

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DO MODELO MATEMÁTICO PARA PREVISÃO DE ESCORREGAMENTOS RASOS SHALLOW STABILITY

**Renato Fontes Guimarães<sup>1</sup>, Nelson Ferreira Fernandes<sup>2</sup>,**

**Roberto Arnaldo Trancoso Gomes<sup>2</sup>, Osmar Abílio de Carvalho Júnior<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>UnB - Universidade de Brasília - Departamento de Geografia  
Campus Universitário Darcy Ribeiro, Asa Norte, 70910-900, Brasília, DF, Brasil.  
[renatofg.osmarjr}@unb.br](mailto:{renatofg.osmarjr}@unb.br)

<sup>2</sup>UFRJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro – Departamento de Geografia  
Av. Brigadeiro Trompowsky, s/n, CCMN, Bloco H, sala 8, Ilha do Fundão,  
21945-970 - Rio de Janeiro, Brasil  
[nelson@igeo.ufrj.br](mailto:nelson@igeo.ufrj.br)

Recebido 12 de agosto de 2002; revisado 2 de janeiro de 2003; aceito 7 de fevereiro

**Resumo** – Em áreas tropicais, escorregamentos são fenômenos comuns principalmente durante fortes chuvas que acontecem freqüentemente no verão. No Brasil, vários escorregamentos catastróficos vêm acontecendo em diversas regiões, principalmente nas três últimas décadas, devido à ocupação humana em escarpas íngremes. Com intuito de prever as porções da paisagem susceptíveis a ocorrência desses fenômenos, o modelo SHALSTAB (Shallow Stability) foi desenvolvido combinando um modelo hidrológico com um modelo de estabilidade de encosta, a partir de modelos digitais de terreno. Isto permite determinar a razão entre a quantidade de chuva e a transmissividade necessária para desestabilização da encosta, baseada na área de contribuição, declividade, ângulo de atrito, densidade e coesão do solo. Dentro deste contexto este trabalho tem como objetivo descrever esta metodologia demonstrando os fundamentos utilizados para o desenvolvimento do modelo de predição.

**Palavras Chave** – Escorregamento, Modelo Digital de Terreno, Encosta.

**Abstract** - In tropical areas, landslides are common phenomena especially during strong rainfall that took place frequently in the summer. In Brazil, many catastrophic landslides occurred in many regions, mainly in the three last decades, due to human occupation in steep slope areas. In order to predict the landscape portions susceptible to occurrence of these phenomena the SHALSTAB model was developed combining a hydrological model with the infinite slope stability model from digital elevation model. This allow to calculate the ratio of the steady state rainfall to soil transmissivity needed to trigger slope failure based on drainage area, local slope, bulk density, friction angle and soil cohesion. Thus, the present work has aim to describe SHALSTAB showing the fundamentals used to develop the predict model.

**Keywords** – Landslide, Digital Elevation Model, Hillslope.

## INTRODUÇÃO

Os movimentos de massa são fenômenos naturais de dinâmica externa com a capacidade de mudar e modelar as formas do relevo. Entre os vários tipos de movimentos de massa, os deslizamentos vêm recebendo grande atenção da comunidade científica nas últimas décadas, face aos enormes problemas causados e agravados pela crescente ocupação humana em encostas íngremes.

Diversos fatores podem contribuir para a geração de deslizamentos, como por exemplo, a morfologia do terreno, as propriedades do solo e da rocha, a cobertura vegetal, o tipo de uso e ocupação do solo, a dinâmica hidrológica das encostas, entre outros fatores (Guidicini e Nieble, 1984; Harp et al., 1990; Selby, 1993; Fernandes e Amaral, 1996; Lacerda, 1997; entre outros). Particularmente, os escorregamentos rasos, predominantemente de solo sobre rocha, ocorrem, em sua maioria, em zonas de convergência que favorecem a concentração

do material transportado em superfície e que são denominados de hollows. Por essas características, essas zonas possibilitam também a concentração de fluxo, podendo levar localmente à formação de zonas de saturação (Dietrich et al., 1993 e Dietrich et al., 1995). Este tipo de movimento de massa enquadra-se no grupo dos escorregamentos translacionais que são caracterizados por possuírem um plano abrupto, de ruptura planar, bem definido, além de serem movimentos rápidos e de curta duração (Guidicini e Nieble, 1984).

Para a previsão específica desse tipo de movimento de massa, o modelo Shallow Stability (SHALSTAB) desenvolvido por Montgomery e Dietrich (1994), vem sendo amplamente aplicado em regiões distintas do planeta. Este modelo matemático baseado em dados físicos possibilita definir na paisagem as zonas susceptíveis a ocorrência de escorregamentos rasos. Dentro deste contexto, o presente trabalho tem como objetivo descrever os fundamentos básicos em que foi desenvolvido o modelo SHALSTAB.

### **MODELO SHALSTAB**

O modelo SHALSTAB combina um modelo hidrológico e um modelo de estabilidade de encosta, para definir as zonas susceptíveis à ocorrência de escorregamentos rasos para cada *pixel* em uma base de dados. A seguir serão desenvolvidas as formulações matemáticas para os modelos de estabilidade de encosta e hidrológico.

### **MODELO DE ESTABILIDADE DE ENCOSTA**

Podemos expressar a estabilidade de uma encosta através da razão entre as tensões responsáveis pela sustentação do material da encosta (s) e as tensões res-

ponsáveis por sua desestabilização ( $t$ ) (Coulomb apud Carson e Kirkby, 1972). A teoria baseada no talude infinito, elaborada por Mohr-Coulomb, define que a tensão resistente é expressa pela seguinte equação:

$$t = C' + (\sigma - u) \tan \phi \quad (1)$$

onde:  $\tau$  é a tensão tangencial,  $\sigma$  é a tensão normal,  $u$  é a poro-pressão,  $C'$  é a coesão efetiva e  $\phi$  é o ângulo de atrito interno.

Na análise por talude infinito os efeitos causados pelo atrito nas laterais e nas extremidades são ignorados, e a análise é considerada em relação a um plano infinito de solo sobre um plano inclinado. Isto se justifica para locais onde o comprimento da encosta é muito maior do que a espessura do solo, em que são consideradas as tensões tangencial e normal para a base de uma coluna de solo. Com base nessas hipóteses, esse modelo de estabilidade melhor se ajusta a escorregamentos translacionais rasos de contato abrupto solo-rocha.

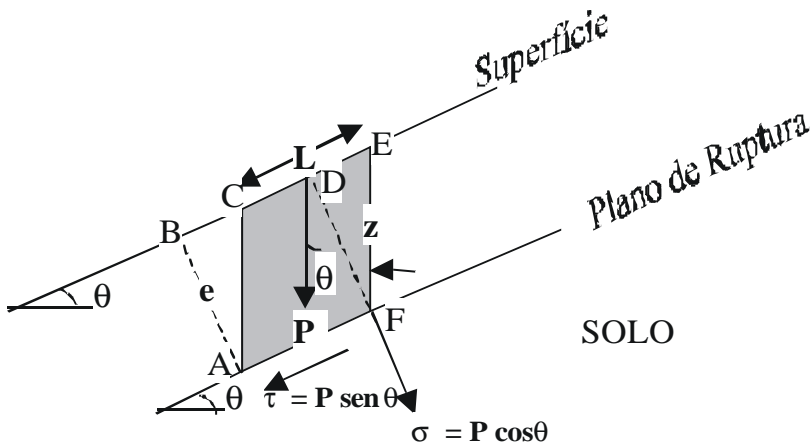
Nessa análise de um talude infinito (**Figura 1**), o bloco está inserido no interior do regolito (material homogêneo), portanto a determinação do valor do peso ( $P$ ) não poderá ser obtida de forma direta por causa da dificuldade de se obter a espessura do solo perpendicular à superfície ( $e$ ). Deste modo, uma forma de obtenção de  $P$  é através das medidas da espessura vertical do bloco ( $z$ ) em que, a sua seção transversal tem o formato do paralelogramo ACEF. Este artifício é empregado tomando-se cuidado para que o paralelogramo ACEF e o retângulo ABDF possuam áreas iguais, para que deste modo possam ser mantidas as mesmas proporções (**Figura 1**). Sendo assim, temos que colocar  $e$  em função de  $z$  (equação 2).

$$e = z \cos \alpha \quad (2)$$

Observando-se a **Figura 1**, P pode ser expresso pela equação 3:

$$P = L \rho_s g z \cos q \tag{3}$$

em que,  $\rho_s$  é a densidade do solo, L é o comprimento do bloco e g é a aceleração da gravidade.



**Figura 1** – Componentes da força peso relacionadas com as tensões que agem em um escorregamento translacional, onde  $q$  é a declividade e  $P$  é o peso do bloco.

Como vimos na **Figura 1**, a tensão tangencial ( $\tau$ ) e a tensão normal ( $\sigma$ ) podem ser escritas da seguinte forma, substituindo o valor de  $P$  e eliminando-se  $L$ , por se tratar de um talude infinito (equação 4 e 5):

$$t = \rho_s g z \cos q \sin q \tag{4}$$

$$s = \rho_s g z \cos^2 q \tag{5}$$

A poro-pressão ( $u$ ), mostrada na **Figura 2**, é um dos componentes das tensões, e sendo expressa pela equação 6, onde  $r_w$  é densidade da água e  $h$  é a altura da coluna d'água no subsolo, acima do plano de ruptura.

$$u = r_w g h z \cos^2 q \quad (6)$$

A equação 7 é obtida a partir da substituição dos valores de  $t$  e  $s$  na equação de Mohr-Coulomb (equação 1):

$$r_s g z \cos q \sin q = C' + (r_s g z \cos^2 q - r_w g h \cos^2 q) \tan f \quad (7)$$

Não considerando a coesão, a equação anterior poderá ser resolvida para a razão  $h/z$ , que é a proporção da coluna de solo saturado (equação 8a):

$$\frac{h}{z} = \frac{r_s}{r_w} \left( 1 - \frac{\tan q}{\tan f} \right) \quad (8a)$$

Se considerarmos a coesão do solo ( $C'$ ) a relação  $h/z$  poderá ser escrita da seguinte forma (equação 8b):

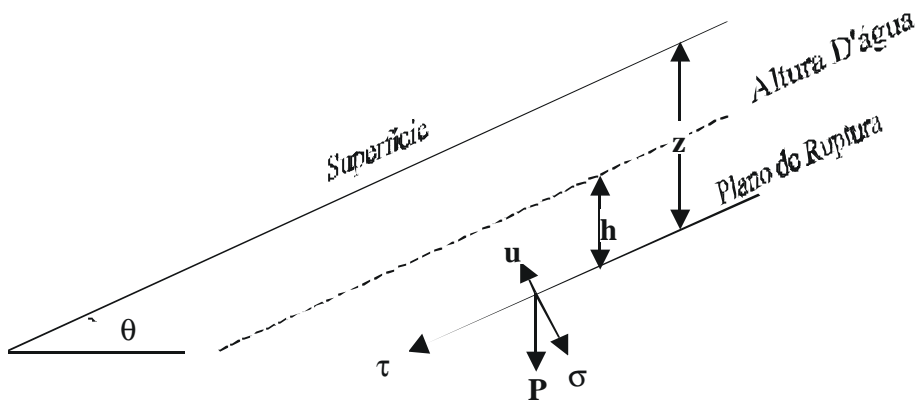
$$\frac{h}{z} = \frac{C'}{r_w g z \cos^2 q \tan f} + \frac{r_s}{r_w} \left( 1 - \frac{\tan q}{\tan f} \right) \quad (8b)$$

## MODELO HIDROLÓGICO

Beven e Kirkby (1979), mostraram que o padrão de saturação na topografia está relacionado com a razão  $(a/b)/M$ , onde  $a/b$  é a área drenada que passa por uma unidade de comprimento de contorno dividida pela declividade  $M$  (**Figura 3**).

Partindo-se deste princípio, o modelo desenvolvido por O'Loughlin (1986) definiu um padrão de equilíbrio de saturação do solo baseado na análise da área

de contribuição a montante, na transmissividade do solo e na declividade. Neste modelo, considera-se que o fluxo infiltra-se até um plano de mais baixa condutividade, em geral o contato solo-rocha, seguindo então, um caminho determinado pela topografia



**Figura 2** - Forças atuantes em uma encosta, onde  $q$  é a declividade,  $P$  é o peso,  $z$  é a espessura do solo,  $h$  é a altura da coluna d'água no subsolo e  $u$  é a poro-pressão.

Nesta abordagem, a condição necessária para que exista uma zona de saturação em uma encosta é que o fluxo de água acumulado em um certo ponto, isto é, o produto entre a área drenada a montante ( $a$ ) e a precipitação ( $Q$ ) que passa por um elemento de contorno de comprimento ( $b$ ), seja maior do que o produto da transmissividade do solo ( $T$ ) e o seno da declividade local ( $\theta$ ) (equação 9).

$$a Q/b \geq T \text{ sen} \theta \quad (9)$$

Segundo este autor, a condição de saturação é definida por um índice de umidade ( $W$ ), que define a condição de saturação quando esta se apresenta em estado de equilíbrio, ou seja, não mais variando no tempo, podendo a equação 9 ser escrita da seguinte forma:

$$W = \frac{Q}{T} \cdot \frac{a}{b \text{sen}\theta} \quad (10)$$

Desta forma, conforme mencionado por Dietrich *et al.* (1993), a razão  $Q/T$  corresponde ao controle hidrológico, enquanto a razão  $a/b \text{sen}\theta$ , corresponde ao controle morfológico. De acordo com este modelo, as zonas de saturação ocorrem sempre onde o fluxo de drenagem a montante excede a capacidade do perfil de solo de transmitir este fluxo.

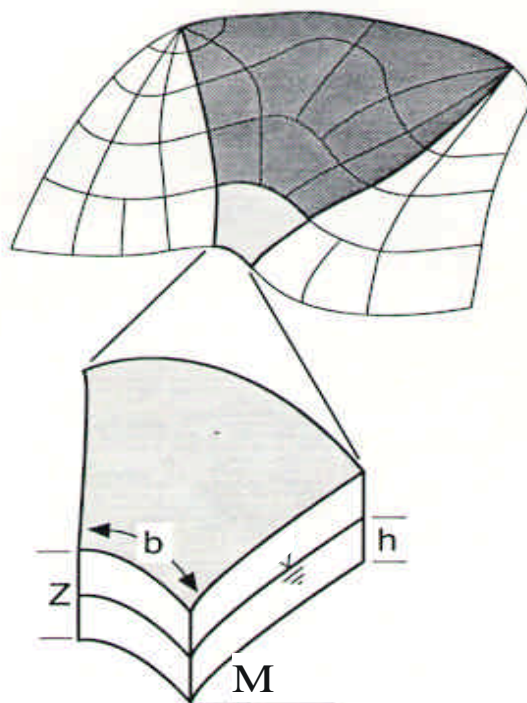
Na concepção inicialmente proposta por O'Loughlin (1986), a discretização da topografia é feita em polígonos irregulares que são definidos a partir da interseção das curvas de nível com as linhas de gradiente máximo (**Figura 3**). A região a montante do ponto de análise, possuindo comprimento  $b$ , delimitada pelas linhas de maior gradiente, perpendiculares às curvas de nível, é denominada de área de contribuição ( $a$ ) para uma determinada célula.

De acordo com Montgomery e Dietrich (1994), o modelo hidrológico desenvolvido por O'Loughlin (1986), pode ser também escrito em função da razão de  $h/z$ . O desenvolvimento deste artifício é descrito a seguir.

Sabe-se que o fluxo de água ( $q$ ) é expresso pelo produto da velocidade ( $v$ ) pela área da seção transversal ( $S$ ) (equação 11).

$$q = v \cdot S \quad (11)$$





**Figura 3** – A área sombreada (área de contribuição) refere-se à área drenada acumulada a montante (a) que passa pelo comprimento de contorno unitário (b). (modificado de Dietrich e Montgomery, 1994).

A partir da Lei de Darcy, que relaciona a condutividade hidráulica ( $k_{sat}$ ) com o gradiente hidráulico ( $i$ ) (equação 12), os autores fazem uma aproximação para este último termo, que é descrito na equação 13, no sentido de se considerar apenas o potencial gravitacional (potencial de elevação) na variação do po-

tencial total ( $DH_{total}$ ), haja vista que as variações no potencial relativas aos poros do solo (potencial de pressão) são menores do que aquelas relativas ao relevo.

Esta é uma aproximação bastante razoável, porque o modelo é aplicado sempre em áreas de relevo acidentado.

$$v = K_{sat} \cdot i \quad (12)$$

$$i = \left( \frac{\Delta H_{total}}{L} \right) \quad (13)$$

A **Figura 4** mostra como o gradiente hidráulico  $i$  pode ser aproximado pela razão entre a diferença de potencial gravitacional entre os pontos 1 e 2 ( $Hg_1$  e  $Hg_2$ ) e o comprimento  $L$ , que também é igual ao seno de  $\theta$  (equação 14).

$$i = \frac{(Hg_2 - Hg_1)}{L} = \text{sen } \theta \quad (14)$$

A partir disso, podemos substituir  $i$  por  $\text{sen } \theta$  na equação 12, obtendo-se a equação 15, que define a velocidade do fluxo.

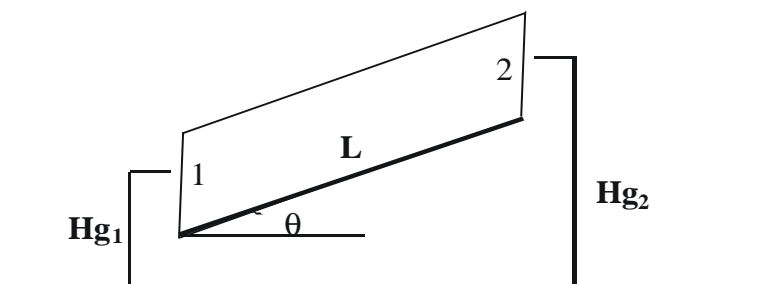
$$v = K_{sat} \cdot \text{sen } \theta \quad (15)$$

De acordo com a **Figura 5**, podemos exprimir  $S$  (área da seção transversal saturada), em função da projeção vertical de  $h$ , originando a equação 16.

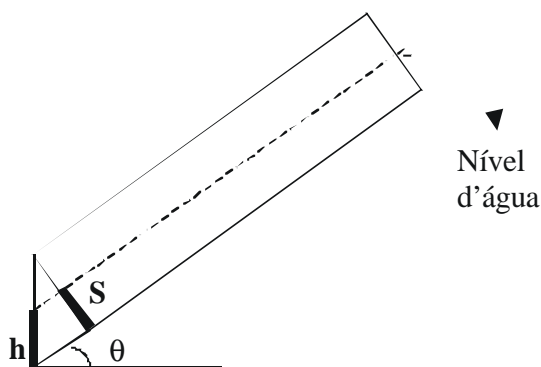
$$S = h \cos \theta \quad (16)$$

Deste modo, o fluxo de água ( $q$ ) pode ser expresso substituindo-se (15) e (16) em (11), obtendo-se a equação 17:

$$q = K_{sat} \text{sen } \theta h \cos \theta b \quad (17a)$$



**Figura 4** – Gradiente hidráulico aproximado entre os pontos 1 e 2 ao longo de uma encosta hipotética.



**Figura 5** – Bloco esquemático de uma camada de solo, onde S é a área da seção transversal saturada e h é a altura da coluna d'água.

Assumindo que o fluxo superficial e o fluxo na rocha são desprezíveis, em vales não canalizados, os autores afirmam que a precipitação efetiva (Q) multiplicada pela área de contribuição será a quantidade de runoff que ocorre através do comprimento b (**Figura 3**) na condição de equilíbrio, portanto, tornou-se necessário acrescentar o comprimento b à equação 17a.

Para o modelo hidrológico, o fluxo é expresso pelo produto da precipitação por unidade de tempo e a área drenada a montante, ou seja, a equação 17a pode ser escrita da seguinte forma (equação 17b):

$$Qa = K_{\text{sat}} \text{sen} q h \text{cos} q b \quad (17b)$$

O parâmetro transmissividade (T), descrito na equação 10, é função do produto da permeabilidade saturada ( $k_{\text{sat}}$ ) pela espessura do solo (e), como pode ser observado na equação 18a.

$$T = K_{\text{sat}} e \quad (18a)$$

Uma vez que  $e = z \text{cos} \theta$  (equação 2), temos (equação 18b):

$$T = K_{\text{sat}} z \text{cos} q \quad (18b)$$

Sendo assim, o denominador da equação 10 pode ser escrito de acordo com a equação 19.

$$T b \text{sen} q = K_{\text{sat}} z \text{cos} q \text{sen} q b \quad (19)$$

Deste modo, substituindo-se as equações 17b e 19 na equação 10, obtemos a equação 20:

$$W = \frac{K_{\text{sat}} \text{sen} q h \text{cos} q b}{K_{\text{sat}} z \text{cos} q \text{sen} q b} \quad (20)$$

Resolvendo a equação 20, é possível colocar o modelo hidrológico em função da razão  $h/z$  (equação 21).

$$\frac{h}{z} = \frac{Q}{T} \frac{a}{b \text{sen} q} \quad (21)$$

### COMBINAÇÃO ENTRE O MODELO DE ESTABILIDADE DE ENCOSTA E O MODELO HIDROLÓGICO

A partir da razão h/z combinamos as equações (8a) e (21), modelo de estabilidade de encosta e modelo hidrológico respectivamente, obtendo-se:

$$\frac{Qa}{bT\text{sen}q} = \frac{r_s}{r_w} \left( 1 - \frac{\tan q}{\tan f} \right) \tag{22}$$

podendo-se então, escrevê-la em função da quantidade de chuva, em estado de equilíbrio, necessária para a ocorrência de escorregamentos (equação 23a).

$$Q = \frac{T}{(a/b)} \text{sen}q \frac{r_s}{r_w} \left( 1 - \frac{\tan q}{\tan f} \right) \tag{23a}$$

A equação 23a é a combinação do modelo hidrológico com o modelo de estabilidade de encosta que é resolvida pela rotina automatizada SHALSTAB para cada célula no grid. Este modelo tem três termos topográficos, que são a área drenada (a), o comprimento de contorno unitário (b) e o ângulo da encosta (q). Além disso, temos também três parâmetros de propriedades do solo que são a densidade do solo (rs), o ângulo de fricção interna (f), a transmissividade do solo (T), além da precipitação efetiva (Q).

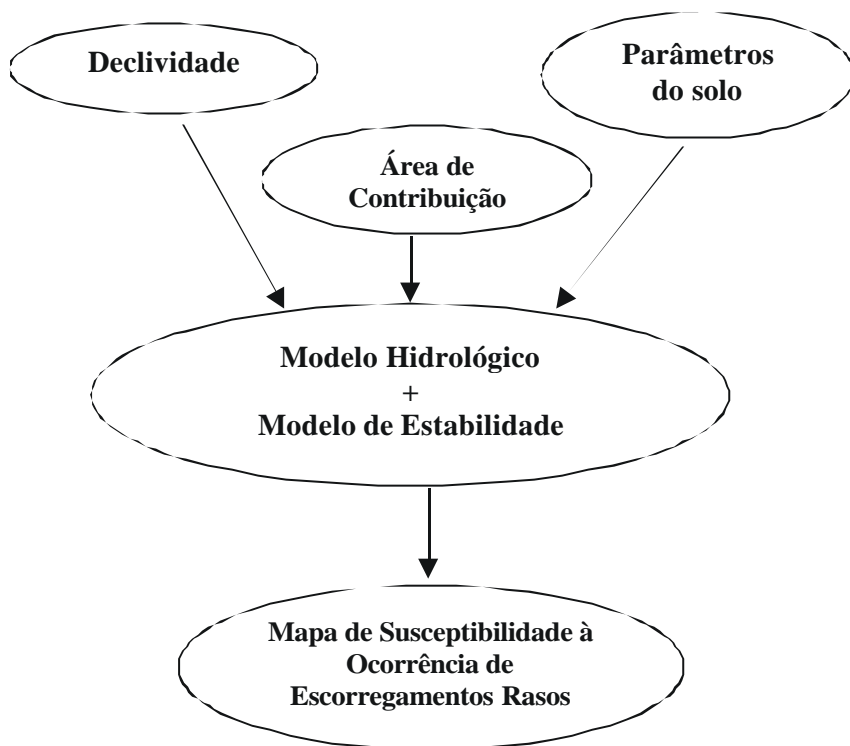
Esta combinação também pode ser desenvolvida considerando-se a coesão do solo. Neste caso a equação 23a pode ser escrita da seguinte forma (equação 23b):

$$Q = \frac{T}{a/b} \text{sen}q \frac{C'}{r_w \text{g}z \cos^2 q \tan f} + \frac{r_s}{r_w} \left( 1 - \frac{\tan q}{\tan f} \right) \tag{23b}$$

Devido a dificuldade de se determinar a transmissividade do solo, Montgomery e Dietrich (1994) fizeram uma classificação para os valores de  $\text{Log}(Q/T)$  (equação 24) com a finalidade de traduzir esses valores em níveis de susceptibilidade à ocorrência de escorregamentos rasos. Como se trata do resultado de uma razão entre a precipitação e a transmissividade, a definição em classes foi realizada (em se tratando de uma base de dados representada por um grid regular) obedecendo-se os seguintes critérios: foram juntados em uma mesma classe todos os pixels com valores que são considerados incondicionalmente estáveis, ou seja,  $\tan \phi \leq \tan \phi (1-r_w/r_s)$ , o mesmo acontecendo para os pixels com valores considerados incondicionalmente instáveis, ou seja,  $\tan \phi > \tan \phi$ . Os valores intermediários correspondem à faixa de transição entre as duas classes anteriores, isto é, valores mais próximos daqueles considerados incondicionalmente instáveis necessitam de pouca quantidade de chuva para romper, ao passo que os valores próximos daqueles considerados incondicionalmente estáveis necessitam de uma grande descarga hidráulica para ocorrer um escorregamento.

$$\text{Log} \frac{Q}{T} = \frac{\text{sen} \phi}{(a/b)} \left[ \frac{C'}{r_w g z \cos^2 \phi \tan \phi} + \frac{\phi_s}{\phi_w} \left( 1 - \frac{\tan \phi}{\tan \phi} \right) \right] \quad (24)$$

A seguir são mostrados, de forma esquemática, os componentes do modelo SHALSTAB (**Figura 6**), em que os dados espacializados na forma digital de declividade, área de contribuição e parâmetros do solo são importados para a combinação entre o modelo de estabilidade e o modelo hidrológico, gerando o mapa de susceptibilidade à ocorrência de escorregamentos rasos.



**Figura 6** – Os valores de cada célula dos parâmetros de declividade, área de contribuição e propriedades do solo, são introduzidos na combinação entre o modelo de estabilidade e o modelo hidrológico, produzindo assim o mapa de susceptibilidade à ocorrência de escorregamentos rasos.

## CONCLUSÕES

Nas últimas décadas a modelagem matemática vem-se tornando de grande importância no meio científico, pois possibilita a representação, mesmo que de

forma aproximada, da realidade de um determinado ambiente, e a previsão dos eventos que nele ocorrem. A análise da morfologia da paisagem baseada no uso de modelos digitais de terreno detalhados, acoplada ao uso de modelos hidrológicos e de estabilidade de encostas permite prever os locais favoráveis à ocorrência de escorregamentos.

Mais especificamente, o modelo utilizado neste trabalho tem como característica prever escorregamentos translacionais rasos, com plano de ruptura planar, especialmente nos casos de contato abrupto de solo sobre rocha. Outra característica importante, é que esta metodologia não delega às técnicas de Sistema de Informação Geográfica (SIG) o poder de decisão para definição de áreas susceptíveis à ocorrência de escorregamentos rasos.

O poder de decisão é comandado pela modelagem matemática, ou seja, o SIG, neste caso, funciona como uma ferramenta para a construção do mapa, através das informações produzidas pelo modelo.

Este modelo vem sendo utilizado em áreas urbanas e rurais em regiões de clima temperado localizadas no oeste dos Estados Unidos e em áreas de clima tropical em diversas regiões do Brasil tendo obtido excelentes resultados, inclusive sendo utilizado para fins de planejamento.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- BEVEN, K. J. e KIRKBY, M. J. (1979). A Physically Based, Variable Contributing Area Model of Basin Hydrology. *Bulletin of Hydrological Sciences*, v. 24, 43-69.
- CARSON, M. A. e KIRKBY, M. J. (1972). *Hillslope Form and Process*. Cambridge University Press, 416p.



- DIETRICH, W. E. e MONTGOMERY, D. R. (1998). SHALSTAB: A Digital Terrain Model for Mapping Shallow Landslide Potential. National Council for Air and Stream Improvement, 26p.
- DIETRICH, W. E., REISS, R., HSU, M.-L. e MONTGOMERY, D. R. (1995). A Process-Based Model for Colluvium Soil Depth and Shallow Landsliding Using Digital Elevation Data. *Hydrol. Process.*, v. 9, 383-400.
- DIETRICH, W. E., WILSON, C. J., MONTGOMERY, D. R. e McKEAN, J. (1993). Analysis of Erosion Thresholds, Channel Networks and Landscape Morphology Using a Digital Terrain Model. *The Journal of Geology*, v. 101, 259-278.
- FERNANDES, N. F. e AMARAL, C. P. (1996). Movimentos de Massa: Uma abordagem Geológico-Geomorfológica. In: GUERRA, A. J. T. e CUNHA, S. B. (Org.), *Geomorfologia e Meio Ambiente*. Rio de Janeiro: Editora Bertrand Brasil, p.123-194.
- GUIDICINI, G. e NIEBLE, C. M. (1984). *Estabilidade de Taludes Naturais e de Escavação*. Edgard Blücher, 194p.
- HARP, E. L. WELLS II; W. G. e SARMIENTO, J. G. (1990). Pore Pressure Response During Failure in Soils. *Geological Society of America Bulletin*, 102, 428-438.
- LACERDA, W. A. (1997). Stability of Natural Slopes Along the Tropical Coast of Brazil. In ALMEIDA, M. (Org.). *Proceeding of the Internacional Symposium on Recent Developments in Soil and Pavement Mechanics*. Balkema, Brookfield, p.17-39.
- MONTGOMERY, D. R. e DIETRICH, W. E. (1994). A Physically-Based Model for the Topographic Control on Shallow Landsliding. *Water Resources Research*. v. 30, 1153-1171.
- MONTGOMERY, D. R., SULLIVAN, K. e GREENBERG, M. H., (1998). Regional Test of a Model for Shallow Landsliding. *Hydrological Processes*. v. 12, 943-955.

- O'LOUGHLIN, E. M. (1986). Prediction of Surface Saturation Zones in Natural Catchments by Topographic Analysis. *Water Resources Research*. v. 22, 794-804.
- SELBY, M. J. (1993). *Hillslope Materials and Processes*. Oxford University Press, New York, 446p.