

### DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

### PROJETO DE UM FILTRO ANALÓGICO GERADOR DE PULSOS PROLATO ESFEROIDAIS PARA USO EM SISTEMAS ULTRA WIDEBAND

LEONARDO CAMARGO NEVES

Brasília, fevereiro de 2013

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA** 

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA Faculdade de Tecnologia

### DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

### PROJETO DE UM FILTRO ANALÓGICO GERADOR DE PULSOS PROLATO ESFEROIDAIS PARA USO EM SISTEMAS ULTRA WIDEBAND

#### LEONARDO CAMARGO NEVES

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre

#### Banca Examinadora

Prof. Sandro A. P. Haddad, FGA/Dep. (Orientador)

Prof. José Camargo da Costa, UnB/Dep. (Examinador Interno)

Prof. Robson Nunes de Lima, UFBA (Examinador Externo)

Prof. Wellington Avelino do Amaral, FGA/Dep. (Suplente)

#### DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família, amigos e professores, por terem de alguma forma, em algum momento, feito parte deste.

Leonardo Camargo Neves

#### AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer aos professores José Camargo e Sandro Haddad pelo auxílio, dedicação, orientação e várias outras importantes lições transmitidas durante o longo tempo de convivência no laboratório, que não serviram apenas para as matérias, mas também para a vida.

Agradeço aos vários outros professores que acrescentaram de alguma forma algum conhecimento em minha vida através de seus valiosos esforços em ensinar.

Aos colegas de laboratório, pela amizade, suporte e entretenimento, e por fazerem do laboratório um lugar agradável de se viver, apesar da falta de noção de dia ou noite, frio ou calor, que o local propicia.

Por último, mas não menos importante, agradeço à família pelo apoio constante e incalculável durante toda essa jornada que se iniciou no momento do meu nascimento e continua até os dias atuais. Também agradeço aos amigos que torceram para meu sucesso, sofreram quando eu tinha dificuldades e que me auxiliaram de várias formas quando necessário. E, é claro, agradeço a Deus, sem o qual nada disso seria possível.

Leonardo Camargo Neves

#### RESUMO

Este trabalho apresenta o projeto de um gerador de pulsos Prolato Esferoidais para uso em sistemas UWB (*Ultra Wideband*). Uma banda larga, maior do que 500 MHz, associada ao baixo consumo de potência e a transmissão de dados baseada em pulsos, fazem do UWB um sistema de comunicação atraente par uso em aplicações que necessitem de altas taxas de transferência de dados, baixo consumo e circuitos simples, como Rede de Sensores Sem Fio (RSSF) e aplicações na área biomédica, por exemplo.

Dentre os vários tipos de pulsos que podem ser implementados para uso em UWB, este trabalho propõe a utilização do Pulso Prolato Esferoidal, ou da sua sigla em inglês, PSWF (*Prolate Spheroidal Wave Funciton*). Pulsos PSWF não possuem uma forma fechada, sendo então utilizados a partir de uma aproximação discreta. Partindo dessa aproximação, serão realizadas aproximações numéricas no domínio do tempo e de Laplace para obtenção de uma função de transferência a ser implementada através de uma representação ótima no Espaço de Estados. Esta representação será então implementada em circuito por meio de um filtro Gm-C.

Utilizando essa aproximação, realizam-se outras aproximações no domínio do tempo que permite obter uma função no domínio do tempo que representa esse tipo de pulso. Essa função é então manipulada no domínio de Laplace e, aplicando-se o método de Padé, usada para se obter uma função de transferência. Representa-se essa função de transferência por meio da representação ortonormal no Espaço de Estados, o qual possui um comportamento próximo do ótimo em termos de faixa dinâmica e esparsidade, além de possuir baixa sensibilidade a variação de valores, em relação às representações convencionais, como as formas canônicas. Utilizando-se células de transcondutância também desenvolvidas nesse trabalho, a representação ortonormal é implementada por meio de um filtro Gm-C. Este filtro é usado em uma proposta de comunicação m-ária, que combina PAM (*Pulse Amplitude Modulation*) com OPM (*Orthogonal Pulse Modulation*), para uso em sistemas UWB.

Idealmente, deseja-se obter um gerador de pulsos que gere pulsos PSWF de primeira e segunda ordens para aplicações na faixa sub-giga, de 500 MHz a 1 GHz. Os pulsos utilizados terão duração de 10 ns. Porém, devido à limitações da tecnologia, o circuito final do filtro apresentou uma resposta em frquência inferior à especificada inicialmente (com duração de 5 µs e banda de 1 MHz - 2 MHz). No

entanto, o filtro obtido foi capaz de gerar pulsos Prolato Esferoidais de primeira e segunda ordens, o que representa uma resposta funcional de todo o sistema, validando assim a metodologia proposta.

#### ABSTRACT

This paper presents the design of a pulse generator prolate spheroidal systems for use in UWB (Ultra Wideband). A large bandwidth, greater than 500 MHz, combined with low power consumption and pulse based data transmission, make UWB communication system attractive for use on applications requiring high data transfer rates, low power consumption and simple circuits as in Wireless Sensor Network (WSN) and biomedical applications, for example.

Among the various types of pulses that can be implemented for use in UWB, this paper proposes the use Prolate Spheroidal Pulse (PSWF). PSWF pulses do not have a closed form, and are then used as a discrete approximation. Based on this approach, numerical approximations are performed in the time domain and Laplace to obtain a transfer function to be implemented through an optimal representation in State Space. This representation will then be implemented on the circuit by means of a Gm-C filter.

Using this approximation, other approximations are realized in the time domain which achieves a function in the time domain representing this type of pulse. This function is then manipulated in the Laplace domain, and applying the method of Padé, used to obtain a transfer function. This transfer function is then represented through the orthonormal State Space representation, which has a near optimal behavior in terms of dynamic range and sparsity, besides having low sensitivity to changes in values, compared to conventional representations, as the canonical forms. Using transconductance cells also developed in this work, the orthonormal representation is implemented by means of a Gm-C filter. This filter is used in a proposed m-ary communication, combining PAM (Pulse Amplitude Modulation) with OPM (Orthogonal Pulse Modulation), for in UWB systems. use Ideally, it is desired to obtain a pulse generator that generates pulses PSWF first and second orders to applications in sub-giga, from 500 MHz to 1 GHz with pulses that have duration of 10 ns. However, due to limitations of the technology, the frequency response of the circuit of the filter is less than specified initially (lasting 5 mS and banda 1 MHz - 2 MHz). However, the obtained filter was able to generate PSWF pulses of first and second order, which represents a functional response of the whole system, thus validating the proposed method.

# SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	1
1.2 MOTIVAÇÃO	2
1.3 OBJETIVO	2
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	2
2 INTRODUÇÃO AO UWB	4
2.1 SISTEMAS ULTRA WIDEBAND	4
2.2 APLICAÇÕES	6
2.3 PULSOS PROPOSTOS PARA UTILIZAÇÃO EM SISTEMA UWB	AS 7
2.3.1 PULSO GAUSSIANO	8
2.3.2 PULSO DE HERMITE E LEGENDRE	9
2.3.3 PULSO PROLATO ESFEROIDAL	10
2.3.3.1 APROXIMAÇÃO DISCRETA	10
2.3.4 COMPARAÇÃO ENTRE PULSOS GAUSSIANOS E PSWF	12
2.4 ESQUEMAS DE MODULAÇÃO EM UWB	13
2.4.1 MODULAÇÃO POR AMPLITUDE DO PULSO - PAM	14
2.4.2 MODULAÇÃO BI-FASE - BPM	15
2.4.3 MODULAÇÃO OOK	16
2.4.4 MODULAÇÃO POR POSIÇÃO DO PULSO - PPM	16
2.4.5 MODULAÇÃO POR PULSOS ORTOGONAIS - OPM	17
3 APROXIMAÇÕES DE FUNÇÕES E REALIZAÇÃO DE	
SISTEMAS	18
3.1 APROXIMAÇÕES DE FUNÇÕES	18
3.1.1 INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL	18
3.1.1.1 FENÔMENO DE RUNGE	20
3.1.2 INTERPOLAÇÃO SPLINE	21
3.1.3 MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS	22
3.2 APROXIMAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA	23
3.3 DESCRIÇÃO DE SISTEMAS NO ESPAÇO DE ESTADOS	25
3.3.1 FORMAS CANÔNICAS	27

	29
3.4 SENSIBILIDADE, ESPARSIDADE E FAIXA DINÂMICA	30
4 IMPLEMENTAÇÃO DE SISTEMAS PARA USO EM	
UWB	35
4.1 FILTROS Gm-C	35
4.2 ESCALAMENTO TEMPORAL DE FILTROS Gm-C	37
4.3 REALIZAÇÃO DE ESPAÇO DE ESTADOS ORTONORMAL POR MEIO DE FILTROS Gm-C	38
4.4 O TRANSCONDUTOR	40
4.4.1 O PAR DIFERENCIAL	42
4.4.2 O PAR DIFERENCIAL COM DEGENERAÇÃO DE FONTE	44
4.4.3 O DUPLO PAR DIFERENCIAL	46
4.4.4 O PAR DIFERENCIAL CASCODE	47
4.4.5 O PAR DIFERENCIAL CASCODE REGULADO	49
4.4.6 O PAR DIFERENCIAL CASCODE REGULADO COM REALIMENTAÇÃO POSITIVA	50
5 PROJETO DO GERADOR DE PULSOS PARA	
SISTEMAS UWB	53
5.1 DEFINIÇÃO	53
5.2 APROXIMAÇÃO NUMÉRICA	54
5.2 APROXIMAÇÃO NUMÉRICA 5.2.1 APROXIMAÇÃO DISCRETA	54 54
5.2 APROXIMAÇÃO NUMÉRICA 5.2.1 APROXIMAÇÃO DISCRETA 5.2.2 APROXIMAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS	54 54 55
5.2 APROXIMAÇÃO NUMÉRICA 5.2.1 APROXIMAÇÃO DISCRETA 5.2.2 APROXIMAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS 5.3 GERAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA	54 54 55 58
5.2 APROXIMAÇÃO NUMÉRICA 5.2.1 APROXIMAÇÃO DISCRETA 5.2.2 APROXIMAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS 5.3 GERAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA 5.3.1 MANIPULAÇÃO NO DOMÍNIO DE LAPLACE	54 54 55 58 58
<ul> <li>5.2 APROXIMAÇÃO NUMÉRICA</li> <li>5.2.1 APROXIMAÇÃO DISCRETA</li> <li>5.2.2 APROXIMAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS</li> <li>5.3 GERAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA</li> <li>5.3.1 MANIPULAÇÃO NO DOMÍNIO DE LAPLACE</li> <li>5.3.2 POLINÔMIO DE PADÉ</li> </ul>	54 54 55 58 58 59
<ul> <li>5.2 APROXIMAÇÃO NUMÉRICA</li> <li>5.2.1 APROXIMAÇÃO DISCRETA</li> <li>5.2.2 APROXIMAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS</li> <li>5.3 GERAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA</li> <li>5.3.1 MANIPULAÇÃO NO DOMÍNIO DE LAPLACE</li> <li>5.3.2 POLINÔMIO DE PADÉ</li> <li>5.4 REPRESENTAÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADOS</li> </ul>	54 54 55 58 58 59 62
<ul> <li>5.2 APROXIMAÇÃO NUMÉRICA</li> <li>5.2.1 APROXIMAÇÃO DISCRETA</li> <li>5.2.2 APROXIMAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS</li> <li>5.3 GERAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA</li> <li>5.3.1 MANIPULAÇÃO NO DOMÍNIO DE LAPLACE</li> <li>5.3.2 POLINÔMIO DE PADÉ</li> <li>5.4 REPRESENTAÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADOS</li> <li>5.4.1 MODIFICAÇÃO DA REPRESENTAÇÃO ORTONORMAL PARA GERAÇÃO DO PULSO PSWF DE SEGUNDA ORDEM</li> </ul>	54 54 55 58 58 59 62 62
<ul> <li>5.2 APROXIMAÇÃO NUMÉRICA</li> <li>5.2.1 APROXIMAÇÃO DISCRETA</li> <li>5.2.2 APROXIMAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS</li> <li>5.3 GERAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA</li> <li>5.3.1 MANIPULAÇÃO NO DOMÍNIO DE LAPLACE</li> <li>5.3.2 POLINÔMIO DE PADÉ</li> <li>5.4 REPRESENTAÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADOS</li> <li>5.4.1 MODIFICAÇÃO DA REPRESENTAÇÃO ORTONORMAL PARA GERAÇÃO DO PULSO PSWF DE SEGUNDA ORDEM</li> <li>5.5 PROJETO DO FILTRO Gm-C</li> </ul>	54 54 55 58 58 59 62 62 64
<ul> <li>5.2 APROXIMAÇÃO NUMÉRICA</li> <li>5.2.1 APROXIMAÇÃO DISCRETA</li> <li>5.2.2 APROXIMAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS</li> <li>5.3 GERAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA</li> <li>5.3.1 MANIPULAÇÃO NO DOMÍNIO DE LAPLACE</li> <li>5.3.2 POLINÔMIO DE PADÉ</li> <li>5.4 REPRESENTAÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADOS</li> <li>5.4.1 MODIFICAÇÃO DA REPRESENTAÇÃO ORTONORMAL PARA GERAÇÃO DO PULSO PSWF DE SEGUNDA ORDEM</li> <li>5.5 PROJETO DO FILTRO Gm-C</li> <li>5.5.1 PROJETO DO TRANSCONDUTOR</li> </ul>	54 54 55 58 58 59 62 62 64 65
<ul> <li>5.2 APROXIMAÇÃO NUMÉRICA</li> <li>5.2.1 APROXIMAÇÃO DISCRETA</li> <li>5.2.2 APROXIMAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS</li> <li>5.3 GERAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA</li> <li>5.3.1 MANIPULAÇÃO NO DOMÍNIO DE LAPLACE</li> <li>5.3.2 POLINÔMIO DE PADÉ</li> <li>5.4 REPRESENTAÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADOS</li> <li>5.4.1 MODIFICAÇÃO DA REPRESENTAÇÃO ORTONORMAL PARA GERAÇÃO DO PULSO PSWF DE SEGUNDA ORDEM</li> <li>5.5 PROJETO DO FILTRO Gm-C</li> <li>5.5.1 PROJETO DO TRANSCONDUTOR</li> <li>5.5.2 ESCALAMENTO TEMPORAL DO FILTRO PSWF</li> </ul>	54 54 55 58 58 59 62 62 62 64 65 66
<ul> <li>5.2 APROXIMAÇÃO NUMÉRICA</li> <li>5.2.1 APROXIMAÇÃO DISCRETA</li> <li>5.2.2 APROXIMAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS</li> <li>5.3 GERAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA</li> <li>5.3.1 MANIPULAÇÃO NO DOMÍNIO DE LAPLACE</li> <li>5.3.2 POLINÔMIO DE PADÉ</li> <li>5.4 REPRESENTAÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADOS</li> <li>5.4.1 MODIFICAÇÃO DA REPRESENTAÇÃO ORTONORMAL PARA GERAÇÃO DO PULSO PSWF DE SEGUNDA ORDEM</li> <li>5.5 PROJETO DO FILTRO Gm-C</li> <li>5.5.1 PROJETO DO TRANSCONDUTOR</li> <li>5.5.2 ESCALAMENTO TEMPORAL DO FILTRO PSWF</li> <li>5.5.3 IMPLEMENTAÇÃO DO FILTRO Gm-C E RESULTADOS</li> </ul>	54 54 55 58 58 59 62 62 62 64 65 66

CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	81
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	83
APÊNDICE	87
APÊNDICE I	87
APÊNDICE II	89
APÊNDICE III	90

### LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2. 1 - LIMITES ESTABELECIDOS PELA FCC [1] DE EMISSÃO DE POTÊNCIA PARA SISTEMAS UWB.	5
FIGURA 2. 2 - MÁSCARA ESPECTRAL DEFINIDA PELA ECC [1].	5
FIGURA 2. 3 - MÁSCARA ESPECTRAL DEFINIDA PELO JAPÃO [1].	6
FIGURA 2. 4 - APLICAÇÕES DO UWB	7
FIGURA 2. 5 - QUINTA E SÉTIMA DERIVADAS DO PULSO GAUSSIANO.	8
FIGURA 2. 6 - PULSOS DE HERMITE DE ORDEM 1 (H1), 2 (H2), 3 (H3) E 4 (H4).	9
FIGURA 2. 7 - PULSOS PSWF DE ORDEM 1, 2, 3 E 4 NORMALIZADOS.	12
FIGURA 2. 8 - ESPECTRO DE FREQUÊNCIA DA QUINTA E SÉTIMA DERIVADAS DO PULSO GAUSSIANO - REPRESENTADOS	
EM CIANO E VERDE, RESPECTIVAMENTE - E DOS PULSOS PSWF DE PRIMEIRA E SEGUNDA ORDENS - REPRESENTADOS EM AZUL E ROSA, RESPECTIVAMENTE.	13
FIGURA 2. 9 - MONOCICLOS MODULADOS EM PAM.	15
FIGURA 2. 10 - FIGURA 7 - MONOCICLOS MODULADOS EM PPM.	16
FIGURA 3. 1 - GRÁFICO DE F(X) E DA APROXIMAÇÃO POLINOMIAL P(X).	21
FIGURA 3. 2 - FUNÇÃO F(X), SUA SÉRIE DE TAYLOR E SUA APROXIMAÇÃO DE PADÉ, REALIZADA UTILIZANDO-SE ALGUNS COEFICIENTES DA SÉRIE DE TAYLOR.	25
FIGURA 3. 3 - DIAGRAMA DE BLOCOS DA REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS NO ESPAÇO DE ESTADOS.	26
FIGURA 3.4 - SENSIBILIDADE VERSUS ORDEM DO SISTEMA PARA VÁRIAS REPRESENTAÇÕES DE ESPAÇO DE ESTADO [54].	32
FIGURA 3.5 - AVALIAÇÃO DA FDR PELA ORDEM DO SISTEMA PARA VÁRIAS REPRESENTAÇÕES DE ESPAÇO DE ESTADOS [54].	34
FIGURA 4. 1 - CÉLULA GM-C COM SAÍDA ÚNICA (A), SAÍDA DIFERENCIAL (B) E SAÍDA DIFERENCIAL COM CAPACITORES EM PARALELO (C).	35
FIGURA 4. 2 - RESISTOR (A) E PASSA-BAIXA COM GANHO AJUSTÁVEL (B).	36
FIGURA 4. 3 - REPRESENTAÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADOS DE UM SISTEMA (A) E SUA REPRESENTAÇÃO COM A MATRIZ A ESCALONADA (B)	
MOSTRANDO AO ESCALAMENTO NO TEMPO E NA FREQUÊNCIA SEM MUDANÇA DA FORMA DA RESPOSTA DO SISTEMA.	38
FIGURA 4. 4 - DIAGRAMA DE BLOCOS SIMPLIFICADO - SEM A MATRIZ D - DA REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS NO ESPAÇO DE	39
ESTADOS	
FIGURA 4. 5 - IMPLEMENTAÇÃO POR MEIO DE FILTRO GM-C DA REPRESENTAÇÃO ORTONORMAL DE SISTEMAS NO ESPAÇO DE ESTADOS.	40
FIGURA 4. 6 - SISTEMAS ELÉTRICOS COM DIFERENTES ENTRADAS E SAÍDAS.	41

FIGURA 4. 7 - (A) REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA DO TRANSCONDUTOR (B) E SEU MODELO DE PEQUENOS SINAIS.	41
FIGURA 4. 8 - PAR DIFERENCIAL.	42
FIGURA 4. 9 - PAR DIFERENCIAL COM DEGENERAÇÃO DE FONTE RESISTIVA.	45
FIGURA 4. 10 - PAR DIFERENCIAL COM DEGENERAÇÃO DE FONTE RESISTIVA MOS.	46
FIGURA 4. 11 - DUPLO PAR DIFERENCIAL.	46
FIGURA 4. 12 - PAR DIFERENCIAL CASCODE.	48
FIGURA 4. 13 - PAR DIFERENCIAL CASCODE REGULADO.	49
FIGURA 4. 14 - PAR DIFERENCIAL CASCODE REGULADO COM REALIMENTAÇÃO POSITIVA	51
FIGURA 5. 1 - FLUXO DE PROJETO PARA DESENVOLVIMENTO DO GERADOR DE PULSOS UWB.	54
FIGURA 5. 2 - PULSOS PSWF DE ORDEM 1, 2, 3 E 4 NORMALIZADOS.	55
FIGURA 5. 3 - RESULTADO DA APROXIMAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS NÃO LINEAR.	58
FIGURA 5. 4 - RESPOSTA IMPULSIONAL DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA EQ 5.6 OBTIDA PELO MÉTODO DE PADÉ.	60
FIGURA 5. 5 - PÓLOS E ZEROS DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA EM EQ 5.6.	60
FIGURA 5. 6 - FLUXO DE PROJETO PARA DESENVOLVIMENTO DO GERADOR DE PULSOS UWB MODIFICADO PARA GERAÇÃO DO PULSO	63
PSWF DE SEGUNDA ORDEM.	
FIGURA 5.7 - FILTRO GERADOR DE PULSOS PSWF DE ORDEM 1 E 2 UTILIZANDO AS MATRIZES C1 E C2.	64
FIGURA 5. 8 - RESPOSTA IMPULSIONAL DA REPRESENTAÇÃO ORTONORMAL UTILIZANDO AS MATRIZES C1 (ESQUERDA) E C2 (DIREITA).	64
FIGURA 5. 9 - PAR DIFERENCIAL EQUILIBRADO COM ESPELHO CASCODE.	65
FIGURA 5. 10 - IMPLEMENTAÇÃO DO FILTRO UTILIZANDO TRANSCONDUTÂNCIAS IDEAIS.	68
FIGURA 5. 11 - RESPOSTA TRANSIENTE DO FILTRO IMPLEMENTADO COM TRANSCONDUTORES IDEAIS.	69
FIGURA 5. 12 - RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO FILTRO IMPLEMENTADO COM TRANSCONDUTORES IDEAIS.	70
FIGURA 5. 13 - RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO TRANSCONDUTOR QUE IMPLEMENTA A MATRIZ <b>A</b> .	71
FIGURA 5. 14 - CARACTERÍSTICA DE TRANSFERÊNCIA DO TRANSCONDUTOR QUE IMPLEMENTA A MATRIZ <b>A</b> .	72

FIGURA 5. 15 - RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO TRANSCONDUTOR QUE IMPLEMENTA A MATRIZ <b>B</b> .	72
FIGURA 5. 16 - CARACTERÍSTICA DE TRANSFERÊNCIA DO TRANSCONDUTOR QUE IMPLEMENTA A MATRIZ <b>B</b> .	73
FIGURA 5. 17 - RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO TRANSCONDUTOR QUE IMPLEMENTA A MATRIZ <b>C</b> .	73
FIGURA 5. 18 - RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO TRANSCONDUTOR QUE IMPLEMENTA A MATRIZ <b>C</b> .	74
FIGURA 5. 19 - RESPOSTA TRANSIENTE DO FILTRO IMPLEMENTADO COM TRANSCONDUTORES REAIS. DE CIMA PARA BAIXO PODEM SER VISTOS O PULSO PSWF DE SEGUNDA ORDEM POSITIVO, O PULSO PSWF DE SEGUNDA ORDEM NEGATIVO, O PULSO PSWF DE PRIMEIRA ORDEM POSITIVO E O PULSO PSWF DE PRIMEIRA ORDEM NEGATIVO.	76
FIGURA 5. 20 - RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DO FILTRO IMPLEMENTADO COM TRANSCONDUTÂNCIAS REAIS.	76
FIGURA 5. 21 - FILTRO PSWF UTILIZADO NO TRANSMISSOR.	78
FIGURA 5. 22 - RECEPTOR UWB PROPOSTO.	78
FIGURA 5. 23 - FILTRO PSWF UTILIZADO PARA CORRELACIONAR O PULSO DE ENTRADA COM O PULSO PSWF DE PRIMEIRA ORDEM.	79
FIGURA 5. 24 - FILTRO PSWF UTILIZADO PARA CORRELACIONAR O PULSO DE ENTRADA COM O PULSO PSWF DE SEGUNDA ORDEM.	79
FIGURA 5. 25 - ESPAÇO DE SINAIS DO SISTEMA DE COMUNICAÇÃO UWB UTILIZANDO PULSOS PSWF.	80

### LISTA DE TABELAS

TABELA 3. 1 - COMPARAÇÃO DA QUANTIDADE DE ZEROS PRESENTES EM ALGUMAS REPRESENTAÇÕES DE ESPAÇO DE ESTADOS COM RELAÇÃO A	
ORDEM "N" DO SISTEMA	33
TABELA 5. 1 - ESPECIFICAÇÕES PARA O GERADOR DE PULSOS UWB.	53
TABELA 5. 2 - COEFICIENTES CALCULADOS PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS NÃO LINEAR.	57
	0.
CALCULADOS PELO MÉTODO DE PADÉ	61
TABELA 5. 4 - CONSTANTES TEMPORAIS APLICADAS ÀS MATRIZES DA REPRESENTAÇÃO ORTONORMAL DO FILTRO PSWF	67
TADELA 5.5. CONSTANTES TEMPODAIS ADLICADAS ÀS MATDIZES DA	
REPRESENTAÇÃO ORTONORMAL DO FILTRO PSWF.	67

# LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIAÇÕES

ULTRA WIDEBAND
GIGAHERTZ
MEGAHERTZ
PROLATE SPHEROIDAL WAVE FUNCTION
TRANSCONDUTÂNCIA E CAPACITÂNCIA
FEDERAL COMMUNICATION COMISSIONS
ELECTRONIC COMMUNICATION COMITEE
WIRELESS PERSONAL AREA NETWORKS
ORTHOGONAL FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING
INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS
REDE DE SENSORES SEM FIO
RADIO FREQUENCY IDENTIFICATION
ON OFF KEYING
PULSE AMPLITUDE MODULATION
BI PHASE MODULATION
PULSE POSITION MODULATION
ORTHOGONAL PULSE MODULATON
POWER SPECTRAL DENSITY
AUSTRIA MICROSYSTEMS
COMPLEMENTARY METAL OXIDE SEMICONDUCTOR
ELECTRONIC DESIGN AUTOMATION
FARADAY
SIEMENS
FUNÇÃO PROLATO ESFEROIDAL
AUTOVALOR
FATOR DE ESCALAMENTO
GANHO
TRANSCONDUTÂNCIA
GANHO DO TRANSISTOR NMOS
GANHO DO TRANSISTOR PMOS

### 1. INTRODUÇÃO

#### 1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Atualmente existe uma demanda crescente por maiores taxas de transmissão de dados, bem como por sistemas de comunicação com baixo consumo de potência. Além desses requisitos, tais sistemas precisam operar em ambientes onde existe considerável degradação do sinal devido à interferência de vários outros serviços operando simultaneamente na mesma banda e devido aos desvanecimentos por multipercurso do sinal, o que dificulta ainda mais o projeto desses sistemas, que necessitam ser mais robustos em relação a tais degradações.

Nesse cenário, surge o sistema *Ultra Wideband* (UWB), um sistema que utiliza pulsos para transmissão e recepção de dados, utilizando uma larga banda de frequência, porém com níveis baixos de potência. O UWB permitirá que se alcancem altas taxas de transmissão de dados, com baixo consumo e reduzida complexidade tanto no transmissor quanto no receptor [1].

Os requisitos de baixa potência, a nível de ruído, definidos para o UWB limitam a potência transmitida. Essas restrições foram estabelecidas para evitar que o UWB interferisse em outros serviços que funcionam em bandas adjacentes, como o padrão 802.11a — com frequência central de 5.4 GHz — WiMAX — operando em algumas frequências entre 2.3 GHz e 3.5 GHz - entre outras [1]. Como consequência, é mais difícil receber a energia do pulso transmitido e, consequentemente, obter a informação com menor taxa de erro. Definir o tipo de pulso também se mostra como um desafio, pois entre outras características, este necessita ocupar a banda definida para o UWB, ou seja, possuir um largo espectro de frequência. Existem algumas funções matemáticas capazes de produzir pulsos com essa qualidade, alguns deles serão apresentados neste trabalho, porém nem todos possuem fácil implementação em circuito. O circuito também é um desafio no projeto de sistemas UWB, pois ele precisa manter suas características de ganho, linearidade, faixa dinâmica, etc. constantes para um espectro ultra largo e não mais para uma faixa estreita de frequência, além de serem capazes de detectar e receber pulsos com baixa potência.

#### 1.2 MOTIVAÇÃO

Como mencionado, um dos desafios do UWB é o pulso utilizado, devido a dificuldade em se encontrar funções matemáticas que forneçam pulsos de curta duração e que ocupem o espectro de frequência definido para sistemas UWB. O UWB também tem grande potencial para altas taxas de transmissão de dados, as quais podem ser ainda maiores se o pulso utilizado permitir adição de mais informação, ao contrário dos sistemas atuais que associam um bit a um pulso [1-4]. O baixo consumo de potência faz do UWB um candidato para uso em sistemas que não possuam uma grande disponibilidade de energia ou que estejam em locais nos quais não se possa transmitir sinais com níveis altos de potência. Existem vários sistemas propostos para UWB [1-4], porém poucos foram de fato construídos e testados, devido à implementação desafiadora do circuito que implementa o pulso.

#### **1.3 OBJETIVO**

O objetivo deste trabalho é desenvolver um gerador de pulsos para sistemas UWB operando na faixa de 500 MHz - 1 GHz, também conhecida como sub-giga. Este gerador será implementado na forma de um filtro analógico que utiliza transcondutores e capacitores, conhecido como filtro Gm-C. Este filtro será desenvolvido de modo a possuir como resposta impulsional um pulso Prolato Esferoidal, também identificado por sua sigla em inglês PSWF (*Prolate Spheroidal Wave Function*). Pulsos PSWF possuem a vantagem de serem limitados no tempo e na frequência, além de poderem ser calculados para qualquer tipo de banda, adicionando flexibilidade ao sistema que o utiliza. Comparados aos pulsos Gaussianos, bastante usados em sistemas UWB, pulsos PSWF possuem uma eficiência espectral maior. Porém não se consegue calcular facilmente um pulso PSWF, sendo necessárias aproximações numéricas para sua obtenção. Este trabalho será desenvolvido a partir dessas aproximações numéricas, realizando-se outras aproximações e representações, que possibilitarão implementar por meio de um filtro Gm-C, o gerador de pulsos PSWF.

#### 1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O capítulo 2 apresenta o sistema UWB, suas principais regulações e características, aplicações e pulsos utilizados para sua implementação atualmente.

Também neste capítulo é introduzido o pulso PSWF e são apresentadas as características que o tornam um candidato para uso em UWB.

No capítulo 3 são apresentadas algumas aproximações numéricas utilizadas durante o projeto, bem como uma breve introdução à representação de sistemas no Espaço de Estados, no qual além das já conhecidas formas canônicas, é apresentada uma nova representação com melhor desempenho com relação à de faixa dinâmica, esparsidade e sensibilidade.

O capítulo 4 apresenta a realização do sistema descrito no Espaço de Estados por meio de filtro Gm-C. Alguns circuitos estudados para uso nesse tipo de filtro são mostrados.

O capítulo 5 apresenta todo o desenvolvimento do filtro, desde as aproximações numéricas realizadas, o cálculo da função de transferência do filtro no domínio de Laplace, implementação do Espaço de Estados e, por fim, os resultados obtidos em simulações realizadas no ambiente EDA (*Electronic Design Automation*) da empresa *Cadence Design Systems*.

### 2. INTRODUÇÃO AO UWB

#### 2.1 SISTEMAS ULTRA WIDEBAND

Sistemas *Ultra Wideband* (UWB) são baseados na transmissão de pulsos de curta duração e baixo nível de energia. A transmissão de dados pode ser feita diretamente através dos pulsos, sem um estágio de modulação, não sendo assim necessária a utilização de *Mixers*, reduzindo a complexidade no projeto dos circuitos do transmissor e do receptor. Sinais UWB possuem alta capacidade de penetração e boa resolução no tempo, o que os tornam úteis em aplicações de detecção, por exemplo.

Devido à grande banda ocupada pelo UWB, altas taxas de transmissão de dados podem ser alcançadas, pois, de acordo com a definição de capacidade de canal dada por Shannon (Eq. 2.1), pode-se aumentar a capacidade de transmissão de *bits C* aumentando-se a razão sinal ruído S/N, ou seja, aumentando-se a potência do sinal transmitido, ou aumentando-se a banda  $B_w$ . Porém a capacidade é diretamente proporcional à banda e proporcional ao logaritmo da relação sinal ruído. Portanto, se deseja aumentar a taxa de transmissão de *bits*, é mais interessante aumentar-se a banda do sinal do que seu nível de potência.

$$C = B_w \log_2(1 + S/N) \qquad \qquad \text{Eq } (2.1)$$

Existem pelo mundo alguns padrões estabelecidos por diferentes países para utilização do UWB. Entretanto, observa-se que o padrão estabelecido pela *Federal Communication Comissions* (FCC) – órgão norte americano responsável pela regulação de sistemas de comunicação no país – é o mais seguido atualmente. De acordo com essa padronização, qualquer sistema que ocupe uma banda  $B_w$  maior do que 500 MHz ou uma banda fracionária  $B_f$  maior do que 0.2 é considerado como UWB [2], ou seja:

$$B_w > 500 MHz \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (2.2)$$

$$B_f = \frac{B_w}{f_c} = \frac{(f_H - f_L)}{(f_H + f_L)/2} > 0.2$$
 Eq (2.3)

Onde  $f_c$  representa a frequência central,  $f_H$  e  $f_L$  indicam a maior e a menor frequências dentro da banda considerada respectivamente. Além dessa definição, a FCC estabelece uma máscara espectral limitando os níveis de emissão de potência para aplicações indoor (Figura 2.1). O nível máximo observado a partir dessa máscara é de -41.3 dBm/MHz (~75 nW/MHz).



Figura 2. 1 - Limites estabelecidos pela FCC [1] de Emissão de Potência para Sistemas UWB.

Além da padronização estabelecida pela FCC, existem outros padrões estabelecidos por outras comissões pelo mundo. A Figura 2.2 mostra a máscara de emissão de potência estabelecida pela *Electronic Communication Comitee* (ECC), comissão responsável pela regulação do uso do UWB na Europa. Esta máscara é ainda mais rigorosa com o uso do UWB, apresentando níveis máximos iguais aos definidos pela FCC somente na faixa de 6 - 8.5 GHz.



Figura 2. 2 - Máscara espectral definida pela ECC [1].

O Japão também já estabeleceu níveis de emissão de potência para sistemas UWB, como apresentado na Figura 2.3. Existem duas bandas reservadas para aplicações UWB, uma entre 3.4 - 4.8 GHz e outra entre 7.25 - 10.25 GHz.



Figura 2. 3 - Máscara espectral definida pelo Japão [1].

#### 2.2 APLICAÇÕES

A alta capacidade de transmissão de dados possibilitada pela grande banda ocupada, somada ao curto alcance do sistema, faz do UWB um potencial candidato para utilização em sistemas que necessitem de altas taxas de dados, como em *Wireless Personal Area Networks* (WPAN) [1-3]. Existe mesmo propostas de uma combinação de Bluetooth e UWB para conexão sem fio entre aparelhos eletrônicos domésticos, possibilitando transmissão de vídeos de alta qualidade diretamente de um computador a um televisor sem uso de cabos, a uma taxa de aproximadamente 100 Mbps [5].

Outra proposta de utilização é a aplicação de uma espécie de OFDM dentro da banda do UWB, chamado de OFDM Multibanda. Nesse sistema, a banda total definida pela FCC seria dividida em várias sub-bandas e, em cada uma dessas subbandas, haveriam várias portadoras, cada uma com banda em torno de 500 MHz, que seriam utilizadas para transmitir a informação. Diferentemente do sistema OFDM utilizado atualmente, o dado não é enviado para somente uma portadora em um dado tempo, mas sim para várias portadoras de sub-bandas diferentes. Existe uma proposta de padronização do OFDM Multibanda pelo IEEE, nomeada IEEE 802.15.3a. Nesse padrão, cada portadora possui 528 MHz de banda, permitindo a alocação de 14 sub-bandas dentro da banda de 7,5 GHz e com a possibilidade de uma taxa de transmissão de dados de até 480 Mbps [2].

Devido à resolução temporal dos pulsos, possibilitando uma definição da ordem de centímetros, o UWB também pode ser utilizado em aplicações de localização, como sensores de proximidade e de movimento, além de radares. O UWB também é utilizado na área biomédica para comunicação com baixo consumo de potência entre dispositivos, como implantes cocleares, e localização de doenças e anomalias, como tumores, cânceres, deformidades dentro do corpo humano, evitando cortes e exposição à radioatividade [1,6-8]. A baixa energia consumida para transmissão de pulsos UWB e a relativa baixa complexidade de hardware favorecem seu uso em rede de sensores sem fio (RSSF) e em etiquetas de RFID [1-4].



Figura 2. 4 - Aplicações do UWB.

#### 2.3 PULSOS PROPOSTOS PARA UTILIZAÇÃO EM SISTEMAS UWB

Para ser utilizado em sistemas UWB, o pulso necessita ter determinadas características, como boa resolução no tempo e na frequência, curta duração, ortogonalidade, ocupar a banda estabelecida para funcionamento do sistema UWB, baixo nível de potência.

A seguir, as principais funções matemáticas utilizadas como pulsos para UWB serão apresentadas. Devido à maior referência e utilização em outros trabalhos sobre UWB, apenas os requerimentos de banda e potência definidos pela FCC serão considerados.

#### 2.3.1 PULSO GAUSSIANO

Define-se como pulso Gaussiano a função p(t) como a seguinte forma:

$$p(t) = \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)}$$
 Eq (2.4)

onde *A* é a amplitude do pulso e  $\sigma$  representa seu espalhamento. De acordo com [1-4,10-16], a quinta (Eq 2.5) e sétima (Eq 2.6) derivadas com relação ao tempo do pulso Gaussiano, apresentados na Figura 2.5, podem ser utilizadas em UWB, pois a banda ocupada por esses dois tipos de pulsos está compreendida dentro da banda especificada pela FCC.

$$g5(t) = A\left(-\frac{t^5}{\sqrt{2\pi\sigma^{11}}} + \frac{10t^3}{\sqrt{2\pi\sigma^9}} - \frac{15t}{\sqrt{2\pi\sigma^7}}\right)e^{\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)}$$
 Eq (2.5)

$$g7(t) = A\left(-\frac{t^7}{\sqrt{2\pi\sigma^{13}}} + \frac{21t^5}{\sqrt{2\pi\sigma^{11}}} - \frac{105t^3}{\sqrt{2\pi\sigma^9}} + \frac{105t}{\sqrt{2\pi\sigma^7}}\right)e^{\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)}$$
 Eq (2.6)



Figura 2. 5 - Quinta e Sétima Derivadas do Pulso Gaussiano.

O pulso Gaussiano tem sido bastante utilizado em sistemas UWB inicialmente, devido a facilidade de gerá-lo por meio do chaveamento rápido de circuitos geradores de ondas quadradas de curta duração, ou de circuitos com diodos. As referências [12-16] apresentam geradores de pulsos Gaussianos baseados nesses princípios de funcionamento.

#### 2.3.2 PULSOS DE HERMITE E LEGENDRE

Polinômios de Hermite de ordem n são definidos como [1]:

$$P_n(t) = (-1)^n \tau^n e^{\left(\frac{t^2}{\tau^2}\right)} \frac{d^n \left(e^{-\left(\frac{t^2}{\tau^2}\right)}\right)}{dt^n}$$
 Eq (2.7)

sendo  $\tau^n$  um fator de escala,  $n \in [0, +\infty)$  e  $t \in (-\infty, +\infty)$ . Pulsos de Hermite de ordem n = [1,2,3,4] são mostrados na Figura 2.6.



Figura 2. 6 - Pulsos de Hermite de ordem 1 (h1), 2 (h2), 3 (h3) e 4 (h4).

Polinômios de Hermite não são ortogonais, por isso, antes de sua utilização é necessária uma modificação:

$$H_n(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}P_n(t)$$
 Eq (2.8)

Polinômios de Legendre de ordem *n* podem ser definidos como [1]:

$$P_n = \frac{\tau^n}{n! \, 2^n} \frac{d^n}{dt^2} \left(\frac{t^2}{\tau^2} - 1\right)^2$$
 Eq (2.9)

Diferentemente dos polinômios de Hermite, os polinômios de Legendre são naturalmente ortogonais, não necessitando de nenhuma transformação.

#### 2.3.3 PULSO PROLATO ESFEROIDAL

Pulsos Prolato Esferoidais têm origem nas Funções de Onda Prolato Esferoidais, ou do inglês *Prolate Spheroidal Wave Functions* (PSWF). Um pulso PSWF  $\psi(t)$  é definido como a solução da equação [20,23]:

$$\lambda \psi(t) = \int_{-Tp/2}^{Tp/2} \psi(\tau) h(t-\tau) d\tau \qquad \qquad \text{Eq (2.10)}$$

Onde  $\lambda$  é um escalar, *Tp* é o tempo de duração do pulso,  $\psi(t)$  é a Função Prolato Esferoidal e h(t) é uma função de base.

Pulsos PSWF são funções limitadas no tempo e na frequência [17]. Além dessa importante propriedade, definindo-se a função de base h(t), um pulso PSWF pode ser calculado para ocupar a mesma banda dessa função de base e possuir uma fração  $\lambda$  de energia dentro da banda ocupada.

Pulsos PSWF de diferentes ordens também são ortogonais entre si. Essas qualidades fazem essa classe de pulsos bastante atraente para uso em sistemas UWB. Estudos matemáticos avançados sobre esse tipo de função são encontrados em [17-22].

#### 2.3.3.1 APROXIMAÇÃO DISCRETA

A Eq 2.10 não possui uma forma fechada de fácil cálculo. Uma alternativa para o cálculo de  $\psi(t)$  foi proposta em [20] e utilizada de forma mais geral em [23]. Trata-se da discretização de Eq 2.10, que se transforma em:

$$\lambda \psi[n] = \sum_{m=-N/2}^{N/2} \psi[m]h[n-m], \qquad n \in [\frac{-N}{2} ... \frac{N}{2}]$$
 Eq (2.11)

No formato matricial resulta em:

E, na forma expandida:

$$\lambda \begin{bmatrix} \psi \begin{bmatrix} -\frac{N}{2} \\ -\frac{N}{2} \end{bmatrix} \\ \psi \begin{bmatrix} -\frac{N}{2} \\ -\frac{N}{2} + 1 \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \psi \begin{bmatrix} N \\ 2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h[0] & h[-1] & \dots & h[-N] \\ h[1] & h[0] & \dots & h[-N+1] \\ \vdots \\ h[N] & h[N-1] & \dots & h[0] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \psi \begin{bmatrix} -\frac{N}{2} \\ -\frac{N}{2} \end{bmatrix} \\ \psi \begin{bmatrix} -\frac{N}{2} \\ -\frac{N}{2} + 1 \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \psi \begin{bmatrix} N \\ 2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad \text{Eq (2.13)}$$

Sendo *N* o número de amostras tomadas dentro do tempo de duração do pulso.

Agora a equação se resume a um problema de autovalores e autovetores, sendo  $\psi$  o vetor desconhecido e h a matriz cujos autovalores deverão ser calculados. De acordo com [20], a matriz h possuirá N autovalores, que poderão ser ordenados de forma crescente:

$$\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_N \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (2.14)$$

Cada valor de  $\lambda$  corresponde à fração de energia que o pulso PSWF possuirá dentro da banda de interesse. Sendo assim, é conveniente calcular os autovalores associados aos maiores autovetores, os quais resultarão em pulsos com maior parcela de energia dentro da banda desejada.

Para uso desse tipo de pulso em sistemas UWB, em [23] definiu-se a seguinte função de base h(t), descrita em Eq 2.15, sendo  $f_L = 3.1 GHz$  e  $f_U = 10.6 GHz$  os limites inferior e superior de frequência, respectivamente, da banda definida pela FCC para uso em UWB:

$$h(t) = 2f_U sinc(2f_U t) - 2f_L sinc(2f_L t)$$
 Eq (2.15)

Considerando H(f) a versão de h(t), no domínio da frequência, tem-se:

$$H(f) = \begin{cases} 1, \ 3.1 \ GHz \ < f \ < \ 10.6 \ GHz \\ 0, restante \ do \ domínio \end{cases}$$
 Eq (2.16)

Utilizando-se então esta função h(t) em Eq 2.11 obtêm-se os pulsos PSWF de primeira, segunda, terceira e quarta ordens, apresentados com suas amplitudes e durações normalizadas na Figura 2.7 e que, de acordo com [23-29], possuem espectro de frequência dentro do espectro definido pela FCC para uso em sistemas UWB:



Figura 2. 7 - Pulsos PSWF de ordem 1, 2, 3 e 4 normalizados.

#### 2.3.4 COMPARAÇÃO ENTRE PULSOS GAUSSIANOS E PSWF

Como mencionado nas seções anteriores, a quinta e sétima derivada do pulso Gaussiano satisfazem o requisito de ocupação de banda dentro da máscara definida pela FCC para uso em sistemas UWB. Pulsos PSWF de primeira a quarta ordem calculados segundo Eq 2.11 também possuem sua banda dentro da máscara definida pela FCC [10,23]. Os espectros de frequência da quinta e sétima derivadas do pulso Gaussiano, assim como dos pulsos PSWF de primeira e segunda ordem são mostrados na Figura 2.8, juntamente com uma representação da máscara definida pela FCC. Todos os sinais, além da própria máscara, estão normalizados em amplitude.



Figura 2. 8 - Espectro de frequência da quinta e sétima derivadas do pulso Gaussiano - representados em ciano e verde, respectivamente – e dos pulsos PSWF de primeira e segunda ordens – representados em azul e rosa, respectivamente.

Observa-se que os pulsos PSWF possuem uma ocupação de banda maior do que a ocupação feita pelos pulsos Gaussianos, sendo que o espectro da quinta derivada do pulso Gaussiano possui parcelas de sua banda fora da máscara definida pela FCC. Como mostrado em [10], pode-se reduzir a banda ocupada pelos pulsos Gaussianos alterando-se o parâmetro  $\sigma$  em Eq 2.5, porém ao custo de redução na sua eficiência espectral. Além desta vantagem, diferentemente dos pulsos Gaussianos, os pulsos PSWF podem ser calculados para outras bandas, como a europeia ou a japonesa, que possuem restrições de potência bem diferentes das definidas pela FCC, seguindo o mesmo princípio definido em [23]. A ortogonalidade, característica desejável em pulsos para aplicações em sistemas UWB, por possibilitar uma melhor recepção e demodulação do sinal no receptor, também está presente em ambos os pulsos. Como mostrado na Seção 2.3.3, pulsos PSWF não possuem uma forma fechada ou função que os descreva, sendo obtidos por meio de aproximações numéricas, ao contrário dos pulsos Gaussianos e suas derivadas, as quais podem ser facilmente calculadas e implementadas.

#### 2.4 ESQUEMAS DE MODULAÇÃO EM UWB

Na tecnologia *Ultra Wideband* (UWB), um pulso isolado não carrega consigo nenhuma informação modulada. A comunicação por meio de pulsos será possível desde que se utilizem técnicas que permitam modificar alguma característica do pulso seja a amplitude, formato, deslocamento no tempo, deslocamento na frequência ou o próprio tipo do pulso.

Com base no exposto, técnicas de modulação UWB foram desenvolvidas. Em [30] são definidos os dois tipos básicos de técnicas de modulação UWB, um baseado no tempo e o outro, na forma do pulso. No primeiro tipo, o pulso pode ser deslocado no tempo para representar um *bit*. Enquanto no segundo tipo, algum parâmetro de forma do pulso - amplitude, fase - é alterado para conter informação. Outra técnica comum de modulação consiste em gerar pulsos de fase invertida o que recebe o nome de Modulação Bi Fase (*Bi Phase Modulation* - BPM).

Também é possível empregar técnicas bastante conhecidas em telecomunicações como a modulação OOK (*On-Off Keying*) e a Modulação por Amplitude de Pulso (*Pulse Amplitude Modulation* - PAM). Entretanto, técnicas tradicionais de modulação como Modulação em Frequência (FM) são difíceis de serem aplicadas em UWB porque cada pulso é constituído por muitas frequências, o que torna sua modulação mais complicada.

Dentre as técnicas não convencionais de modulação, a Modulação por Pulsos Ortogonais (*Orthogonal Pulse Modulation* – OPM) apresenta a vantagem de utilizar pulsos ortogonais entre si, possibilitando a criação de sistemas *M-ários* de múltiplo acesso.

A seguir será feita uma análise das principais técnicas de modulação de pulso em UWB.

#### 2.4.1 MODULAÇÃO POR AMPLITUDE DO PULSO - PAM (PULSE AMPLITUDE MODULATION)

É a forma de modulação clássica por pulsos onde a informação está contida na amplitude do pulso. Pode ser representada, por exemplo, utilizando-se a primeira derivada do pulso gaussiano - ou monociclo - e sua cópia com amplitude oposta, como ilustrados na Figura 2.9.



Figura 2. 9 - Monociclos modulados em PAM.

Observa-se que a linha cheia representa o *bit* 1, e a linha pontilhada o *bit* 0. O sinal binário de informação é modulado na amplitude do pulso transmitido em banda base conforme Eq 2.17.

$$x(t) = d_j p(t) \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (2.17)$$

Onde, p(t) representa o pulso UWB,  $d_i$  representa o bit transmitido (0 ou 1) e

$$d_j = \begin{cases} -1, & j = 0\\ 1, & j = 1 \end{cases}$$
 Eq (2.18)

#### 2.4.2 MODULAÇÃO BI-FASE - BPM (BI-PHASE MODULATION)

Nesse esquema de modulação, a informação é adicionada à fase do pulso, associando um *bit* a cada uma das fases do pulso de acordo com Eq 2.19.

$$x_i(t) = \sigma_i p(t) \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (2.19)$$

onde  $\sigma_i$  assume valores 1 e -1 sendo o parâmetro que representa a forma do pulso p(t). Assim, no caso de um sistema binário os sinais resultantes serão  $x_1 = p(t)$  e  $x_2 = -p(t)$ .

Uma das razões de se utilizar BPM é que o espectro de um sinal BPM não apresenta picos (*comb lines*) conforme descrito em [31], haja vista  $\sigma$  ter valor médio zero e considerando que os *bit*s transmitidos 0 e 1 são igualmente prováveis. Além disso, BPM apresenta maior robustez ao *jitter* quando comparado, por exemplo, à modulação PPM.

#### 2.4.3 MODULAÇÃO OOK (ON OFF KEYING)

A modulação OOK é semelhante ao BPM com o parâmetro  $\sigma_i$  assumindo os valores 0 ou 1. Dessa forma, um sinal OOK também pode ser representado por Eq 2.19 e, no caso de um sistema binário resultará, nos sinais  $x_1 = p(t)$  e  $x_2 = 0$ .

Apesar da simplicidade desse tipo de modulação, a presença de multi percurso ou a recepção de outros pulsos dificulta a determinação da ausência do pulso x(t) = 0. Também não possível a criação de um sistema *M-ário* - como no caso da modulação PPM.

#### 2.4.4 MODULACAO POR POSIÇÃO DO PULSO - PPM (PULSE POSITION MODULATION)

Na técnica de modulação por posição do pulso, a informação está contida no posicionamento do pulso dentro de um frame de tempo como ilustrado na Figura 2.10. A linha pontilhada pode representar o *bit* 0 enquanto a linha cheia o *bit* 1. De acordo com [30], uma vez que o pulso base p(t) tenha sido definido, a informação pode ser modulada por meio de um parâmetro T<sub>i</sub> que representa o deslocamento do pulso no tempo. Dessa forma, com base nos deslocamentos de cada pulso é possível propor um sistema *M-ário* de comunicação.



Figura 2. 10 - Figura 7 - Monociclos modulados em PPM.

De acordo com [31], um sinal PPM pode ser representado como mostrado em Eq 2.20.

$$x(t) = w_{tr}(t - \delta d_j) \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (2.20)$$

O termo  $d_i$  assume os seguintes valores, dependendo do *bit* a ser transmitido.

$$d_j = \begin{cases} 0, & j = 0\\ 1, & j = 1 \end{cases}$$
 Eq (2.21)

O termo δ deve ser escolhido de acordo com as características de autocorrelação do pulso. A função de autocorrelação é definida pela Equação 5:

Por exemplo, para implementar um esquema PPM com sinais ortogonais, o valor ótimo de  $\delta$  ( $\delta_{opt}$ ) deve satisfazer a Eq 2.23:

$$p(\delta_{opt}) = \int_{-\infty}^{+\infty} w_{tr}(\tau) w_{tr}(\delta_{opt} - \tau) d\tau = 0 \qquad \qquad \text{Eq (2.23)}$$

Comparado com os sinais OOK e PAM, os sinais PPM possuem maior imunidade a detecções falsas causadas pelo ruído do canal. Isso se deve às amplitudes dos pulsos serem as mesmas, o que reduz a probabilidade de erro na detecção do *bit*.

Entretanto, uma das desvantagens de se utilizar PPM diz respeito à degradação do desempenho causada por problemas de sincronização. O fato dos *bit*s serem recuperados baseando-se na exata posição do pulso no tempo torna o sistema suscetível ao *jitter* e a incertezas de tempo. [32]

#### 2.4.5 MODULAÇÃO POR PULSOS ORTOGONAIS - OPM (ORTHOGONAL PULSE MODULATION)

Na modulação por pulsos ortogonais, são utilizados pulsos que possuem ortogonalidade entre si, como o próprio nome sugere. Na verdade trata-se mais de uma variação que pode ser aplicada nos outros tipos de modulação mencionados anteriormente [30]. A utilidade maior do OPM está na possibilidade de implementação de esquemas de múltiplo acesso. Pode-se associar o OPM ao PAM, por exemplo, o que permitiria associar símbolos às variações na amplitude dos pulsos e também a cada pulso ortogonal utilizado. O desafio nesse esquema é encontrar um conjunto de pulsos que sejam ortogonais e, de preferência, possam ser gerados utilizando-se a mesma implementação.

## 3. APROXIMAÇÕES DE FUNÇÕES E REALIZAÇÃO DE SISTEMAS

No Capítulo 2, foi introduzido o uso de Pulsos Prolato Esferoidais, conhecidos também pela sua sigla em inglês - PSWF - em sistemas UWB. Como mencionado, pulsos PSWF podem ser calculados de modo a possuírem seu espectro dentro da banda definida pela FCC para uso em sistemas UWB, porém, apesar de possuírem uma ocupação melhor do que os pulsos Gaussianos, além da versatilidade em poderem ser calculados para outras bandas definidas por outras regulações, Pulsos PSWF não possuem uma forma fechada que possa ser implementada. Surge então a necessidade de se realizar aproximações numéricas de forma a se obter uma função que possa ser implementada em circuito.

Na primeira metade deste capítulo, serão apresentados alguns métodos utilizados durante o projeto de aproximação de funções no domínio do tempo. Também será apresentado o método de Padé, que, a partir de uma função definida no domínio do tempo, será utilizado para obter uma função de transferência no domínio de Laplace. A segunda parte focará na realização de sistemas representados no Espaço de Estados, apresentando algumas representações comuns, bem como uma nova representação, mais útil para esse projeto em termos de esparsidade, sensibilidade e faixa dinâmica.

#### 3.1 APROXIMAÇÕES DE FUNÇÕES

Existem situações onde deseja-se manipular um conjunto de pontos, porém não se conhece ou não é possível se calcular a função que deu origem a esses pontos. Surge a necessidade de se aproximar o comportamento dessa coleção de pontos através de uma função conhecida. Nessa seção serão apresentados alguns métodos que realizam esse tipo de aproximação.

#### 3.1.1 INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL

A interpolação polinomial é utilizada para, a partir de uma coleção de pontos, calcular um polinômio que aproxima o comportamento desse conjunto. Dessa forma,

é possível se obter pontos que não constam na coleção sem a necessidade de se conhecer a função que a originou.

Considere a seguinte coleção de n + 1 pontos de uma determinada função:

$$(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), \dots, (x_n, f(x_n))$$
  $n = 1, 2, \dots$  Eq (3.1)

Deseja-se obter um polinômio p(x) de grau menor ou igual a n tal que:

$$f(x_k) = p(x_k)$$
  $k = 1, 2, ..., n$  Eq (3.2)

Tendo p(x) a seguinte forma:

$$p(x) = a_o + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$$
 Eq (3.3)

Juntando Eq 3.2 com Eq 3.3, obtém-se o sistema linear:

$$\begin{cases} a_o + a_1 x_0 + a_2 x_0^2 + \dots + a_n x_0^n = f(x_0) \\ a_o + a_1 x_1 + a_2 x_1^2 + \dots + a_n x_1^n = f(x_1) \\ \vdots \\ a_o + a_1 x_n + a_2 x_n^2 + \dots + a_n x_n^n = f(x_n) \end{cases}$$
 Eq (3.4)

Agora, basta resolver Eq 3.4 para encontrar os coeficientes do polinômio interpolador p(x).

Essa é a forma mais simples de interpolação polinomial. Existem, no entanto, outras interpolações polinomiais, como a interpolação de Lagrange e de Newton.

Na forma de Lagrange, o polinômio interpolador p(x) tem a seguinte forma:

$$p(x) = f(x_0)L_0(x) + f(x_1)L_1(x) + \dots + f(x_n)L_n(x)$$
 Eq (3.5)

Que é igual a

$$p(x) = \sum_{k=0}^{n} f(x_k) L_k(x)$$
 Eq (3.6)

Sendo que

$$L_k(x) = \left[\prod_{j=0}^n (x - x_j)\right] \div \left[\prod_{j=0}^n (x_k - x_j)\right] \qquad p/\forall j \neq k$$
Eq (3.7)

O polinômio interpolador p(x) possui a seguinte forma:

$$p(x) = d_0 + d_1(x - x_0) + d_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + d_n(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{n-1})$$
 Eq (3.8)

Onde  $d_i$  é o operador diferenças divididas, definido como

$$d_{0} = f[x_{0}] = f(x_{0})$$

$$d_{1} = f[x_{0}, x_{1}] = \frac{f(x_{1}) - f(x_{0})}{x_{1} - x_{0}}$$

$$\vdots$$

$$d_{n} = f[x_{0}, \cdots, x_{n}] = \frac{f[x_{1}, \cdots, x_{n}] - f[x_{0}, \cdots, x_{n}]}{x_{n} - x_{0}}$$
Eq (3.9)

#### 3.1.1.1 FENÔMENO DE RUNGE

É possível que a interpolação polinomial resulte em um polinômio que apresente oscilações nas extremidades do intervalo interpolado que tendem ao infinito. Esse fenômeno é chamado de Fenômeno de Runge.

Para explicitá-lo, será utilizado um exemplo. Considere a seguinte função:

$$f(x) = \frac{e^{-x^2}}{1 + 25x^2}$$
 Eq (3.10)

No intervalo [-1,1] e nos pontos  $x_i = -1 + \frac{2i}{n} \operatorname{com} i = 0, 1 \cdots, n$ . Aproximandose essa função pelo método de interpolação polinomial simples, observa-se que apareceram oscilações que tendem ao infinito nas extremidades do intervalo, como pode ser visto na Figura 3.1.



Figura 3. 1 - Gráfico de f(x) e da aproximação polinomial p(x).

Em alguns casos, nos quais se pretende manipular a aproximação da função em intervalos maiores do que o utilizado pela interpolação, tal efeito pode impossibilitar a utilização da interpolação polinomial.

#### 3.1.2 INTERPOLAÇÃO SPLINE

A interpolação Spline consiste em aproximar por partes uma função. Em cada parte é aplicada uma interpolação polinomial. Por definição, uma função  $s_p(x)$  é considerada uma Spline se possuir as seguintes características:

Em cada subintervalo  $[x_i, x_{i+1}]$  com  $i = 0, 1, ..., (n-1), s_p(x)$  é um polinômio de grau p.

 $s_p(x)$  é contínua e tem derivada contínua até ordem (p-1) dentro do intervalo de interpolação.

$$s_p(x_k) = p(x_k)$$
  $k = 1, 2, ..., n$  Eq (3.11)

Além dessas características, a interpolação Spline não apresenta o efeito Runge.

O grau do polinômio interpolador de cada parte da Spline pode ter grau  $n \ge 1$ porém, polinômios com grau n = 3 ou polinômios cúbicos são os mais utilizados devido ao fato de que somente utilizando polinômios dessa ordem ou acima pode-se produzir aproximações Splines que possuem derivadas de primeira e segunda ordem contínuas entre os intervalos, evitando que a curva da aproximação tenha
curvaturas diferentes de um intervalo a outro. Splines que utilizam polinômios de grau 3 também são conhecidas como Splines Cúbicas.

# 3.1.3 MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Em alguns casos, deseja-se obter uma aproximação para uma função  $\varphi(x)$ , da qual apenas se possui uma coleção de pontos como em Eq 3.1 obtidos dentro de um determinado intervalo utilizado para aproximação. Além disso, deseja-se que seja possível calcular valores fora desse intervalo.

Nesses casos, a utilização de interpolações polinomiais não é adequada. É necessário então utilizar uma aproximação que, mesmo sendo calculada em um determinado intervalo, permita obter valores fora desse intervalo, ou seja, permita extrapolar valores.

A estratégia é escolher uma determinada função  $\hat{\varphi}(x)$ , que pode ser linear ou não, e ajustar seus coeficientes de modo a aproximá-la o máximo possível da coleção de pontos de  $\varphi(x)$ . Definindo uma variável  $S_i$  como sendo o quadrado da diferença entre  $\varphi(x)$  e  $\hat{\varphi}(x)$ , ou seja:

$$S_i = (\varphi(x_i) - \hat{\varphi}(x_i))^2$$
  $i = 0, \dots, n$  Eq (3.12)

Então, para todos os valores dentro da coleção de pontos obtêm-se

$$S = \sum_{i=1}^{n} (\varphi(x_i) - \hat{\varphi}(x_i))^2$$
 Eq (3.13)

Deve-se agora calcular os coeficientes de  $\hat{\varphi}(x_i)$  de modo a resultar em *S* mínimo. No caso linear, a função  $\hat{\varphi}(x)$  pode ser escrita como:

$$\hat{\varphi}(x) = \alpha_1 g_1(x) + \dots + \alpha_n g_n(x) \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (3.14)$$

Sendo  $\alpha_i$  os coeficientes desconhecidos de  $\hat{\varphi}(x)$  e  $g_i(x)$  uma função de *x*. Dessa forma, pode-se utilizar o cálculo diferencial para encontrar o mínimo de *S* com respeito a cada coeficiente desconhecido:

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha_j}\Big|_{(\alpha_1,\cdots,\alpha_n)} = 0 \qquad j = 1,\cdots, n \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (3.15)$$

Pode ser visto em [17] que o desenvolvimento Eq 3.15 resulta em um sistema linear que, uma vez resolvido, fornecerá os coeficientes de  $\hat{\varphi}(x)$ . Deve-se no entanto estar ciente de que nem sempre os coeficientes encontrados resultarão em uma boa aproximação. Esse fato acontece devido à má escolha da função  $\hat{\varphi}(x)$ .

Para o caso em que  $\hat{\varphi}(x)$  é não linear, um meio de calcular seus coeficientes é por meio de iterações. A referência [34] apresenta várias maneiras de aplicar o método dos quadrados mínimos, incluindo o caso não linear.

## 3.2 APROXIMAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Uma função de transferência é uma razão de polinômios definido no domínio de Laplace. Utilizando-se o método de Padé, pode-se obter essa razão a partir de outras funções. A aproximação de Padé é um procedimento utilizado para aproximar funções por uma razão de polinômios. Em geral, este método é utilizado a partir da expansão em série de Taylor da função [35].

Considere a seguinte série de Taylor calculada em torno de um determinado ponto, por exemplo em x = 0:

$$F(x) = c_0 + c_1 x + \dots + c_k x^k + O(x^{k+1})$$
 Eq (3.16)

Onde  $c_i$  são os coeficientes da série. Pretende-se encontrar uma razão de polinômios  $\frac{P(x)}{Q(x)}$  tal que

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{p_0 + p_1 x + \dots + p_m x^m}{q_0 + q_1 x + \dots + q_n x^n} = \hat{F}(x)$$
 Eq (3.17)

Sendo  $p_i$ ,  $q_i$  os coeficientes de P(x) e Q(x) respectivamente,  $\hat{F}(x)$  é a versão truncada da série de Taylor e  $m + n = k \operatorname{com} n \ge m$ .

Os coeficientes de P(x) e Q(x) podem ser calculados a partir da seguinte relação:

$$P(x) = \hat{F}(x) \cdot Q(x) \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (3.18)$$

23

Que, em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ \vdots \\ p_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 & 0 & \cdots & 0 \\ c_1 & c_0 & & \vdots \\ \vdots & c_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_k & c_{k-1} & \cdots & c_{k-n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$$
 Eq (3.19)

Observa-se, no entanto, que os coeficientes  $p_{m+1} \cdots p_k$  são nulos, de modo que o sistema linear em Eq 3.19 se reduz a dois sistemas lineares. O primeiro a ser resolvido é:

$$0 = \begin{bmatrix} c_{m+1} & \cdots & c_0 & 0\\ c_{m+2} & & c_1 & c_0\\ \vdots & & & \vdots\\ c_{m+n} & \cdots & \cdots & c_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_0\\ q_1\\ \vdots\\ q_n \end{bmatrix}$$
 Eq (3.20)

E, a partir da resolução de Eq 3.20, calculam-se os coeficientes  $p_0 \cdots p_m$  resolvendo o sistema linear

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ \vdots \\ p_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 & 0 & \cdots & 0 \\ c_1 & c_0 & & \vdots \\ \vdots & c_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_m & c_{m-1} & \cdots & c_{m-n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$$
 Eq (3.21)

A aproximação de Padé converge em um raio maior do que a série de Taylor para a mesma aproximação. Além dessa propriedade, aproximações de Padé são capazes de extrair informações da série de Taylor que a própria série não é capaz de exibir. Para demonstrar essa propriedade, será utilizado um exemplo.

Considere a função (Eq 3.22). A série de Taylor de ordem 10 para essa função é:

$$\hat{F}(x) = 1 - 26x^2 + \frac{1301}{2}x^4 - \frac{48788}{3}x^6 + \frac{9757601}{24}x^8$$
 Eq (3.22)

E a aproximação de Padé de ordem [2,4] a partir da série de Fourier é dada por:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{1 - \frac{76}{153}x^2}{1 + \frac{3902}{153}x^2 + \frac{3851}{306}x^4}$$
 Eq (3.23)

A Figura 3.2 apresenta o gráfico de Eq 3.22 sua série de Taylor e a aproximação de Padé. Pode-se verificar que mesmo com a série de Taylor divergindo dentro do intervalo considerado, o polinômio de Padé conseguiu retirar a informação sobre o comportamento da função original e convergiu para um raio maior do que a série.



Figura 3. 2 - (a) Função f(x), (b) sua série de Taylor e (c) sua aproximação de Padé, realizada utilizandose alguns coeficientes da série de Taylor.

#### 3.3 DESCRIÇÃO DE SISTEMAS NO ESPAÇO DE ESTADOS

Sistemas dinâmicos podem ser descritos como uma combinação de várias equações diferenciais relacionando entradas e saídas múltiplas. A modelagem no Espaço de Estados permite uma representação mais organizada, de fácil manipulação matemática e controle computacional de um sistema.

Considere um sistema dinâmico de ordem *n* com entrada u(t) e saída y(t) relacionadas da seguinte maneira:

$$\frac{dy^{(n)}(t)}{dt} + k_1 \frac{dy^{(n-1)}(t)}{dt} + \dots + k_n y(t) = u(t)$$
 Eq (3.24)

Onde  $k_i$  são constantes. Definindo-se x(t) com sendo uma variável de estado do sistema e separando-se a equação diferencial de ordem n em y(t) por nequações diferenciais de primeira ordem em x(t), obtêm-se:

$$\begin{aligned} \dot{x_1}(t) &= f_1(x_1, \cdots, x_n; u; t) \\ \dot{x_2}(t) &= f_2(x_1, \cdots, x_n; u; t) \\ \vdots \\ \dot{x_n}(t) &= f_n(x_1, \cdots, x_n; u; t) \end{aligned}$$
 Eq (3.25)

A saída do sistema também pode ser reescrita em função das variáveis de estado:

$$y(t) = g(x_1, \dots, x_n; u; t)$$
 Eq (3.26)

Considerando que esse sistema é linear, invariante no tempo, então a Eq 3.25 e Eq 3.26 podem ser reescritas na forma matricial como:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t)$$
  

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + Du(t)$$
  
Eq (3.27)

Onde  $\dot{x}(t)$  é o vetor de estados

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$$
 Eq (3.28)

Sendo **A** a matriz de estados, **B** a matriz de entrada, **C** a matriz de saída e **D** a matriz de transmissão direta. O diagrama de blocos desse sistema é apresentado na Figura 3.3.



Figura 3. 3 - Diagrama de blocos da representação de Sistemas no Espaço de Estados.

Pode-se calcular a função de transferência de um sistema a partir de sua representação no Espaço de Estados. Considere o sistema definido em Eq 3.27. Aplicando a transformada de Laplace, obtêm-se:

$$sX(s) - x(0) = AX(s) + BU(s)$$
  

$$y(t) = CX(s) + DU(s)$$
  
Eq (3.29)

Estabelecendo condições iniciais nulas em Eq 3.29 esta pode ser reescrita como:

$$sX(s) - AX(s) = BU(s)$$
 Eq (3.30)

Ou

$$(sI - A)X(s) = BU(s)$$
 Eq (3.31)

Onde I é a matriz identidade. Isolando X(s) obtêm-se:

$$X(s) = (sI - A)^{-1}BU(s)$$
 Eq (3.32)

Combinando Eq 3.31 e Eq 3.32 resulta em:

$$Y(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D]U(s)$$
 Eq (3.33)

Por definição, a função de transferência H(s) de um sistema é a relação entre sua saída e sua entrada, ou seja:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^n + \dots + b_n}{s^n + a_0 s^{n-1} + \dots + a_n}$$
 Eq (3.34)

Portanto, a seguinte relação é obtida:

$$H(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$
 Eq (3.35)

Para uma mesma função H(s) existem várias representações no Espaço de Estados. A seguir serão apresentadas algumas representações mais utilizadas.

#### 3.3.1 FORMAS CANÔNICAS

Um sistema pode ter diferentes representações no Espaço de Estados. Dentre as mais comuns, estão a forma canônica controlável e a forma canônica observável.

Considere a seguinte representação do sistema em Eq 3.36:

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \vdots \\ \dot{x_{n-1}} \\ \dot{x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
Eq (3.36)
$$y = [b_n - a_n b_0 & \cdots & b_1 - a_1 b_0] \begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \vdots \\ \dot{x_{n-1}} \\ \dot{x_n} \end{bmatrix} + b_0 u$$

Tal representação é chamada Forma Canônica Controlável e é útil no projeto de controladores no Espaço de Estados. Nota-se que nesse formato, os coeficientes do denominador da função de transferência do sistema estão todos evidenciados na última linha da matriz **A**.

Considere agora a seguinte representação do mesmo sistema em Eq 3.37:

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \vdots \\ \dot{x_{n-1}} \\ \dot{x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_n \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_2 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 \\ b_{n-1} - a_{n-1} b_0 \\ \vdots \\ b_2 - a_2 b_0 \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} u$$
Eq (3.37)
$$y = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \vdots \\ \dot{x_{n-1}} \\ \dot{x_n} \end{bmatrix} + b_0 u$$

Essa representação é chamada de Forma Canônica Observável e é útil no projeto de observadores de estados.

Observa-se que existe semelhança entre a forma canônica controlável

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_{\mathbf{c}}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{\mathbf{c}}u(t)$$
  

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_{\mathbf{c}}\mathbf{x}(t) + D_{\mathbf{c}}u(t)$$
  
Eq (3.38)

E a forma canônica observável

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}_o \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}_o \boldsymbol{u}(t)$$
  

$$\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}_o \boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}_o \boldsymbol{u}(t)$$
  
Eq (3.39)

De fato:

$$A_{o} = A_{c}^{T}$$

$$B_{o} = C_{c}^{T}$$

$$C_{o} = B_{c}^{T}$$

$$D_{o} = D_{c}$$
Eq (3.40)

# 3.3.2 REALIZAÇÃO ORTONORMAL

Como mencionado anteriormente, um sistema pode ter várias representações no Espaço de Estados. Porém, representações que permitam alcançar uma maior faixa dinâmica, bem como menor sensibilidade a variações de valores e de fácil implementação são mais desejadas. Uma representação que possui essas propriedades é a realização ortonormal. De acordo com [38], qualquer função de transferência estável pode ser convertida em uma representação ortonormal, a qual possui a forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1} \\ \dot{x}_{2} \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_{1} & 0 & \cdots & 0 \\ -\alpha_{1} & 0 & -\alpha_{2} & \cdots & 0 \\ 0 & -\alpha_{2} & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & \alpha_{n-1} \\ 0 & 0 & \cdots & -\alpha_{n-1} & \alpha_{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1} \\ x_{2} \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_{n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \sqrt{\frac{\alpha_{n}}{\pi}} \end{bmatrix} u$$
Eq (3.41)
$$y = [c_{1} & \cdots & c_{n}] \begin{bmatrix} \dot{x}_{1} \\ \dot{x}_{2} \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_{n} \end{bmatrix}$$

Onde os coeficientes  $\alpha_i$  são calculados por meio da relação

$$\alpha_{i} = \sqrt{\frac{1}{\beta_{i}\beta_{i+1}}} \qquad 1 \le i < n$$

$$\alpha_{n} = \frac{1}{\beta_{n}} \qquad i = n$$
Eq (3.42)
Eq (3.43)

E as constantes  $\beta_i$  são obtidas por meio de uma expansão em diferenças divididas do polinômio do denominador da função de transferência . Para realizar essa expansão, deve-se primeiro separar o denominador em uma soma de dois polinômios, um com graus somente pares -  $D_{par}(s)$  - e outro, somente ímpares -  $D_{impar}(s)$ . A expansão em fração continuada é obtida por meio do seguinte cálculo:

$$\frac{D_{par}(s)}{D_{impar}(s)} = \beta_0 + \frac{r_0}{D_{impar}(s)} = \beta_0 + \frac{1}{\beta_1 + \frac{r_1}{r_0}} = \dots = \beta_0 + \frac{1}{\beta_1 + \frac{1}{\ddots} + \frac{1}{\beta_n}} \qquad \text{Eq (3.44)}$$

Seguindo com os cálculos, utilizam-se os coeficientes  $\beta_i$ , calculados em Eq 3.34, e o numerador da função de transferência – N(s) – para obter os coeficientes  $c_i$ .

$$N(s) = c_1 F_1 + c_2 F_2 + \dots + c_n F_n$$
 Eq (3.45)

Sendo  $F_i$  uma função auxiliar obtida da seguinte forma:

$$F_{1} = \sqrt{\frac{\beta_{1}}{\pi}} \cdot N(0)$$

$$F_{2} = \frac{s}{\alpha_{1}} \cdot F_{1}$$
Eq (3.46)
$$F_{i} = \frac{1}{\alpha_{i-1}} (sF_{i-1} + \alpha_{i-2}F_{i-2})$$

$$3 \le i \le n$$

#### 3.4 SENSIBILIDADE, ESPARSIDADE E FAIXA DINÂMICA

Sensibilidade  $S_b^a$  é definida como a porcentagem de variação que é causada em um parâmetro *a* devido a uma variação em outro parâmetro *b*, ou seja:

$$S_b^a = \frac{\frac{\partial a}{\partial b}}{\frac{\partial b}{b}} = \frac{b}{a} \cdot \frac{\partial a}{\partial b}$$
 Eq (3.47)

Este parâmetro de medida de performance é importante pois é uma forma de mensurar qual a influência de determinados componentes de um filtro analógico na

resposta do próprio filtro, por exemplo. E essa medida permite avaliar se determinada topologia é mais favorável de ser implementada para certa aplicação ou não, bem como o uso de determinado influencia na resposta do sistema como um todo.

Em sistemas lineares descritos no Espaço de Estados, a Eq 3.47 pode ser reescrita de modo a avaliar a sensibilidade das matrizes **A**, **B** e **C** (Considerando-se que a matriz **D** é nula) com relação aos seus elementos [43-46,49]. Considerando-se esta análise feita no domínio de Laplace, tem-se:

$$S_{a_{ij}}(s) = \frac{\partial G(s)}{\partial a_{ij}} = C(sI - A)^{-1}e_i e_j (sI - A)^{-1}B = G_i(s)F_j(s)$$
 Eq (3.48)

$$S_{b_i}(s) = \frac{\partial G(s)}{\partial b_i} = C(sI - A)^{-1}e_i = G_i(s)$$
 Eq (3.49)

$$S_{c_j}(s) = \frac{\partial G(s)}{\partial c_j} = e_j(sI - A)^{-1}B = F_j(s)$$
 Eq (3.50)

Considerando variações estatísticas independentes em torno da frequência, pode-se definir as seguintes variações da função de transferência:

$$\sum_{\Delta G,A}^{2} (s) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left| S_{a_{ij}} \right|^{2}$$
 Eq (3.51)

$$\sum_{\Delta G,B}^{2} (s) = \sum_{i=1}^{n} |S_{b_{i}}|^{2}$$
 Eq (3.52)

$$\sum_{\Delta G,C}^{2} (s) = \sum_{j=1}^{n} \left| S_{c_j} \right|^2$$
 Eq (3.53)

Calculando-se os Gramians da representação em Espaço de Estados do sistema usando Eq 3.54 e Eq 3.55 [54]:

$$K = \int_0^\infty e^{At} B B^T e^{A^T t} dt \qquad \qquad \text{Eq (3.54)}$$

31

E integrando-se as variações descritas em Eq 3.51 a Eq 3.53 pode-se definir a sensibilidade com relação aos Gramians da representação no Espaço de Estados do sistema:

$$m_A \le tr(K)tr(W)$$
  
 $m_B = tr(W)$  Eq (3.56)  
 $m_C = tr(K)$ 

E finalmente, pode-se definir o valor total da sensibilidade para esse sistema como sendo:

$$m_T = m_A + m_B + m_C \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (3.57)$$

Em [54] foi realizada uma comparação entre o grau do sistema e sua sensibilidade para diferentes representações no Espaço de Estados utilizando a Eq 3.57, a qual é apresentada na Figura 3.4.





Pode-se observar que a representação ortonormal é a que apresenta menor sensibilidade, mesmo com o aumento da ordem do sistema, obtendo desempenho semelhante ao caso ótimo, definido em [56].

Esparsidade, em sistemas lineares, é definida como sendo uma medida da quantidade de elementos nulos dentro de uma matriz. Considerando a

implementação de sistemas lineares representados no Espaço de Estados, a esparsidade é uma característica desejável pois permite que sejam utilizados menos elementos na implementação do sistema, reduzindo complexidade, custo, consumo, área, etc. Em [54] é apresentada uma comparação da quantidade de zeros presentes nas representações canônicas e ortonormal, a qual é parcialmente reproduzida em Tabela 3.1.

Tabela 3. 1 - Comparação da quantidade de zeros presentes em algumas representações de Espaço de Estados com relação a ordem "n" do sistema

Representação no Espaço	Quantidade de zeros				
de Estados	em relação a ordem "n"				
Canônica Observável	3n				
Canônica Controlável	3n				
Ortonormal	3n				

Faixa dinâmica é definida como a faixa entre o limite mínimo e máximo de funcionamento de um sistema. Em sistemas elétricos, o limite mínimo geralmente é definido como sendo o nível de ruído do sistema, já que sinais abaixo desse nível não poderão ser detectados. O limite máximo é definido como a capacidade do próprio sistema antes de saturar o sinal.

Também em [54] é definida uma figura de mérito utilizada para avaliar representações de Espaço de Estado em termos de faixa dinâmica. Ela é apresentada na Eq 3.58:

$$F_{DR} = \frac{max_i k_{ii}}{(2\pi)^2} \sum_i \frac{\alpha_i}{C_i} w_{ii}$$
 Eq (3.58)

Onde  $k_{ii}$  e  $w_{ii}$  são as diagonais principais dos gramians **K** e **W**, respectivamente, definidos em Eq 3.54 e Eq 3.55.  $\alpha_i = \sum |A_{ij}|_j$ é o absoluto da soma dos elementos da i-ésima linha da matriz **A** e  $C_i$  é a capacitância no i-ésimo integrador. A Figura mostra a performance de várias representações no Espaço de Estados com relação à ordem do sistema.



Figura 3. 5 - Avaliação da FDR pela ordem do sistema para várias representações de Espaço de Estados [54].

Pode-se observar que, novamente, a representação ortonormal apresenta performance em termos de faixa dinâmica próxima do caso ideal definido em [58], mesmo com o aumento da ordem do sistema, enquanto outras representações desviam consideravelmente do caso ótimo.

# 4. IMPLEMENTAÇÃO DE SISTEMAS PARA USO EM UWB

No Capítulo 3 foram apresentados métodos de aproximação de funções. Também mostrou como se obter uma função de transferência a partir da função aproximada no tempo por meio do método de Padé. E, usando essa função de transferência, foi apresentado como realizá-la utilizando representações no Espaço de Estados. Neste capítulo, será introduzida a implementação de Espaço de Estados por meio de Filtros Gm-C. Além da implementação, serão apresentados alguns circuitos transcondutores que podem ser utilizados na construção desse tipo de filtro.

#### 4.1 FILTROS Gm-C

Filtros Gm-C são filtros analógicos construídos utilizando-se células de transcondutância associadas a capacitores, como mostra a Figura 4.1. A célula de transcondutância pode ter uma única saída (Figura 4.1a) ou possuir saídas diferenciais. No caso diferencial, o capacitor pode ser conectado entre as saídas do transcondutor (Figura 4.1b) ou em paralelo entre as saídas do circuito e o potencial terra (Figura 4.1c).



Figura 4. 1 - Célula Gm-C com saída única (a), saída diferencial (b) e saída diferencial com capacitores em paralelo (c).

A relação entre a corrente de saída  $I_o$  e a tensão de entrada  $V_i$  é dada por Eq 4.1.

$$I_o = Gm \cdot V_i \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (4.1)$$

Onde Gm é o valor da transcondutância da célula. Dessa forma, a tensão  $V_{cap}$  no capacitor é dada por Eq 4.2.

$$V_{cap} = \frac{1}{C} \int I_o = \frac{1}{C} \int Gm \cdot V_i$$
 Eq (4.2)

Ou, no domínio de Laplace:

$$V_{cap} = \frac{Gm}{sC} V_i$$
 Eq (4.3)

A configuração diferencial apresentada em Figura 4.1b e Figura 4.1c é preferida sobre a versão com uma única saída, por tal topologia apresentar robustez com relação a ruído e distorção [39]. Devido às capacitâncias parasitas que surgem na implementação do integrador em circuitos integrados, geralmente opta-se por conectar os capacitores como na Figura 4.1c, pois esta configuração permite menor influência dessas capacitâncias parasitas [46].

A grande vantagem no uso de filtros Gm-C está na possibilidade de se implementar funções de transferência sem uso de resistores ou indutores, reduzindo o consumo de área dentro do circuito integrado, já que esses dois elementos passivos são os maiores consumidores de espaço dentro de um chip. Portanto, pode-se implementar desde resistores e indutores até mesmo funções mais complexas, como filtros passa-baixa, biquadráticos, entre outros, apenas utilizando capacitores e células de transcondutâncias [47].



Figura 4. 2 - Resistor (a) e Passa-baixa com ganho ajustável (b).

Além da versatilidade na implementação de funções utilizando somente capacitores e transcondutores, filtros Gm-C possuem outras vantagens que os fazem mais preferíveis em certas aplicações com relação a outras estratégias de implementação de funções, como filtros ativos com amplificadores operacionais, capacitores chaveados ou mesmo as tradicionais redes com capacitores, indutores e resistores (redes RLC) [44]. Filtros Gm-C geralmente ocupam uma área menor dentro de um circuito integrado, se comparado a redes RLC. A programabilidade

também é outra característica desse tipo de filtro, pois se pode alterar certos parâmetros da função representada alterando-se o valor das transcondutâncias presentes, as quais são geralmente controladas pela corrente de polarização ou por uma tensão de controle.

No entanto, diferente do comportamento ideal, transcondutores possuem impedância de entrada e saída finitas. A transcondutância varia com a frequência e com a tensão de entrada, resultando em não linearidades no circuito e redução de sua faixa dinâmica. As capacitâncias parasitas são consideráveis, podendo se somarem-se às capacitâncias do próprio filtro, alterando a performance deste [43-47].

#### 4.2 ESCALAMENTO TEMPORAL DE FILTROS Gm-C

Considere um sistema S(t) linear e invariante no tempo, que recebe em sua única entrada um sinal  $v_i(t)$  e entrega na sua única saída um outro sinal  $i_o(t)$ . O sinal de saída possui uma duração de  $t_{io}$  segundos e ocupa uma banda de  $f_{io}$  Hertz. De acordo com [45-46,49], define-se assim um sistema  $\hat{S}(t)$  de modo que:

$$\hat{S}(t) = S(\alpha t)$$
  
 $\alpha > 0$ 
Eq (4.4)

Por se tratar de um sistema linear, aplicando-se a mesma entrada  $v_i(t)$  obtém-se uma saída  $\hat{i}_{io}(t)$  com duração de  $\hat{t}_{io}$  segundos e banda ocupada de  $\hat{f}_{io}$  hertz e com as seguintes relações:

$$\hat{i}_{io}(t) = i_o(\alpha t)$$

$$\hat{t}_{io} = \frac{1}{\alpha} t_{io}$$
Eq (4.5)
$$\hat{f}_{io} = \alpha f_{io}$$

Observa-se que a saída do sistema  $\hat{S}(t)$  possui um escalamento em sua resposta temporal e em sua resposta espectral de  $\frac{1}{\alpha}$  e  $\alpha$ , respectivamente, com relação ao sistema para uma mesma entrada, porém sem alterar o formato da saída. Esta é a definição de escalamento temporal e  $\hat{S}(t)$  é definido como a versão escalada de S(t) e  $\alpha$ , de fator de escalamento. A Eq 4.5 sugere que sempre que é realizada uma expansão na frequência, há uma compressão no tempo, e vice-versa.

Tratando-se de representações no Espaço de Estados, como a definida em Eq 3.27, pode-se multiplicar tanto a matriz **A** quanto a **B**, ou a **C**, ou a **D** por um fator de escalamento, porém o efeito na saída do sistema é diferente para cada matriz. O escalamento temporal ocorre apenas quando o fator de escalamento é aplicado na matriz **A**, pois é essa matriz que contém os autovalores do sistema e, portanto, os polos deste, e escalonar essa matriz significa escalonar os próprios polos, alterando a resposta temporal e espectral, mas sem modificar sua forma Figura 4.3. Escalonar as outras matrizes - **B**, **C** e **D** - altera a amplitude da resposta do sistema ao sinal de entrada, mas não influencia a duração nem a banda do sinal de saída.



Figura 4. 3 - Representação no Espaço de Estados de um Sistema (a) e sua representação com a matriz A escalonada (b) mostrando ao escalamento no tempo e na frequência sem mudança da forma da resposta do sistema.

# 4.3 REALIZAÇÃO DE ESPAÇO DE ESTADOS ORTONORMAL POR MEIO DE FILTROS Gm-C

Considerando agora o mesmo escalamento aplicado a filtros Gm-C, pode-se alterar as transcondutâncias ou as capacitâncias que compõem o filtro. O escalamento de um desses componentes não impede que o mesmo seja feito no outro, pode-se escalar tanto transcondutâncias como capacitâncias no mesmo sistema. Ao escalar as capacitâncias, de acordo com [48], escala-se o ruído do sistema, enquanto ao se escalar as transcondutâncias, mantém-se o ruído do sistema constante.

Considere agora uma representação genérica de um sistema no espaço de estados, como o apresentado na Figura 3.3 e reapresentado novamente para facilitar a próxima análise.



Figura 4. 4 - Diagrama de blocos simplificado - Sem a matriz D - da representação de Sistemas no Espaço de Estados.

A matriz **D** foi retirada para simplificar o sistema. Implementando-se o integrador por meio de um capacitor e cada elemento das matrizes por transcondutores, e considerando que a entrada do sistema  $V_i$  é do tipo tensão, podem-se obter as seguintes relações:

- A tensão V<sub>i</sub> é aplicada a cada elemento da matriz B, resultando em correntes que são injetadas nos capacitores que fazem parte do integrador, gerando uma tensão V<sub>x</sub>.
- Essa tensão V<sub>x</sub> é aplicada nos transcondutores que implementam a matriz A, que por sua, vez, gera correntes que se somam às correntes geradas pelos elementos da matriz B.
- A tensão V<sub>x</sub> é diretamente aplicada nos elementos da matriz C, que por consequência, gera correntes que comporão a saída I<sub>o</sub>.

Conclui-se que uma representação genérica de um sistema no espaço de estados pode ser realizada por meio de um Filtro Gm-C, onde o integrador é implementado por meio de capacitores e os elementos de cada uma das matrizes são implementados utilizando-se células de transcondutância. Observa-se que uma das principais complexidades nessa realização está no número de elementos que deverão ser implementados pelas células de transcondutância. Quanto mais elementos não nulos existirem em cada uma das matrizes do sistema, mais

transcondutores serão necessários. Além disso, essa quantidade também aumenta quando se incrementa a ordem do sistema.

Utilizando-se esse resultado, propõe-se a realização da representação ortonormal, apresentada em 3.5.2. Esse sistema foi escolhido por possui maior quantidade de elementos nulos nas matrizes do sistema em comparação às outras representações. A Figura 4.5 apresenta essa implementação. Observa-se que a matriz **C** está sendo realizada utilizando-se transcondutores diferenciais, enquanto o restante do sistema é implementado utilizando células com uma única saída. A razão para essa escolha é que se deseja aproveitar tanto a saída positiva  $I_o^+$  desse sistema quanto a negativa  $I_o^-$ , o que será justificado no Capítulo 5.



Figura 4. 5 - Implementação por meio de Filtro Gm-C da representação Ortonormal de Sistemas no Espaço de Estados.

#### **4.4 O TRANSCONDUTOR**

Considere um sistema elétrico que lida com correntes e tensões tanto em suas entradas como em suas saídas. Avaliando-se todas as possibilidades, obtêmse as configurações mostradas na Figura 4.6:



Figura 4. 6 - Sistemas elétricos com diferentes entradas e saídas.

O sistema (a) recebe uma tensão  $V_i$  em sua entrada e fornece uma tensão  $V_o$ em sua saída. O ganho  $A_v$  do sistema é definido como a razão entre a tensão de saída e a tensão de entrada e é também chamado de ganho de tensão. O sistema (b) recebe uma corrente  $I_i$  em sua entrada e fornece uma corrente  $I_o$  em sua saída e nesse caso, o ganho  $A_v$ , que relaciona essas duas correntes, é chamado de ganho de corrente. Já o ganho do sistema (c) relaciona uma tensão de saída  $V_o$  com uma corrente de entrada  $I_i$  e o ganho  $A_v$  é também definido como ganho de transimpedância. Por ultimo, o sistema (d) relaciona uma corrente de saída  $I_o$  com uma tensão de entrada  $V_i$  e, nesse caso, o ganho  $A_v$  é definido como ganho de transcondutância.

Em resumo, um circuito transcondutor - ou simplesmente transcondutor - é aquele que converte uma tensão de entrada em uma corrente de saída por meio de um ganho de transcondutância  $A_v$ , também escrito como Gm (Eq 4.6).

$$Gm = \frac{\Delta I_o}{\Delta V_i}$$
 Eq (4.6)

Como características ideais, considera-se que o transcondutor, do ponto de vista de sua entrada, se comporta como um voltímetro ideal, possuindo portanto uma impedância de entrada infinita. Do ponto de vista de sua saída, a célula de transcondutância se comporta como uma fonte de corrente ideal, apresentando uma impedância de saída também infinita. Essas duas características estão evidenciadas no seu modelo de pequenos sinais apresentado na Figura 4.7. Porém, em circuitos reais, utilizam-se transcondutores reais, ou seja, que apresentam impedâncias de entrada e saída finitas, transcondutância variável com frequência e tensão de entrada, banda limitada, faixa linear limitada.



Figura 4.7 - (a) Representação simbólica do Transcondutor (b) e seu modelo de pequenos sinais.

Circuitos transcondutores são bastante utilizados em eletrônica em geral, como em amplificadores operacionais, filtros analógicos, amplificadores de ganho variável, conversores, etc. Dentre as características desejadas neste tipo de circuito, estão a linearidade e a transcondutância ajustável. Existe uma relação de compromisso entre essas duas características, pois à medida que se aumenta a tensão de controle do circuito, transcondutância também aumenta. Porém a relação entre corrente de saída e tensão de entrada afasta-se da região mais linear.

Dentre as diferentes configurações de transcondutores, destacam-se o projeto de transcondutores em saturação ou em triodo, com relação aos transistores de entrada. Enquanto operar em saturação beneficia o ganho, já que se obtém maiores transcondutâncias nessa região de operação, operar em triodo permite alcançar maior linearidade. Existem também estratégias de linearização, de aumento de ganho e de banda.

A seguir serão apresentadas algumas topologias que utilizam uma ou mais dessas estratégias para melhorar determinado desempenho.

#### 4.4.1 O PAR DIFERENCIAL

O mais básico circuito transcondutor, o par diferencial, é constituído de dois seguidores de fonte conectados a uma fonte de corrente que limita a corrente em ambos os ramos. O esquemático é apresentado na Figura 4.8.



Figura 4. 8 - Par Diferencial.

Nesse circuito, os transistores de entrada, M1 estão na saturação, sendo assim, pode-se escrever as correntes de saída  $Io^+$  e  $Io^-$  utilizando o seguinte equacionamento:

$$Io^{+} = \frac{1}{2} K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 \left(V_{gs1}^{+} - Vt\right)^2$$

$$Eq (4.7)$$

$$Io^{-} = \frac{1}{2} K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 \left(V_{gs1}^{-} - Vt\right)^2$$

Sabendo-se que:

$$V_i^+ - V_i^- = V_{gs1}^+ - V_{gs1}^- = (V_{gs1}^+ - Vt) - (V_{gs1}^- - Vt)$$
 Eq (4.8)

Onde Vt é a tensão de limiar do transistor, e usando Eq 4.8 em Eq 4.7, tem-se então que:

$$V_i^+ - V_i^- = \sqrt{\frac{2Io^+}{K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1}} - \sqrt{\frac{2Io^-}{K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1}}$$
 Eq (4.9)

Elevando-se Eq 4.9 ao quadrado, tem-se agora:

$$(V_i^+ - V_i^-)^2 = \frac{2\left[(Io^+ + Io^-) - 2\sqrt{(Io^+Io^-)}\right]}{K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1}$$
 Eq (4.10)

Ou

$$\frac{1}{2}K_n\left(\frac{W}{L}\right)_1(V_i^+ - V_i^-)^2 - (Io^+ + Io^-) = -2\sqrt{(Io^+Io^-)}$$
 Eq (4.11)

Definindo-se agora as seguintes simplificações:

$$Io^+ - Io^- = \Delta Io \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (4.13)$$

$$Io^+ + Io^- = Iss \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (4.14)$$

$$\left[2\sqrt{(Io^+Io^-)}\right]^2 = (Io^+ + Io^-)^2 - (Io^+ - Io^-)^2 \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (4.15)$$

Elevando-se Eq 4.11 ao quadrado e aplicando as relações Eq 4.12 a Eq 4.15, finalmente obtém-se:

$$\Delta Io = \frac{1}{2} K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 \Delta V_i \sqrt{\frac{4Iss}{K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1} - \Delta {V_i}^2} \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (4.16)$$

Observa-se claramente da Eq 4.16 que a relação entre a corrente diferencial de saída *Io* e a tensão diferencial de entrada  $V_i$  possui um comportamento bastante não linear. Alternativamente, pode-se simplificar essa relação, definindo uma transcondutância de pequenos sinais para esse circuito, considerando que haverá uma variação de tensão pequena na entrada:

$$Gm = \frac{\partial \Delta I_o}{\partial \Delta V_i}$$
 Eq (4.17)

E, utilizando a relação Eq 4.7 em Eq 4.17, obtêm-se a transcondutância de pequenos sinais para esse circuito:

$$Gm = \sqrt{K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 Iss}$$
 Eq (4.18)

# 4.4.2 O PAR DIFERENCIAL COM DEGENERAÇÃO DE FONTE

A técnica de degeneração de fonte é realizada utilizando na topologia do par diferencial um estágio de fonte comum com degeneração de fonte (Figura 4.9).



Figura 4.9 - Par Diferencial com Degeneração de Fonte Resistiva.

Para esse circuito, sabe-se que:

$$V_{gs1}^{+} - V_{gs1}^{-} = (V_i^{+} - V_i^{-}) - R1(Io^{+} - Io^{-}) = \Delta V_i - R1\Delta Io$$
 Eq (4.19)

Sendo assim, considerando os transistores de entrada *M*1 operando em saturação, obtém-se a seguinte relação [41]:

$$\Delta Io = (\Delta V_i - R1\Delta Io) \sqrt{2K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1} \sqrt{1 - \frac{1}{8Iss}K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 (\Delta V_i - R1\Delta Io)^2} \qquad \text{Eq (4.20)}$$

Novamente, utiliza-se uma simplificação de pequenos sinais, resultando em [22]:

$$Gm = \frac{g_{m1}}{1 + g_{m1}R1}$$
 Eq (4.21)

Sendo  $g_{m1}$  a transcondutância do transistor *M*1.

A vantagem desse circuito é o aumento da linearidade, pois se  $R1 \gg 1/g_{m1}$ , o ganho de transcondutância passa a depender mais proporcionalmente do valor do resistor e não mais da transcondutância dos transistores de entrada [41-43]. A desvantagem é a necessidade de utilizar valores altos de resistência para se obter maior faixa linear para o circuito, enquanto a transcondutância do circuito é inversamente proporcional ao valor do resistor. Existe então uma relação de compromisso entre linearidade e ganho de transcondutância.

Devido à desvantagem no uso de resistores, pode-se substituí-los por transistores MOS operando em triodo [41] (Figura 4.10).



Figura 4. 10 - Par Diferencial com Degeneração de Fonte Resistiva MOS.

# 4.4.3 O DUPLO PAR DIFERENCIAL

Outra estratégia para se obter uma maior linearidade é a utilização da topologia do Duplo Par Diferencial [40], que como o nome diz, constitui-se de dois pares diferenciais simples conectados como mostra a Figura 4.11.



Figura 4. 11 - Duplo Par Diferencial.

Para esse circuito, considerando-se os transistores de entrada *M*1 operando em saturação, obtêm-se as seguintes correntes:

$$i1 = \frac{1}{2} K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 \left(V_{gs1}^+ - Vt\right)^2$$

$$i2 = \frac{1}{2} K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 \left(V_{gs1}^- - Vt\right)^2$$

$$i3 = \frac{1}{2} K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 \left(V_{gs1}^- - Vt\right)^2$$

$$i4 = \frac{1}{2} K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 \left(V_{gs1}^+ - Vt\right)^2$$

E sabendo-se que a corrente diferencial de saída é dada por:

$$\Delta Io = Io^{+} - Io^{-} = i1 + i2 - i3 - i4$$
 Eq (4.25)

Então tem-se que:

Como mostra Eq 4.26, existe uma relação linear entre entrada e saída para esse circuito, diferente dos outros circuitos apresentados ate o momento.

## 4.4.4 O PAR DIFERENCIAL CASCODE

Seguindo a mesma ideia de agrupar dois seguidores de fonte para criar o par diferencial apresentado anteriormente, pode-se conectar dois amplificadores cascode, resultando no par diferencial cascode [40] (Figura 4.12).



Figura 4. 12 - Par Diferencial Cascode.

O par diferencial cascode traz consigo as vantagens do amplificador cascode, que são maior ganho e maior impedância de saída, se comparado com o par diferencial, além de reduzir o efeito de modulação de canal. Esse isolamento é importante pois variações nessa tensão devido a carga conectada ao circuito, podem alterar a corrente fornecida pelo circuito ou as suas tensões DCs de saída, por exemplo.

Considerando que os transistores *M*1 dessa vez operam em triodo, têm-se as seguintes relações entre as correntes de saída:

$$Io^{+} = K_{n} \left(\frac{W}{L}\right)_{1} \left[ \left(V_{gs1}^{+} - Vt\right) V_{DS1} - \frac{V_{DS1}^{2}}{2} \right]$$
  

$$Io^{-} = K_{n} \left(\frac{W}{L}\right)_{1} \left[ \left(V_{gs1}^{-} - Vt\right) V_{DS1} - \frac{V_{DS1}^{2}}{2} \right]$$
  
Eq (4.27)

Dessa forma, obtém-se a seguinte relação entre tensão de entrada e corrente de saída:

$$\Delta Io = Io^{+} - Io^{-} = K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 \Delta V_i V_{DS1}$$
 Eq (4.28)

$$Gm = K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 V_{DS1}$$
 Eq (4.29)

Observa-se que, nesse circuito, a transcondutância possui uma relação linear e dependente da tensão  $V_{DS1}$  dos transistores *M*1.

### 4.4.5 O PAR DIFERENCIAL CASCODE REGULADO

Considerando o par diferencial cascode apresentado anteriormente, deseja-se manter constante a tensão  $V_{DS1}$  dos transistores de entrada M1, polarizados em triodo. Para isso, acrescenta-se um estágio de realimentação negativa (Figura 4.13). Nesse circuito, uma variação na tensão  $V_{DS1}$ , causa uma variação na tensão  $V_{gs5}$  dos transistores M5, causando uma variação contrária na tensão  $V_{DS5}$ , já que a corrente  $I_c$  que passa por esses transistores é constante. Dessa forma, a tensão  $V_{gs3}$  varia no sentido de variar contrariamente a tensão  $V_{DS3}$  e, por consequência, corrigindo a variação ocorrida em  $V_{DS1}$  [58-59].



Figura 4. 13 - Par Diferencial Cascode Regulado.

Novamente utilizando os transistores de entrada *M*1 operando em triodo, temse a seguinte característica de transferência:

$$Io^{+} = K_{n} \left(\frac{W}{L}\right)_{1} \left[ \left(V_{gs1}^{+} - Vt\right) V_{DS1} - \frac{V_{DS1}^{2}}{2} \right]$$
  

$$Io^{-} = K_{n} \left(\frac{W}{L}\right)_{1} \left[ \left(V_{gs1}^{-} - Vt\right) V_{DS1} - \frac{V_{DS1}^{2}}{2} \right]$$
  
Eq (4.31)

$$Gm = K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 V_{DS1}$$
 Eq (4.33)

Porém, tem-se que:

$$V_{DS1} = V_{gs5} + V_c$$
 Eq (4.34)

E que:

$$V_{gs5} = \sqrt{\frac{2I_c}{K_n \left(\frac{W}{L}\right)_5}} + Vt$$
 Eq (4.35)

Sendo assim, a transcondutância desse circuito pode ser reescrita como:

$$Gm = K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 \left(V_{gs5} + V_c\right) = K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 \left(\sqrt{\frac{2I_c}{K_n \left(\frac{W}{L}\right)_5}} + Vt + V_c\right)$$
 Eq (4.36)

Nota-se que, neste caso, a transcondutância pode ser controlada variando-se a tensão  $V_c$ , que adiciona outra característica vantajosa a esse circuito, além da auto regulação da tensão  $V_{DS1}$ .

# 4.4.6 O PAR DIFERENCIAL CASCODE REGULADO COM REALIMENTAÇÃO POSITIVA

A realimentação positiva é uma técnica utilizada para melhorar a resposta em frequência do circuito transcondutor. O circuito apresentado em (Figura 4.14) é uma variação do Par Diferencial Cascode Regulado, porém com a diferença de que a regulação vem do outro ramo do circuito. Dessa forma, a regulação acontece adiantada com relação ao sinal que entra no ramo, tornando a realimentação nesse circuito positiva [60-61]. Além dessa modificação, esse transcondutor apresenta uma topologia cascode dual, realizada com transistores nmos e pmos.



Figura 4. 14 - Par Diferencial Cascode Regulado com Realimentação Positiva.

Para esse circuito, considerando que os transistores de entrada M1 e M7 operam em triodo, têm-se as seguintes relações entre as correntes de saída:

$$Io^{+} = K_{n} \left(\frac{W}{L}\right)_{1} \left[ (V_{gs1}^{+} - Vt) V_{DS1} - \frac{V_{DS1}^{2}}{2} \right]$$
  
+  $K_{p} \left(\frac{W}{L}\right)_{7} \left[ (V_{sg7}^{+} - Vt) V_{SD7} - \frac{V_{SD7}^{2}}{2} \right]$   
Eq (4.38)  
$$Io^{-} = K_{n} \left(\frac{W}{L}\right)_{1} \left[ (V_{gs1}^{-} - Vt) V_{DS1} - \frac{V_{DS1}^{2}}{2} \right]$$
  
+  $K_{p} \left(\frac{W}{L}\right)_{7} \left[ (V_{sg7}^{-} - Vt) V_{SD7} - \frac{V_{SD7}^{2}}{2} \right]$ 

Pode-se então observar que a característica de transferência desse circuito é dada por:

$$\Delta Io = Io^{+} - Io^{-} = K_n \left(\frac{W}{L}\right)_1 \Delta V_i V_{DS1} + K_p \left(\frac{W}{L}\right)_7 \Delta V_i V_{DS7}$$
 Eq (4.39)

De Eq 4.39, observa-se que a transcondutância desse circuito é o dobro da transcondutância de um Par Diferencial Cascode Regulado normal, devido à estrutura dual composta pelos transistores nmos e pmos, *M*1 e *M*7, respectivamente.

Apesar de essa topologia não permitir o controle da transcondutância através de uma tensão  $V_c$ , pode-se controlar esta por meio da variação da corrente *Iss*.

# 5.PROJETO DO GERADOR DE PULSOS PARA SISTEMAS UWB

Neste capítulo será desenvolvido um Gerador de Pulsos para aplicações em UWB. O Gerador consiste em um Filtro Gm-C cuja resposta impulsional é um pulso PSWF. Após o seu desenvolvimento, ele será utilizado em uma proposta de comunicação m-ária para UWB.

# 5.1 DEFINIÇÃO

A tecnologia escolhida para o projeto foi a AMS 0.35 µm, devido a disponibilidade desta no laboratório e por ser uma tecnologia já conhecida por seu uso em projetos anteriores. Esta tecnologia possui transistores com uma frequência de corte abaixo de 10 GHz, não sendo portanto possível seu uso no projeto de circuitos que operem na banda definida pela FCC para sistemas UWB (Seção 2.1). Optou-se então por projetar o gerador de pulsos para operar na banda de operação de 500 MHz - 1GHz, também conhecida como *sub-giga*, pois esta faixa está abaixo da frequência de corte para os transistores da tecnologia escolhida e ainda pode ser considerada como sendo UWB. Esta faixa possui a vantagem de permitir a implementação de aplicações biomédicas e de rede de sensores sem fio, por exemplo. Por fim, optou-se por utilizar a tensão de alimentação padrão de 3.3 V. Se for necessário reduzir o consumo de potência do filtro, essa especificação poderá ser redefinida. Essas especificações estão listadas na Tabela 5.1.

Banda de operação	500 MHz - 1 GHz			
Tecnologia	AMS 0.35 μm			
Tensão de alimentação	3.3V			

Tabela 5. 1 - Especificações para o Gerador de pulsos UWB.

Primeiramente, a partir da aproximação discreta apresentada na Eq 2.11, serão realizadas aproximações numéricas para se obter uma função no domínio do tempo que represente o pulso PSWF. Usando essa função, será aplicado o método de Padé no domínio de Laplace para se calcular a função de transferência cuja resposta impulsional é o próprio pulso PSWF. Utilizando-se essa função de transferência, será calculada uma representação no Espaço de Estados, a qual será

implementada por meio de um filtro Gm-C. Por fim, será acrescentada uma modificação nesse filtro que possibilitará a geração de não um, mas dois pulsos PSWF, denominados de pulso de primeira e segunda ordens. Todas essas etapas estão representadas na Figura 5.1.



Figura 5. 1 - Fluxo de projeto para desenvolvimento do Gerador de Pulsos UWB.

# 5.2 APROXIMAÇÃO NUMÉRICA

Escolheu-se o pulso PSWF devido à sua característica de melhor ajuste na banda, versatilidade, pois é possível encontrar diferentes pulsos para diferentes bandas UWB, além da definida pela FCC, e ortogonalidade, característica desejável que possibilita uma melhor recepção e demodulação do pulso, como mostrado no Capítulo 2. Como mencionado na introdução, será utilizada a aproximação discreta mostrada na Eq. 2.11.

## 5.2.1 APROXIMAÇÃO DISCRETA

Utilizando Eq 2.13 para *N*=128, são obtidos os coeficientes dos pulsos PSWF de ordem 1, 2, 3 e 4, os quais estão apresentados na Figura 5.2. Os cálculos realizados foram implementados em MATLAB e o código encontra-se no Apêndice I.



Figura 5. 2 - Pulsos PSWF de ordem 1, 2, 3 e 4 normalizados.

A amplitude e duração dos pulsos estão normalizadas, pois os ajustes dessas duas características serão feitos na etapa de desenvolvimento da representação do pulso no Espaço de Estados.

Desse ponto em diante, será utilizado somente o pulso PSWF de ordem 1. Os outros pulsos poderão ser obtidos a partir de uma modificação a ser realizada também na etapa de desenvolvimento da representação do pulso no Espaço de Estados.

# 5.2.2 APROXIMAÇÃO PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

A etapa anterior permitiu a obtenção dos coeficientes do pulso. Porém desejase obter uma forma fechada para a função PSWF. A estratégia será aproximar os coeficientes encontrados por uma determinada função a ser escolhida.

Observa-se de Figura 5.2 que o pulso PSWF apresenta oscilações que aumentam em amplitude e depois diminuem, chegando a zero após a duração do pulso. Uma função f(t) que apresenta comportamento semelhante é dada por:

$$f(t) = ae^{-bt}\cos(ct + d) \qquad \qquad \mathsf{Eq}\ (5.1)$$

Sendo que *a*, *b*, c e *d* são coeficientes de f(t). Dessa forma, é coerente tentar aproximar os coeficientes do pulso PSWF por algo com a forma de Eq 5.1. Denominando  $\hat{\psi}(t)$  como sendo a função que aproximará os coeficientes da função PSWF, denominada por  $\psi(t)$ , tem-se que:

$$\hat{\psi}(t) = a_1 e^{(b_1 t)} \sin(c_1 t + d_1) + a_2 e^{(b_2 t)} \sin(c_2 t + d_2) + a_3 e^{(b_3 t)} \sin(c_3 t + d_3) + a_4 e^{(b_4 t)} \sin(c_4 t + d_4) + a_5 e^{(b_5 t)} \sin(c_5 t + d_5)$$
Eq (5.2)

Decidiu-se aplicar o método dos Mínimos Quadrados Não Linear, apresentado na Seção 3.1.3, para aproximar os coeficientes discretos de  $\psi(t)$  por Eq 5.2. Tal método permitirá obter uma função aproximante que convergirá mesmo fora do intervalo utilizado para aproximação, ou seja, que permitirá extrapolação. A forma não linear de Eq 5.2 justifica a aplicação do método dos Mínimos Quadrados em seu formato Não Linear.

Para facilitar a convergência, foram adicionados alguns pontos com amplitude nula após os pontos da função desconhecida a ser aproximada. A ideia é forçar o método de aproximação a encontrar coeficientes para Eq 5.2 que realmente façam esta função decair para zero após a duração das oscilações.

Após algumas iterações realizadas utilizando-se a ferramenta *cftool*, contida no programa MATLAB, os valores encontrados para os coeficientes de  $\hat{\psi}(t)$ , bem como o valor inicial de cada coeficiente utilizado pelo método são apresentados na Tabela 5.2. O resultado da aproximação pode ser visto na Figura 5.3. A raiz quadrada do erro mínimo obtido foi de 1,1%.

	Coeficientes Calculados				Ponto Inicial			
	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>	Ci	di	a <sub>i</sub>	<b>b</b> i	Ci	di
i=1	4,35238	-4,70559	48,66326	2,37663	0.08	0.10	50.3	1.200
i=2	-2,80186	-4,47234	54,76286	14,44415	0.07	0.01	65.01	1.990
i=3	-0,60323	-3,57869	61,21426	10,69670	0.04	0.01	75.0	1.755
i=4	0,55479	-3,48451	36,31070	3,39826	0.03	0.01	39.0	1.570
I=5	2,70099	-4,42999	42,60843	12,28232	0.01	0.01	62.0	1.570

Tabela 5. 2 - Coeficientes calculados pelo método dos Mínimos Quadrados Não Linear.


Figura 5.3 - Resultado da aproximação pelo método dos Mínimos Quadrados Não Linear.

## 5.3 GERAÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Obtida uma forma fechada para o pulso PSWF, procede-se agora à geração da função de transferência para o pulso. Como funções de transferências são definidas e manipuladas no domínio de Laplace, primeiro a função  $\hat{\psi}(t)$  definida em Eq 5.2 será convertida para este espaço.

### 5.3.1 MANIPULAÇÃO NO DOMÍNIO DE LAPLACE

Definindo  $\widehat{\Psi}(s)$  como sendo a transformada de Laplace de  $\widehat{\psi}(t)$  ou seja:

$$\hat{\psi}(t) \stackrel{\mathcal{L}}{\Leftrightarrow} \hat{\psi}(s)$$
 Eq (5.3)

Observa-se que os termos  $d_i$  em  $\hat{\psi}(t)$ , que correspondem a defasagens no domínio do tempo, se transformam em exponenciais complexas no domínio de Laplace, pois:

$$f(t) \stackrel{\mathcal{L}}{\Leftrightarrow} F(s)f(t-t_0) \stackrel{\mathcal{L}}{\Leftrightarrow} F(s)e^{-st_0} \qquad \qquad \mathsf{Eq} \ (5.4)$$

Essas exponenciais complexas resultarão em funções de transferência complexas, o que não é realizável. Para separar as partes reais e complexas de  $\widehat{\Psi}(s)$ , primeiro calcula-se a série de Taylor para esta função. Depois separam-se as partes real e complexa de  $\widehat{\Psi}(s)$  para uso nos cálculos seguintes.

A série de  $\widehat{\Psi}(s)$  com 20 termos em torno do ponto s = 0.1 pode ser vista em Eq 5.5. O ponto s = 0.1 foi escolhido por permitir uma melhor aproximação para a etapa seguinte.

$$\begin{split} \widehat{\Psi}(s) &= -0.40875 \cdot 10^{-5}(s-0.1) \\ &- 8.69259 \cdot 10^{-7}(s-0.1)^2 \\ &+ 5.12408 \cdot 10^{-8}(s-0.1)^3 \\ &- 5.19959 \cdot 10^{-10}(s-0.1)^4 \\ &- 4.99872 \cdot 10^{-11}(s-0.1)^5 \\ &+ 1.71008 \cdot 10^{-12}(s-0.1)^6 \\ &+ 2.20516 \cdot 10^{-14}(s-0.1)^7 \\ &- 2.10653 \cdot 10^{-15}(s-0.1)^8 \\ &+ 7.70770 \cdot 10^{-18}(s-0.1)^9 \\ &+ 1.89266 \cdot 10^{-18}(s-0.1)^{10} \\ &- 2.79458 \cdot 10^{-20}(s-0.1)^{11} \\ &- 1.39841 \cdot 10^{-21}(s-0.1)^{12} \\ &+ 3.71369 \cdot 10^{-23}(s-0.1)^{13} \\ &+ 8.66264 \cdot 10^{-25}(s-0.1)^{14} \\ &- 3.79460 \cdot 10^{-26}(s-0.1)^{15} \\ &- 4.20218 \cdot 10^{-28}(s-0.1)^{16} \\ &+ 3.38060 \cdot 10^{-29}(s-0.1)^{17} \\ &+ 9.95696 \cdot 10^{-32}(s-0.1)^{18} \\ &- 2.74990 \cdot 10^{-32}(s-0.1)^{19} \\ &+ 1.02056 \cdot 10^{-34}(s-0.1)^{20} \end{split}$$

Eq (5.5)

Utiliza-se agora a série em Eq 5.5 para calcular a aproximação de Padé, que fornecerá diretamente a função de transferência cuja resposta impulsional será um pulso PSWF.

#### 5.3.2 POLINÔMIO DE PADÉ

Como foi explicado no na Seção 3.4, tal aproximação permitirá obter uma razão de polinômios que aproximará  $\widehat{\Psi}(s)$  melhor e convergirá em um raio maior do que a própria série de Taylor para  $\widehat{\Psi}(s)$ .

A aproximação de Padé que melhor aproximou  $\widehat{\Psi}(s)$  é apresentada em Eq 5.6:

$$\Psi(s) = \frac{p_0 s^9 + p_1 s^8 + p_2 s^7 + p_3 s^6 + p_4 s^5 + p_5 s^4 + p_6 s^3 + p_7 s^2 + p_8 s^1 + p_9}{s^{10} + q_0 s^9 + q_1 s^8 + q_2 s^7 + q_3 s^6 + q_4 s^5 + q_5 s^4 + q_6 s^3 + q_7 s^2 + q_8 s^1 + q_9}$$
 Eq (5.6)

Onde os coeficientes são mostrados na Tabela 5.3. A resposta ao impulso de Eq 5.6 pode ser vista na Figura 5.4 e o plano complexo contendo os polos e zeros é mostrado na Figura 5.5. Observa-se que todos os polos da função de transferência estão no semi-plano esquerdo, demonstrando que a função de transferência é estável.



Figura 5. 4 - Resposta impulsional da função de transferência Eq 5.6 obtida pelo método de Padé.



Figura 5. 5 - Polos e zeros da função de transferência em Eq 5.6.

$p_0$	<i>p</i> <sub>1</sub>	<b>p</b> <sub>2</sub>	<i>p</i> <sub>3</sub>	<i>p</i> <sub>4</sub>
0,02193	-4,11600	4,56524∙ 10²	-3,84734·10 <sup>8</sup>	2,07740· 10 <sup>12</sup>
$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$
-8,96999· 10 <sup>14</sup>	2,16006· 10 <sup>18</sup>	-2,91192 · 10 <sup>20</sup>	6,70376· 10 <sup>18</sup>	1,41387 · 10 <sup>26</sup>
q <sub>0</sub>	<i>q</i> <sub>1</sub>	$q_2$	<i>q</i> <sub>3</sub>	<i>q</i> <sub>4</sub>
4,13552·10 <sup>1</sup>	1,30337·10 <sup>8</sup>	4,14493 · 10 <sup>10</sup>	6,42451 · 10 <sup>14</sup>	1,49398·10 <sup>18</sup>
$q_5$	<i>q</i> <sub>6</sub>	$q_7$	<i>q</i> <sub>8</sub>	<b>q</b> 9
1,49297 · 10 <sup>22</sup>	2,28966·10 <sup>24</sup>	1,62969·10 <sup>14</sup>	1,25583·10 <sup>15</sup>	6,65180·10 <sup>16</sup>

Tabela 5.3 - Coeficientes da função de transferência calculados pelo método de Padé.

#### 5.4 REPRESENTAÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADOS

Utilizando a função de transferência obtida em Eq 5.6, procede-se ao cálculo de uma representação no espaço de estados para o filtro PSWF. Optou-se por utilizar a representação ortonormal devido à sua característica de esparsidade, o que facilita a implementação em circuito, além do que ela possui comportamento sub ótimo em termos de sensibilidade e faixa dinâmica, como mostrado no capítulo 3.

O cálculo da representação ortonormal para Eq 5.6 foi realizado em MATLAB. O código criado pode ser visto no Apêndice III. Após realizar os cálculos, a representação ortonormal no Espaço de Estados foi obtida (Eq 5.7).



## 5.4.1 MODIFICAÇÃO DA REPRESENTAÇÃO ORTONORMAL PARA GERAÇÃO DO PULSO PSWF DE SEGUNDA ORDEM.

No início do capítulo, foi mencionado que se deseja construir um gerador de pulsos para sistemas UWB que seja capaz de gerar os pulsos PSWF de primeira e segunda ordens. Voltando ao fluxo de projeto mostrado na Figura 5.1, acrescenta-se uma etapa às já existentes, como mostra a Figura 5.6.



Figura 5. 6 - Fluxo de projeto para desenvolvimento do Gerador de Pulsos UWB modificado para geração do pulso PSWF de segunda ordem.

Derivar a função de transferência, que no domínio de Laplace significa multiplicar a função por **s**, permite que, ao final do fluxo, a representação no Espaço de Estados possua uma resposta impulsional que corresponde ao pulso PSWF de segunda ordem e não mais ao de primeira ordem. Porém, a vantagem nessa modificação está na diferença nas matrizes obtidas. Seguindo-se os dois fluxos, apenas na matriz **C** é modificada. Tanto a matriz **A**, quanto a **B** permanecem sendo as mesmas, significando que se pode gerar os dois tipos de pulsos apenas modificando a matriz **C** utilizada. Sendo assim, a matriz **C1** e a matriz **C2**, utilizada para gerar os pulsos PSWF de primeira e segunda ordens, respectivamente, são mostradas na Eq 5.8. A estrutura do filtro é apresentada na Figura 5.7.

 $C1 = \begin{bmatrix} -0.50 & 0.59 & -0.13 & -0.33 & 0.19 & -0.10 & 0 & 0.05 & -0.02 & 0.01 \end{bmatrix}$  Eq (5.8)  $C2 = \begin{bmatrix} -0.52 & -0.42 & 0.42 & -0.17 & -0.01 & 0.17 & -0.07 & 0.01 & 0.02 & 0.03 \end{bmatrix}$ 



Figura 5. 7 - Filtro gerador de pulsos PSWF de ordem 1 e 2 utilizando as matrizes C1 e C2.

A Figura 5.8 apresenta a resposta impulsional desse filtro. Nota-se que tanto a amplitude quanto a duração dos pulsos ainda estão normalizadas. Esses dois parâmetros serão ajustados na próxima etapa do fluxo de projeto.



Figura 5. 8 - Resposta impulsional da Representação Ortonormal utilizando as matrizes C1 (esquerda) e C2 (direita).

#### 5.5 PROJETO DO FILTRO Gm-C

Utilizando a representação no espaço de estados calculada na Seção 5.4, procede-se agora ao projeto do Filtro Gm-C a nível de circuito. Antes de construir o filtro, é necessário escolher e projetar a célula de transcondutância a ser utilizada. Depois, segue-se à montagem do filtro propriamente, realizando as conexões entre transcondutores e capacitores, levando-se em consideração o escalamento no tempo da resposta temporal do filtro.

#### 5.5.1 PROJETO DO TRANSCONDUTOR

Como descrito na Seção 3.5.2, o espaço de estados ortonormal pode ser realizado utilizando-se a topologia apresentada na Figura 4.5. E como mencionado neste capítulo, deseja-se obter tanto o pulso PSWF de primeira ordem quanto o de segunda ordem, ambos com suas versões positivas e negativas.

Os transcondutores que implementam as matrizes **A** e **B** da representação do filtro no Espaço de Estados em Eq 5.8 podem ter saída única. Já os transcondutores que implementam a matriz **C** precisam ter saída diferencial, como indicado na Figura 4.5, pois deseja-se utilizar tanto a versão positiva quanto a negativa dos pulsos.

Primeiramente optou-se por utilizar o Par Diferencial Cascode Regulado, cuja topologia é descrita na Seção 4.4.5, para implementar todo o sistema, pois tal transcondutor apresenta a vantagem da regulação da tensão  $V_{DS}$  dos transistores de entrada por meio da realimentação negativa inerente ao circuito, além de uma impedância de saída elevada. Porém, decidiu-se substituir essa topologia pela do Par Diferencial Cascode da Seção 4.4.4 pois este apresentou desempenho igual a sua versão com regulação, porém utilizando menos transistores, reduzindo portanto o consumo de potência.

As capacitâncias parasitas de saída dos transcondutores que compõem a matriz A estavam afetando consideravelmente a performance do filtro, sendo necessário reduzi-las. Porém, como o tamanho dos transistores de saída, que influenciam diretamente no valor dessas capacitâncias, não pôde ser diminuído sem alterar as tensões DCs de saída, decidiu-se implementar a matriz A utilizando a topologia do Par Diferencial Equilibrado, adicionando uma estrutura cascode em sua saída, resultando no circuito da Figura 5.9. A vantagem dessa topologia é o isolamento entre a etapa de ganho e a etapa de saída do circuito, separados pelos espelhos de corrente compostos pelos transistores M2 e M3. Além de ter possibilitado reduzir as capacitâncias de saída do circuito, mantendo-se a tensão DC de saída constante e melhorando a performance em frequência do filtro. A estrutura cascode também foi escolhida pois aumenta a impedância de saída do transcondutor. Além disso, pode-se alterar a relação de espelhamento - ou seja, fazer a > 1 - aumentando-se assim o ganho de transcondutância do circuito, se necessário. As matrizes **B** e **C** ainda utilizam o Par Diferencial Cascode em sua implementação.

65



Figura 5. 9 - Par Diferencial Equilibrado com espelho Cascode.

#### 5.5.2 ESCALAMENTO TEMPORAL DO FILTRO PSWF

Cada elemento  $k_{i,j}$  de cada uma das matrizes A, B e C da representação ortonormal do Filtro PSWF no Espaço de Estados será implementado no filtro Gm-C por meio da razão entre uma transcondutância *Gm* e uma capacitância *Cap*, ou seja:

$$k_{i,j} = \frac{Gm}{Cap}$$
 Eq (5.9)

Deseja-se obter um pulso que ocupe uma banda entre 500 MHz e 1 GHz. O pulso PSWF que ocupa essa banda tem duração de aproximadamente 10 ns. Deseja-se também que a corrente de saída do circuito apresente uma amplitude na ordem de microamperes, devido a limitação da região linear dos transcondutores, bem como para diminuir o consumo de potência do filtro. Aplicando essas especificações nos resultados apresentados na Seção 5.4, calcula-se qual deverá ser a ordem de grandeza dos elementos *Gm* e das capacitâncias *Cap*, que está sumarizado na Tabela 5.4.

Matriz	Fator de Escalamento	
А	100.10-6 [S]	
В	100.10-6 [S]	
C	1.10-3 [S]	
Capacitâncias do Filtro	100.10-15 [F]	
Capacitância de Carga	100.10-15 [F]	

Tabela 5. 4 - Constantes Temporais aplicadas às Matrizes da Representação Ortonormal do Filtro PSWF.

Decidiu-se por esses valores porque as transcondutâncias se encontram em uma faixa de valores realizável para a tecnologia – centenas de microamperes – bem como os capacitores estão em ordem de grandeza razoável para se integrada.

Porém, à medida que o projeto foi sendo desenvolvido, verificou-se que as capacitâncias parasitas dos circuitos estavam degradando a resposta do filtro, sendo necessário aumentar a ordem de grandeza das capacitâncias do próprio filtro. No entanto, deseja-se, mesmo aumentando as capacitâncias, reduzir minimamente a nova banda ocupada pelo pulso com relação à especificada, sendo necessário aumentar as transcondutâncias que compõem a matriz **A**. Sendo assim, os valores que permitiram obter o pulso com o formato esperado, com poucas deformidades e menor decremento de banda, são apresentados na Tabela 5.5.

Matriz	Fator de Escalamento	
А	200.10-6 [S]	
В	200.10-6 [S]	
C	2.10-3 [S]	
Capacitâncias do Filtro	50.10-12 [F]	
Capacitâncias de Carga	10.10-12 [F]	

Tabela 5. 5 - Constantes Temporais aplicadas às Matrizes da Representação Ortonormal do Filtro PSWF.

## 5.5.3 IMPLEMENTAÇÃO DO FILTRO Gm-C E RESULTADOS

As células de transcondutância, juntamente com o filtro foram implementados utilizando-se ferramentas computacionais da CADENCE. Primeiramente construiu-se



o filtro utilizando transcondutores ideais (Figura 5.10). A matriz calculada em Eq 5.7 foi implementada usando-se os fatores de escalamento definidos na Tabela 5.4.

Figura 5. 10 - Implementação do filtro utilizando transcondutâncias ideais.

Para validar o funcionamento do filtro, aplicou-se um pulso com amplitude de 200 mV pico a pico, nível DC de 1.5 V, tempo de subida e descida de 10 ps e largura de 2 ns na entrada do circuito, ou seja, na entrada da transcondutância que implementa a matriz **B**, e verificou-se a corrente de saída que passa pelos capacitores de carga conectados à saída do filtro. Essas características do pulso aplicado na entrada do filtro foram escolhidas pois deseja-se simular o tipo de pulso que será utilizado como gerador de impulsos para o filtro, além de gerar um pulso que distorça o mínimo possível a resposta ao impulso do filtro, ou seja, que se assemelhe a um impulso ideal. A amplitude do pulso aplicado a entrada do filtro influencia nos níveis de tensão e corrente dentro do filtro até sua saída e foi escolhida de forma a não forçar os transcondutores a saírem da região linear de transcondutância dos mesmos. A resposta transiente é apresentada na Figura 5.11 e o espectro de frequência é mostrado em Figura 5.12.



Figura 5. 11 - Resposta transiente do filtro implementado com transcondutores ideais.



Figura 5. 12 - Resposta em frequência do filtro implementado com transcondutores ideais.

A simulação transiente realizada revela que esta configuração e os fatores de escala utilizados de fato implementam a matriz em Eq 5.7. O pulso gerado possui duração de 10 ns e formato bem definido, compatível com a versão discreta dos pulsos apresentada na Figura 5.2, além de não apresentar oscilações consideráveis após sua duração. O espectro de frequência dos pulsos indica que ambos ocupam a banda esperada de 500 MHz - 1 GHz.

Como mencionado na Seção 5.5.1, utilizaram-se três modelos de transcondutores na implementação das matrizes que compõem o filtro. A resposta em frequência, bem como a característica de transferência para os circuitos que realizaram as matrizes **A**, **B** e **C** são mostradas na Figura 5.13 e na Figura 5.14, na Figura 5.15 e na Figura 5.16, na Figura 5.17 e na Figura 5.18, respectivamente.

A resposta em frequência, bem como a característica de transferência para o circuito que realizou a matriz **A** são mostradas na Figura 5.13 e na Figura 5.14, respectivamente.



Figura 5. 13 - Resposta em frequência do Transcondutor que implementa a matriz A.



Figura 5. 14 - Característica de transferência do Transcondutor que implementa a matriz A.

Da Figura 5.13 verifica-se que os transcondutores que implementam a matriz **A** possuem uma banda abaixo da banda especificada para o próprio filtro, com frequência de corte limitada em dezenas de mega-hertz, de forma a provocar uma redução na frequência de operação deste.

A resposta em frequência, bem como a característica de transferência para o circuito que realizou a matriz **B** são mostradas na Figura 5.15 e na Figura 5.16, respectivamente.



Figura 5. 15 - Resposta em frequência do Transcondutor que implementa a matriz B.



Figura 5. 16 - Característica de transferência do Transcondutor que implementa a matriz **B**.

A resposta em frequência, bem como a característica de transferência para o circuito que realizou a matriz **C** são mostradas na Figura 5.17 e na Figura 5.18, respectivamente.



Figura 5. 17 - Resposta em frequência do Transcondutor que implementa a matriz C.



Figura 5. 18 - Resposta em frequência do Transcondutor que implementa a matriz C.

Como pode ser visto nas Figura 5.15 e Figura 5.17, o desempenho em frequência dos transcondutores que implementam as matrizes **B** e **C** está abaixo do desempenho especificado para o filtro, de forma que haverá uma redução na frequência de operação deste.

Utilizando-se esses transcondutores, implementou-se novamente a matriz em Eq 5.7. Como mencionado na Seção 5.5.1, introduzindo-se o mesmo pulso que foi aplicado na implementação ideal do filtro, este não foi capaz de responder da mesma forma que o filtro ideal. Aplicaram-se então as modificações nos fatores de escalamento mostrados na Tabela 5.5, o que possibilitou obter pulsos com formatos mais definidos, além de reduzidas oscilações após a suas durações. A Figura 5.19 mostra esse resultado, apresentando os pulsos PSWF de primeira e segunda ordens e suas versões negativas. A banda ocupada foi reduzida para a faixa de aproximadamente 1 MHz - 2 MHz, como mostrado na Figura 5.20. Esses resultados demonstram que, apesar de não alcançar a especificação definida para o projeto -Tabela 5.1 - o filtro ainda sim é capaz de gerar pulsos PSWF de primeira e segunda ordens, com formato bem definido, compatível com a versão discreta dos pulsos apresentada na Figura 5.2, demonstrando que ele de fato implementa o sistema definido no Espaço de Estados em Eq 5.7 e Eq 5.8, porém a uma frequência abaixo da especificada.

Uma das possíveis causas da não obtenção do desempenho esperado do filtro é atribuído às capacitâncias parasitas existentes nas células de

transcondutância, as quais não puderam ser reduzidas de modo a não influenciar no desempenho do filtro. Além disso, como mostrado nas Figuras 5.15 a 5.17, as respostas em frequência demonstram que os transcondutores projetados não alcançam a banda especificada para o próprio filtro, sendo que, como regra prática, é desejável que possuam uma frequência maior do que a do próprio filtro. Dessa forma, espera-se que o desempenho do filtro implementado com essas células de transcondutância terá sua resposta em frequência reduzida, como de fato foi observado na Figura 5.20.

Como uma possível solução para esse problema de desempenho, recomenda-se a mudança de tecnologia para uma escala menor. A literatura investigada sugere a utilização de tecnologias CMOS 0.18 µm ou 0.13 µm, as quais são utilizadas em projeto de circuitos para uso em sistemas Ultra Wideband. Dessa forma, espera-se que seja possível o projeto de circuitos menores, e consequentemente com capacitâncias parasitas também menores e ganho dos transistores maior, de modo a implementar as mesmas transcondutâncias necessárias para realizar as matrizes da representação no Espaço de Estados. Outras topologias de circuitos transcondutores também devem ser investigadas e testadas, pois talvez uma topologia mais simples pode possibilitar desempenho melhor do que o obtido, além de permitir a mesma implementação proposta para o gerador de pulsos. A combinação das capacitâncias próprias do filtro e as presentes como parasitas nas células transcondutoras também pode ser uma possibilidade de implementação a ser investigada, o que possivelmente reduziria em complexidade e permitiria pulsos que alcancem um espectro de frequência superior ao obtido.



Figura 5. 19 - Resposta transiente do filtro implementado com transcondutores reais. De cima para baixo podem ser vistos o pulso PSWF de segunda ordem positivo, o pulso PSWF de segunda ordem negativo, o pulso PSWF de primeira ordem positivo e o pulso PSWF de primeira ordem negativo.



Figura 5. 20 - Resposta em frequência do filtro implementado com transcondutâncias reais.

## 5.6 PROPOSTA DE SISTEMA DE COMUNICAÇÃO M-ÁRIO UTILIZANDO PULSOS PSWF

Como apresentado na Seção 2.3.4, tanto o pulso PSWF de primeira ordem quanto o de segunda ordem podem ser utilizados em sistemas UWB, pois ambos possuem seu espectro de frequência dentro da banda definida para sistemas de banda ultra larga.

O filtro projetado e apresentado nesse capítulo é capaz de gerar pulso PSWF de primeira e de segunda ordens, sendo que a única modificação necessária para essa geração é a mudança da matriz **C** da representação do sistema no Espaço de Estados, o que, a nível de circuito, resulta em uma escolha de quais células transcondutoras que representam a matriz **C1** ou **C2** serão utilizadas no momento da geração do pulso.

Utilizando-se esses resultados, propõe-se um sistema binário de comunicação, baseado na utilização dos pulsos PSWF de primeira e segunda ordens e no uso do filtro PSWF tanto no transmissor, gerando os pulsos, como no receptor, realizando a correlação dos pulsos recebidos.

Para utilizar o filtro PSWF no transmissor, acrescentam-se circuitos de controle que, dependendo do bit que deverá ser transmitido, controlarão se será a saída da matriz **C1** – capaz de gerar o pulso PSWF de ordem 1 – ou da matriz **C2** – capaz de gerar o pulso PSWF de ordem 2 – que será conectada à saída do transmissor durante a geração do pulso, bem como o envio do impulso na entrada do filtro, para que a geração do pulso ocorra. A estrutura simplificada do filtro PSWF utilizada no transmissor é apresentada na Figura 5.21.



Figura 5. 21 - Filtro PSWF utilizado no Transmissor.

No receptor, deseja-se correlacionar o pulso recebido com os pulsos PSWF de primeira e segunda ordem, para decidir qual foi o pulso transmitido e, assim, adquirir a informação novamente. A estrutura simplificada do receptor é apresentada na Figura 5.22.



Figura 5. 22 - Receptor UWB proposto.

A grande vantagem nesse esquema de recepção está no fato de que a correlação será realizada pelo próprio filtro PSWF da Figura 5.23, não sendo necessário nenhum circuito adicional ao já existente e evitando os grandes problemas em sincronização, que dificultam a recepção de pulsos em receptores UWB, pois a correlação ocorre no momento em que houver pulso na entrada do receptor, independente de quando isso ocorra. Dessa forma, a correlação com o pulso PSWF de primeira ordem é realizada utilizando-se o filtro PSWF com a matriz

**C1**, como mostra a Figura 5.23, e a correlação com o pulso PSWF de segunda ordem é realizada utilizando-se o filtro PSWF com a matriz **C2** (Figura 5.24), com o diferencial de que agora é o pulso recebido que é aplicado na entrada do filtro PSWF, diferentemente do transmissor, no qual, no local, um impulso era aplicado.



Figura 5. 23 - Filtro PSWF utilizado para correlacionar o pulso de entrada com o pulso PSWF de primeira ordem.



Figura 5. 24 - Filtro PSWF utilizado para correlacionar o pulso de entrada com o pulso PSWF de segunda ordem.

Complementando esse sistema, propõe-se a seguinte representação de conjunto de *bits* pelos pulsos UWB utilizados, que é apresentada na Figura 5.25. Trata-se de uma combinação das modulações PAM e OPM, apresentadas nas Seções 2.4.1 e 2.4.5, respectivamente. O conjunto de *bits* '10' é representado pelo pulso PSWF de primeira ordem, com amplitude positiva. O mesmo pulso, mas com amplitude negativa é usado para representar o conjunto de *bits* '01'. O pulso de segunda ordem com amplitude positiva é utilizado na representação dos *bits* '00' e o

mesmo pulso, mas com amplitude negativa é utilizado para representar o conjunto de *bits* '11'.



Figura 5. 25 - Espaço de Sinais do Sistema de Comunicação UWB utilizando pulsos PSWF.

Utilizando esse esquema de representação de bits, pode-se transmitir mais informação por pulso utilizando o filtro gerador de pulsos desenvolvido na Seção 5.5.3.

# CONCLUSÃO E SUGESTÃO DE TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foi desenvolvido o projeto de um gerador de pulsos para uso em sistemas UWB. Utilizando uma aproximação discreta para o Pulso Prolato Esferoidal, realizaram-se aproximações numéricas que possibilitaram representar esse pulso por meio de uma função no tempo. A partir dessa função, mais aproximações foram realizadas, dessa vez no domínio de Laplace, para, por meio do método de Padé, obter uma função de transferência cuja resposta impulsional é o próprio pulso PSWF. Foi calculada uma representação ortonormal no Espaço de Estados a partir dessa função de transferência, a qual foi realizada por meio de um filtro Gm-C. Uma modificação na função de transferência permitiu obter o pulso PSWF de segunda ordem, também útil em sistemas UWB, o qual foi implementado no filtro, permitindo que o mesmo seja capaz de gerar ambos os pulsos.

Ao fim do desenvolvimento do filtro, foi proposta a utilização dele em um sistema de comunicação m-ário baseado na combinação do PAM e do OPM. O filtro faz parte tanto do transmissor quanto do receptor e, apenas chaveando-se uma parte de sua estrutura, é possível escolher qual dos dois pulsos PSWF deseja-se transmitir. Na recepção, a utilização do filtro usado no transmissor traz a vantagem da auto correlação na demodulação do sinal de entrada, evitando problemas com sincronizações, bem como a simplificação do sistema como um todo, já que o mesmo filtro pode ser utilizado tanto na transmissão quanto na recepção do sinal.

Desejava-se que o gerador de pulsos, projetado utilizando a tecnologia AMS CMOS 0.35 µm, fosse capaz de gerar pulsos PSWF de primeira e segunda ordens, ambos ocupando uma banda entre 500 MHz – 1GHz. Porém os resultados obtidos com simulações mostraram que a implementação não alcançou o desempenho desejado. Os pulsos ocupam uma banda entre 1 MHz – 2 MHz, aproximadamente, e com duração de 5 µs. Porém, esse mesmo resultado de simulações demonstra que o filtro analógico desenvolvido de fato implementa o sistema Ortonormal representado no Espaço de Estados, o qual foi calculado a partir de várias aproximações no tempo e no domínio de Laplace realizadas para se obter uma função de transferência, o qual possui como resposta impulsional o pulso PSWF de primeira ordem. Este não possui uma forma fechada e, até o momento, havia sido

81

utilizado em outros trabalhos apenas em aproximações discretas. A modificação proposta permitiu que, além do pulso de primeira ordem, o pulso PSWF de segunda ordem também fosse gerado pelo mesmo filtro. Ou seja, o filtro desenvolvido é capaz de gerar pulsos PSWF de primeira e segunda ordens. Este filtro representa um avanço no uso de pulsos PSWF em sistemas UWB, pois apresenta uma possibilidade de implementação e utilização desse tipo de pulso, tirando vantagem de suas características de versatilidade na ocupação da banda e de limitação no tempo e na frequência, importantes propriedades para pulsos em sistemas UWB.

Uma das possíveis causas da não obtenção do desempenho esperado do filtro é atribuído às capacitâncias parasitas existentes nas células transcondutoras, as quais não puderam ser reduzidas de modo a não influenciar no desempenho do filtro. Além disso, as respostas em frequência demonstram que os transcondutores projetados não alcançam a banda esperada destes, sendo que, como regra prática, é desejável que possuam uma frequência maior do que a do próprio filtro.

Para trabalhos futuros, sugere-se a mudança de tecnologia para uma escala menor. A literatura investigada sugere a utilização de tecnologias CMOS 0.18 µm ou 0.13 µm, as quais são utilizadas em projeto de circuitos para uso em sistemas *Ultra Wideband*. Estas tecnologias possibilitarão o projeto de circuitos menores, com capacitâncias parasitas menores e ganho dos transistores maior, de modo a demandar menos corrente e menores dimensões para se obterem as mesmas transcondutâncias necessárias para implementar as matrizes da representação no Espaço de Estados. Outras topologias de circuitos transcondutores também devem ser investigadas e testadas, pois talvez uma topologia mais simples pode possibilitar desempenho melhor do que o obtido, além de permitir a mesma implementação proposta para o gerador de pulsos. A combinação das capacitâncias próprias do filtro e as presentes como parasitas nas células transcondutoras também pode ser uma possibilidade de implementação a ser investigada, o que possivelmente reduziria em complexidade e permitiria pulsos que alcancem um espectro de frequência superior ao obtido.

- [1] NIKOOKAR, H.; PRASAD, R. Introduction for ultra wideband for wireless communications. New York: Springer, 2009.
- [2] SIWIAK, K.; MCKEOWN, D. **Ultra wideband radio technology**. England: John Wiley & Sons, 2004.
- [3] SIRIWONGPAIRAT, W. P; LIU, K. J. R. Ultra wideband communication systems. New Jersey: John Wiley & Sons, 2008.
- [4] OPPERMANN, I. et al., UWB wireless sensor networks: UWEN: a practical example, **IEEE Commun. Mag.**, v. 42, n. 12, p. 27–32, Dec. 2004
- [5] LEE, S. et al. High definition video transmission using bluetooth over UWB. International Conference on Consumer Electronics (ICCE), p. 85-86, jan. 2010.
- [6] Winkler, S. A. et al. Recent progress in ultra-wideband microwave breast cancer detection. IEEE International Conference on Ultra Wideband: ICUWB. p. 182-186, sep. 2012.
- [7] NIJSURE, Y. A bayesian nonparametric approach to tumor detection using UWB imaging. **IEEE International Conference on Ultra Wideband**: ICUWB. p. 187-191, sep. 2012.
- [8] URDANETA, M.; WAHID, P. A study of UWB imaging for bone cancer detection conformal cicrowave tomography using a broadband non-contacting monopole antenna array. IEEE International Conference on Ultra Wideband: ICUWB. p. 197-201, sep. 2012.
- [9] FEDERAL COMMUNICATIONS COMMISSION. Revision of Part 15 of the commission's rules regarding ultra-wideband transmission systems: First Report and Order, **ET Docket 98-153**, FCC 02-48, Feb. 2002.
- [10] SHENG, H. On the Spectral and Power Requirements for Ultra-Wideband Transmission. IEEE International Conference on Communications: ICC03. v. 1, p. 738-742, may 2003.
- [11] HU, B.; BEAULIEU, N. C. Pulse Shaping in UWB Communication Systems. Vehicular Technology Conference: VTC2004. v. 7, p. 5175-5179, sep. 2004.
- [12] HAN, J.; NGUYEN, C. A New Ultra-Wideband, Ultra-Short Monocycle Pulse Generator With Reduced Ringing. IEEE Microwave and Wireless Components Letters. v. 2, n. 6, p. 206-208, jun. 2002.
- [13] KIM, H.; JOO, Y. Fifth-Derivative Gaussian Pulse Generator for UWB System. Radio Frequency integrated Circuits Symposium: RFIC. p. 671-674, jun. 2004.
- [14] LEE, J. S.; NYGUYEN, C.; SCULLION, T. New Uniplanar Subnanosecond Monocycle Pulse Generator and Transformer for Time-Domain Microwave Applications. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, v. 49, n. 6, p. 1126-1129, jun. 2001.
- [15] LEE, J. S.; NYGUYEN, C. Novel Low-Cost Ultra-Wideband, Ultra-Short-Pulse Transmitter with MESFET Impulse-Shaping Circuitry for Reduced Distortion and Improved Pulse Repetition Rate. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, v. 11, n. 5, p. 208-210, may 2001.

- [16]QIN, B. et al. A Single Chip 33pJ pulse 5th Derivative Gaussian Based IR UWB Transmitter in 0.13 um CMOS. IEEE International Symposium on Circuits and Systems: ISCAS 2009, p. 401-404, may 2009.
- [17] SLEPIAN, D.; POLLAK, H. O. Prolate Spheroidal Wave Functions, Fourier Analysis, and uncertainty-I. Bell Syst. Tech. J., v. 40, n. 1, p. 43–46, jan. 1961.
- [18] SLEPIAN, D.; POLLAK, H. O. Prolate Spheroidal Wave Functions, Fourier Analysis and Uncertainty II". Bell Syst. Tech. J., v. 40, n. 1, p. 65-84, jan. 1961.
- [19] SLEPIAN, D.; POLLAK, H. O. Prolate Spheroidal Wave Functions, Fourier Analysis and Uncertainty III. Bell Syst. Tech. J., v. 41, n. 4, p. 1295-1336, jul. 1962.
- [20] SLEPIAN, D. Prolate Spheroidal Wave Functions, Fourier Analysis and Uncertainty IV. Bell Syst. Tech. J., v. 43, n. 6, p. 3009-3058, nov. 1964.
- [21] SLEPIAN, D. Prolate Spheroidal Wave Functions, Fourier Analysis and Uncertainty- V: The discrete case, **Bell Syst. Tech. J.**, v. 57, n. 5, p. 1371–1430, may 1978.
- [22] SLEPIAN, D. Some Comments on Fourier Analysis, Uncertainty and Modeling. Siam Review, v. 25, n. 3, 1983.
- [23] PARR, B. et al. A Novel Ultra-Wideband Pulse Design Algorithm. **IEEE Communications Letters**, v. 7, n. 5, p. 219-221, may 2003.
- [24] DI, J. et al. An UWB Cognitive Radio System Based on Bridge Function Sequence Matrix and PSWF Pulse Waveform. Second International Conference on Computational Intelligence and Natural Computing Proceedings: CINC, v. 2, p. 162-165, sep. 2010.
- [25] USUDA, K., ZHANG, H.; NAKAGAWA, M. M-ary Pulse Shape Modulation for PSWFbased UWB Systems in Multipath Fading Environment. IEEE Global Telecommunications Conference: GLOBECOM 04. v. 6, p. 3498-3504, nov. 2004.
- [26]ZHANG, L. et al. Multi-user Capacity of M-PPM UWB System Using PSWF Pulses. IET 3rd International Conference on Wireless, Mobile and Multimedia Networks: ICWMNN, p. 86-89, sep. 2010.
- [27] CHO, C. et al. PSWF-based Direct-Sequence UWB Transmission Using Orthogonal Ternary Code Sets. 3rd IEEE Consumer Communications and Networking Conference: CCNC, v. 2, p. 686-690, jan. 2006.
- [28]ZHANG, H.; KOHNO, R. SSA Realization in UWB Multiple Access Systems Based on Prolate Spheroidal Wave Functions. IEEE Wireless Communications and Networking Conference: WCNC, v. 3, p. 1794-1799, mar. 2004.
- [29] WEN-JUN, H.; HONG-XING, W. Multiband Orthogonal PSWF Pulses Used For M-ary PPM Ultra-Wideband System. First International Conference on Instrumentation, Measurement, Computer, Communication and Control, p. 589-592, oct. 2011.
- [30] GHAVAMI, M.; MICHAEL, L. B.; KOHNO, R. Ultra Wideband: Signals and Systems in Communication. John Wiley & Sons, 2007. 2nd. ed.
- [31] OPPERMANN, I.; HAMALAINEN, M.; LINATTI, J. **UWB Theory and Applications**. Hohn Wiley & Sons, 2004.
- [32] NEKOOGAR, F. Ultra Wideband Communication: Fundamentals and Applications. New York: Prentice Hall, 2006.
- [33] RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais. São Paulo: Pearson Education, 1996.

- [34]BJORK, A. Numerical Methods for Least Squares Problems. Philadelphia: Siam, 1996.
- [35] BAKER, G. A. Essentials of Padé Approximants. Massachussets: Academic Press, 1975.
- [36]OGATA, K., Engenharia de Controle Moderno. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006. 4. ed.
- [37] NISE, N. S. Engenharia de Sistemas de Controle. São Paulo: LTC, 2002. 3. ed.
- [38] JOHNS, D. A.; SNELGROVE, W. M.; SEDRA, A. S. Orthonormal Ladder Filters. **IEEE Transactions on Circuits and Systems**, v. 36, n. 3, mar. 1989.
- [39]RAZAVI, B. Design of Analog Integrated CMOS Circuit. New York: McGraw Hill, 2000.
- [40] KUO; K., LEUCIUC, A. A Linear MOS Transconductor Using Source Degeneration and Adaptive Biasing. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: analog and Digital Signal Processing, v. 48, n. 10, p. 937-943, oct. 2001.
- [41] KACHARE, M. et al. A Compact Tunable CMOS TransconductorWith High Linearity. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: express Briefs. v. 52, n. 2, p. 82-84. feb. 2005.
- [42] HUANG, W.; SINENCIO, E. S. Robust Highly Linear High-Frequency CMOS OTA With IM3 Below 70 dB at 26 MHz. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: regular Papers. v. 53, n. 7, p. 1433-1447, july 2006.
- [43]NAUTA, B. Analog CMOS Filters for Very High Frequencies.: Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [44] SU, K. Analog Filters. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [45] THEDES, L. Pratical Analog and Digital Filter Design. Boston: Artech House, 2004.
- [46]LO, T. Y.; HUNG, C. C. **1V Cmos Gm-C Filter**: Design and Applications. New York: Springer, 2010.
- [47] GEIGER, R. L.; SINENCIO, E. S. Active Filter Design Using Operational Transconductance Amplifiers: A Tutorial. IEEE Circuits and Devices Magazine. v. 1, n. 2, p. 20-32, mar. 1985.
- [48] Pavan, S., Tsividis, Y. Time-scaled electrical networks: properties and applications in the design of programmable analog filters. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: analog and digital signal processing. v. 47, n. 2, p. 161-165, feb. 2000.
- [49] THIELE, L. On the sensitivity of linear State-space systems. **IEEE Transactions on Circuits and Systems**, v. 33, n. 5, p. 502-510, may 1986.
- [50] KAILATH, T. Linear systems. New York: Prentice Hall, 1980.
- [51] CHENG, C. T. Linear Systems: theory and design. Oxford: Oxford University Press, 1999.
- [52] DAVIS, H. T.; Thomson, K. T. Linear Algebra and Linear Operators in Engineering. [s.l.]: Process Systems Engineering, 2000.
- [53] STRANG, G. Linear Algebra and Its Applications. Toronto: Thomson Learning, 1988.
- [54] KAREL, J. M. H. et al. Implementing Wavelets in Continuous-Time Analog Circuits With Dynamic Range Optimization. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers. v. 59, n. 2, p. 229-242, feb. 2012.

- [55] GROENEWOLD, G. Optimal dynamic range integrators. **IEEE Transactions on Circuits and Systems-I**, v. 39, n. 8, pp. 614-627, aug. 1992.
- [56] ROCHA, D. P. W. M., Optimal Design of Analogue Low-power Systems, A strongly directional hearing-aid adapter. Netherlands: Delft University of Technology, 2003. Phd thesis.
- [57] BOUZERARA, L.; Belaroussi, M. T. Low-voltage cmos wideband operational transconductance amplifier with regulated cascode circuit. **9th International Conference on Electronics, Circuits and Systems**, v. 1, p. 49 52, 2002.
- [58] SACKINGER, E.; Guggenbuhl, W. A High-Swing, High-Impedance MOS Cascode Circuit. **IEEE Journal of Solid-State Circuits**, v. 25, n. 1, p. 289 298. feb. 1990.
- [59]ZHENG, Y.; Saavedra, C. E. A Microwave OTA Using a Feed forward Regulated Cascode Topology. IEEE International Symposium on Circuits and Systems: ISCAS 2007, p. 1887 – 1890, may. 2007.
- [60] ZHENG, Y.; Saavedra, C. E. Feedforward-Regulated Cascode OTA for Gigahertz Applications. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, v. 55, n. 11, pp. 3373 – 3382, dec. 2008.
- [61] NEVES, L. C. et. al. Design of a PSWF impulse response filter for UWB systems. IEEE International Symposium on Circuits and Systems: ISCAS, pp. 1935 – 1938, may. 2012.
- [62] NEVES, L. C. et. al. UWB pulses generator filter for M-ary communication systems. IEEE International Conference on Ultra-Wideband: ICUWB, pp. 435 – 456, sep. 2012.

## **APÊNDICE**

#### **APÊNDICE I**

Rotina em MAPLE utilizada para construir a matriz descrita em Eq 2.13 utilizando a função de base definida em Eq 2.15 para calcular o pulso PSWF mostrado na Figura 2.7.

```
% Calcula o pulso PSWF usando aproximação discreta por autovetores e
      % autovalores
      %% CALCULO MATRIZ H
      %clear all;
      %====calculo da matriz H
      Tp=1e-9; %tamanho da janela de observacao do pulso no tempo
      N=128; %numero de amostras
      Ts=Tp/N; %taxa de amostragem do sinal
      fu=10.e9;
      fl=3.1e9;
      H=zeros(N+1,N+1,'double');
      for m=1:(N+1)
         for n=1:(N+1)
              %H(m, n) = (m-n);
              H(m,n)=2*fu*sinc(2*fu*(m-n)*Ts) - 2*fl*sinc(2*fl*(m-n)*Ts);
          end
      end
      %====calculo dos autovalores e autovetores de H
      [vecs,vals] = eig(H);
      %====calculo da posicao 'i' do maximo autovalor na matriz 'vals' de
autovalores
      [a b] = max(vals);
      [j i] = max(a);
      clear a b j;
      %=====define eixo no tempo, frequencia e pswf
      %utilizado normalmente
      Xp = ([0:Ts:Tp])';
      Yp = vecs(:,i);
```

%utilizado para manipulacao de valores de pontos para geração do pulso pelo maple %XYp=[Xp,Yp];

```
%utilizado pelo cftool para aproximacao,
      %contém varios zeros no final para melhorar a aproximacao
     %esta normalizado
     % Xp2=([0:Ts:2*Tp])';
      % Xp2=2*Xp2/(max(abs(Xp2)));
      % Yp2=[vecs(:,i-1);zeros(N,1)];
      % Yp2=Yp2/(max(abs(Yp2)));
      %% GRAFICOS NO TEMPO
      %====plota graficos no tempo
     figure(1)
         plot(Xp,Yp,'.-');grid; %plota o pulso
         %plot(Xp/max(abs(Xp)),Yp/max(abs(Yp)),'.-');grid; %plota o pulso
normalizado
          %plot(Xp2,Yp2);grid; %plota o pulso com adicional de zeros
     xlabel('Time');
     ylabel('Amplitude');
     %% LIMPA VARIAVEIS
```

```
clear Tp n m V Ts i fl fu vals vecs N H
```

## **APÊNDICE II**

Rotina em MAPLE utilizada para realizar os cálculos descritos na Seção 5.3 para encontrar a função de transferência a partir dos coeficientes previamente calculados pelo Método dos Mínimos Quadrados Não Linear.

```
with(LinearAlgebra):
       with(VectorCalculus):
       with(linalg):
       with(PolynomialTools):
       with(CurveFitting):
       with(inttrans):
       with(numapprox):
       with(DynamicSystems):
       Tp:=2:
       Ts:=Tp/n:
       Digits(15):
       coefpath := cat(kernelopts(homedir), "/Documents/MAPLE/coef.mat"):
       coef := ImportVector(coefpath, source = Matlab, output = matrices):
       a:=coef(1..5);
       b:=coef(6..10);
       c:=coef(11..15);
       d:=coef(16..20);
       vecs:=a(1)^{*}exp(b(1)^{*}t)^{*}sin(c(1)^{*}t+d(1))+a(2)^{*}exp(b(2)^{*}t)^{*}sin(c(2)^{*}t+d(2))+a(3)^{*}e
xp(b(3)*t)*sin(c(3)*t+d(3))+a(4)*exp(b(4)*t)*sin(c(4)*t+d(4))+a(5)*exp(b(5)*t)*sin(c(5)*t
+d(5));
       plot(vecs,t=0..Tp);
       vecsSP:=laplace(vecs,t,s):
       vecsSERIEaux:=series(vecsSP,s=0.1,40):
       vecsSERIEaux2:=convert(vecsSERIEaux,polynom):
```

```
vecsSERIE:=evalc(Re(vecsSERIEaux2));
vecsPADE:=pade(vecsSERIE,s=0.01,[9,10]);
plot({invlaplace(vecsPADE,s,t),vecs},t=0..Tp,color=[blue,green],style=[line,point]);
```

```
simplify(vecsPADE);
vecsTaux:=invlaplace(vecsPADE,s,t):
```

```
vecsT:=evalc(Re(vecsTaux));
plot(vecsT,t=0..Tp);
```

#### **APÊNDICE III**

Rotina de cálculos para MATLAB que, a partir de uma função de transferência descrita em termos de numerador e denominador, realiza os cálculos descritos na seção 3.5.2 para construir a representação Ortonormal no Espaço de Estados.

```
%calcula a representacao orthonormal do sistema a partir da funcao de
%transferencia
%ultima atualização: 24/02/2012
function H = orthonormal2(num, den)
%% encontra a ordem do sistema
N=(length(den));
%% verifica necessidade de divisao do num pelo den
q = 0;
if(length(num) == N)
    [q,r]=deconv(num,den); %realiza divisao para reduzir o grau do
numerador
    num = r(2:end);
end
%% deixa numerador com tamanho N-1
if(length(num) < (N-1))
    num = [zeros(1,(N-1)-length(num)) num];
end
%% separa coeficientes de posicoes pares e impares do den
if(mod(N,2)==0) %den par
    for i=1:ceil(N/2)
        Dpar(i)=den(2*i);
        Dimpar(i) = den(2*i-1);
    end
else %den impar
    Dimpar(1) = den(1);
    for i=1:(ceil(N/2)-1)
        Dpar(i) = den(2*i);
        Dimpar(i+1) = den(2*i+1);
    end
end
%Dpar
%Dimpar
%% decomposicao em fracao continuada
for i=1:N-1
        %Dimpar
        %Dpar
        x(N-i) = Dimpar(1) / Dpar(1);
        Dimpar=Dimpar(2:end) -x (N-
i) * [Dpar(2:end), zeros(1, (length(Dimpar(2:end)))-length(Dpar(2:end))))];
        temp=Dimpar;
        Dimpar=Dpar;
        Dpar=temp;
        %x(N−i)
end
γЯ
%% matriz A orthonormal
```

```
for i=1:N-2
    A(i,i+1)=1/sqrt(x(i) *x(i+1));
    A(i+1,i) = -A(i,i+1);
end
A(N-1, N-1) = -1/x(N-1);
%А
%% matriz B orthonormal
B = zeros(N-1, 1);
B(N-1) = sqrt(abs(A(N-1, N-1))/pi);
%В
%% matriz F auxiliar
F(1, N-1) = sqrt(x(1)/pi) * den(N);
F(2, N-2) = F(1, N-1) / A(1, 2);
for i=3:N-1
    F(i,:) = ([F(i-1,2:end),0] + A(i-2,i-1) * F(i-2,:)) / A(i-1,i);
end
۶F
%% matriz C orthonormal
C=linsolve(F',(circshift(num',length(num))))';
ЗС
%% matriz D orthonormal
D = q;
%% Cria sistema orthonormal no espaco de estados
H = ss(A, B, C, D);
```