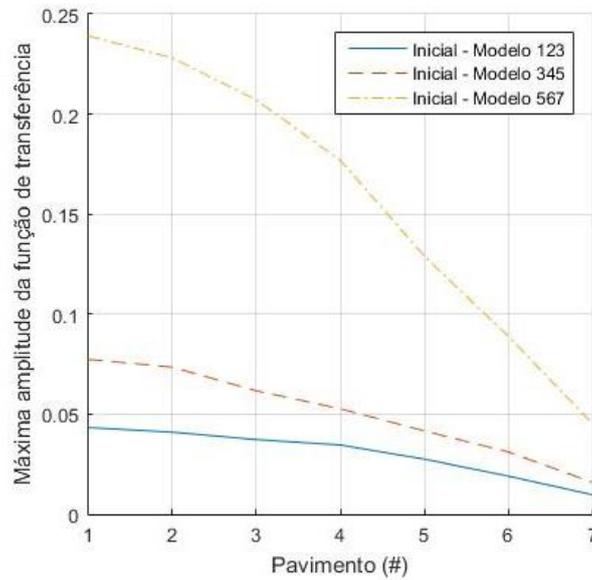


Figura A 31: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 7 GDL

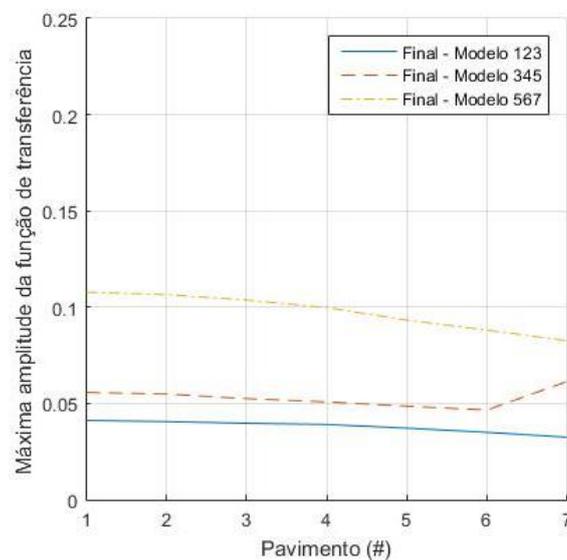


Figura A 32: Máxima amplitude final da função de transferência – 7 GDL

Comparando as duas metodologias RFTO e LOA através da Figura A 33 permite concluir que é melhor o uso da metodologia LOA ao invés da metodologia RFTO.

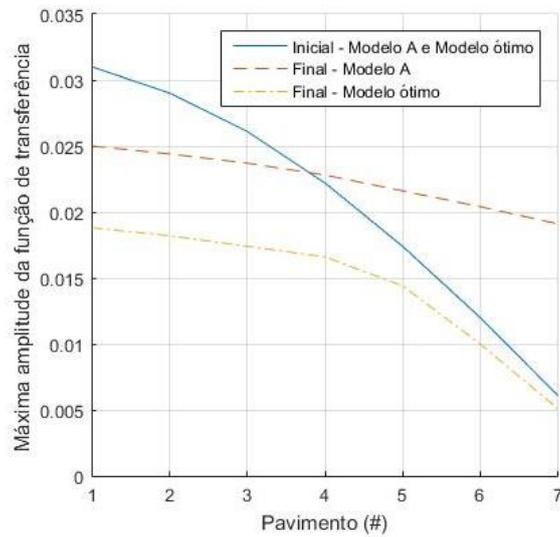


Figura A 33: Máxima amplitude da função de transferência
Modelo A vs. Modelo ótimo – 7 GDL

Os resultados finais, isto é, a variação das rigidezes e localização ótima do amortecedor são apresentadas na Figura A 34 e Figura A 35 respectivamente.

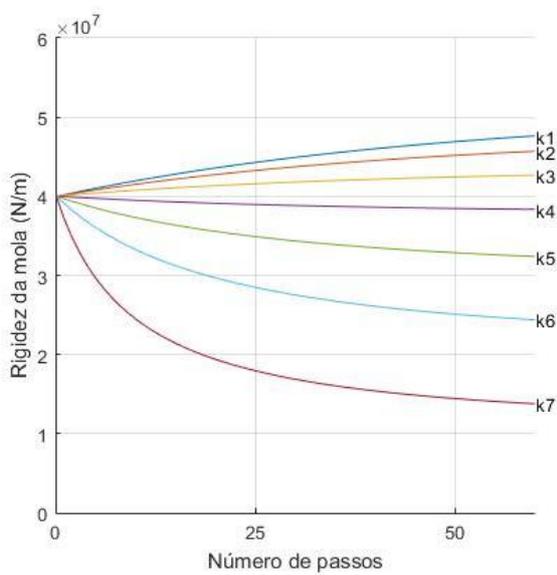


Figura A 34: Variação das rigidezes –
Modelo A (7 DOF)

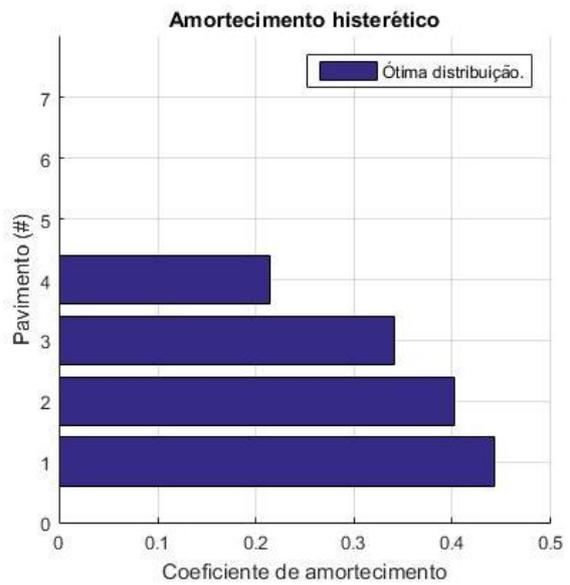


Figura A 35: Localização ótima do
amortecedor – Modelo ótimo (7 DOF)

OITO GRAUS DE LIBERDADE

As metodologias RFTO e LOA são aplicadas ao sistema de 8 GDL, os resultados serão apresentados usando figuras. No capítulo 4.3.6 do Exemplo 3 neste documento, aparecem as tabelas com os dados iniciais utilizados para o cálculo e os resultados obtidos.

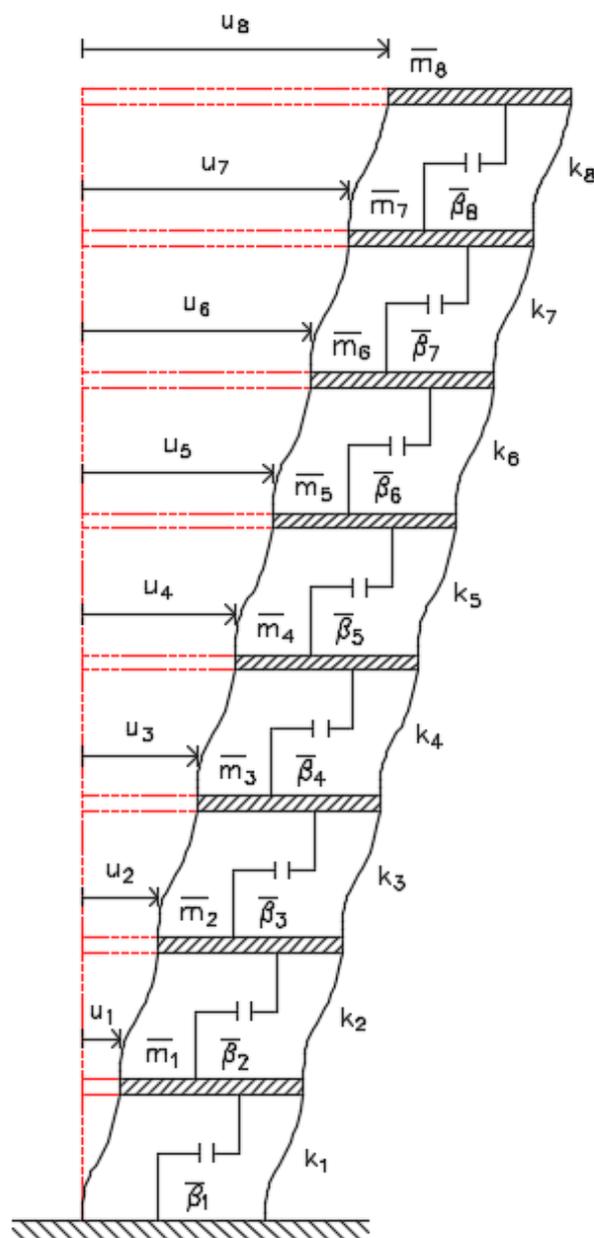
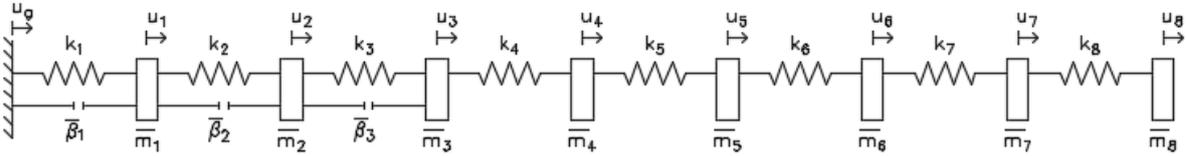
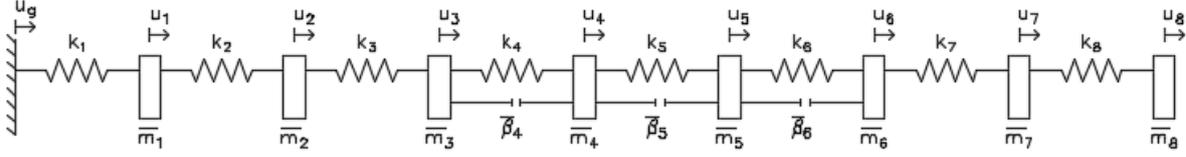


Figura A 36: Esquema - Amortecedor histerético – 8 GDL

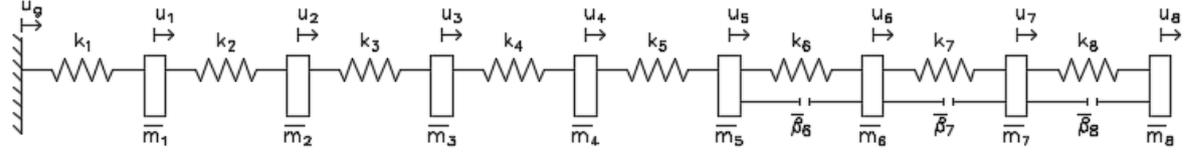
As tentativas de localização de amortecimento são apresentadas na Figura A 37, assim como o Modelo A e Modelo ótimo. A metodologia LOA será usada no Modelo ótimo enquanto os demais modelos com a metodologia RFTO.



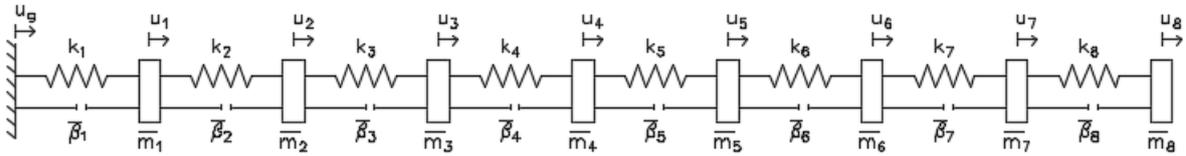
Modelo 123



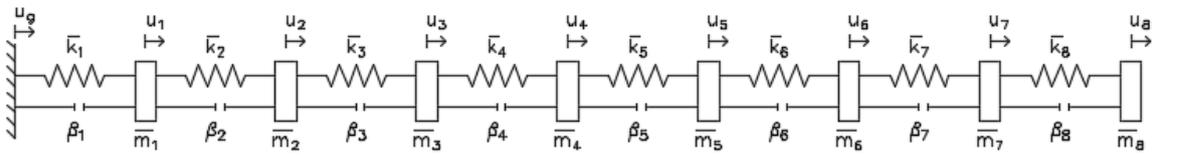
Modelo 456



Modelo 678



Modelo A



Modelo ótimo

Figura A 37: Amortecedor histerético – 8 GDL

Considerando a metodologia RFTO, são apresentadas na Figura A 38 e Figura A 39 as amplitudes da função de transferência no estado inicial e final dos modelos avaliados. O Modelo 123 foi o mais eficiente.

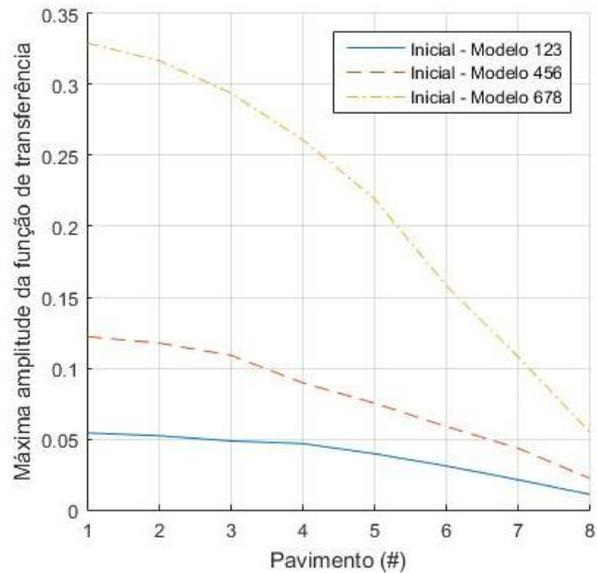


Figura A 38: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 8 GDL

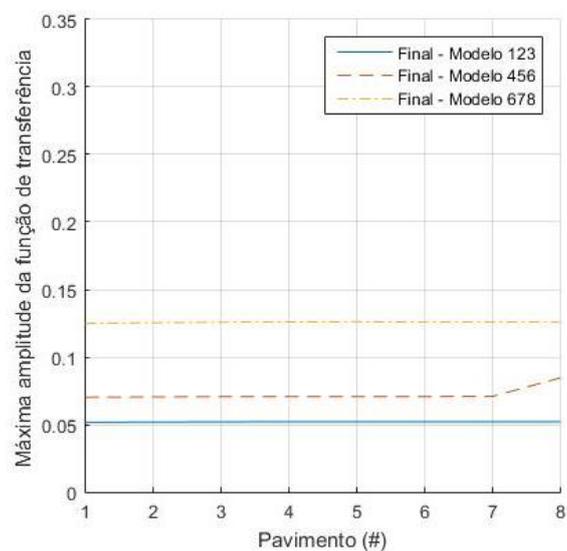


Figura A 39: Máxima amplitude final da função de transferência – 8 GDL

A metodologia LOA foi mais eficiente comparada com os resultados obtidos por meio da metodologia RFTO os quais podem ser observados na Figura A 40.

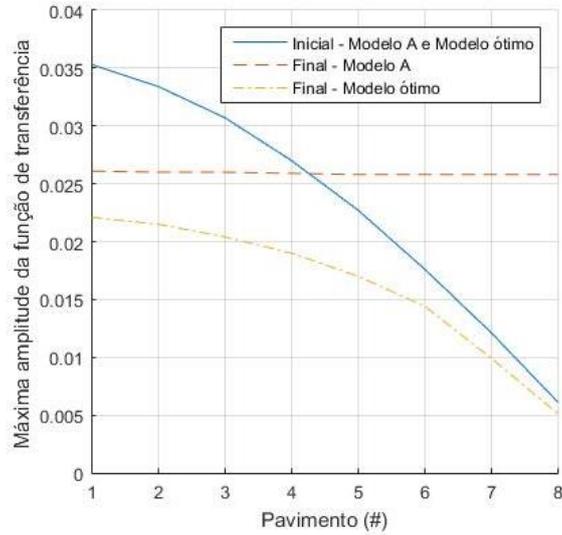


Figura A 40: Máxima amplitude da função de transferência
Modelo A vs. Modelo ótimo – 8 GDL

As variações das rigidezes após aplicada a metodologia RFTO e a localização dos amortecedores após aplicada a metodologia LOA podem ser observadas na Figura A 41 e Figura A 42 respectivamente.

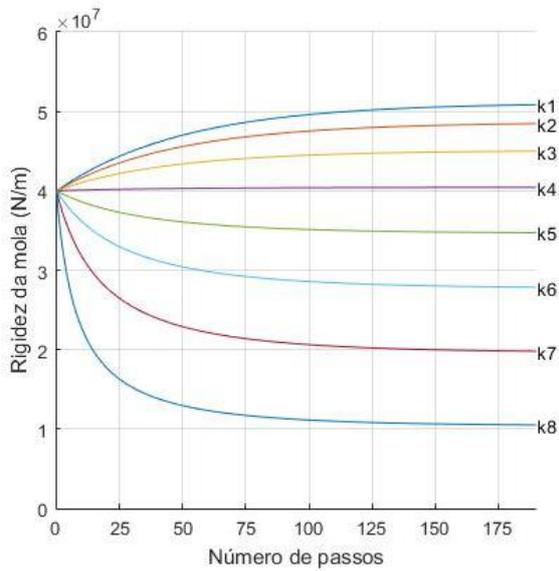


Figura A 41: Variação das rigidezes –
Modelo A (8 DOF)

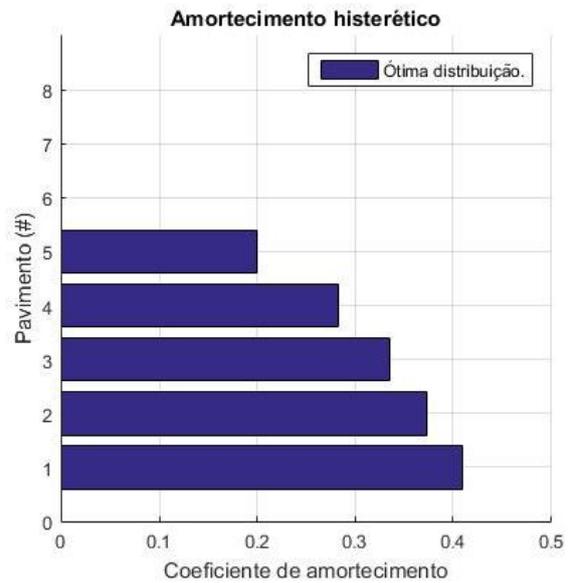


Figura A 42: Localização ótima do
amortecedor – Modelo ótimo (8 DOF)

NOVE GRAUS DE LIBERDADE

Os resultados serão apresentados através de figuras para um sistema de 9 GDL com amortecedores do tipo histerético, aplicado as metodologias RFTO e LOA. No capítulo 4.3.7 do Exemplo 3 deste trabalho, aparecem as tabelas com as propriedades iniciais utilizadas para o cálculo, assim como também os resultados obtidos.

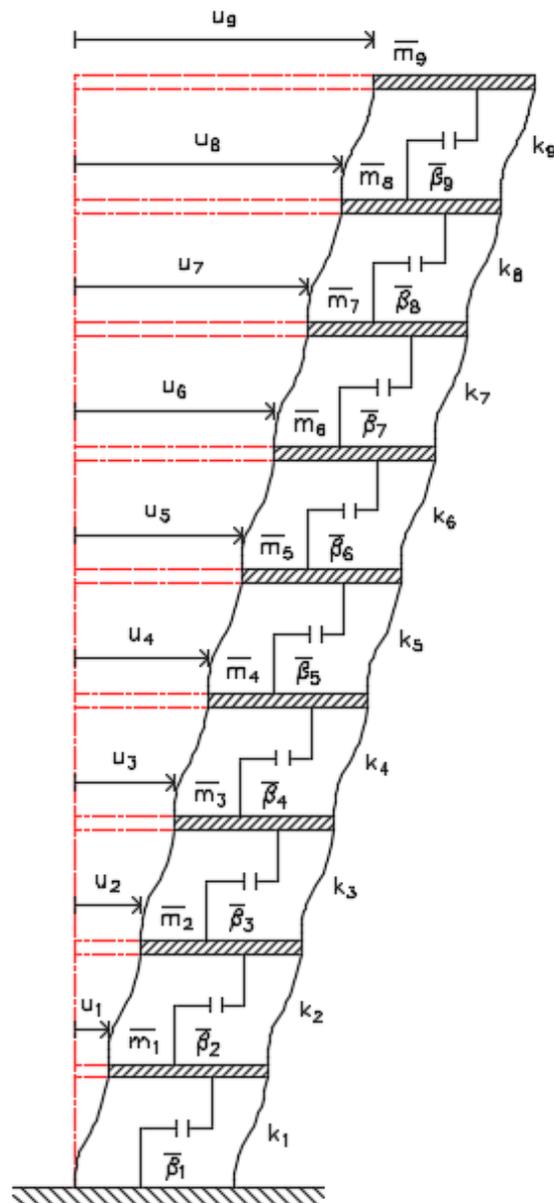
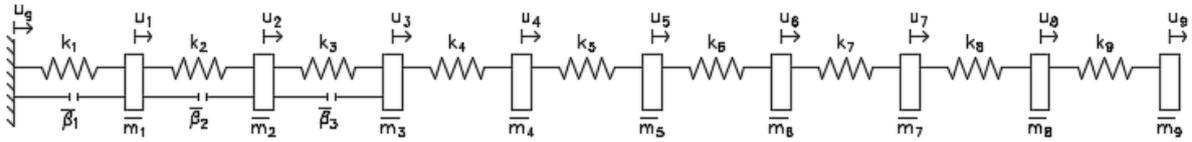
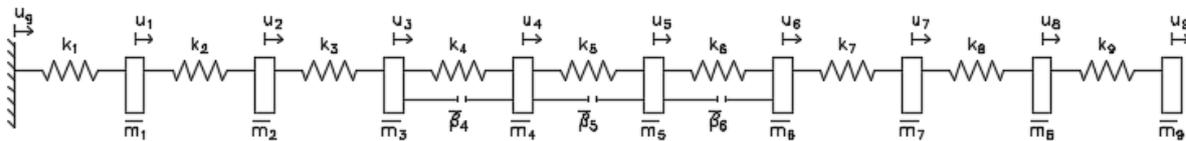


Figura A 43: Esquema - Amortecedor histerético – 9 GDL

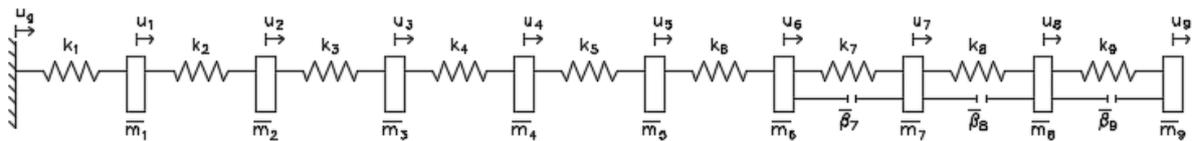
A Figura A 44 apresentam as diferentes tentativas de localização de amortecedores para o sistema de 9 GDL. O Modelo ótimo é calculado usando a metodologia LOA enquanto os demais modelos com a metodologia RFTO.



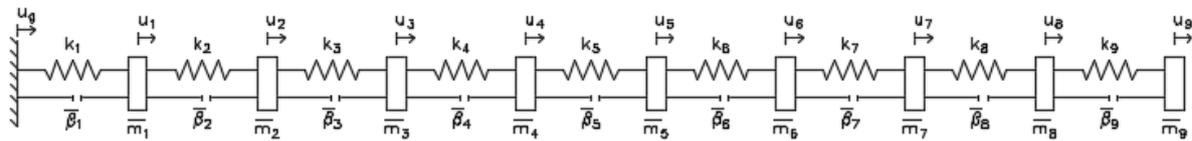
Modelo 123



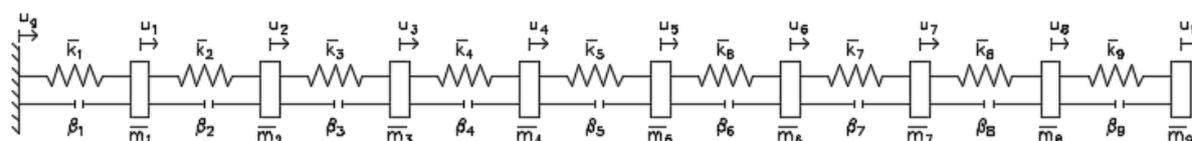
Modelo 456



Modelo 789



Modelo A



Modelo ótimo

Figura A 44: Amortecedor histerético – 9 GDL

A Figura A 45 e Figura A 46 apresentam as amplitudes da função de transferência no estado inicial e final dos modelos avaliados considerando a metodologia RFTO. O Modelo 123 foi o mais eficiente comparados com os outros modelos analisados.

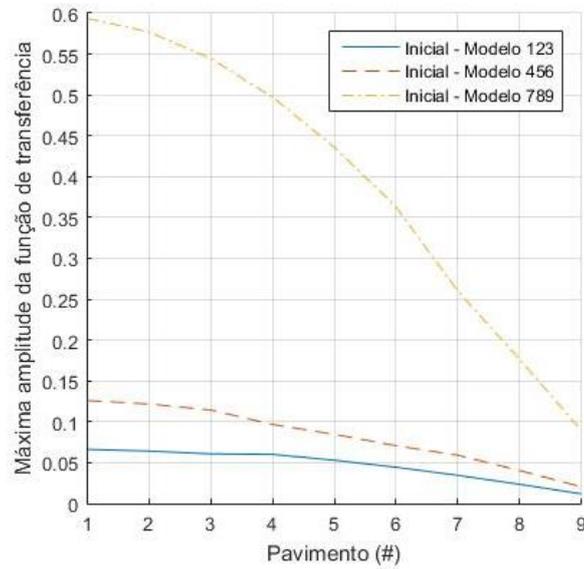


Figura A 45: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 9 GDL

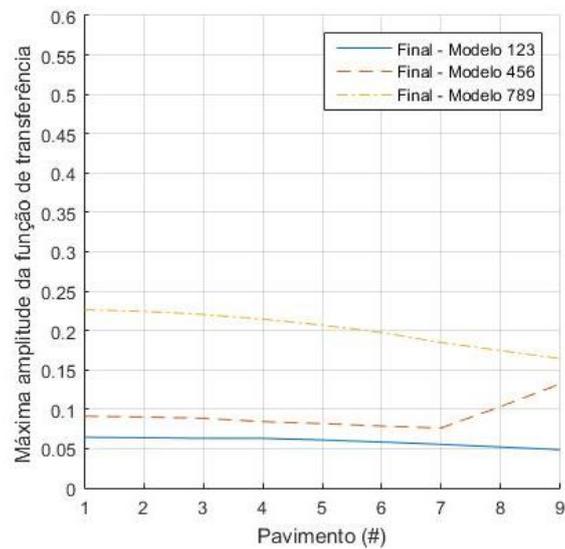


Figura A 46: Máxima amplitude final da função de transferência – 9 GDL

A Figura A 47 permite comparar as duas metodologias avaliadas neste trabalho e concluir que foi mais eficiente o uso da metodologia LOA ao invés da metodologia RFTO.

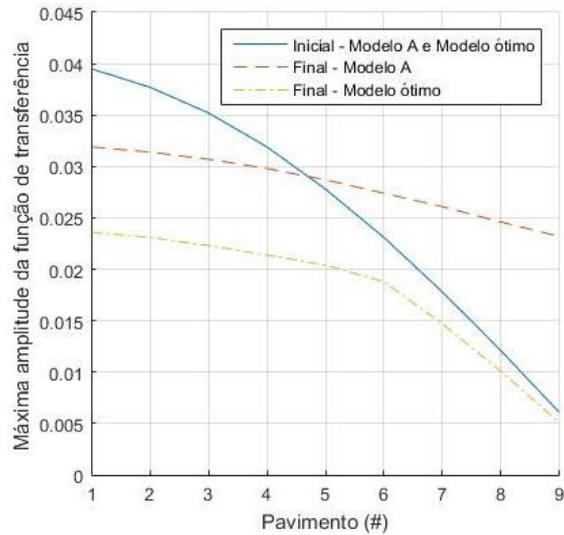


Figura A 47: Máxima amplitude da função de transferência
Modelo A vs. Modelo ótimo – 9 GDL

Na Figura A 48 e Figura A 49 são apresentadas as variações das rigidezes quando é considerada a metodologia RFTO e a localização ótima do amortecedor quando é usada a metodologia LOA respectivamente.

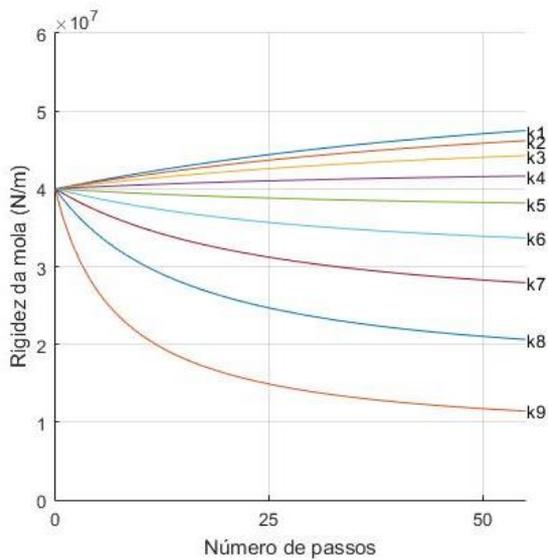


Figura A 48: Variação das rigidezes –
Modelo A (9 DOF)

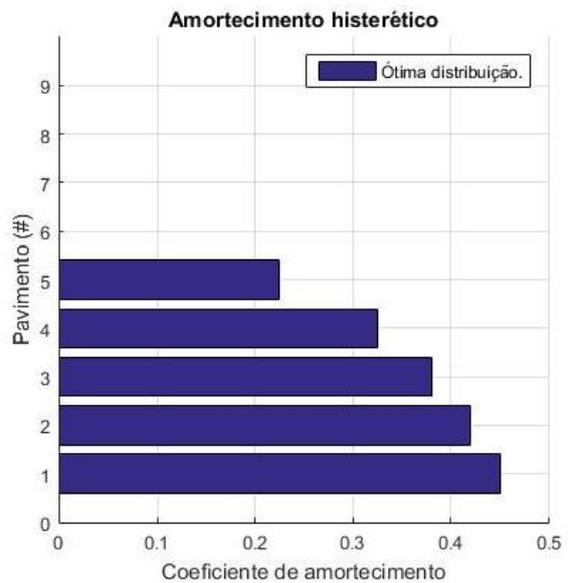


Figura A 49: Localização ótima do
amortecedor – Modelo ótimo (9 DOF)

DEZ GRAUS DE LIBERDADE

Serão aplicadas as metodologias RFTO e LOA num sistema de 10 GDL e através de figuras são mostrados os resultados. No capítulo 4.3.8 do Exemplo 3 de este documento, são apresentadas as tabelas com as propriedades iniciais utilizadas para o cálculo e também os resultados obtidos.

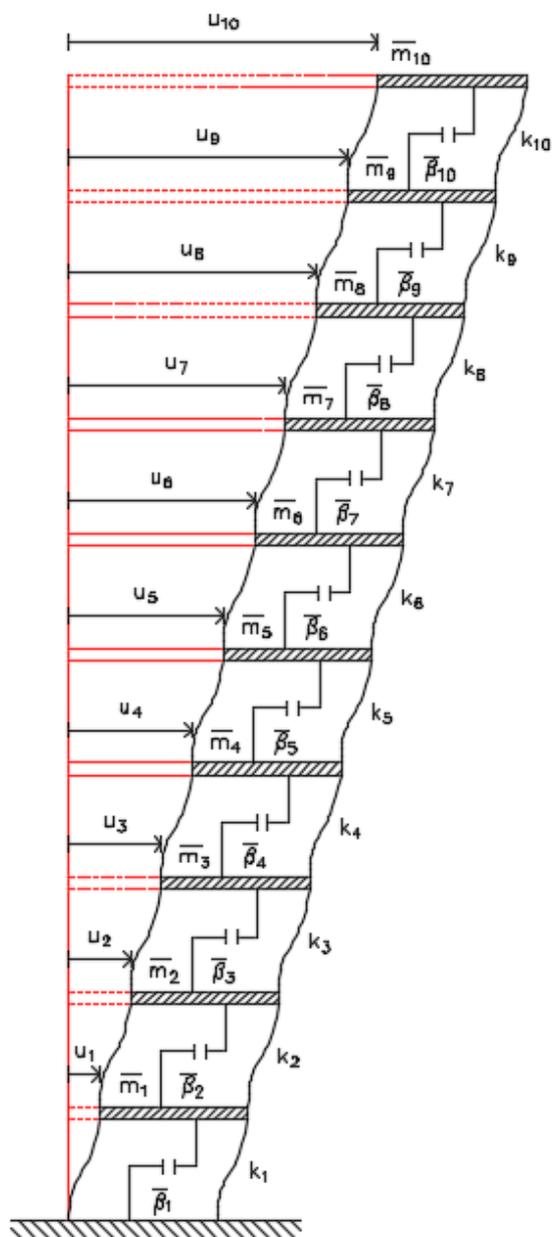
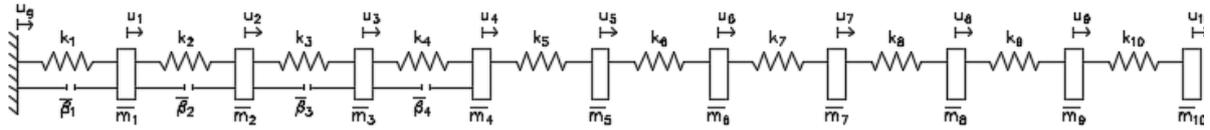
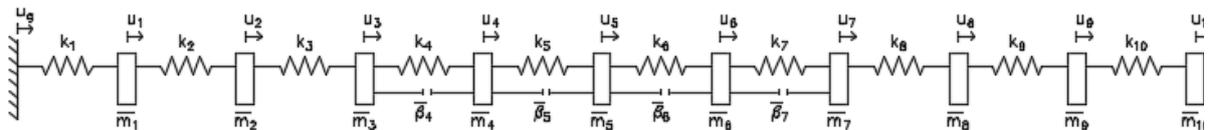


Figura A 50: Esquema - Amortecedor histerético – 10 GDL

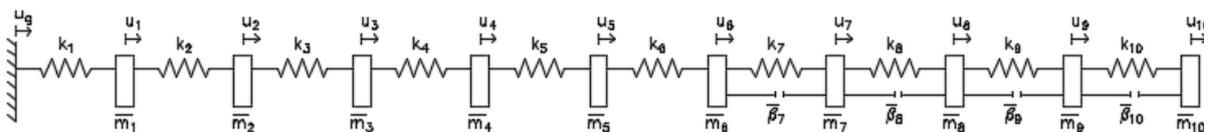
Os modelos que serão analisados para um sistema de 10 GDL são apresentados na Figura A 51. A metodologia LOA será aplicada ao Modelo ótimo enquanto os demais modelos considerando a metodologia RFTO.



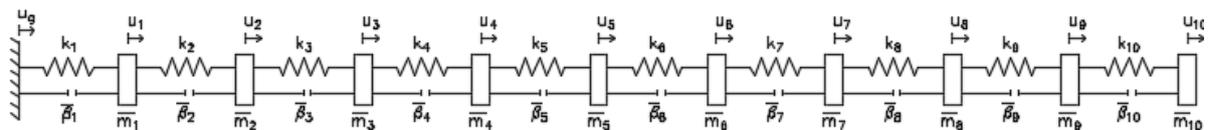
Modelo 1234



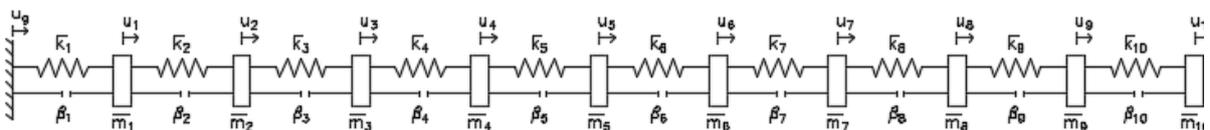
Modelo 4567



Modelo 78910



Modelo A



Modelo ótimo

Figura A 51: Amortecedor histerético – 10 GDL

As amplitudes da função de transferência no estado inicial são apresentadas na Figura A 52 e as amplitudes da função de transferência no estado final são apresentadas na Figura A 53. Pode-se observar que o Modelo 1234 é mais eficiente comparados com os outros modelos.

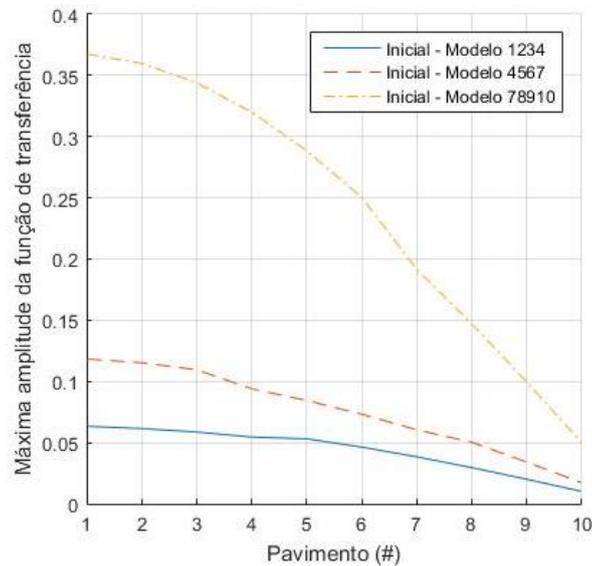


Figura A 52: Máxima amplitude inicial da função de transferência – 9 GDL

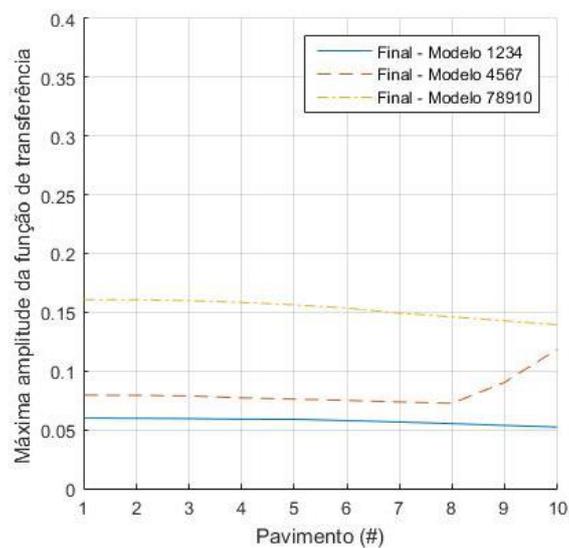


Figura A 53: Máxima amplitude final da função de transferência – 9 GDL

A Figura A 54 permite comparar e concluir qual das duas metodologias avaliadas neste trabalho é mais eficiente. Observando o comportamento das amplitudes, é possível concluir que a metodologia LOA é mais eficiente.

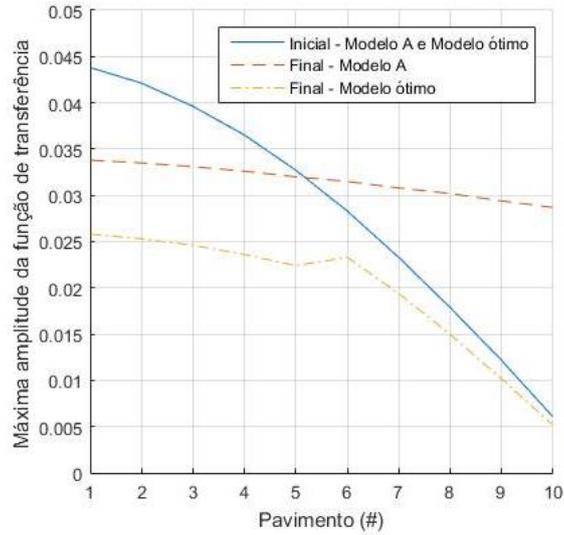


Figura A 54: Máxima amplitude da função de transferência
Modelo A vs. Modelo ótimo – 9 GDL

Os resultados são apresentados na Figura A 55 e Figura A 56. As variações das rigidezes quando é aplicada a metodologia RFTO e a localização ótima do amortecedor quando é aplicada a metodologia LOA.

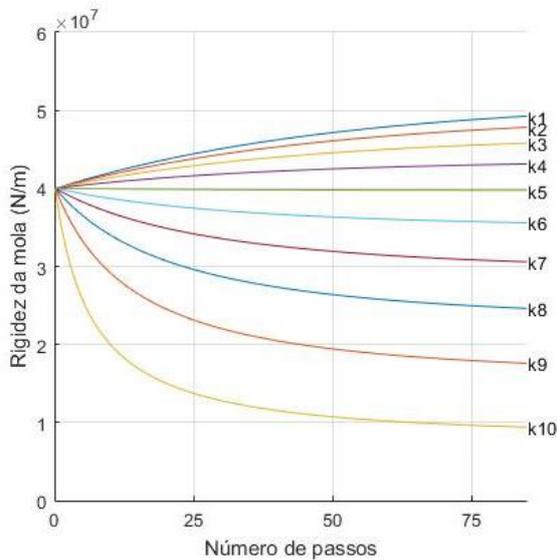


Figura A 55: Variação das rigidezes –
Modelo A (9 DOF)

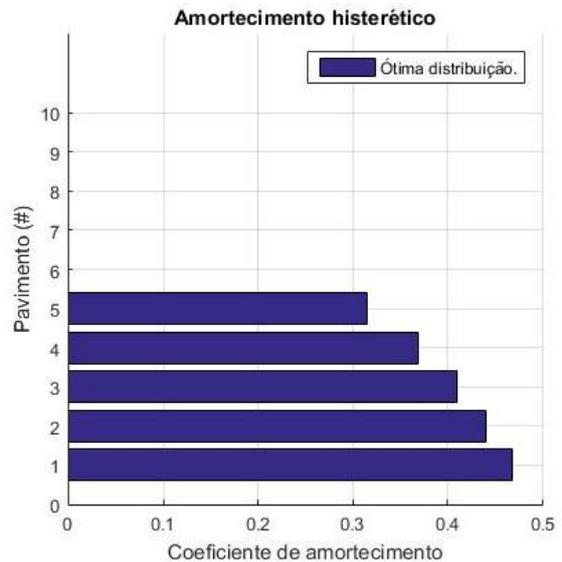


Figura A 56: Localização ótima do
amortecedor – Modelo ótimo (9 DOF)

APÊNDICE B

CÓDIGO DA METODOLOGIA RFTO

Será apresentado o algoritmo feito no *software* Matlab para avaliar a metodologia REPROJETO PARA A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA OBJETIVO (RFTO) e que foi considerado num edifício do tipo *shear building* com amortecedores histerético. Também serão comentadas as linhas onde são aplicadas as equações apresentadas no Capítulo 3.2 para orientar ao leitor sobre o ensemble do procedimento de cálculo.

```
clc
clear all
close all
format long
tic

%% 3.2 REPROJETO PARA A FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA OBJETIVO (RFTO)

%% Dados de entrada

s=6;          % Número de pavimentos
N=50;        % Eixo "x" na figura da amplitude da função de
transferência
N1=500;      % Número de iterações
NN=75;       % Número de passos

% Dados de Massas
m1=0.8E5; m2=0.8E5; m3=0.8E5; m4=0.8E5; m5=0.8E5; m6=0.8E5;
m7=0.8E5; m8=0.8E5; m9=0.8E5; m10=0.8E5; % Massa por pavimento [kg]
m=[m1; m2; m3; m4; m5; m6; m7; m8; m9; m10]; % Vetor de massas
global
m=m(1:s,1); % Vetor de massas do edifício avaliado
M =diag(m); % Vetor diagonal de massas

% Dados de coeficiente de amortecimento
B1=0.2; B2=0.2; B3=0.2; B4=0.2; B5=0.2; B6=0.2; B7=0.2;
B8=0.2; B9=0.2; B10=0.2; % Coeficiente de amortecimento histerético
B = [B1; B2; B3; B4; B5; B6; B7; B8; B9; B10]; % Vetor de
coeficiente de amortecimento histerético
B=B(1:s,1); % Vector de coeficientes de amortecimento do edifício
avaliado

% Dados da rigidez da mola
k1=4E7; k2=4E7; k3=4E7; k4=4E7; k5=4E7; k6=4E7; k7=4E7;
k8=4E7; k9=4E7; k10=4E7; % Rigidez da mola [N/m]
k=[k1; k2; k3; k4; k5; k6; k7; k8; k9; k10]; % Vetor de rigidez
k=k(1:s,1); % Vetor de rigidez do edifício avaliado

% Criação da matriz de rigidez e amortecimento
K = zeros(s,s);
B_i = zeros(s,s);
for e=1:s-1
```

```

    if e==1;
        K_e=k(e,1)*[1 0; 0 0]+k(e+1,1)*[1 -1; -1 1];
        B_e=B(e,1)*k(e,1)*[1 0; 0 0]+B(e+1,1)*k(e+1,1)*[1 -1; -1
1];
    else
        K_e=k(e+1,1)*[1 -1; -1 1];
        B_e=B(e+1,1)*k(e+1,1)*[1 -1; -1 1];
    end

    g_e=[e e+1];
    DeltaK_e=zeros(s,s);
    DeltaK_e(g_e,g_e)=K_e;
    K=K+DeltaK_e;

    DeltaB_e = zeros(s,s);
    DeltaB_e(g_e,g_e) = B_e;
    B_i = B_i+DeltaB_e;
end

(eigv,omega)=eig(K,M);           % Autovetores (eigv) e Autovalores
(omega)
oi = min(omega(omega~=0));       % Menor Autovalor

% Cálculo do Valor inicial da relação da função de transferência (ver eq.
3.22)
ai=zeros(s-1,1);
alfa=zeros(s-1,1);
for e=1:s-1;
    eval(sprintf('ai%d=(eigv(e+1,1)-eigv(e,1))/eigv(1,1);',e));
    eval(sprintf('a_i=ai%d;',e));
    eval(sprintf('alfa0%d=(1-a_i)/N;',e));
    eval(sprintf('alfa_e=alfa0%d;',e));

    Delta_ai = zeros(s-1,1);
    Delta_ai(e,1) = a_i;
    ai = ai+Delta_ai;

    Delta_alfa = zeros(s-1,1);
    Delta_alfa(e,1) = alfa_e;
    alfa = alfa+Delta_alfa;
end

% Calculo da Matriz de transformação da deformação-deslocamento (Ver eq.
3.10)
% Calculo de la derivada parcial de la matriz de rigidez K,j (Ver eq. 3.21)
T=zeros(s,s);
KV=zeros(s,s);
k_v = zeros(s,s^2);
for e=1:s;

    if e==1;
        T_v = [1 0; 0 0]+[0 0; 0 0];
        K_v = [1 0; 0 0];
        g_e = [e e+1];
    else
        T_v = [0 0; -1 1];
        K_v = [1 -1; -1 1];
        g_e = [e-1 e];
    end
end

```

```

DeltaT_v = zeros(s,s);
DeltaT_v(g_e,g_e) = T_v;
T = T+DeltaT_v;

DeltaK_v = zeros(s,s);
DeltaK_v(g_e,g_e) = K_v;
KV = zeros(s,s)+DeltaK_v;

Deltak_e = zeros(s,s^2);
Deltak_e(1:s,e*s-s+1:e*s) = KV;
k_v = k_v+Deltak_e;
end

%% Cálculo da distribuição das rigidezes

cn1=1; % Contador
for j = linspace(0,N,NN)

    if j==0
        kr1=K;
        Bh=B_i;
        am=k(1:s,1);
    else
        km = zeros(s,s);
        Bh = zeros(s,s);
        for e=1:s-1
            if e==1;
                ke = am(e,1)*[1 0; 0 0]+am(e+1,1)*[1 -1; -1 1];
                B_e=B(e,1)*am(e,1)*[1 0; 0 0]+B(e+1,1)*am(e+1,1)*[1
-1; -1 1];
            else
                ke = am(e+1,1)*[1 -1; -1 1];
                B_e=B(e+1,1)*am(e+1,1)*[1 -1; -1 1];
            end
            g_e = [e e+1];
            Delta_ke = zeros(s,s);
            Delta_ke(g_e,g_e) = ke;
            km = km+Delta_ke; % Primeiro termo da eq. 3.2
atualizado com cada iteração

            DeltaB_e = zeros(s,s);
            DeltaB_e(g_e,g_e) = B_e;
            Bh = Bh+DeltaB_e; % Segundo termo da eq. 3.2
atualizado com cada iteração
        end
        kr1=km; % Matriz de rigidez atualizada em cada iteração
    end

    [eigv,omega]=eig(kr1,M);

% Cálculo da frequência circular usada na Eq. 3.2
o_e=zeros(s,1);
for e=1:s
    eval(sprintf('oie%d=omega(e,e);',e));
    eval(sprintf('oi_i=oi_e%d;',e));
    if o_i<0;
        o_i=1e10;
    end
end

```

```

        Deltao_e = zeros(s,1);
        Deltao_e(e,1) = o_i;
        o_e = o_e+Deltao_e;
    end

    [oi pos]=min(o_e(:,1));
    w1=sqrt(oi); % Frequência circular usada na Eq. 3.2

% Cálculo do menor autovetor V (Ver Eqs. 3.19, 3.20 e 3.21)
    u=zeros(s,1);
    for e=1:s
        eval(sprintf('u%d=eigv(e,pos);',e));
        eval(sprintf('ui=u%d;',e));
        Delta_u = zeros(s,1);
        Delta_u(e,1) = ui;
        u = u+Delta_u;
    end

% Cálculo das matrizes "A" derivadas parcialmente (ver Eq. 3.8)
    A_e = zeros(s,s^2);
    for e=1:s
        eval(sprintf('w1%d=transpose(u)*k_v(1:s,e*s-
s+1:e*s)*u/(2*w1);',e)); % Eq. 3.21
        eval(sprintf('wli=w1%d;',e));

        eval(sprintf('A%d=k_v(1:s,e*s-s+1:e*s)+2.*i.*k_v(1:s,e*s-
s+1:e*s).* repmat(B(e,1),s,s)-wli*(2*w1)*M;',e));
        eval(sprintf('A_i=A%d;',e));
        DeltaA_e = zeros(s,s^2);
        DeltaA_e(1:s,e*s-s+1:e*s) = A_i;
        A_e = A_e+DeltaA_e;
    end

    A = kr1+2.*i.*Bh-w1.^2.*M; % Ver Eq. 3.6
    Uc = inv(A)*-m; % Ver Eq. 3.5

% Cálculo das transformadas de Fourier dos deslocamentos nodais (Eq. 3.3)
    cn=1;
    for e=1:s;
        if e==1;
            eval(sprintf('dc%d=Uc(e,1);',e));
            eval(sprintf('d(cn)=dc%d;',e));
        else
            eval(sprintf('dc%d=Uc(e,1)-Uc(e-1,1);',e));
            eval(sprintf('d(cn)=dc%d;',e));
        end
        cn=cn+1;
    end
    dc=transpose(d);

% Calculo da sensibilidade de primeira ordem do valor complexo (Eq. 3.10)
    dciij=zeros(s,s);
    for e=1:s
        eval(sprintf('dc12%d=-T*inv(A)*A_e(1:s,e*s-
s+1:e*s)*inv(T)*dc;',e)); % Eq. 3.10
        eval(sprintf('dc12=dc12%d;',e));
        Delta_dciij = zeros(s,s);
        Delta_dciij(1:s,e) = dc12;
    end

```

```

        dcij = dcij+Delta_dcij;
    end

% Cálculo dos valores absolutos da sensibilidade de primeira ordem (Eq.
3.14)
    adci=zeros(s,s);
    sadci=zeros(1,s);
    for e=1:s
        adcij=zeros(s,1);
        sadcij=0;
        for f=1:s
            eval(sprintf('adc%d=
(1/abs(dc(f,1)))*(real(dc(f,1))*real(dcij(f,e))+imag(dc(f,1))*imag(dcij(f,e)
));', f)); % Eq. 3.14
            eval(sprintf('adc=adc%d;', f));
            Delta_adci = zeros(s,1);
            Delta_adci(f,1) = adc;
            adcij = adcij+Delta_adci;
            sadcij=sadcij+adc;
        end

        Delta_adci = zeros(s,s);
        Delta_adci(1:s,e) = adcij;
        adci = adci+Delta_adci;

        Delta_sadcij = zeros(1,s);
        Delta_sadcij(1,e) = sadcij;
        sadci = sadci+Delta_sadcij;
    end

% Cálculo da Razão entre dois deslocamentos nodais relativos (Eq. 3.15)
    ak=zeros(s-1,1);
    for e=1:s-1
        eval(sprintf('ak%d=abs(dc(e+1,1))/abs(dc(1,1));', e));
        eval(sprintf('ak_e=ak%d;', e));
        Delta_ak = zeros(s-1,1);
        Delta_ak(e,1) = ak_e;
        ak = ak+Delta_ak;
    end
    ak;

% Cálculo do lado direito da eq. 3.18
    if j==0;
        d_alfa=zeros(s,1);
        for e=1:s;
            if e==1;
                da=0;
            else
                eval(sprintf('da%d=abs(dc(1,1))*alfa(e-1,1);', e));
                eval(sprintf('da=da%d;', e));
            end
            Deltad_alfa = zeros(s,1);
            Deltad_alfa(e,1) = da;
            d_alfa = d_alfa+Deltad_alfa;
        end
    else
        d_alfa=zeros(s,1);
        for e=1:s;
            if e==1;

```

```

        da=0;
    else
        eval(sprintf('da%d=abs(dc(1,1))*(1-ak(e-
1,1))/N;',e));
        eval(sprintf('da=da%d;',e));
    end
    Deltad_alfa = zeros(s,1);
    Deltad_alfa(e,1) = da;
    d_alfa = d_alfa+Deltad_alfa;
end
end

% Cálculo do lado esquerdo da eq. 3.18
G=zeros(s,s);
for e=1:s
    G_e=zeros(s,1);
    for f=1:s
        if f==1;
            g_e=transpose(u)*k_v(1:s,e*s-s+1:e*s)*u;
        elseif f>1;
            eval(sprintf('G%d=adci(f,e)-adci(1,e)*ak(f-
1,1);',f));
            eval(sprintf('g_e=G%d;',f));
        end
        DeltaG_e = zeros(s,1);
        DeltaG_e(f,1) = g_e;
        G_e = G_e+DeltaG_e;
    end

    Delta_G = zeros(s,s);
    Delta_G(1:s,e) = G_e;
    G = G+Delta_G;
end

dk = inv(G)*d_alfa;    % Cálculo das novas rigidezes, eq. 3.18

am_i=zeros(s,1);
for e=1:s
    eval(sprintf('am%d=am(e,1)+dk(e,1);',e));
    eval(sprintf('dk_e=am%d;',e));

    if j==0;
        eval(sprintf('DK%d(cn1)= k(e,1);',e));
        eval(sprintf('DK%d(cn1+1)= dk_e;',e));
    else
        eval(sprintf('DK%d(cn1+1)= dk_e;',e));
    end
    Delta_am_i = zeros(s,1);
    Delta_am_i(e,1) = dk_e;
    am_i = am_i+Delta_am_i;
end
am=am_i;

cn1=cn1+1;

if j==0;
    cont1(cn1)=0;
    cont1(cn1)=cn1-1;
else

```

```

        cont1(cn1)=cn1-1;
    end

end

%% Cálculo das amplitudes da função de transferência inicial e final

cn=1;    % Contador
for w1= linspace(0,N,N1)

    Uv_i=inv(K+2.*i.*B_i-w1.^2.*M)*-m; % Eq. 3.5, todas as
rigidezes iguais
    Uv_f=inv(kr1+2.*i.*Bh-w1.^2.*M)*-m; % Eq. 3.5, rigidezes
calculadas

    for e=1:s;
        if e==1;
            eval(sprintf('d%d(cn)= Uv_i(e,1);',e));
            eval(sprintf('dt%d(cn)= Uv_f(e,1);', e));
        else
            eval(sprintf('d%d(cn)= Uv_i(e,1)-Uv_i(e-1,1);',e));
            eval(sprintf('dt%d(cn)= Uv_f(e,1)-Uv_f(e-1,1);', e));
        end
    end
    w(cn)=w1;
    wt(cn)=w1;
    cn=cn+1;
end

% Cálculo da flexibilidade global
SomaAmp_ID=0;
SomaAmp_OD=0;
for e=1:s
    eval(sprintf('MaxAmp_ID=d%d;',e)); % Flexibilidade inicial
    delta_ID=max(abs(MaxAmp_ID));
    SomaAmp_ID=SomaAmp_ID+delta_ID;

    eval(sprintf('MaxAmp_OD=dt%d;',e)); % Flexibilidade final
    delta_OD=max(abs(MaxAmp_OD));
    SomaAmp_OD=SomaAmp_OD+delta_OD;
end

%% Gráficos

for e=1:s;
    figure
    hold on
    eval(sprintf('d=d%d;', e));
    eval(sprintf('dt=dt%d;', e));
    plot(w,abs(d), '-');
    plot(wt,abs(dt), '-.');
    legend('Projeto inicial','Projeto objetivo');
    xlabel('Frequência circular (rad/s)'); ylabel('Amplitude da
função de transferência');grid, title(['Amortecimento histerético -
Pavimento ',num2str(e)]),
    axis([0 50 0 0.4]); % Intervalo que deve ser modificado a cada
novo modelo avaliado
    axis square
end

```

```

        d_i=d(1,1:0.25*N1);      % Restrição para que as leituras das
amplitudes sejam para a primeira frequência
        d_f=dt(1,1:0.25*N1);    % Restrição para que as leituras das
amplitudes sejam para a primeira frequência
        eval(sprintf('MAI_%d=max(abs(d_i))',e));
        eval(sprintf('MAF_%d=max(abs(d_f))',e));
        hold off
    end

% Gráfico da distribuição das rigidezes
figure
hold on
for e=1:s
    eval(sprintf('d=DK%d;', e));
    plot(cont1, (d'));
    text(NN,d(1,NN), ['k', num2str(e)]);
end
xlabel('Número de passos'); ylabel('Rigidez da mola (N/m)'); grid
on

axis([0 NN 0 6E7]);
set(gca, 'xtick', [0:25:NN]);
axis square
hold off

%% RESULTADOS
format long
Dt=am;
SomaAmp_ID
SomaAmp_OD
elapsed_time = toc; % Mede o tempo do código

```

APÊNDICE C

CÓDIGO DA METODOLOGIA LOA

A seguir é apresentado o código feito no *software* Matlab para avaliar a metodologia LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DO AMORTECEDOR (LOA) num edifício do tipo *shear building* com amortecedores histerético. Além disso, serão comentadas as linhas onde são aplicadas as equações apresentadas no Capítulo 3.3.

```
clc
clear all
close all
format long
tic

%% 3.3 LOCALIZAÇÃO ÓTIMA DO AMORTECEDOR (LOA)

%% Dados

s=6;          % Número de pavimentos
N=50;        % Eixo "x" na figura da amplitude da função de transferência
N1=500;      % Número de iterações
NN=75;       % Número de passos

% Dados de Massas
m1=0.8E5; m2=0.8E5; m3=0.8E5; m4=0.8E5; m5=0.8E5;
m6=0.8E5; m7=0.8E5; m8=0.8E5; m9=0.8E5; m10=0.8E5; % Massa por
pavimento [kg]
m=[m1; m2; m3; m4; m5; m6; m7; m8; m9; m10]; % Vetor de
massas global
m=m(1:s,1); % Vetor de massas do edifício avaliado
M =diag(m); % Vetor diagonal de massas

% Dados de coeficiente de amortecimento
B1=0.2; B2=0.2; B3=0.2; B4=0.2; B5=0.2; B6=0.2; B7=0.2;
B8=0.2; B9=0.2; B10=0.2; % Coeficiente de amortecimento histerético
B = [B1; B2; B3; B4; B5; B6; B7; B8; B9; B10]; % Vetor de
coeficiente de amortecimento histerético
B=B(1:s,1); % Vetor de coeficientes de amortecimento do
edifício avaliado

% Dados da rigidez da mola
k1=4E7; k2=4E7; k3=4E7; k4=4E7; k5=4E7; k6=4E7; k7=4E7;
k8=4E7; k9=4E7; k10=4E7; % Rigidez da mola [N/m]
k=[k1; k2; k3; k4; k5; k6; k7; k8; k9; k10]; % Vetor de
rigidez
k=k(1:s,1); % Vetor de rigidez do edifício avaliado

% Criação da matriz de rigidez e amortecimento
K = zeros(s,s);
B_i = zeros(s,s);
for e=1:s-1
    if e==1;
```

```

        K_e=k(e,1)*[1 0; 0 0]+k(e+1,1)*[1 -1; -1 1];
        B_e=B(e,1)*k(e,1)*[1 0; 0 0]+B(e+1,1)*k(e+1,1)*[1 -1; -1 1];
    else
        K_e=k(e+1,1)*[1 -1; -1 1];
        B_e=B(e+1,1)*k(e+1,1)*[1 -1; -1 1];
    end

    g_e=[e e+1];
    DeltaK_e=zeros(s,s);
    DeltaK_e(g_e,g_e)=K_e;
    K=K+DeltaK_e;

    DeltaB_e = zeros(s,s);
    DeltaB_e(g_e,g_e) = B_e;
    B_i = B_i+DeltaB_e;
end

[eigv,omega]=eig(K,M);           % Autovetores (eigv) e Autovalores
(omega)
oi = min(omega(omega~=0));       % Menor Autovalor

% Calculo da Matriz de transformação da deformação-deslocamento "T"
(Ver eq. 3.10)
% Calculo da derivada parcial da matriz de amortecimento B,j (Ver eq.
3.33)
% Cálculo da matriz "A" (ver eq. 3.33)
w1=sqrt(oi);
T=zeros(s,s);
CV=zeros(s,s);
A_e = zeros(s,s^2);
for e=1:s;
    eval(sprintf('cn%d= 1;',e)); % Contador
    eval(sprintf('cnt%d=1;',e));
    eval(sprintf('am%d=B(e,1);',e));

    if e==1;
        T_v = [1 0; 0 0]+[0 0; 0 0];
        C_v = k(e,1)*[1 0; 0 0];
        g_e = [e e+1];
    else
        T_v = [0 0; -1 1];
        C_v = k(e,1)*[1 -1; -1 1];
        g_e = [e-1 e];
    end
    DeltaT_v = zeros(s,s);
    DeltaT_v(g_e,g_e) = T_v;
    T = T+DeltaT_v;

    DeltaC_v = zeros(s,s);
    DeltaC_v(g_e,g_e) = C_v;
    CV = zeros(s,s)+DeltaC_v;

    eval(sprintf('A%d= 2.*i.*CV;', e));
    eval(sprintf('A_i=A%d;', e))
    DeltaA_e = zeros(s,s^2);
    DeltaA_e(1:s,e*s-s+1:e*s) = A_i;
    A_e = A_e+DeltaA_e;

```

```

end

cn1=1;
r1=0;
n=0;
while r1<1
% Criação da matriz de coeficiente de amortecimentos B+Delta_B (Eq.
3.43)
    if n==0
        Br1=B_i;      % Matriz de coeficientes de amortecimento inicial
        am=B(1:s,1);
    else
        Bm = zeros(s,s);
        for e=1:s-1
            if e==1;
                B_e = am(e,1)*k(e,1)*[1 0; 0 0]+am(e+1,1)*k(e+1,1)*[1 -
1; -1 1];
            else
                B_e = am(e+1,1)*k(e+1,1)*[1 -1; -1 1];
            end
            g_e = [e e+1];
            DeltaB_e = zeros(s,s);
            DeltaB_e(g_e,g_e) = B_e;
            Bm = Bm+DeltaB_e;
        end
        Br1=Bm;      % Matriz de coeficientes de amortecimento
atualizada em cada iteração
    end

    A = K+2.*i.*Br1-w1.^2.*M;
    Uc=inv(A)*-m;

% Cálculo das transformadas de Fourier dos deslocamentos nodais (Eq.
3.3)
cn=1;
for e=1:s;
    if e==1;
        eval(sprintf('dc%d=Uc(e,1);',e));
        eval(sprintf('d(cn)=dc%d;', e));
    else
        eval(sprintf('dc%d=Uc(e,1)-Uc(e-1,1);',e));
        eval(sprintf('d(cn)=dc%d;', e));
    end
    cn=cn+1;
end
dc=transpose(d);

% Calculo da sensibilidade de primeira ordem do valor complexo (Eq.
3.10)
dcij=zeros(s,s);
for e=1:s
    eval(sprintf('dc12%d=-T*inv(A)*A_e(1:s,e*s-
s+1:e*s)*inv(T)*dc;', e));
    eval(sprintf('dc12=dc12%d;', e));
    Delta_dcij = zeros(s,s);
    Delta_dcij(1:s,e) = dc12;
    dcij = dcij+Delta_dcij;
end

```

```

% Calculo da sensibilidade de primeira ordem do valor complexo (Eq.
3.39)
adci=zeros(s,s);
sadci=zeros(1,s);
for e=1:s
    adcij=zeros(s,1);
    sadcij=0;
    for f=1:s
        eval(sprintf('adc%d=
(1/abs(dc(f,1)))*(real(dc(f,1))*real(dcij(f,e))+imag(dc(f,1))*imag(dcij(f,e)
));', f)); % Eq. 3.39
        eval(sprintf('adc=adc%d;', f));
        Delta_adci = zeros(s,1);
        Delta_adci(f,1) = adc;
        adcij = adcij+Delta_adci;
        sadcij=sadcij+adc;
    end

    Delta_adci = zeros(s,s);
    Delta_adci(1:s,e) = adcij;
    adci = adci+Delta_adci;

    Delta_sadcij = zeros(1,s);
    Delta_sadcij(1,e) = sadcij;
    sadci = sadci+Delta_sadcij;
end

% Cálculo dos componentes do lado esquerdo da eq. 3.43
dB=zeros(s,s);
for e=1:s
    dB_e=zeros(1,s);
    for f=1:s
        eval(sprintf('dci%djk= T*inv(A)*A_e(1:s,f*s-
s+1:f*s)*inv(A)*A_e(1:s,e*s-s+1:e*s)*inv(T)*dc-T*inv(A)*A_e(1:s,e*s-
s+1:e*s)*inv(T)*dcij(1:s,f);', f));
        eval(sprintf('dcljkd=dci%djk;', f));

        dBicj=0;
        for g=1:s

eval(sprintf('adc%dll=(1/abs(dc(g,1))^2)*(abs(dc(g,1))*(real(dcij(g,f))*rea
l(dcij(g,e))+real(dc(g,1))*real(dcljkd(g,1))+imag(dcij(g,f))*imag(dcij(g,e)
)+imag(dc(g,1))*imag(dcljkd(g,1)))-
adci(g,f)*(real(dc(g,1))*real(dcij(g,e))+imag(dc(g,1))*imag(dcij(g,e)))));',
g));

        eval(sprintf('dBicj=dBicj+adc%dll;', g));
        end
        Delta_dB_e = zeros(1,s);
        Delta_dB_e(1,f) = dBicj;
        dB_e = dB_e+Delta_dB_e;
    end

    Delta_dB = zeros(s,s);
    Delta_dB(e,1:s) = dB_e;
    dB = dB+Delta_dB;
end

```

```

% Restrição para quando alguns dos amortecimentos é negativo
c_e=0;
for e=1:s
    eval(sprintf('am_e= am(e,1);',e));
    if am_e>0;
        am_e=1;
    else
        am_e=0;
    end
    c_e=c_e+am_e;
end
c_e;

% Cálculo da Relação das somatórias dos valores absoluto do valor
complexo (Eq. 3.31)
r=zeros(c_e,1);
for e=1:c_e
    if e<c_e;
        eval(sprintf('r%d= sadci(1,e+1)/sadci(1,1);',e));
        eval(sprintf('r_e=r%d;',e));
    elseif e==c_e;
        r_e=1;
    end
    Delta_r = zeros(c_e,1);
    Delta_r(e,1) = r_e;
    r = r+Delta_r;
end
r;
r1=r(1,1);

if n==0;
    dr=(ones(c_e,1)-r)/NN; % Incremento Linear
    dr_i=dr/NN;
end

% Cálculo dos componentes do lado esquerdo da Eq. 3.43
G=zeros(c_e,c_e);
for e=1:c_e
    G_e=zeros(c_e,1);
    for f=1:c_e
        if f<c_e;
            eval(sprintf('G%d= (1/sadci(1,1))*(dB(f+1,e)-
dB(1,e)*r(f,1));',f));
            eval(sprintf('g_e=G%d;',f));
        elseif f==c_e;
            g_e=1;
        end
        DeltaG_e = zeros(c_e,1);
        DeltaG_e(f,1) = g_e;
        G_e = G_e+DeltaG_e;
    end
    Delta_G = zeros(c_e,c_e);
    Delta_G(1:c_e,e) = G_e;
    G = G+Delta_G;
end

% Incrementos lineares do amortecimento (Eq. 3.43)
odc=inv(G)*dr;
dr=dr+dr_i;

```

```

% Restrição (Ver Figura 3.6)
am_i=zeros(s,1);
for e=1:s
    if e<=c_e;
        ami=am(e,1)+odc(e,1);
    else e>c_e;
        ami=0;
    end
    Delta_am_i = zeros(s,1);
    Delta_am_i(e,1) = ami;
    am_i = am_i+Delta_am_i;
end
am=am_i;

am_ver=am(c_e,1);
if am_ver<0;

    r_am= am_ver/(c_e-1);

    ami=zeros(s,1);
    for e=1:s;
        if e<c_e
            eval(sprintf('a%d= am(e,1)+r_am;',e));
            eval(sprintf('a_e=a%d;',e));
            dr=(ones(c_e,1)-r)/NN;
        elseif e>=c_e
            a_e=0;
        end

        Delta_ami = zeros(s,1);
        Delta_ami(e,1) = a_e;
        ami = ami+Delta_ami;
    end
    am=ami;

    r=zeros(c_e-1,1);
    for e=1:c_e-1
        if e<c_e-1;
            eval(sprintf('r%d= sadci(1,e+1)/sadci(1,1);',e));
            eval(sprintf('r_e=r%d;',e));
        elseif e>=c_e-1;
            r_e=1;
        end
        Delta_r = zeros(c_e-1,1);
        Delta_r(e,1) = r_e;
        r = r+Delta_r;
    end
    dr=(ones(c_e-1,1)-r)/NN;
    dr_i=dr/NN;
end

if r1<1
    Dt1=am;
    rt= sadci(1,2:s)/sadci(1,1);
    ver=1;
    Br=Br1;
end
r1;
am;
cn1=cn1+1;

```

```

n=n+1;
end

%% Cálculo das amplitudes da função de transferência inicial e final
c=1; % Contador
for w1= linspace(0,N,N1)
    if ver==1;
        Br1=Br;
    else
        Br1=Br1;
    end
    Uv_i=inv(K+2.*i.*B_i-w1.^2.*M)*-m; % Eq. 3.5, todas os
amortecimentos são iguais
    Uv_f=inv(K+2.*i.*Br1-w1.^2.*M)*-m; % Eq. 3.5, amortecimentos
calculados

    for e=1:s;
        if e==1;
            eval(sprintf('d%d(cn)= Uv_i(e,1);',e));
            eval(sprintf('dt%d(cn)= Uv_f(e,1);', e));
        else
            eval(sprintf('d%d(cn)= Uv_i(e,1)-Uv_i(e-1,1);',e));
            eval(sprintf('dt%d(cn)= Uv_f(e,1)-Uv_f(e-1,1);', e));
        end
    end
    w(cn)=w1;
    wt(cn)=w1;
    cn=cn+1;
end

% Cálculo da flexibilidade global (Eq. 3.25)
SomaAmp_ID=0;
SomaAmp_OD=0;
for e=1:s
    eval(sprintf('MaxAmp_ID=d%d;',e)); % Flexibilidade inicial
    delta_ID=max(abs(MaxAmp_ID));
    SomaAmp_ID=SomaAmp_ID+delta_ID;

    eval(sprintf('MaxAmp_OD=dt%d;',e)); % Flexibilidade final
    delta_OD=max(abs(MaxAmp_OD));
    SomaAmp_OD=SomaAmp_OD+delta_OD;
end

%% Gráficos

for e=1:s;
    figure
    hold on
    eval(sprintf('d=d%d;', e));
    eval(sprintf('dt=dt%d;', e));
    plot(w,abs(d),'-')
    plot(wt,abs(dt),'-.');
    legend('Amplitude inicial','Amplitude ótima');
    xlabel('Frequência circular (rad/s)'); ylabel('Amplitude da função
de transferência');grid, title(['Amortecimento histerético - Pavimento
',num2str(e)]),
    axis([0 50 0 0.04]); % Intervalo que deve ser modificado a cada
novo modelo avaliado

```

```

        axis square
        d_i=d(1,1:0.25*N1);      % Restrição para que as leituras das
amplitudes sejam para a primeira frequência fundamental
        d_f=dt(1,1:0.25*N1);    % Restrição para que as leituras das
amplitudes sejam para a primeira frequência fundamental
        eval(sprintf('MAI_%d=max(abs(d_i))',e));
        eval(sprintf('MAF_%d=max(abs(d_f))',e));
        hold off
    end

    % Gráfico da distribuição dos amortecimentos
    figure
    hold on
    barh(am);
    legend('Ótima distribuição. ');
    xlabel('Coeficiente de amortecimento'); ylabel('Pavimento (#)');grid,
    title('Amortecimento histerético');
    set(gca, 'ytick', [0:1:s]);
    axis square
    hold off

    %% RESULTADOS
    format long
    Dt=am';
    rt;
    SomaAmp_ID;
    SomaAmp_OD;
    elapsed_time = toc; % Mede o tempo do código

```